

審査の結果の要旨

論文提出者氏名 松岡達也

現代の科学技術においては、多数の要素からなる大規模システムの効率的な取り扱いが重要であり、要素間の関係を表現する手段として、グラフ・ネットワークが利用され、関連するアルゴリズムが整備されている。特に、通信や輸送に関わるネットワークでは、連結性に関わる問題が非常に重要となる。

グラフ上の組合せ最適化問題の研究は、対象が有限であるにも関わらず、効率的な計算が困難となることも多く、計算複雑度の理論が創始される契機を与えた。さらに、効率的に解くことのできる組合せ最適化問題の背景として、マトロイドやポリマトロイドなどの抽象的な離散構造の果たす役割の重要性が明らかとなってきた。

本論文は、1点から全ての点に向けて情報を伝達する際に重要となる根付き連結性と等価である有向木の詰め込み問題や強連結でない有向グラフに最小本数の有向枝を追加して強連結にする問題に注目し、各種の一般化に対して効率的な解法アルゴリズムを設計している。

本論文は「Connectivity in Networks: Arborescence Packing and Bidirected Graphs」(ネットワークの連結性：有向木詰め込みと双向グラフ)と題し、7章からなる。

第1章「Introduction」(序論)では、全域木・有向木の詰め込みや連結度増大問題を中心に、組合せ最適化分野の歴史的背景を説明した上で、有向木詰め込みの一般化や双向グラフの強連結化に関する本論文の主要な結果を概説している。

第2章「Preliminaries」(準備)では、グラフに関する諸概念を整理すると共に、本論文中で用いるマトロイド・ポリマトロイド・劣モジュラ関数などの離散構造に関する既知の事実を紹介している。

第3章「Arborescence Packing and Orientation」(有向木詰め込みと向き付け)では、全域木の詰め込みに関する Tutte と Nash-Williams の定理、根付き有向木の詰め込みに関する Edmonds の定理と言った基本的な結果を紹介した後、混合グラフ上の混合木の詰め込みに関する Frank の定理、到達可能範囲を張る有向木の詰め込みに関する神山・加藤・瀧澤の定理、無向木のマトロイド基制約付き詰め込みに関する加藤・谷川の定理とその有向版に当たる Durand de Gevigney, Nguyen, Szigeti の定理など、一般化に関する既存研究を詳しく解説している。

第4章「Polymatroid-based Capacitated Branching Packing」(ポリマトロイド基制約容量付き有向森詰め込み)では、Durand de Gevigney, Nguyen, Szigeti によるマトロイド基制約付き有向木詰め込み問題において、各枝に容量を与えるとともに、根に関する制約を定めるマトロイドをポリマトロイドに拡張することによって得られる一般的な枠組みに対して、定められた制約を満たす有向木詰め込みが存在するための必要十分条件を示すと共に、具体的な詰め込みを見出す強多項式時間アルゴリズムを与えている。

第5章「Reachability Mixed Arborescence Packing」(到達可能性混合木詰め込み)では、有向グラフにおける神山・加藤・瀧澤の定理を混合グラフに拡張している。その結果として、混合グラフ上で到

達可能頂点を全て張る混合木詰め込みの存在に関する良い特徴付けを示すとともに、条件を満たす混合木詰め込みを見出す多項式時間アルゴリズムを与えている。

第6章「Strong Connectivity Augmentation for Bidirected Graphs」（双向グラフの強連結化）では、安藤・藤重・根本が導入した双向グラフの強連結性の概念に注目し、与えられた双向グラフが強連結でない場合に、新たな枝を追加して強連結にする問題を考えている。特に、新たに加える枝の端点集合の大きさを最小にする問題は、Eswaran, Tarjan による有向グラフの強連結度増大問題に帰着できることを示して、線形時間アルゴリズムを与えている。一方、新たに加える枝の本数の最小化に関しては、最適解を見出す効率的なアルゴリズムは得られていないものの、最小本数よりも高々1本多い枝を加えて強連結にすることのできる線形時間アルゴリズムを与えている。

最後に第7章「Conclusion」（結論）では、本論文の成果を簡潔に纏めると共に、今後の研究課題を提示している。

以上を要するに、本論文は、有向木の詰め込みや連結度増大といった組合せ最適化の古典的な問題を自然に拡張した種々の枠組みに対して、効率的なアルゴリズムを設計して、その有用性を拡大している。組合せ最適化の理論面で、新たな知見を与える本質的な貢献であり、数理情報学の発展に寄与している。

よって本論文は博士（情報理工学）の学位請求論文として合格と認められる。