

審査の結果の要旨

氏名 藤井 宗一郎

本論文は、普遍代数学およびその変種などの既存の代数理論の概念の統一や、既知の代数的構造の一般化についての結果をまとめたものである。代数的構造は数学のみならず、計算機科学においてもプログラム意味論などの分野において重要な役割を果たす。論文は2部構成であり、まず第1部では普遍代数学やモナドなどの代数理論の概念のための統一的な枠組みを提案している。この枠組みは、代数理論の概念を任意のモノイダル圏と同一視する非常に一般性の高いものであり、既知の多くの代数理論の概念を例として含んでいる。第2部では特に複雑な代数構造である弱 n 圏に着目し、Leinsterによる既存の定義を一般化している。特に、Leinsterの定義において用いられていた集合の圏を任意のextensiveかつlocally presentableな圏に一般化した点に特徴があり、この一般化によって ω -cpo enriched bicategoryと呼ばれる既知の構造も包含することができる。

本論文は全9章からなり、そのうち第1部は第2章から第5章まで、第2部は第6章から第8章までである。

第1章は序論である。論文内容を概観するとともに、モナドやクローンといった代数理論の概念がプログラム意味論で用いられる計算効果の理論に応用されてきた経緯や、ホモトピー型理論と弱 n 圏の関係についても説明している。

第2章は、第1部の前準備として、既知の様々な代数理論の概念を紹介している。

第3章は、代数理論の概念のための統一的な枠組みを展開している。まず代数理論の概念とモノイダル圏とを関連づける既知の結果を述べ、その観察を基にしてモノイダル圏に基づく統一的な枠組みを提案し、意味論をはじめとする代数理論の概念の様々な側面を形式化している。さらに、異なる代数理論の概念を比較する一般的な手法も与え、それが既知の結果を統一的に説明するものであることも示している。

第4章は、第3章で提案した統一的な枠組みに対して、構造・意味論随伴という圏論的代数学における古典的な構成を与えている。また、この構成を適切に制限することにより、クローンとモナドという代数理論の概念に対する既知の構造・意味論随伴が得られ

ることを確かめている。

第5章は、モノドのモデルの圏を2圏的普遍性によって特徴づける既知の結果を拡張し、提案する枠組みで現れるモデルの圏を二重圏的な普遍性で特徴付けている。

第6章は、第2部において中心的な役割を果たす**extensive**圏を導入し、その基本的な性質を証明している。

第7章は、Leinsterの定義におけるステップの一つである、自由**strict n**圏モノドの構成およびそれが**cartesian**であることの証明を、集合の圏を任意の有限極限をもつ**extensive**圏に一般化した状況で帰納的に行っている。

第8章は、Leinsterの定義に現れる**contraction**の概念を一般化し、集合の圏を任意の**locally presentable**かつ**extensive**な圏に一般化した状況でもLeinsterの弱**n**圏の定義と同様のものが得られることを示している。

第9章は結論である。

以上要するに、本論文は、代数的構造の統一的な理論や一般化について研究を行ったものである。数学の諸分野および計算機科学における計算効果の理論やホモトピー型理論などへの応用が期待される成果であり、コンピュータ科学、特にプログラム意味論分野に対する貢献が大きいものと判断される。

よって本論文は博士（情報理工学）の学位請求論文として合格と認められる。