

## 2次元スペクトルを用いた画像評価法における フィルタリングの効果と最適化アルゴリズムの枠組み

Effect of Filtering in 2D Spectrum Image Evaluation and Outline of Optimization  
Algorithm

学籍番号 47-196752  
氏 名 和田 望萌 (Wada, Miho)  
指導教員 佐藤 淳 准教授

### 1. 序論

#### 1.1. 背景

音波などの1次元波のゆらぎに対してフーリエ変換を施して得られる、パワースペクトルが周波数に反比例する特徴は「1/f ゆらぎ」と呼ばれ、人間の感覚にとって「ナチュラル」「心地よい」とされる。この特徴はルーバー状の梁のピッチなど1次元的な模様として実現された例もある。この理論を2次元パワースペクトルに拡張することで特定の自然物の「ナチュラルさ」などの印象の指標とすることができる可能性がある。<sup>1) 2)</sup>

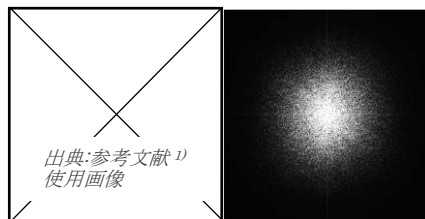


図 1 2次元パワースペクトル画像<sup>1)</sup>

#### 1.2. 目的

本研究では目標とする自然物画像に近い「ナチュラルさ」の模様を設計することを視野に入れ、そのために必要となる2次元スペクトルの描画方法と最適化アルゴリズムについて検討する。

まず、目的関数とする「ナチュラルさ」などの印象指標を抽出するために画像にフ

ィルタリングを施すことを考える。次に模様の形状や配置をパラメーターにした最適化計算アルゴリズムの枠組みを構築する。設計者が目指す目標物の印象に近い模様を最適化計算で設計できるツールにつながることを期待される。

### 2. 2次元スペクトル

まず2次元デジタル画像の各ピクセルでRGBの色情報を1つのスカラー値に変換する。この値が2方向に並んだものを2次元の数列(波形)とみてフーリエ変換を施す。画素数M×Nの画像内に並んだピクセル値を2次元波 $f(m, n)$ とすると離散2次元フーリエ変換は次の式(1)で表され、2次元フーリエ級数 $F(k, l)$ が得られる。

$$F(k, l) = \frac{1}{MN} \sum_{n=0}^{N-1} \sum_{m=0}^{M-1} f(m, n) e^{-i\frac{2\pi}{M}km} e^{-i\frac{2\pi}{N}ln} \quad (1)$$

(  $k = 0, 1, \dots, M-1$     $l = 0, 1, \dots, N-1$  )

$F(k, l)$ の絶対値が空間周波数 $(k, l)$ における振幅、その2乗値がパワーと呼ばれる。離散2次元スペクトルは元画像と同じピクセル数の画像に表示することができ、パワーを明度で表したものがパワースペクトル画像として一般的に用いられている。明度が高いほどスペクトルが大きいことを表している。画像の中心部分が低周波数領域、

外側が高周波数領域になるように変換した画像が扱いやすいたされ、この場合中心部分が画像全体の傾向、外側が細かな変動の模様を表している。

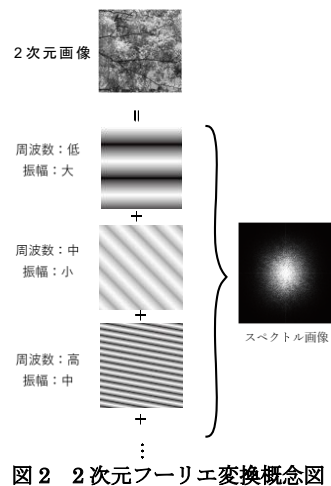


図2 2次元フーリエ変換概念図

### 3. フィルタリング

#### 3.1. 平均

カラー画像のRGB値の平均値(式(2))をとったものはグレースケール画像となる。これは最も単純なフィルタリングの1つと考えられる。

$$Y=(R+G+B)/3 \quad (2)$$

#### 3.2. 明度・彩度・色相

表1 フィルタリング後の画像とその2次元パワースペクトル

方向性のある						
大 ← → 小						
平均	魚群	棚田	紅葉	紫陽花	木漏れ日	宇宙
彩度	魚群	棚田	紫陽花	宇宙	紅葉	木漏れ日
色相	紫陽花	棚田	木漏れ日	魚群	紅葉	宇宙
逆正接	魚群	棚田	宇宙	紫陽花	木漏れ日	紅葉

明度、彩度、色相はそれぞれ式(3)～(5)で表される。各フィルターは最大値が255になるように基準化する。

$$\text{明度} \quad Y = \max \quad (3)$$

$$\text{彩度} \quad Y = (\max - \min) / \max \quad (4)$$

色相

$$\begin{aligned} \text{最大値がRのとき;} & Y = 60 \times ((G - B) \div (\max - \min)) \\ \text{最大値がGのとき;} & Y = 60 \times ((B - R) \div (\max - \min)) + 120 \\ \text{最大値がBのとき;} & Y = 60 \times ((R - G) \div (\max - \min)) + 240 \\ \text{RGBとも同じ値の場合色相;} & Y = 0 \end{aligned} \quad (5)$$

ここで  $Y$  = 採用値  $R, G, B$  = 各RGB色濃淡値  
 $\max = \text{MAX}(R, G, B)$   $\min = \text{MIN}(R, G, B)$

#### 3.3. 対数、逆正接、解の公式

対数、逆正接、解の公式はそれぞれ式(6)～(8)で表される。

$$\text{対数} \quad Y = \log R + \log G + \log B \quad (6)$$

$$\text{逆正接} \quad Y = \arctan(R/G) + \arctan(G/B) + \arctan(B/R) \quad (7)$$

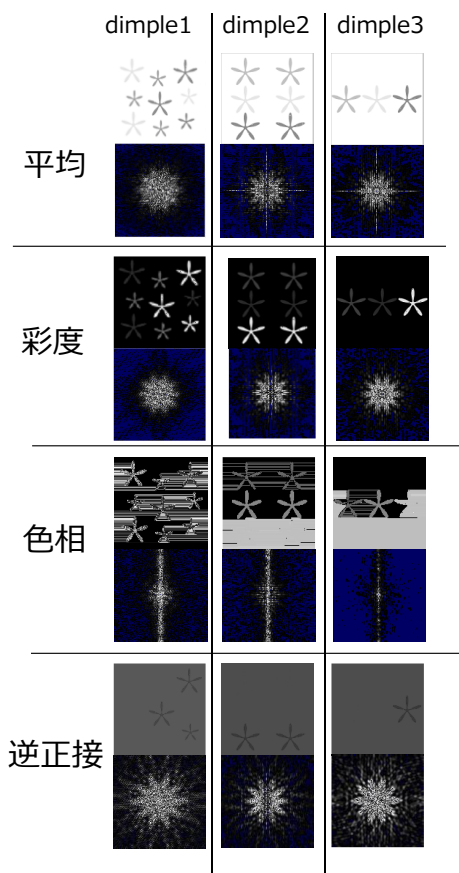
解の公式  $f(x) = Rx^2 + Gx + B = 0$  のとき

$$Y = \frac{-G + \sqrt{G^2 - 4R \times B}}{2R} \quad (8)$$

#### 3.4 考察

特定の方向にパワースペクトルが分布するものを「方向性」が大きい、パワースペクトルが中心付近に集中するものを「集中性」が高いと定義する。フィルターによって方向性・集中性が大きく異なる画像が現れたフィルターと画像を表1に示す。「彩度」でフィルタリングすると彩度の分布が均一な画像でスペクトルが中心(低周波部分)に集まることになる。「色相」でフィルタリング

表 2 フィルタリング後の柄画像とその 2 次元パワースペクトル



すると同系色が多く分布する画像の場合スペクトルが広く分布し、異系色が混在する画像では集中性が高まり、色の配置によってはスペクトル画像で方向性が現れることになる。

「紅葉」は「平均」フィルターでは広く分布したスペクトルでホワイトノイズに近いことを表しているのが「彩度」フィルターでは中央に集中して「宇宙」に近いスペクトルになっている。「木漏れ日」が平均フィルターでは方向性が小さかったのが「色相」フィルターでは方向性が現れて「棚田」に近いスペクトルになっている。「逆正接(arctan) (式(7))」でフィルタリングした場合「宇宙」でパワースペクトルが広く分布し、「紅葉」で集中性が高くなっているのが「平均」フィルターと大きく

異なっている。表2の柄画像のスペクトルは「平均」では中央に集中したが、

「色相」では縦に強い方向性が見られたことにより、「棚田」や「木漏れ日」に近いスペクトルになった。「彩度」では「平均」と大きな変化は見られず、方向性が現れた。「逆正接」でも集中性に大きな変化は見られなかったものの、全方向に対して方向性が高まった。今回試したフィルタリングでは「平均」が表す大小の塊の散在や「彩度」が表す色の淡さの分布は人間の感覚的にもイメージがしやすいが、「色相」が表す色の系統や「逆正接」が表す何かの乱雑性は画像を見ても明確なイメージできない人間の感覚を抽出しているように見える。フィルタリングの種類と画像を増やしていく事でフィルタリングと人間感覚との関係性が分かってくることが期待される。

#### 4. 最適化アルゴリズムの枠組み構築

##### 4.1. 最適化の応用

フィルタリングを施した画像から得られるスペクトルを見て、特定の自然画像を選び、そのスペクトルに似たスペクトルを持つ模様を設計することを考える。これはスペクトルを目的関数とする最適化となる。画像を比較する手段は既にいくつも存在するのでその実装は後に施すものとして、本論では模様の配置を最適化するアルゴリズムの実装を目標とする。平板に任意の柄をdimple加工したものを対象に、ここでは目的関数として単純で扱いやすい力学的な安全率を採用する。

##### 4.2. 共役勾配法

スペクトル最適化を行うにあたって、最適化法の一つである共役勾配法(CG法)を用

いる。CG法は、目的関数を曲面と見た時、その勾配方向に進み極値を探す最急降下法の応用である。

4.3. 最適化の試行手順

解析モデルは平板を線材による5mmピッチの格子でモデル化したものである(図3)。

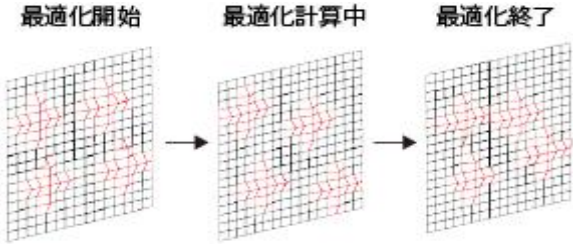


図3 最適化モデル例

このモデルに水平力を与えて構造解析を行い、各部材の許容応力度に対する検定比(安全率の逆数)安全率を算出する。目的関数を全部材の検定比の最大値とする。

手順は次のようになる。

- 1 dimple の初期配置を行う。
- 2 パラメーター(dimple 座標)を微小に変化させ、目的関数の勾配(感度)を調べる。
- 3 最急降下方向に dimple 配置を変化させ構造解析で検定比を求める。
- 4 パラメーターを微小に変化させ、目的関数の勾配を調べる。
- 5 3と4の勾配から共役勾配方向が求められる。
- 6 共役勾配方向に dimple 配置を変化させ、構造解析で検定を求める。
- 4~6を検定比が 1.0 を下回るまで繰り返す。

4.4. 試行結果

初期dimple配置と最適化後のdimple配置の例を図4に挙げる。  
その諸元は表3に記載する。

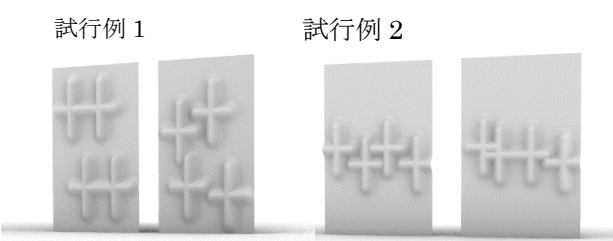


図4 (各 左)初期 dimple 配置(各 右)最適化後の dimple

表3 解析モデル諸元

	試行例 1	試行例 2
平板の大きさ 縦×横(mm)	95×60	110×75
十字の形 縦×横(mm)	30×20	30×20
Dy(dimple 深さ)(mm)	5	4
検定比 初期値→最適化後の値	1.108→ 0.97368	1.0915→ 0.99245

5. 結論

異なる自然画像に対してフィルタリングを施して得られるパワースペクトルにはフィルタリングによって異なる特徴が現れることを示した。そしてこのようにして得られた画像のスペクトルを最適化の目的関数として最適化された模様を設計するアルゴリズムの枠組みを示した。今後の課題としては、最適化するにあたり、フィルタリングがどのような感覚を抽出しているのか理解を深めること、スペクトル画像の比較アルゴリズムを組み込むことが挙げられる。

主な参考文献

1) 宮本 他, 2 次元スペクトルを用いた自然物との比較表現による画像評価法, 日本建築学会大会学術講演梗概集, 日本建築学会, 2018  
2)宮本 他, 3 次元パワースペクトルを用いた立体形状の視覚環境的評価法,日本建築学会大会学術講演梗概集, 日本建築学会, 2020