審 査 の 結 果 の 要 旨

氏　　名　　　佐藤　峻

科学・工学において数値計算技術の占める重要性は論を待たない。実際、計算機の発明より遥かに昔から各種数学的問題の近似解法は必要に迫られて盛んに研究され、さらに計算機の発展後は、第三の科学すなわち計算科学を根底で支える基礎学問として理論・応用の両面に渡り深化させられてきている。21世紀に入ってからは、その中心はさらに、問題の特殊性を巧妙に活用し汎用解法を大きく凌駕する性能を持つ専門的解法の開発と理解へと向かっている。特に微分方程式の数値解法分野で、これは構造保存数値解法、あるいはしばしば数学的な意味での幾何学的構造を尊重するために幾何学的数値解法と呼ばれ、21世紀における数値解析学の主軸のひとつを形成している。これらは主要な問題クラスに対するものが確立され、実用上も理論的にもその基盤が整備されつつあるが、現代科学・工学の急激な発展に伴い、近年ではさらに高性能並列計算との融合、数学的モデル縮減技術との組み合わせなど新しい挑戦が続いている。本論文は、そのような流れを持つ微分方程式の幾何学的数値解法分野において、実用的にも重要でありながらこれまで手法が未確立であった拘束条件付き問題などに対して、数学的にも実用的にも有用ないくつかの新しい知見を付け加えるものである。

本論文は「Geometric Numerical Integration of Evolutionary Differential Equations with Constraints」(拘束条件付き発展方程式に対する幾何学的数値計算法)と題し、全７章から成る。

第１章「Introduction」(序論)では、本論文で扱う常微分方程式、偏微分方程式、および微分代数方程式に対して幾何学的数値計算法の考え方について概観したのち、本論文の目的および主要な成果を概説している。

第２章「Preliminaries」(準備)は後続章のための準備であり、本論文を通じて使用される数学的諸概念や事実、定義（一般逆行列、各種離散関数空間と作用素、低次保存量の自動保存性、離散勾配法、および微分代数方程式の基礎）について概説している。

第３章「Evolutionary Equations with a Mixed Derivative」（混合微分を含む発展方程式）では、混合微分項、すなわち時間微分と空間微分が同時に作用した発展項に基づく偏微分方程式を扱っている。これらの偏微分方程式は、時間微分だけを含む発展項に基づく通常の偏微分方程式に比べ、方程式の標準形が明らかでなくそもそも偏微分方

程式論的な取り扱いも一部を除き確立されておらず、必然的に数値計算法も散発的な試行を除き手法が確立されているとは言えなかった。本章では、一定の形の混合微分付き発展方程式に対して、その標準形を導出する数学的手法を新たに提案し、それに基づき数値計算法の導出方法を検討している。

第４章「Convergence Analysis of a Finite Difference Scheme for the Modified Hunter-Saxton Equation」（修正Hunter-Saxton方程式に対するある差分スキームの収束解析）では、前章で扱った混合微分付き発展方程式のひとつである修正Hunter-Saxton方程式に対して保存量を持つある差分スキームを新たに提案し、それに対してスキームの単一可解性、近似解の安定性と厳密解への収束性を議論している。本章で提案する数学解析手法は、同方程式のみならず、質量保存則を持つ混合微分付き発展方程式全般に対して新たな枠組みを提供するものである。

第５章「Linear Gradient Systems and Discrete Gradient Methods for Differential-Algebraic Equations」（微分代数方程式に対する線形勾配形式と離散勾配法）は、常微分方程式系に対して確立されている線形勾配形式と離散勾配法の枠組を、幾何学的数値解法の文脈で初めて、微分代数方程式に対して拡張・提案するものである。そこでは、微分代数方程式では保存量と拘束条件が絡み合う困難があることを指摘し、それを解決するための新しい概念、プロパー性を導入して、それに基づいて常微分方程式の場合同様の枠組が構成可能であることを示唆している。

第６章「Discrete Riemannian Gradient Approach to Multiple Conserved Quantities Preservation」（複数保存量実現のための離散リーマン勾配法）では、一貫して拘束条件付き発展方程式を扱ってきた前章までと対照的に、通常の、混合微分を含まない発展方程式を対象としている。そこでは、複数の保存量を持つ発展方程式に対して、そのうちのひとつを敢えて拘束条件とみなすことで前章までの世界観を適用できるという考え方に基づき、複数保存量を実現するための新しい方向性を提案している。

最後に第７章「Conclusion and Perspective」（結論と展望）では、本論文の成果を纏めるとともに、今後の研究の流れを展望している.

以上を要するに、本論文は、実用上重要な拘束条件付き発展方程式に対して、数学的および数値解析学的な観点から新たな数学的基盤を与え、かつ有用な手法およびアルゴリズムを与えたものであり、幾何学的数値計算法を中心とする数値解析学のみならず、それに立脚する数理情報学の発展に大きく寄与するものである。

よって本論文は博士（情報理工学）の学位請求論文として合格と認められる。