

東京大学大学院新領域創成科学研究科
海洋技術環境学専攻
2021 年度
修士論文

任意に配置された低アスペクト比 2 円筒に
作用する一様流中流体力に関する研究
A study on hydrodynamic force model for
two low-aspect-ratio columns located arbitrarily
in uniform flow

2022 年 2 月 25 日提出

47-196643 松下 凜太郎

指導教員

平林紳一郎 准教授 平林紳一郎

目次

1. 序章	19
1.1. 世界と日本のエネルギー事情	19
1.2. 洋上風力発電	20
1.3. VIV と VIM	20
1.4. 研究背景および目的	21
2. 2円筒配置の流体力に関して	22
2.1. 本章の概要	22
2.2. tandem 配置	23
2.2.1. extended-body	23
2.2.2. reattachment	23
2.2.3. co-shedding	23
2.3. side-by-side 配置	24
2.3.1. single bluff body	24
2.3.2. biased flow	24
2.3.3. parallel vortex streets	24
2.4. staggered 配置	26
2.4.1. staggered 配置での流れの分類	26
2.4.2. inner lift peak と outer lift peak	27
2.5. 任意配置円筒の流体力	29
2.5.1. 固定された任意配置円筒の流体力係数	29
2.5.2. 今井のモデル	30
3. 強制加振実験	33
3.1. 実験概要	33
3.2. 実験条件	34
3.2.1. 一様流, カラム直径, アスペクト比(固定パラメータ)	34
3.2.2. カラム本数および中心間距離(可変パラメータ)	34
3.2.3. 加振振動数および振幅(可変パラメータ)	35
3.2.4. 円筒間角度(可変パラメータ)	35
3.2.5. 各種条件の組み合わせ	35
3.3. 実験施設	37
3.3.1. 水槽の概要	37
3.3.2. 回流の流速の設定	37
3.4. 実験機器	38
3.4.1. 強制加振装置	38

3.4.2.	円筒模型.....	39
3.4.3.	荷重計.....	39
3.4.4.	増幅器.....	41
3.4.5.	レーザー変位計.....	41
3.4.6.	信号記録装置.....	42
3.4.7.	流速計.....	42
3.5.	実験模型設計.....	43
3.5.1.	模型設計.....	43
3.5.2.	模型設計図.....	46
3.5.3.	回転プレート.....	47
3.6.	実験外観図.....	48
4.	実験データの解析手法.....	49
4.1.	各種データの変換.....	49
4.1.1.	データの切り出し.....	49
4.1.2.	符号の変換.....	50
4.1.3.	有効データの切り出しと加振中における位相の算出.....	50
4.1.4.	荷重計電圧データから荷重データへの変換.....	51
4.1.5.	回転座標系から絶対座標系への変換.....	51
4.1.6.	流れと直交する荷重データから揚力データへの変換.....	52
4.2.	平均抗力係数, 平均揚力係数の算出.....	54
4.3.	変動抗力係数, 変動揚力係数の算出.....	55
4.4.	付加質量係数, 無次元減衰係数の算出.....	57
4.5.	計測機器の異常によるデータ点の除去.....	59
4.6.	模型の回転角からカラム間角度への変換.....	59
5.	解析結果.....	61
5.1.	平均抗力係数.....	61
5.2.	平均揚力係数.....	63
5.3.	変動抗力係数.....	65
5.4.	変動揚力係数.....	67
5.5.	付加質量力係数.....	69
5.6.	無次元減衰係数.....	71
6.	流体力モデル.....	73
6.1.	モデルの概念.....	73
6.1.1.	モデルの概要.....	73
6.1.2.	モデルの線形近似.....	73
6.1.3.	モデルの基本式.....	74

6.1.4.	各変数の定義域.....	75
6.2.	平均抗力係数のモデル.....	76
6.2.1.	無次元振幅に対する線形モデルおよび境界条件.....	76
6.2.2.	傾き関数に関するモデルの理論.....	77
6.2.3.	傾き関数に関するモデル化結果.....	81
6.2.4.	切片関数に関するモデルの理論.....	92
6.2.5.	切片関数に関するモデル化結果.....	94
6.2.6.	モデルの評価.....	100
6.3.	平均揚力係数のモデル.....	107
6.3.1.	無次元振幅に対する線形モデルおよび境界条件.....	107
6.3.2.	傾き関数に関するモデルの理論.....	108
6.3.3.	傾き関数に関するモデル化結果.....	110
6.3.4.	切片関数に関するモデルの理論.....	120
6.3.5.	切片関数に関するモデル化結果.....	122
6.3.6.	モデルの評価.....	126
6.4.	変動抗力係数・変動揚力係数のモデル.....	133
6.4.1.	無次元振幅に対する線形モデルおよび境界条件.....	133
6.4.2.	傾き関数に関するモデルの理論.....	134
6.4.3.	傾き関数に関するモデル化結果.....	137
6.4.4.	切片関数に関するモデルの理論.....	153
6.4.5.	切片関数に関するモデル化結果.....	154
6.4.6.	モデルの評価.....	156
7.	結論.....	166
7.1.	本研究の成果.....	166
7.2.	今後の課題と展望.....	168
8.	参考文献.....	169

图表目次

Fig. 1.1	World primary energy consumption [1]	19
Fig. 1.2	National primary energy consumption [1]	20
Fig. 2.1	Schematic diagram of two circular cylinders	22
Fig. 2.2	Flow structures at tandem configuration [10]	25
Fig. 2.3	Flow patterns for two side-by-side circular cylinders [8]	25
Fig. 2.4	Vortex street synchronization for two side-by-side circular cylinders [8]	25
Fig. 2.5	Dependence of flow structure on P/D and θ of two circular cylinder [12] ..	27
Fig. 2.6	Inner lift peak model by Zdravkovich and Pridden [14]	28
Fig. 2.7	Outer lift peak model by Zdravkovich and Pridden [14]	28
Fig. 2.8	Mean drag coefficient C_D contour diagram (Zhou and Alam [3])	29
Fig. 2.9	Mean lift coefficient C_L contour diagram (Zhou and Alam [3])	29
Fig. 2.10	Fluctuating (RMS) drag coefficient C'_D contour diagram (Zhou and Alam [3])	30
Fig. 2.11	Fluctuating (RMS) lift coefficient C'_L contour diagram (Zhou and Alam [3])	30
Fig. 2.12	Schematic diagram of four equispaced circular cylinders by Imai [6]	32
Fig. 2.13	Fluid force model by Imai [6]	32
Fig. 3.1	Experimental condition for case1(29point)	36
Fig. 3.2	Experimental condition for case2(11point)	36
Fig. 3.3	Circulating water tunnel [4]	37
Fig. 3.4	Relationship between dial and fluid velocity in 1st experiment	38
Fig. 3.5	Forced oscillation machine [4]	38
Fig. 3.6	Example of control signal(left)Part plot(right)Overall plot [4]	39
Fig. 3.7	Cylinder [4]	39
Fig. 3.8	Load cell [4]	40
Fig. 3.9	Calibration graph	40
Fig. 3.10	Amplifier [4]	41
Fig. 3.11	Laser displacement meter	41
Fig. 3.12	Data logger [4]	42
Fig. 3.13	Anemometer	42
Fig. 3.14	Floating design for P^*	44
Fig. 3.15	Angle for 2,4column	45
Fig. 3.16	Floating design for θ	46
Fig. 3.17	Floating diagram (bird's eye view)	46

Fig. 3.18	Floating diagram (side view)	47
Fig. 3.19	Plate for angle change.....	47
Fig. 3.20	Overall structure.....	48
Fig. 4.1	Displacement measured by laser	49
Fig. 4.2	Measured and calculated oscillation displacement	50
Fig. 4.3	Coordinate system in loadcell.....	51
Fig. 4.4	Movable part of load cell [4].....	52
Fig. 4.5	Power spectrum by FFT	56
Fig. 4.6	RMS in $0 < f_{tn}^* \leq f_t^*$	56
Fig. 4.7	Coefficient zone each column.....	59
Fig. 5.1	$C_{Dmeasured}$ contour diagram for $f^* = 0.00, A^* = 0.0$	61
Fig. 5.2	$C_{Dmeasured}$ contour diagram for $f^* = 0.14, A^* = 0.5$	62
Fig. 5.3	$C_{Dmeasured}$ contour diagram for $f^* = 0.14, A^* = 0.8$	62
Fig. 5.4	$C_{Dmeasured}$ contour diagram for $f^* = 0.16, A^* = 0.5$	62
Fig. 5.5	$C_{Lmeasured}$ contour diagram for $f^* = 0.00, A^* = 0.0$	63
Fig. 5.6	$C_{Lmeasured}$ contour diagram for $f^* = 0.14, A^* = 0.5$	64
Fig. 5.7	$C_{Lmeasured}$ contour diagram for $f^* = 0.14, A^* = 0.8$	64
Fig. 5.8	$C_{Lmeasured}$ contour diagram for $f^* = 0.16, A^* = 0.5$	64
Fig. 5.9	$C'_{Dmeasured}$ contour diagram for $f^* = 0.00, A^* = 0.0$	65
Fig. 5.10	$C'_{Dmeasured}$ contour diagram for $f^* = 0.14, A^* = 0.5$	66
Fig. 5.11	$C'_{Dmeasured}$ contour diagram for $f^* = 0.14, A^* = 0.8$	66
Fig. 5.12	$C'_{Dmeasured}$ contour diagram for $f^* = 0.16, A^* = 0.5$	66
Fig. 5.13	$C'_{Lmeasured}$ contour diagram for $f^* = 0.00, A^* = 0.0$	67
Fig. 5.14	$C'_{Lmeasured}$ contour diagram for $f^* = 0.14, A^* = 0.5$	68
Fig. 5.15	$C'_{Lmeasured}$ contour diagram for $f^* = 0.14, A^* = 0.8$	68
Fig. 5.16	$C'_{Lmeasured}$ contour diagram for $f^* = 0.16, A^* = 0.5$	68
Fig. 5.17	C_{add} contour diagram for $f^* = 0.14, A^* = 0.5$	70
Fig. 5.18	C_{add} contour diagram for $f^* = 0.14, A^* = 0.8$	70
Fig. 5.19	C_{add} contour diagram for $f^* = 0.16, A^* = 0.5$	70
Fig. 5.20	C_{damp} contour diagram for $f^* = 0.14, A^* = 0.5$	72
Fig. 5.21	C_{damp} contour diagram for $f^* = 0.14, A^* = 0.8$	72
Fig. 5.22	C_{damp} contour diagram for $f^* = 0.16, A^* = 0.5$	72
Fig. 6.1	$C_{Dmeasured}, a_0, b_0$ value for $165 \leq \theta \leq 180, P^* = 2.0, f^* = 0.14$	82
Fig. 6.2	$C_{Dmeasured}, a_0, b_0$ value for $0 \leq \theta < 15, P^* = 2.0, f^* = 0.14$	82
Fig. 6.3	a_0 value about C_D in θ -axis for $P^* = 2.0, 0 \leq f^* \leq 0.20$	83
Fig. 6.4	a_0 value about C_D in θ -axis for $2.0 \leq P^* \leq 5.0, f^* = 0.14$	84

Fig. 6.5	a_0 and a_1 value about C_D in θ -axis for $P^* = 2.0, f^* = 0.14$	84
Fig. 6.6	a_0 and corrected a_1 value about C_D in θ -axis for $P^* = 2.0, f^* = 0.14$	85
Fig. 6.7	a_0/a_s and a_2 value about C_D in P^* -axis for $0 \leq \theta \leq 180, f^* = 0.14$	86
Fig. 6.8	a_0/a_s and a_2 value about C_D in P^* -axis for $165 \leq \theta \leq 180, f^* = 0.14$	87
Fig. 6.9	a_0/a_s and a_2 value about C_D in P^* -axis for $15 \leq \theta < 45, f^* = 0.14$	87
Fig. 6.10	a_0/a_s and corrected a_2 value1 about C_D	88
Fig. 6.11	a_0/a_s and corrected a_2 value2 about C_D	88
Fig. 6.12	$a_0/2b_0$ and a_3 value about C_D in f^* -axis for $0 \leq \theta \leq 180, P^* = 2.0$	90
Fig. 6.13	$a_0/2b_0$ and a_3 value about C_D in f^* -axis for $90 < \theta < 135, P^* = 2.0$	90
Fig. 6.14	$a_0/2b_0$ and a_3 value about C_D in f^* -axis for $0 \leq \theta < 15, P^* = 2.0$	91
Fig. 6.15	a_0 and a value about C_D in θ -axis for $P^* = 2.0, 0 \leq f^* \leq 0.20$	92
Fig. 6.16	a_0 and a value about C_D in θ -axis for $2.0 \leq P^* \leq 5.0, f^* = 0.14$	92
Fig. 6.17	b_0 value about C_D in θ -axis for $2.0 \leq P^* \leq 5.0$	96
Fig. 6.18	b_0 and b_1 value about C_D in θ -axis for $P^* = 2.0$	96
Fig. 6.19	b_0 and corrected b_1 value about C_D in θ -axis for $P^* = 2.0$	97
Fig. 6.20	b_0/b_s and b_2 value about C_D in P^* -axis for $0 \leq \theta \leq 180$	98
Fig. 6.21	b_0/b_s and b_2 value about C_D in P^* -axis for $37.5 \leq \theta < 165$	98
Fig. 6.22	b_0/b_s and b_2 value about C_D in P^* -axis for $0 \leq \theta < 15$	99
Fig. 6.23	b_0/b_s and corrected b_2 value about C_D in P^* -axis for $0 \leq \theta < 15$	99
Fig. 6.24	b_0 and b value about C_D in θ -axis for $2.0 \leq P^* \leq 5.0$	100
Fig. 6.25	$C_{Dmeasured}, a, b$ value for $165 \leq \theta \leq 180, P^* = 2.0, f^* = 0.14$	103
Fig. 6.26	$C_{Dmeasured}, a, b$ value for $0 \leq \theta < 15, P^* = 2.0, f^* = 0.14$	103
Fig. 6.27	C_{Dmodel} contour diagram for $f^* = 0.00, A^* = 0.0$	104
Fig. 6.28	C_{Dmodel} contour diagram for $f^* = 0.14, A^* = 0.5$	105
Fig. 6.29	C_{Dmodel} contour diagram for $f^* = 0.16, A^* = 0.5$	106
Fig. 6.30	$C_{Lmeasured}, a_0, b_0$ value for $15 \leq \theta < 45, P^* = 2.0, f^* = 0.14$	111
Fig. 6.31	$C_{Lmeasured}, a_0, b_0$ value for $135 \leq \theta < 165, P^* = 2.0, f^* = 0.14$	111
Fig. 6.32	a_0 value about C_L in θ -axis for $P^* \leq 2.0, 0 \leq f^* \leq 0.20$	112
Fig. 6.33	a_0 value about C_L in θ -axis for $2.0 \leq P^* \leq 5.0, f^* = 0.14$	113
Fig. 6.34	a_0 and a_1 value about C_L in θ -axis for $P^* = 2.0, f^* = 0.14$	113
Fig. 6.35	a_0 and a_2 value about C_L in P^* -axis for $0 \leq \theta \leq 180, f^* = 0.14$	114
Fig. 6.36	a_0 and corrected a_2 value about C_L	115
Fig. 6.37	a_0 and corrected a_2 value about C_L	115
Fig. 6.38	a_0 and a_3 value about C_L in f^* -axis for $0 \leq \theta \leq 180, P^* = 2.0$	117
Fig. 6.39	a_0 and a_3 value about C_L in f^* -axis for $135 \leq \theta < 165, P^* = 2.0$	118
Fig. 6.40	a_0 and a_3 value about C_L in f^* -axis for $15 \leq \theta < 45, P^* = 2.0$	118

Fig. 6.41	a_0 and a value about C_L in θ -axis for $P^* = 2.0, 0 \leq f^* \leq 0.20$	119
Fig. 6.42	a_0 and a value about C_L in θ -axis for $2.0 \leq P^* \leq 5.0, f^* = 0.14$	120
Fig. 6.43	b_0 value about C_L in θ -axis for $2.0 \leq P^* \leq 5.0$	123
Fig. 6.44	b_0 and b_1 value about C_L in θ -axis for $P^* = 2.0$	123
Fig. 6.45	b_0 and b_2 value about C_L in P^* -axis for $0 \leq \theta \leq 180$	124
Fig. 6.46	b_0 and corrected b_2 value about C_L in P^* -axis for $165 \leq \theta \leq 180$	125
Fig. 6.47	b_0 and corrected b_2 value about C_L in P^* -axis for $45 \leq \theta \leq 90$	125
Fig. 6.48	b_0 and b value about C_L in θ -axis for $2.0 \leq P^* \leq 5.0$	126
Fig. 6.49	$C_{Lmeasured}, a, b$ value for $15 \leq \theta < 45, P^* = 2.0, f^* = 0.14$	129
Fig. 6.50	$C_{Lmeasured}, a, b$ value for $135 \leq \theta < 165, P^* = 2.0, f^* = 0.14$	129
Fig. 6.51	C_{Lmodel} contour diagram for $f^* = 0.00, A^* = 0.0$	130
Fig. 6.52	C_{Lmodel} contour diagram for $f^* = 0.14, A^* = 0.5$	131
Fig. 6.53	C_{Lmodel} contour diagram for $f^* = 0.16, A^* = 0.5$	132
Fig. 6.54	$C'_{Dmeasured}, a_0, b_0$ value for $165 \leq \theta \leq 180, P^* = 2.0, f^* = 0.14$	137
Fig. 6.55	$C'_{Dmeasured}, a_0, b_0$ value for $15 \leq \theta < 45, P^* = 2.0, f^* = 0.14$	138
Fig. 6.56	$C'_{Lmeasured}, a_0, b_0$ value for $165 \leq \theta \leq 180, P^* = 2.0, f^* = 0.14$	138
Fig. 6.57	$C'_{Lmeasured}, a_0, b_0$ value for $15 \leq \theta < 45, P^* = 2.0, f^* = 0.14$	139
Fig. 6.58	a_0 value about C'_D in θ -axis for $P^* = 2.0, 0 \leq f^* \leq 0.20$	140
Fig. 6.59	a_0 value about C'_D in θ -axis for $2.0 \leq P^* \leq 5.0, f^* = 0.14$	140
Fig. 6.60	a_0 and a_1 value about C'_D in θ -axis for $P^* = 2.0, f^* = 0.14$	141
Fig. 6.61	a_0 value about C'_L in θ -axis for $P^* = 2.0, 0 \leq f^* \leq 0.20$	141
Fig. 6.62	a_0 value about C'_L in θ -axis for $2.0 \leq P^* \leq 5.0, f^* = 0.14$	142
Fig. 6.63	a_0 and a_1 value about C'_L in θ -axis for $P^* = 2.0, f^* = 0.14$	142
Fig. 6.64	a_0/a_s and a_2 value about C'_D in P^* -axis for $0 \leq \theta \leq 180, f^* = 0.14$	144
Fig. 6.65	a_0/a_s and corrected a_2 value about C'_D	144
Fig. 6.66	a_0/a_s and corrected a_2 value about C'_D	145
Fig. 6.67	a_0/a_s and a_2 value about C'_L in P^* -axis for $0 \leq \theta \leq 180, f^* = 0.14$	145
Fig. 6.68	a_0/a_s and corrected a_2 value about C'_L	146
Fig. 6.69	a_0/a_s and corrected a_2 value about C'_L	146
Fig. 6.70	a_0 and a_3 value about C'_D in f^* -axis for $0 \leq \theta \leq 180, P^* = 2.0$	148
Fig. 6.71	a_0 and a_3 value about C'_D in f^* -axis for $165 \leq \theta \leq 180, P^* = 2.0$	148
Fig. 6.72	a_0 and a_3 value about C'_D in f^* -axis for $15 \leq \theta < 45, P^* = 2.0$	149
Fig. 6.73	a_0 and a_3 value about C'_L in f^* -axis for $0 \leq \theta \leq 180, P^* = 2.0$	149
Fig. 6.74	a_0 and a_3 value about C'_L in f^* -axis for $90 \leq \theta \leq 135, P^* = 2.0$	150
Fig. 6.75	a_0 and a_3 value about C'_L in f^* -axis for $165 \leq \theta \leq 180, P^* = 2.0$	150
Fig. 6.76	a_0 and a value about C'_D in θ -axis for $P^* = 2.0, 0 \leq f^* \leq 0.20$	152

Fig. 6.77	a_0 and a value about C'_D in θ -axis for $2.0 \leq P^* \leq 5.0, f^* = 0.14$	152
Fig. 6.78	a_0 and a value about C'_L in θ -axis for $P^* = 2.0, 0 \leq f^* \leq 0.20$	153
Fig. 6.79	a_0 and a value about C'_L in θ -axis for $2.0 \leq P^* \leq 5.0, f^* = 0.14$	153
Fig. 6.80	b_0 value about C'_D in θ -axis for $2.0 \leq P^* \leq 5.0$	154
Fig. 6.81	b_0 value about C'_L in θ -axis for $2.0 \leq P^* \leq 5.0$	155
Fig. 6.82	b_0/b_s and b_2 value about C'_D in P^* -axis for $0 \leq \theta \leq 180$	155
Fig. 6.83	b_0/b_s and b_2 value about C'_L in P^* -axis for $0 \leq \theta \leq 180$	156
Fig. 6.84	$C'_{Dmeasured}, a, b$ value for $135 \leq \theta < 165, P^* = 2.0, f^* = 0.14$	160
Fig. 6.85	$C'_{Dmeasured}, a, b$ value for $15 \leq \theta < 45, P^* = 2.0, f^* = 0.14$	160
Fig. 6.86	$C'_{Lmeasured}, a, b$ value for $165 \leq \theta < 185, P^* = 2.0, f^* = 0.14$	161
Fig. 6.87	$C'_{Lmeasured}, a, b$ value for $15 \leq \theta < 45, P^* = 2.0, f^* = 0.14$	161
Fig. 6.88	C'_{Dmodel} contour diagram for $f^* = 0.14, A^* = 0.5$	162
Fig. 6.89	C'_{Dmodel} contour diagram for $f^* = 0.16, A^* = 0.5$	163
Fig. 6.90	C'_{Lmodel} contour diagram for $f^* = 0.14, A^* = 0.5$	164
Fig. 6.91	C'_{Lmodel} contour diagram for $f^* = 0.16, A^* = 0.5$	165
Table 1.1	Comparison with previous studies.....	21
Table 3.1	Experimental conditions.....	34
Table 3.2	Experimental condition pattern.....	35
Table 4.1	Inertial mass of loadcell	53
Table 4.2	Decide angle	60
Table 6.1	Boundary condition each variable	75
Table 6.2	C_D boundary condition about θ	77
Table 6.3	C_D boundary condition about P^*	77
Table 6.4	C_D boundary condition about f^*	77
Table 6.5	Model coefficient about C_D	101
Table 6.6	C_L boundary condition about θ	107
Table 6.7	C_L boundary condition about P^*	107
Table 6.8	C_L boundary condition about f^*	107
Table 6.9	Model coefficient about C_L	127
Table 6.10	C'_D and C'_L boundary condition about θ	133
Table 6.11	C'_D and C'_L boundary condition about P^*	133
Table 6.12	C'_D and C'_L boundary condition about f^*	133
Table 6.13	Model coefficient about C'_D	157
Table 6.14	Model coefficient about C'_L	157

Symbol	Parameter nomenclature パラメータ	Unit
N	Natural number 自然数	
t	Time 時間, 時刻	[s]
U	Uniform fluid velocity 一様流速度	[m/s]
D	Column diameter カラム直径	[m]
H	Draft 喫水	[m]
ρ	Fluid density 流体密度	[kg/m ³]
Re	Reynolds number レイノルズ数	
Fr	Froude number フルード数	
S_t	Strouhal number ストローハル数	
N	Column number カラム本数	
P	Center-to-center distance カラム中心間距離	[m]
P^*	Dimensionless center-to-center distance カラム中心間距離比	
A	Oscillated amplitude 加振振幅	[m]
A^*	Dimensionless oscillated amplitude 無次元加振振幅	
f	Oscillated frequency 加振振動数	[Hz]

f^*	Dimensionless oscillated frequency 無次元加振振動数	
ω	Angular frequency 加振角周波数	[rad/s]
θ	Relative angle against uniform flow 一様流に対するカラム間角度	[degree]
α	Rotated angle of floating 模型回転角	[degree]
x_d	Dial for impeller rotation angular velocity 回流水槽のインペラ回転数を定めるダイヤル値	
U_d	Uniform fluid velocity at x_d x_d によって定まる回流水槽の平均流速	[m/s]
d_1	Coefficients as slope for formula about U_d and x_d x_d と U_d に関する線形関数の傾きとしての係数	[m/s]
d_2	Coefficients as intercept for formula about U_d and x_d x_d と U_d に関する線形関数の切片としての係数	[m/s]
$F(t)$	Fluid force 流体力	[N]
$V(t)$	Voltage corresponding to fluid force 流体力に対応した計測電圧値	[V]
C_{cali}	Coefficient for formula $V(t)$ and $F(t)$ $V(t)$ と $F(t)$ に関する線形関数の係数	[N/V]
L_{side}	Length of outer flame in floating 浮体模型用フレームの外枠の長さ	[m]
L_{cross}	Length of diagonal flame in floating 浮体模型用フレームの対角線の長さ	[m]
L_{pillar}	Length between pillar point and outer flame 浮体模型用フレームの外枠から柱設置点までの長さ	[m]
L_1	Length condition 1 between pillar point and steel beam 柱設置点から工型鋼までの距離に関する条件長さ1	[m]
L_2	Length condition 2 between pillar point and steel beam 柱設置点から工型鋼までの距離に関する条件長さ2	[m]
t_{fn}	Time when oscillated phase equal 0 each period 加振中に各周期で位相0となるときの各時刻	[s]

t_r	Measured time each valid data 有効解析データごとの計測時間	[s]
T_r	Actual period in each valid data 加振による実際の周期	[s]
x	Axis in the direction along uniform flow 一様流と平行な方向の軸	
y	Axis in the direction orthogonal uniform flow 一様流と直交する方向の軸	
$S(x, y)$	Absolute coordinate system by x and y x と y による絶対座標系	
x'	Axis in the direction of x -axis rotated by α x 軸を反時計回りに偏角 α だけ回転させた軸	
y'	Axis in the direction of y -axis rotated by α y 軸を反時計回りに偏角 α だけ回転させた軸	
$S'(x', y')$	Rotated coordinate system by x' and y' x' と y' による回転座標系	
$F_x(t)$	Fluid force in x -axis at $S(x, y)$ $S(x, y)$ において x 方向に受ける力	[N]
$F_y(t)$	Fluid force in y -axis at $S(x, y)$ $S(x, y)$ において y 方向に受ける力	[N]
$F'_x(t)$	Fluid force in x' -axis at $S'(x', y')$ $S'(x', y')$ において x' 方向に受ける力	[N]
$F'_y(t)$	Fluid force in y' -axis at $S'(x', y')$ $S'(x', y')$ において y' 方向に受ける力	[N]
$F_D(t)$	Fluid drag force in x -axis 流体による抗力	[N]
$F_L(t)$	Fluid lift fluid force in y -axis 流体による揚力	[N]
M_1	Total mass of column, plate, bolt and loadcell カラム, 接続プレート, ボルト, 荷重計を合計した質量	[kg]
M_2	Mass above strain gauge in loadcell 荷重計の歪みゲージより上の質量	[kg]
δ_v	Vertical strain in loadcell by M_2 M_2 による荷重計の鉛直方向歪み	

δ_h	Horizontal strain in loadcell by M_2 M_2 による荷重計の水平方向歪み	
$F_{inertial}(t)$	Inertial force by $(M_2 - M_1)$ $(M_2 - M_1)$ によって発生する慣性力	[N]
$\overline{F_D}$	Mean drag force 平均抗力	[N]
$\overline{F_L}$	Mean lift force 平均揚力	[N]
t_n	Each time in t_r t_r 内の任意の時刻	[s]
C_D	Mean drag force coefficient 平均抗力係数	
C_L	Mean lift force coefficient 平均揚力係数	
F'_D	Fluctuating drag force 変動抗力	[N]
F'_L	Fluctuating lift force 変動揚力	[N]
f_t^*	Dimensionless frequency in DFT about F'_D and F'_L F'_D と F'_L を DFT した際の変数となる無次元周波数	
$E_D(f_t^*)$	Power spectrum in DFT about F'_D F'_D を DFT した際のパワースペクトル関数	[J]
$E_L(f_t^*)$	Power spectrum in DFT about F'_L F'_L を DFT した際のパワースペクトル関数	[J]
f_{tn}^*	Max valid f_t^* about fluctuating fluid 流体による変動成分が十分に含まれる範囲までの f_t^*	
C'_D	Fluctuating drag force coefficient 変動抗力係数	
C'_L	Fluctuating lift force coefficient 変動揚力係数	
F_{add}	Added mass force 付加質量力	[N]
F_{damp}	Damping force 減衰力	[N]

ω_k	Each ω in Fourier series about $F_L(t)$ $F_L(t)$ をフーリエ級数で表したときの任意の各周波数	[rad/s]
α_k	Fourier cosine series about $F_L(t)$ $F_L(t)$ のコサイン・フーリエ級数	
β_k	Fourier sine series about $F_L(t)$ $F_L(t)$ のサイン・フーリエ級数	
ω_n	Focus ω in Fourier series about $F_L(t)$ $F_L(t)$ をフーリエ級数で表したときの特定の各周波数	[rad/s]
I_α	Integral value about $F_L(t) \cos \omega_n$ $F_L(t) \cos \omega_n$ に関する積分値の極限	
I_β	Integral value about $F_L(t) \sin \omega_n$ $F_L(t) \sin \omega_n$ に関する積分値の極限	
C_{add}	Added mass force coefficient 付加質量係数	
C_{damp}	Damping force coefficient 無次元減衰係数	
$C_{Dmeasured}$	Measured mean drag force coefficient 平均抗力係数の計測値	
$C_{Lmeasured}$	Measured mean lift force coefficient 平均揚力係数の計測値	
$C'_{Dmeasured}$	Measured fluctuating drag force coefficient 変動抗力係数の計測値	
$C'_{Lmeasured}$	Measured fluctuating lift force coefficient 変動揚力係数の計測値	
C_{all}	C_D, C_L, C'_D, C'_L の任意の流体力係数	
$F(\theta, P^*, f^*, A^*)$	任意の流体力係数の値を示す関数	
$a_0(\theta, P^*, f^*)$	実測値から定まる A^* の比例係数	
$b_0(\theta, P^*)$	$F(\theta, P^*, 0, 0)$ と等しく、無加振状態での2円筒間の流体力係数	
\tilde{C}_{all}	$a_0(\theta, P^*, f^*)A^* + b_0(\theta, P^*)$ によって定められる C_{all} の近似値	

ϕ	θ, P^*, f^* をそれぞれ変数に持つ独立した関数の集合
$a_1(\theta)$	$a_0(\theta, P^*, f^*)$ の近似値に関して θ に依存する係数
$a_2(P^*)$	$a_0(\theta, P^*, f^*)$ の近似値に関して P^* に依存する係数
$a_3(f^*)$	$a_0(\theta, P^*, f^*)$ の近似値に関して f^* に依存する係数
$b_1(\theta)$	$b_0(\theta, P^*)$ の近似値に関して θ に依存する係数
$b_2(P^*)$	$b_0(\theta, P^*)$ の近似値に関して P^* に依存する係数
\hat{a}_1	$a_0(\theta, P^*, f^*)$ を $a_1(\theta)$ で表す際の係数
\hat{a}_2	$a_0(\theta, P^*, f^*)$ を $a_2(P^*)$ で表す際の係数
\hat{a}_3	$a_0(\theta, P^*, f^*)$ を $a_3(f^*)$ で表す際の係数
\hat{b}_1	$b_0(\theta, P^*)$ を $b_1(\theta)$ で表す際の係数
\hat{b}_2	$b_0(\theta, P^*)$ を $b_2(P^*)$ で表す際の係数
$a(\theta, P^*, f^*)$	$\hat{a}_1 a_1(\theta) \times \hat{a}_2 a_2(P^*) \times \hat{a}_3 a_3(f^*)$ で定まる $a_0(\theta, P^*, f^*)$ の近似値
\hat{a}	$\hat{a}_1, \hat{a}_2, \hat{a}_3$ の積
$b(\theta, P^*)$	$\hat{b}_1 b_1(\theta) \times \hat{b}_2 b_2(P^*)$ で定まる $b_0(\theta, P^*)$ の近似値
\hat{b}	\hat{b}_1, \hat{b}_2 の積
C_{model}	$\hat{a}\{a_1(\theta) a_2(P^*) a_3(f^*)\}A^* + \hat{b}\{b_1(\theta) b_2(P^*)\}$ で定まる C_{all} の近似値
$a_s(f^*)$	$P^* \rightarrow \infty$ での $a_0(\theta, P^*, f^*)$ の近似値, かつ単一円筒での A^* に対する傾き

b_s	$P^* \rightarrow \infty$ での $b_0(\theta, P^*)$ の近似値, かつ単一円筒での無加振時の流体力係数
Q_m	固定2円筒間の流れの分類に準じた角度区間($m = 1, 2, \dots, 6$)
$a'_2(P^*)$	$a_0(\theta, P^*, f^*)$ の Q_m ごとの θ に関する線形近似直線に対する P^* 依存倍率
$a'_3(f^*)$	$a_0(\theta, P^*, f^*)$ の Q_m ごとの θ に関する線形近似直線に対する f^* 依存倍率
p_{1m}	$a_0(\theta, P^*, f^*)$ の Q_m ごとの θ に関する線形近似直線の傾き
q_{1m}	$a_0(\theta, P^*, f^*)$ の Q_m ごとの θ に関する線形近似直線の切片
P_c^*	P^* の基準値となる値で $P_c^* = 2.0$
f_c^*	f^* の基準値となる値で $f_c^* = 0.14$
p_{2m}	$a_0(\theta, P^*, f^*)$ を Q_m ごとの P^* の関数で表す際の係数の一つ
q_{2m}	$a_0(\theta, P^*, f^*)$ を Q_m ごとの P^* の関数で表す際の係数の一つ
$r_{2m}(\theta, f^*)$	$a_0(\theta, P^*, f^*)$ を Q_m ごとの P^* の関数で表す際の係数の一つ
$p'_{2m}(\theta, f^*)$	$a_0(\theta, P^*, f^*)$ を Q_m ごとの P^* の関数で表す際の係数の一つ
$q'_{2m}(\theta, f^*)$	$a_0(\theta, P^*, f^*)$ を Q_m ごとの P^* の関数で表す際の係数の一つ
$p''_{2m}(\theta)$	$a_0(\theta, P^*, f^*)$ を Q_m ごとの P^* の関数で表す際の係数の一つ
$q''_{2m}(\theta)$	$a_0(\theta, P^*, f^*)$ を Q_m ごとの P^* の関数で表す際の係数の一つ
p_{3m}	$a_0(\theta, P^*, f^*)$ を Q_m ごとの f^* の関数で表す際の係数の一つ
q_{3m}	$a_0(\theta, P^*, f^*)$ を Q_m ごとの f^* の関数で表す際の係数の一つ

$r_{3m}(\theta, P^*)$	$a_0(\theta, P^*, f^*)$ を Q_m ごとの f^* の関数で表す際の係数の一つ
$p'_{3m}(\theta, P^*)$	$a_0(\theta, P^*, f^*)$ を Q_m ごとの f^* の関数で表す際の係数の一つ
$q'_{3m}(\theta, P^*)$	$a_0(\theta, P^*, f^*)$ を Q_m ごとの f^* の関数で表す際の係数の一つ
$p''_{3m}(\theta)$	$a_0(\theta, P^*, f^*)$ を Q_m ごとの f^* の関数で表す際の係数の一つ
$q''_{3m}(\theta)$	$a_0(\theta, P^*, f^*)$ を Q_m ごとの f^* の関数で表す際の係数の一つ
$b'_2(P^*)$	$b_0(\theta, P^*)$ の Q_m ごとの θ に関する線形近似直線に対する P^* 依存倍率
p_{4m}	$b_0(\theta, P^*)$ の Q_m ごとの θ に関する線形近似直線の傾き
q_{4m}	$b_0(\theta, P^*)$ の Q_m ごとの θ に関する線形近似直線の切片
p_{5m}	$b_0(\theta, P^*)$ を Q_m ごとの P^* の関数で表す際の係数の一つ
q_{5m}	$b_0(\theta, P^*)$ を Q_m ごとの P^* の関数で表す際の係数の一つ
$r_{5m}(\theta)$	$b_0(\theta, P^*)$ を Q_m ごとの P^* の関数で表す際の係数の一つ
$p'_{5m}(\theta)$	$b_0(\theta, P^*)$ を Q_m ごとの P^* の関数で表す際の係数の一つ
$q'_{5m}(\theta)$	$b_0(\theta, P^*)$ を Q_m ごとの P^* の関数で表す際の係数の一つ
C_{Dmodel}	C_D に対応した $\hat{a}\{a_1(\theta) a_2(P^*) a_3(f^*)\}A^* + \hat{b}\{b_1(\theta) b_2(P^*)\}$ で定まる C_D のモデル値
C_{Lmodel}	C_L に対応した $\hat{a}\{a_1(\theta) a_2(P^*) a_3(f^*)\}A^* + \hat{b}\{b_1(\theta) b_2(P^*)\}$ で定まる C_L のモデル値
C'_{Dmodel}	C'_D に対応した $\hat{a}\{a_1(\theta) a_2(P^*) a_3(f^*)\}A^* + \hat{b}\{b_1(\theta) b_2(P^*)\}$ で定まる C'_D のモデル値
C'_{Lmodel}	C'_L に対応した $\hat{a}\{a_1(\theta) a_2(P^*) a_3(f^*)\}A^* + \hat{b}\{b_1(\theta) b_2(P^*)\}$ で定まる C'_L のモデル値

1. 序章

1.1. 世界と日本のエネルギー事情

地球温暖化対策として、脱炭素社会に向けての取り組みがかつてないほどの規模で進められている。特に 2015 年 12 月に開催された第 21 回国連気候変動枠組条約締約国会議 (COP21) において、「2020 年以降の温室効果ガス排出削減等のための新たな国際枠組み」として採択されたパリ協定に基づき、各国の国家レベルの組織だけでなく民間でも温室効果ガスの削減に向けた様々な取り組みが行われてきている [1]。

Fig. 1.1 に世界のエネルギー消費量の推移を示す。まだまだ化石燃料への依存度は高い一方で、ここ数年で再生可能エネルギーの比率が少しずつ増えてきているのがわかる。また Fig. 1.2 には日本のエネルギー消費量の推移を示す。同様に化石燃料への依存度が高い一方で、水力を含む再生可能エネルギーが10%以上を担っているのがわかる。そしてこの再生可能エネルギーの中でも、日本の強みである経済水域を有効に活用できる洋上風力発電に注目が集まっている。

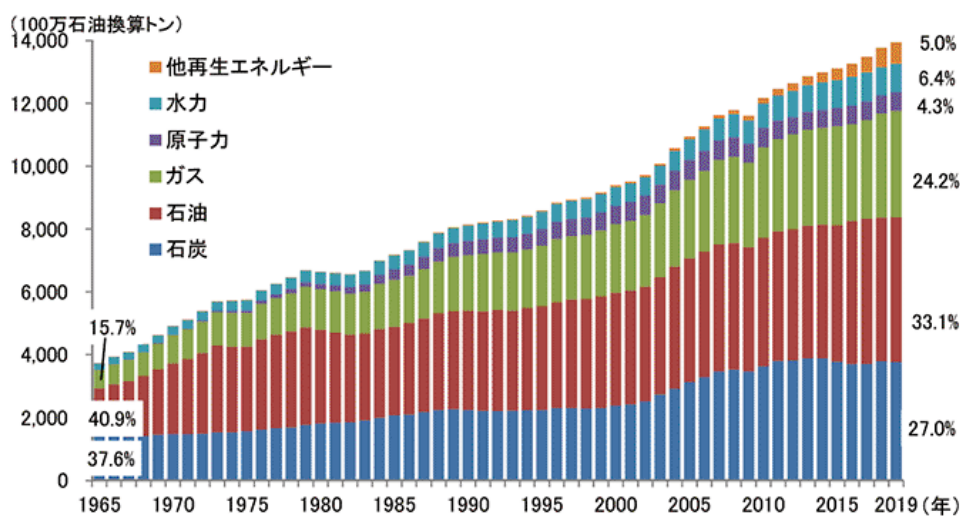


Fig. 1.1 World primary energy consumption [1]

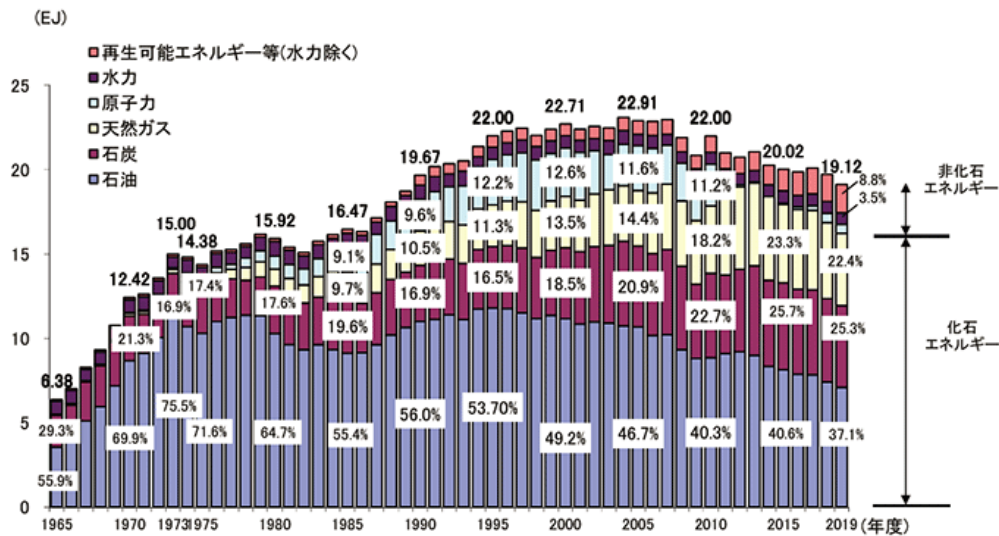


Fig. 1.2 National primary energy consumption [1]

1.2. 洋上風力発電

洋上風力発電には大きく分けて着底式と浮体式の2種類存在し、着底式は海底に支柱を固定するもので浮体式は海底に係留索のみを固定させるものである。いずれも日本の広大な経済水域を有効利用できるエネルギー源であるが、遠浅の海が少ない日本では浮体式の方が相性がよく、既の実証実験も行われ始めている。

浮体式洋上風力発電をプラットフォームとして使用する場合に課題となるのが長期間の運用による設備の疲労である。海底に係留索のみを固定するという設置方法を取るため、特に海流・潮流による振動性疲労は避けられない。しかし、この振動をある程度抑制できればリスク軽減とメンテナンスコスト削減に繋がる。

1.3. VIV と VIM

流れによって構造物からはカルマン渦と呼ばれる一対の対称形の渦が構造物の後方に発生する。この渦放出により構造物に振動現象が生じる場合がある。そして構造物ごとに振動が生じるメカニズムが異なり、そのメカニズムによって振動は Vortex-Induced Vibration(VIV)もしくは Vortex-Induced Motion(VIM)に分けられる。

2つの現象のどちらが生じるかは主にアスペクト比によって定まる。アスペクト比が大きい構造物であるライザー管や吊り橋などは、渦放出によって生じた振動が構造物そのものの復元力により強められ、大きな振動現象を引き起こす。これを VIV と呼ぶ。また生じる流れとしては構造物が十分に細長いため、疑似的に2次元で考えることができる。一方で、

アスペクト比の小さい海上構造物などは、それ自体は渦放出によってほとんど動かないが、それに付随した係留索などが振動し、それによって構造物にも同様の振動現象が引き起こされる。これを VIM と呼ぶ。また構造物の端部が流れに影響を及ぼすため、流れを 3次元で考える必要がある。VIV は構造物そのものが振動しているため、構造物自体の疲労破壊などが危険性として懸念されている。一方で VIM は係留索など付随物への負担が懸念されている^[2]。そして浮体式洋上風車の没水部に用いられる構造物はアスペクト比が小さく、VIM による振動を考慮する必要がある。

1.4. 研究背景および目的

VIV や VIM に関する研究はこれまでも多く行われている。Zhou and Alam [3] は高 AR (Aspect ratio) の 2円筒を極座標上の様々な位置で固定し、得られた流体力から特徴的な流体现象を導いていた。豊田 [4] は低 AR の正方形配置 4円筒を用いて水流と直交方向になる強制加振実験を行い、得られた係数を用いて VIM の安定領域をシミュレーションにより再現していた。Goncalves [5] は 4円筒または 4角柱からなる浮体に様々な流速の一樣流を当てて、VIM を模擬し換算流速と VIM の振幅の関係性を調べた。今井 [6] は高 AR の固定された 2円筒の流体力から固定された複数円筒の流体力の推定を試みる流体力モデルを構築し、補正込みでこれを可能としている。このように多くの固定・振動実験やカラムの状態に関する推定が行われている。一方で、いずれもカラムの本数、アスペクト比、振動状態、一樣流に対する角度など、浮体形状や拘束条件が限定的であるという課題がある。実際に VIM が問題となる状況を考えると、これらの条件は限定的でないことが望ましい。

そこで本研究では、様々な配置で振動する低 AR の 2円筒に関して流体力のデータベースを作成し、さらに振動する 2円筒の流体力を推定するモデルを作成することを目的とする。Table 1.1 には先行研究で対象としていた各種条件および本研究で対象とする各種条件をまとめた。

Table 1.1 Comparison with previous studies

	Column	Aspect ratio	Oscillation/fixed	Angle
Zhou and Alam [3]	2	6.12	Fixed	All
Toyoda [4]	4	1.5	Forced oscillation	Limited
Goncalves [5]	4	1.5	Free oscillation	Limited
Imai [6]	4	6.12	Fixed	All
This study	2	1.5	Forced oscillation	All

2. 2円筒配置の流体力に関して

2.1. 本章の概要

円柱を用いた流体実験は数多く行われており、これは円柱が最も基本的な構造物でありかつ流体の干渉を確認しやすいためである。特に2円筒の干渉を取り扱った研究は多く、円筒同士の位置関係ごとに流れ場が詳細にまとめられている。モデル化に際し、2円筒の流れ場や流体现象を考慮するため、前提知識としてここで紹介する。

2円筒実験の場合、平均抗力係数 C_D 、平均揚力係数 C_L 、変動抗力係数 C'_D 、変動揚力係数 C'_L が、カラム間中心間距離を P [m]、カラム直径を D [m] としたピッチ比 P/D と一様流に対するカラム間角度 θ [degree] を用いて、Fig. 2.1 のような P/D と θ ごとの位置関係で表されているものが多い。2円筒では特に $\theta = 0$ で tandem 配置、 $\theta = 90$ で side-by-side 配置、それ以外の角度で staggered 配置と分類されており、流れ場だけでなく、一様流方向の力である抗力、一様流と直交方向に働く揚力、ストローハル数などが主にまとめられている。以下に区分ごとに特徴的な流体现象をまとめる。

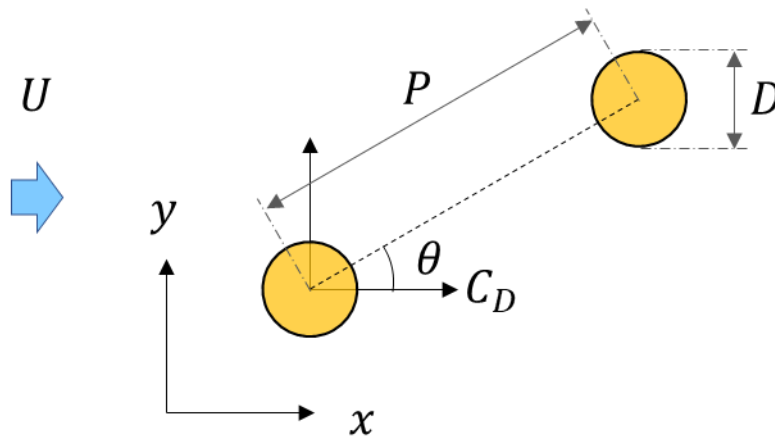


Fig. 2.1 Schematic diagram of two circular cylinders

2.2. tandem 配置

$\theta = 0$ の場合が tandem 配置である。tandem 配置に特徴的なのは y 方向の対称性から C_L がほぼ 0 となることである。また下流円筒が上流円筒の後流域に完全に入り込むので、特に下流円筒は非常に大きな干渉を受けることとなる。Zdravkovich [7] の分類では、 $1 < P/D < 1.2 \sim 1.8$ で single bluff body と呼ばれるパターン、 $1.2 \sim 1.8 < P/D < 3.4 \sim 3.8$ で reattachment と呼ばれるパターン、 $3.4 \sim 3.8 < P/D$ で co-shedding と呼ばれるパターンに分けられる。 Re 数(レイノルズ数)やアスペクト比に応じてパターン境界の P/D は変化するが、概ねこの分類に準じた値となる。

2.2.1. extended-body

Fig. 2.2(a) に extended-body の様子を示す。 P/D が非常に小さいため、2円筒が一つの構造物のように挙動する。上流円筒からのせん断流が下流円筒を包み込むようにして剥離するため、上流円筒からの渦形成は起こらず、後流域は単一円筒と比べて細長くなる。円筒間は細かい振動流を有していることがあるが、ほぼ定常な流れである。

2.2.2. reattachment

Fig. 2.2(b) に reattachment の様子を示す。shear layer reattachment behavior とも呼ばれる。上流円筒からのせん断流が下流円筒を囲えるほど P/D は小さくないため、せん断流は下流円筒に再付着する。 P/D によって、せん断流が交互に再付着、連続的に再付着したりする。

$P/D = 2 \sim 3$ の場合、せん断層の再付着が下流円筒の下流側で起こり、このため、下流側円筒での境界層の発達・分離が阻害され、下流側円筒の後方に形成されるカルマン渦は比較的弱く小さい。 $P/D = 3 \sim 5$ では、下流円筒の上流側で再付着が起こり、下流側で形成される場合に比べ形成されるカルマン渦は強くなる。

2.2.3. co-shedding

Fig. 2.2(c) に co-shedding の様子を示す。vortex shedding from both cylinders とも呼ばれる。下流円筒が上流円筒の渦形成領域の外側に位置しているため、上流円筒からの周期的なカルマン渦が下流円筒に衝突する。また上流せん断流により下流円筒の剥離が励起されるため、両円筒の渦形成は同期的になる。上流からの渦が下流円筒の周りを流れる際に大きく歪むため、下流円筒から流出するカルマン渦は大きくなり、エネルギーが散逸することで崩壊しやすくなる。shear layer から co-shedding への遷移に明確な閾値はなく、二状態の間を行き来しあう bi-stable と呼ばれる状態になる。

2.3. side-by-side 配置

$\theta = 90$ の場合が side-by-side 配置である。Sumner [8]の分類では $1 < P/D < 1.1\sim 1.2$ で single-bluff-body と呼ばれるパターン behavior, $1.1\sim 1.2 < P/D < 2\sim 2.2$ で biased flow pattern と呼ばれるパターン, $2\sim 2.2 < P/D$ では parallel vortex streets と呼ばれるパターンに分けられる。

2.3.1. single bluff body

Fig. 2.3(a)に single bluff body の様子を示す。2円筒の両端からそれぞれ流れが剥離し、単一の渦列を形成する。 P/D が非常に小さいため、円筒間の内側からはせん断層は発生しない代わりに弱い gap flow が存在する。gap flow は P/D の少しの違いでいずれかの円筒の後流域に向かって偏向したり、流れ方向に平行に流れたりする。偏向方向は不規則に切り替わることがある。

2.3.2. biased flow

Fig. 2.3(b)に biased flow の様子を示す。円筒間を通る gap flow がいずれかの円筒の後流域に向かって偏向する。この偏向方向は single bluff body 同様に不規則に切り替わることがある。gap flow が偏向している側の円筒は渦放出周波数は上がり、後流域はより狭く、抗力は大きくなる。もう一方では渦放出周波数は下がり、後流域は広く、抗力係数は小さくなる。これは四角柱や平板でも同様の傾向がみられる。

2.3.3. parallel vortex streets

Fig. 2.3(c)に parallel vortex streets の様子を示す。流れに対称性が戻り、両円筒から同周期の渦が放出されるようになる。渦の放出には逆位相のモード(Fig. 2.4(a))と同位相のモード(Fig. 2.4(b))が存在する。断続的に両モードに切り替わるが、同位相モードは不安定なため、逆位相モードが支配的である。Alam et al. [9]によると P/D が増加するに従い、逆位相モードは徐々に優位性を失うこととなる。また互いの後流域影響がなくなるため、 C_D は単一円筒時の値に近づき、 C_L は左右の揚力が等しくなることで0に近づく。

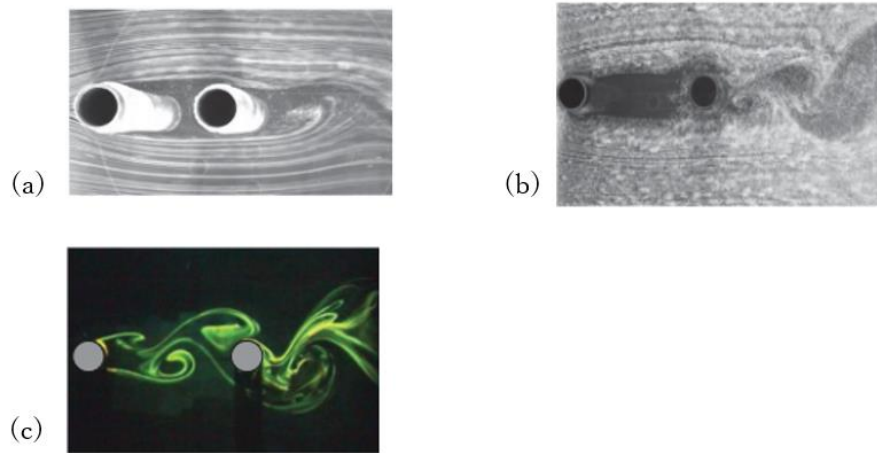


Fig. 2.2 Flow structures at tandem configuration [10]
 (a) Extended-body: (b) Reattachment: (c) Co-shedding

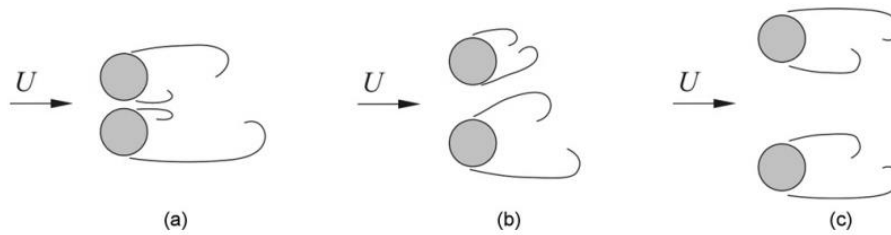


Fig. 2.3 Flow patterns for two side-by-side circular cylinders [8]
 (a) Single bluff body: (b) Biased flow: (c) Parallel vortex streets.

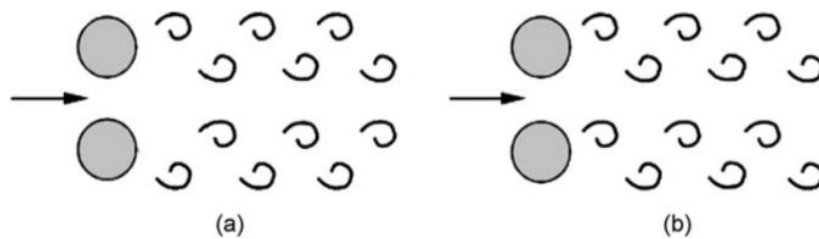


Fig. 2.4 Vortex street synchronization for two side-by-side circular cylinders [8]
 (a) Anti-phase and (b) In-phase

2.4. staggered 配置

2.4.1. staggered 配置での流れの分類

$\theta = 0, 90$ 以外の領域が該当する。 P/D と θ ごとに細かな流れの分類が存在する。 Zhou and Alam [3]は円筒から放出される渦列とそれが下流域に流れた際の流れ方により $Re = 7.0 \times 10^3$ の条件で分類を行っている。 また、 Sumner et al. [11]は $Re = 850 \sim 1900$ で同様に staggered 配置についてまとめている。 以下には Zhou and Alam [3]による分類 S-I, S-II, T-I, T-II の4つのモードを Fig. 2.5 に示す。

(I)モード S-I

後流域に単一の渦列が広がり、また渦列同士は後流の中心線に対して対称である。 このモードは渦の強さに大きなばらつきがあるため、さらに S-Ia と S-Ib の2つの異なるタイプに分けられる。

- ・モード S-Ia ($P/D \leq 1.2, \theta = 0 \sim 90$ or $P/D \leq 1.5, \theta \leq 20$)

Fig. 2.5(b)に示す領域である。 single bluff body に該当する。 両円筒の端から剥離したせん断層が一つの渦列を形成している。

- ・モード S-Ib ($P/D > 1.5, \theta \leq 10$)

Fig. 2.5(c)に示す領域である。 上流側の円筒から剥離したせん断層が下流側の円筒に到達する前に渦が形成される。

(II)モード S-II

Fig. 2.5(d)に示す領域である。 上流側円筒は narrow wake と呼ばれる狭い後流域を形成し、下流側円筒は wide wake と呼ばれる広い後流域を形成する。 また上流側の渦は下流側の渦に比べて渦放出周波数が大きい。 両円筒から出た渦は $5 \sim 7.5D$ 程度進むと合流し、 $10D$ 程度まで行くと1つの渦列になる。 このとき渦の周波数は下流側円筒のものに依存する。

(III)モード T-I

Fig. 2.5(e)に示す領域である。 下流側の渦は、上流側の渦に比べてより強度が高く、長く残り続けることとなる。 モード S-II と比較して、両渦列間の相互作用が少ないため $10D$ を超えても両渦が存在し続ける。

(IV)モード T-II

Fig. 2.5(f)に示す領域である。 $P/D \geq 2.5, \theta \geq 88$ では single cylinder と同じ渦放出周波数を持つ2つの渦列が形成されるようになる。

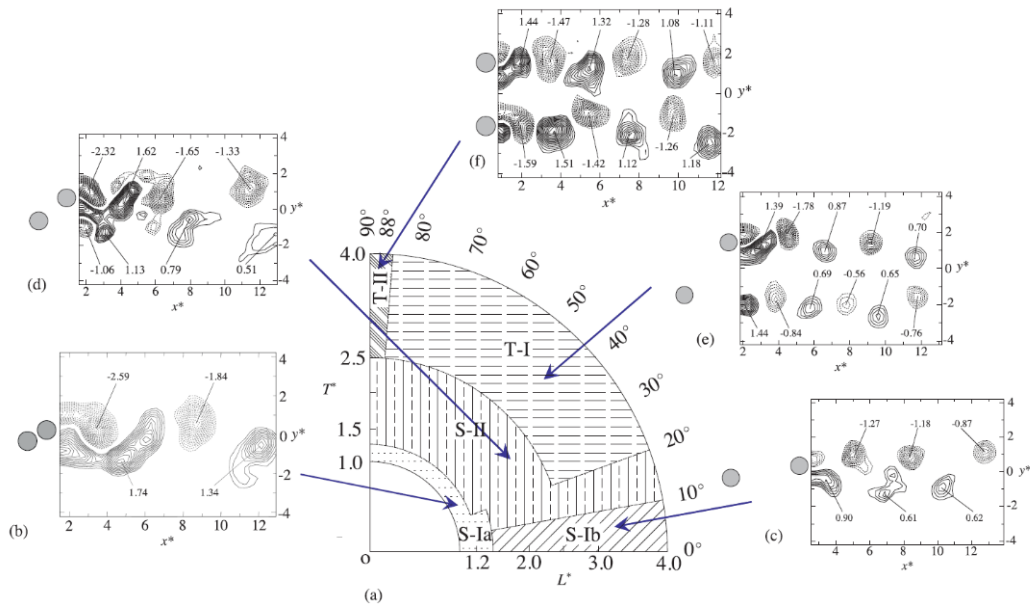


Fig. 2.5 Dependence of flow structure on P/D and θ of two circular cylinder [12]

2.4.2. inner lift peak と outer lift peak

staggered 配置で特徴的な流体现象が inner lift peak と outer lift peak である。これらはともに揚力方向の強い圧力変化を引き起こす現象で、staggered 配置特有のものである。

inner lift peak は $\theta = 10, P/D = 1.8 \sim 2.1$ 付近で強い負の揚力が発生する現象およびその領域である。上流円筒から分離したせん断層が gap flow となって下流円筒との間を通過し、下流円筒の内側面に大きな圧力低下が生じ、強い負の揚力となる。また、gap flow の存在により淀み点が外側にずれることで外側の圧力が上昇することも要因の一つである [13]。Fig. 2.6 に Zdravkovich and Priden [14] による現象のモデルを示す。 θ を 0 に近づけていくと、せん断層は下流円筒に再付着するが、gap flow は一様流側を通過して抜けていくため、inner lift peak は消滅することとなる [10][14]。gap flow を由来としているため変動成分は小さい。

outer lift peak は $\theta = 25, P/D = 3.5$ 付近で強い負の揚力が発生する現象およびその領域である。一様流が gap flow となって円筒間を通過することで下流円筒の淀み点が外側(一様流側かつ下流側)にずれることにより下流円筒の外側面で圧力が上昇するとともに、下流円筒の内側から剥離した渦と上流円筒の内側から剥離した渦が結合し、下流円筒の内側面に沿った流速が増加することにより下流円筒の内側面で圧力が低下することにより、強い負の揚力となる。Fig. 2.7 に Zdravkovich and Priden [14] による現象のモデルを示す。渦放出を由来としているため、変動成分は大きい。同様に θ が小さすぎると上流円筒の内側のせん断層が下流円筒の内側を通らず、outer lift peak は生じない。

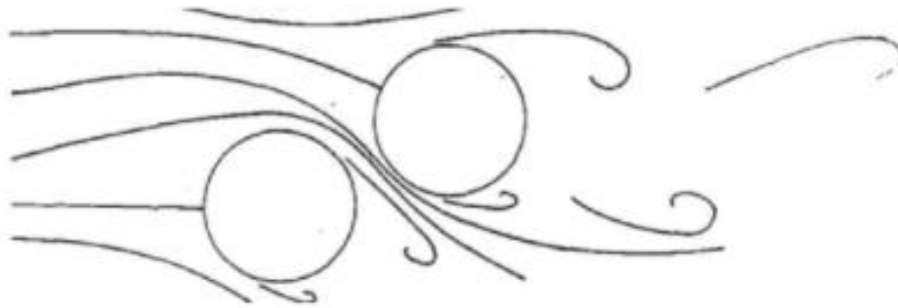


Fig. 2.6 Inner lift peak model by Zdravkovich and Pridden [14]



Fig. 2.7 Outer lift peak model by Zdravkovich and Pridden [14]

2.5. 任意配置円筒の流体力

2.5.1. 固定された任意配置円筒の流体力係数

Fig. 2.8, Fig. 2.9, Fig. 2.10, Fig. 2.11 に Zhou and Alam [3] がまとめた θ と P^* に関する流体力係数のコンター図を示す. 2.2, 2.3, 2.4 で説明した流体力が視覚的にまとめられており, 本研究の実験結果との比較に用いる.

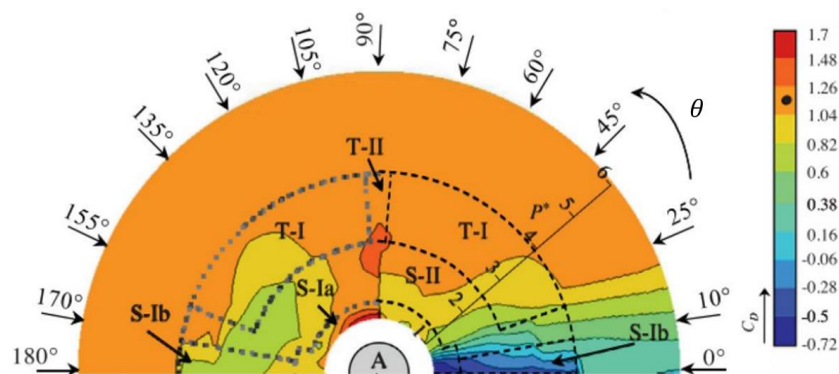


Fig. 2.8 Mean drag coefficient C_D contour diagram (Zhou and Alam [3])

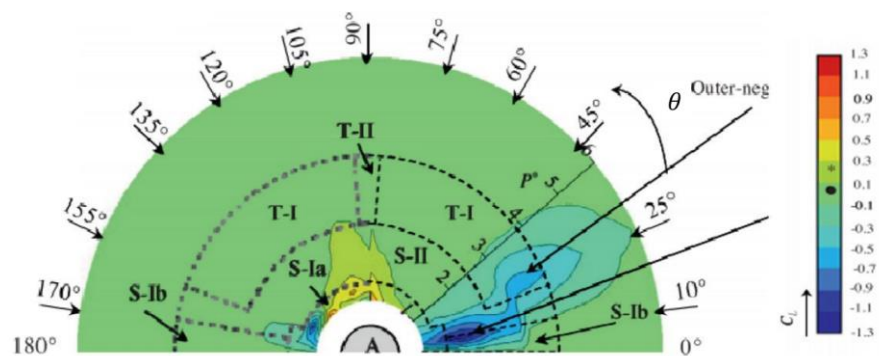


Fig. 2.9 Mean lift coefficient C_L contour diagram (Zhou and Alam [3])

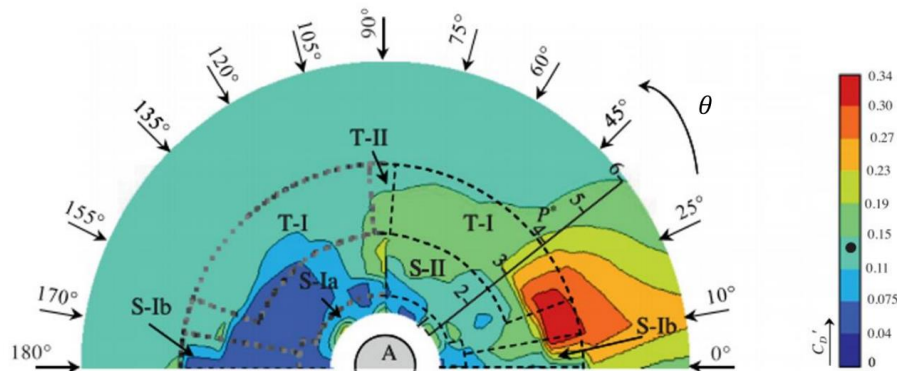


Fig. 2.10 Fluctuating (RMS) drag coefficient C_D' contour diagram (Zhou and Alam [3])

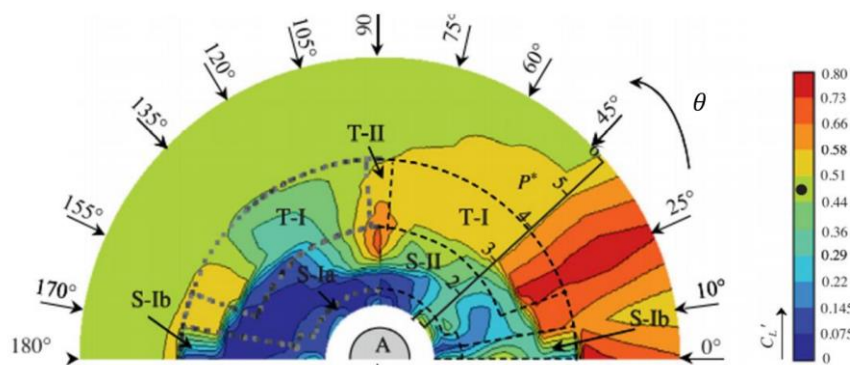


Fig. 2.11 Fluctuating (RMS) lift coefficient C_L' contour diagram (Zhou and Alam [3])

2.5.2. 今井のモデル

本研究で流体力モデルを構築するにあたり、今井 [6]が行ったモデル化について紹介し、現時点でのモデル化に関する知見と課題を改めて確認する。

今井は、Fig. 2.8, Fig. 2.9, Fig. 2.10, Fig. 2.11 に示された Zhou and Alam [3]による高AR 2円筒間の流体力データベースを用いて、円柱の配置や流れの流入角度等が自由に設定可能な複数円筒の流体力を推定するモデルを構築している。そしてモデルにより実験や数値シミュレーションと比較して簡便に、非常に短い時間で各円柱の流体力係数を求めるということを目指した。対象とした流体力は上記に示した通り、平均抗力係数、平均揚力係数、変動抗力係数、変動揚力係数である。

今井はまず円筒実験に関して、2円筒は網羅的な実験が行われているものが多く、様々な位置関係での流体力がまとめられていることに着目した。さらに Fig. 2.12 のように複数円筒を対象としたときに、ある一つの円筒に注目するとその円筒が受ける流体力は他の円筒

からの干渉を何らかの形でモデル化することで推定できると考えた。そして 2円筒では様々な位置関係での流体力データベースが存在することから、注目している円筒と他のいずれかの円筒の 2円筒間の位置関係で生じている流体力 $C_{database_i}$ から単一円筒時の流体力 C_{single} を差し引いた値を影響度 E_i と定め、これを注目円筒以外の円筒すべてで考え、最大影響円柱モデル $model_{max}$ および重ね合わせモデル $model_{add}$ の2種のモデル化に用いた。また今井は Zhou and Alam [3]のデータベースから得られた E_i によるモデル化を他の実験結果にも適用するため、適用先の実験結果のうち単一円筒時の値を C_{target_single} と定め、 $model_{max}, model_{add}$ をそれぞれ

$$model_{max} = \max(E_i) + C_{target_single} \quad (2.1)$$

$$model_{add} = \sum E_i + C_{target_single} \quad (2.2)$$

のように定義した。

また今井は上述した inner lift peak などの流体现象が 2円筒配置と 4円筒配置では異なる挙動ないしは領域で出現するとして、補正が必要と考えた。そこで、Sayers [15]の高 AR 4円筒の実験結果を補正用データとしてモデルを補正した。Fig. 2.13 には Sayers [15]の実験結果、補正をする前のモデル値、補正をした後のモデル値がプロットされている。

このようにしてモデル化を行った今井は、平均抗力係数、平均揚力係数に関してはモデルにより 3本及び 4本の円柱配置で実験値に概ね合致する値を推定することに成功している。また、低 AR 円筒の条件では平均揚力係数のみ概ね合致する値を推定することに成功している。一方で変動抗力係数、変動揚力係数についてはモデルの性能が悪く、特に低 AR 円筒に適用した際は実験値から大きく外れる結果となった。今井は「変動抗力係数、変動揚力係数が端部影響等の影響を受け易いことが原因である」と考え、一方で低 AR 円筒は十分な 2円筒データベースが存在しないことから、それ以上のモデル化は行うことができなかった。また実際の低 AR 構造物における VIM などが問題となる領域でモデルを運用するためには、振動状態の考慮も必要となる。

そこで本研究では、低 AR 2円筒の固定状態のデータベースだけでなく、振動状態のデータベースも作成し、振動状態も考慮したモデル化を試みることで、実際の振動現象により近い推定を行うことを目指す。

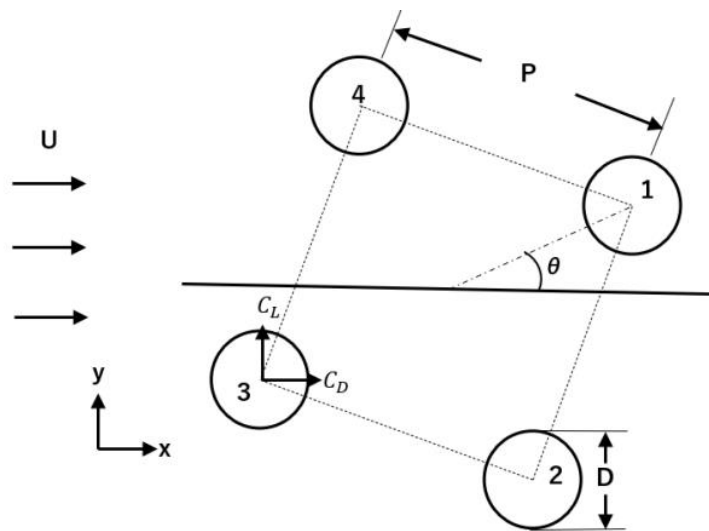


Fig. 2.12 Schematic diagram of four equispaced circular cylinders by Imai [6]

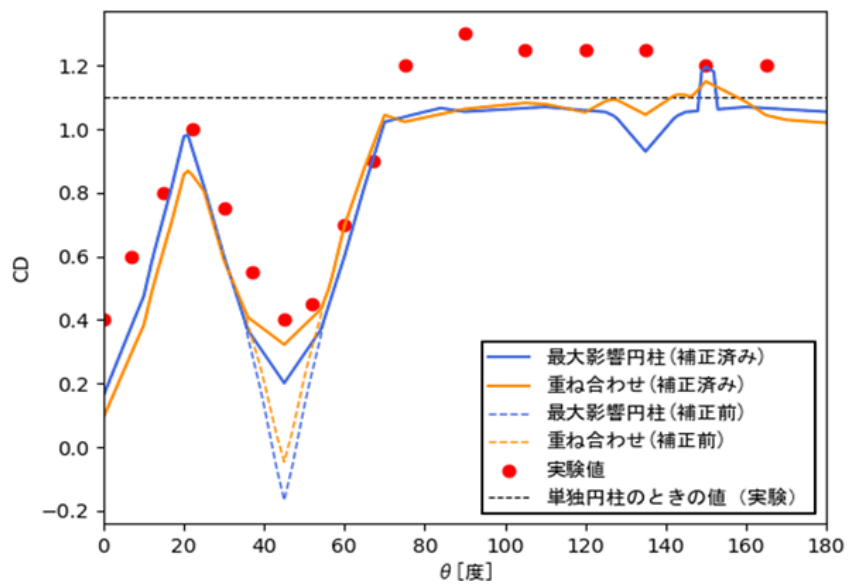


Fig. 2.13 Fluid force model by Imai [6]

3. 強制加振実験

3.1. 実験概要

本章では、低 AR 円筒に関する流体力モデルを作成する際に使用する流体力データベースを得るために行った実験について説明する。

回流水槽による一様流中で、開放水面を含む水中に設置された複数カラム型浮体を一様流の直交方向に強制加振させ、各カラムに作用する流体力を得た。豊田 [4]でも同じ同形式の実験が行われているため、本実験では一様流速度 U [m/s]、カラム直径 D [m]、水没部のカラムアスペクト比 H/D [-]が豊田と同一となるよう設定した。豊田との違いは、豊田では複数カラム型浮体のカラム本数が $N = 1,4$ のみ、かつ一様流に対する複数カラム型浮体の迎角が一方向のみに固定して加振されていたのに対し、本実験では $N = 1,2,4$ 、かつ一様流に対する複数カラム型浮体の円筒間角度を変更して加振できるという点にある。ただし、円筒間角度は変更した上で複数カラム型浮体は固定されるので、加振中に回転運動するわけではない。また $N = 4$ については、実験が可能であることを確認しただけで、本研究で解析結果を用いることはしない。パラメータの詳細は次節にて説明する。

3.2. 実験条件

本研究で実施された強制加振実験でのパラメータ，および代表的な既往研究でのパラメータを Table 3.1 にまとめた．次項にて固定されたパラメータと可変なパラメータとに分けて詳細に説明する．

Table 3.1 Experimental conditions

Symbol	Parameter	Toyoda [4]	This study	Unit
U	Fluid velocity	0.21	0.21	m/s
D	Diameter	0.125	0.125	m
H/D	Aspect ratio	1.5	1.5	—
Re	Reynolds number	26250	26250	—
Fr	Froude number	0.12	0.12	—
N	Column number	1,4	1,2,4	—
$P^* = P/D$	Dimensionless center-to-center distance	2.0 – 5.0	2.0 – 5.0	—
$A^* = A/D$	Dimensionless amplitude	0.05 – 1.6	0.1 – 1.0	—
$f^* = fD/U$	Dimensionless frequency	0.06 – 0.35	0.06 – 0.20	—
θ	Angle	—	0 – 360	degree

3.2.1. 一様流，カラム直径，アスペクト比(固定パラメータ)

一様流速を $U = 0.21$ [m/s]，カラム直径を $D = 0.125$ [m]，水没部のカラムアスペクト比を $H/D = 1.5$ [—]として実験を行った．またそれによりレイノルズ数 $Re = 22650$ [—]，フルード数 $Fr = 0.12$ [—]となる．

3.2.2. カラム本数および中心間距離(可変パラメータ)

カラム本数を $N = 1,2,4$ [—]として実験を行った．またカラム中心間距離比を $P^* = 2.0, 2.5, 3.0, 4.0, 5.0$ [—]として実験を行った．これらのパラメータは互いに網羅的ではなく，後述する A^*, f^*, θ と合わせて，一部のパラメータを重点的に変えて実験を行っている．また豊田 [4]の実験では $P^* < 2.0$ での実験も行われているが， $P^* < 2.0$ を満たす複数カラム型の構造物はほとんど存在せず，流体力データベースおよび流体力モデルとしての意義があまり無いため，今回の実験では取り扱っていない．

3.2.3. 加振振動数および振幅(可変パラメータ)

無次元加振振幅 $A^* = 0.1, 0.3, 0.5, 0.6, 0.8, 1.0$ [-], 無次元加振振動数 $f^* = 0.06, 0.08, \dots, 0.20$ [-]として実験を行った. 豊田 [4]は無次元加振振幅を $0.05 \leq A^* \leq 1.6$, 無次元加振振動数を $0.06 \leq f^* \leq 0.35$ の範囲で設定している. これは VIM による振動の安定領域を包括し, かつ VIM 挙動シミュレーションを行うために, 付加質量係数および減衰係数に関して網羅的な数値を得る必要があったためである. 本研究ではシミュレーション自体は行わず, また豊田の結果から概ね振動が安定する領域が推定されているため, その範囲を包括する上記の A^* と f^* に絞って実験を行った. また上記の可変範囲が強制加振装置の許容モーメントを超過しないことを確認した.

3.2.4. 円筒間角度(可変パラメータ)

一様流に対する複数カラム型浮体の円筒間角度を $\theta = 0, 7.5, \dots, 360$ [degree]として実験を行った. ただし模型全体の回転角 α は, 模型の設置方法の都合により $0 \leq \alpha \leq 45$ [degree]となっており, 模型中のカラムの位置を工夫することで複数カラム型浮体としては円筒間角度 θ が $0 \leq \theta \leq 360$ を網羅できるように設計を行った. ただし流体力は一様流方向に対して対称なため, 解析上は $0 \leq \theta \leq 180$ までの範囲を用いる. 模型全体の回転角と円筒間角度に関する詳細な解説は後述の模型設計にて行う.

3.2.5. 各種条件の組み合わせ

本実験で行った各種可変パラメータの組み合わせを Table 3.2 にまとめた. ここで case1 は A^*, f^* について組み合わせを網羅的に行った条件, case2 は A^*, f^* について組み合わせを絞って行った条件である. case1 と case2 の内訳は Fig. 3.1, Fig. 3.2 に示す.

Table 3.2 Experimental condition pattern.

	N	P/D	θ
case1	1	—	—
case1	2	2.0, 3.0	0, 7.5, ..., 180
case2	2	2.5, 4.0, 5.0	0, 15, ..., 180
case2	4	2.0, 3.0, 4.0	0, 15, ..., 180

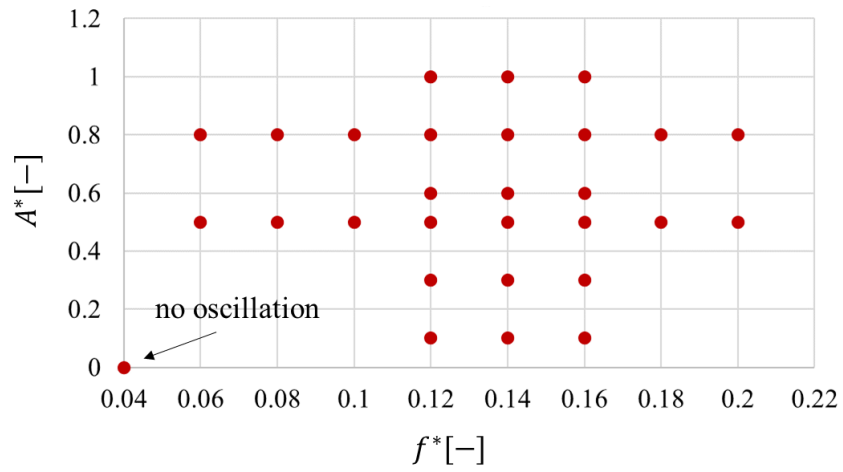


Fig. 3.1 Experimental condition for case1(29point)

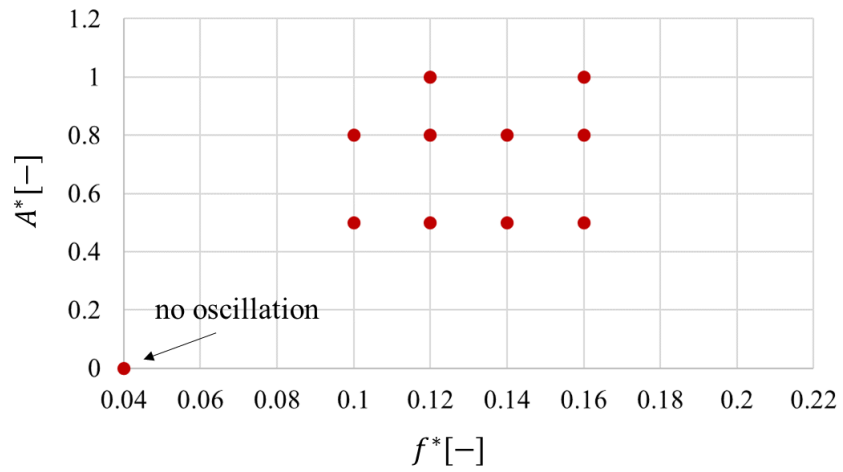


Fig. 3.2 Experimental condition for case2(11point)

3.3. 実験施設

3.3.1. 水槽の概要

強制加振実験には次の施設を利用した.

- ・ 場所：東京大学生産技術研究所附属千葉実験所
- ・ 日時：第一回 2021/6/28~7/15, 第二回 11/1~11/12
- ・ 設備：風路付造波回流水槽(Fig. 3.3)
- ・ 寸法…幅：1.8[m], 水深：~1.2[m]

第一回でほとんどの条件を取り終えたが、途中で発生した機器の不具合により、一部のデータが破損してしまったため、第二回の実験を追加で行った.



Fig. 3.3 Circulating water tunnel [4]

3.3.2. 回流の流速の設定

回流水槽では、水槽内に設置されているインペラを一定の回転数で回転させることで一様流を発生させている。回転数はダイヤルによって制御されており、またダイヤル 50以降で安定した流速が発生し、また以降流速が線形に上昇していくことが水槽の検定試験で明らかになっている。水深や気温などによって線形関数の係数が異なるため、改めてダイヤルに対する流速値を計測し、適したダイヤルを決定した。

ダイヤルの値を x_d 、流速の値を U_d [m/s]としたとき、 $x_d = 50, 65, 80, 95$ における U_d を計測し、最小二乗法による線形近似によって直線の式

$$U_d = d_1 x_d + d_2, \quad (x_d \in \mathbb{N}, d_1 = \text{const.}, d_2 = \text{const.}) \quad (3.1)$$

を第一回と第二回の実験開始前にそれぞれ求めた。式(3.1)から U_d が 0.21[m/s]に最も近づくときの x_d を求めたところ第一回では $x_d = 72$, 第二回では $x_d = 69$ となった。例として Fig. 3.4 に第一回のものを示す。実験時にダイヤルをそれらに設定して一様流を発生させた。

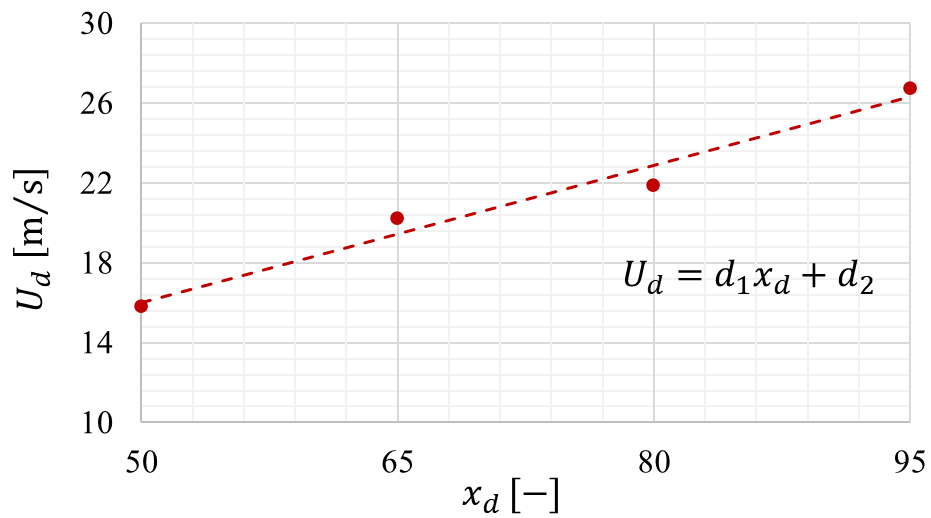


Fig. 3.4 Relationship between dial and fluid velocity in 1st experiment

3.4. 実験機器

3.4.1. 強制加振装置

模型の加振に Fig. 3.5 の電動スライダ (EAS6X-D060-AZAAD-3, オリエンタルモーター) を使用した。この装置は運搬物を本来等速直線運動させるためのものであるため、1周期を 80 分割して目的位置と速度を指定することで、単振動を疑似的に作り出した。例えば Fig. 3.6 の左図において表記されたような等速直線運動を組み合わせることで、右図のように余弦関数に近い運動を作り出した^[4]。

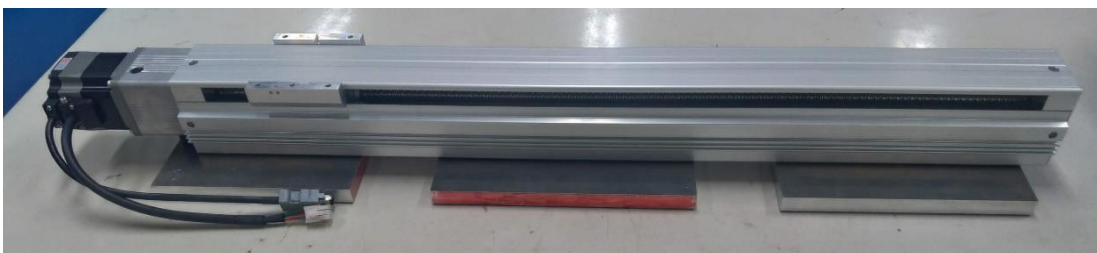


Fig. 3.5 Forced oscillation machine [4]

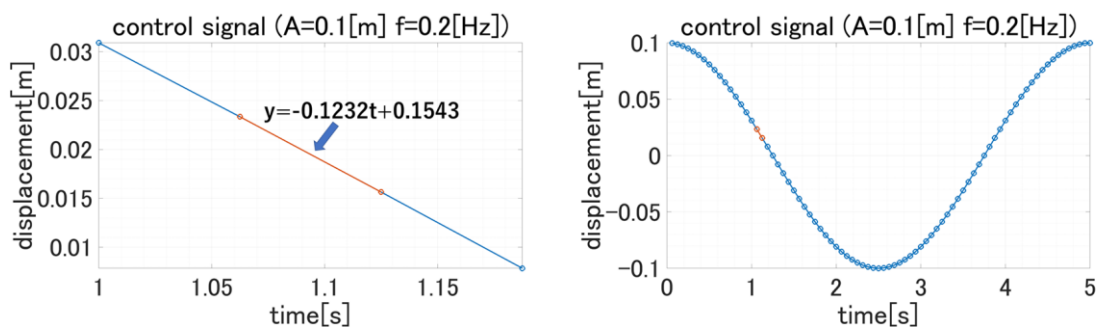


Fig. 3.6 Example of control signal(left)Part plot(right)Overall plot [4]

3.4.2. 円筒模型

複数カラム型浮体に用いた円筒模型を Fig. 3.7 に示す. 底面の直径が $D = 0.125[\text{m}]$ で, 高さが $0.5[\text{m}]$ である. 実験では水中でのアスペクト比が $H/D = 1.5$ となるよう, 水深を調整した. 円筒は最大 4 本用いるため, 便宜的に column A~D とラベル付けをした.



Fig. 3.7 Cylinder [4]

3.4.3. 荷重計

円筒模型にかかる流体力を測定するために用いた荷重計(LMC3502-A, 日章電機, 計測容量 $100[\text{N}]$)を Fig. 3.8 に示す. $50[\text{N}]$ のキャリブレーションボックスがついており, 実験開始前に 0 点調整された信号増幅器に用いて荷重と増幅器上の電圧値の関係式を求めた. またこの荷重計の測定可能範囲が $\pm 100[\text{N}]$ であるのに対し, 想定される流体力は 10 分の 1 以下である. そのように小さい力でも精度よく計測できることを確認するため, 想定される流体力相当の各種おもりをぶらさげ, 0 点調整された信号増幅器の電圧値を計測することでキャリブレーションの補完を行った.

Fig. 3.9 にてcolumn A用に取り付けた荷重計の x 方向のキャリブレーション結果を示す。
 Fig. 3.9 の結果から線形近似によって得られた直線の式の傾きを C_{cali} として、0点調整後の
 時間 t ごとの計測電圧値 $V(t)$ を式(3.2)によって計測流体力 $F(t)$ へと変換した。

$$F(t) = V(t) \times C_{cali} \quad (3.2)$$



Fig. 3.8 Load cell [4]

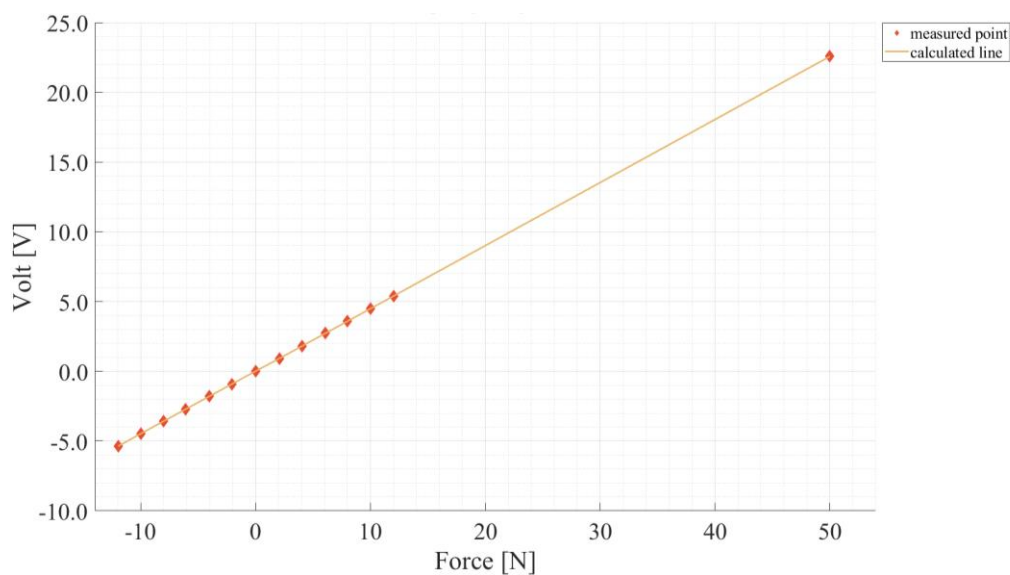


Fig. 3.9 Calibration graph

3.4.4. 増幅器

荷重計に生じるひずみを電圧信号に変換するための増幅器 (DSA-100B,日章電機) を Fig. 3.10 に示す. columnA~B に取り付けた荷重計の各方向成分, 計 12成分をそれぞれ増幅器のチャンネルを割り当て使用した.



Fig. 3.10 Amplifier [4]

3.4.5. レーザー変位計

強制加振装置には変位を出力する機構が組み込まれていないため, 強制加振による模型全体の変位を Fig. 3.11 に示したレーザー変位計(LK-500, KEYENCE)のロングモードを用いて計測した. 模型のうち加振動作以外では変動しない箇所にレーザーの照準を合わせ, 模型までの距離を電圧値で測定することで, 電圧値の変動から変位データを算出した. レーザーの仕様により $50[\mu\text{m}/\text{mV}]$ と定められており, これを用いて実際の変位へと変換する.

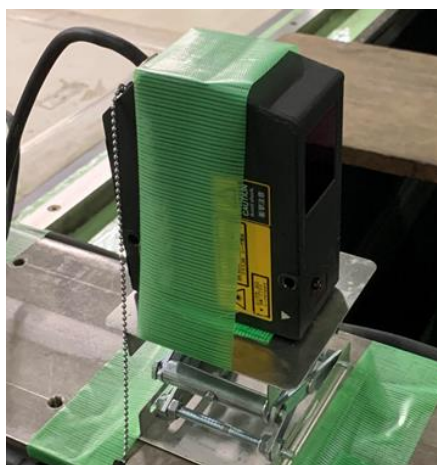


Fig. 3.11 Laser displacement meter.

3.4.6. 信号記録装置

増幅器およびレーザー変位計から出力された電圧信号を時系列で紐づけ PC に記録するのに用いた信号記録装置(NR600,キーエンス)を Fig. 3.12 に示す。



Fig. 3.12 Data logger [4]

3.4.7. 流速計

一様流のダイヤル設定の際、流速の測定に流速計(本体部:SF-2012,検出部:SFT-200-05,東京計測株式会社)を用いた。ダイヤル設定後は取り外し、加振実験の一様流に影響を与えないようにした。



Fig. 3.13 Anemometer

3.5. 実験模型設計

3.5.1. 模型設計

本実験で複数カラム型浮体を表現するのに使用する模型は(i)工型鋼の上に加振器を設置できるように、模型全体を工型鋼上部と工型鋼下部に分けて間をフレームでつなぐこと(ii)加振器の運動上限である荷重 30[kg]以下、動的モーメント 31.8[N・m]以下を満たすこと(iii)模型設置、模型角度変更、加振をした際に水槽底面と壁面に接触しないこと、の3つが条件となる。模型のフレームおよび接合ジョイントは MiSUMi-VONA で取りそろえた。本項で模型設計に関する狙いと仕様を説明する。

まず、 P^* の変更が容易となるよう模型の外枠を正方形としその対角線上を円筒が移動可能とした。Fig. 3.14 に設計段階の模型図を示す。 $N = 2$ では模型の対角線、 $N = 4$ では模型の外枠方向で P^* が定まることに注意して、必要な外枠の長さ L_{side} および対角線の長さ L_{cross} を計算する。 $N = 2$ のときの最大中心間距離は $P^* \times D = 5 \times 125 = 625$ [mm]である。円筒可動用のプレートを設置するためのスペース 130[mm]とフレームの厚さ 30[mm]の長さを考慮すると、

$$\begin{aligned} L_{cross} &\geq 625 + 130 \times 2 + 30 = 915 \\ L_{side} &\geq \frac{915}{\sqrt{2}} \approx 650 \end{aligned} \quad (3.3)$$

を満たせばよい。 $N = 4$ のときの最大中心間距離は $P^* \times D = 4 \times 125 = 500$ [mm]である。円筒可動用のプレートを設置するためのスペースとフレームの厚さが外枠方向では $1/\sqrt{2}$ 倍されることに注意して、

$$L_{side} \geq 500 + \frac{130}{\sqrt{2}} \times 2 + \frac{30}{\sqrt{2}} \approx 613 \quad (3.4)$$

を満たせばよい。実際に使用される模型では固定用のボルトを適宜取り付けのため、最小値ではなく 50[mm]ほど余裕を持たせるとすると、外枠は(iv) $L_{side} \geq 700$ を満たせばよい。

また模型全体を回転可能とさせるための機構を組み込む必要がある。円筒が受ける流体力は円筒に依らず、また x 軸方向に対称であるとする、模型の回転角 α が $0 \leq \alpha \leq 45$ を満たせば、Fig. 3.15 に示したように、適切なカラムに注目することで $N = 2, 4$ いずれの場合でも一様流に対する円筒間角度 θ は $0 \leq \theta \leq 360$ を満たす。ここで、(i)の条件について、模型安定のためには少なくとも 4本のフレームが柱として必要となると考える。柱を外枠の対称な箇所に設置したとして、模型の回転角は幅 150[mm]の工型鋼と幅 30[mm]の柱によって制限されることとなる。このときの柱設置点を(■)で示す。Fig. 3.16 に示すように、外枠から

柱設置点までの長さを L_{pillar} とする. $0 \leq \alpha \leq 45$ を満たすには, (v) 工型鋼と模型の対角線方向が平行になる場合の柱から工型鋼までの距離 $L_1/\sqrt{2}$, および工型鋼と模型の辺方向が平行になる場合に柱から工型鋼までの距離 L_2 がともに正となる必要がある. 先ほど同様に最小値ではなく柱から両側に 30[mm] ほど余裕を持たせるとすると, L_1 と L_2 は

$$L_1 = L_{pillar} - \sqrt{2} \times \frac{150}{2} - 30 > 0$$

$$\Leftrightarrow L_{pillar} > \sqrt{2} \times 75 + 30 \doteq 135 \quad (3.5)$$

$$L_2 = \frac{L_{side}}{2} - \left(L_{pillar} + 30 + \frac{150}{2} + 60 \right) > 0$$

$$\Leftrightarrow L_{pillar} < \frac{L_{side}}{2} - 90 - \frac{150}{2} \doteq \frac{L_{side}}{2} - 165 \quad (3.6)$$

と表せる. 式(3.5), (3.6)をまとめると

$$135 < L_{pillar} < \frac{L_{side}}{2} - 165 \quad (3.7)$$

となる. 式(3.7)の右辺は(iv)から少なくとも 185[mm] 以上となるため, (v)から導かれる式(3.7)は(iv)にとって十分条件とみなせる.

模型外枠が大きいほど取り付けが容易となるため, 条件(ii), (iii)に抵触しない最大の L_{side} を求め, $L_{side} = 930$ [mm] とした. また, L_{pillar} の範囲は式(3.7)から $135 < L_{pillar} < 930/2 - 165 = 300$ となり, 中点付近である $L_{pillar} = 220$ [mm] とした.

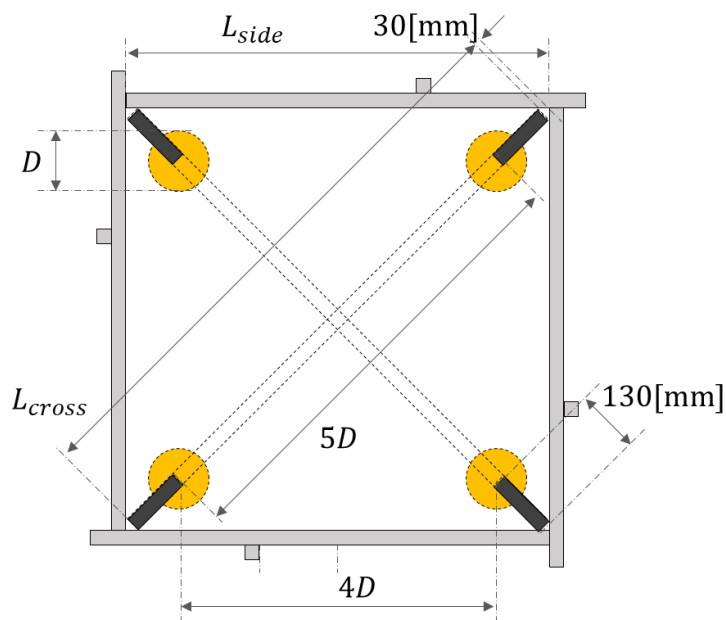


Fig. 3.14 Floating design for P^*

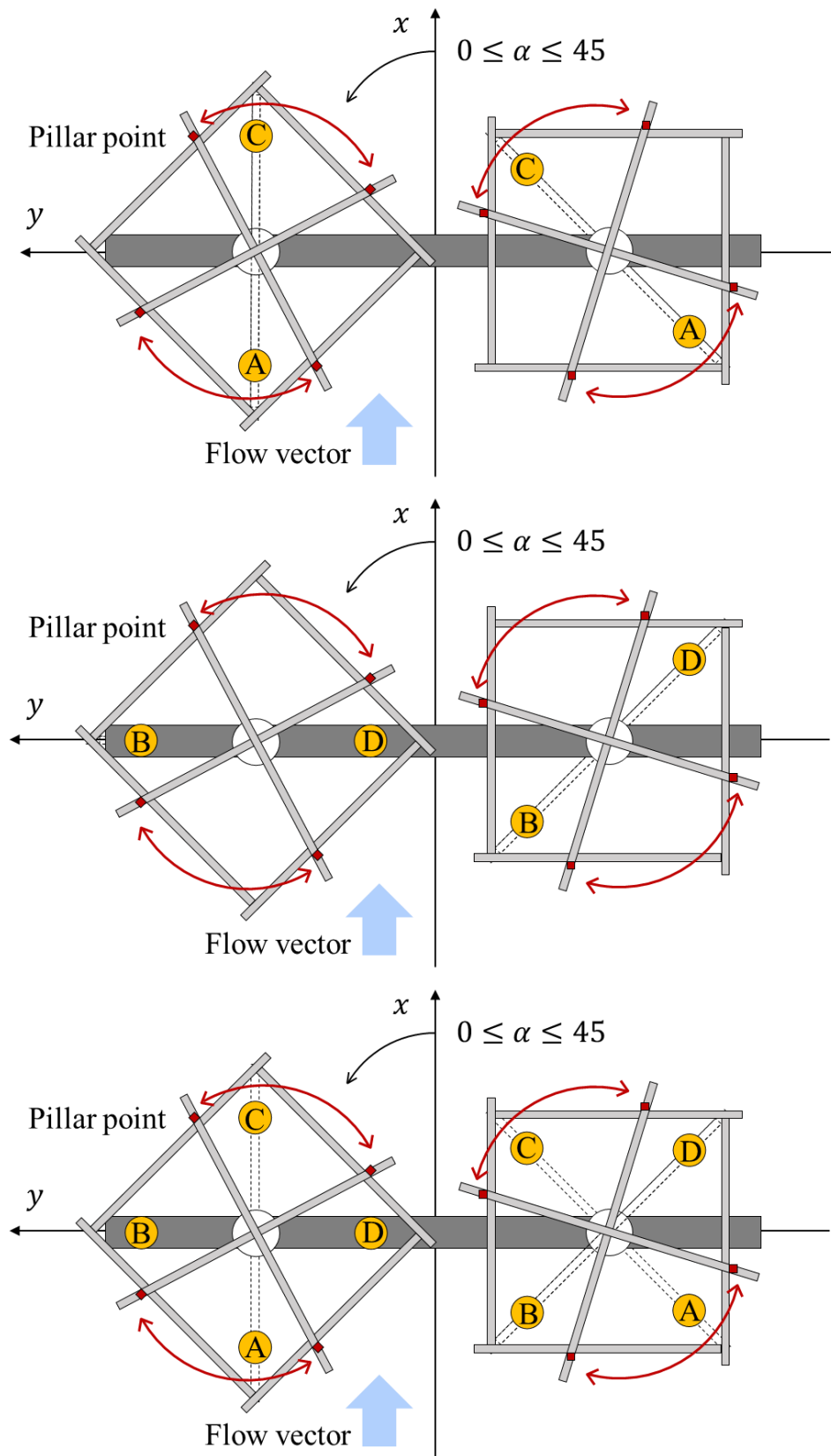


Fig. 3.15 Angle for 2,4column

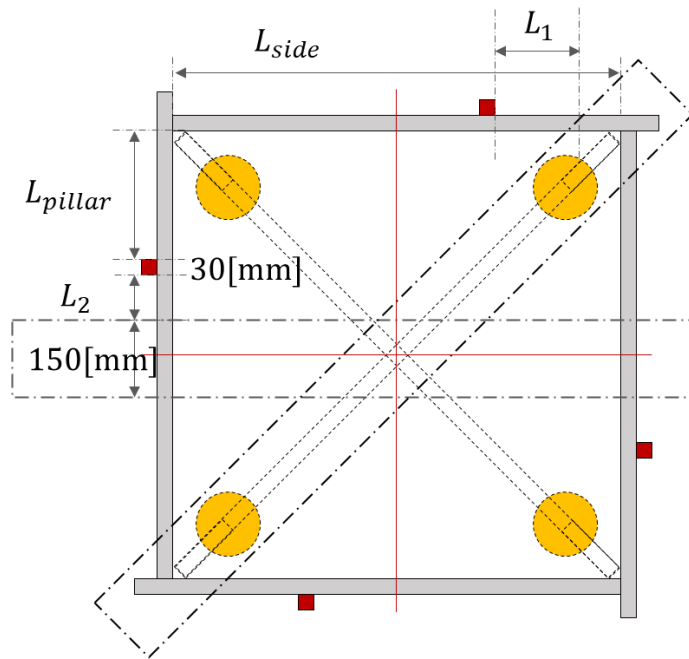


Fig. 3.16 Floating design for θ

3.5.2. 模型設計図

上述の条件を満たすよう設計し，最終的に使用された模型の俯瞰図および側面図をそれぞれ Fig. 3.17, Fig. 3.18 に示す.

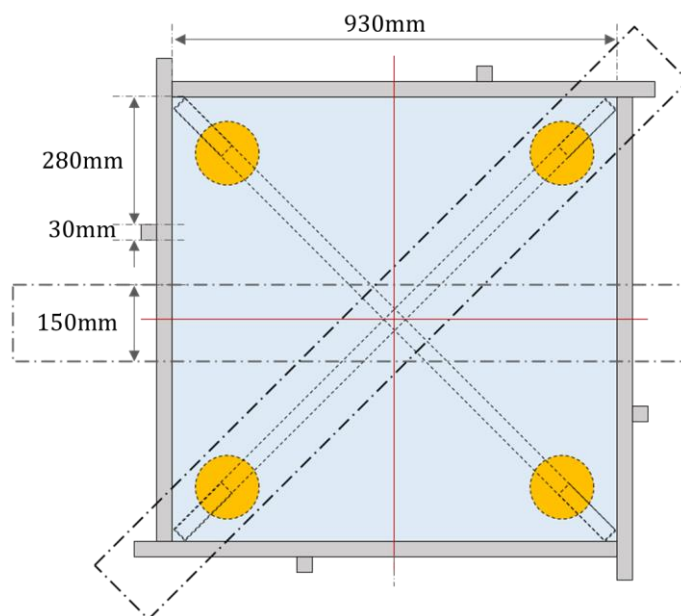


Fig. 3.17 Floating diagram (bird's eye view)

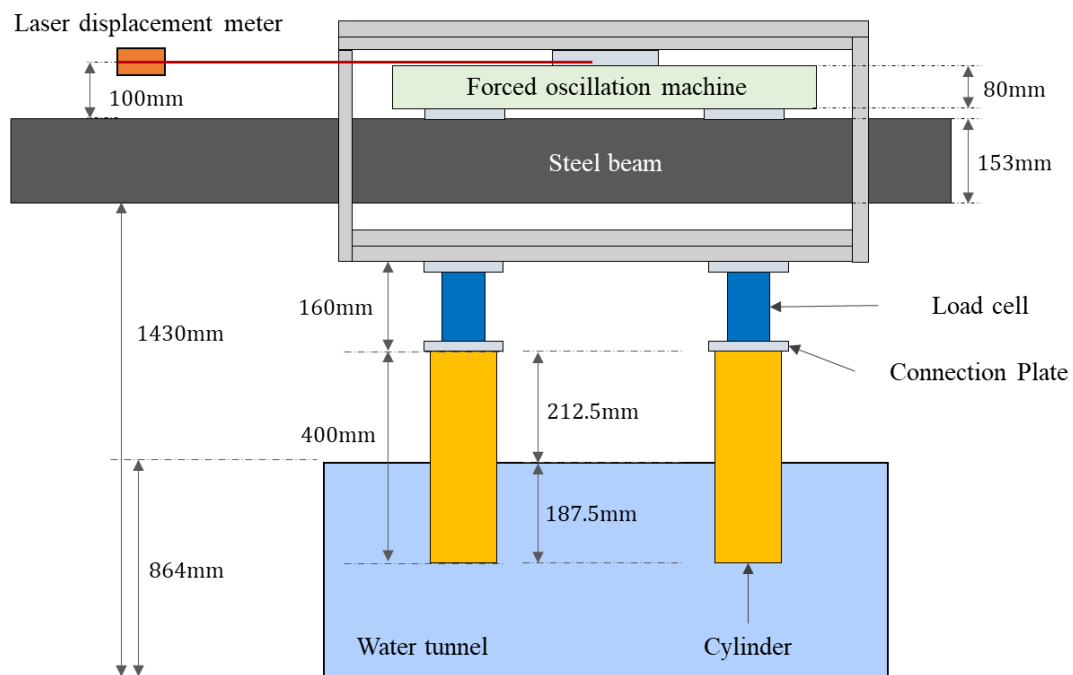


Fig. 3.18 Floating diagram (side view)

3.5.3. 回転プレート

模型の回転には Fig. 3.19 のような2枚組のアルミプレートを用いた。下端は加振器，上端は模型に取り付け，回転盤の上端に空けられた2ヶ所の隙間から下端に空けられたネジ穴にねじ止めをする形で回転角度の固定を行う。

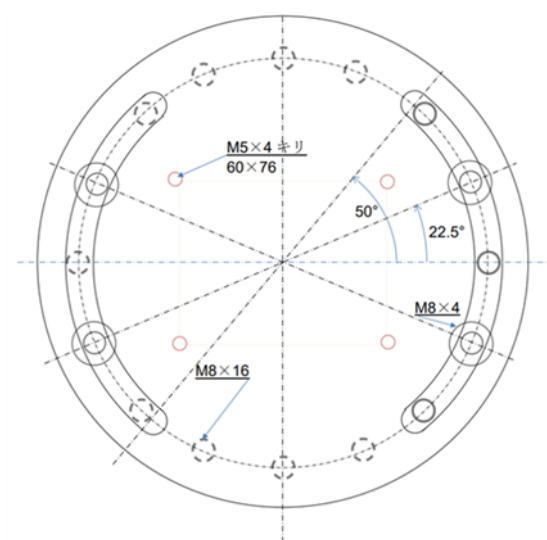


Fig. 3.19 Plate for angle change

3.6. 実験外観図

上述した各種実験機器を組み立て Fig. 3.20 のように水槽に設置した.

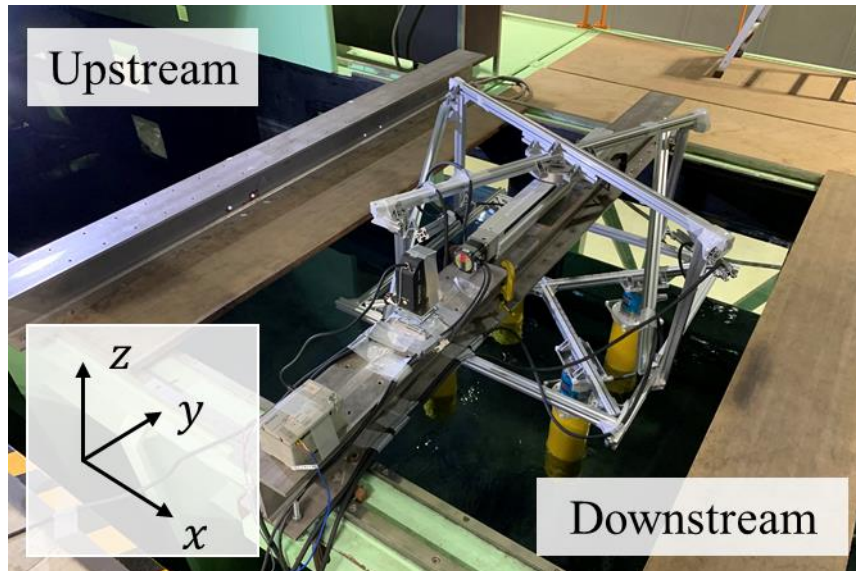


Fig. 3.20 Overall structure

4. 実験データの解析手法

4.1. 各種データの変換

計測された実験データは、 N, P^*, A^*, f^*, θ をパラメータに持つ時間 t ごとの電圧値 $V(t)$ としてサンプリング時間 $0.01[s]$ で記録されている。流体力 $F(t)$ は $V(t)$ の変換により求められる。各条件の計測は α, P^* を変更後1分間待機したのち、振動状態では50周期、固定状態では1分間行った。以下にデータ変換の詳細な方法を記載する。

4.1.1. データの切り出し

実験の効率化のため、加振器の目的位置とそこに至る速度がまとめられた加振運動制御ファイルに最大4つの振動条件を格納し、半自動的に別の振動条件へと移行できるようにした。別の振動状態への移行時には解析時に識別しやすくするためわざと不連続なジャンプをするように運動が定められており、それに従い各振動条件を切り出した。振動状態が計測された例として Fig. 4.1 に $(f^* = 0.18, A^* = 0.5)$, $(f^* = 0.18, A^* = 0.8)$, $(f^* = 0.20, A^* = 0.5)$, $(f^* = 0.20, A^* = 0.8)$ の条件の振動が順に記録されたグラフを示す。y軸は、レーザーで計測された変位 A を円筒直径 D で無次元化した A^* を示している。

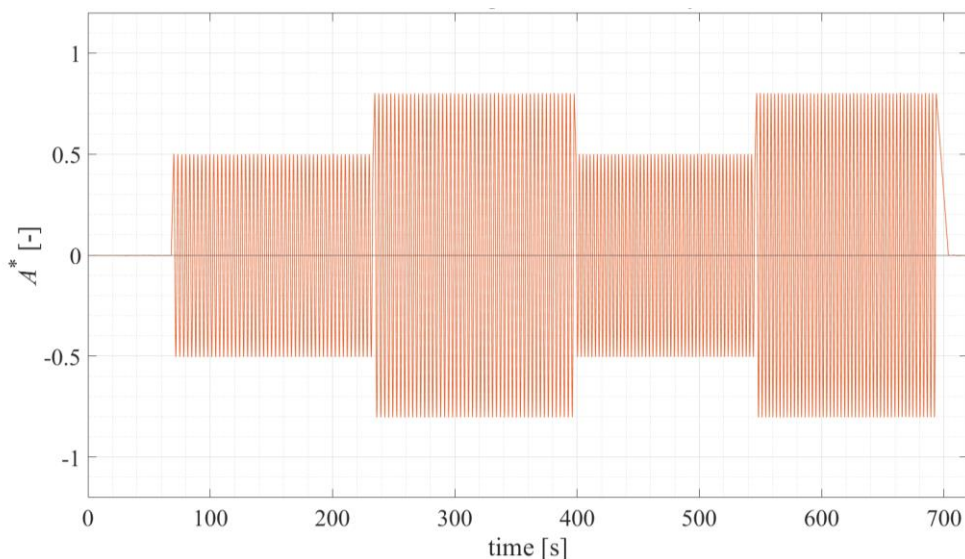


Fig. 4.1 Displacement measured by laser

4.1.2. 符号の変換

ロードセルは内部の歪みゲージが力を受ける方向により、電圧値の正負が定まる。この際、Fig. 3.20のように、上流から下流に向かう向きを x 軸の正方向、 x 軸に直交し紙面右上に向かう向きを y 軸の正方向とし、受けた力の正負がそれに従うよう実験データに適切な符号をかけて変換を行った。

4.1.3. 有効データの切り出しと加振中における位相の算出

振動条件が移行した直後と、振動条件が変わる直前はアクチュエータによる不連続な動きが入り、それによるノイズおよび流れの乱れが荷重計にも計測されてしまう。その影響を取り除くため、各種振動状態が計測されている 50 周期それぞれにおける位相 0 での時刻を $t_{fn}(n = 1, 2, \dots, 50)$ とすると、 t_{f3} を有効振動開始時刻、 $t_{f48} - 0.01$ を有効振動終了時刻とし、45 周期分を解析上の有効データとした。またこのとき振動状態におけるカラムの位相はレーザーで計測された変位から算出する。このとき、有効解析データごとの計測時間を $t_r[s]$ 、加振による実際の周期を $T_r[s]$ とすると、

$$T_r = \frac{(t_{f48} - 0.01) - t_{f3}}{45} = \frac{t_r}{45} \quad (4.1)$$

となり、時刻 t_{f3} から T_r に従って、振動状態の位相を算出した。また固定状態では $t_r = 60[s]$ であり、 $T_r = 0$ とする。例として、Fig. 4.2 に $f^* = 0.12, A^* = 0.5$ での 50 周期すべてを含んだ変位と有効解析データの変位を示す。

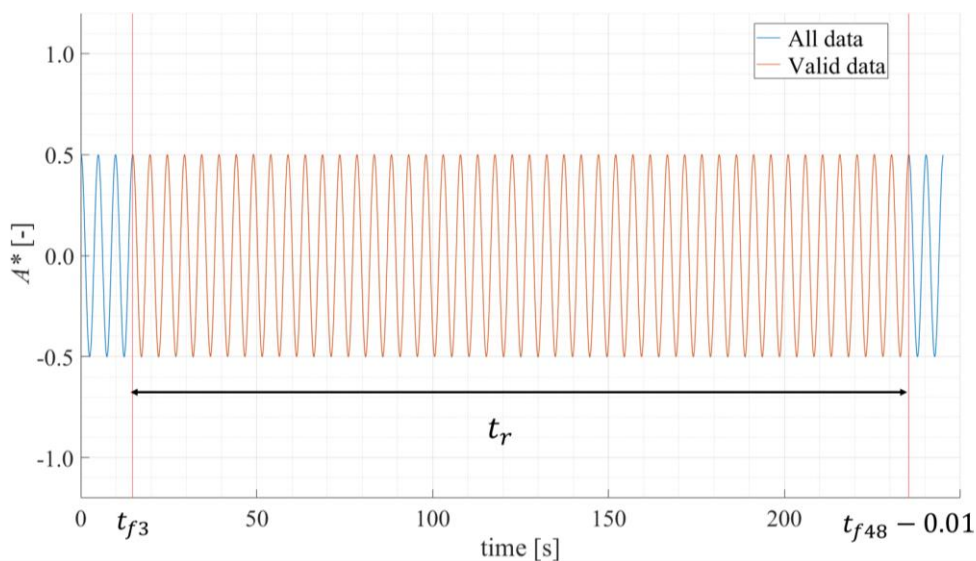


Fig. 4.2 Measured and calculated oscillation displacement

4.1.4. 荷重計電圧データから荷重データへの変換

式(3.2)の結果からキャリブレーション係数 C_{cali} を用いて計測された電圧値 $V(t)$ を力 $F(t)$ へと変換した。

4.1.5. 回転座標系から絶対座標系への変換

模型回転角が α の場合、荷重計にかかる力も α だけ傾いた状態で計測されることとなる。Fig. 4.3 に示すような2つの座標系を考えて、流れ方向を基準とした座標系 $S(x, y)$ に働く力をそれぞれ $F_x(t), F_y(t)$, α だけ回転した状態の座標系 $S'(x', y')$ に働く力を $F'_x(t), F'_y(t)$ とすると、

$$\begin{aligned} F_x(t) &= F'_x(t) \cos \alpha - F'_y(t) \sin \alpha \\ F_y(t) &= F'_x(t) \sin \alpha + F'_y(t) \cos \alpha \end{aligned} \quad (4.2)$$

と表せる。このとき、 $S(x, y)$ において x 方向にかかる力は流体影響によってのみ生じる力であるため、これを一様流中における抗力 $F_D(t)$ と定め、

$$F_D(t) = F_x(t) \quad (4.3)$$

とする。

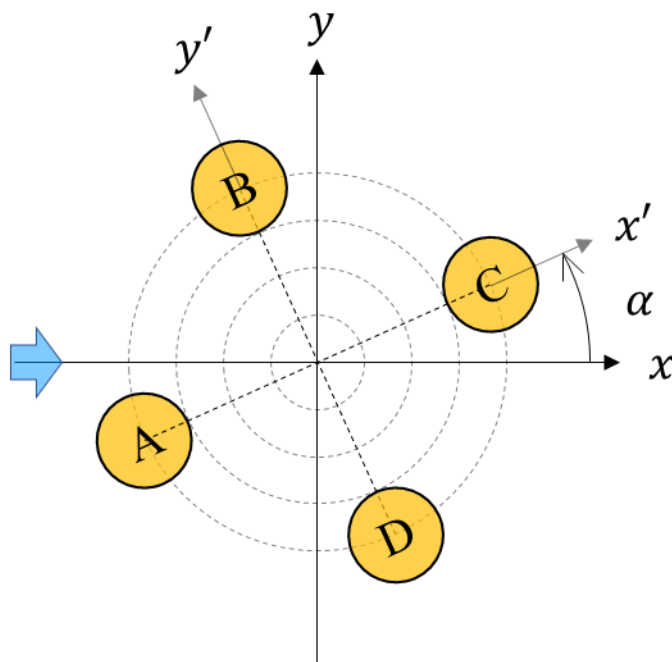


Fig. 4.3 Coordinate system in loadcell

4.1.6. 流れと直交する荷重データから揚力データへの変換

浮体模型の加振中、 $S(x,y)$ において y 方向に作用する力には流体力その他、荷重計の質量による慣性力が含まれており、純粋な流体力とするためにはこれを除去する必要がある。ここで、円筒模型、円筒模型と荷重計の間に入れるプレート、それらをつなぐボルト、荷重計本体の合計質量を M_1 [kg]、荷重計の歪みゲージより上の質量を M_2 [kg]とすると、荷重計にかかる質量は $M_1 - M_2$ となる。 M_1 はそれぞれの質量を計測したものを合計した。 M_2 はFig. 4.4の赤丸で表され、この箇所のみを分離することはできないため、荷重計の y 方向をそれぞれ鉛直方向、水平方向に合わせた状態で地面に固定した歪み δ_v, δ_h を計測した。両者の差は M_2 による差となるため、対応したキャリブレーション係数を用いて、 M_2 を求めた。各円筒に用いた荷重計の M_1, M_2 はTable 4.1の通りである。

一様流中における揚力を $F_L(t)$ とおけば、 M_1, M_2 と加振中の位相から求めた加速度 \ddot{y} を用いて算出する慣性力 $F_{inertial}(t)$ を $F_y(t)$ から引くことで、

$$\begin{aligned} F_L(t) &= F_y(t) - F_{inertial}(t) \\ &= F_y(t) - \{-(M_1 - M_2)\ddot{y}\} \\ &= F_y(t) + (M_1 - M_2)\ddot{y} \end{aligned} \quad (4.4)$$

のように $F_L(t)$ が求まる。



Fig. 4.4 Movable part of load cell [4]

Table 4.1 Inertial mass of loadcell

	M_1 [kg]	M_2 [kg]	$M_1 - M_2$ [kg]
column A	3.709	0.464	3.245
column B	3.715	0.462	3.253
column C	3.713	0.464	3.249
column D	3.708	0.462	3.246

4.2. 平均抗力係数, 平均揚力係数の算出

上記の解析により得られた一様流方向の流体力である抗力 $F_D(t)$ と一様流方向と水平方向に直交する流体力である揚力 $F_L(t)$ を用いて, 平均抗力 $\overline{F_D}$, 平均揚力 $\overline{F_L}$ を求めた.

各条件の有効データの計測時間 t_r 内の任意の時刻を t_n とすると, 平均抗力 $\overline{F_D}$, 平均揚力 $\overline{F_L}$ は自然数 \mathbb{N} を用いて,

$$\begin{aligned}\overline{F_D} &= \frac{1}{t_r} \sum_{k=1}^n F_D(t_k), & (n \in \mathbb{N}) \\ \overline{F_L} &= \frac{1}{t_r} \sum_{k=1}^n F_L(t_k), & (n \in \mathbb{N})\end{aligned}\tag{4.5}$$

となる.

さらに $\overline{F_D}$ と $\overline{F_L}$ を式(4.6)のように無次元化し, 平均抗力係数 C_D , 平均揚力係数 C_L を求めた. ここで ρ : 流体密度, D : 円筒直径, H : 喫水, U : 一様流速度である.

$$\begin{aligned}C_D &= \frac{\overline{F_D}}{\frac{1}{2}\rho DHU^2} \\ C_L &= \frac{\overline{F_L}}{\frac{1}{2}\rho DHU^2}\end{aligned}\tag{4.6}$$

4.3. 変動抗力係数, 変動揚力係数の算出

抗力 $F_D(t)$ と揚力 $F_L(t)$ を用いて, 変動抗力 F'_D , 変動揚力 F'_L を求めた. 変動抗力 F'_D , 変動揚力 F'_L は高周波ノイズによる影響を適切にフィルタリングする必要がある. そこでまずサンプリング周波数 100[Hz] で $F_D(t), F_L(t)$ をそれぞれ離散フーリエ変換により, U/D で正規化された無次元周波数 f_t^* を変数とするパワースペクトルの関数 $E_D(f_t^*), E_L(f_t^*)$ に変換する. その際 Matlab の FFT ツールを用いた. そして, 流体による変動成分が十分に含まれる範囲までの無次元周波数を $f_{tn}^* (n \in \mathbb{N})$ とし,

$$\begin{aligned} F'_D &= \sqrt{\sum_{k=1}^n E_D(f_{tk}^*)}, & (n \in \mathbb{N}) \\ F'_L &= \sqrt{\sum_{k=1}^n E_L(f_{tk}^*)}, & (n \in \mathbb{N}) \end{aligned} \quad (4.7)$$

のように F'_D, F'_L を定めた.

続いて適切な f_{tn}^* を決定する. Sakata [16] によると流れによって低 AR 円筒周りに生じる渦のストローハル数 S_L は 0.15 程度である. また本実験と同系統の加振実験を行っており, 流体による変動成分は $f_t^* \leq 0.5$ までに十分に含まれているとしている. ここで例として, column B における $\alpha = 90, P^* = 2.0, f^* = 0.14, A^* = 0.5$ のときの $E_L(f_t^*)$ を縦軸 [dB] で Fig. 4.5 に示す. $f_t^* = 0.14$ に最初のピークがあり, 急激に値が下がっていたのちに $f_t^* \cong 3.2, 8.8$ で再び中程度のピークが生じる. このとき, 無次元加振周波数にあたる $f_t^* = 0.14$ のピークは流体力による変動成分であり, またそこで捉えきれなかったエネルギーが $f_t^* > 0.14$ の周辺に散逸し, $f_t^* = 1.0$ 程度では $f_t^* = 0.14$ による散逸分はほとんど生じていないと考えられる. また任意の f_{tn}^* までの F'_D, F'_L をそれぞれ計算し, f_{tn}^* に対する収束性を確認した. 各種条件が Fig. 4.5 と同一である一例を Fig. 4.6 に示す. Fig. 4.6 より $f_t^* = 0.14$ で大きなギャップが生じたのち, ならだかに上昇していき $f_t^* \cong 3.2$ でわずかなギャップ, $f_t^* \cong 8.8$ で大きなギャップが生じている. 流体による変動成分は $f_t^* = 1.0$ までに含まれており, それ以降の成分を加えることで F'_D, F'_L は非常に大きくなってしまうため, $1.0 < f_t^*$ での変動成分は含めないこととした. また $0.5 \leq f_t^* \leq 1.0$ では既に F'_D, F'_L はほとんど変化しておらず, 他の振動条件でも $0.06 \leq f^* \leq 0.20$ でも満たしていることから, 本研究では流体による変動成分は同様に $f_t^* \leq 0.5$ までに含まれていることとして, $f_{tn}^* = 0.5$ として式(4.7)を計算し, 変動抗力 F'_D および変動揚力 F'_L を求めた.

さらに F'_D と F'_L を式(4.8)のように無次元化し, 変動抗力係数 C'_D , 変動揚力係数 C'_L を求めた. ここで ρ : 流体密度, D : 円筒直径, H : 喫水, U : 一様流速度である.

$$C'_D = \frac{F'_D}{\frac{1}{2}\rho DHU^2}$$

$$C'_L = \frac{F'_L}{\frac{1}{2}\rho DHU^2} \tag{4.8}$$

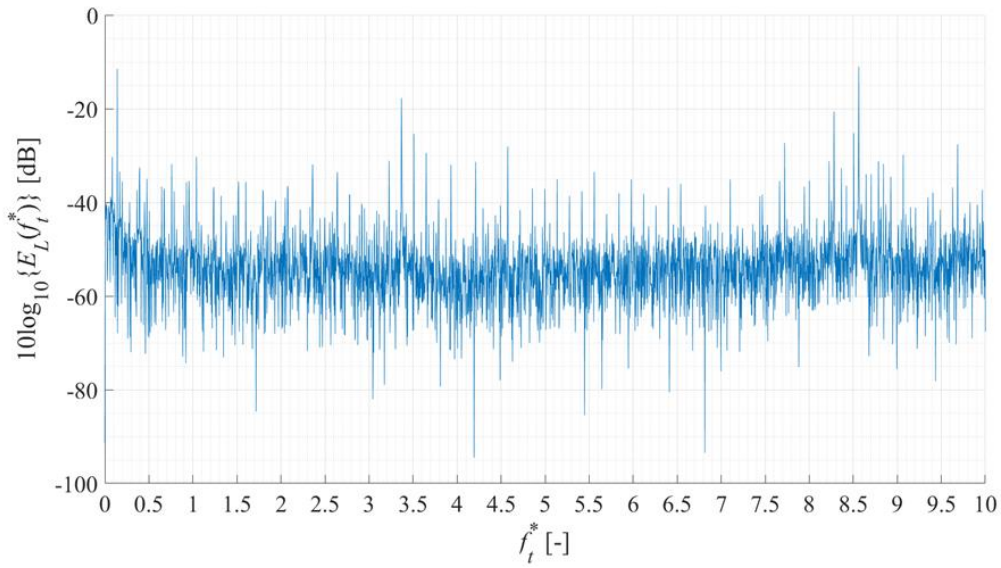


Fig. 4.5 Power spectrum by FFT

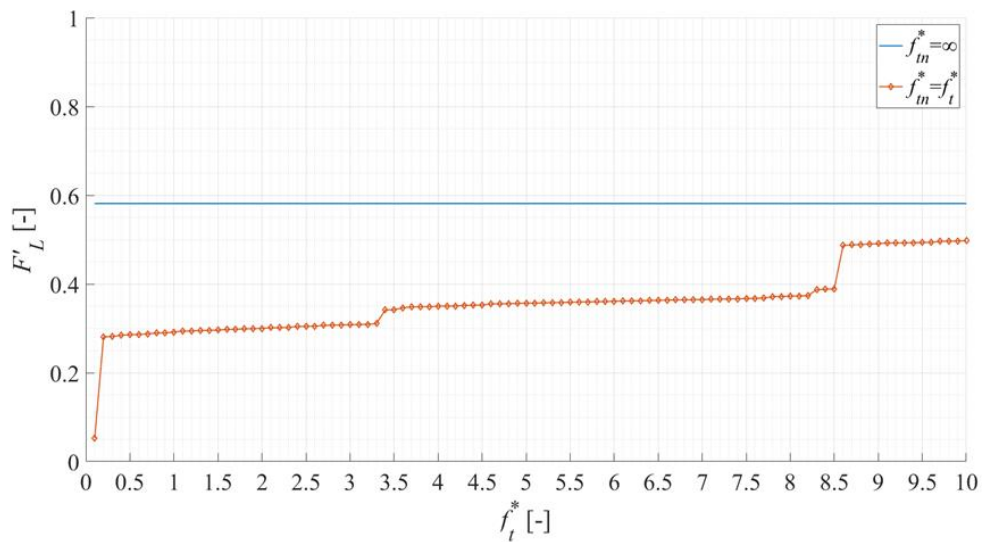


Fig. 4.6 RMS in $0 < f_{tn}^* \leq f_t^*$

4.4. 付加質量係数, 無次元減衰係数の算出

揚力 $F_L(t)$ を用いて, 加速度に比例する成分である付加質量力 F_{add} と速度に比例する成分である減衰力 F_{damp} を求めた. 以下は豊田 [4] より引用した算出方法に従って記載する.

角周波数を ω として揚力 $F_L(t)$ をフーリエ級数で表すと,

$$F_L(t) = \sum_{k=k_0}^{\infty} (\alpha_k \cos \omega_k t + \beta_k \sin \omega_k t) \quad (4.9)$$

となる. 取り出したい角周波数を ω_n として $\cos \omega_n t, \sin \omega_n t$ と $F_L(t)$ との積を求めると,

$$\begin{aligned} F_L(t) \cos \omega_n t &= F_{L0} \cos \omega_n t \\ + \sum_{k=k_0}^{\infty} \left[\frac{\alpha_k}{2} \{ \cos(\omega_k + \omega_n)t + \cos(\omega_k - \omega_n)t \} + \frac{\beta_k}{2} \{ \sin(\omega_k + \omega_n)t + \sin(\omega_k - \omega_n)t \} \right] \end{aligned} \quad (4.10)$$

$$\begin{aligned} F_L(t) \sin \omega_n t &= F_{L0} \sin \omega_n t \\ + \sum_{k=k_0}^{\infty} \left[\frac{\alpha_k}{2} \{ \sin(\omega_k + \omega_n)t + \sin(\omega_k - \omega_n)t \} - \frac{\beta_k}{2} \{ \cos(\omega_k + \omega_n)t - \cos(\omega_k - \omega_n)t \} \right] \end{aligned} \quad (4.11)$$

となる.

両辺を有効データ時間の範囲である時刻 0 から t_r までで積分し, その値を t_r で割る. この時, $k = n$ の時のみ $\cos(\omega_k - \omega_n)t$ の積分値は t_r となり, そのほかの値は全て $-1 \sim 1$ の範囲内に収まる. 今, t_r が十分に大きいとすると,

$$\begin{aligned} I_\alpha &= \lim_{t_r \rightarrow \infty} \frac{1}{t_r} \int_0^{t_r} F_L(t) \cos \omega_n t \, dt = \frac{\alpha_n}{2} \\ &\Rightarrow \alpha_n = 2I_\alpha \end{aligned} \quad (4.12)$$

$$\begin{aligned} I_\beta &= \lim_{t_r \rightarrow \infty} \frac{1}{T_1} \int_0^{t_r} F_L(t) \sin \omega_n t \, dt = \frac{\beta_n}{2} \\ &\Rightarrow \beta_n = 2I_\beta \end{aligned} \quad (4.13)$$

となる.

$F_L(t)$ に対応した変位を

$$y(t) = A \cos \omega t \quad (4.14)$$

としたとき，速度と加速度はそれぞれ

$$\dot{y}(t) = -A \omega \sin \omega t \quad (4.15)$$

$$\ddot{y}(t) = -A \omega^2 \cos \omega t \quad (4.16)$$

と表せるため， $\omega_n = \omega$ のときの係数を考えて付加質量力と減衰力はそれぞれ

$$F_{add} = 2I_\alpha \cong 2 \times \frac{1}{t_r} \int_0^{t_r} F_L(t) \cos \omega t \, dt \quad (4.17)$$

$$F_{damp} = 2I_\beta \cong 2 \times \frac{1}{t_r} \int_0^{t_r} F_L(t) \sin \omega t \, dt \quad (4.18)$$

となる。

このようにして求めた付加質量力と減衰力，次のように無次元化して，付加質量係数 C_{add} と無次元減衰係数 C_{damp} を求める。このとき， ρ ：流体密度， D ：円筒直径， H ：喫水， A ：加振振幅， ω ：加振角周波数， f ：加振振動数である。

$$C_{add} = \frac{F_{add}}{\rho \frac{\pi D^2}{4} H A \omega^2} = \frac{F_{add}}{\rho \frac{\pi D^2}{4} H A (2\pi f)^2} \quad (4.19)$$

$$C_{damp} = \frac{F_{damp}}{\frac{1}{2} \rho D H U A \omega} = \frac{F_{damp}}{\frac{1}{2} \rho D H U A \times (2\pi f)} \quad (4.20)$$

4.5. 計測機器の異常によるデータ点の除去

第一回の実験途中、増幅器の不具合により正常な電圧値が記録されず破棄することとなったデータが一部存在するため、これを補うため第二回の実験を行い適宜データを差し替えた。また、第一回、第二回で共通して計測された結果については、解析によって得られた流体力係数の平均を用いた。

4.6. 模型の回転角からカラム間角度への変換

上記の解析で各流体力は N, α, P^*, f^*, A^* によって定まる各流体力係数へ変換されている。ここで Fig. 4.7 に示すように模型の回転角 α ごとに各円筒がどのカラム間角度 θ を満たしているのかを考え、 α を θ へと変換する。このとき、係数 $C_D, C_D', C_L', C_{add}, C_{damp}$ は y 方向に対して向きを持たないため、計測されていない θ に対応する係数は、 x 軸について対称な位置の θ における係数に等しい。係数 C_L は y 方向に対して向きを持つため、計測されていない θ に対応する係数は、 x 軸について対称な位置の θ における係数の反数に等しい。Table 4.2 に示すように θ, α の対応関係、係数を参照するカラム、元の C_L に対する符号の向きを定め、 N, θ, P^*, f^*, A^* によって一意に定まる流体力係数データベースを作成した。 $\theta = 45, 90, 135, 225, 270, 315$ では係数を参照可能なカラムが2本存在するため、符号を補正した値の平均値を用いた。また $\theta = 0, 180$ では x 軸に対して対称な位置が存在しないため、全ての係数でそのままの値を用いた。

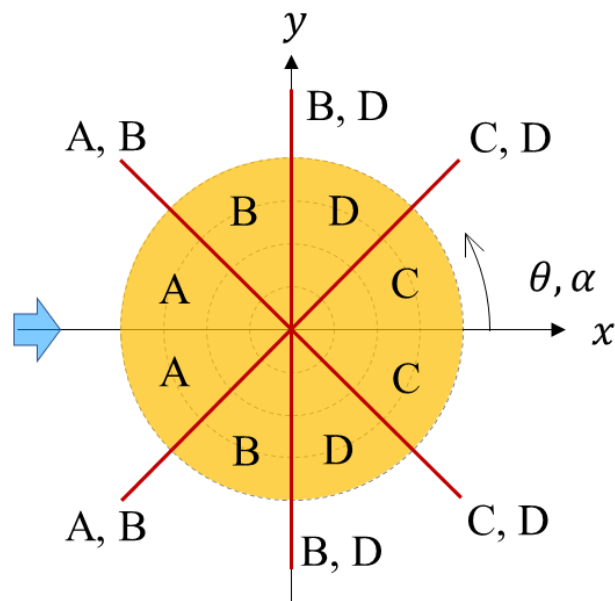


Fig. 4.7 Coefficient zone each column

Table 4.2 Decide angle

$0 \leq \theta \leq 360$	$0 \leq \alpha \leq 45$	column	Sign for lift force
$0 \rightarrow 45$	$0 \rightarrow 45$	C	1
$45 \rightarrow 90$	$45 \rightarrow 0$	D	-1
$90 \rightarrow 135$	$0 \rightarrow 45$	B	1
$135 \rightarrow 180$	$45 \rightarrow 0$	A	-1
$180 \rightarrow 225$	$0 \rightarrow 45$	A	1
$225 \rightarrow 270$	$45 \rightarrow 0$	B	-1
$270 \rightarrow 315$	$0 \rightarrow 45$	D	1
$315 \rightarrow 360$	$45 \rightarrow 0$	C	-1

5. 解析結果

各係数の解析結果を θ, P^* の極座標形式でコンター図としてまとめる。なお、本研究においてコンター図を用いる際、計測点間は全て線形近似で表記することとした。

5.1. 平均抗力係数

平均抗力係数 C_D の解析結果のうち代表例をコンター図で Fig. 5.1, Fig. 5.2, Fig. 5.3, Fig. 5.4 に示す。後述するモデル化による値と区別するため、図中では $C_{Dmeasured}$ と表記する。

Fig. 5.1 は $f^* = 0.00, A^* = 0.0$ の値である。特に θ が小さい領域では tandem 配置の下流側に位置するため C_D は非常に小さくなっている。Fig. 2.8 と比較して、値の分布は類似しているが大きさが半分程度である。北野 [17] にもあるように、低ARの円筒では円筒下端からの渦の巻き上げが起り、高AR円筒と比べると後流域が円筒高さ方向に対して狭くなる。その結果として抗力としては小さくなっていると考えられる。

Fig. 5.2 は $f^* = 0.14, A^* = 0.5$ の値である。加振されることで全体的に抗力が増加している。また加振によって、 θ が小さい領域を除いて C_D のばらつきが小さくなっていることが分かる。

Fig. 5.3 は $f^* = 0.14, A^* = 0.8$ の値である。Fig. 5.2 と比べて A^* が増えた分 C_D も上昇している。 θ が小さい領域では C_D は小さいままである。

Fig. 5.4 は $f^* = 0.16, A^* = 0.5$ の値である。Fig. 5.2 と比べて f^* が増えているが、 C_D の大きさ、分布の様子ともに大きな変化はしていない。

加振状態であっても、総じて θ が小さい領域では C_D が相対的に小さい値を示している。また、 C_D は A^* により強く依存していることが分かる。これは A^* が増えることで円筒の代表面積に対する後流域の幅が広がっており、結果として C_D も大きくなっているためだと考えられる。

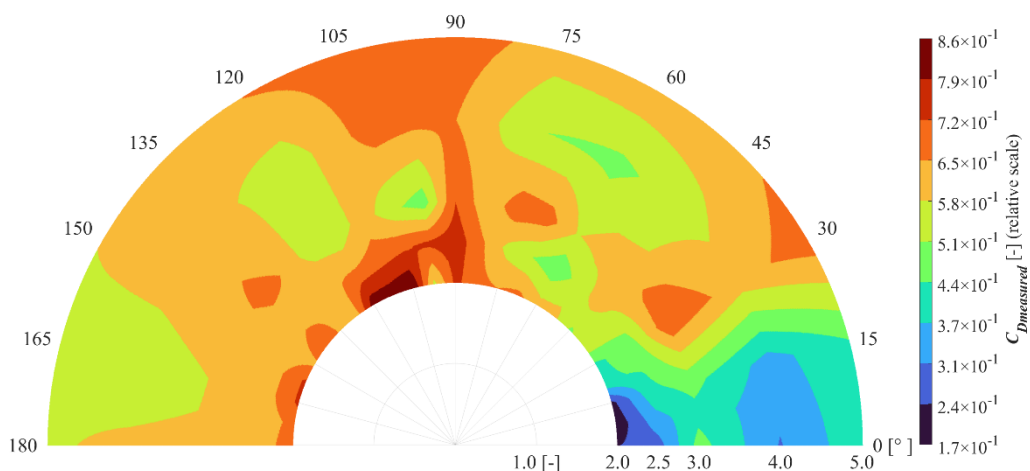


Fig. 5.1 $C_{Dmeasured}$ contour diagram for $f^* = 0.00, A^* = 0.0$

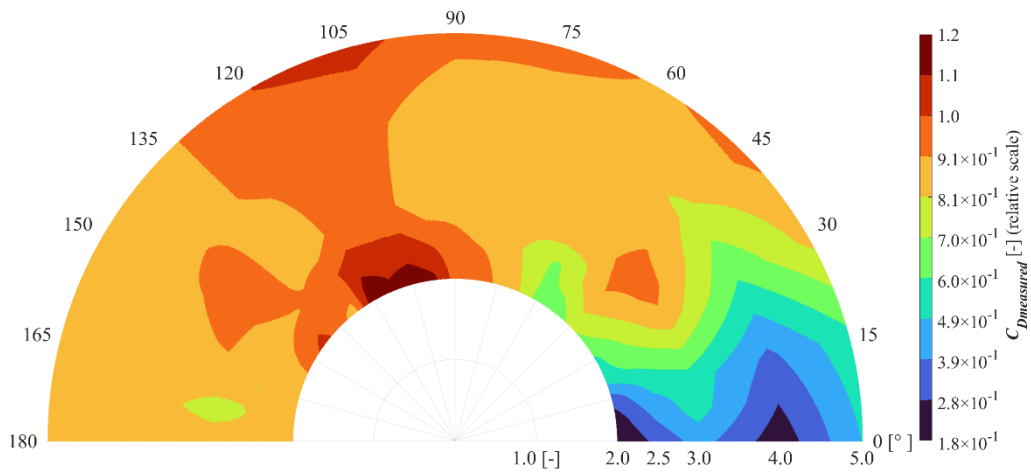


Fig. 5.2 $C_{Dmeasured}$ contour diagram for $f^* = 0.14, A^* = 0.5$

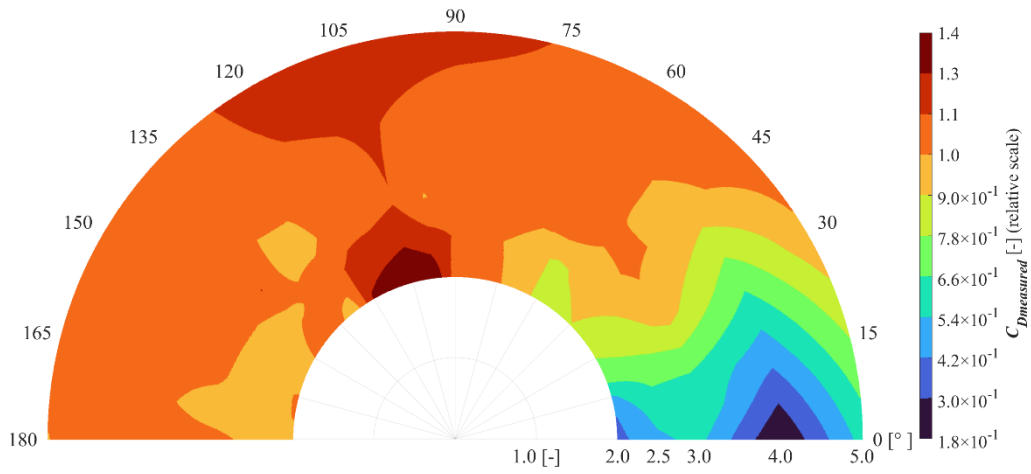


Fig. 5.3 $C_{Dmeasured}$ contour diagram for $f^* = 0.14, A^* = 0.8$

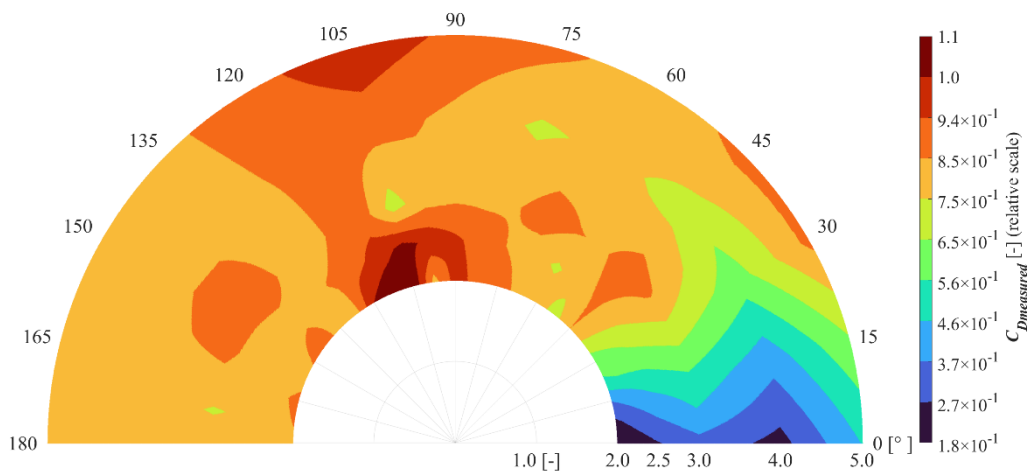


Fig. 5.4 $C_{Dmeasured}$ contour diagram for $f^* = 0.16, A^* = 0.5$

5.2. 平均揚力係数

平均揚力係数 C_L の解析結果のうち代表例をコンター図で Fig. 5.5, Fig. 5.6, Fig. 5.7, Fig. 5.8 に示す. なお後述するモデル化による値と区別するため、図中では $C_{Lmeasured}$ と表記する。

Fig. 5.5 は $f^* = 0.00, A^* = 0.0$ での値である. 特に $\theta = 15$ 付近では inner lift peak により, C_L は非常に小さくなっていると考えられる. 一方で outer lift peak に該当する箇所ではピークは曖昧である. Fig. 2.9 と比較して, 正負両側ともに値の絶対値が小さい. Fig. 2.9 では見られない, $75 \leq \theta \leq 90$ 付近のピークがあるが, 値そのものの幅は小さい.

Fig. 5.6 は $f^* = 0.14, A^* = 0.5$ での値である. Fig. 5.5 と比べて C_L が 0 付近に近づいている. これは加振により, 円筒両側の揚力に差がなくなったためだと考えられる. また低ピーク的位置が $\theta = 30$ 付近に移動している. これは inner lift peak を引き起こす gap flow が, 加振によってより外側に流れていこうとすることでピーク的位置がずれることとなったと考えられる.

Fig. 5.7 は $f^* = 0.14, A^* = 0.8$ での値である. Fig. 5.6 と比べてより C_L が 0 付近に近づいている. これは A^* が大きくなったことで, より円筒両側の揚力に差がなくなったためだと考えられる. 特に gap flow による負のピークはほとんど見られなくなっている.

Fig. 5.8 は $f^* = 0.16, A^* = 0.5$ での値である. Fig. 5.6 と類似した分布となっている. しかし, gap flow による負のピーク的位置はより下流側にずれこんでいる. 後述する変動成分とはピーク的位置が異なるため, outer lift peak ではなく, inner lift peak 由来のままであると考えられるが, 詳細な流れの変化は不明である.

総じて $75 \leq \theta \leq 90$ 付近に正のピークが見られる. これは side-by-side での振動時, 両円筒の内側では流れが相殺して圧力低下が起こりづらく, 外側に対して圧力が高くなるためだと考えられる.

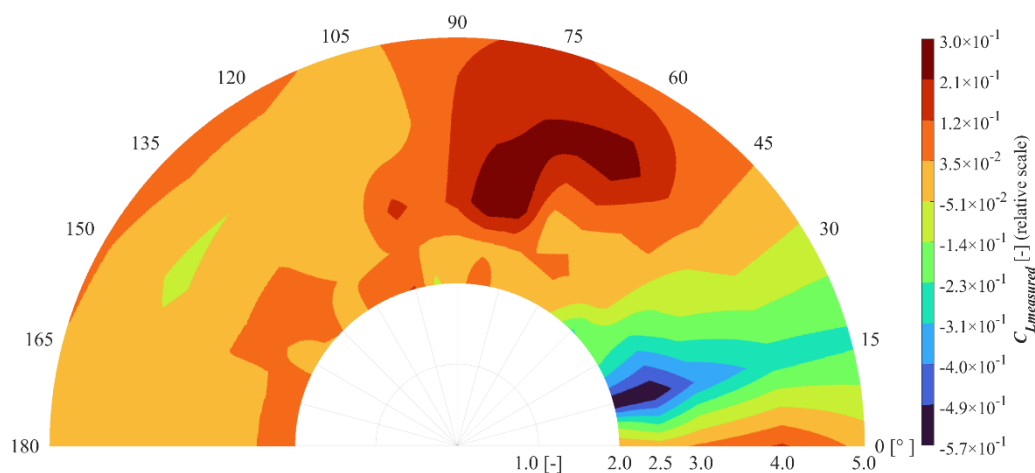


Fig. 5.5 $C_{Lmeasured}$ contour diagram for $f^* = 0.00, A^* = 0.0$

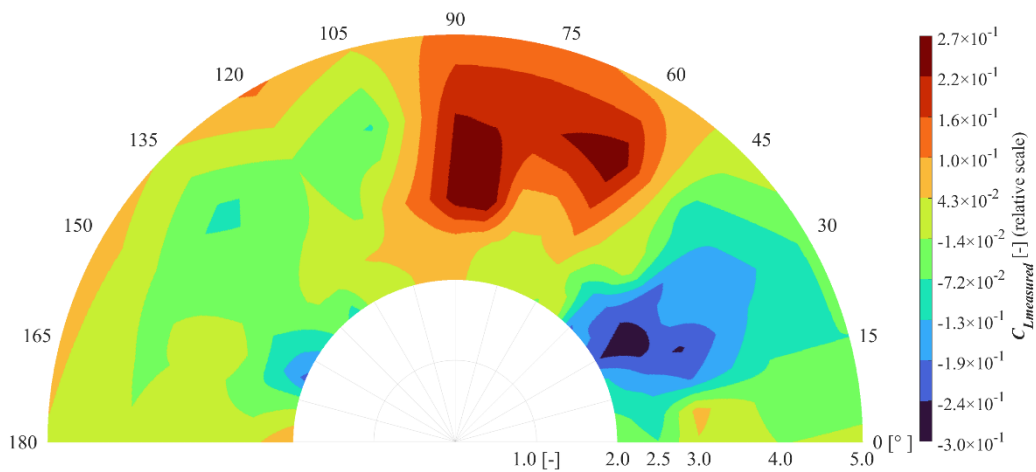


Fig. 5.6 $C_{Lmeasured}$ contour diagram for $f^* = 0.14, A^* = 0.5$

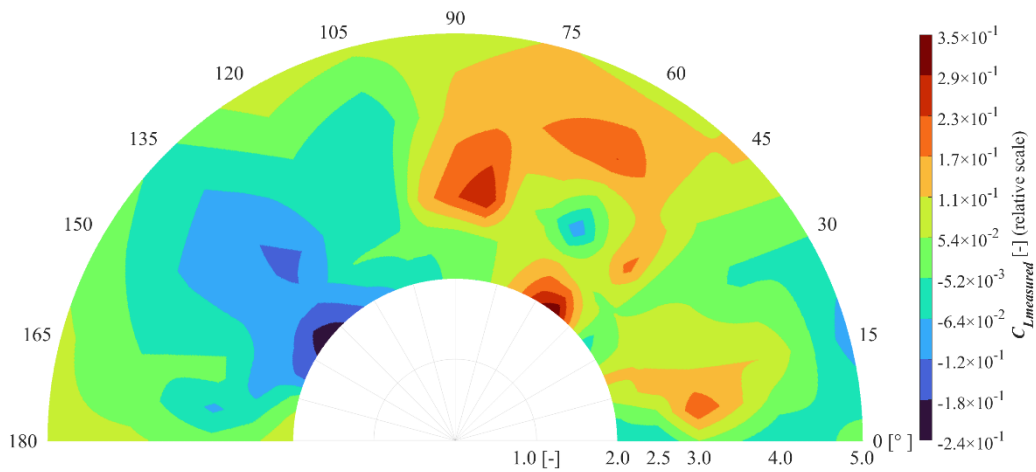


Fig. 5.7 $C_{Lmeasured}$ contour diagram for $f^* = 0.14, A^* = 0.8$

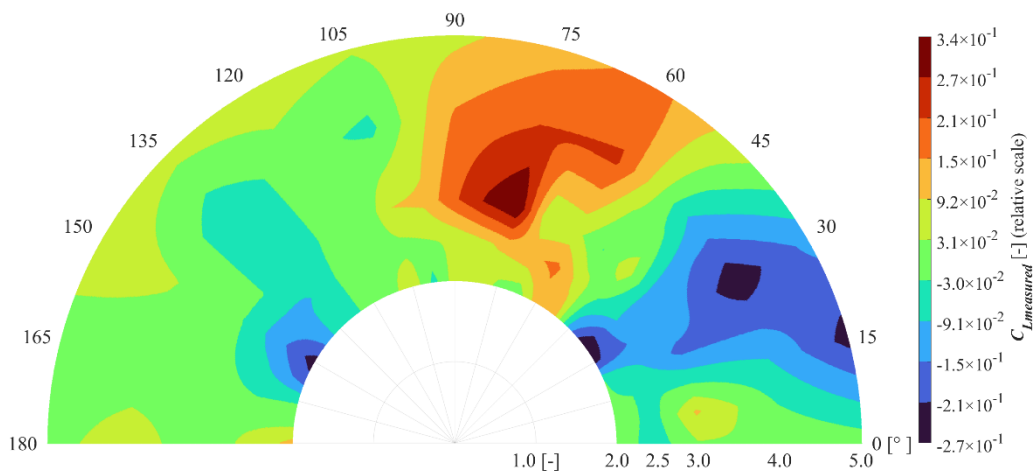


Fig. 5.8 $C_{Lmeasured}$ contour diagram for $f^* = 0.16, A^* = 0.5$

5.3. 変動抗力係数

変動抗力係数 C'_D の解析結果のうち代表例をコンター図で Fig. 5.9, Fig. 5.10, Fig. 5.11, Fig. 5.12 に示す. なお後述するモデル化による値と区別するため、図中では $C'_{Dmeasured}$ と表記する。

Fig. 5.9 は $f^* = 0.00, A^* = 0.0$ での値である. Fig. 2.10 と比べて変動成分自体が非常に小さい. 一方で, $0 \leq \theta \leq 30, 3.0 \leq P^*$ 付近にあるピークに関しては同様の分布を示している. このピークは outer lift peak ないしは tandem 配置における reattachment か co-shedding 領域あたり, 上流円筒から剥離された流れを変動成分として受け取っているためである.

Fig. 5.10 は $f^* = 0.14, A^* = 0.5$ での値である. Fig. 5.9 と比べて, 加振によって明確なピークは消えていることが分かる. また値のばらつきも小さい. これは抗力の変動成分として受けていた剥離層が加振によって消滅ないしは規模が小さくなったためだと考えられる.

Fig. 5.11 は $f^* = 0.14, A^* = 0.8$ での値である. Fig. 5.10 とほぼ同一の分布となっている. 一方で, A^* が大きくなった分, 値そのものは全体的に大きくなっている.

Fig. 5.12 は $f^* = 0.16, A^* = 0.5$ での値である. Fig. 5.10 と比べると, ほとんどの領域で値が非常に小さい範囲で留まっている.

抗力の変動成分は, 後流域の圧力の変化の仕方に依存していると考えられる. そのため, f^* が大きくなるほど, 後流域としては一定に近づき, 変動成分もばらつきが小さくなると考えられる. また同一の f^* であれば, A^* が大きいほど後流域が元の圧力に戻っている箇所も増え, その分変動成分も大きくなると考えられる.

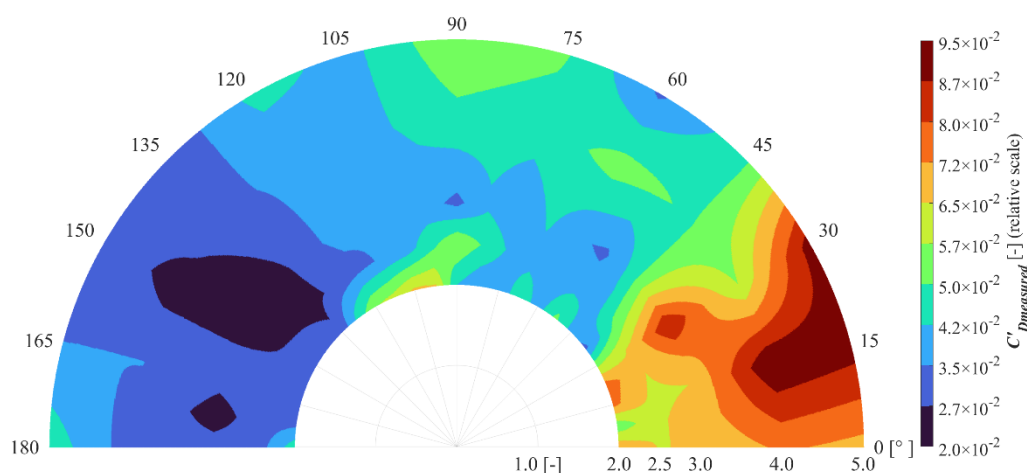


Fig. 5.9 $C'_{Dmeasured}$ contour diagram for $f^* = 0.00, A^* = 0.0$

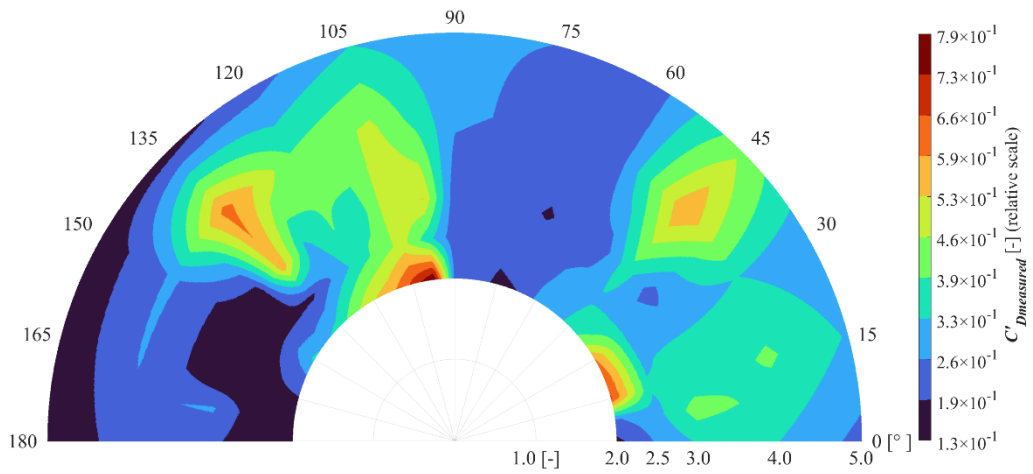


Fig. 5.10 $C'_{Dmeasured}$ contour diagram for $f^* = 0.14, A^* = 0.5$

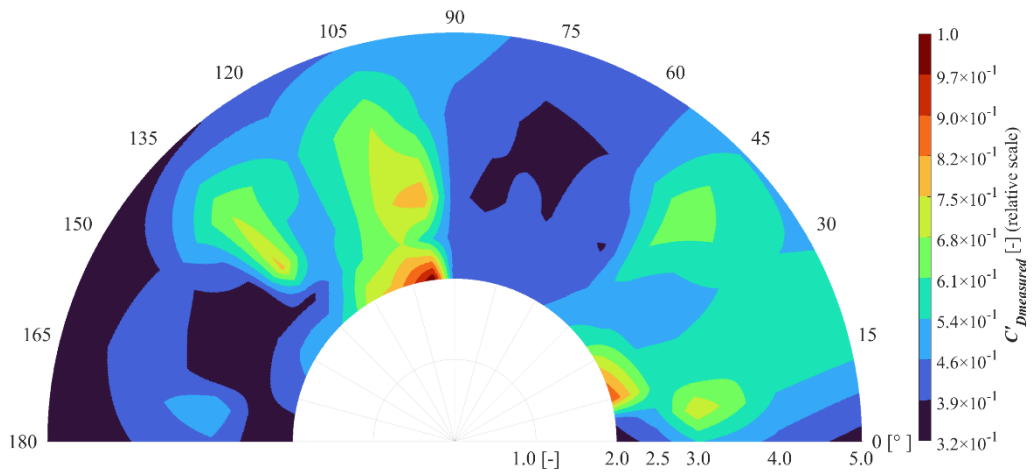


Fig. 5.11 $C'_{Dmeasured}$ contour diagram for $f^* = 0.14, A^* = 0.8$

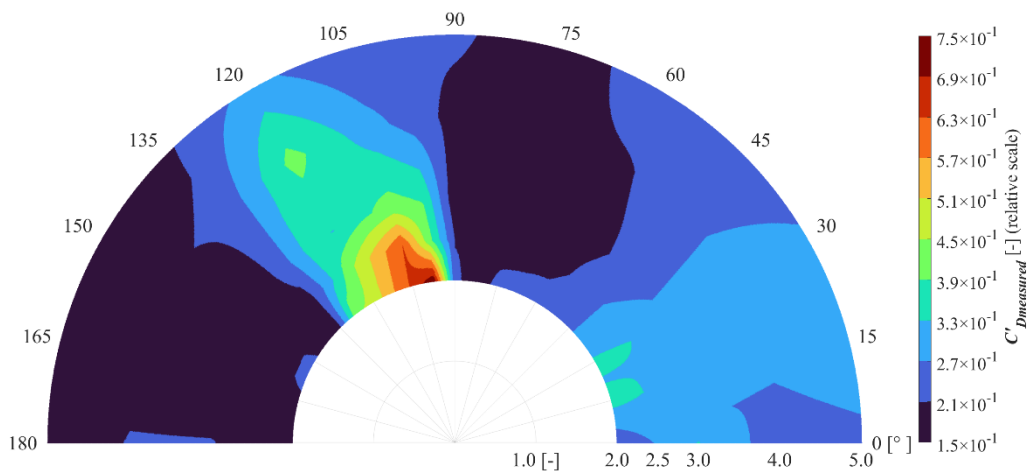


Fig. 5.12 $C'_{Dmeasured}$ contour diagram for $f^* = 0.16, A^* = 0.5$

5.4. 変動揚力係数

変動揚力係数 C'_L の解析結果のうち代表例をコンター図で Fig. 5.13, Fig. 5.14, Fig. 5.15, Fig. 5.16 に示す. なお後述するモデル化による値と区別するため、図中では $C'_{Lmeasured}$ と表記する。

Fig. 5.13 は $f^* = 0.00, A^* = 0.0$ での値である. Fig. 2.11 と比べて変動成分自体が小さい. 一方で, $0 \leq \theta \leq 30, 3.0 \leq P^*$ 付近にあるピークに関しては同様の分布を示している. これは C'_D 同様, 上流円筒から剥離された流れを変動成分として受け取っているためだと考えられる.

Fig. 5.14 は $f^* = 0.14, A^* = 0.5$ での値である. Fig. 5.13 と比べて, 加振によってピーク的位置がずれていることがわかる. また, C'_D と異なり, 本実験では加振方向と揚力方向が一致しているため, 加振の影響を強く受ける. $0 \leq \theta \leq 45$ および $135 \leq \theta \leq 180$ の y 方向に対して対称の位置にピークが存在し, side-by-side に近づくとつれて, 急激に値が下がっている. このことから side-by-side に近づき, 互いの円筒が加振領域に入り込むことで加振による変動成分が打ち消されているためだと考えられる.

Fig. 5.15 は $f^* = 0.14, A^* = 0.8$ での値である. Fig. 5.14 と比べてピーク的位置は変わらず, side-by-side での変動成分も大きくなっている. また全体的な値も大きくなっている. これは A^* が大きくなるにつれて, 打ち消し合う以上の変動成分が発生するためだと考えられる.

Fig. 5.16 は $f^* = 0.16, A^* = 0.5$ での値である. Fig. 5.14 と比べて, ピークがなくなり, 値そのものも小さくなっている. 本来, f^* が大きくなれば変動成分は増加すると考えられるため, $f^* = 0.14$ では共振状態に近く変動成分が大きくなっている可能性がある.

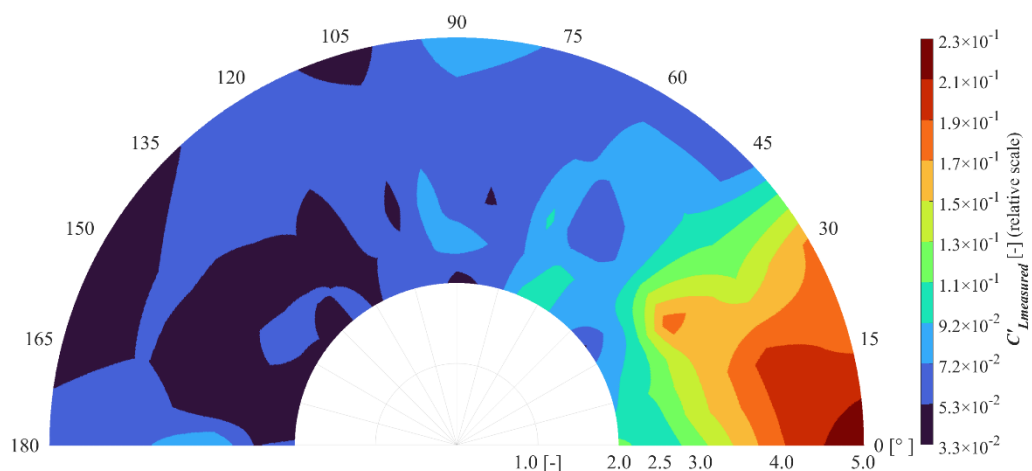


Fig. 5.13 $C'_{Lmeasured}$ contour diagram for $f^* = 0.00, A^* = 0.0$

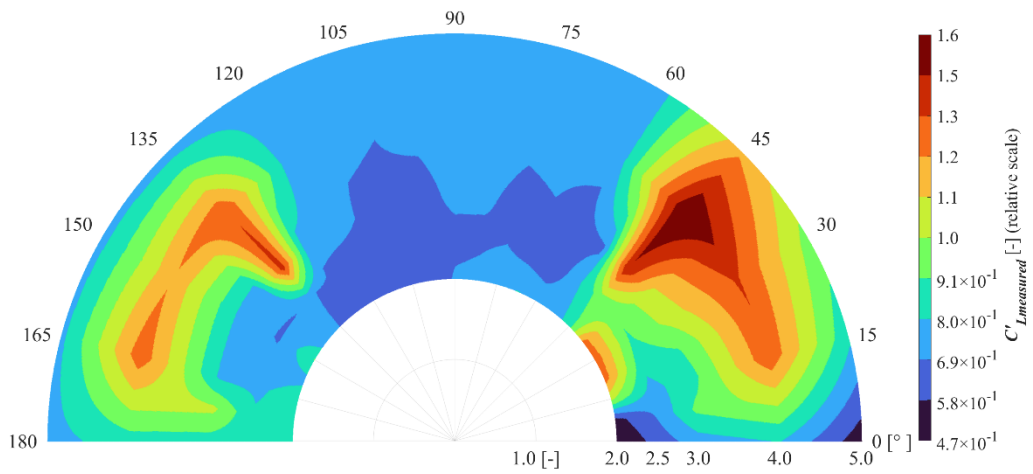


Fig. 5.14 $C'_{Lmeasured}$ contour diagram for $f^* = 0.14, A^* = 0.5$

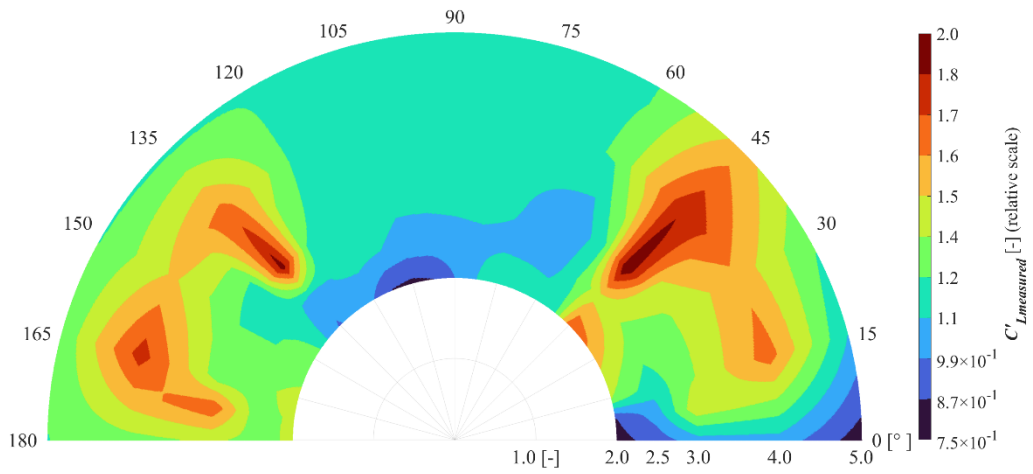


Fig. 5.15 $C'_{Lmeasured}$ contour diagram for $f^* = 0.14, A^* = 0.8$

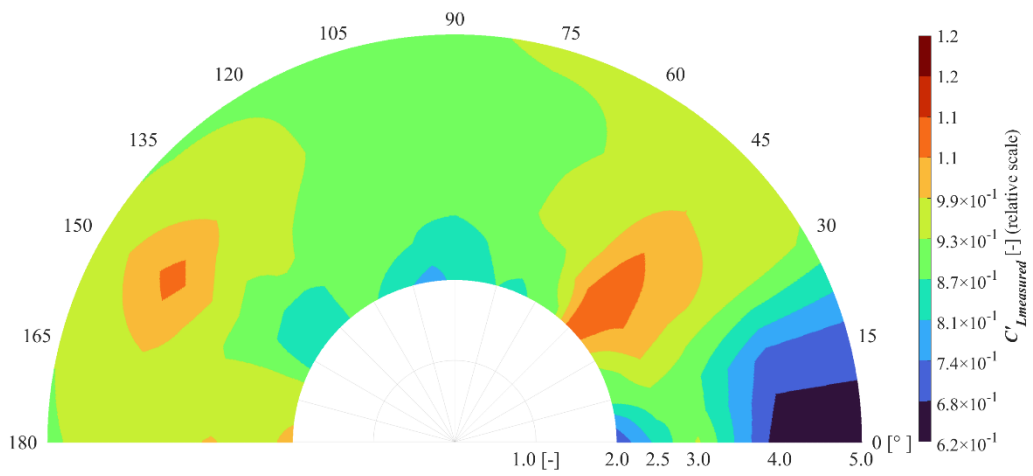


Fig. 5.16 $C'_{Lmeasured}$ contour diagram for $f^* = 0.16, A^* = 0.5$

5.5. 付加質量力係数

付加質量係数 C_{add} の解析結果のうち代表例をコンター図で Fig. 5.17, Fig. 5.18, Fig. 5.19 に示す. なお、付加質量係数はモデル化を行わないため、 C_{add} のまま表記する. また無加振状態では C_{add} は定義されないため、 $f^* = 0.00, A^* = 0.0$ の図は記載していない.

Fig. 5.17 は $f^* = 0.14, A^* = 0.5$ での値である. $150 \leq \theta \leq 180$ で値が大きく、またそれ以外の θ かつ $P^* = 2.0$ 付近で値が低くなっている.

Fig. 5.18 は $f^* = 0.14, A^* = 0.8$ での値である. Fig. 5.17 と比べてピークの値は変化していないが、値が大きい分布が広がっている. 付加質量力は円筒に付随して動くときみなされた流体による力であり、概ね A^* に対して単調増加していくと考えられる.

Fig. 5.19 は $f^* = 0.16, A^* = 0.5$ での値である. Fig. 5.17 とほとんど同一の分布であるが、 $0 \leq \theta \leq 30$ で低いピークが見られる. 付加質量力と f^* の関係は A^* ほど明確でないため、ピークの原因は判断できない.

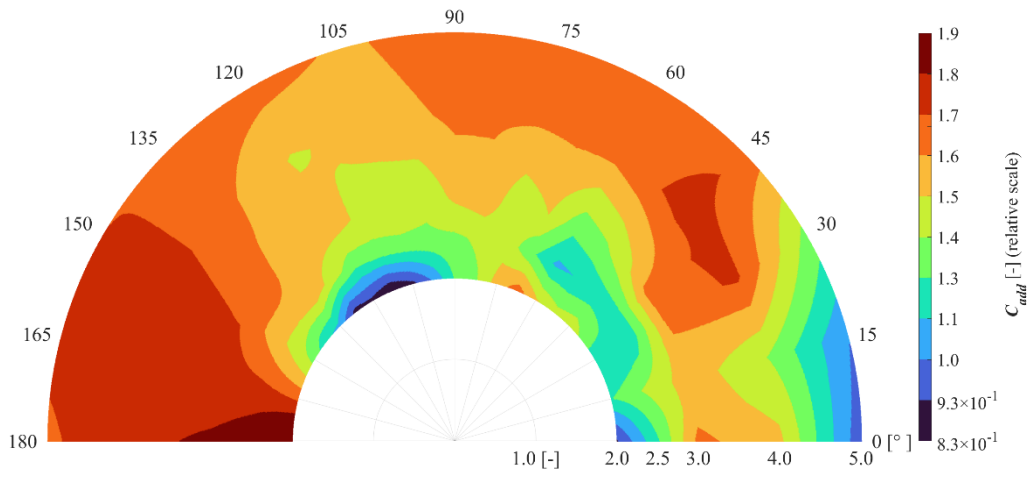


Fig. 5.17 C_{add} contour diagram for $f^* = 0.14, A^* = 0.5$

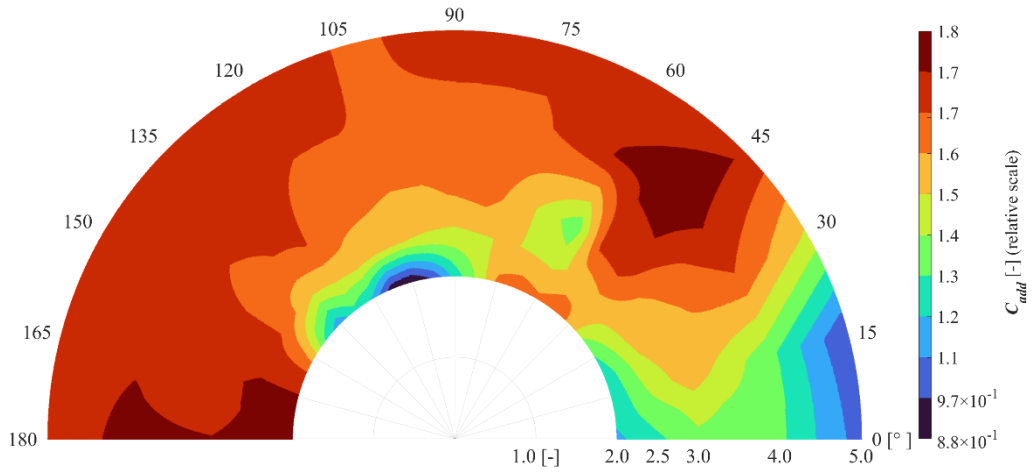


Fig. 5.18 C_{add} contour diagram for $f^* = 0.14, A^* = 0.8$

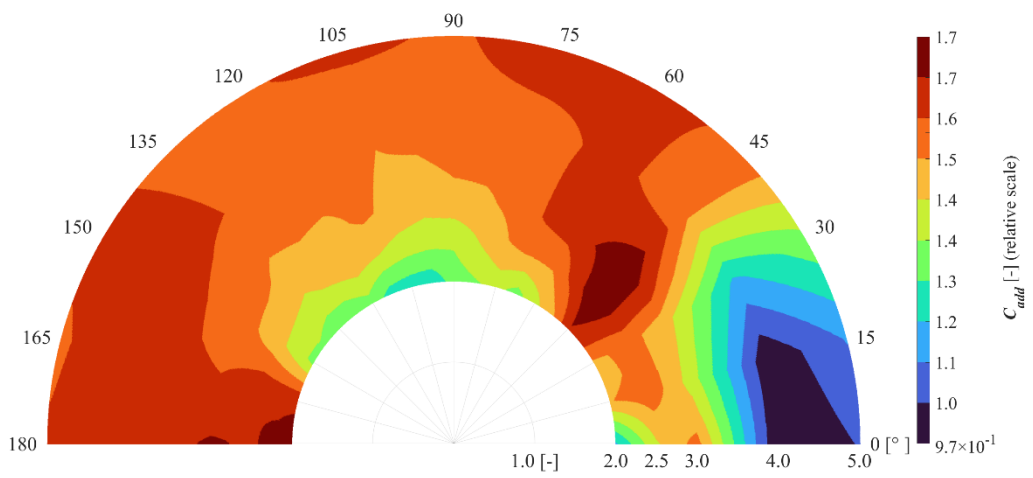


Fig. 5.19 C_{add} contour diagram for $f^* = 0.16, A^* = 0.5$

5.6. 無次元減衰係数

無次元減衰係数 C_{damp} の解析結果のうち代表例をコンター図で Fig. 5.20, Fig. 5.21, Fig. 5.22 に示す。なお、無次元減衰係数はモデル化を行わないため、 C_{damp} のまま表記する。また無加振状態では C_{damp} は定義されないため、 $f^* = 0.00, A^* = 0.0$ の図は記載していない。

Fig. 5.20 は $f^* = 0.14, A^* = 0.5$ での値である。 $0 \leq \theta \leq 30$ に正負両方のピークが存在しており、 P^* によって減衰力が大きく変化することがわかる。他の箇所では概ね 0 に近い値を示している。

Fig. 5.21 は $f^* = 0.14, A^* = 0.8$ での値である。 Fig. 5.20 と比べて分布、値ともにはほとんど変化していない。

Fig. 5.22 は $f^* = 0.16, A^* = 0.5$ での値である。 Fig. 5.20 と比べて負の領域が減っており、全体的に減衰力が強まっているのがわかる。

減衰力は主に円筒の運動を妨げる方向に働く流体力であり、速度に比例する。一方で任意 2円筒配置では複雑な流れの干渉が生じているため、その影響で位置関係ごとに減衰性が容易に変化すると考えられる。

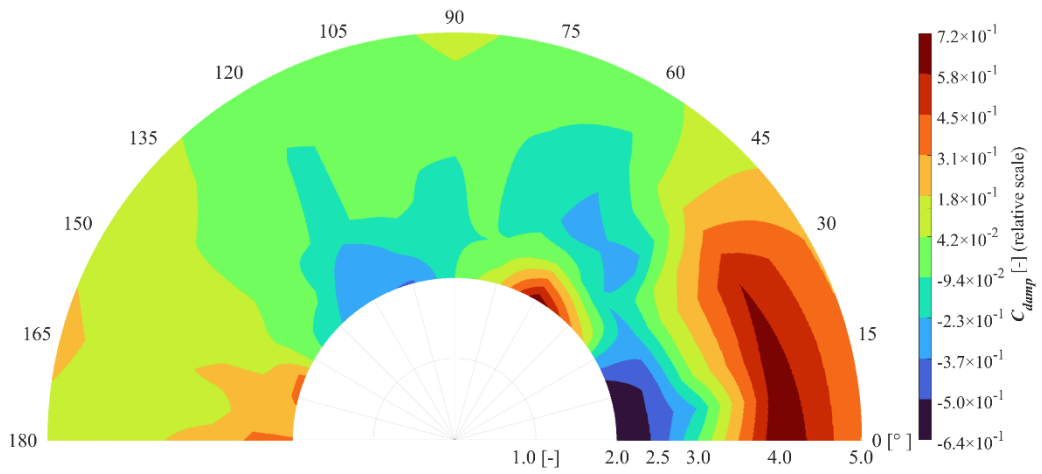


Fig. 5.20 C_{damp} contour diagram for $f^* = 0.14, A^* = 0.5$

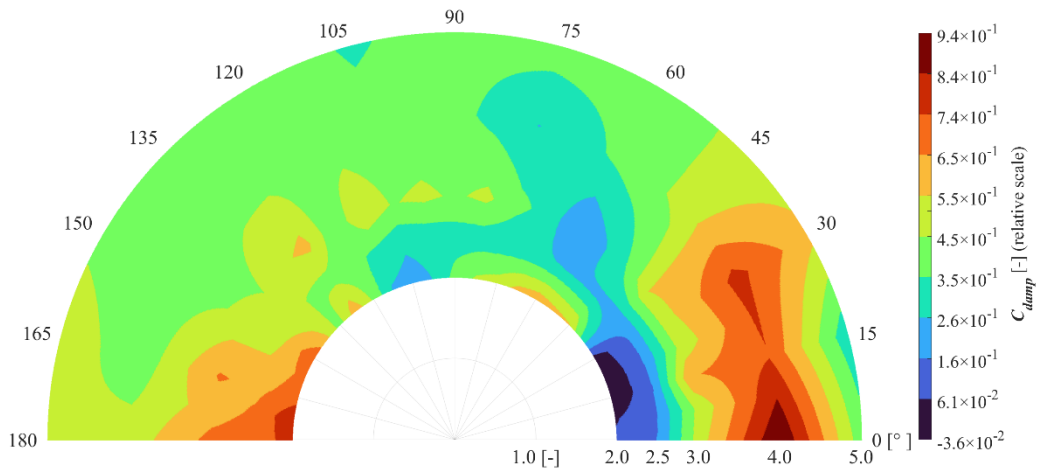


Fig. 5.21 C_{damp} contour diagram for $f^* = 0.14, A^* = 0.8$

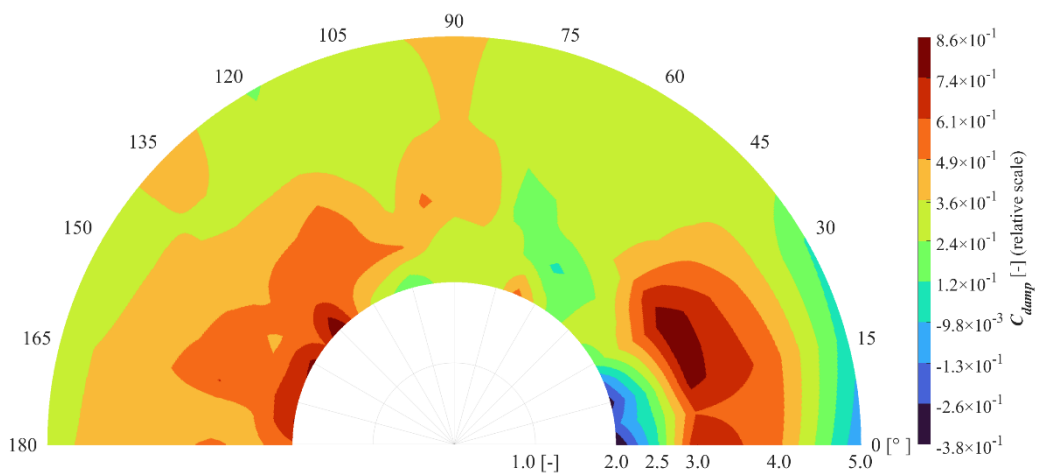


Fig. 5.22 C_{damp} contour diagram for $f^* = 0.16, A^* = 0.5$

6. 流体力モデル

6.1. モデルの概念

6.1.1. モデルの概要

本章では、一様流中に存在する複数円筒にかかる流体力係数を互いに独立な複数の変数からなる関数で再現する流体力モデルを構築することを目的とする。対象となる無次元係数は平均抗力係数 C_D 、平均揚力係数 C_L 、変動抗力係数 C'_D 、変動揚力係数 C'_L の4つである。付加質量係数 C_{add} および無次元減衰係数 C_{damp} に関してのモデル化は行わない。本研究で行われた円筒加振実験で得られたデータベースを基にモデル化を行う。実験では、カラム数 N 、カラム中心間距離比 P^* 、一様流に対する円筒間角度 θ 、無次元加振振動数 f^* 、無次元加振振幅 A^* が可変パラメータであり、2円筒間の干渉のみを考慮して、 $N = 2$ の条件下でモデル化を行った。 $N = 2$ に限定するのは、複数円筒間の流体干渉としては2円筒間のものが最も基本的であり、可変パラメータごとの変化傾向もわかりやすくなるためである。任意の流体力係数を C_{all} とすると、 C_{all} は θ, P^*, f^*, A^* によって一意に定まる値であるため、これを変数に持つ関数 $F(\theta, P^*, f^*, A^*)$ を用いて

$$C_{all} = F(\theta, P^*, f^*, A^*) \quad (6.1)$$

と表せる。

6.1.2. モデルの線形近似

流体力係数 C_{all} は流体力そのものを無次元化したものであり加法が成り立つ。また $F(\theta, P^*, 0, 0)$ は無加振状態を示す。よって、 $C_{all} - F(\theta, P^*, 0, 0)$ は無加振時の影響を除去した値となる。

ここで4つの変数のうち A^* に注目する。無加振時と比べて、加振方向の移動距離は $2A^*$ であり、また加振によって追加で発生する後流域の幅は約 $2A^*$ である。よって「加振によって生じる C_{all} の変動値は A^* に比例する」…①と仮定すると、 θ, P^*, f^* を変数にもつ関数 $a_0(\theta, P^*, f^*)$ を用いて、

$$F(\theta, P^*, f^*, A^*) - F(\theta, P^*, 0, 0) \cong a_0(\theta, P^*, f^*) \times A^* \quad (6.2)$$

と近似できる。

$F(\theta, P^*, 0, 0)$ は A^*, f^* に依存しないため、これを $b_0(\theta, P^*)$ とすれば、 C_{all} の近似式 \tilde{C}_{all} は

$$C_{all} \cong \tilde{C}_{all} = a_0(\theta, P^*, f^*) A^* + b_0(\theta, P^*) \quad (6.3)$$

となる。

2円筒間には非線形な流体干渉が存在するため、厳密に A^* に対して線形であるとは言えないが、以降は A^* に対して①が成り立つと仮定して式を基にモデル化を進める。

6.1.3. モデルの基本式

式(6.3)より $a_0(\theta, P^*, f^*)$ と $b_0(\theta, P^*)$ が求められれば \tilde{C}_{all} は定まる。しかし A^* とは異なり、 θ, P^*, f^* については非線形現象が多く C_{all} との明確な物理的関係を解釈することが難しい。そこで、 θ, P^*, f^* をそれぞれ変数に持つ独立した関数の集合 ϕ を

$$\phi = \{a_1(\theta), a_2(P^*), a_3(f^*), b_1(\theta), b_2(P^*)\}^T \quad (6.4)$$

のように定める。このとき $a_0(\theta, P^*, f^*)$ と $b_0(\theta, P^*)$ が、 $\hat{a}_1, \hat{a}_2, \hat{a}_3, \hat{b}_1, \hat{b}_2$ を用いて、

$$\begin{pmatrix} a_0(\theta, P^*, f^*) \\ a_0(\theta, P^*, f^*) \\ a_0(\theta, P^*, f^*) \\ b_0(\theta, P^*) \\ b_0(\theta, P^*) \end{pmatrix} \cong \begin{pmatrix} \hat{a}_1 a_1(\theta) \\ \hat{a}_2 a_2(P^*) \\ \hat{a}_3 a_3(f^*) \\ \hat{b}_1 b_1(\theta) \\ \hat{b}_2 b_2(P^*) \end{pmatrix} \quad (6.5)$$

のように表せるとする。さらに $\hat{a} = \hat{a}_1 \hat{a}_2 \hat{a}_3$, $\hat{b} = \hat{b}_1 \hat{b}_2$ を用いて

$$\begin{aligned} a(\theta, P^*, f^*) &= \hat{a}_1 a_1(\theta) \times \hat{a}_2 a_2(P^*) \times \hat{a}_3 a_3(f^*) \\ &= \hat{a} \times a_1(\theta) a_2(P^*) a_3(f^*) \end{aligned} \quad (6.6)$$

$$\begin{aligned} b(\theta, P^*) &= \hat{b}_1 b_1(\theta) \times \hat{b}_2 b_2(P^*) \\ &= \hat{b} \times b_1(\theta) b_2(P^*) \end{aligned} \quad (6.7)$$

とすると、

$$\begin{aligned} a_0(\theta, P^*, f^*) A^* + b_0(\theta, P^*) &\cong a(\theta, P^*, f^*) A^* + b(\theta, P^*) \\ &= \hat{a} \{a_1(\theta) a_2(P^*) a_3(f^*)\} A^* + \hat{b} \{b_1(\theta) b_2(P^*)\} \end{aligned} \quad (6.8)$$

のようになる。

$$C_{model} = \hat{a} \{a_1(\theta) a_2(P^*) a_3(f^*)\} A^* + \hat{b} \{b_1(\theta) b_2(P^*)\} \quad (6.9)$$

と定義すると、式(6.9)は A^* に関して一次の式であるため、これを A^* に関する一次関数とみなし、傾きに当たる係数を傾き関数 $a(\theta, P^*, f^*)$ 、切片に当たる係数を切片関数 $b(\theta, P^*)$ と名付ける。以降は「 C_{model} は \tilde{C}_{all} の近似関数である」…②と仮定する。さらに①、②を統合し「 C_{model} は C_{all} の近似関数である。則ち C_{all} は A^* に関する一次の式で近似でき、またその一次項の係数と定数項はそれぞれ θ, P^*, f^* ごとに独立で変数分離が可能な関数によって近似できる」…③と仮定し、式(6.9)をモデルの基本式として扱う。

6.1.4. 各変数の定義域

より物理現象に即したモデルを作成するためには、 ϕ に含まれる各要素を近似する際にデータベースの値だけではなく、変数の定義域に関して適切な境界条件を設定する必要がある。ここで各変数が物理的にどのような定義域を持つかをTable 6.1にまとめた。 C_{all} は θ に対して周期360の関数となり、2円筒配置では x 軸に関して対称となるため、本モデルでは $0 \leq \theta \leq 180$ で考える。以降のモデル化では、この定義域に従い C_{all} に境界条件を設定する。

Table 6.1 Boundary condition each variable

θ [degree]	0	...	180
P^*	1	...	∞
f^*	0	...	∞
A^*	0	...	∞

6.2. 平均抗力係数のモデル

平均抗力係数 C_D のモデルの理論およびモデル化の結果を記載する。

6.2.1. 無次元振幅に対する線形モデルおよび境界条件

①で仮定したように C_D の変化は A^* に対して線形であるとして、任意の θ, P^*, f^* で $A^* = 0$ のときの $C_{Dmeasured}$ の値を通り A^* に対するその他の $C_{Dmeasured}$ の値との最小二乗法により定まる直線を考える。このとき式(6.3)のように傾きが $a_0(\theta, P^*, f^*)$ 、切片が $b_0(\theta, f^*)$ が定まる。なお単一円筒時の $C_{Dmeasured}$ を用いて同様に算出された直線の式の傾きを $a_s(f^*)$ 、切片を b_s と定義する。

C_D における $a_0(\theta, P^*, f^*)$, $b_0(\theta, P^*)$ の境界条件を考えると、Table 6.2, Table 6.3, Table 6.4 のようになる。

Table 6.2 より $\theta = 0$ で tandem 配置の下流側, $\theta = 90$ で side-by-side 配置, $\theta = 180$ で tandem 配置の上流側に位置する状態となる。これらには特定の境界条件は存在しない。

Table 6.3 より $P^* = \infty$ で単一円筒状態となる。よって $a_0(\theta, \infty, f^*) \cong a_s(f^*)$, $b_0(\theta, \infty) \cong b_s$ となる。また $1 \leq P^* < 2$ では流体干渉が非常に複雑になるため、実験で計測できていないこの範囲における $a_0(\theta, P^*, \theta)$, $b_0(\theta, P^*)$ の推定は困難である。

Table 6.4 より $f^* = 0$ で無加振状態, $f^* = \infty$ で高速加振状態となる。 $f^* = 0$ では A^* に対する変化は存在しないので, $a_0(\theta, P^*, 0) = 0$ となる。 $f^* = \infty$ では、後流域 $(2A^* + 1)D$ に常に固定円筒が存在していると考えられる。また円筒直径そのものは D から変化していないため、実際の円筒直径に基づいた代表面積にかかる C_D を $C_{D\infty}$ とすると「 $f^* = \infty$ における $C_{D\infty} = F(\theta, P^*, \infty, A^*)$ は無加振時の値である $C_D = F(\theta, P^*, 0, 0)$ の $(2A^* + 1)$ 倍で表せる」…④と仮定する。ここで $F(\theta, P^*, 0, 0) = b_0(\theta, P^*)$ であるため、

$$\begin{aligned} C_{D\infty} &\cong (2A^* + 1) \times F(\theta, P^*, 0, 0) \\ &= (2A^* + 1) \times b_0(\theta, P^*) \\ &= 2b_0(\theta, P^*) A^* + b_0(\theta, P^*) \end{aligned} \quad (6.10)$$

となる。よって A^* に対する傾き $a_0(\theta, P^*, f^*)$ は $f^* \rightarrow \infty$ で $a_0(\theta, P^*, f^*) \rightarrow 2b_0(\theta, P^*)$ となる。

以上を境界条件と定めて、次項にて $a_0(\theta, P^*, f^*)$ と $b_0(\theta, P^*)$ の近似関数である傾き関数 $a(\theta, P^*, f^*)$ と切片関数 $b(\theta, P^*)$ を別々にモデル化し、算出する。

Table 6.2 C_D boundary condition about θ

θ [degree]	0	...	90	...	180
$a_0(\theta, P^*, f^*)$	tandem-low	–	side-by-side	–	tandem-upper
$b_0(\theta, P^*)$	tandem-low	–	side-by-side	–	tandem-upper

Table 6.3 C_D boundary condition about P^*

P^*	1	...	∞
$a_0(\theta, P^*, f^*)$	–	–	$a_s(f^*)$
$b_0(\theta, P^*)$	–	–	b_s

Table 6.4 C_D boundary condition about f^*

f^*	0	...	∞
$a_0(\theta, P^*, f^*)$	0	–	$2b_0(\theta, P^*)$

6.2.2. 傾き関数に関するモデルの理論

6.2.2.1. θ に関するモデル

$a_0(\theta, P^*, f^*)$ をモデル化するにあたり、2章で記載した無加振状態における2円筒間の θ ごとの流場パターンを再度抜粋する。 $0 \leq \theta \leq 15$ では剥離層の再付着、 $15 < \theta \leq 45$ ではせん断層の状態で円筒間を通過、 $45 < \theta \leq 90$ では2円筒からの渦放出が同期していくような流場パターンとなっている。上流側となる $90 < \theta$ では下流側での変化に対応した変化が対称型となって生じている。厳密にこの θ 区間に従うわけではなく、また P^* が大きくなるに従って剥離層やせん断層状態が渦列へと変化していくこともあるが、概ねこの区間ごとに流場パターンが大きく変化する。加振状態でも無加振状態の角度分類に基づき流場パターンが変化すると考えて、次のように

$$\begin{aligned}
Q_1 &= \{ \theta \mid 0 \leq \theta < 15 \} \\
Q_2 &= \{ \theta \mid 15 \leq \theta < 45 \} \\
Q_3 &= \{ \theta \mid 45 \leq \theta \leq 90 \} \\
Q_4 &= \{ \theta \mid 90 < \theta < 135 \} \\
Q_5 &= \{ \theta \mid 135 \leq \theta < 165 \} \\
Q_6 &= \{ \theta \mid 165 \leq \theta \leq 180 \}
\end{aligned} \tag{6.11}$$

区間 $Q_m (m = 1, 2, \dots, 6)$ で $a_0(\theta, P^*, f^*)$ を分類する。

さらに Q_m では θ が増加するごとに円筒間の後流域影響が単調に増加ないしは減少し、円

筒間の干渉は単調に増加ないしは減少すると考える。このとき、区間 Q_m での $a_0(\theta, P^*, f^*)$ の挙動に関して、「同一の A^* でも、円筒間の後流域影響が減少すれば A^* の影響は増加し、増加すれば A^* の影響は減少するため、 Q_m では $a_0(\theta, P^*, f^*)$ は $\theta \in Q_m$ に関して線形近似できる」…⑥と仮定する。さらに③の仮定より、「 $a_0(\theta, P^*, f^*)$ の $\theta \in Q_m$ の線形近似直線は P^*, f^* に依らないある直線を倍率 $a'_2(P^*), a'_3(f^*)$ で変化させたものであるとする。」…⑦と仮定する。

このとき $a_0(\theta, P^*, f^*)$ を、 Q_m ごとに定まる係数 p_{1m}, q_{1m} を用いて線形近似すると、

$$\begin{aligned} a_0(\theta, P^*, f^*) &\cong a'_2(P^*)a'_3(f^*)a_1(\theta) \\ &= a'_2(P^*)a'_3(f^*)\{p_{1m}\theta + q_{1m}\}, (\theta \in Q_m) \end{aligned} \quad (6.12)$$

となる。

p_{1m}, q_{1m} は P^*, f^* に依らないため、本実験における代表的測定点である $P^* = 2.0, f^* = 0.14$ のときに定まる $a_0(\theta, P^*, f^*)$ に対する、区間 Q_m での最小二乗法により定まる線形近似直線の傾き p_{1m} 、切片 q_{1m} を基準値とする。また基準値を表す P^*, f^* として $P_c^* = 2.0, f_c^* = 0.14$ と置くと、

$$\begin{aligned} a'_2(P_c^*) &= 1, a'_3(f_c^*) = 1 \\ \Rightarrow a_0(\theta, P_c^*, f_c^*) &\cong a'_2(P_c^*)a'_3(f_c^*)\{p_{1m}\theta + q_{1m}\} \\ &= p_{1m}\theta + q_{1m} \end{aligned} \quad (6.13)$$

を満たす。

6.2.2.2. P^* に関するモデル

続いて Q_m ごとに⑦で仮定した $a'_2(P^*)$ を考える。まず P^* に関する $a_0(\theta, P^*, f^*)$ の境界条件より、 $P^* \rightarrow \infty$ で $a_0(\theta, \infty, f^*) \cong a_s(f^*)$ となる。また P^* は大きくなるにつれて後流域影響が減少し、⑥の前半同様、同一の A^* でも、円筒間後流域影響が減少すれば A^* の影響は増加すると考えると、 $a_0(\theta, P^*, f^*)$ は P^* に関して単調増加となる。以上の条件から $a_0(\theta, P^*, f^*)$ は P^* に関して係数 $p'_{2m}(\theta, f^*), q'_{2m}(\theta, f^*), r_{2m}(\theta, f^*)$ を用いて

$$a_0(\theta, P^*, f^*) \cong -p'_{2m}(\theta, f^*)e^{-q'_{2m}(\theta, f^*)P^*} + r_{2m}(\theta, f^*) \quad (6.14)$$

と近似できるとする。このとき、 $p'_{2m}(\theta, f^*) > 0, q'_{2m}(\theta, f^*) > 0$ となると仮定する。

また、境界条件より、

$$\begin{aligned} a_0(\theta, \infty, f^*) &\cong a_s(f^*) = r_{2m}(\theta, f^*) \\ \Rightarrow a_0(\theta, P^*, f^*) &\cong -p'_{2m}(\theta, f^*)e^{-q'_{2m}(\theta, f^*)P^*} + a_s(f^*) \end{aligned} \quad (6.15)$$

である。

⑦より式(6.15)は f^* に依らないと考えて、 $f^* = f_c^*$ で代表させた $p'_{2m}(\theta, f^*), q'_{2m}(\theta, f^*)$ を $p''_{2m}(\theta), q''_{2m}(\theta)$ に置き換え、さらに両辺を $a_s(f_c^*)$ で正規化すると、

$$\frac{a_0(\theta, P^*, f^*)}{a_s(f_c^*)} \cong -\frac{p_{2m}''(\theta)e^{-q_{2m}''(\theta)P^*}}{a_s(f_c^*)} + 1 \quad (6.16)$$

となる。

また $\theta \in Q_m$ では、式(6.12)より θ, P^* は互いに独立であるため、式(6.16)は θ に依らない。そこで、 $f^* = f_c^*$ での $a_0(\theta, P^*, f^*)/a_s(f_c^*)$, $(\theta \in Q_m)$ の平均値を $\overline{\{a_0(\theta, P^*, f^*)/a_s(f_c^*)\}}$ として、式(6.16)の左辺を代表させると同時に、 $p_{2m}''(\theta)/a_s(f_c^*)$, $q_{2m}''(\theta)$ は θ に依らなくなるとしてそれぞれ p_{2m} , q_{2m} に置き換えると、

$$\overline{\left\{ \frac{a_0(\theta, P^*, f^*)}{a_s(f_c^*)} \right\}} \cong 1 - p_{2m} e^{-q_{2m} P^*} \quad (6.17)$$

となる。

上式両辺の最小二乗法により p_{2m} , q_{2m} を定めれば、 P^* に関する関数である $a_2(P^*)$ を用いて

$$a_2(P^*) = 1 - p_{2m} e^{-q_{2m} P^*} \quad (6.18)$$

と表せる。

さらに $a_2(P_c^*)$ の値で正規化することで、

$$\frac{a_2(P^*)}{a_2(P_c^*)} = a_2'(P^*) \quad (6.19)$$

と表せ、これは則ち式(6.12)における倍率 $a_2'(P^*)$ を示すこととなる。

さらに $\hat{a}_2 = 1/a_2(P_c^*)$ とすると、

$$\frac{a_2(P^*)}{a_2(P_c^*)} = \hat{a}_2 a_2(P^*) \quad (6.20)$$

となる。

6.2.2.3. f^* に関するモデル

同様に Q_m ごとに⑦で仮定した $a_3'(f^*)$ を考える。 f^* に関する $a_0(\theta, P^*, f^*)$ の境界条件より、 $f^* \rightarrow \infty$ で $a_0(\theta, P^*, \infty) \cong 2b_0(\theta, P^*)$ となる。また $a_0(\theta, P^*, 0) = 0$ である。区間 Q_m では f^* が大きくなるにつれて円筒間の後流域影響は減少し、 A^* の影響は増加すると考えると、 $a_0(\theta, P^*, f^*)$ は f^* に関して単調増加となる。以上の条件から $a_0(\theta, P^*, f^*)$ は f^* に関して係数 $p_{3m}'(\theta, P^*)$, $q_{3m}'(\theta, P^*)$, $r_{3m}(\theta, P^*)$ を用いて

$$a_0(\theta, P^*, f^*) \cong -p_{3m}'(\theta, P^*) e^{-q_{3m}'(\theta, P^*) f^*} + r_{3m}(\theta, P^*) \quad (6.21)$$

と近似できるとする。このとき、 $p_{3m}'(\theta, P^*) > 0$, $q_{3m}'(\theta, P^*) > 0$ となると仮定する。

$f^* \rightarrow \infty$ での境界条件より,

$$\begin{aligned} a_0(\theta, P^*, \infty) &\cong 2b_0(\theta, P^*) = r_{3m}(\theta, P^*) \\ \Rightarrow a_0(\theta, P^*, f^*) &\cong -p'_{3m}(\theta, P^*)e^{-q'_{3m}(\theta, P^*)P^*} + 2b_0(\theta, P^*) \end{aligned} \quad (6.22)$$

である.

また, $f^* = 0$ で

$$\begin{aligned} a_0(\theta, P^*, 0) &\cong -p'_{3m}(\theta, P^*) + 2b_0(\theta, P^*) = 0 \\ \Leftrightarrow p'_{3m}(\theta, P^*) &\cong 2b_0(\theta, P^*) \\ \Rightarrow a_0(\theta, P^*, f^*) &\cong -2b_0(\theta, P^*)e^{-q'_{3m}(\theta, P^*)P^*} + 2b_0(\theta, P^*) \end{aligned} \quad (6.23)$$

となる.

⑦より式(6.23)は P^* に依らないと考えて, $P^* = P_c^*$ で代表させた $q'_{3m}(\theta, P^*)$ を $q''_{3m}(\theta)$ で置き換え, さらに両辺を $2b_0(\theta, P^*)$ で正規化すると,

$$\frac{a_0(\theta, P^*, f^*)}{2b_0(\theta, P_c^*)} \cong 1 - e^{-q''_{3m}(\theta)f^*} \quad (6.24)$$

となる.

また $\theta \in Q_m$ では, 式(6.12)より θ, f^* は互いに独立であるため, 式(6.24)は θ に依らない. そこで, $P^* = P_c^*$ での $a_0(\theta, P^*, f^*)/2b_0(\theta, P_c^*), (\theta^v \in Q_m)$ の平均値を $\overline{\{a_0(\theta, P^*, f^*)/2b_0(\theta, P_c^*)\}}$ として, 式(6.24)の左辺を代表させると同時に, $q''_{3m}(\theta)$ を q_{3m} で置き換え,

$$\overline{\left\{ \frac{a_0(\theta, P^*, f^*)}{2b_0(\theta, P_c^*)} \right\}} \cong 1 - e^{-q_{3m}f^*} \quad (6.25)$$

となる.

上式両辺の最小二乗法により q_{3m} を定めれば, f^* に関する関数である $a_3(f^*)$ を用いて

$$a_3(f^*) = 1 - e^{-q_{3m}f^*} \quad (6.26)$$

と表せる.

さらに $a_3(f_c^*)$ の値で正規化することで,

$$\frac{a_3(f^*)}{a_3(f_c^*)} = a'_3(f^*) \quad (6.27)$$

と表せ, これは則ち式(6.12)における倍率 $a'_3(f^*)$ を示すこととなる.

さらに $\hat{a}_3 = 1/a_3(f_c^*)$ とすると,

$$\frac{a_3(f^*)}{a_3(f_c^*)} = \hat{a}_3 a_3(f^*) \quad (6.28)$$

となる.

$\hat{a}_1 = 1$ とおけば a_1, a_2, a_3 をまとめて,

$$\begin{aligned}
a_0(\theta, P^*, f^*) &\cong a'_2(P^*) a'_3(f^*) a_1(\theta) \\
&= a_1(\theta) \frac{a_2(P^*)}{a_2(P_c^*)} \frac{a_3(f^*)}{a_3(f_c^*)} \\
&= \hat{a}_1 a_1(\theta) \hat{a}_2 a_2(P^*) \hat{a}_3 a_3(f^*) \\
&= \hat{a} \times a_1(\theta) a_2(P^*) a_3(f^*), \\
&\left(\hat{a} = \hat{a}_1 \hat{a}_2 \hat{a}_3 = \frac{1}{a_2(P_c^*) a_3(f_c^*)} \right)
\end{aligned} \tag{6.29}$$

となる.

6.2.3. 傾き関数に関するモデル化結果

$C_{Dmeasured}$ を用いて, a_1, a_2, a_3 および A^* に対する線形化の各種モデルを実際に作成した結果と物理的解釈が可能な範囲で補正を行いモデルの最終型を示す. 主にモデルの理論と良く当てはまった例と, あまり当てはまらなかった例の2つの事例を示す.

6.2.3.1. A^* に対する線形モデル結果

Fig. 6.1 および Fig. 6.2 に, A^* に対する線形モデルの結果の一部を示す. なお図中黒点および黒線は単一円筒時の値を示す. また b_0 は図中の切片にあたり無加振状態の値がそのまま用いられているため, この段階ではモデル化は介していない.

Fig. 6.1 は $165 \leq \theta \leq 180, P^* = 2.0, f^* = 0.14$ における $C_{Dmeasured}, a_0(\theta, P^*, f^*), b_0(\theta, P^*)$ のグラフである. A^* に対して $C_{Dmeasured}$ の値が線形に上昇しており, 傾き a_0 による線形近似が妥当であることが分かる.

Fig. 6.2 は $0 \leq \theta \leq 15, P^* = 2.0, f^* = 0.14$ における C_D, a_0, b_0 のグラフである. b_0 に対して, A^* が小さい領域では線形近似直線よりも $C_{Dmeasured}$ が下回っていることが分かる. これは特に θ, P^* が小さい場合によく見られる傾向である. 円筒間干渉が強い領域であり, A^* の影響に対して, 円筒間干渉が卓越しているためだと考えられる. 本モデルでは, A^* に対する線形性を前提としており, 適切な補正を行うことは難しいため, 線形性が低い箇所はモデルの再現性が低くなることとなる.

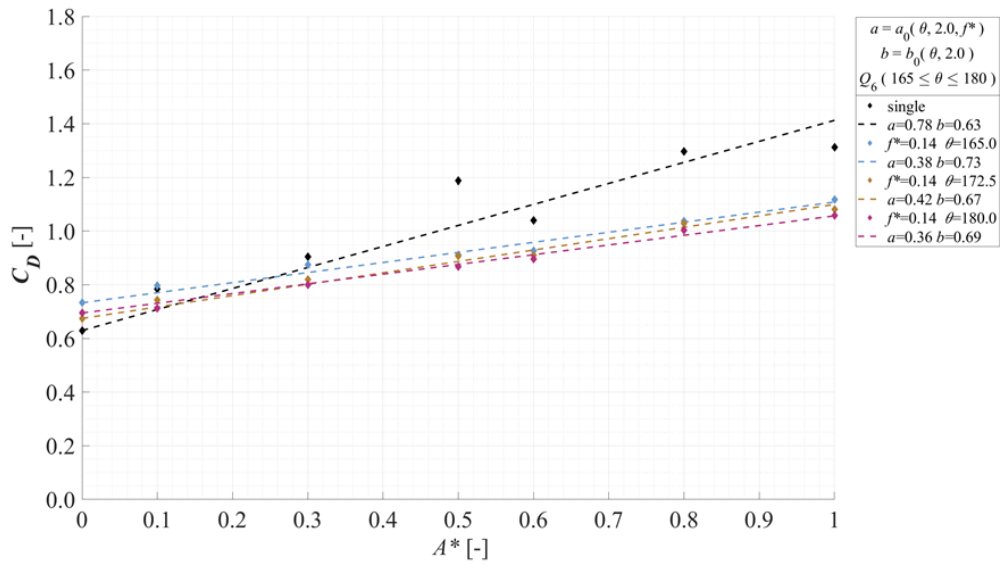


Fig. 6.1 $C_{Dmeasured}, a_0, b_0$ value for $165 \leq \theta \leq 180, P^* = 2.0, f^* = 0.14$

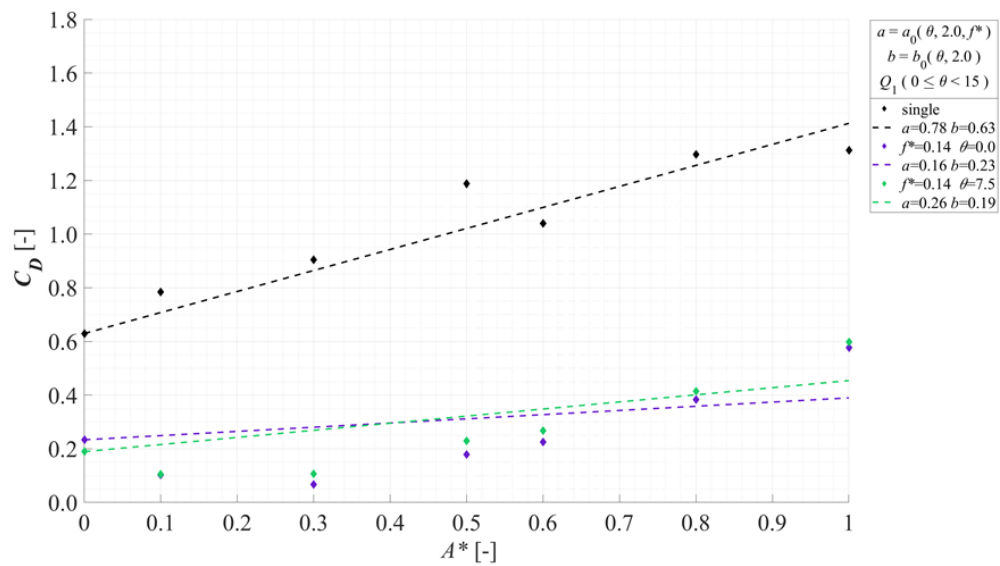


Fig. 6.2 $C_{Dmeasured}, a_0, b_0$ value for $0 \leq \theta < 15, P^* = 2.0, f^* = 0.14$

6.2.3.2. θ に関するモデル化結果

Fig. 6.3, Fig. 6.4, Fig. 6.5, Fig. 6.6 に θ に関するモデル化に用いた $a_0(\theta, P^*, f^*)$ およびモデル結果である $a_1(\theta)$ を示す. 特に Fig. 6.3, Fig. 6.4 は基準となった $P_c^* = 2.0, f_c^* = 0.14$ にそれぞれ注目した結果を示す.

Fig. 6.3 は $P^* \leq 2.0, 0 \leq f^* \leq 0.20$ での θ に関する $a_0(\theta, P^*, f^*)$ の値である. Fig. 6.4 は $2.0 \leq$

$P^* \leq 5.0$, $f^* = 0.14$ での θ に関する $a_0(\theta, P^*, f^*)$ の値である。6.2.2.1で仮定したように、どちらも区間 Q_m ごとに $a_0(\theta, P^*, f^*)$ の類似した増減傾向が見られ、このうち $P^* = 2.0, f^* = 0.14$ に関する $a_0(\theta, P^*, f^*)$ を用いることとしている。

Fig. 6.5 は本実験における代表的測定点である $P^* = 2.0, f^* = 0.14$ のときに定まる $a_0(\theta, P^*, f^*)$ に対する、区間 Q_m での最小二乗法により定まる線形近似直線である。なお計測点の関係上、区間の切れ目にあたる $7.5 < \theta < 15, 37.5 < \theta < 45, 90 < \theta < 97.5, 127.5 < \theta < 135, 157.5 < \theta < 165$ の値は線形近似に関与しておらずモデル化を行うことができない。そのため表記上は式(6.11)の区間を用いるが、実際には上記の範囲はモデル化によって得られた値を Fig. 6.5 における黒線のようにさらに線形近似によって定めることとなる。後述する他の係数のモデル化でも同様の区間分けを用いるが、同様に区間の切れ目は線形近似によって定めることとする。

各点が正確に近似直線上にあるわけではないが、区間 Q_m 内では概ね単調に変化していることがわかる。一方で、区間 Q_4 における $\theta = 97.5$ のときの $a_0(\theta, P^*, f^*)$ の値に注目すると、他の区間を含めても値が大きく、また異なる P^* での $a_0(\theta, P^*, f^*)$ もプロットされている Fig. 6.4 を見ても、明らかに値が大きいく。よってこの点を外れ値とみなし、区間 Q_4 はそれ以外の点を用いての線形近似直線を基準とすることとする。

Fig. 6.6 に $\theta = 97.5$ での $a_0(\theta, P^*, f^*)$ を除いた線形近似直線を示す。Fig. 6.5 と比べて、区間 Q_4 での外れ値以外での各点の線形性が高くなっており、全体としてはモデルの精度は増すと考えられる。

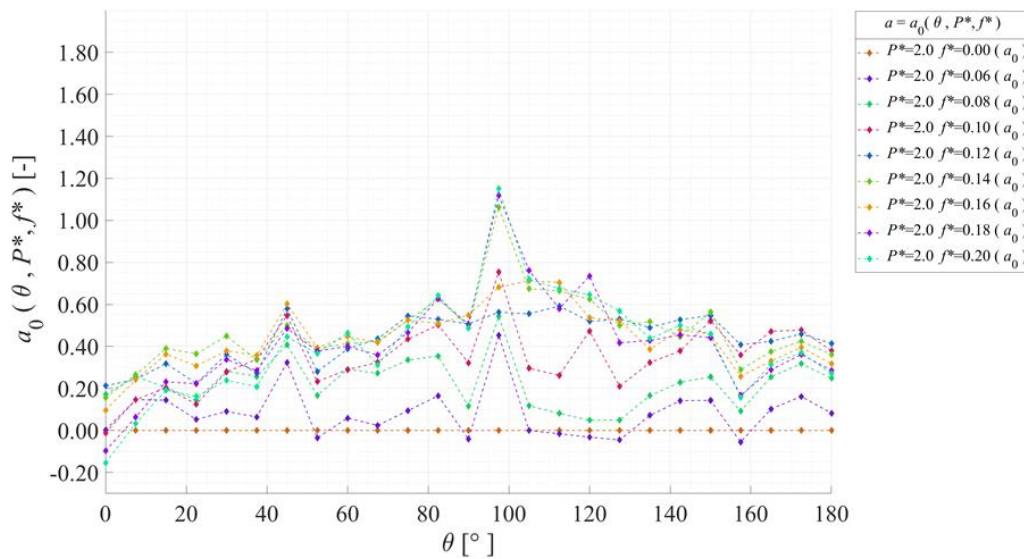


Fig. 6.3 a_0 value about C_D in θ -axis for $P^* = 2.0$, $0 \leq f^* \leq 0.20$

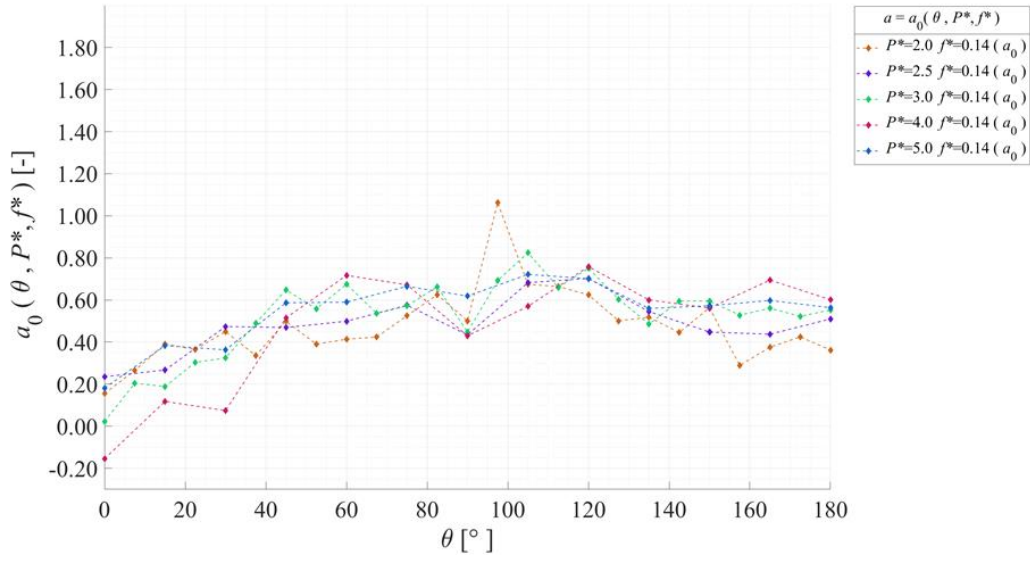


Fig. 6.4 a_0 value about C_D in θ -axis for $2.0 \leq P^* \leq 5.0$, $f^* = 0.14$

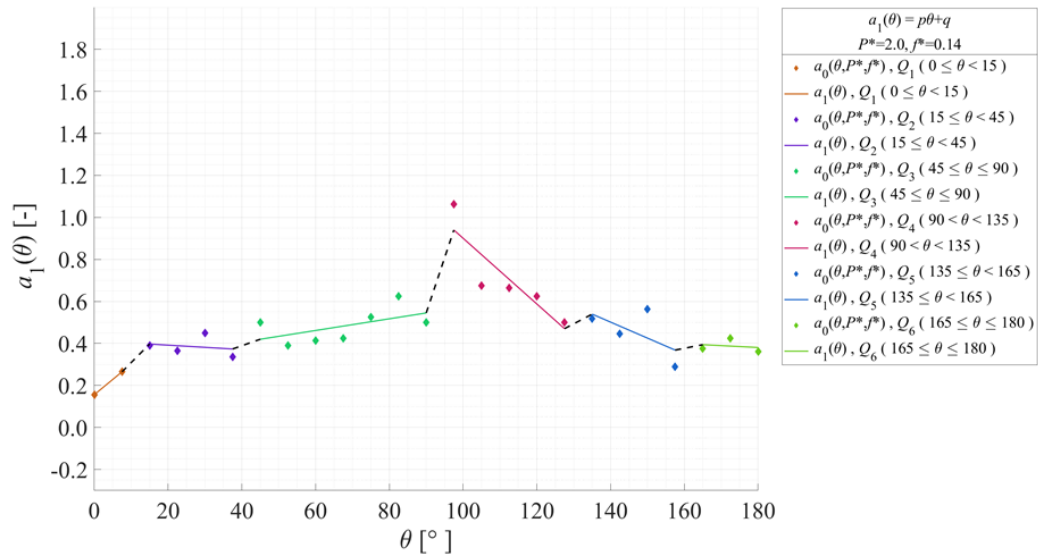


Fig. 6.5 a_0 and a_1 value about C_D in θ -axis for $P^* = 2.0$, $f^* = 0.14$

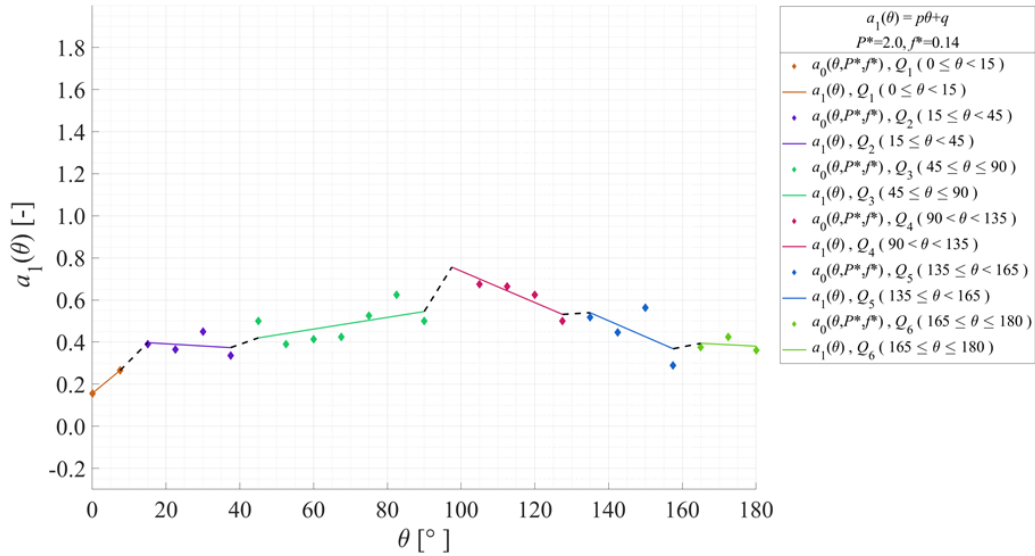


Fig. 6.6 a_0 and corrected a_1 value about C_D in θ -axis for $P^* = 2.0$, $f^* = 0.14$

6.2.3.3. P^* に関するモデル化結果

Fig. 6.7, Fig. 6.8, Fig. 6.9, Fig. 6.10, Fig. 6.11 に P^* に関するモデル化に用いた $a_0(\theta, P^*, f^*)/a_s(f_c^*)$ およびモデル結果である $a_2(P^*)$ の一部を示す。

Fig. 6.7 は $0 \leq \theta \leq 180$, $f^* = 0.14$ での P^* に関する $a_0(\theta, P^*, f^*)/a_s(f_c^*)$ の値である。ただし外れ値として判断された $\theta = 97.5$ での値は含まれていない。 $a_s(f_c^*)$ で正規化されているため漸近線は 1 になっていること注意して、6.2.2.2 で仮定したように、 $a_0(\theta, P^*, f^*)/a_s(f_c^*)$ が 1 に向かって概ね単調増加していることがわかる。さらに式(6.17), (6.18)に基づき区間 Q_m での p_{2m}, q_{2m} を算出するため、 Q_m ごとの平均値に対する近似曲線をプロットする。

Fig. 6.8 は $165 \leq \theta \leq 180$, $f^* = 0.14$ での P^* に関する $a_0(\theta, P^*, f^*)/a_s(f_c^*)$ の値および P^* ごとの平均値に対して算出された近似曲線 $a_2(P^*)$ である。 θ ごとの値のばらつきが小さく、区間区分けが適切であることがわかる。また漸近性は関数形によってのみ制御されており、 $a_2(P^*)$ を算出する際の二乗和には境界条件の点は含まれていないが、十分に 1 に漸近する曲線となっており、物理的にも適切である。

Fig. 6.9 は $15 \leq \theta < 45$, $f^* = 0.14$ での P^* に関する $a_0(\theta, P^*, f^*)/a_s(f_c^*)$ の値および P^* ごとの平均値に対して算出された近似曲線 $a_2(P^*)$ である。 θ ごとの値のばらつきが大きく、区間区分けが不適切ないしは適切な区分けが存在しないと考えられる。同様に漸近性は関数形によってのみ制御されており、 $a_2(P^*)$ を算出する際の二乗和には境界条件の点は含まれていない。このとき明らかに $P^* \rightarrow \infty$ で 1 に漸近せず、物理的にもそぐわないことが分かる。よって、境界条件として、 $P^* = 10$ または 20 で $a_0(\theta, P^*, f^*)/a_s(f_c^*) = 1$ となるような理想点を二乗

和に加えて $a_2(P^*)$ を算出する.

Fig. 6.10 は Fig. 6.9 と同様の点に $a_0(\theta, 10, f^*)/a_s(f_c^*) = 1$ を追加して算出した近似曲線 $a_2(P^*)$ である. このとき Fig. 6.8 ほどではないが, 1 に漸近する曲線となっている. 一方で, 元の $a_0(\theta, P^*, f^*)/a_s(f_c^*)$ に対して急峻に 1 に漸近しており, 境界条件として適切でない可能性が高い. また θ ごとの値のばらつきを小さくするための補正は行われていない.

続いて, Fig. 6.11 は Fig. 6.9 と同様の点に $a_0(\theta, 20, f^*)/a_s(f_c^*) = 1$ を追加して算出した近似曲線 $a_2(P^*)$ である. このとき Fig. 6.10 ほど急峻な漸近はしていないことがわかる. また θ ごとの値のばらつきを小さくするための補正は同様に行われていない.

本モデルで補正可能なのは 1 に対する漸近速度のみで, θ ごとの値のばらつきを小さくするための補正は考慮されていない. 一方でこれ以上の再現はモデルの形が非常に複雑となると考えられる. よって元の $a_0(\theta, P^*, f^*)/a_s(f_c^*)$ を大きく逸脱するような漸近をしなれば良いとして, 本モデルでは Fig. 6.11 の近似曲線を用いることとする. また $P^* = 20$ で $a_0(\theta, 20, f^*)/a_s(f_c^*) = 1$ となるような点を加えなくても十分に 1 に漸近する区間 Q_m においてもモデルの平等性の観点から, 同様に二乗和に加えて算出した $a_2(P^*)$ を用いる.

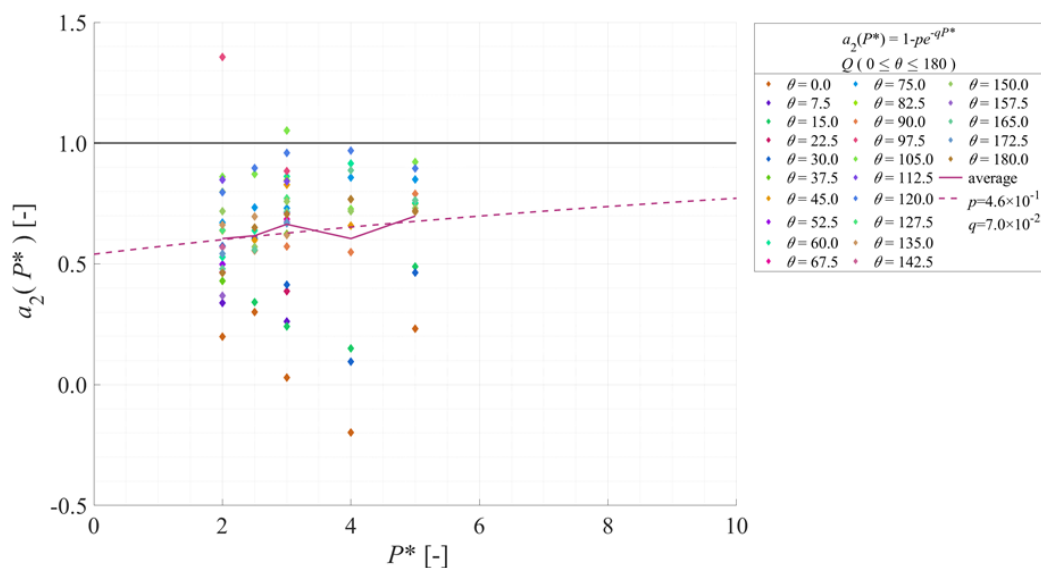


Fig. 6.7 a_0/a_s and a_2 value about C_D in P^* -axis for $0 \leq \theta \leq 180$, $f^* = 0.14$

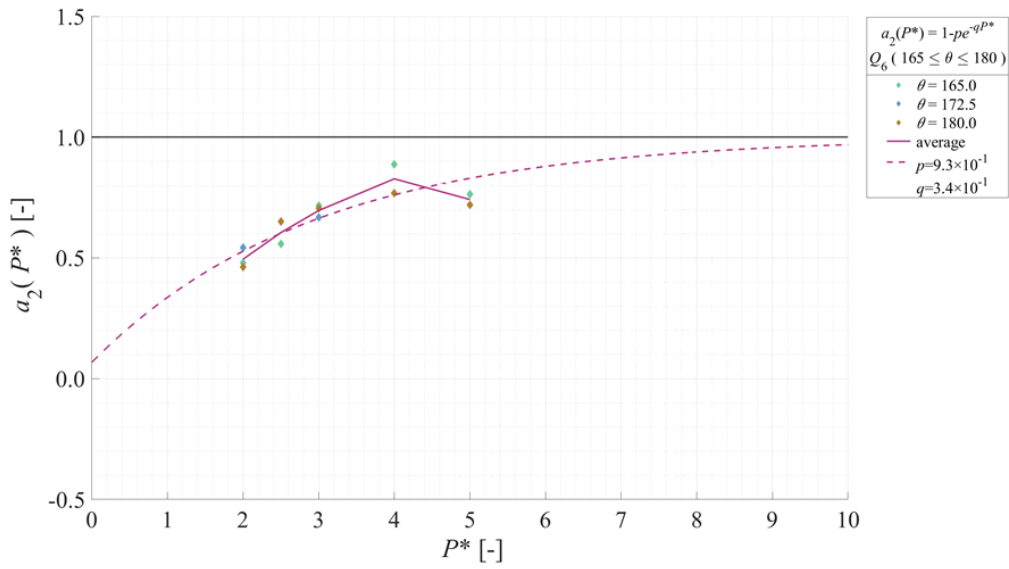


Fig. 6.8 a_0/a_s and a_2 value about C_D in P^* -axis for $165 \leq \theta \leq 180$, $f^* = 0.14$

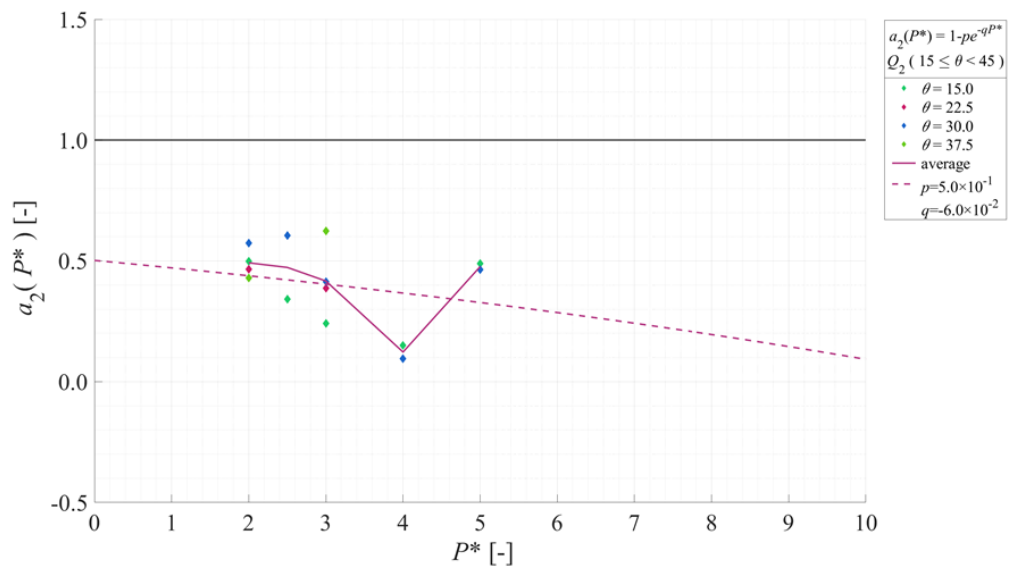


Fig. 6.9 a_0/a_s and a_2 value about C_D in P^* -axis for $15 \leq \theta < 45$, $f^* = 0.14$

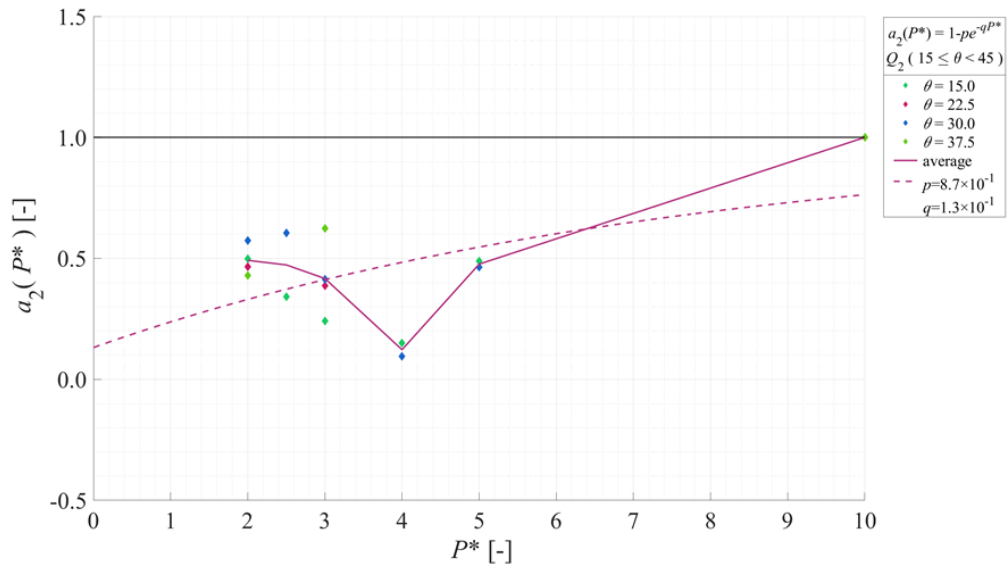


Fig. 6.10 a_0/a_s and corrected a_2 value1 about C_D in P^* -axis for $15 \leq \theta < 45$, $f^* = 0.14$

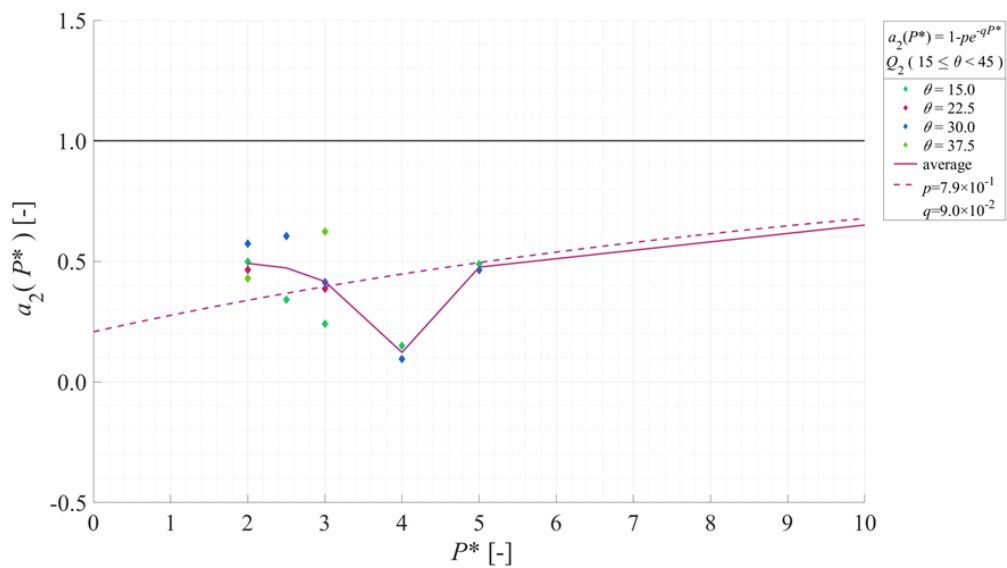


Fig. 6.11 a_0/a_s and corrected a_2 value2 about C_D in P^* -axis for $15 \leq \theta < 45$, $f^* = 0.14$

6.2.3.4. f^* に関するモデル化結果

Fig. 6.12, Fig. 6.13, Fig. 6.14 に f^* に関するモデル化に用いた $a_0(\theta, P^*, f^*)/2b_0(\theta, P^*)$ およびモデル結果である $a_3(f^*)$ の一部を示す。

Fig. 6.12 は $0 \leq \theta \leq 180$, $P^* = 2.0$ での f^* に関する $a_0(\theta, P^*, f^*)/2b_0(\theta, P^*)$ の値である。ただし外れ値として判断された $\theta = 97.5$ での値は含まれていない。 $2b_0(\theta, P^*)$ で正規化されているため漸近線は1になっていること注意して、6.2.2.3 で仮定したように、 $a_0(\theta, P^*, f^*)/a_s(f_c^*)$ が1に向かって $f^* = 0.14$ 程度までは単調増加しているものの、それ以降は停留ないしは低下していることがわかる。これは④で定めた「 $f^* = \infty$ における $C_{D\infty} = F(\theta, P^*, \infty, A^*)$ は無加振時の値である $C_D = F(\theta, P^*, 0, 0)$ の $(2A^* + 1)$ 倍で表せる」という仮定が適切ではなかった可能性を示唆している。一方で $f^* \leq 0.14$ では確かに増加しており、また $f^* > 0.20$ で $a_0(\theta, P^*, f^*)/a_s(f_c^*)$ が1に向かわないという保証も存在しない。よって本モデルでは仮定④以外の解釈ができないことから、④を前提にモデル化を進める。さらに式(6.25), (6.26)に基づき区間 Q_m での p_{2m}, q_{2m} を算出するため、 Q_m ごとの平均値に対する近似曲線をプロットする。

Fig. 6.13 は $90 \leq \theta < 135$, $P^* = 2.0$ での f^* に関する $a_0(\theta, P^*, f^*)/2b_0(\theta, P^*)$ の値および f^* ごとの平均値に対して算出された近似曲線 $a_3(f^*)$ である。 θ ごとの値のばらつきが小さく、区間区分けが適切であることがわかる。また f^* に対して概ね単調増加しており、区間 Q_4 では仮定④は成立している可能性が高い。漸近性は関数形によってのみ制御されており、 $a_2(P^*)$ を算出する際の二乗和には境界条件の点は含まれていない。

Fig. 6.14 は $0 \leq \theta < 15$, $P^* = 2.0$ での f^* に関する $a_0(\theta, P^*, f^*)/2b_0(\theta, P^*)$ の値および f^* ごとの平均値に対して算出された近似曲線 $a_3(f^*)$ である。 θ ごとの値のばらつきが大きく、また単調増加と漸近性も見られないため、区間区分けが不適切、適切な区分けが存在しない、仮定④が成立していないのいずれかまたは複数が考えられる。同様に漸近性は関数形によってのみ制御されており、 $a_2(P^*)$ を算出する際の二乗和には境界条件の点は含まれていない。一方で $a_3(f^*)$ での境界条件は $a_2(P^*)$ における境界条件のように蓋然性の高いものではなく仮定の域を出ないため、理想点の追加は適切ではない。本モデルでは仮定④を用いていることから、これ以上の補正は行わない。

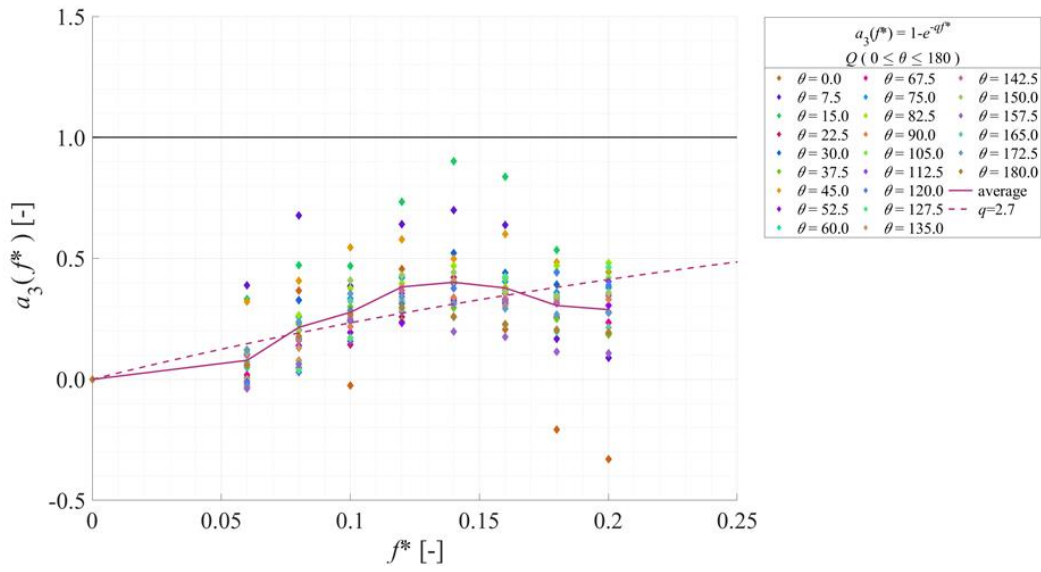


Fig. 6.12 $a_0/2b_0$ and a_3 value about C_D in f^* -axis for $0 \leq \theta \leq 180$, $P^* = 2.0$

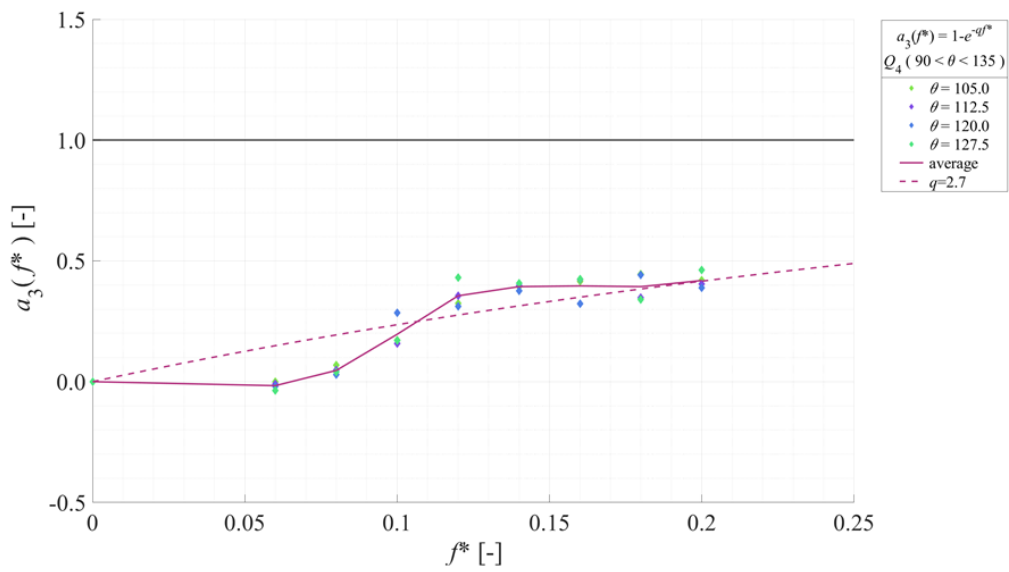


Fig. 6.13 $a_0/2b_0$ and a_3 value about C_D in f^* -axis for $90 < \theta < 135$, $P^* = 2.0$

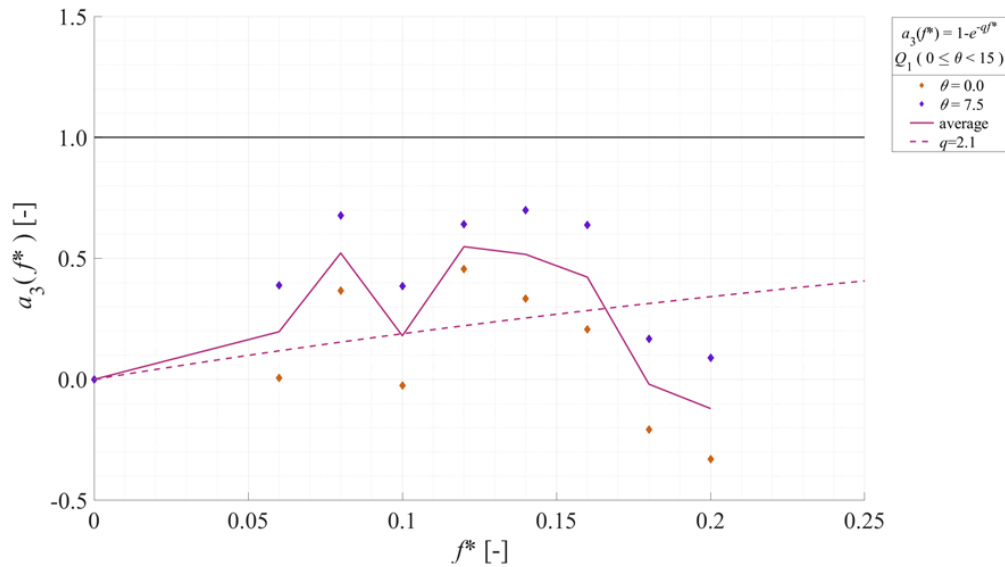


Fig. 6.14 $a_0/2b_0$ and a_3 value about C_D in f^* -axis for $0 \leq \theta < 15$, $P^* = 2.0$

6.2.3.5. 傾き関数に関するモデル化のまとめ

上記までで、 $a_0(\theta, P^*, f^*)$ のモデル化による $a(\theta, P^*, f^*)$ が定まった。Fig. 6.15, Fig. 6.16に傾き関数のモデル化に用いた $a_0(\theta, P^*, f^*)$ およびモデル結果である $a(\theta, P^*, f^*)$ の一部を示す。ここでは基準となった $P_c^* = 2.0, f_c^* = 0.14$ にそれぞれ注目した結果を示す。

Fig. 6.15 は $P^* = 2.0, 0 \leq f^* \leq 0.20$ での θ に関する $a_0(\theta, P^*, f^*)$ およびモデル結果である $a(\theta, P^*, f^*)$ の値である。各区間ごとの概ねの増減傾向は表せている見られる。一方で $f^* \leq 0.08$ の低振動領域での $a_0(\theta, P^*, f^*)$ および $f^* \geq 0.18$ の高振動領域での $a_0(\theta, P^*, f^*)$ を追随できていない。これは $a_3(f^*)$ が $a_0(\theta, P^*, f^*)$ の変化を表現しきれていないということである。

Fig. 6.16 は $2.0 \leq P^* \leq 5.0, f^* = 0.14$ での θ に関する $a_0(\theta, P^*, f^*)$ およびモデル結果である $a(\theta, P^*, f^*)$ の値である。各区間ごとの概ねの増減傾向は表せている見られる。一方で区間 Q_1 での $a_0(\theta, P^*, f^*)$ と $a(\theta, P^*, f^*)$ に大きな開きがある。これは $a_2(P^*)$ が $a_0(\theta, P^*, f^*)$ の変化を表現しきれていないということである。

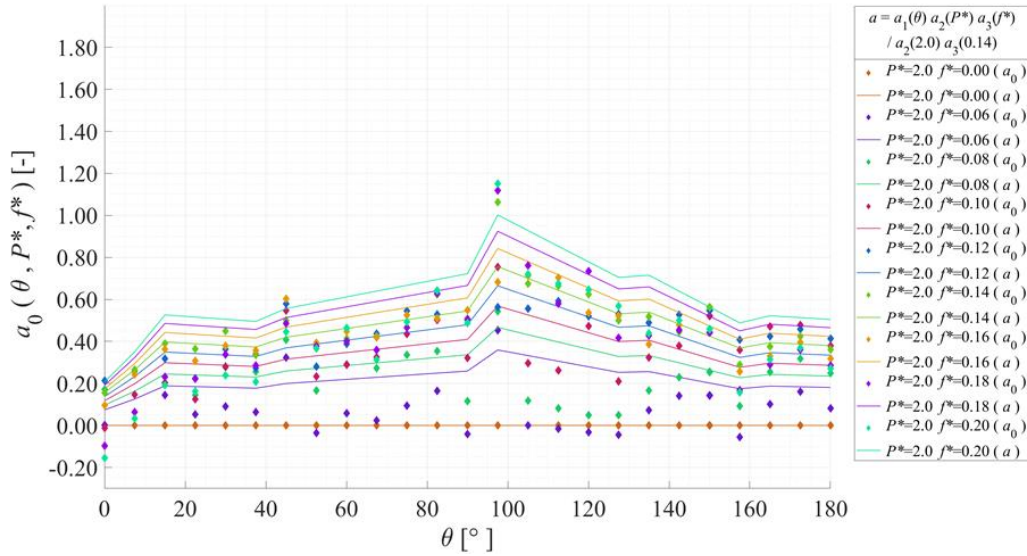


Fig. 6.15 a_0 and a value about C_D in θ -axis for $P^* = 2.0, 0 \leq f^* \leq 0.20$

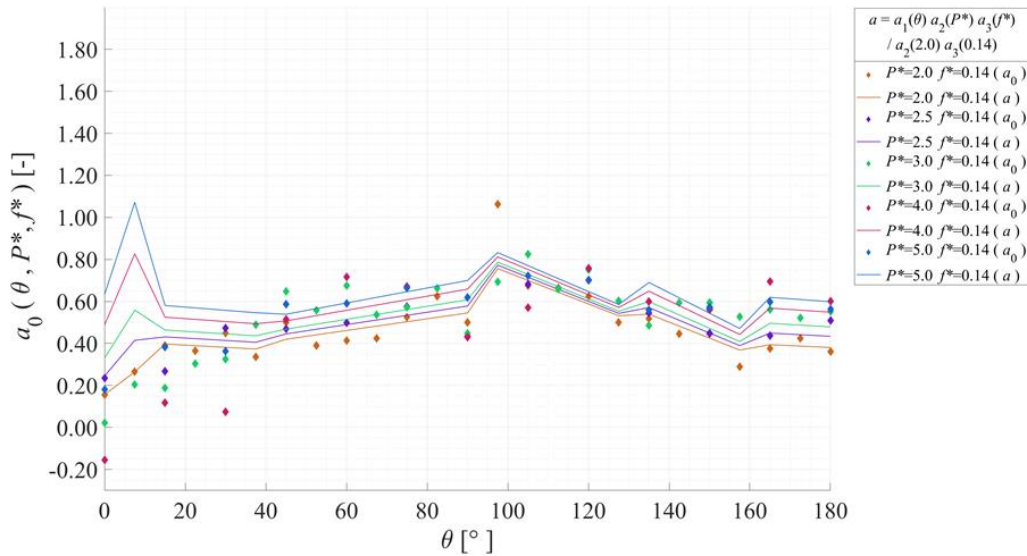


Fig. 6.16 a_0 and a value about C_D in θ -axis for $2.0 \leq P^* \leq 5.0, f^* = 0.14$

6.2.4. 切片関数に関するモデルの理論

6.2.4.1. θ に関するモデル

Q_m では θ が増加するごとに円筒間の後流域影響が単調に増加ないしは減少し、円筒間の干渉は単調に増加ないしは減少すると考える。このとき、区間 Q_m での $b_0(\theta, P^*)$ の挙動に関して、 a_0 同様に θ が増加するごとに円筒間の後流域影響が単調に増加ないしは減少し、円筒

間の干渉は単調に増加ないしは減少すると考え、「 Q_m では $b_0(\theta, P^*)$ は $\theta \in Q_m$ に関して線形近似できる」…⑥'と仮定する。さらに③の仮定より、⑦同様に「 $b_0(\theta, P^*)$ の Q_m ごとの線形近似直線は P^* に依らないある直線を倍率 $b'_2(P^*)$ で変化させたものであるとする」…⑦'と仮定する。

このとき $b_0(\theta, P^*)$ を、 Q_m ごとに定まる係数 p_{4m}, q_{4m} を用いて線形近似すると、

$$\begin{aligned} b(\theta, P^*, f^*) &\cong b'_2(P^*)b_1(\theta) \\ &= b'_2(P^*)\{p_{4m}\theta + q_{4m}\}, (\theta \in Q_m) \end{aligned} \quad (6.30)$$

となる。

p_{4m}, q_{4m} は P^* に依らないため、本実験における代表的測定点である $P^* = 2.0$ のときに定まる $b_0(\theta, P^*)$ に対する、区間 Q_m での最小二乗法により定まる線形近似直線の傾き p_{4m} 、切片 q_{4m} を基準値とする。また基準値を表す P^* として同様に $P_c^* = 2.0$ と置くと、

$$\begin{aligned} b'_2(P_c^*) &= 1 \\ \Rightarrow b_0(\theta, P_c^*) &\cong b'_2(P_c^*)\{p_{4m}\theta + q_{4m}\} \\ &= p_{4m}\theta + q_{4m} \end{aligned} \quad (6.31)$$

を満たす。

6.2.4.2. P^* に関するモデル

続いて Q_m ごとに⑦'で仮定した $b'_2(P^*)$ を考える。まず P^* に関する $b_0(\theta, P^*)$ の境界条件より、 $P^* \rightarrow \infty$ で $b_0(\theta, \infty) \cong b_s$ となる。また同一 θ では P^* は大きくなるにつれて後流域影響が単調に変化すると考えると、 $b_0(\theta, P^*)$ は P^* に関して b_s に単調に漸近する関数となる。以上の条件から $b_0(\theta, P^*)$ は P^* に関して係数 $p'_{5m}(\theta), q'_{5m}(\theta), r_{5m}(\theta)$ を用いて

$$b_0(\theta, P^*) \cong -p'_{5m}(\theta)e^{-q'_{5m}(\theta)P^*} + r_{5m}(\theta) \quad (6.32)$$

と近似できるとする。このとき、 $q'_{5m}(\theta) > 0$ となると仮定する。

また、境界条件より、

$$\begin{aligned} b_0(\theta, \infty) &\cong b_s = r_{5m}(\theta) \\ \Rightarrow b_0(\theta, P^*) &\cong -p'_{5m}(\theta)e^{-q'_{5m}(\theta)P^*} + b_s \end{aligned} \quad (6.33)$$

である。

さらに両辺を b_s で正規化すると、

$$\frac{b_0(\theta, P^*)}{b_s} \cong -\frac{p'_{5m}(\theta)e^{-q'_{5m}(\theta)P^*}}{b_s} + 1 \quad (6.34)$$

となる。

また $\theta \in Q_m$ では、式(6.30)より θ, P^* は互いに独立であるため、式(6.34)は θ に依らない。そこで、 $b_0(\theta, P^*)/b_s, (\theta^v \in Q_m)$ の平均値を $\overline{\{b_0(\theta, P^*)/b_s\}}$ として、式(6.33)の左辺を代表させると同時に、 $p'_{5m}(\theta)/b_s, q'_{5m}(\theta)$ を p_{5m}, q_{5m} に置き換えると、

$$\overline{\left\{ \frac{b_0(\theta, P^*)}{b_s} \right\}} \cong 1 - p_{5m} e^{-q_{5m} P^*} \quad (6.35)$$

となる。

上式両辺の最小二乗法により p_{5m}, q_{5m} を定めれば、 P^* に関する関数である $b_2(P^*)$ を用いて

$$b_2(P^*) = 1 - p_{5m} e^{-q_{5m} P^*} \quad (6.36)$$

と表せる。

さらに $b_2(P_c^*)$ の値で正規化することで、

$$\frac{b_2(P^*)}{b_2(P_c^*)} = b'_2(P^*) \quad (6.37)$$

と表せ、これは則ち式(6.30)における倍率 $b'_2(P^*)$ を示すこととなる。

さらに $\hat{b}_2 = 1/b_2(P_c^*)$ とすると、

$$\frac{b_2(P^*)}{b_2(P_c^*)} = \hat{b}_2 b_2(P^*) \quad (6.38)$$

となる。

$\hat{b}_1 = 1$ とおけば $b_1(\theta), b_2(P^*)$ をまとめて、

$$\begin{aligned} b_0(\theta, P^*) &\cong b'_2(P^*) b_1(\theta) \\ &= b_1(\theta) \frac{b_2(P^*)}{b_2(P_c^*)} \\ &= \hat{b}_1 b_1(\theta) \hat{b}_2 b_2(P^*) \\ &= \hat{b} \times b_1(\theta) b_2(P^*) , \\ &\left(\hat{b} = \hat{b}_1 \hat{b}_2 = \frac{1}{b_2(P_c^*)} \right) \end{aligned} \quad (6.39)$$

となる。

6.2.5. 切片関数に関するモデル化結果

実際の C_D の値を用いて、 b_1, b_2 の各種モデルを実際に作成した結果と物理的解釈が可能な範囲で補正を行いモデルの最終型を示す。主にモデルの理論と良く当てはまった例と、あまり当てはまらなかった例の2つの事例を示す。

6.2.5.1. θ に関するモデル化結果

Fig. 6.17, Fig. 6.18, Fig. 6.19 に θ に関するモデル化に用いた $b_0(\theta, P^*)$ およびモデル結果である $b_1(\theta)$ を示す.

Fig. 6.17 は $2.0 \leq P^* \leq 5.0$ での θ に関する $b_0(\theta, P^*)$ の値である. 区間 Q_m ごとに $b_0(\theta, P^*)$ の類似した増減傾向が見られ, このうち $P^* = 2.0, f^* = 0.14$ に関する $b_0(\theta, P^*)$ を基準として用いていることとしている.

Fig. 6.18 は本実験における代表的測定点である $P^* = 2.0$ のときに定まる $b_0(\theta, P^*)$ に対する, 区間 Q_m での最小二乗法により定まる線形近似直線である. 区間 Q_m 内では概ね単調に変化しているが, Fig. 6.17 における他の P^* と比べると, 区間 Q_4 にあたる $90 < \theta < 135$ では $b_0(\theta, P^*)$ の値が大きく出ている. また⑥'として「 Q_m では $b_0(\theta, P^*)$ は $\theta \in Q_m$ に関して線形近似できる」と仮定しているが, b_0 は物理的には無加振状態の C_D を示しており, P^* が大きく $90 < \theta$ ではほぼ単一円筒と同じ値を示すと考えられる. また $\theta \leq 90$ でも単一円筒に徐々に近づいていくことが考えられる. よって本モデルでは $b_0(\theta, P^*)$ は $\theta \leq 90$ までは2次近似, $90 < \theta$ では単一円筒時の値を用いることとした. 則ち, 係数 r_{4m} を用いて

$$b_1(\theta) = \begin{cases} p_{4m}\theta^2 + q_{4m}\theta + r_{4m}, & (\theta \in Q_{1,2,3}) \\ b_s, & (\theta \in Q_{4,5,6}) \end{cases} \quad (6.40)$$

となる.

Fig. 6.19 にその結果を示す. $\theta < 90$ では無加振状態でのモデルの精度は落ちることとなるが, 本モデルで重要な加振状態の C_D の変化に対しては重要な精度ではないと考え, これを用いる.

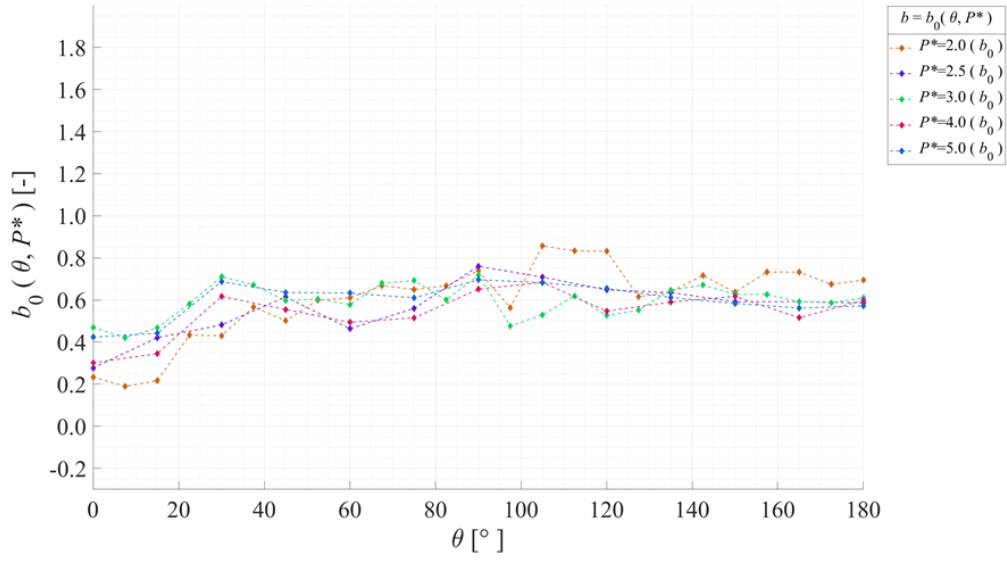


Fig. 6.17 b_0 value about C_D in θ -axis for $2.0 \leq P^* \leq 5.0$

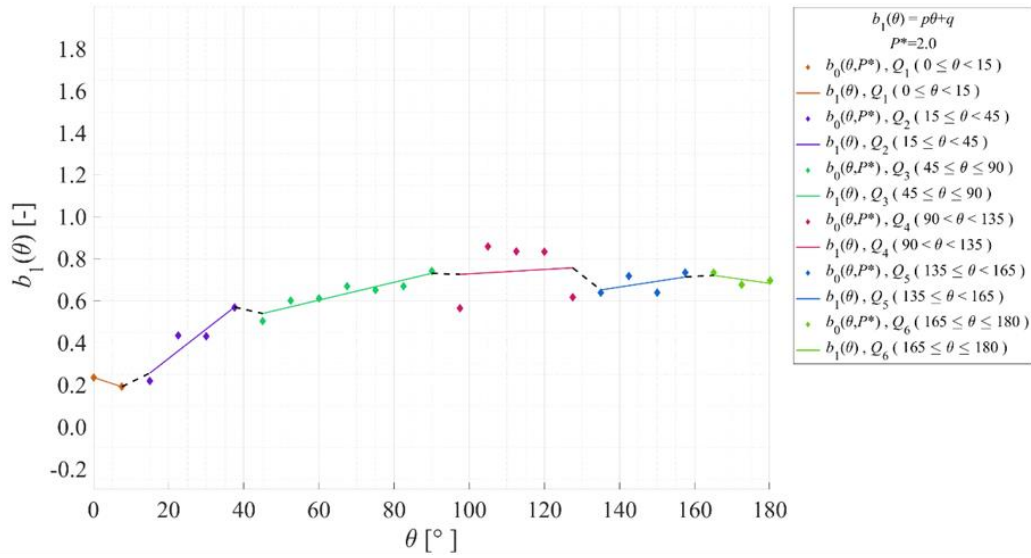


Fig. 6.18 b_0 and b_1 value about C_D in θ -axis for $P^* = 2.0$

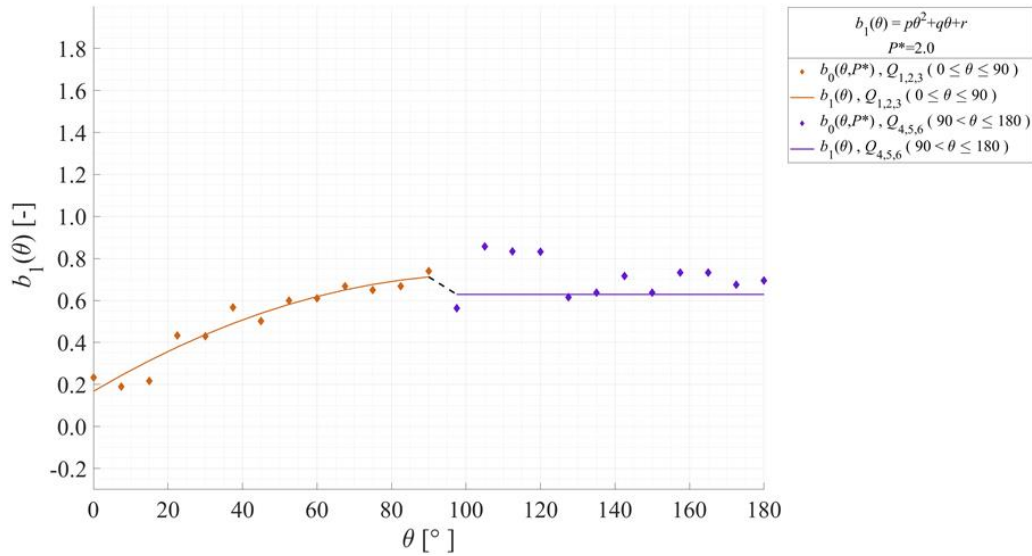


Fig. 6.19 b_0 and corrected b_1 value about C_D in θ -axis for $P^* = 2.0$

6.2.5.2. P^* に関するモデル化結果

Fig. 6.20, Fig. 6.21, Fig. 6.22, Fig. 6.23 に P^* に関するモデル化に用いた $b_0(\theta, P^*)/b_s$ およびモデル結果である $b_2(P^*)$ の一部を示す。

Fig. 6.20 は $0 \leq \theta \leq 180$ での P^* に関する $b_0(\theta, P^*)/b_s$ の値である。 b_s で正規化されているため漸近線は1になっていること注意する。また、1の両側に値がちらばっていることがわかる。ここで $b_1(\theta)$ に関して $90 < \theta$ では単一円筒時の値を用いることとしているため、 $b_2(P^*)$ に関してもその値は単一円筒時のものを用いるのが適切である。また $45 \leq \theta < 90$ でも既に P^* による差がほとんど生じていないことがわかった。そこで本モデルでは、 $45 \leq \theta \leq 180$ は $b_1(\theta)$ で規定した基準線と同一の値を取るとした。他の区間については、式(6.35), (6.36)に基づき区間 Q_m での p_{5m}, q_{5m} を算出した。則ち、

$$b_2(P^*) = \begin{cases} 1 - p_{5m}e^{-q_{5m}P^*}, (\theta \in Q_{1,2}) \\ 1, (\theta \in Q_{3,4,5,6}) \end{cases} \quad (6.41)$$

である。

また、 Q_m ごとの平均値に対する近似曲線をプロットする。

Fig. 6.21 は $45 \leq \theta \leq 180$ での P^* に関する $b_0(\theta, P^*)/b_s$ の値である。 θ ごとの値が1周辺に集まっており、本モデルではこの差を再現しないこととした。

Fig. 6.22, Fig. 6.23 は $0 \leq \theta < 15$ での P^* に関する $b_0(\theta, P^*)/b_s$ の値である。 $a_2(P^*)$ 同様に

それぞれ $b_0(\theta, 20)/b_s = 1$ を加えずに算出されたものと加えて算出されたものである。加えずに行った結果に対して、加えて行った結果はほとんど差がなく、また $a_2(P^*)$ との条件をそろえるため、本モデルでは $b_0(\theta, 20)/b_s = 1$ を加えて近似した曲線を採用することとする。

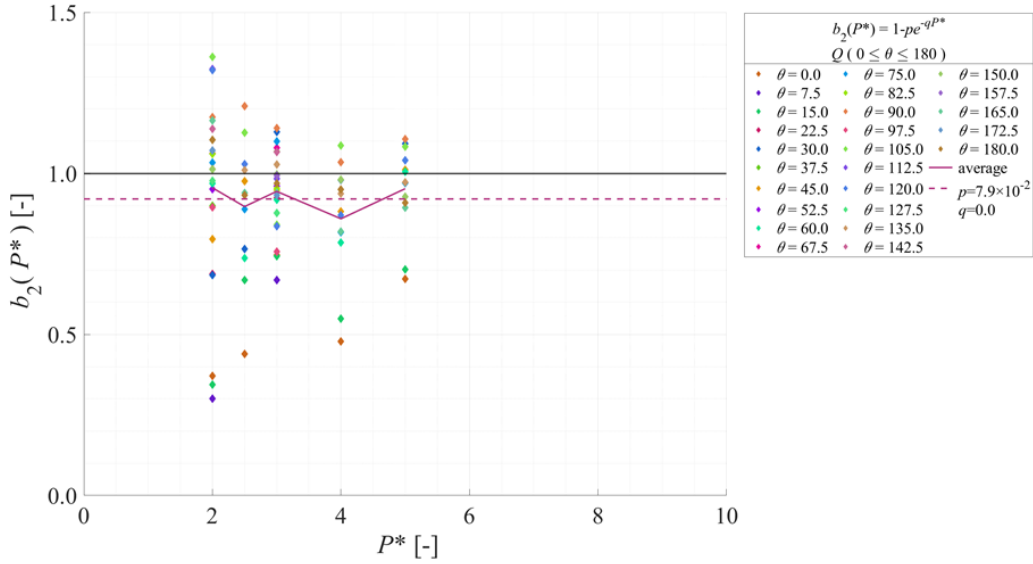


Fig. 6.20 b_0/b_s and b_2 value about C_D in P^* -axis for $0 \leq \theta \leq 180$

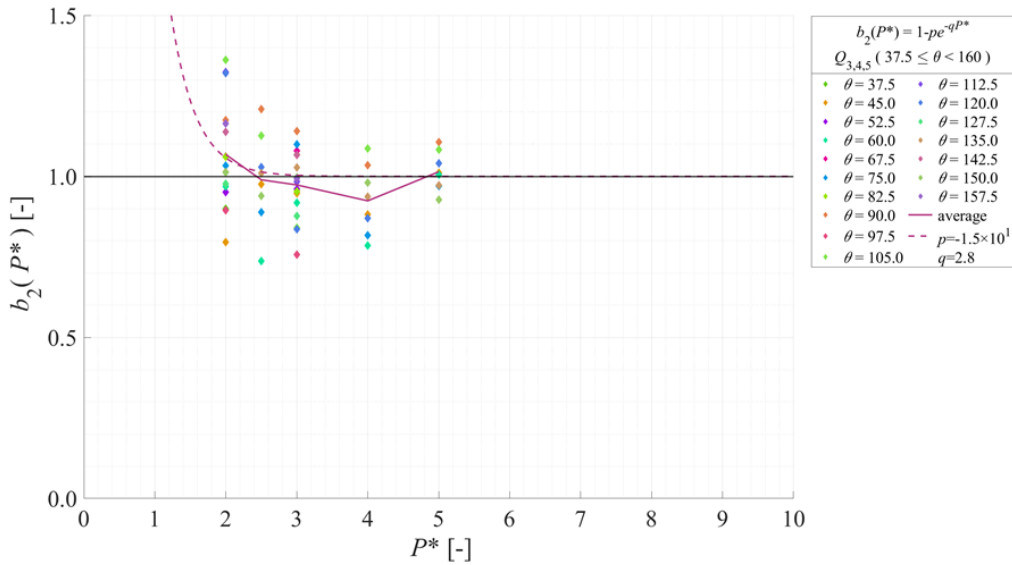


Fig. 6.21 b_0/b_s and b_2 value about C_D in P^* -axis for $37.5 \leq \theta < 165$

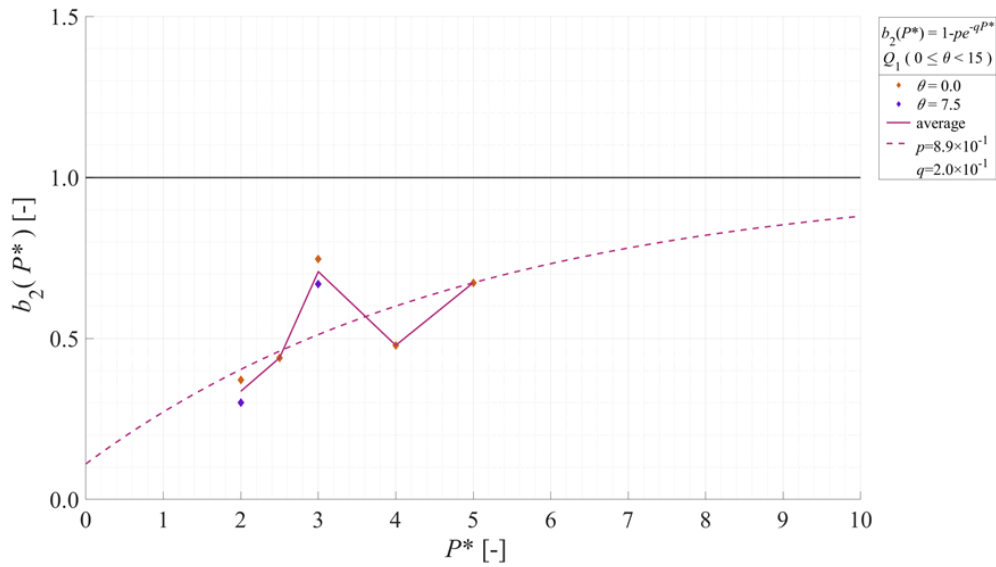


Fig. 6.22 b_0/b_s and b_2 value about C_D in P^* -axis for $0 \leq \theta < 15$

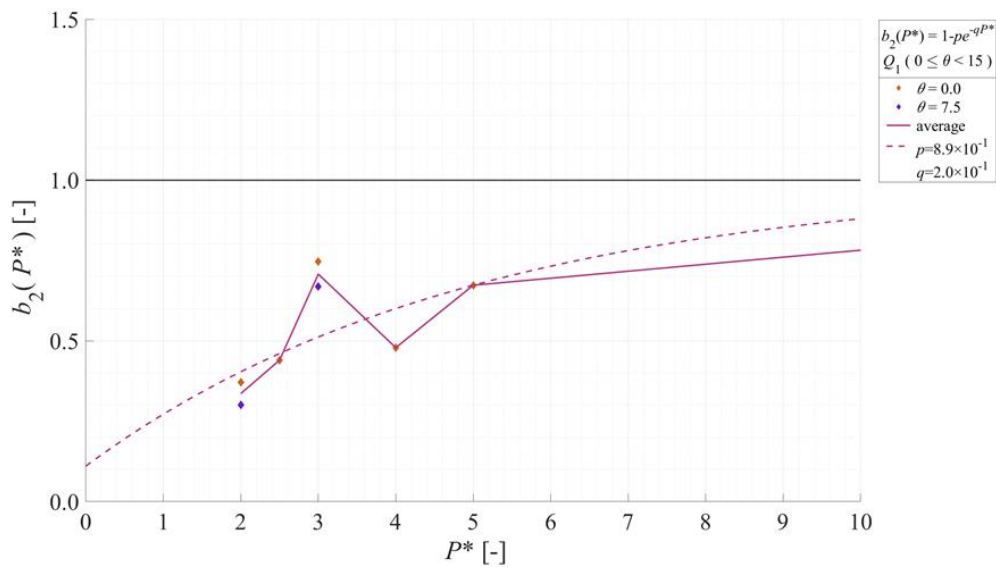


Fig. 6.23 b_0/b_s and corrected b_2 value about C_D in P^* -axis for $0 \leq \theta < 15$

6.2.5.3. 切片関数に関するモデル化のまとめ

上記までで、 $b_0(\theta, P^*)$ のモデル化による $b(\theta, P^*)$ が定まった。Fig. 6.24 に切片関数のモデル化に用いた $b_0(\theta, P^*)$ およびモデル結果である $b(\theta, P^*)$ を示す。上記でのモデル化の結果により $\theta < 45$ では P^* ごとに異なる値を示すが、 $45 \leq \theta$ では基準線と同一の値を示している。概ねの増減傾向は捉えており、また b_s で正規化する前の $b_0(\theta, P^*)$ としては $C_{Dmeasured}$ に大きな差はないため、 $45 \leq \theta$ で基準線と同一の値を用いることはモデルの精度に大きな影響を与

えないことがわかる。

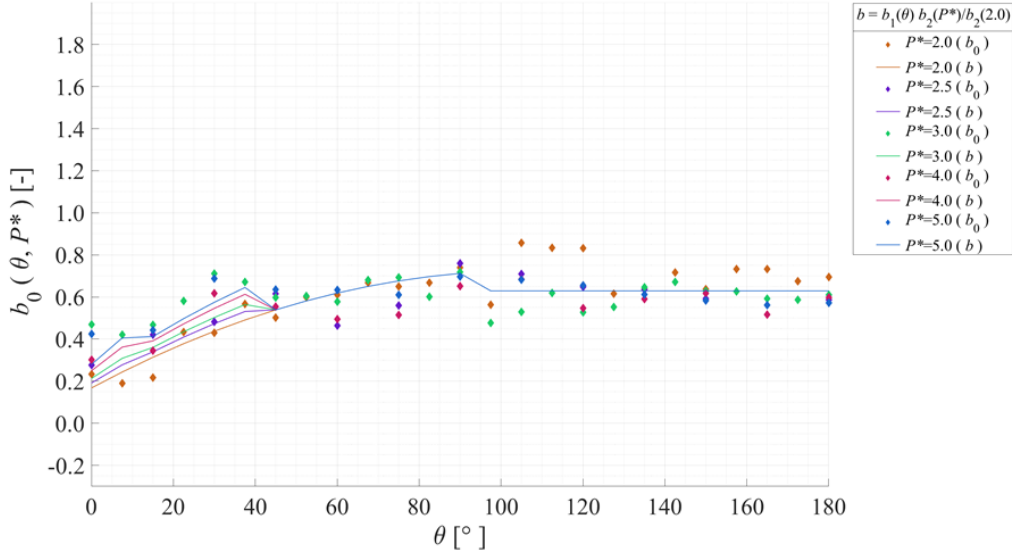


Fig. 6.24 b_0 and b value about C_D in θ -axis for $2.0 \leq P^* \leq 5.0$

6.2.6. モデルの評価

まず、ここまでのモデル化で定めた関数形を式(6.42)に、係数の数値を Table 6.5 にまとめる。このとき、適切に係数の値を定めることで各関数を1つの形で表せるようにした。また、 $7.5 < \theta < 15, 37.5 < \theta < 45, 90 < \theta < 97.5, 127.5 < \theta < 135, 157.5 < \theta < 165$ の値はモデル上定義できないため、得られたモデル値の線形近似により定めるものとする。

$$\begin{aligned}
 a_1(\theta) &= p_{1m}\theta + q_{1m} \\
 a_2(P^*) &= 1 - p_{2m}e^{-q_{2m}P^*} \\
 a_3(f^*) &= 1 - e^{-q_{3m}f^*} \\
 b_1(\theta) &= p_{4m}\theta^2 + q_{4m}\theta + r_{4m} \\
 b_2(P^*) &= 1 - p_{5m}e^{-q_{5m}P^*} \\
 \hat{a} = \hat{a}_1 \hat{a}_2 \hat{a}_3 &= \frac{1}{a_2(P_c^*) a_3(f_c^*)}, \hat{b} = \hat{b}_1 \hat{b}_2 = \frac{1}{b_2(P_c^*)}
 \end{aligned} \tag{6.42}$$

Table 6.5 Model coefficient about C_D

	Q_1	Q_2	Q_3	Q_4	Q_5	Q_6
	$0 \leq \theta \leq 7.5$	$15 \leq \theta \leq 37.5$	$45 \leq \theta \leq 90$	$97.5 \leq \theta \leq 127.5$	$135 \leq \theta \leq 157.5$	$165 \leq \theta \leq 180$
p_{1m}	1.4×10^{-2}	-1.1×10^{-3}	2.8×10^{-3}	-7.5×10^{-3}	-7.6×10^{-3}	-8.9×10^{-4}
q_{1m}	1.6×10^{-1}	4.1×10^{-1}	2.9×10^{-1}	1.5	1.6	5.4×10^{-1}
p_{2m}	1.1	7.9×10^{-1}	5.7×10^{-1}	2.7×10^{-1}	5.7×10^{-1}	9.3×10^{-1}
q_{2m}	9.0×10^{-2}	9.0×10^{-2}	2.1×10^{-1}	2.2×10^{-1}	1.8×10^{-1}	3.4×10^{-1}
q_{3m}	2.1	3.3	2.9	2.7	2.3	2.0
p_{4m}	-5.0×10^{-5}	-5.0×10^{-5}	-5.0×10^{-5}	0	0	0
q_{4m}	1.0×10^{-2}	1.0×10^{-2}	1.0×10^{-2}	0	0	0
r_{4m}	1.7×10^{-1}	1.7×10^{-1}	1.7×10^{-1}	6.3×10^{-1}	6.3×10^{-1}	6.3×10^{-1}
p_{5m}	8.9×10^{-1}	7.0×10^{-1}	0	0	0	0
q_{5m}	2.0×10^{-1}	4.1×10^{-1}	0	0	0	0

続いてモデルで得られた結果を順に示す。

Fig. 6.25, Fig. 6.26 は Fig. 6.1, Fig. 6.2 と同一のパラメータを $a(\theta, P^*, f^*), b(\theta, P^*)$ に代入して算出された直線である。

Fig. 6.25 は $165 \leq \theta \leq 180, P^* = 2.0, f^* = 0.14$ における $C_D, a(\theta, P^*, f^*), b(\theta, P^*)$ のグラフである。Fig. 6.1 に類似した直線がモデルより得られており、また元々の線形性も高いため、概ね $C_{Dmeasured}$ の値を再現できていると見られる。なお $b(\theta, P^*)$ はこの区間では b_5 に一致していることに注意する。

Fig. 6.26 は $0 \leq \theta \leq 15, P^* = 2.0, f^* = 0.14$ における $C_D, a(\theta, P^*, f^*), b(\theta, P^*)$ のグラフである。Fig. 6.2 と比べて、切片の位置がずれることで、Fig. 6.2 とは全体的にずれている。一方で傾きに大きな違いはないため、 $a(\theta, P^*, f^*)$ によって傾きは概ね再現できていることがわかる。なお、本モデルでは線形性の低い箇所については補正を行っておらず、精度が下がってしまう。線形モデルではなく、よりフィッティング性の高い近似関数を用いれば精度も上げることは可能であるが、その分より複雑な関数形、場合分け、係数の管理が必要となる。本モデルでは簡易な形式で流体力を再現することに重きを置いており、これ以上煩雑なモデル化を行うことは趣旨から外れるため、この結果を C_D モデルとして定め、 C_{Dmodel} とおく。

続いて、 θ, P^* に関するコンター図を用いて無加振および代表的な加振条件のモデル値 C_{Dmodel} 、差分値 $C_{Dmodel} - C_{Dmeasured}$ 、誤差 $|C_{Dmodel} - C_{Dmeasured}|/|C_{Dmeasured}|$ を順に示す。モデル値は元の値との分布の違いを比較する定性的評価、差分値および誤差は元の値との数値の違いを比較する定量的評価を主に示すこととなる。誤差はわかりやすさのため、100%以上の誤差は全て100%とみなして表記した。

Fig. 6.27 は $f^* = 0.00, A^* = 0.0$ でのモデル値、差分値、誤差である。 $C_{Dmeasured}$ である Fig. 5.1 と比べ、 C_{Dmodel} は $0 \leq \theta \leq 15$ の tandem 配置における低い抗力の分布は再現できている。一方で $90 < \theta$ は値そのものが単一円筒時の b_s で代表されているため細かな違いは再現できていない。差分値は $60 \leq \theta \leq 90$ にピークが見られる。この領域では $b_0(\theta, P^*)$ は $P^* = 2.0$ で得られた2次曲線で代表できると仮定して、 $b(\theta, P^*)$ を定めていたが、実際の P^* ごとの差が大きかったということを意味する。誤差としては概ね10%程度であり一部のピークで20~30%となる。

Fig. 6.28 は $f^* = 0.14, A^* = 0.5$ でのモデル値、差分値、誤差である。 $C_{Dmeasured}$ である Fig. 5.2 と比べ、概ね近い分布となっているが低いピークに若干のずれがある。これは P^* に関して $a_2(P^*)$ が単調増加すると仮定しており、元の値のように一度極大値を迎えるような分布を再現できないためである。またそのため、差分値は $0 \leq \theta \leq 15, 3.0 < P^*$ にピークが見られる。誤差についても同様の箇所に100%以上とみられるピークが存在するが、他の領域では10~20%となっている。

Fig. 6.29 は $f^* = 0.16, A^* = 0.5$ でのモデル値、差分値、誤差である。 $C_{Dmeasured}$ である Fig. 5.4 と比べ、 C_{Dmodel} は概ね高く推定されている。これは f^* に関して $a_3(f^*)$ が単調増加すると仮定しており、その増加率が実際の値よりも高く出ているためだと考えられる。差分値、誤差については $f^* = 0.14, A^* = 0.5$ と比べて全体的に値が上昇している。

C_D のモデル化に関して、抗力の物理的側面を再現しつつ、誤差が概ね10~20%に留まっていることから、モデルとして機能する可能性を示せた。 P^* に関する関数を定める際に適切な極値を持つように設定するとよりモデルの性能が挙げられると考えられる。

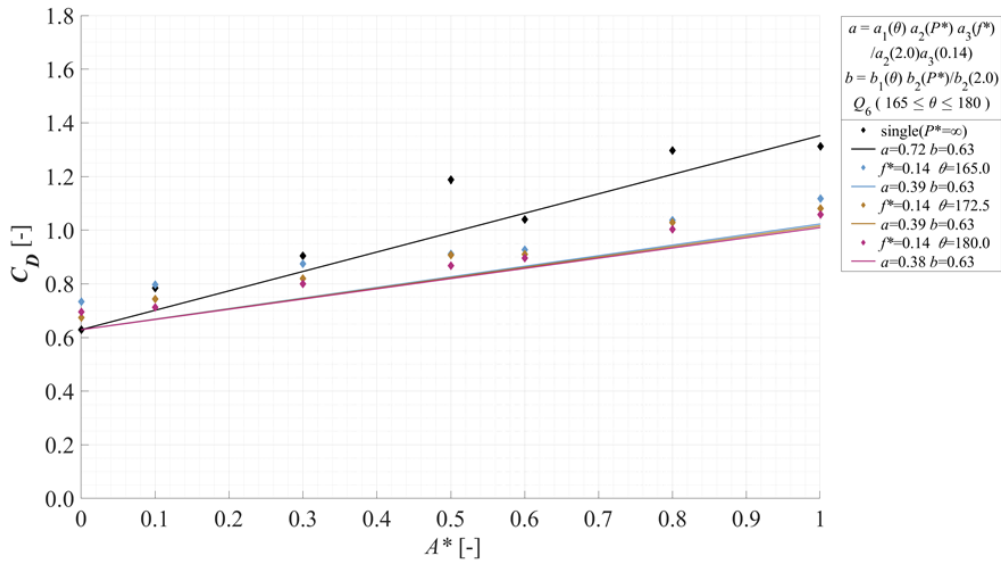


Fig. 6.25 $C_{Dmeasured}, a, b$ value for $165 \leq \theta \leq 180, P^* = 2.0, f^* = 0.14$

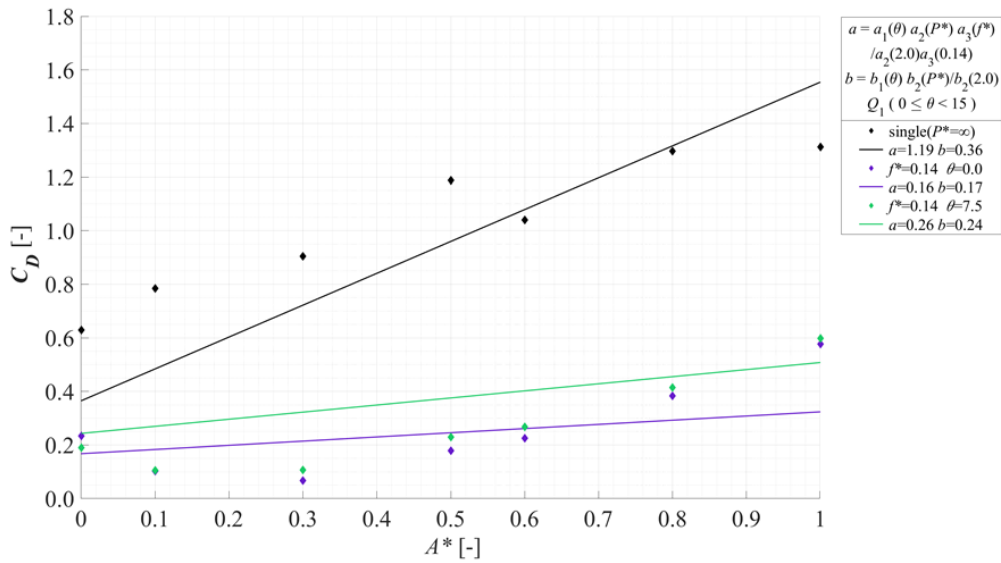


Fig. 6.26 $C_{Dmeasured}, a, b$ value for $0 \leq \theta < 15, P^* = 2.0, f^* = 0.14$

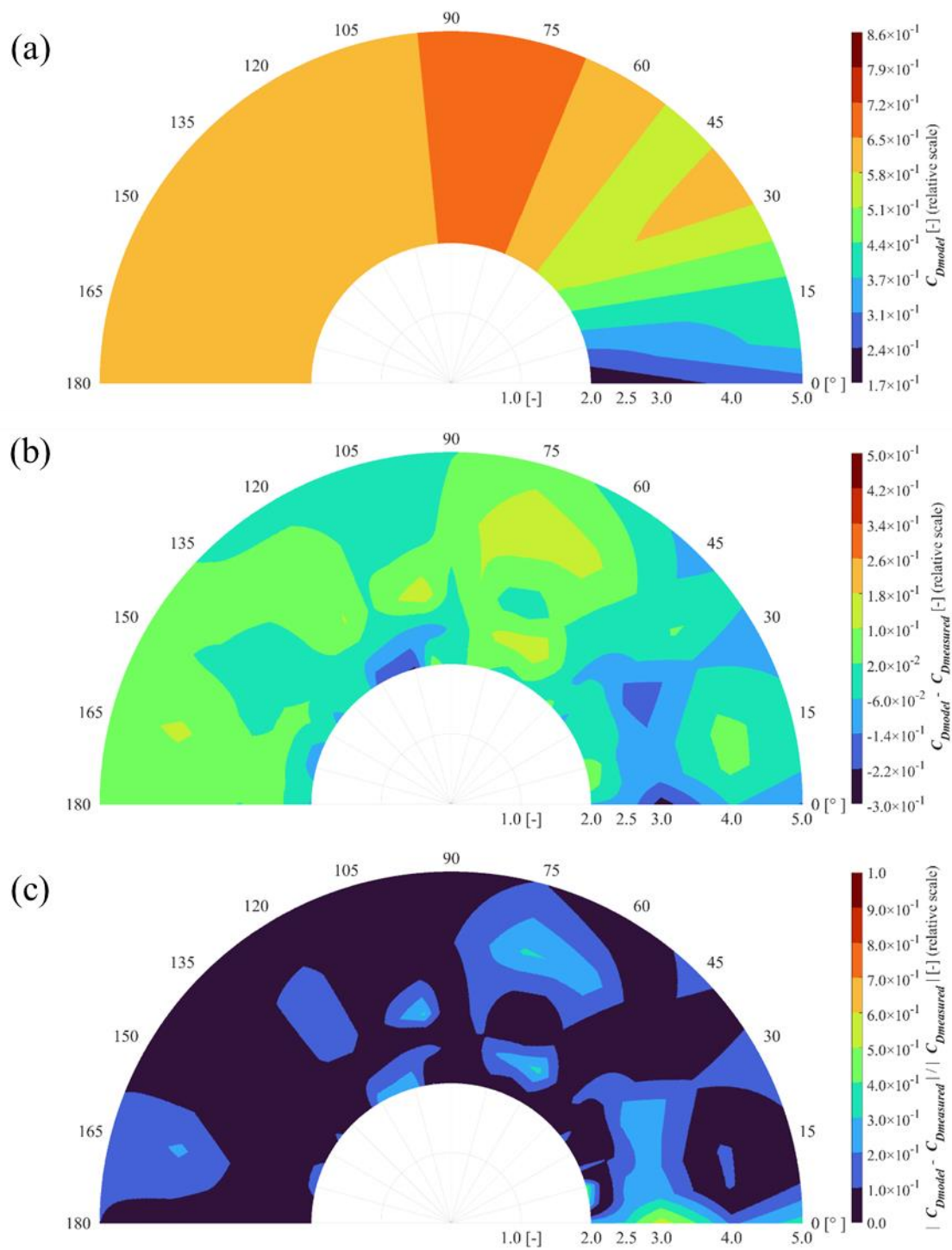


Fig. 6.27 C_{Dmodel} contour diagram for $f^* = 0.00, A^* = 0.0$

(a) Model value : (b) Difference : (c) Error

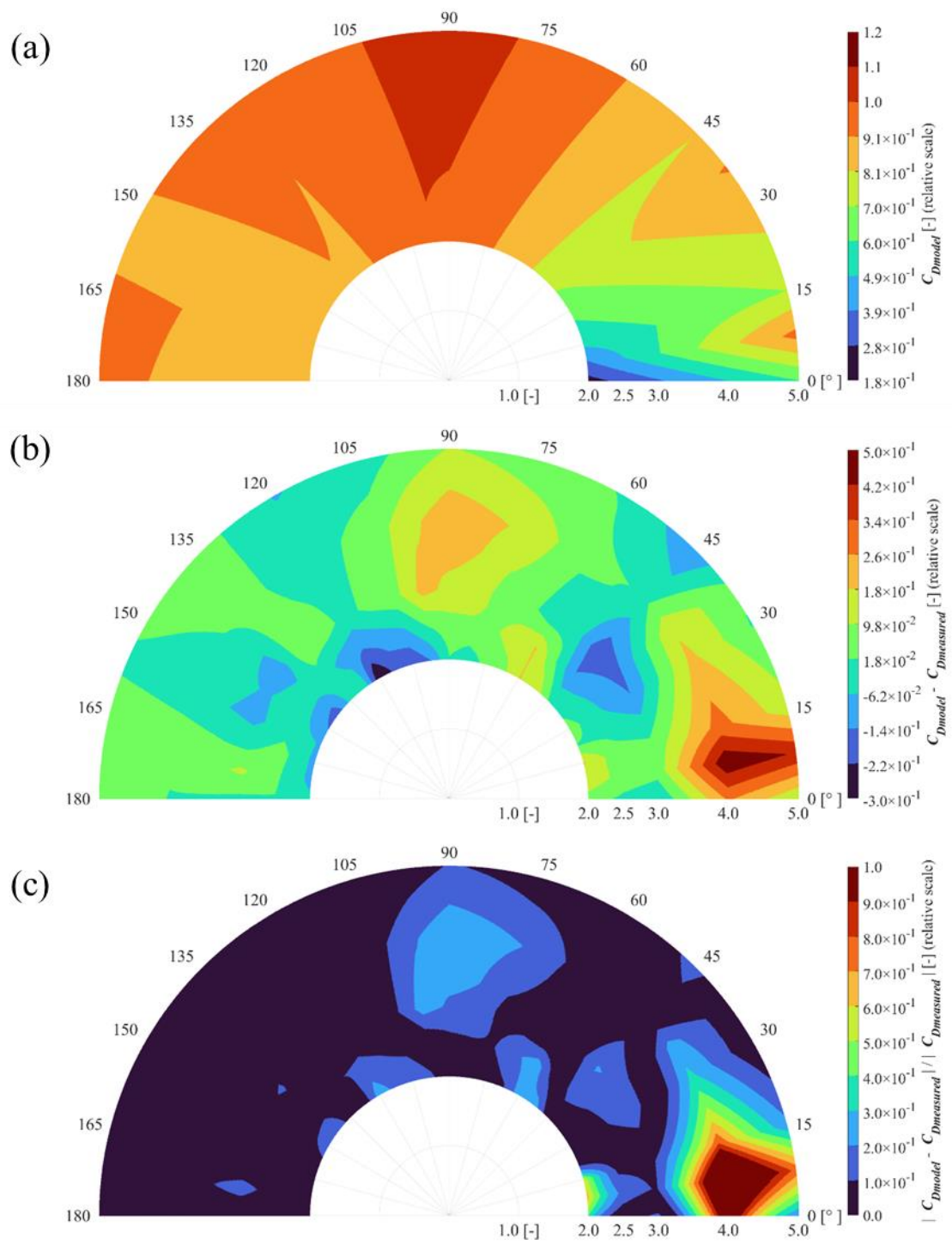


Fig. 6.28 C_{Dmodel} contour diagram for $f^* = 0.14, A^* = 0.5$

(a) Model value : (b) Difference : (c) Error

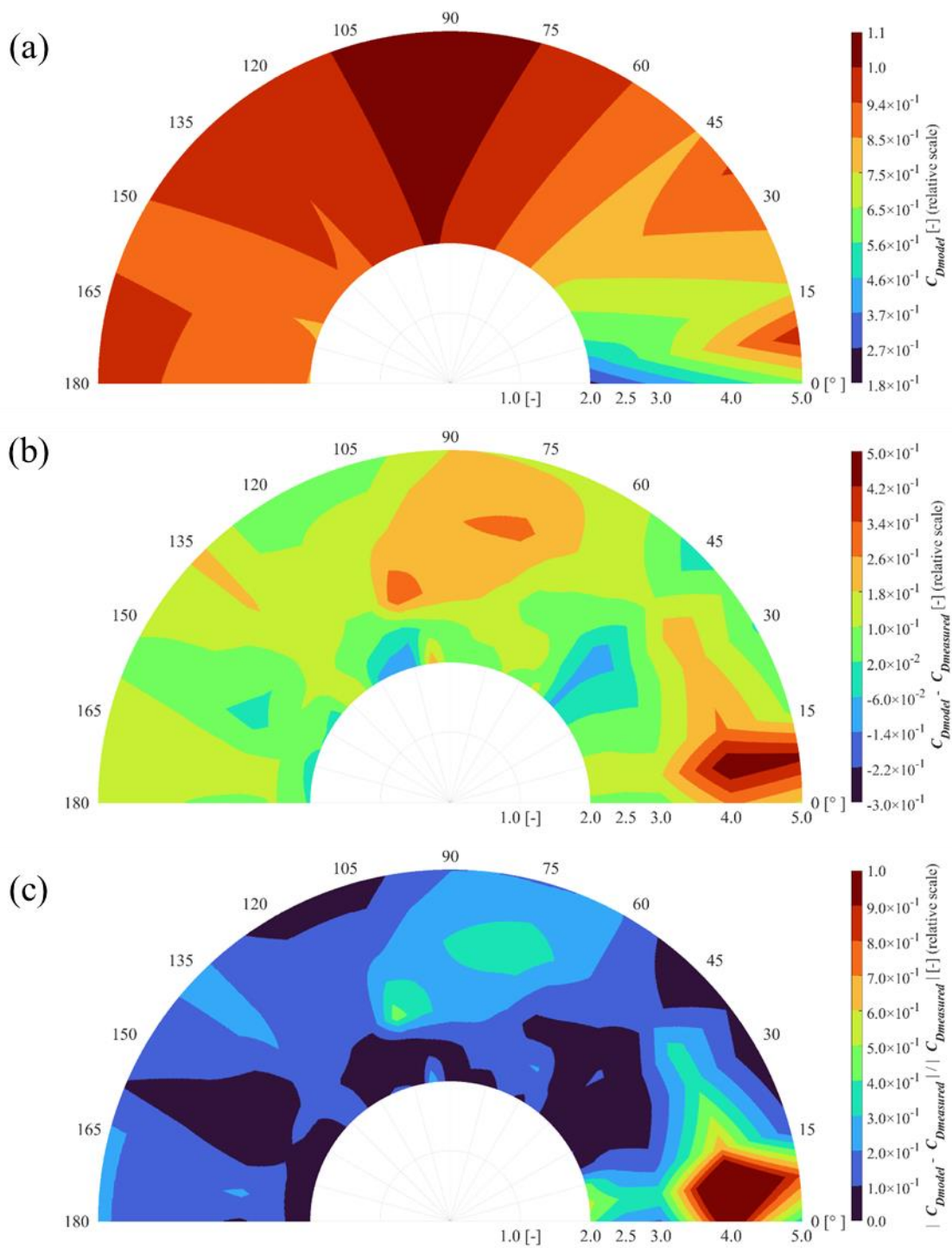


Fig. 6.29 C_{Dmodel} contour diagram for $f^* = 0.16, A^* = 0.5$
 (a) Model value : (b) Difference : (c) Error

6.3. 平均揚力係数のモデル

平均抗力係数 C_L のモデルの理論およびモデル化の結果を記載する.

6.3.1. 無次元振幅に対する線形モデルおよび境界条件

①で仮定したように C_L の変化は A^* に対して線形であるとして, C_D 同様に傾き $a_0(\theta, P^*, f^*)$, 切片 $b_0(\theta, P^*)$ および単一円筒時の傾き $a_s(f^*)$, 切片 b_s を定め, モデル化を進める.

C_L における $a_0(\theta, P^*, f^*)$, $b_0(\theta, P^*)$ の境界条件を考えると, Table 6.6, Table 6.7, Table 6.8 のようになる.

Table 6.6 より $\theta = 0$ で tandem 配置の下流側, $\theta = 90$ で side-by-side 配置, $\theta = 180$ で tandem 配置の上流側に位置する状態となる. Tandem 配置では両円筒にかかる \bar{F}_L は加振無加振を問わず x 軸に対称となるため, $a_0(\theta, P^*, f^*)$, $b_0(\theta, P^*)$ はともに 0 となる.

Table 6.7 より $P^* = \infty$ で単一円筒状態となる. さらに単一円筒状態では揚力は加振無加振を問わず x 軸に対称となるため, $a_0(\theta, P^*, f^*)$, $b_0(\theta, P^*)$ はともに 0 となる. また $1 \leq P^* < 2$ では流体干渉が非常に複雑になるため, 実験で計測できていないこの範囲における $a_0(\theta, P^*, f^*)$, $b_0(\theta, P^*)$ の推定は困難である.

Table 6.8 より $f^* = 0$ で無加振状態, $f^* = \infty$ で高速加振状態となる. $f^* = 0$ では A^* に対する変化は存在しないので, $a_0(\theta, P^*, 0) = 0$ となる. C_D とは異なり, C_L は後流域の幅に比例するわけではないので, $f^* = \infty$ における推定は困難である.

以上を境界条件と定めて, 次項にて $a_0(\theta, P^*, f^*)$ と $b_0(\theta, P^*)$ の近似関数である傾き関数 $a(\theta, P^*, f^*)$ と切片関数 $b(\theta, P^*)$ を別々にモデル化し, 算出する.

Table 6.6 C_L boundary condition about θ

θ [degree]	0	...	90	...	180
$a_0(\theta, P^*, f^*)$	0	-	side-by-side	-	0
$b_0(\theta, P^*)$	0		side-by-side	-	0

Table 6.7 C_L boundary condition about P^*

P^*	1	...	∞
$a_0(\theta, P^*, f^*)$	-	-	0
$b_0(\theta, P^*)$	-	-	0

Table 6.8 C_L boundary condition about f^*

f^*	0	...	∞
$a_0(\theta, P^*, f^*)$	0	-	-

6.3.2. 傾き関数に関するモデルの理論

6.3.2.1. θ に関するモデル

$a_0(\theta, P^*, f^*)$ をモデル化するにあたり, C_L においても流れの分類は C_D 同様であると考えて区間 $Q_m (m = 1, 2, \dots, 6)$ で $a_0(\theta, P^*, f^*)$ を分類する.

C_L は $\theta = 15$ 付近で inner lift peak, $\theta = 30 \sim 45$ 付近で outer lift peak と呼ばれる負の揚力が発達する領域がある他は, θ に関して大きく変化しない. また C_L の peak がある箇所は区間 Q_m の境界部分に位置している. よって Q_m では θ が増加するごとに円筒間の後流域影響が単調に増加ないしは減少し, 円筒間の干渉は単調に増加ないしは減少すると考える. このとき C_D 同様に, ⑥および⑦を仮定して, また $a_0(\theta, P^*, f^*)$ を Q_m ごとに定まる係数 p_{1m}, q_{1m} を用いて線形近似すると,

$$\begin{aligned} a_0(\theta, P^*, f^*) &\cong a'_2(P^*)a'_3(f^*)a_1(\theta) \\ &= a'_2(P^*)a'_3(f^*)\{p_{1m}\theta + q_{1m}\}, (\theta \in Q_m) \end{aligned} \quad (6.43)$$

となる.

p_{1m}, q_{1m} は P^*, f^* に依らないため, 本実験における代表的測定点である $P^* = 2.0, f^* = 0.14$ のときに定まる $a_0(\theta, P^*, f^*)$ に対する, 区間 Q_m での最小二乗法により定まる線形近似直線の傾き p_{1m} , 切片 q_{1m} を基準値とする. また基準値を表す P^*, f^* として $P_c^* = 2.0, f_c^* = 0.14$ と置くと,

$$\begin{aligned} a'_2(P_c^*) &= 1, a'_3(f_c^*) = 1 \\ \Rightarrow a_0(\theta, P_c^*, f_c^*) &\cong a'_2(P_c^*)a'_3(f_c^*)\{p_{1m}\theta + q_{1m}\} \\ &= p_{1m}\theta + q_{1m} \end{aligned} \quad (6.44)$$

を満たす.

6.3.2.2. P^* に関するモデル

続いて Q_m ごとに⑦で仮定した $a'_2(P^*)$ を考える. まず P^* に関する $a_0(\theta, P^*, f^*)$ の境界条件より, $P^* \rightarrow \infty$ で $a_0(\theta, \infty, f^*) \cong 0$ となる. また P^* は大きくなるにつれて後流域影響が減少し, 単調に 0に漸近していくと考える. 以上の条件から $a_0(\theta, P^*, f^*)$ は P^* に関して係数 $p'_{2m}(\theta, f^*), q'_{2m}(\theta, f^*)$ を用いて

$$a_0(\theta, P^*, f^*) \cong -p'_{2m}(\theta, f^*)e^{-q'_{2m}(\theta, f^*)P^*} \quad (6.45)$$

と近似できるとする. このとき, $q'_{2m}(\theta, f^*) > 0$ となると仮定する. また, 境界条件を自明に満たす.

⑦より式(6.45)は f^* に依らないと考えて, $f^* = f_c^*$ で代表させた $p'_{2m}(\theta, f^*), q'_{2m}(\theta, f^*)$ を

$p_{2m}''(\theta), q_{2m}''(\theta)$ に置き換え、さらに両辺を $a_s(f_c^*)$ で正規化すると、

$$a_0(\theta, P^*, f^*) \cong -p_{2m}''(\theta)e^{-q_{2m}''(\theta)P^*} \quad (6.46)$$

となる。

また $\theta \in Q_m$ では、式(6.43)より θ, P^* 式は互いに独立であるため、式(6.46)は θ に依らない。そこで、 $f^* = f_c^*$ での $a_0(\theta, P^*, f^*), (\theta \in Q_m)$ の平均値を $\overline{a_0(\theta, P^*, f^*)}$ として、式(6.46)の左辺を代表させると同時に、 $p_{2m}''(\theta), q_{2m}''(\theta)$ は θ に依らなくなるとしてそれぞれ p_{2m}, q_{2m} に置き換えると、

$$\overline{a_0(\theta, P^*, f^*)} \cong -p_{2m}e^{-q_{2m}P^*} \quad (6.47)$$

となる。

上式両辺の最小二乗法により p_{2m}, q_{2m} を定めれば、 P^* に関する関数である $a_2(P^*)$ を用いて

$$a_2(P^*) = -p_{2m}e^{-q_{2m}P^*} \quad (6.48)$$

と表せる。

さらに $a_2(P_c^*)$ の値で正規化することで、

$$\frac{a_2(P^*)}{a_2(P_c^*)} = a_2'(P^*) \quad (6.49)$$

と表せ、これは則ち式(6.43)における倍率 $a_2'(P^*)$ を示すこととなる。

さらに $\hat{a}_2 = 1/a_2(P_c^*)$ とすると、

$$\frac{a_2(P^*)}{a_2(P_c^*)} = \hat{a}_2 a_2(P^*) \quad (6.50)$$

となる。

6.3.2.3. f^* に関するモデル

同様に Q_m ごとに⑦で仮定した $a_3'(f^*)$ を考える。 f^* に関する $a_0(\theta, P^*, f^*)$ の境界条件より、 $f = 0$ で $a_0(\theta, P^*, 0) = 0$ である。一方で区間 Q_m で f^* によって、 A^* の影響がどのように変化するかは不明である。よって後述する P^* ごとの $a_0(\theta, P^*, 0)$ に関するグラフから適した関数形を定めることとする。ここでは、便宜的に $a_3(f_c^*)$ による正規化までを考慮して、他の形式に倣い

$$a_0(\theta, P_c^*, f^*) \cong \frac{a_3(f^*)}{a_3(f_c^*)} = \hat{a}_3 a_3(f^*) = a_3'(f^*) \quad (6.51)$$

と置き、モデル化を進める。

$\hat{a}_1 = 1$ とおけば a_1, a_2, a_3 をまとめて,

$$\begin{aligned}
a_0(\theta, P^*, f^*) &\cong a_2'(P^*) a_3'(f^*) a_1(\theta) \\
&= a_1(\theta) \frac{a_2(P^*)}{a_2(P_c^*)} \frac{a_3(f^*)}{a_3(f_c^*)} \\
&= \hat{a}_1 a_1(\theta) \hat{a}_2 a_2(P^*) \hat{a}_3 a_3(f^*) \\
&= \hat{a} \times a_1(\theta) a_2(P^*) a_3(f^*), \\
\left(\hat{a} = \hat{a}_1 \hat{a}_2 \hat{a}_3 = \frac{1}{a_2(P_c^*) a_3(f_c^*)} \right)
\end{aligned} \tag{6.52}$$

となる.

6.3.3. 傾き関数に関するモデル化結果

実際の C_L の値を用いて, $a_1(\theta), a_2(P^*), a_3(f^*)$ および A^* に対する線形化の各種モデルを実際に作成した結果を示す. C_L については加振状態における流体力の変化が C_D ほど捉えやすくないため, 境界条件以外の補正を行わない. また境界条件に関しては C_D と平等になるように $a_0(\theta, 20, f^*) = a_s(f^*)$ となると見なして考えた. 主にモデルの理論と良く当てはまった例と, あまり当てはまらなかった例の 2 つの事例を示す.

6.3.3.1. A^* に対する線形モデル結果

Fig. 6.30 および Fig. 6.31 に, A^* に対する線形モデルの結果の一部を示す. なお図中黒点および黒線は単一円筒時の値を示す. また b_0 は図中の切片にあたり無加振状態の値がそのまま用いられているため, この段階ではモデル化は介していない.

Fig. 6.30 は $15 \leq \theta < 45, P^* = 2.0, f^* = 0.14$ における $C_L, a_0(\theta, P^*, f^*), b_0(\theta, P^*)$ のグラフである. C_D と比べると A^* に対する線形性は高くないが, 概ね線形に上昇している. 一方で, θ が大きくなるにつれて, C_L の値そのものが単一円筒に近づいていることが分かる.

Fig. 6.31 は $135 \leq \theta \leq 165, P^* = 2.0, f^* = 0.14$ における C_L, a_0, b_0 のグラフである. θ が大きい領域では単一円筒時の値あるいは傾きが負になっていることがわかる.

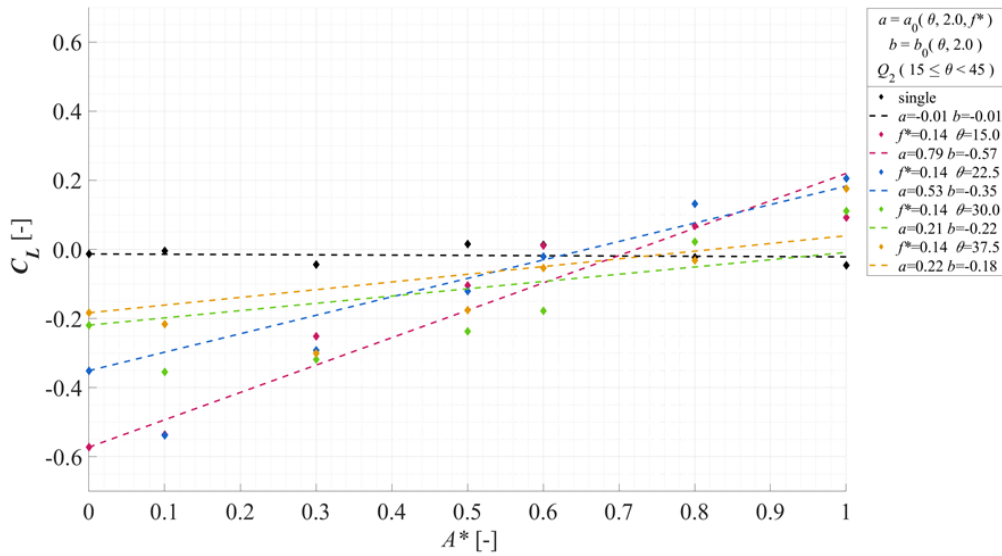


Fig. 6.30 $C_{Lmeasured}, a_0, b_0$ value for $15 \leq \theta < 45, P^* = 2.0, f^* = 0.14$

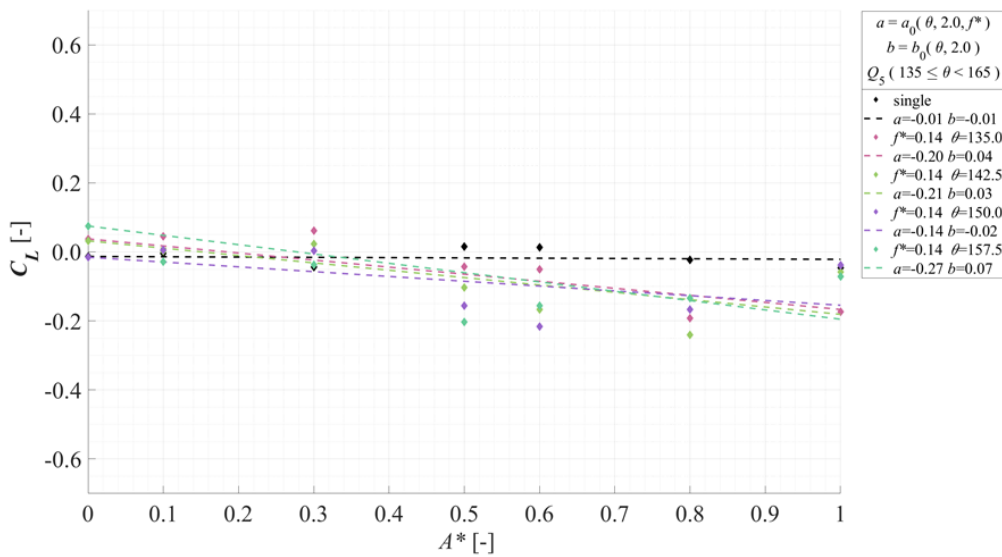


Fig. 6.31 $C_{Lmeasured}, a_0, b_0$ value for $135 \leq \theta < 165, P^* = 2.0, f^* = 0.14$

6.3.3.2. θ に関するモデル化結果

Fig. 6.32, Fig. 6.33, Fig. 6.34 に θ に関するモデル化に用いた $a_0(\theta, P^*, f^*)$ およびモデル結果である $a_1(\theta)$ を示す. 特に Fig. 6.32, Fig. 6.33 は基準となった $P_c^* = 2.0, f_c^* = 0.14$ にそれぞれ注目した結果を示す.

Fig. 6.32 は $P^* \leq 2.0, 0 \leq f^* \leq 0.20$ での θ に関する $a_0(\theta, P^*, f^*)$ の値である. Fig. 6.33 は

$2.0 \leq P^* \leq 5.0$, $f^* = 0.14$ での θ に関する $a_0(\theta, P^*, f^*)$ の値である。 θ ごとに $a_0(\theta, P^*, f^*)$ に大きな違いがあり、特に $\theta = 15$ では大きなピークが見られる。これは無加振状態では Inner lift peak により大きな負の揚力を有していた領域が加振によって急激に円筒両側の揚力の差が縮まり、 $a_0(\theta, P^*, f^*)$ としては大きくなっていると考えられる。 θ が大きくなるにつれて $a_0(\theta, P^*, f^*)$ は小さくまた負の値を示している。揚力は無加振状態であっても円筒の位置関係により簡単に正負が変わるため、加振によって C_L そのものが正負どちらを向くかは一概に判断できない。本モデルではあくまでここで得られた傾き $a_0(\theta, P^*, f^*)$ に基づいて算出された結果を用いることとなる。また、このうち $P^* = 2.0, f^* = 0.14$ に関する $a_0(\theta, P^*, f^*)$ を基準として用いることとする。

Fig. 6.34は本実験における代表的測定点である $P^* = 2.0, f^* = 0.14$ のときに定まる $a_0(\theta, P^*, f^*)$ に対する、区間 Q_m での最小二乗法により定まる線形近似直線である。 C_D における $a_0(\theta, P^*, f^*)$ ほどの線形性は見られないが、概ね線形に変化している。また揚力に特徴的なピークは区間ごとに捉えられているため、区間は適切であると判断しこれを用いる。

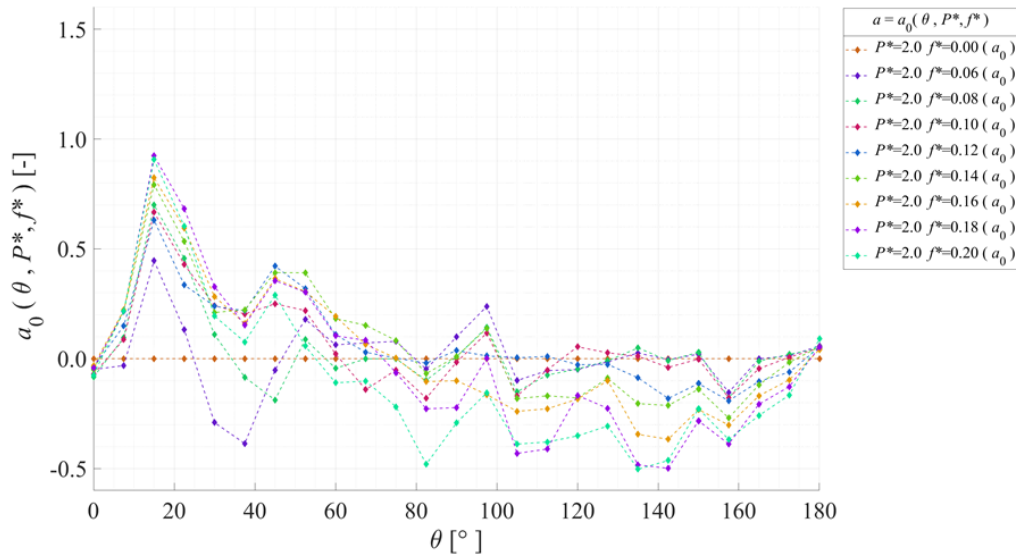


Fig. 6.32 a_0 value about C_L in θ -axis for $P^* \leq 2.0$, $0 \leq f^* \leq 0.20$

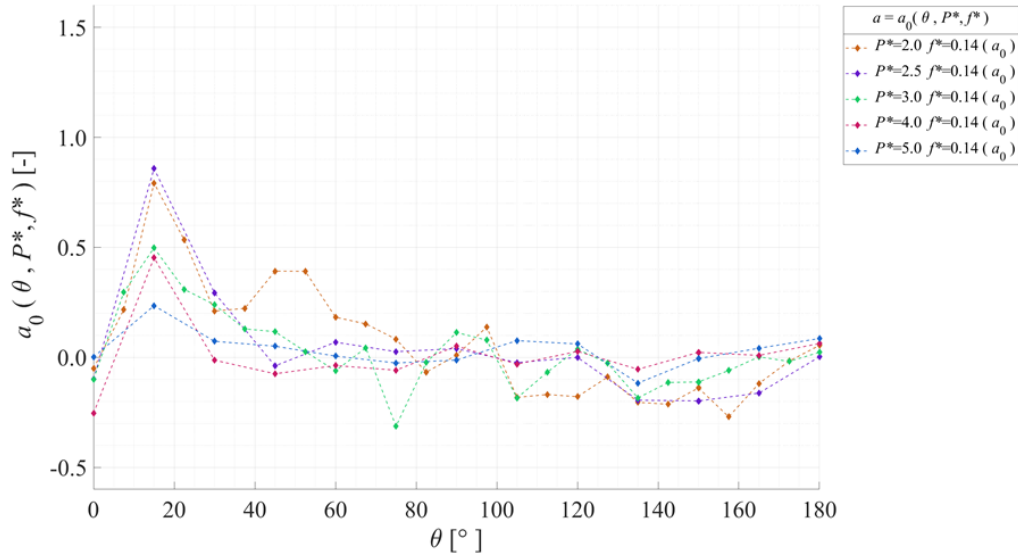


Fig. 6.33 a_0 value about C_L in θ -axis for $2.0 \leq P^* \leq 5.0$, $f^* = 0.14$

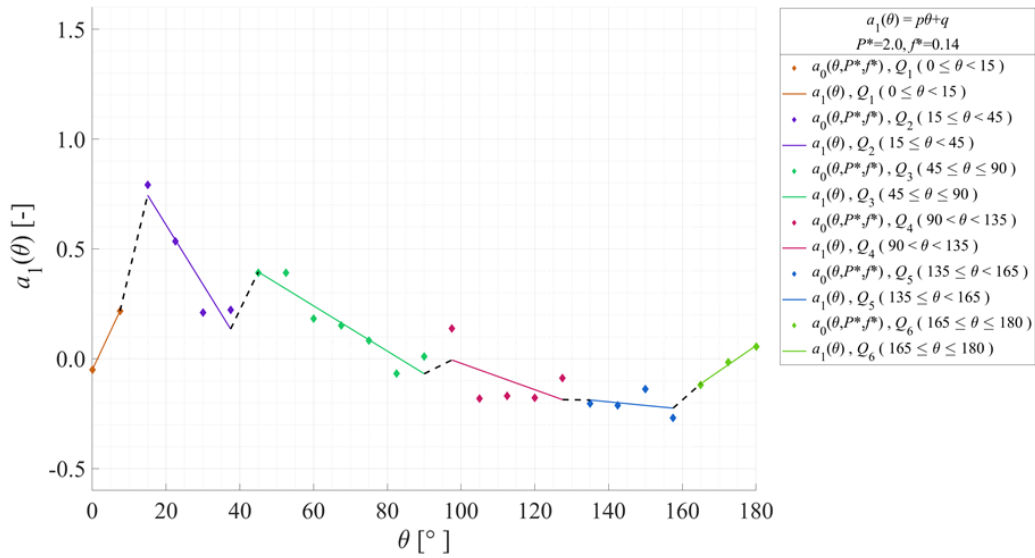


Fig. 6.34 a_0 and a_1 value about C_L in θ -axis for $P^* = 2.0$, $f^* = 0.14$

6.3.3.3. P^* に関するモデル化結果

Fig. 6.35, Fig. 6.36, Fig. 6.37 に P^* に関するモデル化に用いた $a_0(\theta, P^*, f^*)$ およびモデル結果である $a_2(P^*)$ の一部を示す。

Fig. 6.35は $0 \leq \theta \leq 180$, $f^* = 0.14$ での P^* に関する $a_0(\theta, P^*, f^*)$ の値である。 P^* が小さいときは $a_0(\theta, P^*, f^*)$ は正負両方に大きくばらついているが、 P^* が大きくなるにつれて概ね0に漸近していることが分かる。 さらに式(6.47), (6.48)に基づき区間 Q_m での p_{2m}, q_{2m} を算出す

るため、 Q_m ごとの平均値に対する近似曲線をプロットする。

Fig. 6.36は $135 \leq \theta < 165$, $f^* = 0.14$ での P^* に関する $a_0(\theta, P^*, f^*)$ の値および P^* ごとの平均値に対して算出された近似曲線 $a_2(P^*)$ である。 P^* が大きくなるにつれて概ね0に漸近していることが分かる。 θ ごとのばらつきも小さいため、区間も適切であると考えられる。

Fig. 6.37は $0 \leq \theta < 15$, $f^* = 0.14$ での P^* に関する $a_0(\theta, P^*, f^*)$ の値および P^* ごとの平均値に対して算出された近似曲線 $a_2(P^*)$ である。 $a_0(\theta, P^*, f^*)$ が θ ごとに正負両方の値を取るため、本モデルでの関数形では元の値を捉えきれておらず、このような区間ではモデルの精度は下がると考えられる。一方で、これを再現する適切な物理的解釈もできないため、本モデルではこの近似曲線を用いることとする。

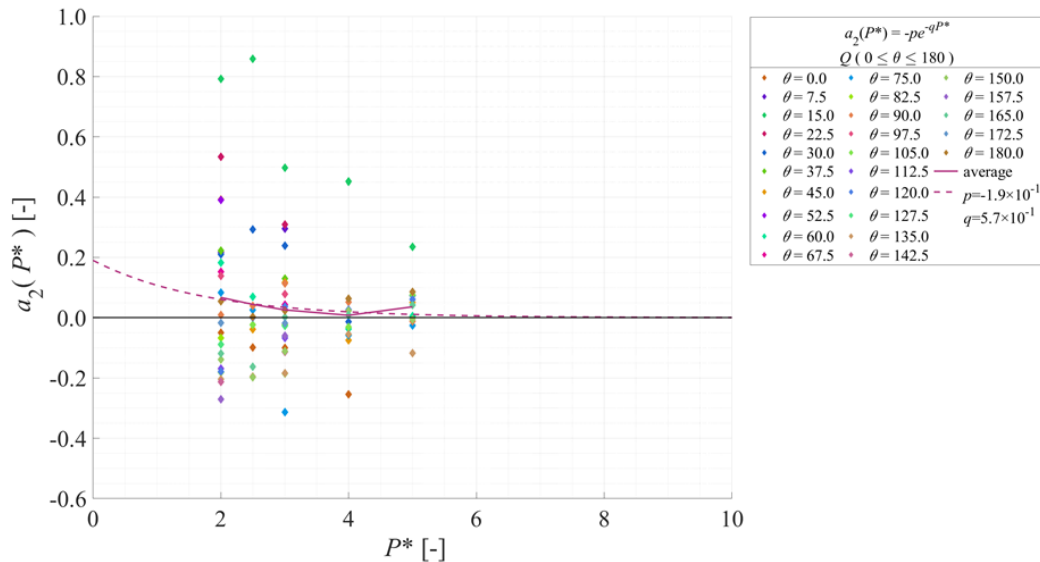


Fig. 6.35 a_0 and a_2 value about C_L in P^* -axis for $0 \leq \theta \leq 180$, $f^* = 0.14$

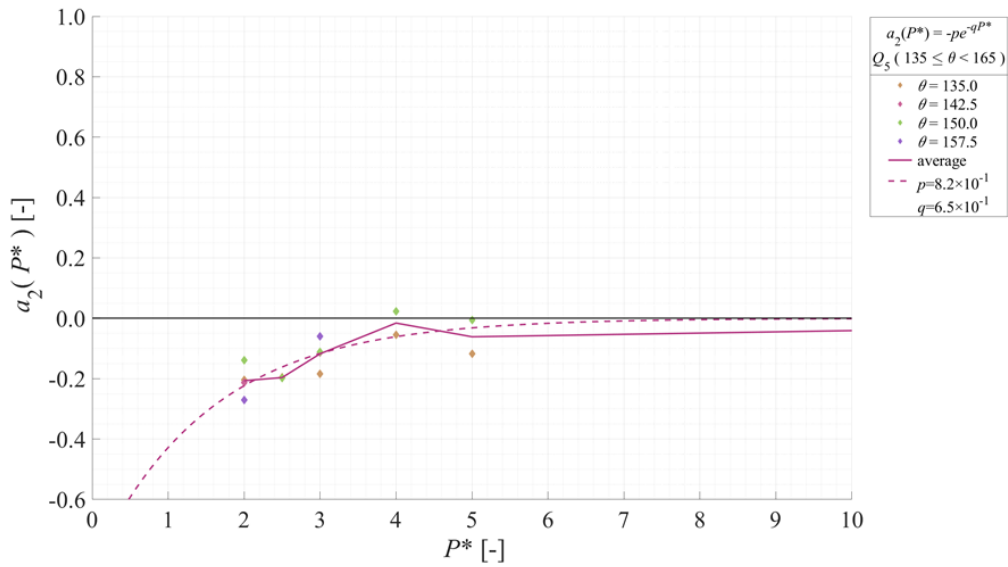


Fig. 6.36 a_0 and corrected a_2 value about C_L in P^* -axis for $135 \leq \theta < 165$, $f^* = 0.14$

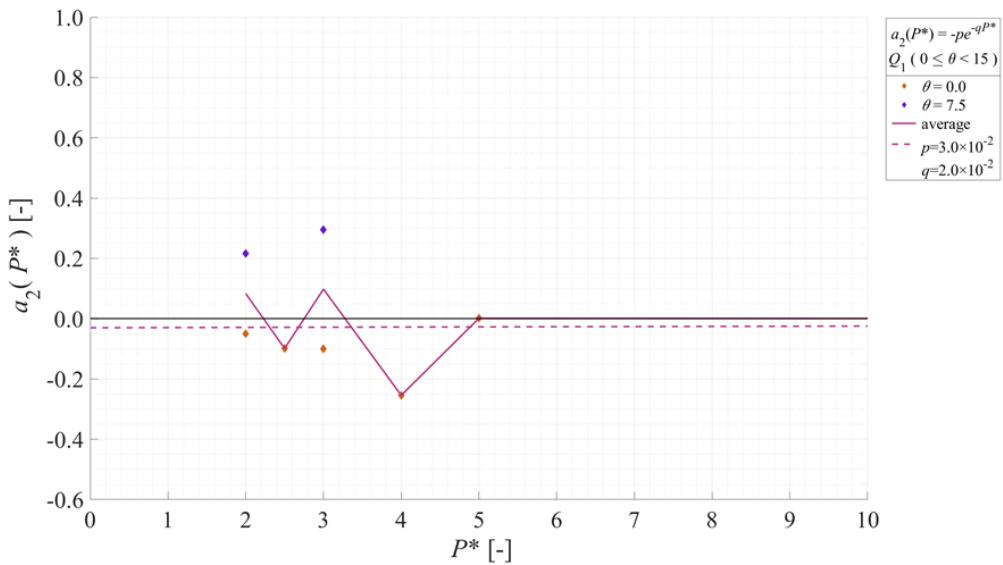


Fig. 6.37 a_0 and corrected a_2 value about C_L in P^* -axis for $0 \leq \theta < 15$, $f^* = 0.14$

6.3.3.4. f^* に関するモデル化結果

Fig. 6.38, Fig. 6.39, Fig. 6.40 に f^* に関するモデル化に用いた $a_0(\theta, P^*, f^*)$ およびモデル結果である $a_3(f^*)$ の一部を示す。

Fig. 6.38は $0 \leq \theta \leq 180$, $P^* = 2.0$ での f^* に関する $a_0(\theta, P^*, f^*)$ の値である. 6.3.2.3 に記載したように C_L の f^* 依存性については物理的な解釈が難しくモデル理論の段階では関数形を定めていない. よってまずFig. 6.38のグラフの様子から近似に適した関数形を定めてモデルを作成する. θ ごとのばらつきが大きく, 特定の値に漸近していくような様子も見られないため, $f^* \rightarrow \infty$ での境界条件は定めないこととする. また, f^* が大きくなるにつれて2次的に値が0から離れているように見られる. よって本モデルでは各区分ごとに2次近似による曲線を用いることとする. 以降, これまで同様にモデルの定義を行う.

まず, 係数 $p'_{3m}(\theta, P^*)$ を用いて,

$$a_0(\theta, P^*, f^*) \cong p'_{3m}(\theta, P^*) f^{*2} \quad (6.53)$$

と近似できるとする.

⑦より式(6.53)は P^* に依らないと考えて, $P^* = P_c^*$ で代表させた $p'_{3m}(\theta, P^*)$ を $p''_{3m}(\theta)$ で置き換えると,

$$a_0(\theta, P^*, f^*) \cong p''_{3m}(\theta) f^{*2} \quad (6.54)$$

となる.

また $\theta \in Q_m$ では, 式(6.43)より θ, f^* は互いに独立であるため, 式(6.54)は θ に依らない. そこで, $P^* = P_c^*$ での $a_0(\theta, P^*, f^*)$, ($\theta \in Q_m$)の平均値を $\overline{a_0(\theta, P^*, f^*)}$ として, 式(6.54)の左辺を代表させると同時に, $p''_{3m}(\theta)$ を p_{3m} に置き換えると,

$$\overline{a_0(\theta, P^*, f^*)} \cong p_{3m} f^{*2} \quad (6.55)$$

となる.

上式両辺の最小二乗法により p_{3m} を定めれば, f^* に関する関数である $a_3(f^*)$ を用いて

$$a_3(f^*) = p_{3m} f^{*2} \quad (6.56)$$

と表せる.

さらに $a_3(f_c^*)$ の値で正規化することで,

$$\frac{a_3(f^*)}{a_3(f_c^*)} = a'_3(f^*) \quad (6.57)$$

と表せ, これは則ち式(6.43)における倍率 $a'_3(f^*)$ を示すこととなる.

さらに $\hat{a}_3 = 1/a_3(f_c^*)$ とすると,

$$\frac{a_3(f^*)}{a_3(f_c^*)} = \hat{a}_3 a_3(f^*) \quad (6.58)$$

となる。

さらに式(6.55), (6.56)に基づき区間 Q_m での p_{2m}, q_{2m} を算出するため, Q_m ごとの平均値に対する近似曲線をプロットする。

Fig. 6.39は $135 \leq \theta < 165$, $P^* = 2.0$ での f^* に関する $a_0(\theta, P^*, f^*)$ の値および f^* ごとの平均値に対して算出された近似曲線 $a_3(f^*)$ である。 θ ごとの値のばらつきが小さく, また概ね2次的に値が0から離れていることがわかる。

Fig. 6.40は $15 \leq \theta < 45$, $P^* = 2.0$ での f^* に関する $a_0(\theta, P^*, f^*)$ の値および f^* ごとの平均値に対して算出された近似曲線 $a_3(f^*)$ である。 θ ごとの値のばらつきがかなり大きく, 大雑把な上昇傾向以外は表現しきれていないことが分かる。 一方で適切な物理的解釈も難しいため, 本モデルでの限界としてこれを用いることとする。

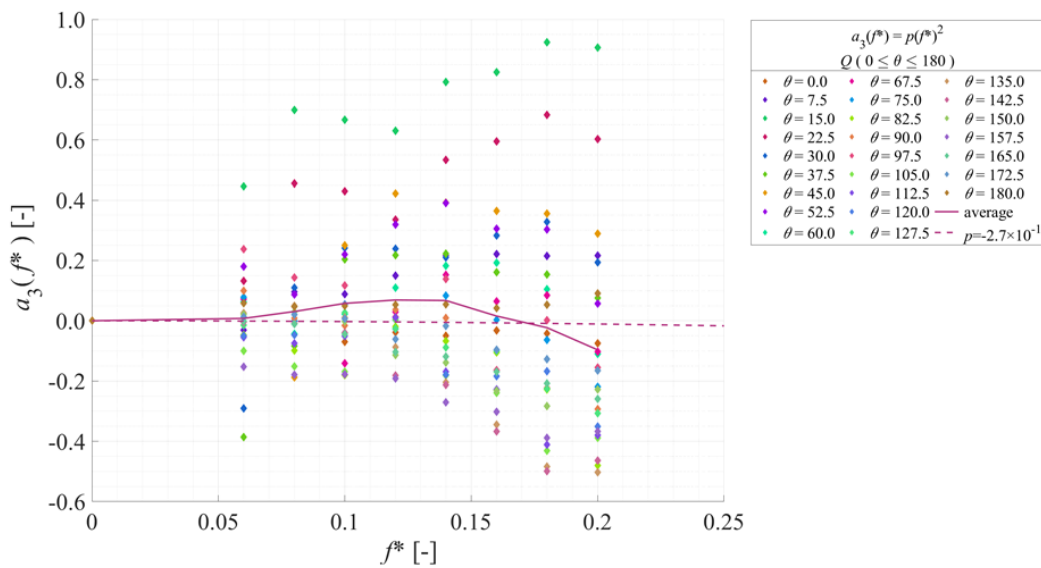


Fig. 6.38 a_0 and a_3 value about C_L in f^* -axis for $0 \leq \theta \leq 180$, $P^* = 2.0$

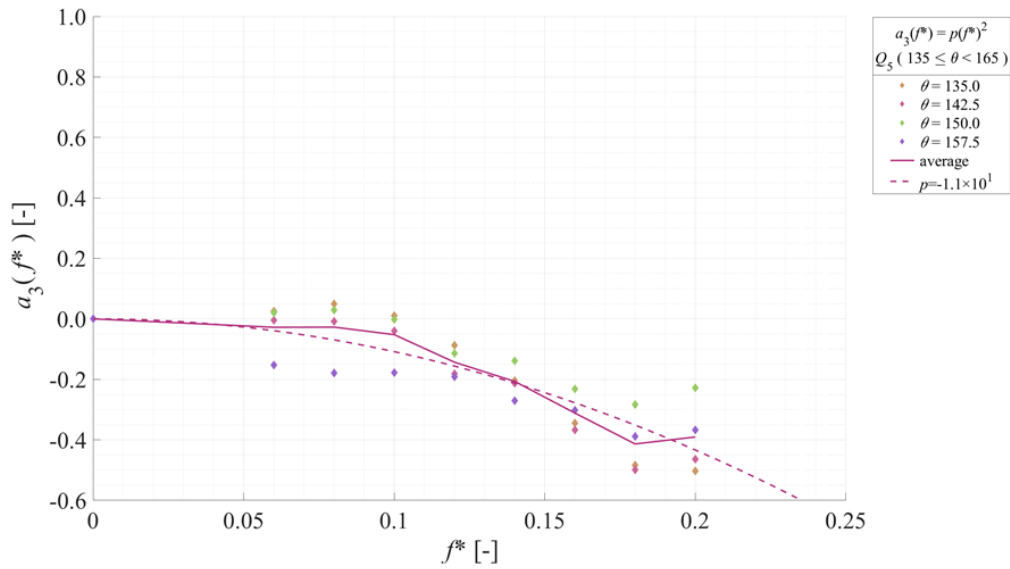


Fig. 6.39 a_0 and a_3 value about C_L in f^* -axis for $135 \leq \theta < 165$, $P^* = 2.0$

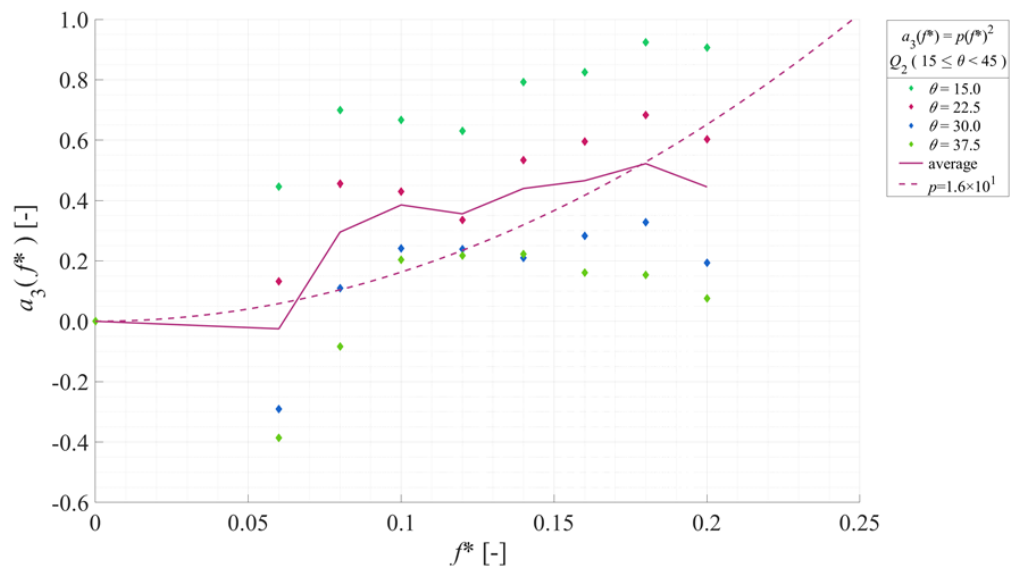


Fig. 6.40 a_0 and a_3 value about C_L in f^* -axis for $15 \leq \theta < 45$, $P^* = 2.0$

6.3.3.5. 傾き関数に関するモデル化のまとめ

上記までで、 $a_0(\theta, P^*, f^*)$ のモデル化による $a(\theta, P^*, f^*)$ が定まった。Fig. 6.41, Fig. 6.42に傾き関数のモデル化に用いた $a_0(\theta, P^*, f^*)$ およびモデル結果である $a(\theta, P^*, f^*)$ の一部を示す。ここでは基準となった $P_c^* = 2.0, f_c^* = 0.14$ にそれぞれ注目した結果を示す。

Fig. 6.41 は $P^* = 2.0, 0 \leq f^* \leq 0.20$ での θ に関する $a_0(\theta, P^*, f^*)$ およびモデル結果である

$a(\theta, P^*, f^*)$ の値である。区間 Q_1, Q_2, Q_5, Q_6 では概ねの増減傾向は表せている見られる。一方で間の区間では元の $a_0(\theta, P^*, f^*)$ のばらつきが大きい。これは基準線となった $a_1(\theta)$ からの倍率表現だけでは再現しきれていないためだと考えられる。またこれは0からの2次的単調変化で $a_3(f^*)$ を表現しているため、 f^* によって正負両側に値が存在する場合に再現できなくなるためである。

Fig. 6.42 は $2.0 \leq P^* \leq 5.0, f^* = 0.14$ での θ に関する $a_0(\theta, P^*, f^*)$ およびモデル結果である $a(\theta, P^*, f^*)$ の値である。Fig. 6.41 と比べて P^* ごとに正負両側に存在する区間が少なく、また全体的に値が0付近に存在しているため、元の $a_0(\theta, P^*, f^*)$ からの乖離が少なくなっている。

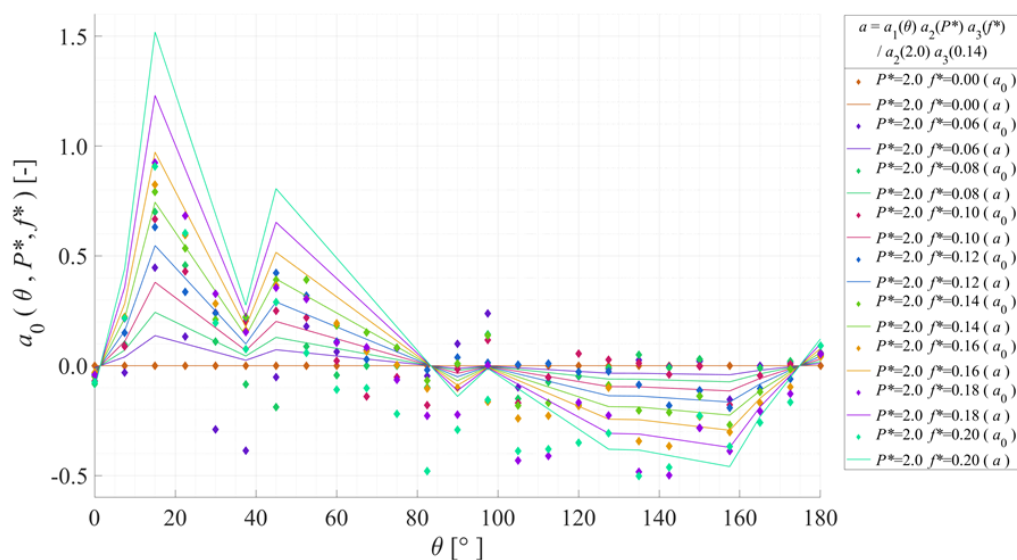


Fig. 6.41 a_0 and a value about C_L in θ -axis for $P^* = 2.0, 0 \leq f^* \leq 0.20$

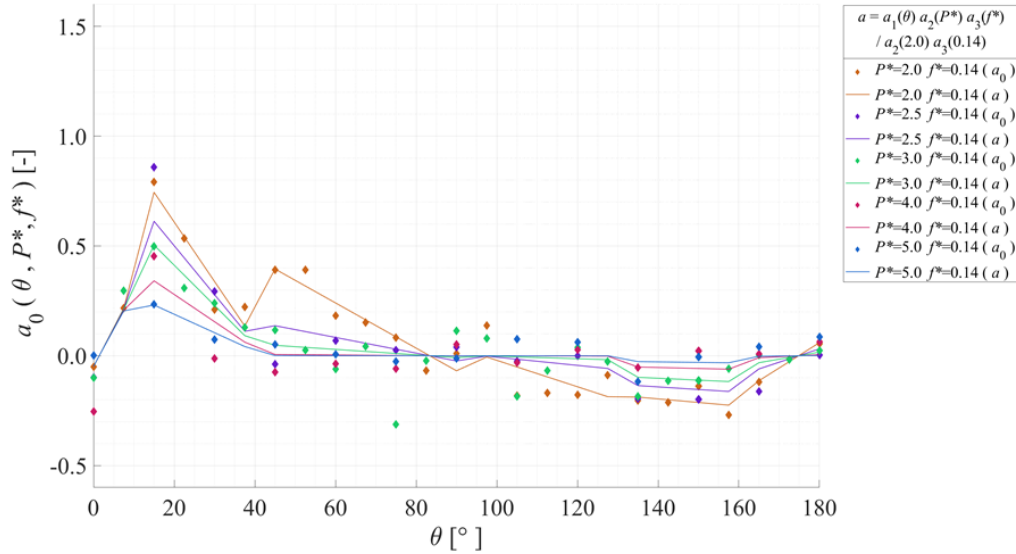


Fig. 6.42 a_0 and a value about C_L in θ -axis for $2.0 \leq P^* \leq 5.0, f^* = 0.14$

6.3.4. 切片関数に関するモデルの理論

6.3.4.1. θ に関するモデル

C_L は傾き関数で考えたように、 $\theta = 15$ 付近で inner lift peak、 $\theta = 45$ 付近で outer lift peak と呼ばれる負の揚力が大きく発達する領域がある他は、 θ に関して大きく変化しない。また C_L の peak がある箇所は区間 Q_m の境界部分に位置している。よって C_D での理論と同様に、「 Q_m では $b_0(\theta, P^*)$ は $\theta \in Q_m$ に関して線形近似できる」…⑥'と仮定する。さらに③の仮定より、⑦同様に「 $b_0(\theta, P^*)$ の Q_m ごとの線形近似直線は P^* に依らないある直線を倍率 $b'_2(P^*)$ で変化させたものであるとする。」…⑦'と仮定する。

このとき $b_0(\theta, P^*)$ を、 Q_m ごとに定まる係数 p_{4m}, q_{4m} を用いて線形近似すると、

$$\begin{aligned} b(\theta, P^*, f^*) &\cong b'_2(P^*)b_1(\theta) \\ &= b'_2(P^*)\{p_{4m}\theta + q_{4m}\}, (\theta \in Q_m) \end{aligned} \quad (6.59)$$

となる。

p_{4m}, q_{4m} は P^* に依らないため、本実験における代表的測定点である $P^* = 2.0$ のときに定まる $b_0(\theta, P^*)$ に対する、区間 Q_m での最小二乗法により定まる線形近似直線の傾き p_{4m} 、切片 q_{4m} を基準値とする。また基準値を表す P^* として同様に $P_c^* = 2.0$ と置くと、

$$\begin{aligned} b'_2(P_c^*) &= 1 \\ \Rightarrow b_0(\theta, P_c^*) &\cong b'_2(P_c^*)\{p_{4m}\theta + q_{4m}\} \\ &= p_{4m}\theta + q_{4m} \end{aligned} \quad (6.60)$$

を満たす.

6.3.4.2. P^* に関するモデル

続いて Q_m ごとに⑦'で仮定した $b_2'(P^*)$ を考える. まず P^* に関する $b_0(\theta, P^*)$ の境界条件より, $P^* \rightarrow \infty$ で $b_0(\theta, \infty) \cong 0$ となる. また同一 θ では P^* は大きくなるにつれて後流域影響が単調に変化すると考えると, $b_0(\theta, P^*)$ は P^* に関して単調に 0 に漸近する関数となる. 以上の条件から $b_0(\theta, P^*)$ は P^* に関して係数 $p'_{5m}(\theta), q'_{5m}(\theta)$ を用いて,

$$b_0(\theta, P^*) \cong -p'_{5m}(\theta)e^{-q'_{5m}(\theta)P^*} \quad (6.61)$$

と近似できるとする. このとき, $q'_{5m}(\theta) > 0$ となると仮定する. また境界条件を自明に満たす.

また $\theta \in Q_m$ では, 式(6.59)より θ, P^* は互いに独立であるため, 式(6.61)は θ に依らない. そこで, $b_0(\theta, P^*), (\theta^v \in Q_m)$ の平均値を $\overline{b_0(\theta, P^*)}$ として, 式(6.61)の左辺を代表させると同時に, $p'_{5m}(\theta), q'_{5m}(\theta)$ を p_{5m}, q_{5m} に置き換えると,

$$\overline{b_0(\theta, P^*)} \cong -p_{5m}e^{-q_{5m}P^*} \quad (6.62)$$

となる.

上式両辺の最小二乗法により p_{5m}, q_{5m} を定めれば, P^* に関する関数である $b_2(P^*)$ を用いて

$$b_2(P^*) = -p_{5m}e^{-q_{5m}P^*} \quad (6.63)$$

と表せる.

さらに $b_2(P_c^*)$ の値で正規化することで,

$$\frac{b_2(P^*)}{b_2(P_c^*)} = b_2'(P^*) \quad (6.64)$$

と表せ, これは則ち式(6.59)における倍率 $b_2'(P^*)$ を示すこととなる.

さらに $\hat{b}_2 = 1/b_2(P_c^*)$ とすると,

$$\frac{b_2(P^*)}{b_2(P_c^*)} = \hat{b}_2 b_2(P^*) \quad (6.65)$$

となる.

$\hat{b}_1 = 1$ とおけば $b_1(\theta), b_2(P^*)$ をまとめて,

$$\begin{aligned}
b_0(\theta, P^*) &\cong b_2'(P^*) b_1(\theta) \\
&= b_1(\theta) \frac{b_2(P^*)}{b_2(P_c^*)} \\
&= \hat{b}_1 b_1(\theta) \hat{b}_2 b_2(P^*) \\
&= \hat{b} \times b_1(\theta) b_2(P^*) , \\
&\left(\hat{b} = \hat{b}_1 \hat{b}_2 = \frac{1}{b_2(P_c^*)} \right)
\end{aligned} \tag{6.66}$$

となる.

6.3.5. 切片関数に関するモデル化結果

$C_{Lmeasured}$ の値を用いて, $b_1(\theta), b_2(P^*)$ の各種モデルを実際に作成した結果を示す. a_0 同様, 境界条件以外の補正を行わない. また境界条件に関しては C_D と平等になるように $b_0(\theta, 20) = b_s$ となると見なして考えた. 主にモデルの理論と良く当てはまった例と, あまり当てはまらなかった例の2つの事例を示す.

6.3.5.1. θ に関するモデル化結果

Fig. 6.43, Fig. 6.44 に θ に関するモデル化に用いた $b_0(\theta, P^*)$ およびモデル結果である $b_1(\theta)$ を示す.

Fig. 6.43 は $2.0 \leq P^* \leq 5.0$ での θ に関する $b_0(\theta, P^*)$ の値である. 区間 Q_m ごとに $b_0(\theta, P^*)$ の類似した増減傾向が見られる. また inner lift peak にあたる $\theta = 15$ 付近で特に大きな負の揚力がある他は概ね 0 付近に位置している. このうち $P^* = 2.0, f^* = 0.14$ に関する $b_0(\theta, P^*)$ を基準として用いることとしている.

Fig. 6.44 は本実験における代表的測定点である $P^* = 2.0$ のときに定まる $b_0(\theta, P^*)$ に対する, 区間 Q_m での最小二乗法により定まる線形近似直線である. 区間 Q_m 内では概ね単調に変化している. $\theta = 15$ を境に2次的に上昇しているようにも見えるが, 区間ごとに関数形を変えることは煩雑であること, また揚力として重要な inner lift peak を捉えられていることから, 線形近似のまま用いることとする. また $90 < \theta$ においては $b_0(\theta, P^*)$ はほとんど 0 に近い値を示しているが, 線形近似の状態でも非常に値が小さく, $b_2(P^*)$ がかけられても大きな差は生じないと考えて, 同様に線形近似のまま用いることとする.

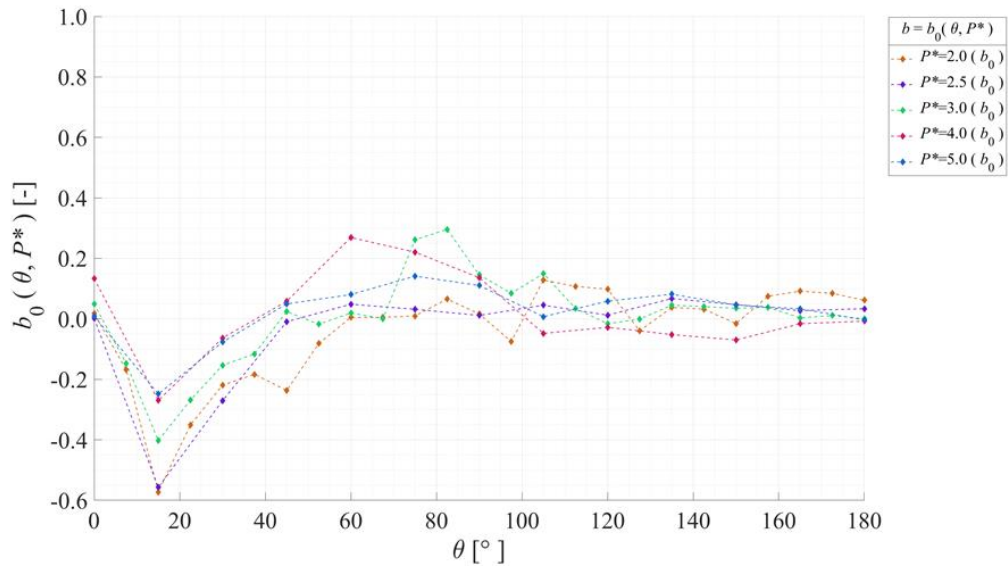


Fig. 6.43 b_0 value about C_L in θ -axis for $2.0 \leq P^* \leq 5.0$

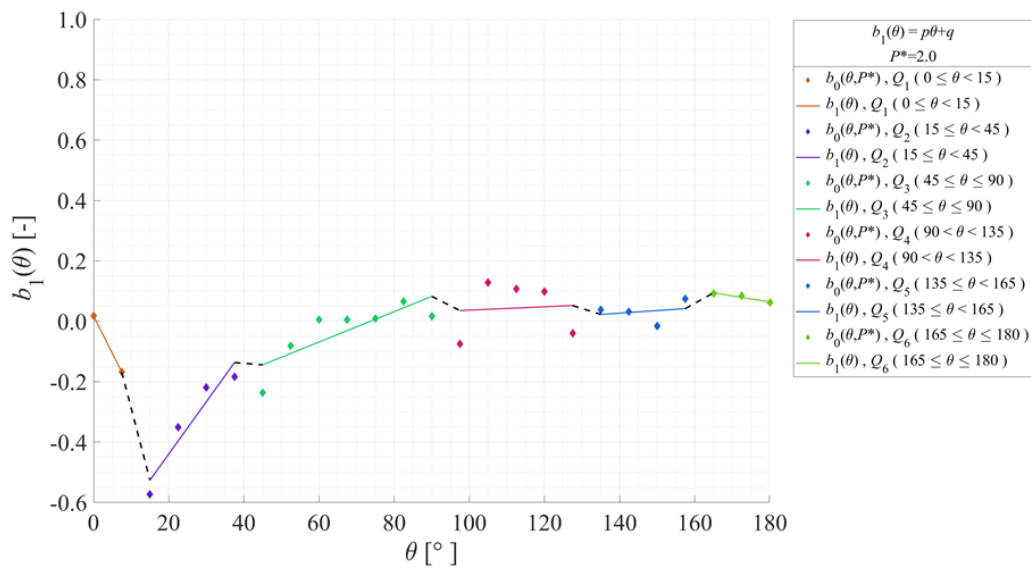


Fig. 6.44 b_0 and b_1 value about C_L in θ -axis for $P^* = 2.0$

6.3.5.2. P^* に関するモデル化結果

Fig. 6.45, Fig. 6.46, Fig. 6.47 に P^* に関するモデル化に用いた $b_0(\theta, P^*)$ およびモデル結果である $b_2(P^*)$ の一部を示す。

Fig. 6.45は $0 \leq \theta \leq 180$ での P^* に関する $b_0(\theta, P^*)$ の値である。式(6.35)に基づき区間 Q_m での p_{5m}, q_{5m} を算出するため、 Q_m ごとの平均値に対する近似曲線をプロットする。

Fig. 6.46 は $165 \leq \theta \leq 180$ での P^* に関する $b_0(\theta, P^*)$ の値である。 P^* が大きくなるにつれて、値が 0 に近づいているのがわかる。

Fig. 6.47 は $45 \leq \theta \leq 90$ での P^* に関する $b_0(\theta, P^*)$ の値である。 P^* が大きくなるにつれて正負が入れ替わる θ も存在しており、本モデルでは再現しきれていない。一方で lift peak のような物理的解釈が難しく、正負いずれの値を採用すべきかは判断できないため、本モデルではこのまま用いることとする。

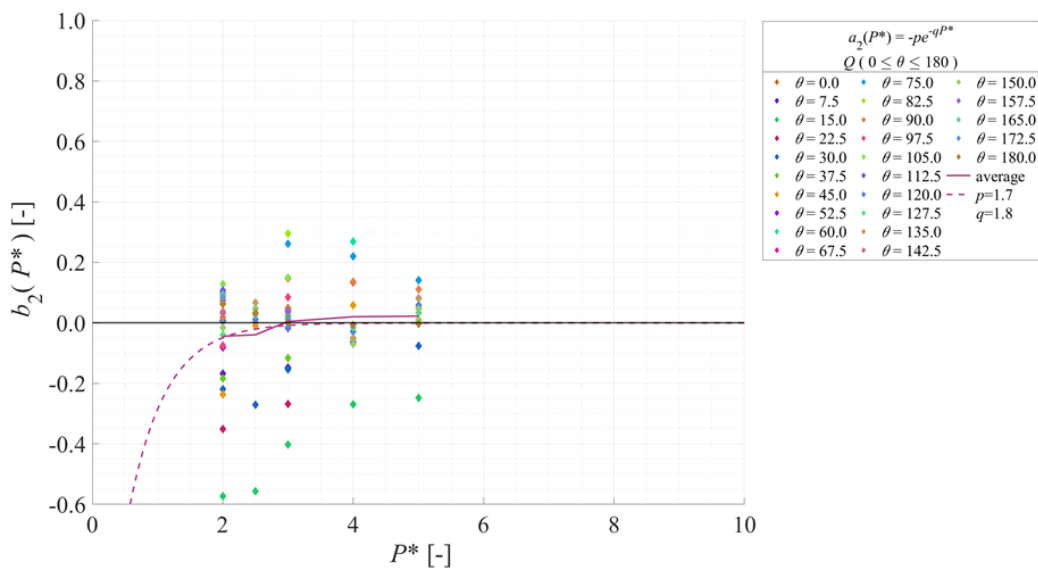


Fig. 6.45 b_0 and b_2 value about C_L in P^* -axis for $0 \leq \theta \leq 180$

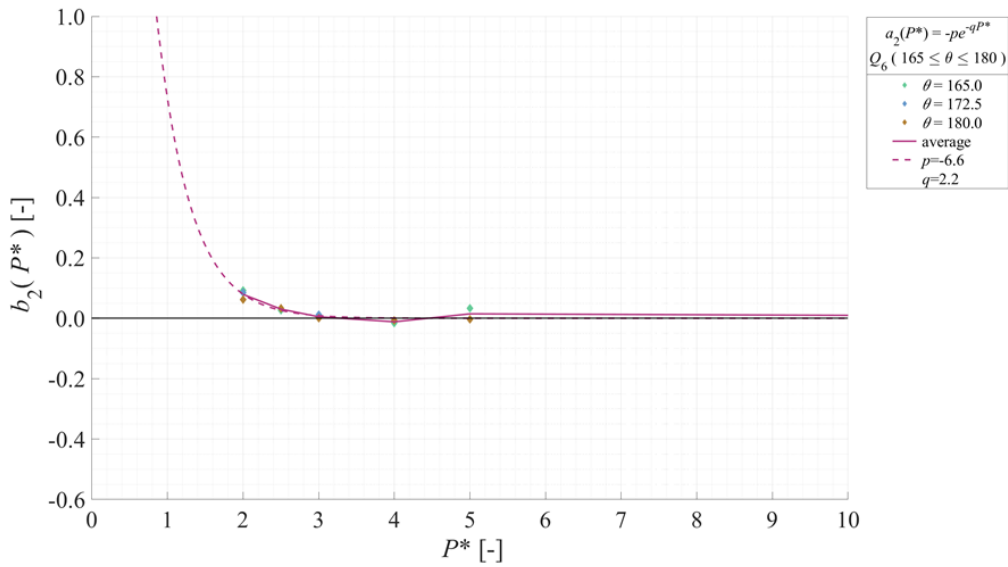


Fig. 6.46 b_0 and corrected b_2 value about C_L in P^* -axis for $165 \leq \theta \leq 180$

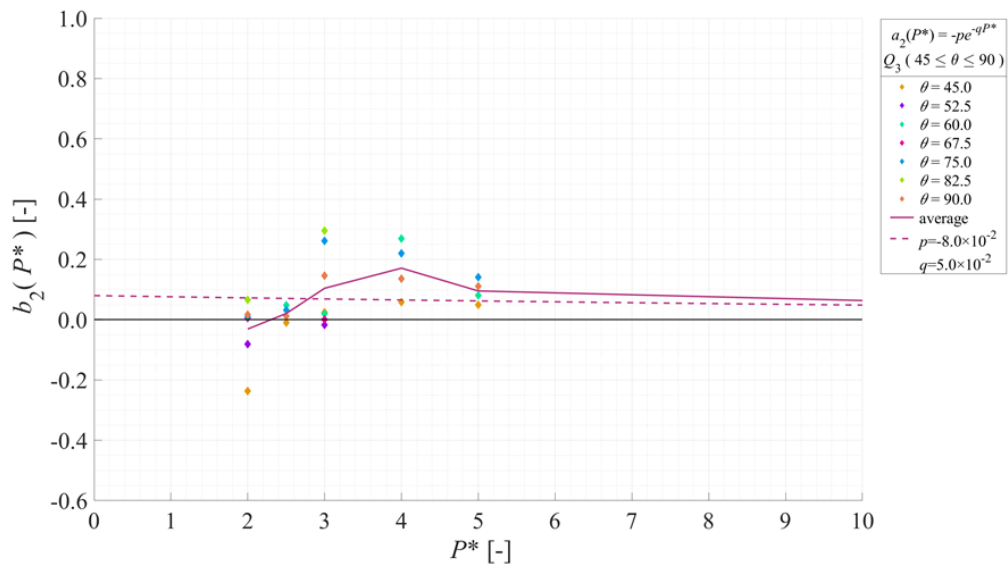


Fig. 6.47 b_0 and corrected b_2 value about C_L in P^* -axis for $45 \leq \theta \leq 90$

6.3.5.3. 切片関数に関するモデル化のまとめ

上記までで、 $b_0(\theta, P^*)$ のモデル化による $b(\theta, P^*)$ が定まった。Fig. 6.48 に切片関数のモデル化に用いた $b_0(\theta, P^*)$ およびモデル結果である $b(\theta, P^*)$ を示す。Inner lift peak および outer lift peak が存在する $15 \leq \theta < 45$ の区間ではモデルによる再現性が高い。一方で、 $45 \leq \theta \leq 90$ では $b_0(\theta, P^*)$ の値が正負両側に存在していることで、モデルによる再現性が低い。 $90 < \theta$ では $b_0(\theta, P^*)$ そのものが0に近い値を示しているため、モデルもそれに近い値を示している。

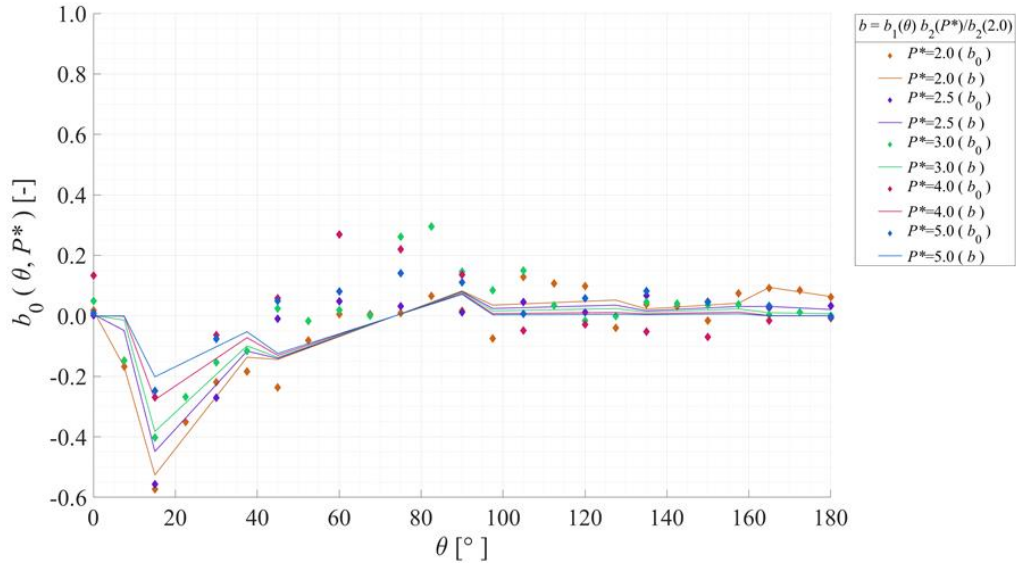


Fig. 6.48 b_0 and b value about C_L in θ -axis for $2.0 \leq P^* \leq 5.0$

6.3.6. モデルの評価

まず、ここまでのモデル化で定めた関数形を式(6.67)に、係数の数値を Table 6.9 にまとめる。 $7.5 < \theta < 15, 37.5 < \theta < 45, 90 < \theta < 97.5, 127.5 < \theta < 135, 157.5 < \theta < 165$ の値はモデル上定義できないため、得られたモデル値の線形近似により定めるものとする。

$$\begin{aligned}
 a_1(\theta) &= p_{1m}\theta + q_{1m} \\
 a_2(P^*) &= -p_{2m}e^{-q_{2m}P^*} \\
 a_3(f^*) &= p_{3m}f^{*2} \\
 b_1(\theta) &= p_{4m}\theta + q_{4m} \\
 b_2(P^*) &= -p_{5m}e^{-q_{5m}P^*} \\
 \hat{a} = \hat{a}_1 \hat{a}_2 \hat{a}_3 &= \frac{1}{a_2(P_c^*)a_3(f_c^*)}, \hat{b} = \hat{b}_1 \hat{b}_2 = \frac{1}{b_2(P_c^*)}
 \end{aligned} \tag{6.67}$$

Table 6.9 Model coefficient about C_L

	Q_1	Q_2	Q_3	Q_4	Q_5	Q_6
	$0 \leq \theta \leq 7.5$	$15 \leq \theta \leq 37.5$	$45 \leq \theta \leq 90$	$97.5 \leq \theta \leq 127.5$	$135 \leq \theta \leq 157.5$	$165 \leq \theta \leq 180$
p_{1m}	3.6×10^{-2}	-2.7×10^{-2}	-1.0×10^{-2}	-6.0×10^{-3}	-1.6×10^{-3}	1.2×10^{-2}
q_{1m}	-5.0×10^{-2}	1.2	8.6×10^{-1}	5.8×10^{-1}	3.3×10^{-2}	-2.0
p_{2m}	3.0×10^{-2}	-1.1	-1.0×10	1.0×10	8.2×10^{-1}	6.1×10^{-1}
q_{2m}	2.0×10^{-2}	3.9×10^{-1}	2.1	2.3	6.5×10^{-1}	1.3
p_{3m}	2.6	1.6×10	1.1	-6.8	-1.1×10	-2.5
p_{4m}	-2.5×10^{-2}	1.7×10^{-2}	5.0×10^{-3}	5.5×10^{-4}	8.6×10^{-4}	-2.0×10^{-3}
q_{4m}	1.7×10^{-2}	-7.9×10^{-1}	-3.7×10^{-1}	-1.8×10^{-2}	-9.3×10^{-2}	4.3×10^{-1}
p_{5m}	1.0×10	7.1×10^{-1}	-8.0×10^{-2}	-2.2×10^{-1}	-1.5×10^{-1}	-6.6
q_{5m}	2.0×10^{-1}	3.2×10^{-1}	5.0×10^{-2}	7.7×10^{-1}	6.0×10^{-1}	2.2

続いてモデルで得られた結果を順に示す。

Fig. 6.49, Fig. 6.50 は Fig. 6.30, Fig. 6.31 と同一のパラメータを $a(\theta, P^*, f^*), b(\theta, P^*)$ に代入して算出された直線である。

Fig. 6.49 は $15 \leq \theta < 45, P^* = 2.0, f^* = 0.14$ における $C_{Lmeasured}, a(\theta, P^*, f^*), b(\theta, P^*)$ のグラフである。Fig. 6.30 に類似した直線がモデルより得られている。一部線形性の低い θ についての再現性が低いとその補正は本モデルでは考慮されていない。

Fig. 6.50 は $135 \leq \theta < 165, P^* = 2.0, f^* = 0.14$ における $C_{Lmeasured}, a(\theta, P^*, f^*), b(\theta, P^*)$ のグラフである。Fig. 6.31 と比べて、 $a_0(\theta, P^*, f^*), b_0(\theta, P^*)$ の再現性は高いが、 $C_{Lmeasured}$ の線形性が低い区間であるため、 C_L を推定する上ではモデルとして精度が悪くなってしまう。 C_D 同様に線形モデルではなく、よりフィッティング性の高い近似関数を用いれば精度も上げることは可能であるが、これ以上複雑な形式でのモデル化を避けるため、この結果を C_L モデルとして定め、 C_{Lmodel} とおく。

続いて、 θ, P^* に関するコンター図を用いて無加振および代表的な加振条件のモデル値 C_{Lmodel} 、差分 $C_{Lmodel} - C_{Lmeasured}$ 、誤差 $|C_{Lmodel} - C_{Lmeasured}|/|C_{Lmeasured}|$ を順に示す。誤差率はわかりやすさのため、100%以上の誤差は全て100%とみなして表記した。

Fig. 6.51 は $f^* = 0.00, A^* = 0.0$ でのモデル値, 差分値, 誤差である. $C_{Lmeasured}$ である Fig. 5.5 と比べ, C_{Lmodel} は $\theta = 15$ 付近の inner lift peak は再現できているが, 他の領域では大雑把な分布となっている. これは P^* に関して $b_2(P^*)$ における単調変化だけでは元の値を再現できていないためだと考えられる. また差分には inner lift peak の周辺に高いピークがあり, これは本来もっと負の方向に大きい inner lift peak が, C_{Lmodel} では適切に低く出なかったためだと考えられる. また誤差率は非常に大きい. 揚力には正負の値が様々な領域で存在し, $b(\theta, P^*)$ で正負を正しく推定できない場合にこのような誤差となってしまうと考えられる.

Fig. 6.52 は $f^* = 0.14, A^* = 0.5$ でのモデル値, 差分値, 誤差である. $C_{Lmeasured}$ である Fig. 5.6 と比べ, inner lift peak の再現性が悪くなり, また他の領域では同様に大雑把な分布となっている. C_L に関してはモデル化の段階で物理的に不明瞭な関係も多く, A^* に対する線形性からだけでは細かな変化を再現するには適切でなかったと考えられる. 差分に関しては $f^* = 0.00, A^* = 0.0$ と同程度である. また誤差率も同様に非常に大きい. $b(\theta, P^*)$ だけでなく, $a(\theta, P^*, f^*)$ で正しく傾きを捉えられていないときに値が大きく変わってしまうことによると考えられる.

Fig. 6.53 は $f^* = 0.16, A^* = 0.5$ でのモデル値, 差分値, 誤差である. $f^* = 0.14, A^* = 0.5$ の場合と特筆して変化している箇所はない.

C_L のモデル化に関して, 揚力として重要な inner lift peak は再現できていた条件もあるが, 全体的に誤差が非常に高く, また正負の推定そのものも誤っていることが多かったため, 本モデルが機能する可能性は低い. A^* に対する線形性および各パラメータに関して, より細かい区分で関数形を定める必要があると考えられる.

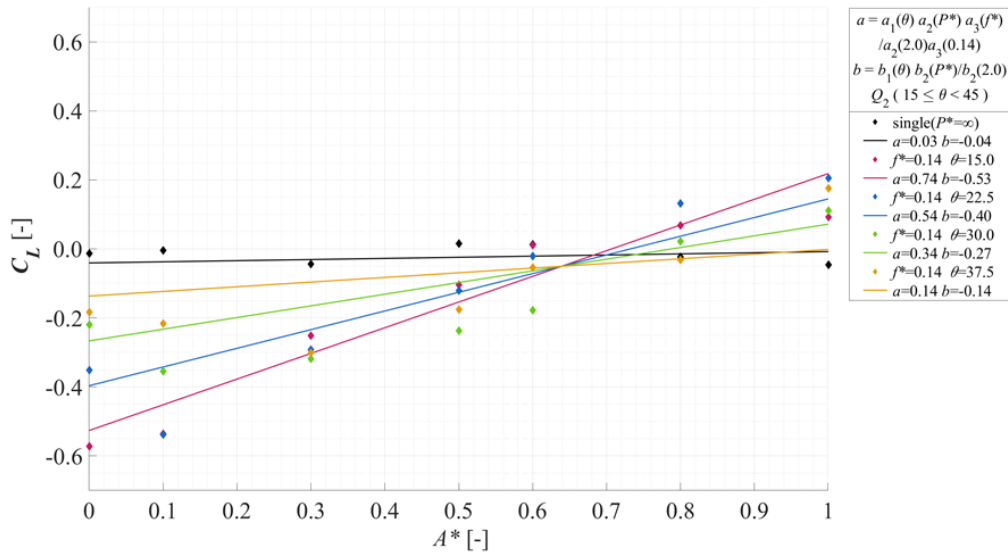


Fig. 6.49 $C_{Lmeasured}, a, b$ value for $15 \leq \theta < 45, P^* = 2.0, f^* = 0.14$

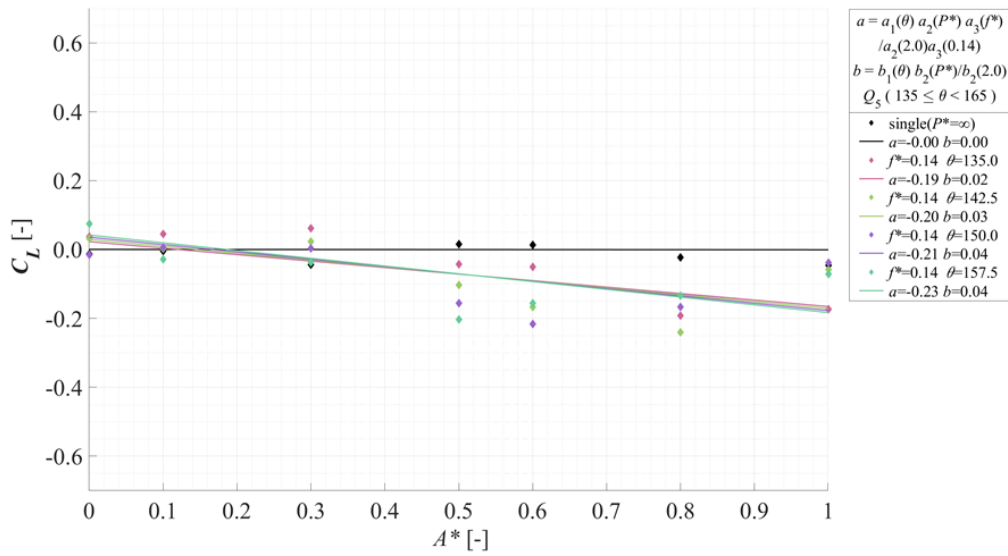


Fig. 6.50 $C_{Lmeasured}, a, b$ value for $135 \leq \theta < 165, P^* = 2.0, f^* = 0.14$

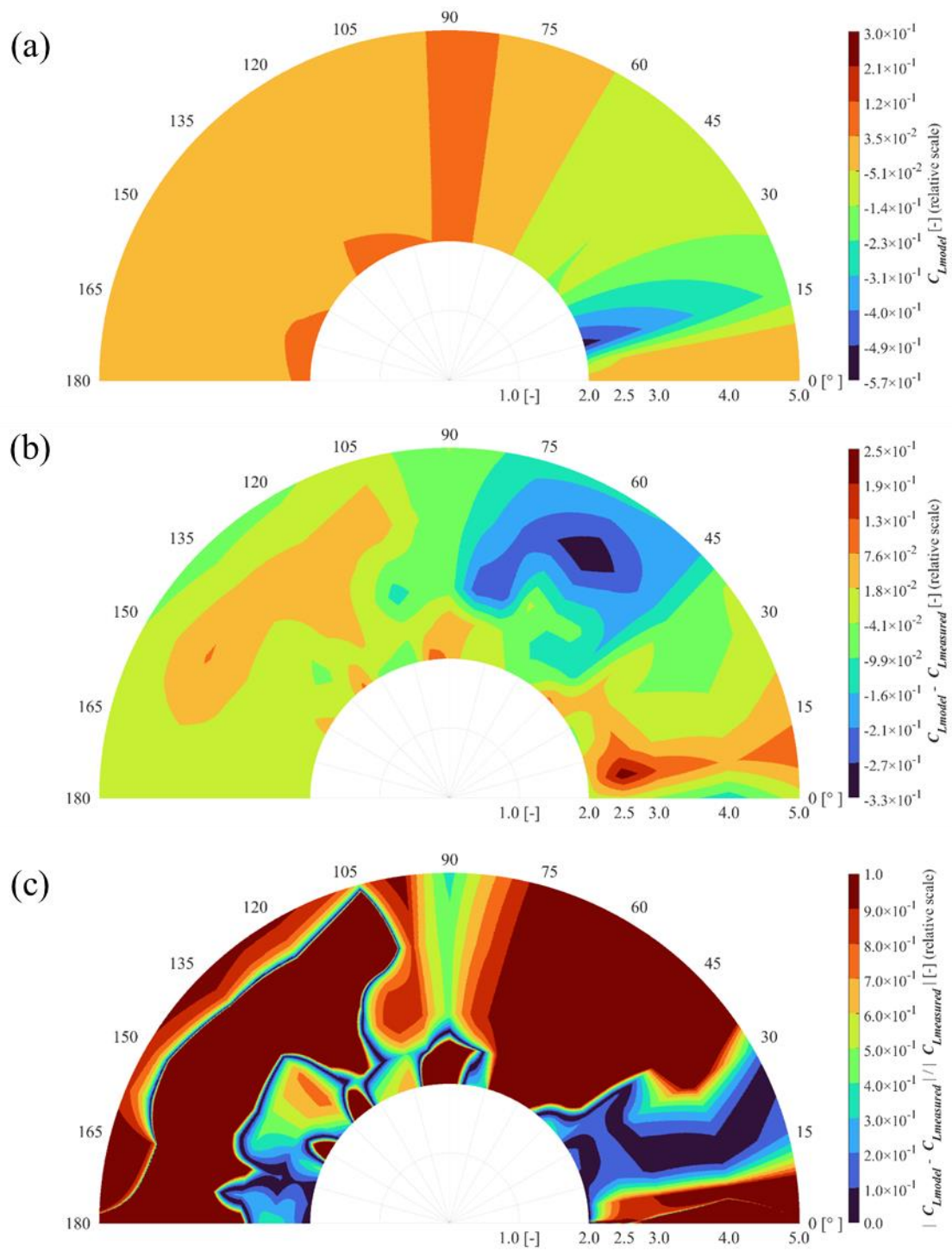


Fig. 6.51 C_{Lmodel} contour diagram for $f^* = 0.00, A^* = 0.0$

(a) Model value : (b) Difference : (c) Error

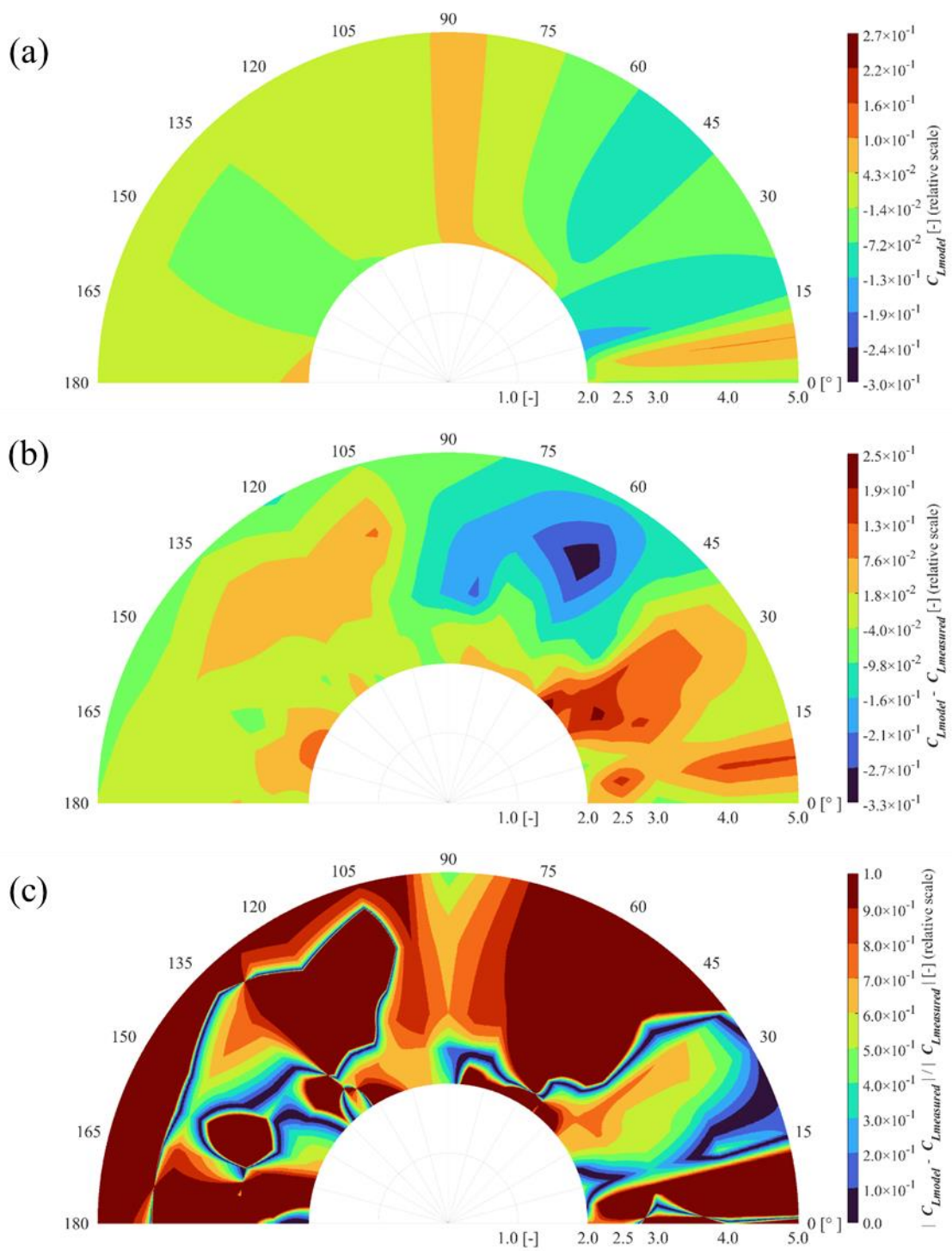


Fig. 6.52 C_{Lmodel} contour diagram for $f^* = 0.14, A^* = 0.5$
 (a) Model value : (b) Difference : (c) Error

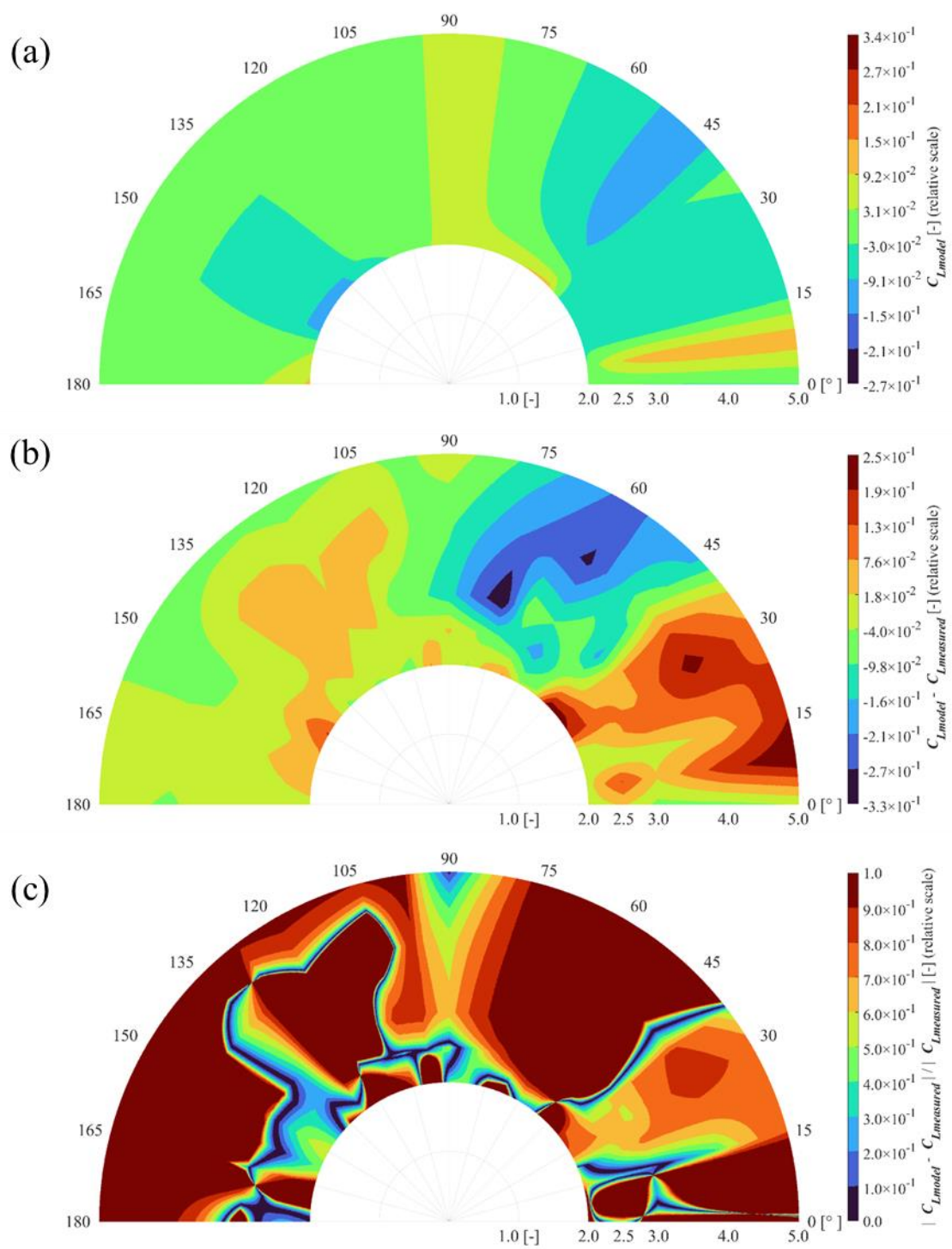


Fig. 6.53 C_{Lmodel} contour diagram for $f^* = 0.16, A^* = 0.5$
 (a) Model value : (b) Difference : (c) Error

6.4. 変動抗力係数・変動揚力係数のモデル

変動抗力係数 C_D' および変動揚力係数 C_L' のモデルの理論およびモデル化の結果を記載する。 C_D' および C_L' のモデルはほぼ同一の理論となるため一括でまとめることとする。

6.4.1. 無次元振幅に対する線形モデルおよび境界条件

①で仮定したように C_D' および C_L' の変化は A^* に対して線形であるとして、 C_D 同様に傾き $a_0(\theta, P^*, f^*)$, 切片 $b_0(\theta, P^*)$ および単一円筒時の傾き $a_s(f^*)$, 切片 b_s を定め、モデル化を行う。

C_D' および C_L' における $a_0(\theta, P^*, f^*)$, $b_0(\theta, P^*)$ の境界条件を考えると, Table 6.10, Table 6.11, Table 6.12 のようになる。

Table 6.10 より $\theta = 0$ で tandem 配置の下流側, $\theta = 90$ で side-by-side 配置, $\theta = 180$ で tandem 配置の上流側に位置する状態となる。これらの値には特定の境界条件は存在しない。

Table 6.11 より $P^* = \infty$ で単一円筒状態となる。よって $a_0(\theta, \infty, f^*) \cong a_s(f^*)$, $b_0(\theta, \infty) \cong b_s$ となる。また $1 \leq P^* < 2$ では流体干渉が非常に複雑になるため、実験で計測できていないこの範囲における $a_0(\theta, P^*, \theta)$, $b_0(\theta, P^*)$ の推定は困難である。

Table 6.12 より $f^* = 0$ で無加振状態, $f^* = \infty$ で高速加振状態となる。 $f^* = 0$ では A^* に対する変化は存在しないので, $a_0(\theta, P^*, 0) = 0$ となる。 $f^* = \infty$ では振動による変動成分も同様に上昇していくと考えられるため $a_0(\theta, P^*, \infty) = \infty$ とする。

以上を境界条件と定めて、次項にて $a_0(\theta, P^*, f^*)$ と $b_0(\theta, P^*)$ の近似関数である傾き関数 $a(\theta, P^*, f^*)$ と切片関数 $b(\theta, P^*)$ を別々にモデル化し、算出する。

Table 6.10 C_D' and C_L' boundary condition about θ

θ [degree]	0	...	90	...	180
$a_0(\theta, P^*, f^*)$	Tandem-low	-	side-by-side	-	Tandem-low
$b_0(\theta, P^*)$	Tandem-low		side-by-side	-	Tandem-low

Table 6.11 C_D' and C_L' boundary condition about P^*

P^*	1	...	∞
$a_0(\theta, P^*, f^*)$	-	-	$a_s(f^*)$
$b_0(\theta, P^*)$	-	-	b_s

Table 6.12 C_D' and C_L' boundary condition about f^*

f^*	0	...	∞
$a_0(\theta, P^*, f^*)$	0	-	∞

6.4.2. 傾き関数に関するモデルの理論

6.4.2.1. θ に関するモデル

$a_0(\theta, P^*, f^*)$ をモデル化するにあたり, C_D' および C_L' においても流れの分類は C_D 同様であると考える. 区間 $Q_m (m = 1, 2, \dots, 6)$ で $a_0(\theta, P^*, f^*)$ を分類する.

Q_m では θ が増加するごとに円筒間の後流域影響が単調に増加ないしは減少し, 円筒間の干渉は単調に増加ないしは減少すると考える. このとき C_D 同様に, ⑥および⑦を仮定して, また $a_0(\theta, P^*, f^*)$ を Q_m ごとに定まる係数 p_{1m}, q_{1m} を用いて線形近似すると,

$$\begin{aligned} a_0(\theta, P^*, f^*) &\cong a_2'(P^*)a_3'(f^*)a_1(\theta) \\ &= a_2'(P^*)a_3'(f^*)\{p_{1m}\theta + q_{1m}\}, (\theta \in Q_m) \end{aligned} \quad (6.68)$$

となる.

p_{1m}, q_{1m} は P^*, f^* に依らないため, 本実験における代表的測定点である $P^* = 2.0, f^* = 0.14$ のときに定まる $a_0(\theta, P^*, f^*)$ に対する, 区間 Q_m での最小二乗法により定まる線形近似直線の傾き p_{1m} , 切片 q_{1m} を基準値とする. また基準値を表す P^*, f^* として $P_c^* = 2.0, f_c^* = 0.14$ と置くと,

$$\begin{aligned} a_2'(P_c^*) &= 1, a_3'(f_c^*) = 1 \\ \Rightarrow a_0(\theta, P_c^*, f_c^*) &\cong a_2'(P_c^*) a_3'(f_c^*) \{p_{1m}\theta + q_{1m}\} \\ &= p_{1m}\theta + q_{1m} \end{aligned} \quad (6.69)$$

を満たす.

6.4.2.2. P^* に関するモデル

続いて Q_m ごとに⑦で仮定した $a_2'(P^*)$ を考える. まず P^* に関する $a_0(\theta, P^*, f^*)$ の境界条件より, $P^* \rightarrow \infty$ で $a_0(\theta, \infty, f^*) \cong a_5(f^*)$ となる. また P^* は大きくなるにつれて後流域影響が減少し, ⑥の前半同様, 同一の A^* でも, 円筒間後流域影響が減少すれば A^* の影響は増加すると考えると, $a_0(\theta, P^*, f^*)$ は P^* に関して単調変化となる. 以上の条件から $a_0(\theta, P^*, f^*)$ は P^* に関して係数 $p'_{2m}(\theta, f^*), q'_{2m}(\theta, f^*), r_{2m}(\theta, f^*)$ を用いて

$$a_0(\theta, P^*, f^*) \cong -p'_{2m}(\theta, f^*)e^{-q'_{2m}(\theta, f^*)P^*} + r_{2m}(\theta, f^*) \quad (6.70)$$

と近似できるとする. このとき, $q'_{2m}(\theta, f^*) > 0$ となると仮定する.

また, 境界条件より,

$$\begin{aligned} a_0(\theta, \infty, f^*) &\cong a_5(f^*) = r_{2m}(\theta, f^*) \\ \Rightarrow a_0(\theta, P^*, f^*) &\cong -p'_{2m}(\theta, f^*)e^{-q'_{2m}(\theta, f^*)P^*} + a_5(f^*) \end{aligned} \quad (6.71)$$

である.

⑦より式(6.71)は f^* に依らないと考えて、 $f^* = f_c^*$ で代表させた $p'_{2m}(\theta, f^*), q'_{2m}(\theta, f^*)$ を $p''_{2m}(\theta), q''_{2m}(\theta)$ に置き換え、さらに両辺を $a_s(f_c^*)$ で正規化すると、

$$\frac{a_0(\theta, P^*, f^*)}{a_s(f_c^*)} \cong -\frac{p''_{2m}(\theta)e^{-q''_{2m}(\theta)P^*}}{a_s(f_c^*)} + 1 \quad (6.72)$$

となる。

また $\theta \in Q_m$ では、式(6.68)より θ, P^* は互いに独立であるため、式(6.72)は θ に依らない。そこで、 $f^* = f_c^*$ での $a_0(\theta, P^*, f^*)/a_s(f_c^*), (\theta \in Q_m)$ の平均値を $\overline{\{a_0(\theta, P^*, f^*)/a_s(f_c^*)\}}$ として、式(6.72)の左辺を代表させると同時に、 $p''_{2m}(\theta)/a_s(f_c^*), q''_{2m}(\theta)$ は θ に依らなくなるとしてそれぞれ p_{2m}, q_{2m} に置き換えると、

$$\overline{\left\{ \frac{a_0(\theta, P^*, f^*)}{a_s(f_c^*)} \right\}} \cong 1 - p_{2m}e^{-q_{2m}P^*} \quad (6.73)$$

となる。

上式両辺の最小二乗法により p_{2m}, q_{2m} を定めれば、 P^* に関する関数である $a_2(P^*)$ を用いて

$$a_2(P^*) = 1 - p_{2m}e^{-q_{2m}P^*} \quad (6.74)$$

と表せる。

さらに $a_2(P_c^*)$ の値で正規化することで、

$$\frac{a_2(P^*)}{a_2(P_c^*)} = a'_2(P^*) \quad (6.75)$$

と表せ、これは則ち式(6.68)における倍率 $a'_2(P^*)$ を示すこととなる

さらに $\hat{a}_2 = 1/a_2(P_c^*)$ とすると、

$$\frac{a_2(P^*)}{a_2(P_c^*)} = \hat{a}_2 a_2(P^*) \quad (6.76)$$

となる。

6.4.2.3. f^* に関するモデル

同様に Q_m ごとに⑦で仮定した $a'_3(f^*)$ を考える。 f^* に関する $a_0(\theta, P^*, f^*)$ の境界条件より、 $f = 0$ で $a_0(\theta, P^*, 0) = 0$ である。また C'_b および C'_l は式(4.7)より、パワースペクトルの和の二乗根である。則ち C'_b および C'_l は $(f^*)^2$ に比例して大きくなると考えられる。よって $a_0(\theta, P^*, 0)$ は0から2次的に単調変化すると仮定して f^* に関して係数 $p'_{3m}(\theta, P^*)$ を用いて

$$a_0(\theta, P^*, f^*) \cong p'_{3m}(\theta, P^*) f^{*2} \quad (6.77)$$

と近似できるとする。

⑦より式(6.77)は P^* に依らないと考えて、 $P^* = P_c^*$ で代表させた $p'_{3m}(\theta, P^*)$ を $p''_{3m}(\theta)$ で置き換えると、

$$a_0(\theta, P_c^*, f^*) \cong p_{3m}''(\theta) f^{*2} \quad (6.78)$$

となる。

また $\theta \in Q_m$ では、式(6.68)より θ, f^* は互いに独立であるため、式(6.78)は θ に依らない。そこで、 $P^* = P_c^*$ での $a_0(\theta, P^*, f^*)$, ($\theta \in Q_m$) の平均値を $\overline{a_0(\theta, P^*, f^*)}$ として、式(6.78)の左辺を代表させると同時に、 $p_{3m}''(\theta)$ を p_{3m} で置きなおすと、

$$\overline{a_0(\theta, P_c^*, f^*)} \cong p_{3m} f^{*2} \quad (6.79)$$

となる。

上式両辺の最小二乗法により p_{3m} と定めれば、 f^* に関する関数である $a_3(f^*)$ を用いて

$$a_3(f^*) = p_{3m} f^{*2} \quad (6.80)$$

と表せる。

さらに $a_3(f_c^*)$ の値で正規化することで、

$$\frac{a_3(f^*)}{a_3(f_c^*)} = a_3'(f^*) \quad (6.81)$$

と表せ、これは則ち式(6.68)における倍率 $a_3'(f^*)$ を示すこととなる

さらに $\hat{a}_3 = 1/a_3(f_c^*)$ とすると、

$$\frac{a_3(f^*)}{a_3(f_c^*)} = \hat{a}_3 a_3(f^*) \quad (6.82)$$

となる。

$\hat{a}_1 = 1$ とおけば a_1, a_2, a_3 をまとめて、

$$\begin{aligned} a_0(\theta, P^*, f^*) &\cong a_2'(P^*) a_3'(f^*) a_1(\theta) \\ &= a_1(\theta) \frac{a_2(P^*)}{a_2(P_c^*)} \frac{a_3(f^*)}{a_3(f_c^*)} \\ &= \hat{a}_1 a_1(\theta) \hat{a}_2 a_2(P^*) \hat{a}_3 a_3(f^*) \\ &= \hat{a} \times a_1(\theta) a_2(P^*) a_3(f^*), \\ &\left(\hat{a} = \hat{a}_1 \hat{a}_2 \hat{a}_3 = \frac{1}{a_2(P_c^*) a_3(f_c^*)} \right) \end{aligned} \quad (6.83)$$

となる。

6.4.3. 傾き関数に関するモデル化結果

$C'_{Dmeasured}, C'_{Lmeasured}$ の値を用いて, $a_1(\theta), a_2(P^*), a_3(f^*)$ および A^* に対する線形化の各種モデルを実際に作成した結果を示す. C_L 同様に, 加振状態における流体力の変化が C_D ほど捉えやすくはないため, 境界条件以外の補正を行わない. また境界条件に関しては C_D と平等になるように $a_0(\theta, 2.0, f^*) = a_s(f^*)$ となると見なして考えた. 主にモデルの理論と良く当てはまった例と, あまり当てはまらなかった例の2つの事例を C'_D, C'_L それぞれで示す.

6.4.3.1. A^* に対する線形モデル結果

Fig. 6.54 および Fig. 6.55 に, C'_D の A^* に対する線形モデルの結果の一部を示す. なお図中黒点および黒線は単一円筒時の値を示す. また b_0 は図中の切片にあたり無加振状態の値がそのまま用いられているため, この段階ではモデル化は介していない.

Fig. 6.54は $15 \leq \theta < 45, P^* = 2.0, f^* = 0.14$ における $C'_{Dmeasured}, a_0(\theta, P^*, f^*), b_0(\theta, P^*)$ のグラフである. 概ね線形に上昇しており, 傾き a_0 による線形近似が妥当であることが分かる.

Fig. 6.55は $165 \leq \theta \leq 180, P^* = 2.0, f^* = 0.14$ における $C'_{Dmeasured}, a_0, b_0$ のグラフである. 上に凸の2次に近い上昇の仕方をしているようにも見られるが, 本モデルの範囲では概ね線形として定めることとする.

続いて Fig. 6.56 および Fig. 6.57 に, C'_L の A^* に対する線形モデルの結果の一部を C'_D 同様に示す. 各パラメータおよび区間は C'_D 同様のものを示している. 概ね同一の傾向であるが, $C'_{Lmeasured}$ の方が全体的に高い値を示している. これは加振方向と揚力方向が一致していることで, $C'_{Lmeasured}$ の方がより強く加振の影響を受けるためだと考えられる.

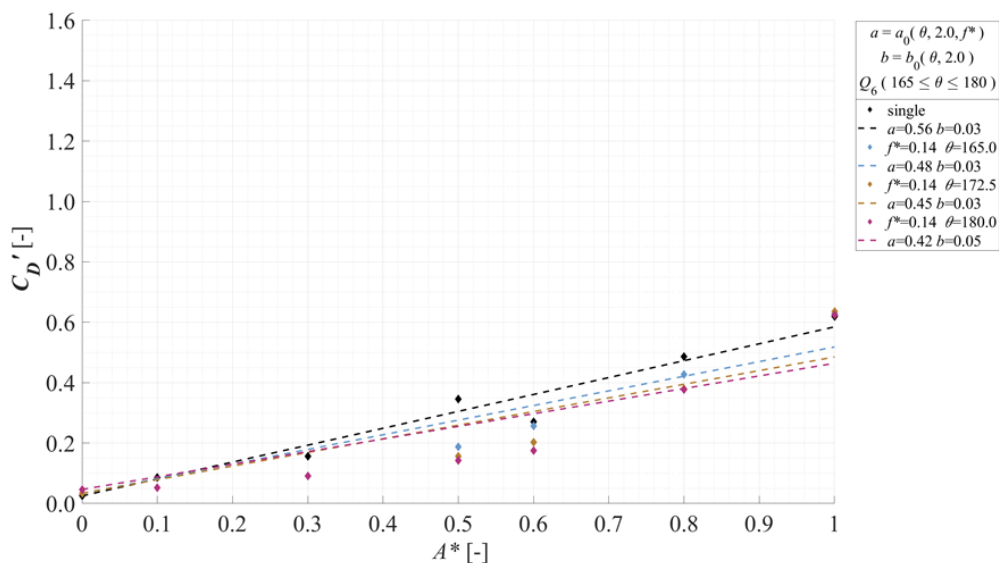


Fig. 6.54 $C'_{Dmeasured}, a_0, b_0$ value for $165 \leq \theta \leq 180, P^* = 2.0, f^* = 0.14$

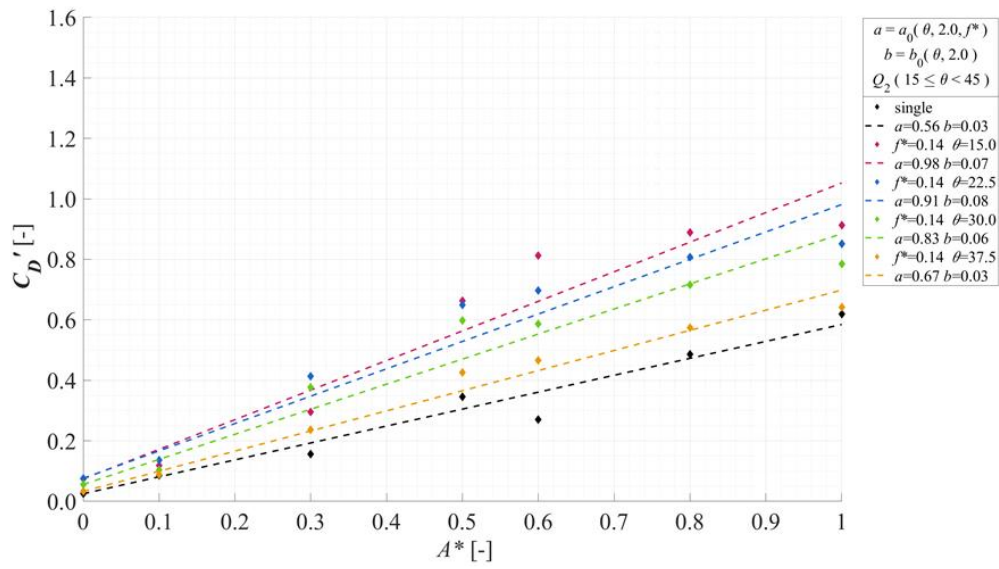


Fig. 6.55 $C'_{Dmeasured}, a_0, b_0$ value for $15 \leq \theta < 45, P^* = 2.0, f^* = 0.14$

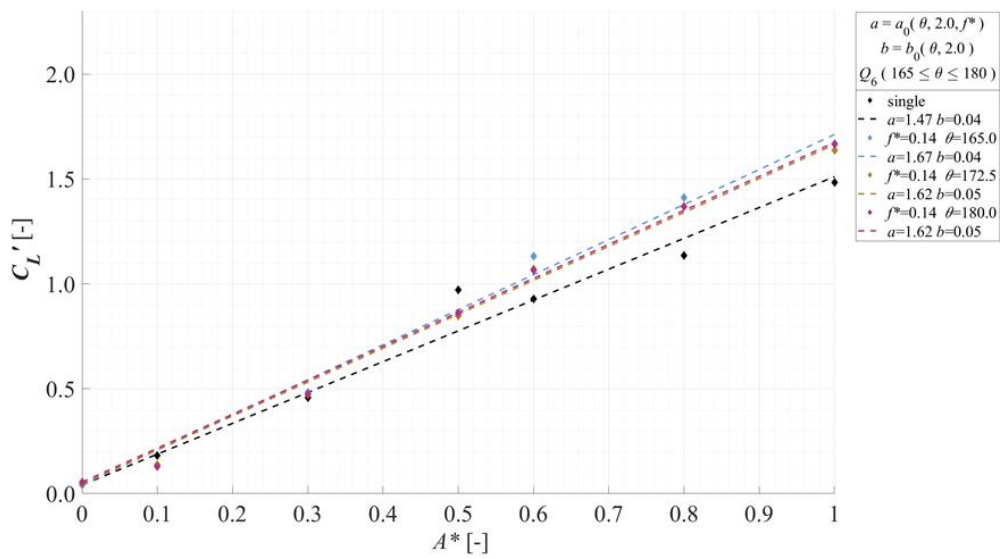


Fig. 6.56 $C'_{Lmeasured}, a_0, b_0$ value for $165 \leq \theta \leq 180, P^* = 2.0, f^* = 0.14$

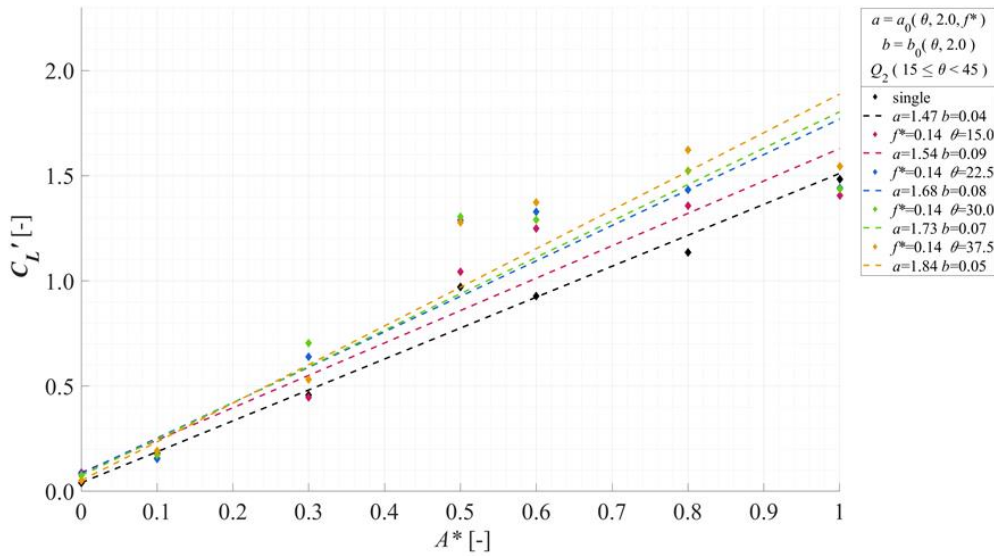


Fig. 6.57 $C'_{Lmeasured}, a_0, b_0$ value for $15 \leq \theta < 45, P^* = 2.0, f^* = 0.14$

6.4.3.2. θ に関するモデル化結果

Fig. 6.58, Fig. 6.59, Fig. 6.60 に C'_D の θ に関するモデル化に用いた $a_0(\theta, P^*, f^*)$ およびモデル結果である $a_1(\theta)$ を示す. 特に Fig. 6.58, Fig. 6.59 は基準となった $P_c^* = 2.0, f_c^* = 0.14$ にそれぞれ注目した結果を示す.

Fig. 6.58 は $P^* \leq 2.0, 0 \leq f^* \leq 0.20$ での θ に関する $a_0(\theta, P^*, f^*)$ の値である. Fig. 6.59 は $2.0 \leq P^* \leq 5.0, f^* = 0.14$ での θ に関する $a_0(\theta, P^*, f^*)$ の値である. どちらも区間 Q_m ごとに $a_0(\theta, P^*, f^*)$ の類似した増減傾向が見られ, このうち $P^* = 2.0, f^* = 0.14$ に関する $a_0(\theta, P^*, f^*)$ を用いることとしている.

Fig. 6.60 は本実験における代表的測定点である $P^* = 2.0, f^* = 0.14$ のときに定まる $a_0(\theta, P^*, f^*)$ に対する, 区間 Q_m での最小二乗法により定まる線形近似直線である. C_D, C_L と比べると, 区間 Q_m 内での線形性が非常に高く, また区間でのピークも良く捉えられている.

同様に Fig. 6.61, Fig. 6.62, Fig. 6.63 に C'_L の θ に関するモデル化に用いた $a_0(\theta, P^*, f^*)$ およびモデル結果である $a_1(\theta)$ を示す. 特に Fig. 6.61, Fig. 6.62 は基準となった $P_c^* = 2.0, f_c^* = 0.14$ にそれぞれ注目した結果を示す.

Fig. 6.61 は $P^* \leq 2.0, 0 \leq f^* \leq 0.20$ での θ に関する $a_0(\theta, P^*, f^*)$ の値である. Fig. 6.62 は $2.0 \leq P^* \leq 5.0, f^* = 0.14$ での θ に関する $a_0(\theta, P^*, f^*)$ の値である. どちらも区間 Q_m ごとに $a_0(\theta, P^*, f^*)$ の類似した増減傾向が見られ, このうち $P^* = 2.0, f^* = 0.14$ に関する $a_0(\theta, P^*, f^*)$ を用いることとしている. いずれの場合も C'_D に比べて C'_L の $a_0(\theta, P^*, f^*)$ は大きく, 無加振状態から加振によって大きく変動していることがわかる.

Fig. 6.63 は本実験における代表的測定点である $P^* = 2.0, f^* = 0.14$ のときに定まる

$a_0(\theta, P^*, f^*)$ に対する、区間 Q_m での最小二乗法により定まる線形近似直線である。 C'_D ほどの線形性は示していないが、概ね線形である。

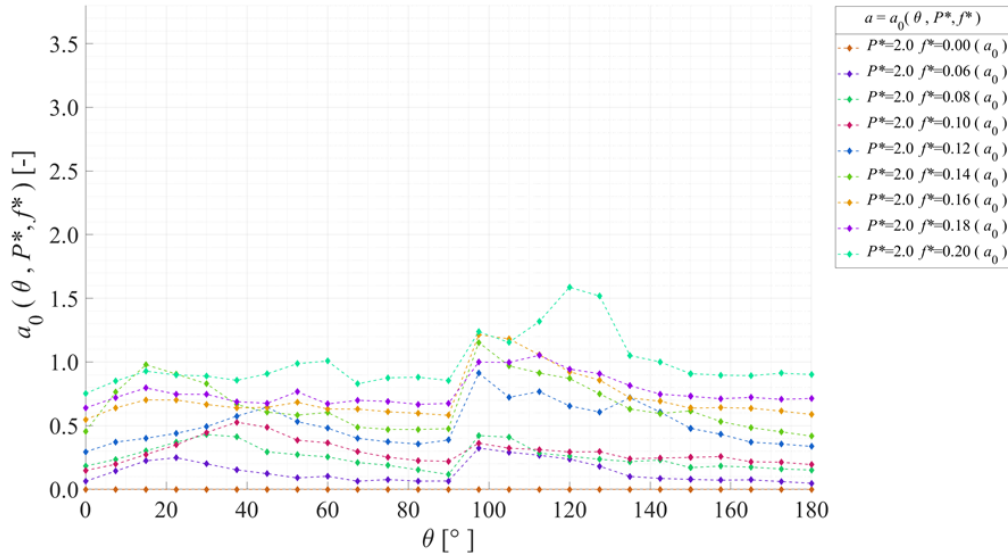


Fig. 6.58 a_0 value about C'_D in θ -axis for $P^* = 2.0, 0 \leq f^* \leq 0.20$

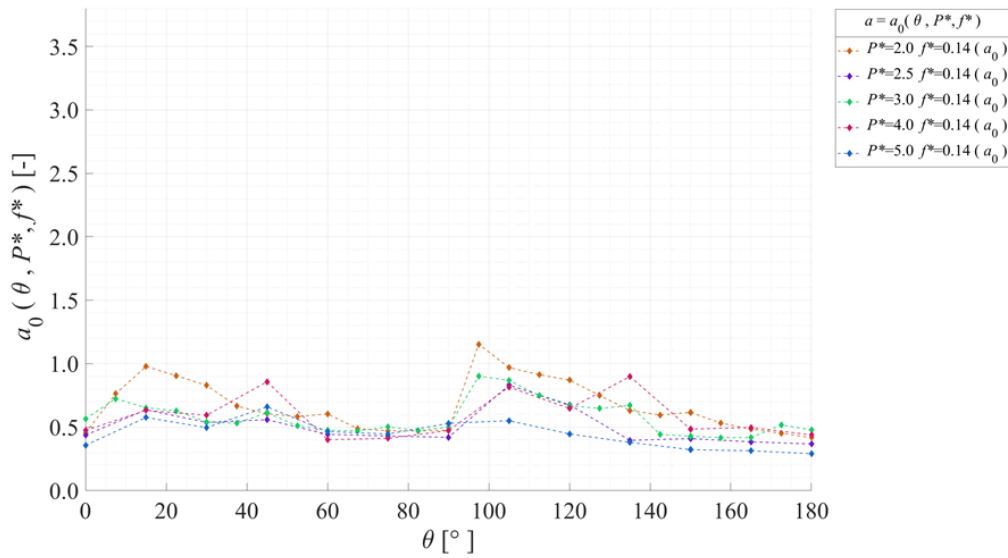


Fig. 6.59 a_0 value about C'_D in θ -axis for $2.0 \leq P^* \leq 5.0, f^* = 0.14$

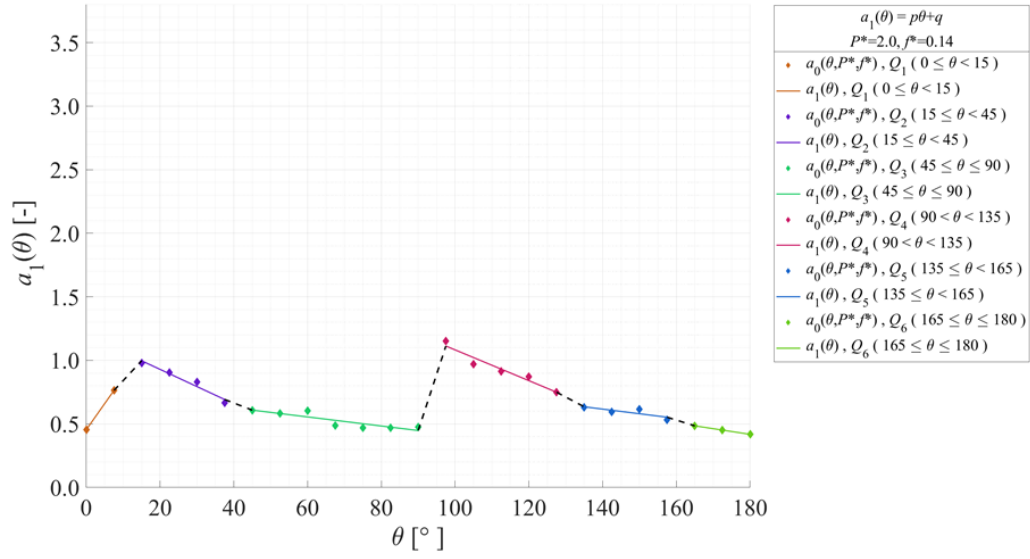


Fig. 6.60 a_0 and a_1 value about C_D' in θ -axis for $P^* = 2.0, f^* = 0.14$

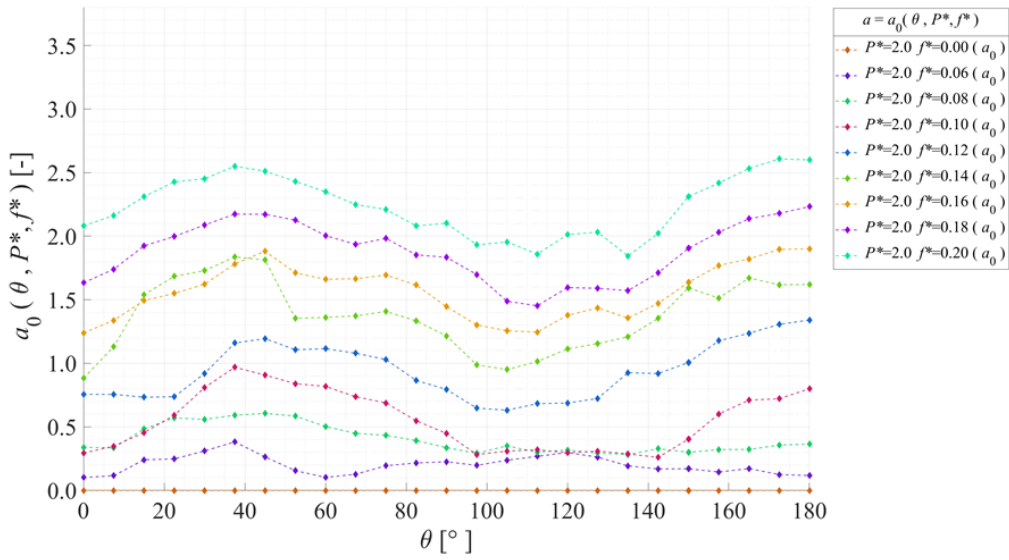


Fig. 6.61 a_0 value about C_L' in θ -axis for $P^* = 2.0, 0 \leq f^* \leq 0.20$

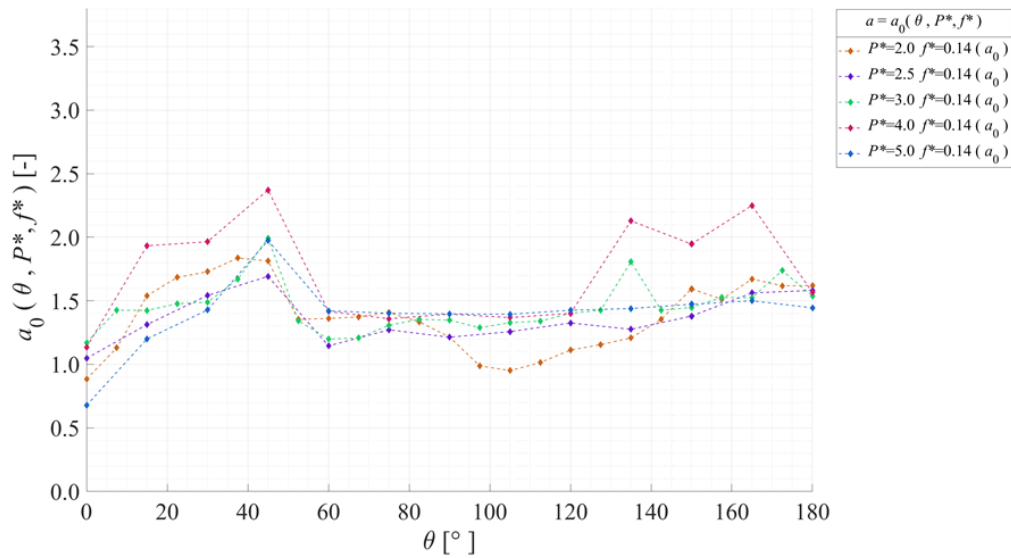


Fig. 6.62 a_0 value about C'_L in θ -axis for $2.0 \leq P^* \leq 5.0, f^* = 0.14$

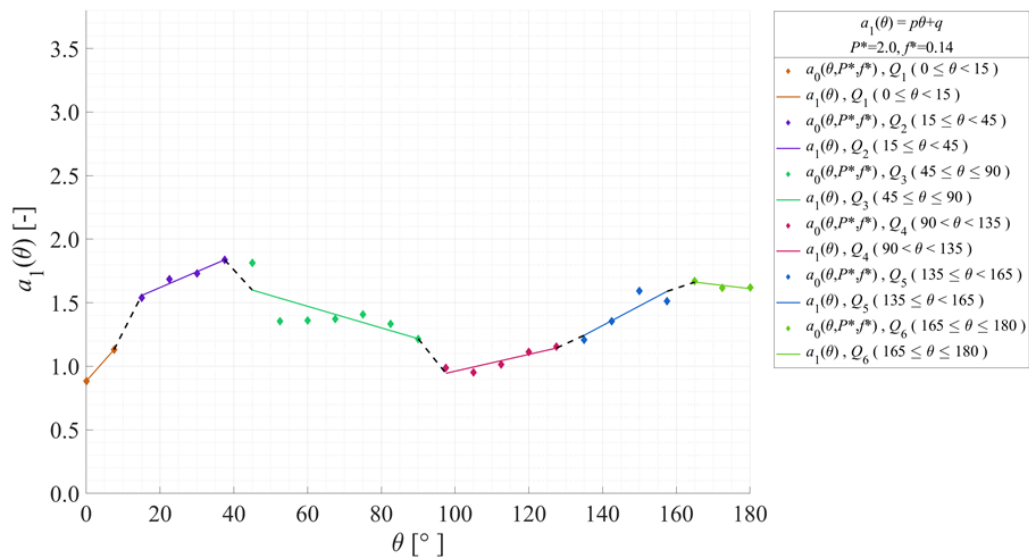


Fig. 6.63 a_0 and a_1 value about C'_L in θ -axis for $P^* = 2.0, f^* = 0.14$

6.4.3.3. P^* に関するモデル化結果

Fig. 6.64, Fig. 6.65, Fig. 6.66 に C'_D の P^* に関するモデル化に用いた $a_0(\theta, P^*, f^*)/a_s(f^*)$ およびモデル結果である $a_2(P^*)$ の一部を示す。

Fig. 6.64 は $0 \leq \theta \leq 180, f^* = 0.14$ での P^* に関する $a_0(\theta, P^*, f^*)/a_s(f^*)$ の値である。 $a_s(f^*)$ で正規化されているため漸近線は 1 になっていること注意する。 このとき $a_0(\theta, P^*, f^*)/$

$a_s(f_c^*)$ は P^* が大きくなるにつれて概ね単調減少しているが、1に漸近しているわけではない θ も見られる。区間によっては本モデルでは再現できない箇所もあると考えられる。続いて式(6.73)、(6.74)に基づき区間 Q_m での p_{2m}, q_{2m} を算出するため、 Q_m ごとの平均値に対する近似曲線をプロットする。

Fig. 6.65 は $15 \leq \theta < 45$, $f^* = 0.14$ での P^* に関する $a_0(\theta, P^*, f^*)/a_s(f_c^*)$ の値および P^* ごとの平均値に対して算出された近似曲線 $a_2(P^*)$ である。 θ ごとのばらつきは多少あるが、 P^* が大きくなるにつれて上側から1に漸近している。

Fig. 6.66 は $0 \leq \theta < 15$, $f^* = 0.14$ での P^* に関する $a_0(\theta, P^*, f^*)/a_s(f_c^*)$ の値および P^* ごとの平均値に対して算出された近似曲線 $a_2(P^*)$ である。 θ ごとのばらつきが大きく、また P^* 方向にもあまり傾向のない分布となっている。物理的には $P^* = \infty$ で1に漸近するため、本モデルでは定義された関数形を用いることとする。

Fig. 6.67, Fig. 6.68, Fig. 6.69 に C'_L の P^* に関するモデル化に用いた $a_0(\theta, P^*, f^*)/a_s(f_c^*)$ およびモデル結果である $a_2(P^*)$ の一部を示す。

Fig. 6.67は $0 \leq \theta \leq 180$, $f^* = 0.14$ での P^* に関する $a_0(\theta, P^*, f^*)/a_s(f_c^*)$ の値である。 $a_s(f_c^*)$ で正規化されているため漸近線は1になっていること注意する。このときとは C'_D とは逆に $a_0(\theta, P^*, f^*)/a_s(f_c^*)$ は P^* が大きくなるにつれて概ね単調増加しているが、 C'_D よりも1への漸近性は低い。これは C'_D に比べて C'_L そのものの $a_0(\theta, P^*, f^*)$ が大きく、正規後の値にもばらつきが出てしまっていることが考えられる。続いて式(6.73)、(6.74)に基づき区間 Q_m での p_{2m}, q_{2m} を算出するため、 Q_m ごとの平均値に対する近似曲線をプロットする。

Fig. 6.68は $90 < \theta < 135$, $f^* = 0.14$ での P^* に関する $a_0(\theta, P^*, f^*)/a_s(f_c^*)$ の値および P^* ごとの平均値に対して算出された近似曲線 $a_2(P^*)$ である。 θ ごとのばらつきが小さく、 P^* が大きくなるにつれて下側から1に漸近している。

Fig. 6.69は $0 \leq \theta < 15$, $f^* = 0.14$ での P^* に関する $a_0(\theta, P^*, f^*)/a_s(f_c^*)$ の値および P^* ごとの平均値に対して算出された近似曲線 $a_2(P^*)$ である。 θ ごとのばらつきが大きく、また P^* 方向にもあまり傾向のない分布となっている。 C'_D 同様に物理的には $P^* = \infty$ で1に漸近するため、本モデルでは定義された関数形を用いることとする。

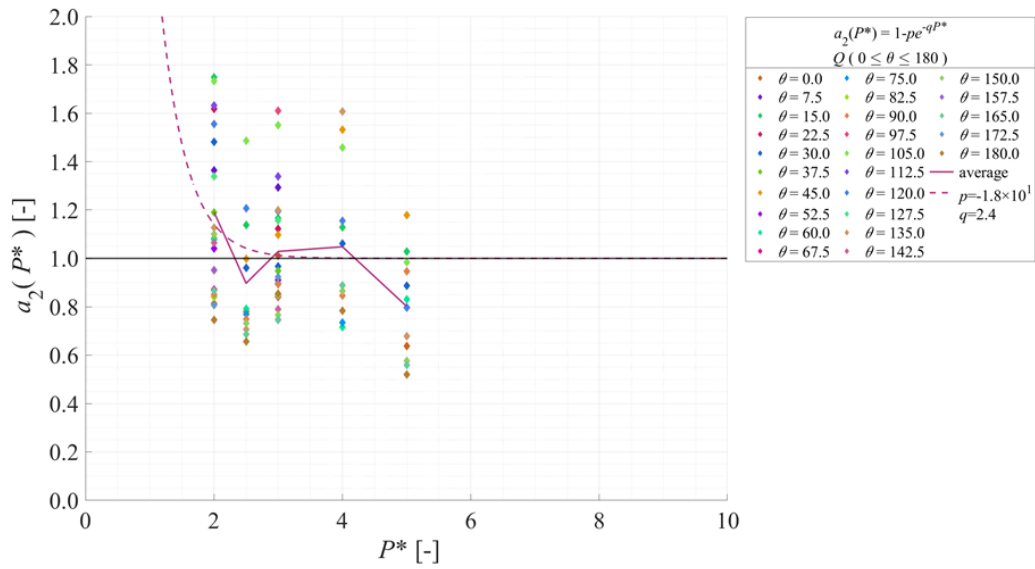


Fig. 6.64 a_0/a_s and a_2 value about C'_D in P^* -axis for $0 \leq \theta \leq 180$, $f^* = 0.14$

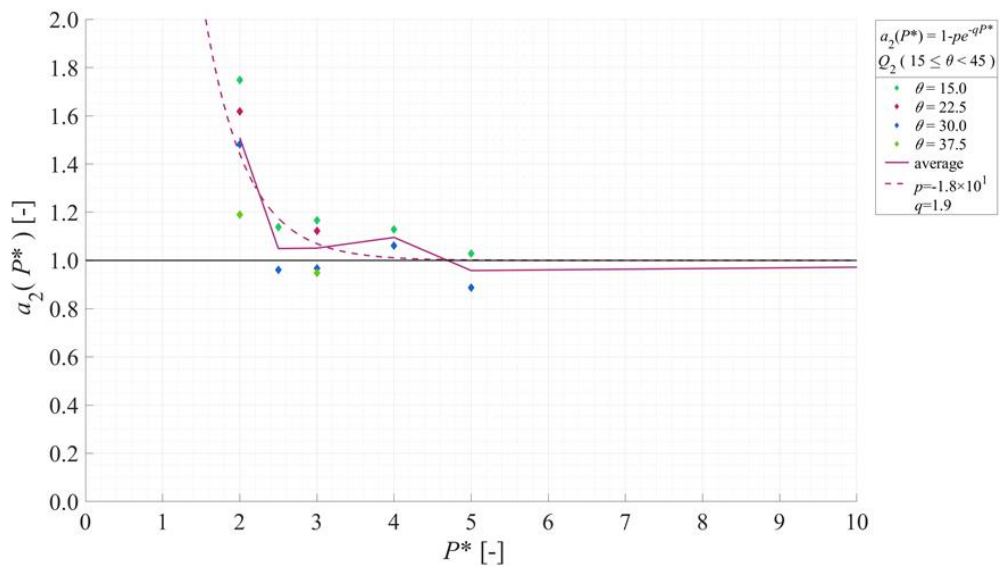


Fig. 6.65 a_0/a_s and corrected a_2 value about C'_D in P^* -axis for $15 \leq \theta < 45$, $f^* = 0.14$

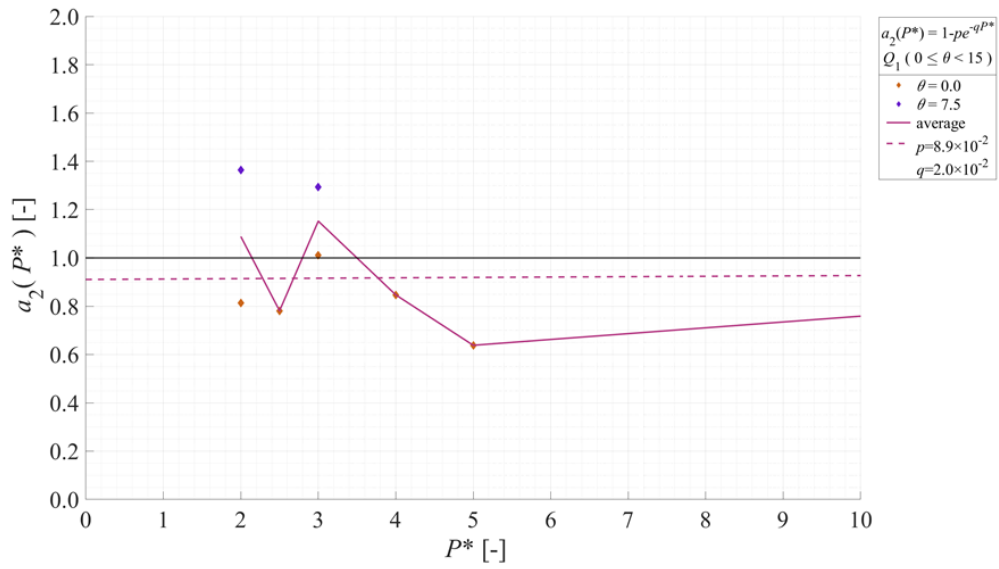


Fig. 6.66 a_0/a_s and corrected a_2 value about C'_D in P^* -axis for $0 \leq \theta < 15$, $f^* = 0.14$

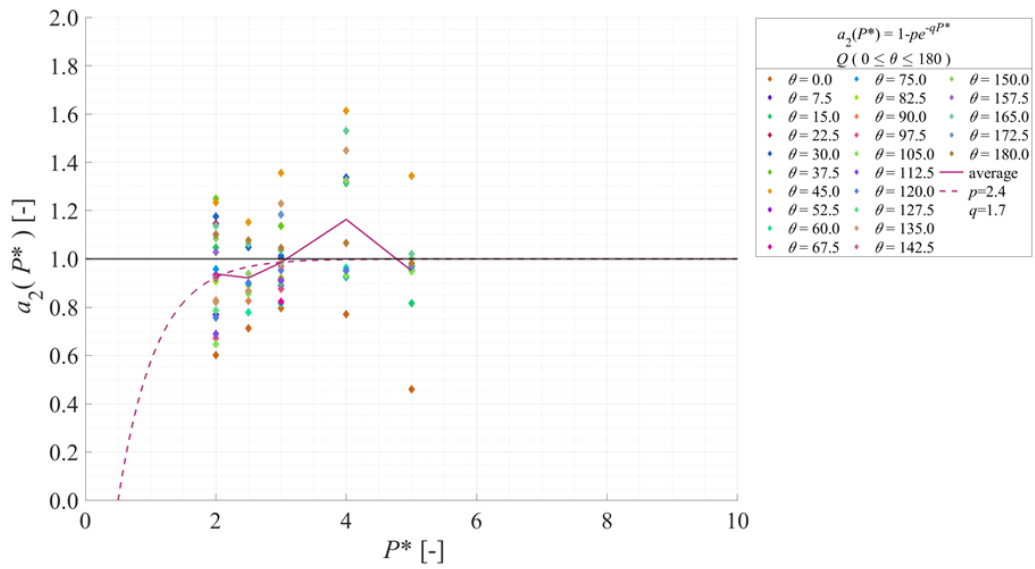


Fig. 6.67 a_0/a_s and a_2 value about C'_L in P^* -axis for $0 \leq \theta \leq 180$, $f^* = 0.14$

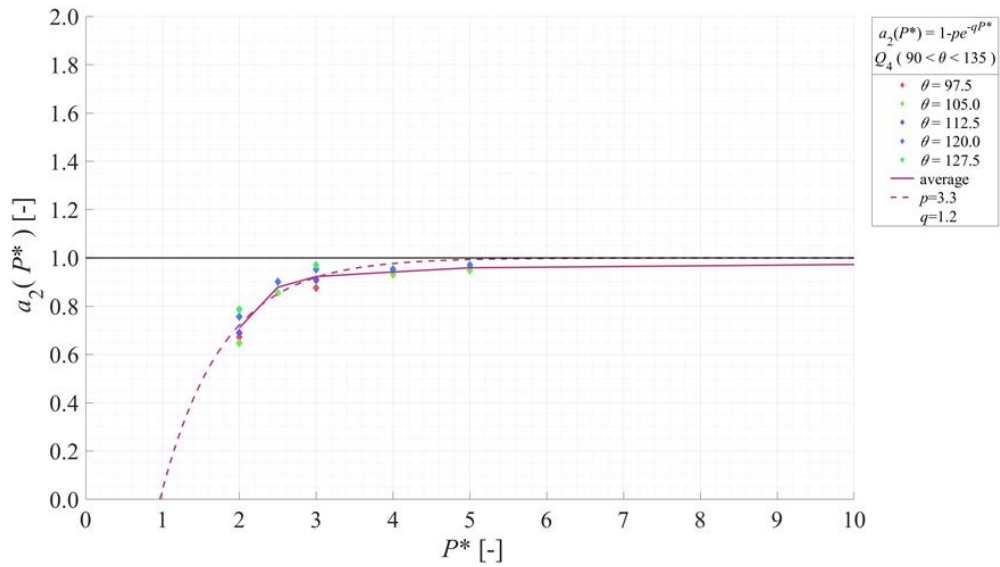


Fig. 6.68 a_0/a_s and corrected a_2 value about C'_L in P^* -axis for $90 < \theta < 135$, $f^* = 0.14$

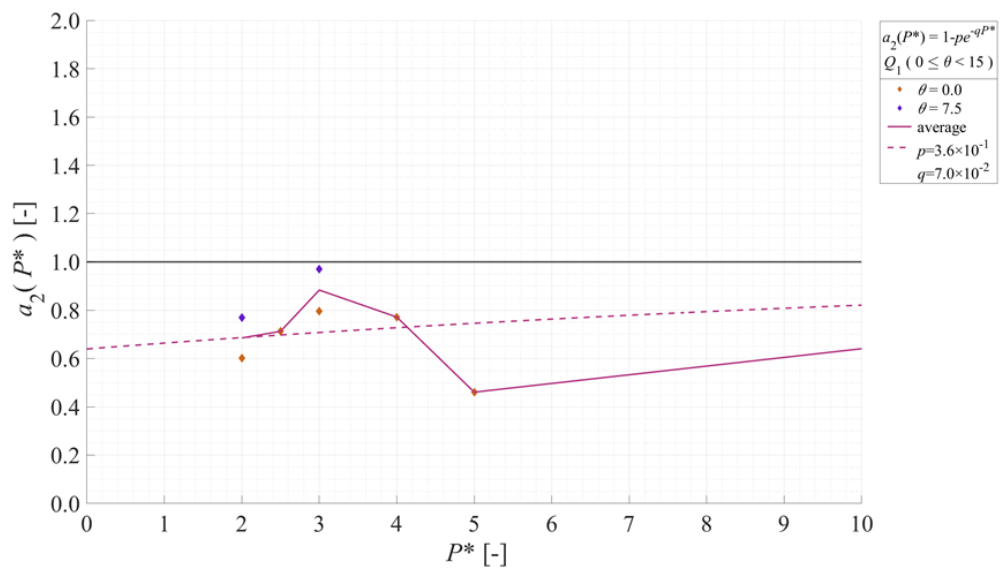


Fig. 6.69 a_0/a_s and corrected a_2 value about C'_L in P^* -axis for $0 \leq \theta < 15$, $f^* = 0.14$

6.4.3.4. f^* に関するモデル化結果

Fig. 6.70, Fig. 6.71, Fig. 6.72 は C'_b の f^* に関するモデル化に用いた $a_0(\theta, P^*, f^*)/2b_0(\theta, P^*)$ およびモデル結果である $a_3(f^*)$ の一部を示す。

Fig. 6.70 は $0 \leq \theta \leq 180$, $P^* = 2.0$ での f^* に関する $a_0(\theta, P^*, f^*)$ の値である。 f^* が大きくなるにつれて概ね2次的に増加しているのがわかる。さらに式(6.79), (6.80)に基づき区間 Q_m での p_{2m}, q_{2m} を算出するため、 Q_m ごとの平均値に対する近似曲線をプロットする。

Fig. 6.71 は $165 \leq \theta \leq 180$, $P^* = 2.0$ での f^* に関する $a_0(\theta, P^*, f^*)$ の値および f^* ごとの平均値に対して算出された近似曲線 $a_3(f^*)$ である。 θ ごとの値のばらつきが小さく、また f^* に対して概ね2次的に増加しており、区間と関数形は適切であると考えられる。

Fig. 6.72 は $15 \leq \theta < 45$, $P^* = 2.0$ での f^* に関する $a_0(\theta, P^*, f^*)$ の値および f^* ごとの平均値に対して算出された近似曲線 $a_3(f^*)$ である。 θ ごとの値のばらつきが大きく、また2次というより線形に近い増加をしているようにみられる。また $f^* = 0.14$ のときの値が他の値に比べ大きく、これを基準点として用いたときに他の点が過大な倍率で上昇すると考えられる。一方で物理的には2次近似が適切であり、また基準点を条件ごとに変えることは煩雑であるためこのまま用いることとする。

Fig. 6.73, Fig. 6.74, Fig. 6.75 は C'_L の f^* に関するモデル化に用いた $a_0(\theta, P^*, f^*)$ およびモデル結果である $a_3(f^*)$ の一部を示す。

Fig. 6.73 は $0 \leq \theta \leq 180$, $P^* = 2.0$ での f^* に関する $a_0(\theta, P^*, f^*)$ の値である。、同様に f^* が大きくなるにつれて概ね2次的に増加しており、また C'_D に比べて C'_L では値そのものが大きいことより急峻な変化となっている。さらに式(6.79), (6.80)に基づき区間 Q_m での p_{2m}, q_{2m} を算出するため、 Q_m ごとの平均値に対する近似曲線をプロットする。

Fig. 6.74 は $90 \leq \theta \leq 135$, $P^* = 2.0$ での f^* に関する $a_0(\theta, P^*, f^*)$ の値および f^* ごとの平均値に対して算出された近似曲線 $a_3(f^*)$ である。値そのものが大きいことから θ ごとの値のばらつきは多少増えるが、 f^* に対して概ね2次的に増加しており、区間と関数形は適切であると考えられる。

Fig. 6.75 は $165 \leq \theta \leq 180$, $P^* = 2.0$ での f^* に関する $a_0(\theta, P^*, f^*)$ の値および f^* ごとの平均値に対して算出された近似曲線 $a_3(f^*)$ である。 θ ごとの値のばらつきが大きく、また2次というより変曲点を持つ増加をしているようにみられる。そのため2次近似では基準点に対するずれが大きくなっている。一方で物理的には2次近似が適切であり、また基準点を条件ごとに変えることは煩雑であるためこのまま用いることとする。

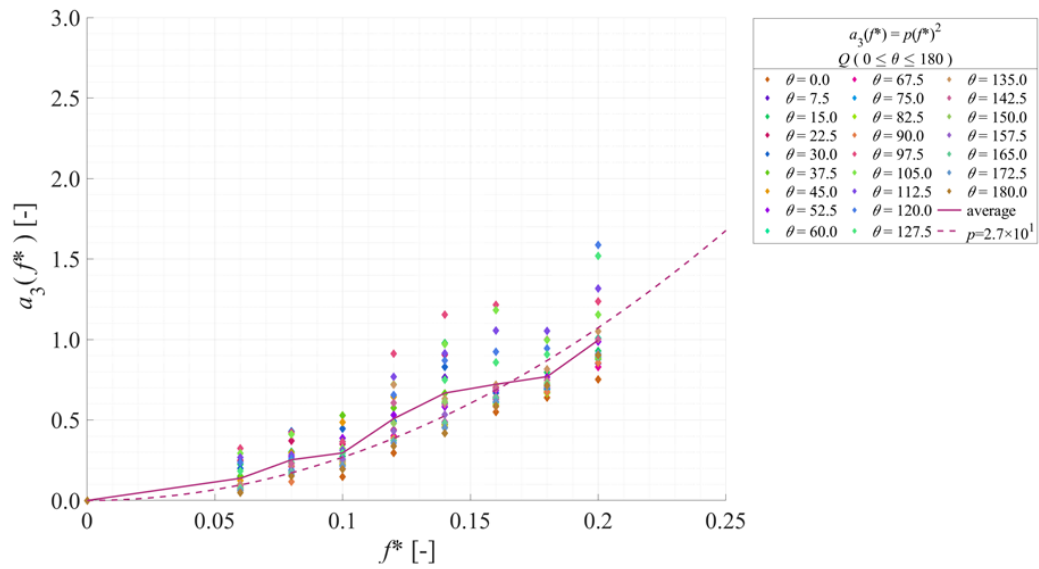


Fig. 6.70 a_0 and a_3 value about C'_D in f^* -axis for $0 \leq \theta \leq 180$, $P^* = 2.0$

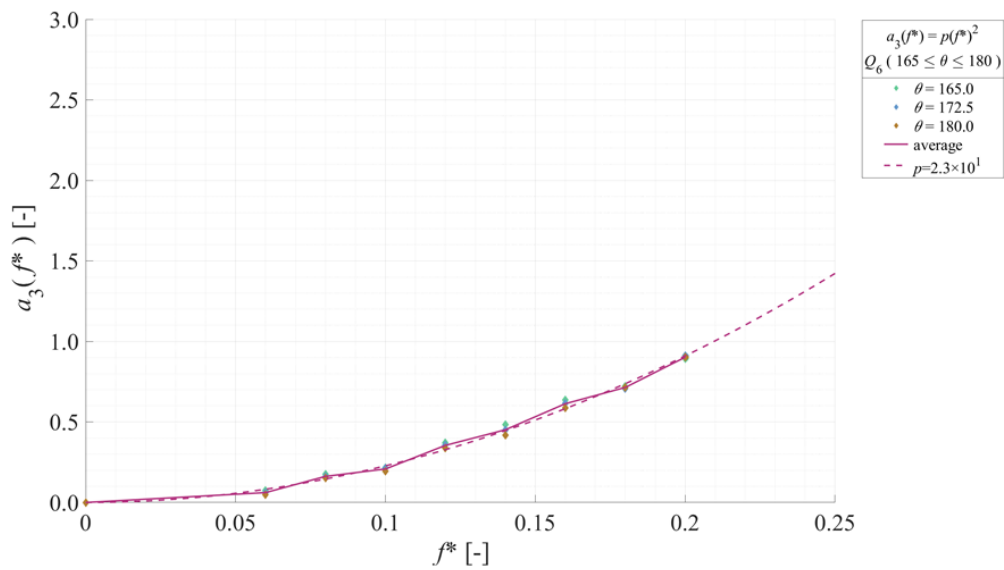


Fig. 6.71 a_0 and a_3 value about C'_D in f^* -axis for $165 \leq \theta \leq 180$, $P^* = 2.0$

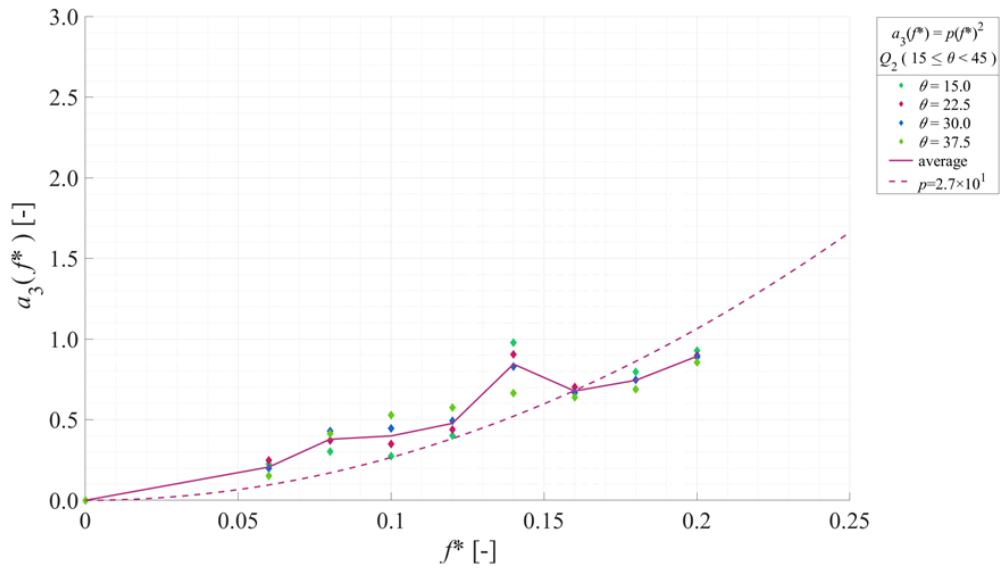


Fig. 6.72 a_0 and a_3 value about C'_D in f^* -axis for $15 \leq \theta < 45$, $P^* = 2.0$

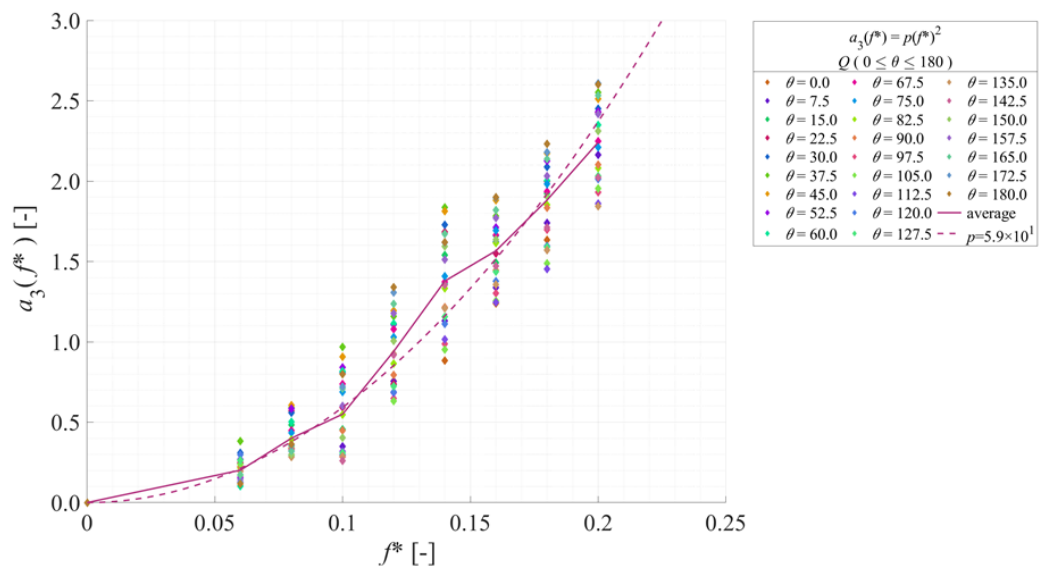


Fig. 6.73 a_0 and a_3 value about C'_L in f^* -axis for $0 \leq \theta \leq 180$, $P^* = 2.0$

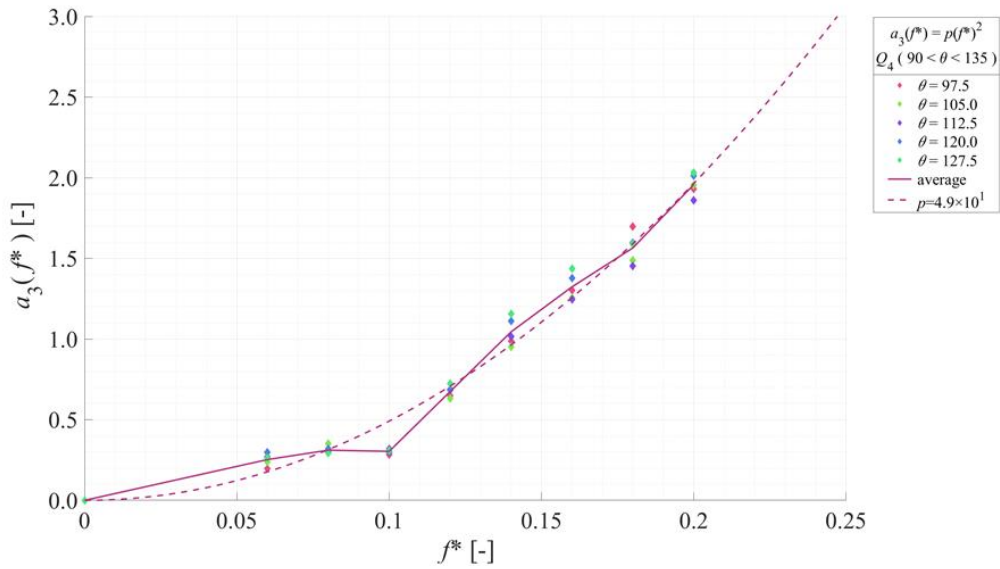


Fig. 6.74 a_0 and a_3 value about C'_L in f^* -axis for $90 \leq \theta \leq 135$, $P^* = 2.0$

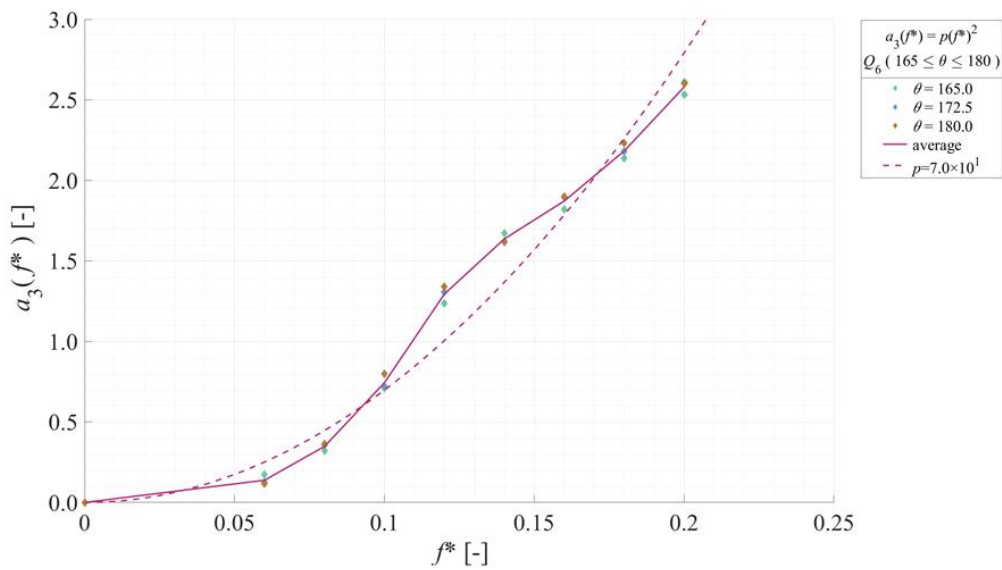


Fig. 6.75 a_0 and a_3 value about C'_L in f^* -axis for $165 \leq \theta \leq 180$, $P^* = 2.0$

6.4.3.5. 傾き関数に関するモデル化のまとめ

上記までで、 C'_b および C'_L に関する $a_0(\theta, P^*, f^*)$ のモデル化による $a(\theta, P^*, f^*)$ が定まった。はじめに Fig. 6.76, Fig. 6.77 に C'_b の傾き関数のモデル化に用いた $a_0(\theta, P^*, f^*)$ およびモデル結果である $a(\theta, P^*, f^*)$ の一部を示す。ここでは基準となった $P^*_c = 2.0$, $f^*_c = 0.14$ にそれぞれ注目した結果を示す。

Fig. 6.76 は $P^* = 2.0, 0 \leq f^* \leq 0.20$ での θ に関する $a_0(\theta, P^*, f^*)$ およびモデル結果である $a(\theta, P^*, f^*)$ の値である。 $45 \leq \theta \leq 90$ および $135 \leq \theta$ での増減傾向は概ね再現できているとみられる。一方で $15 \leq \theta < 45$ および $90 < \theta < 135$ では大きく値がずれている箇所が多い。これは Fig. 6.60 の $a_1(\theta)$ で基準線となった直線にあるピークが他の f^* ではあまり大きくなかったためだと考えられる。

Fig. 6.77 は $2.0 \leq P^* \leq 5.0, f^* = 0.14$ での θ に関する $a_0(\theta, P^*, f^*)$ およびモデル結果である $a(\theta, P^*, f^*)$ の値である。 $15 \leq \theta < 45$ および $90 < \theta < 135$ での増減傾向は概ね再現できているとみられる。一方で $45 \leq \theta \leq 90$ および $135 \leq \theta$ ではモデル値の変化そのものが小さく、元の $a_0(\theta, P^*, f^*)$ を再現できていない。これはその区間では1に対する漸近性が低くばらつきも大きかったためだと考えられる。

続いて Fig. 6.78, Fig. 6.79 に C'_L の傾き関数のモデル化に用いた $a_0(\theta, P^*, f^*)$ およびモデル結果である $a(\theta, P^*, f^*)$ の一部を示す。ここでは基準となった $P_c^* = 2.0, f_c^* = 0.14$ にそれぞれ注目した結果を示す。

Fig. 6.78 は $P^* = 2.0, 0 \leq f^* \leq 0.20$ での θ に関する $a_0(\theta, P^*, f^*)$ およびモデル結果である $a(\theta, P^*, f^*)$ の値である。 C'_D と比べると、各区間ごとに概ねの増減傾向は再現できているとみられる。一方で f^* が大きくなると少し元の値との乖離が生じている。

Fig. 6.79 は $2.0 \leq P^* \leq 5.0, f^* = 0.14$ での θ に関する $a_0(\theta, P^*, f^*)$ およびモデル結果である $a(\theta, P^*, f^*)$ の値である。 C'_D と比べると値そのものが大きく、元のばらつきが大きいため特に $45 \leq \theta \leq 90$ および $135 \leq \theta$ では再現性が低い。

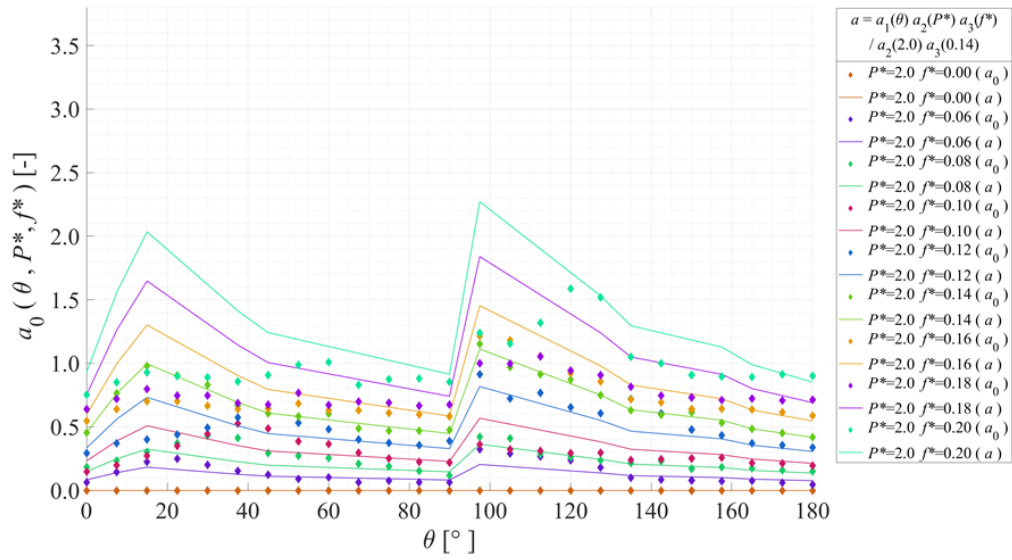


Fig. 6.76 a_0 and a value about C'_D in θ -axis for $P^* = 2.0, 0 \leq f^* \leq 0.20$

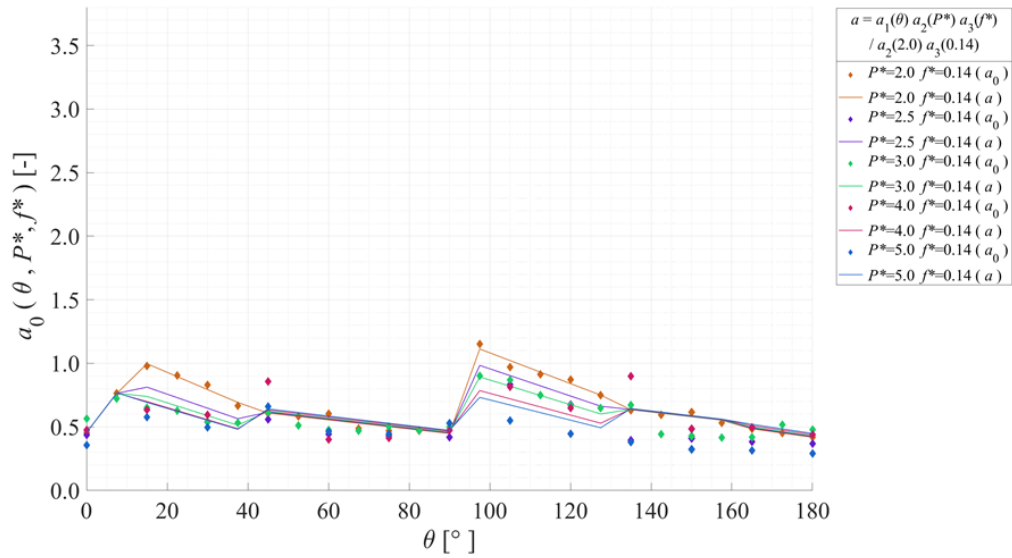


Fig. 6.77 a_0 and a value about C'_D in θ -axis for $2.0 \leq P^* \leq 5.0, f^* = 0.14$

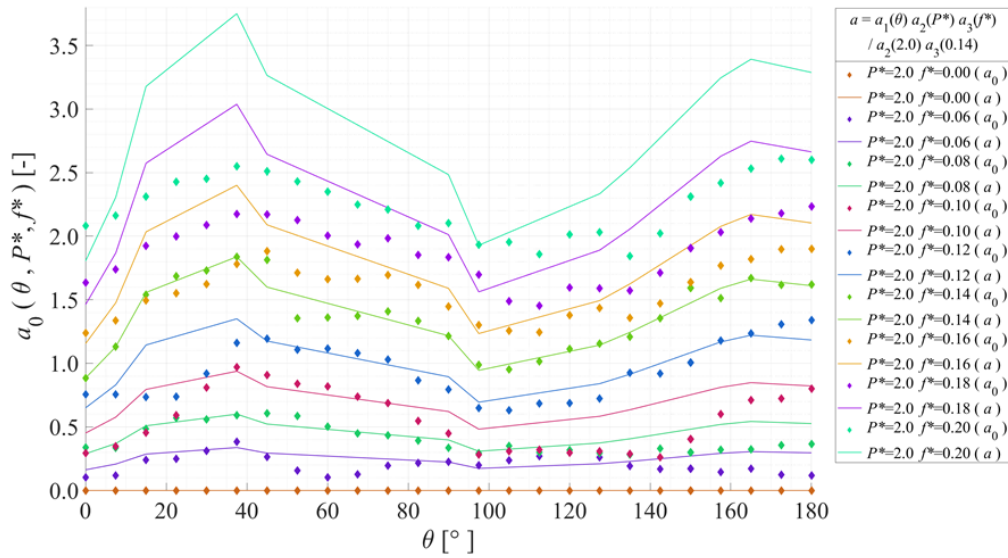


Fig. 6.78 a_0 and a value about C'_L in θ -axis for $P^* = 2.0, 0 \leq f^* \leq 0.20$

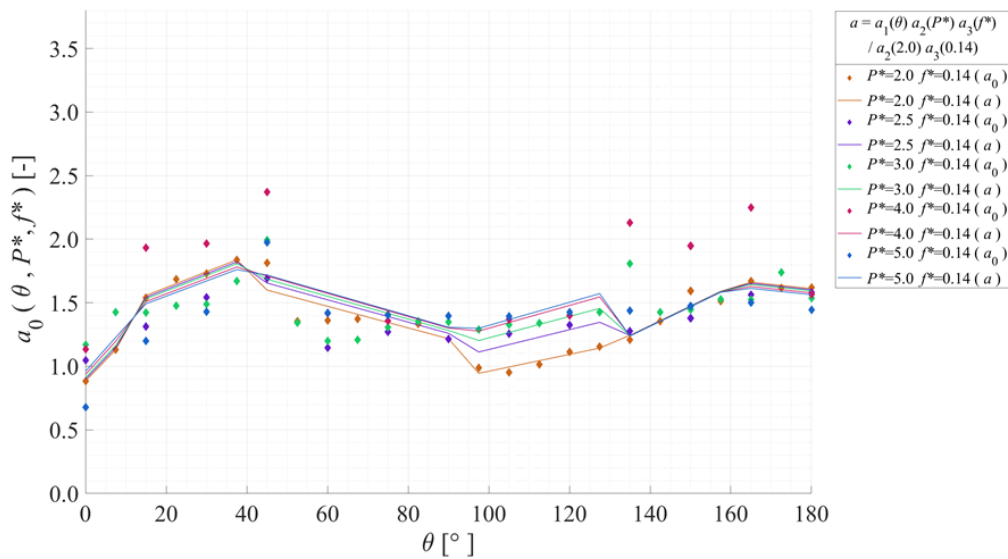


Fig. 6.79 a_0 and a value about C'_L in θ -axis for $2.0 \leq P^* \leq 5.0, f^* = 0.14$

6.4.4. 切片関数に関するモデルの理論

無加振状態の C'_D および C'_L は基本的に円筒から放出されるカルマン渦、および円筒配置ごとの $F_D(t), F_L(t)$ の偏りなどにより生じる。一方で、加振状態に比べて無加振状態の C'_D および C'_L は非常に小さいことが分かっている。また、本モデルでは振動状態にある円筒間流体力のモデル化に主眼を置いている。そこで $b_0(\theta, P^*)$ は $a_0(\theta, P^*, f^*)A^*$ により生じる変化より

も非常に小さく、その精度はモデル値に大きく影響するわけではないと考えて、 θ および P^* ごとの変化はなく $b_0(\theta, P^*)$ は単一円筒時の値である b_s で近似できるとする。

則ち

$$b_0(\theta, P^*) \cong b_s = b(\theta, P^*) \quad (6.84)$$

である。

6.4.5. 切片関数に関するモデル化結果

C'_D および C'_L は式(6.84)より、 $b_0(\theta, P^*) \cong b_s$ とするため、はじめから $b_0(\theta, P^*)$ および $b(\theta, P^*) = b_s$ のみを示す。

6.4.5.1. θ に関するモデル化結果

Fig. 6.80, Fig. 6.81 に C'_D および C'_L の θ に関するモデル化に用いた $b_0(\theta, P^*)$ およびモデル結果の $b(\theta, P^*)$ を示す。いずれも θ が小さい領域で少し値が大きくなるが、単一円筒時の値とほとんど差がなく、加振状態で生じる差よりも十分に小さいと判断して $b_0(\theta, P^*) \cong b_s$ を用いる。

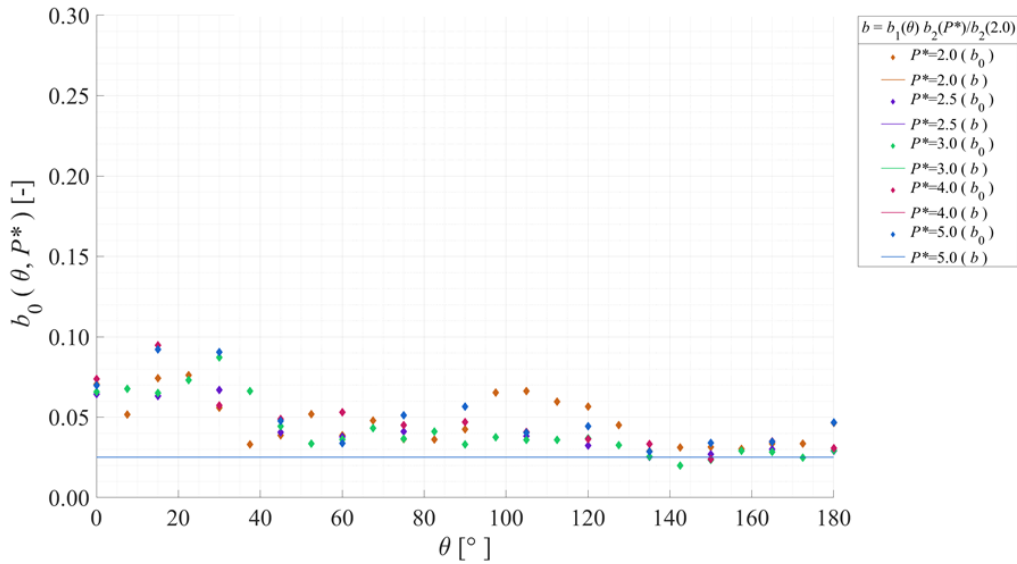


Fig. 6.80 b_0 value about C'_D in θ -axis for $2.0 \leq P^* \leq 5.0$

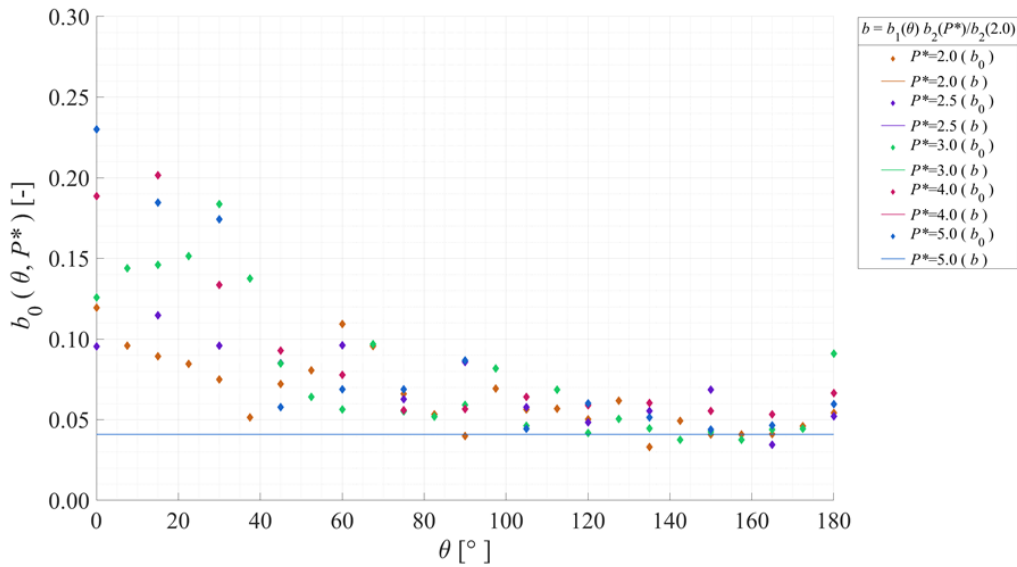


Fig. 6.81 b_0 value about C'_L in θ -axis for $2.0 \leq P^* \leq 5.0$

6.4.5.2. P^* に関するモデル化結果

Fig. 6.82, Fig. 6.83 に C'_D および C'_L の P^* に関しての $b_0(\theta, P^*)/b_s$ を示す. いずれも正規化されていることで, 値にばらつきが出ており, 概ね単一円筒時よりも変動成分が大きいことがわかる. 一方で Fig. 6.80, Fig. 6.81 に示したように正規化しない状態の絶対値として小さく, ここでの精度はモデル値に大きな影響を与えないとして, b_s で代表させることとする.

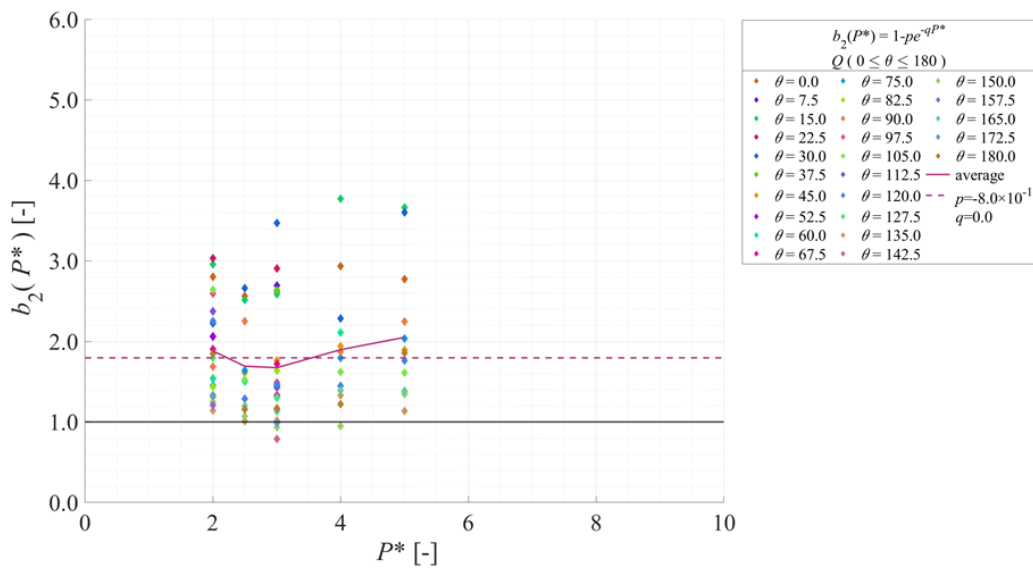


Fig. 6.82 b_0/b_s and b_2 value about C'_D in P^* -axis for $0 \leq \theta \leq 180$

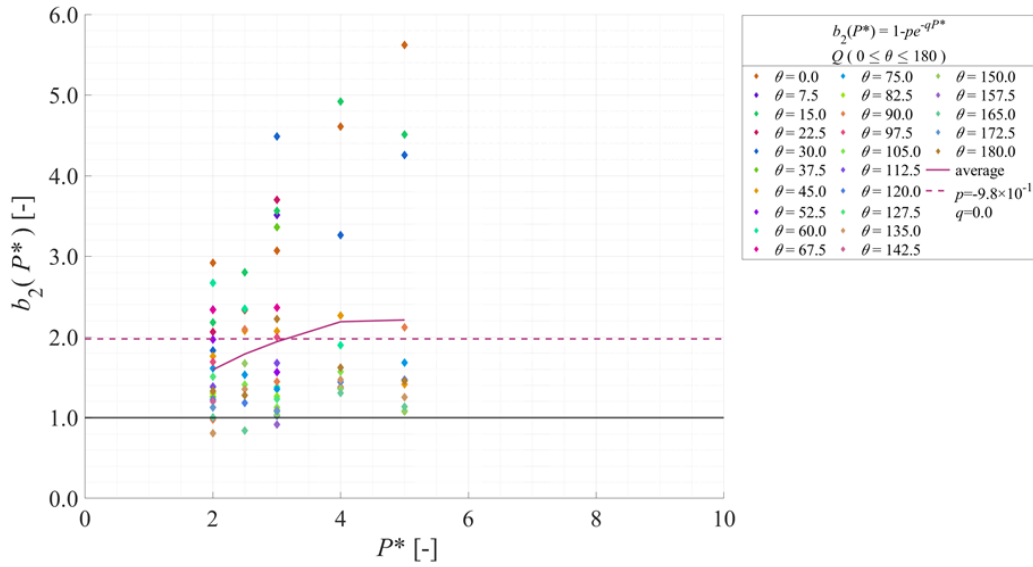


Fig. 6.83 b_0/b_s and b_2 value about C'_L in P^* -axis for $0 \leq \theta \leq 180$

6.4.5.3. 切片関数に関するモデル化のまとめ

上記までで、 C'_D および C'_L に関する $b_0(\theta, P^*)$ のモデル化による $b(\theta, P^*)$ が定まった。モデル値としては Fig. 6.80, Fig. 6.81 にある $b(\theta, P^*)$ を用いるため、ここで再掲はしない。

6.4.6. モデルの評価

まず、ここまでのモデル化で定めた C'_D, C'_L 共通の関数形を式(6.85)に、 C'_D と C'_L それぞれの係数の数値を Table 6.13 と Table 6.14 にまとめる。 $7.5 < \theta < 15, 37.5 < \theta < 45, 90 < \theta < 97.5, 127.5 < \theta < 135, 157.5 < \theta < 165$ の値はモデル上定義できないため、得られたモデル値の線形近似により定めるものとする。

$$\begin{aligned}
 a_1(\theta) &= p_{1m}\theta + q_{1m} \\
 a_2(P^*) &= 1 - p_{2m}e^{-q_{2m}P^*} \\
 a_3(f^*) &= p_{3m}f^{*2} \\
 b(\theta, P^*) &= b_s \\
 \hat{a} = \hat{a}_1 \hat{a}_2 \hat{a}_3 &= \frac{1}{a_2(P^*) a_3(f^*)} \tag{6.85}
 \end{aligned}$$

Table 6.13 Model coefficient about C'_D

	Q_1	Q_2	Q_3	Q_4	Q_5	Q_6
	$0 \leq \theta \leq 7.5$	$15 \leq \theta \leq 37.5$	$45 \leq \theta \leq 90$	$97.5 \leq \theta \leq 127.5$	$135 \leq \theta \leq 157.5$	$165 \leq \theta \leq 180$
p_{1m}	4.1×10^{-2}	-1.4×10^{-2}	-3.6×10^{-3}	-1.2×10^{-2}	-3.7×10^{-3}	-4.5×10^{-3}
q_{1m}	4.6×10^{-1}	1.2	7.7×10^{-1}	2.3	1.1	1.2
p_{2m}	8.9×10^{-2}	-1.8×10	1.6×10^{-1}	-2.6	1.1×10^{-1}	3.2×10^{-1}
q_{2m}	2.0×10^{-2}	1.9	2.0×10^{-1}	7.1×10^{-1}	5.0×10^{-2}	7.0×10^{-2}
p_{3m}	2.2×10	2.7×10	2.4×10	3.7×10	2.6×10	2.3×10
b_s	2.5×10^{-2}	2.5×10^{-2}	2.5×10^{-2}	2.5×10^{-2}	2.5×10^{-2}	2.5×10^{-2}

Table 6.14 Model coefficient about C'_L

	Q_1	Q_2	Q_3	Q_4	Q_5	Q_6
	$0 \leq \theta \leq 7.5$	$15 \leq \theta \leq 37.5$	$45 \leq \theta \leq 90$	$97.5 \leq \theta \leq 127.5$	$135 \leq \theta \leq 157.5$	$165 \leq \theta \leq 180$
p_{1m}	3.3×10^{-2}	1.2×10^{-2}	-8.5×10^{-3}	6.6×10^{-3}	1.5×10^{-2}	-3.4×10^{-3}
q_{1m}	8.8×10^{-1}	1.4	2.0	3.0×10^{-1}	-8.3×10^{-1}	2.2
p_{2m}	3.6×10^{-1}	-1.5×10^{-1}	8.2×10^{-1}	3.3	-6.1×10^{-2}	-1.6×10^{-1}
q_{2m}	7.0×10^{-2}	2.1×10^{-1}	1.2	1.2	3.0×10^{-2}	1.0×10^{-1}
p_{3m}	5.2×10	6.5×10	6.2×10	4.9×10	5.8×10	7.0×10
b_s	4.1×10^{-2}	4.1×10^{-2}	4.1×10^{-2}	4.1×10^{-2}	4.1×10^{-2}	4.1×10^{-2}

続いてモデルで得られた結果を順に示す。

Fig. 6.84 および Fig. 6.85 は C'_D に関して Fig. 6.54 および Fig. 6.55 と、Fig. 6.86 および Fig. 6.87 は C'_L に関して Fig. 6.56 および Fig. 6.57 と同一のパラメータを $a(\theta, P^*, f^*), b(\theta, P^*)$ に代入して算出された直線である。

Fig. 6.84 は $165 \leq \theta \leq 180, P^* = 2.0, f^* = 0.14$ における $C'_{Dmeasured}, a(\theta, P^*, f^*), b(\theta, P^*)$ のグラフである。Fig. 6.54 と比べてモデル値の直線の方がわずかに $C'_{Dmeasured}$ に対して大きくなっているが、概ね再現できているとみられる。

Fig. 6.85 は $15 \leq \theta < 45, P^* = 2.0, f^* = 0.14$ における $C'_{Dmeasured}, a(\theta, P^*, f^*), b(\theta, P^*)$ のグラフである。Fig. 6.55 と比べて、 $a_0(\theta, P^*, f^*), b_0(\theta, P^*)$ の再現性は高いが、 $C'_{Dmeasured}$ が上に凸に近いので、 C'_D を推定する上ではモデルとして精度が悪くなってしまふ。

続いて Fig. 6.86 および Fig. 6.87 に、 C'_L の A^* に対する線形モデルの結果の一部を C'_D 同様に示す。各パラメータおよび区間は C'_D 同様のものを示している。 $C'_{Dmeasured}$ と比べて $C'_{Lmeasured}$ が大きいことを除けば、ほぼ同程度の精度である見なせる。

C'_D および C'_L に関してはモデル化で定義された関数形による近似性が高く、 $a_0(\theta, P^*, f^*), b_0(\theta, P^*)$ はよく再現できている箇所が多い。一方で、線形性の低い箇所については $C'_{Dmeasured}$ および $C'_{Lmeasured}$ を再現しきれないこととなる。 C'_D 同様に線形モデルではなく、よりフィッティング性の高い近似関数を用いれば精度も上げることは可能であるが、これ以上複雑な形式でのモデル化を避けるため、この結果を C'_D および C'_L モデルとして定め、 C'_{Dmodel}, C'_{Lmodel} とおく。

続いて、 θ, P^* に関するコンター図を用いて代表的な加振条件のモデル値 C'_{Dmodel} 、差分 $C'_{Dmodel} - C'_{Dmeasured}$ 、誤差 $|C'_{Dmodel} - C'_{Dmeasured}|/|C'_{Dmeasured}|$ を順に示す。 C'_D の無加振状態については、 $b_0(\theta, P^*) = b_s$ としており、Fig. 6.80 で示した通りの結果であるためここでの評価は行わない。

Fig. 6.88 は $f^* = 0.14, A^* = 0.5$ でのモデル値、差分値、誤差である。 $C'_{Dmeasured}$ である Fig. 5.10 と比べ、数カ所ある高いピークを再現できている箇所が多いものの、値そのものは小さく推定されている。特に $\theta = 45, 135, P^* = 4.0$ 付近のピークが過少に推定されており、そこでの差分が大きくなっている。誤差としては $\theta = 150$ 付近に高いピークが存在する。この領域は $C'_{Dmeasured}$ が極端に小さく、少しの差分が大きな誤差となって出ているだけで、見かけほど精度に影響はないと考えられる。

Fig. 6.89 は $f^* = 0.16, A^* = 0.5$ でのモデル値、差分値、誤差である。 $C'_{Dmeasured}$ である Fig. 5.12 と比べ、ピークの位置は似通っているが全体的に値が大きく出ている。これは $a_3(f^*)$ での基準線となる $f^* = 0.14$ の値が他に比べて大きく、そのためモデル値そのものの値も底上げされてしまったためだと考えられる。全体的な値が大きいため、差分、誤差ともに大きく出ている。

続いて、同様のものを C'_L でも示す。

Fig. 6.90 は $f^* = 0.14, A^* = 0.5$ でのモデル値、差分値、誤差である。 $C'_{Lmeasured}$ である Fig. 5.14 と比べ、 $\theta = 45, 135$ 付近にあるピークを再現できおらず、全体的に平坦な分布になっ

ている。 P^* に関して単調減少ないしは単調増加として $a_2(P^*)$ を定めていたが、実際には P^* に関して極値を持つ領域が多く、関数形が適切でなかったと考えられる。そのためピーク付近での差分が非常に大きい。一方で、値の幅が小さいため誤差としては高くても50%程度に収まっている。

Fig. 6.91 は $f^* = 0.16, A^* = 0.5$ でのモデル値、差分値、誤差である。 $C'_{Lmeasured}$ である Fig. 5.16 と比べ、全体的に値が大きく出ておりピーク的位置も明確でない。そのため全体的に差分が出ている分布となっているが、誤差としては高くなく10~20%程度に収まっている。

C'_D のモデル化に関して、元の値に対してモデル値による分布そのものは類似しておりピークも捉えられている箇所が多かった。一方で値そのものの大きさを正しく推定できていない箇所が多かったため、モデルの関数形は適切であったが、係数および漸近線の設定に課題が残っていると考えられる。

C'_L のモデル化に関して、元の値に対してピークを捉えられていない箇所が多く、全体的に平坦な分布となっていた。一方で誤差自体は10~20%程度に収まっていた。このことから θ, P^* ごとのピークは精度に大きな影響を及ぼさず、相関のある振動状態による変化を関数形で正しく捉えられていたと考えられる。より精度を上げるには P^* に関して極値を持つような関数形を設定すればよいと考えられる。

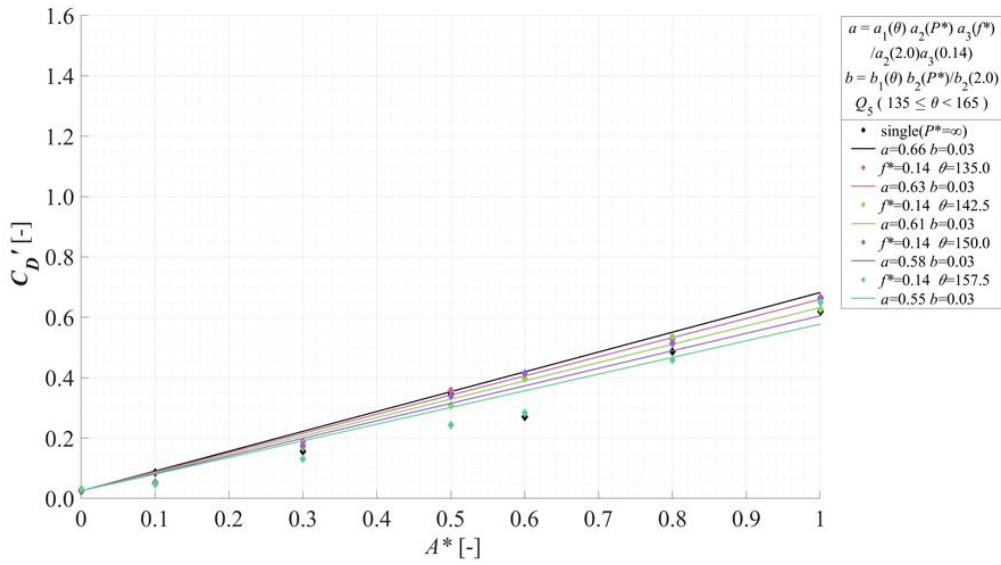


Fig. 6.84 $C'_{Dmeasured}$, a , b value for $135 \leq \theta < 165$, $P^* = 2.0$, $f^* = 0.14$

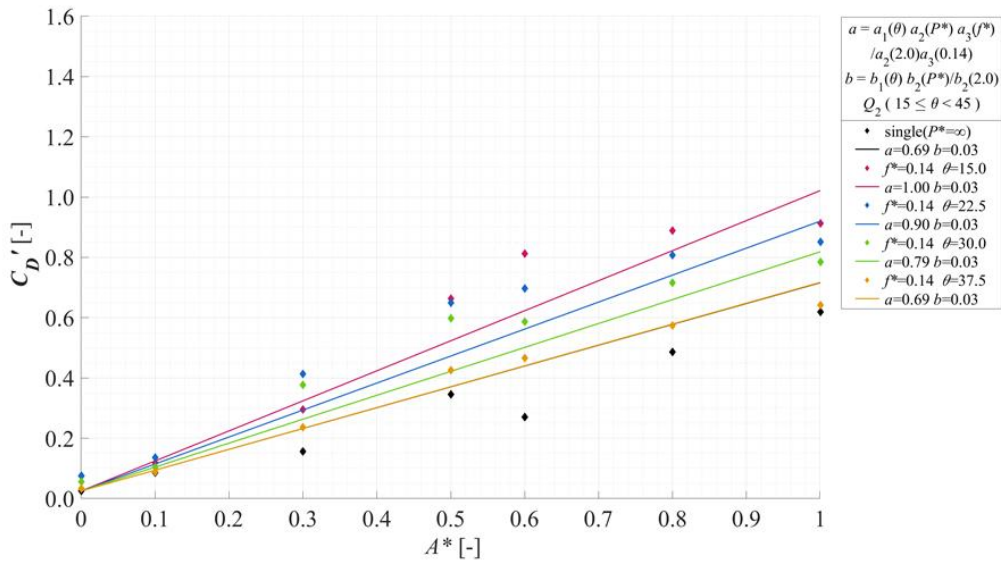


Fig. 6.85 $C'_{Dmeasured}$, a , b value for $15 \leq \theta < 45$, $P^* = 2.0$, $f^* = 0.14$

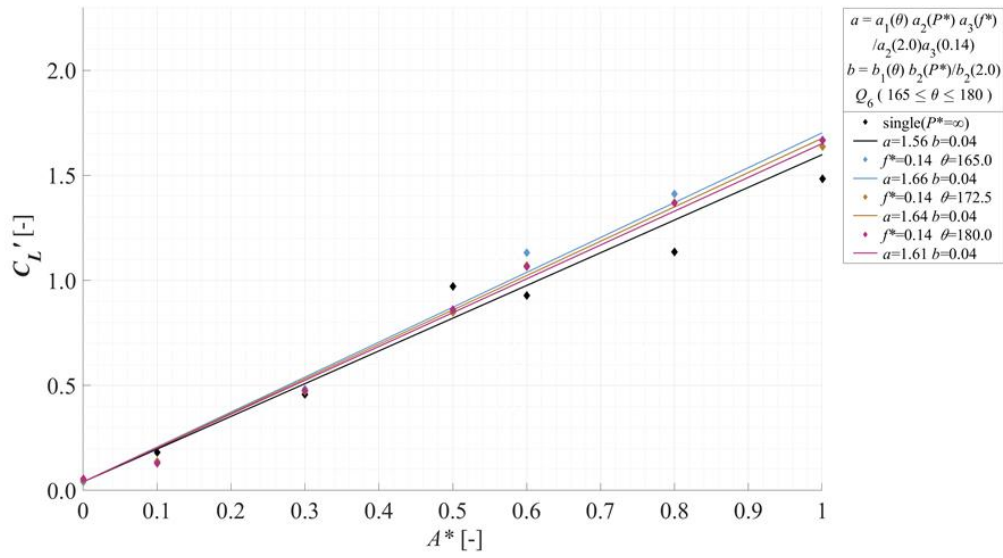


Fig. 6.86 $C'_{Lmeasured}$, a , b value for $165 \leq \theta < 185$, $P^* = 2.0$, $f^* = 0.14$

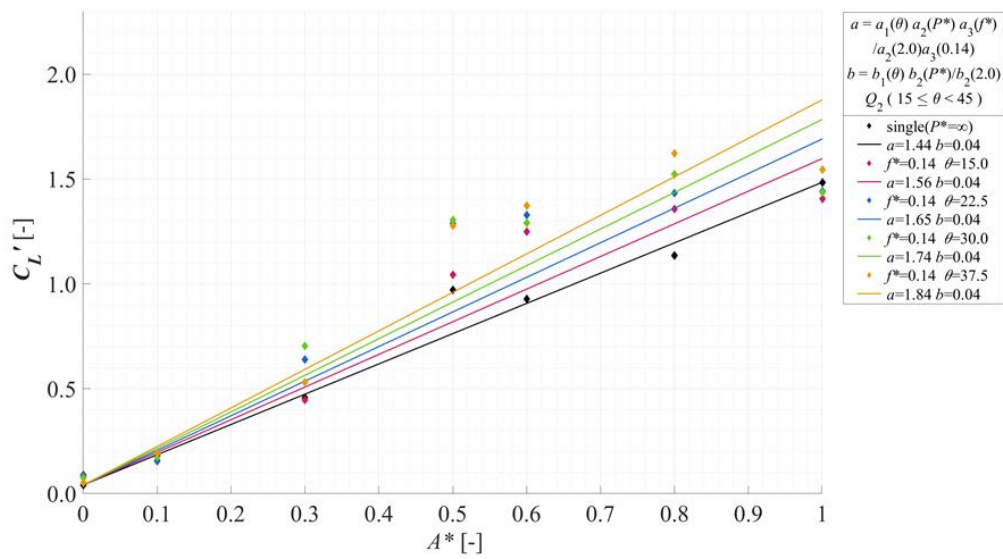


Fig. 6.87 $C'_{Lmeasured}$, a , b value for $15 \leq \theta < 45$, $P^* = 2.0$, $f^* = 0.14$

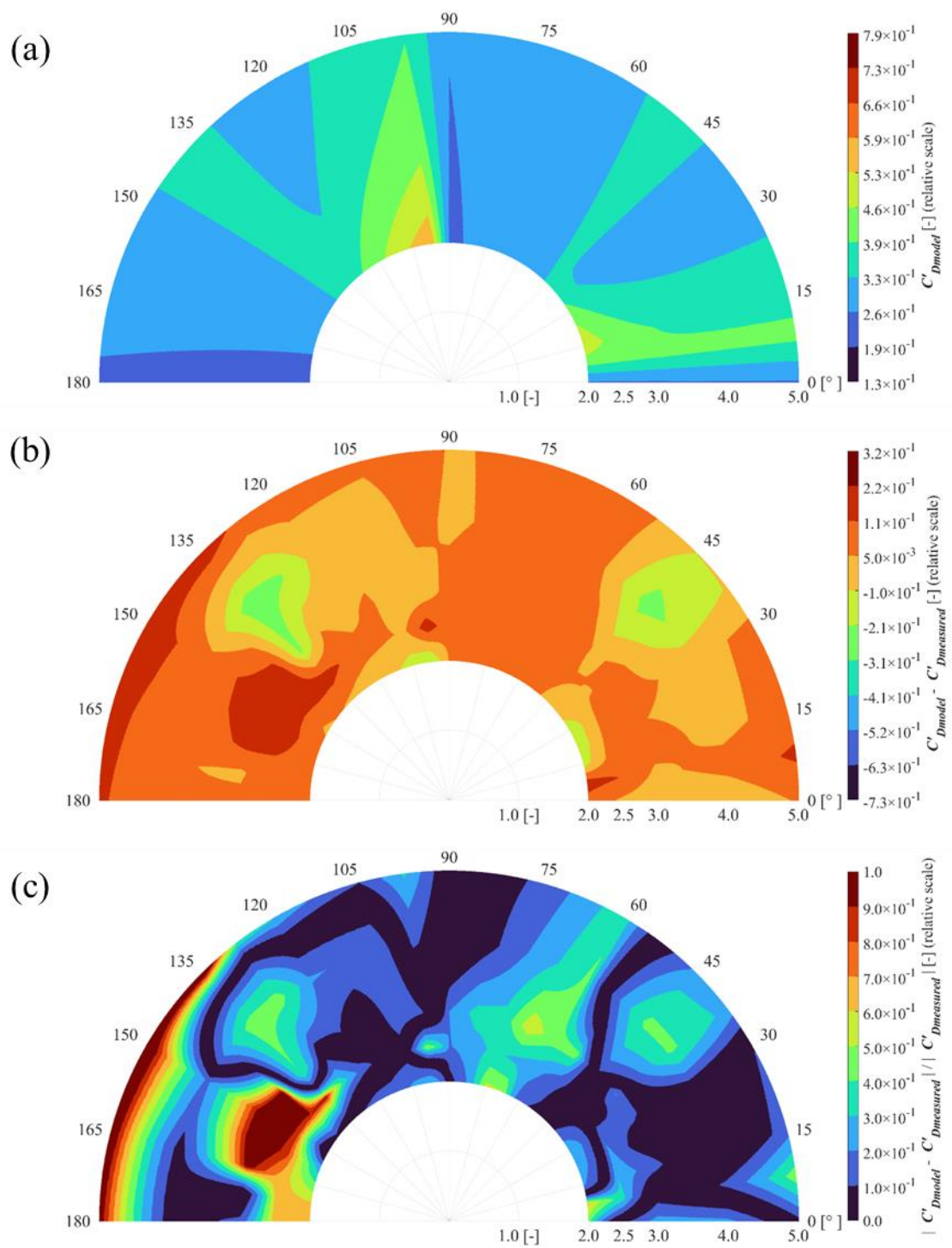


Fig. 6.88 C'_{Dmodel} contour diagram for $f^* = 0.14, A^* = 0.5$

(a) Model value : (b) Difference : (c) Error

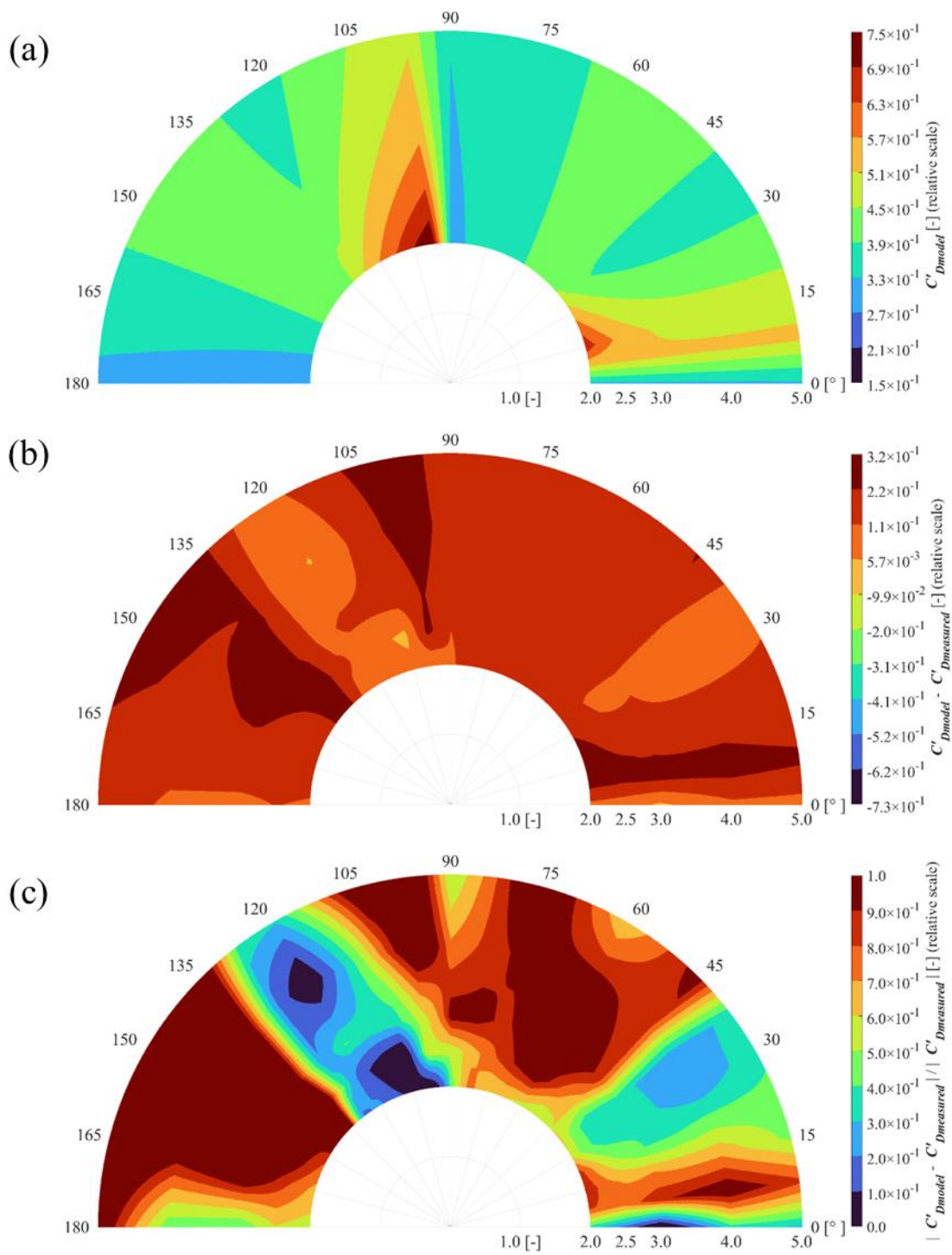


Fig. 6.89 C'_{Dmodel} contour diagram for $f^* = 0.16, A^* = 0.5$
 (a) Model value : (b) Difference : (c) Error

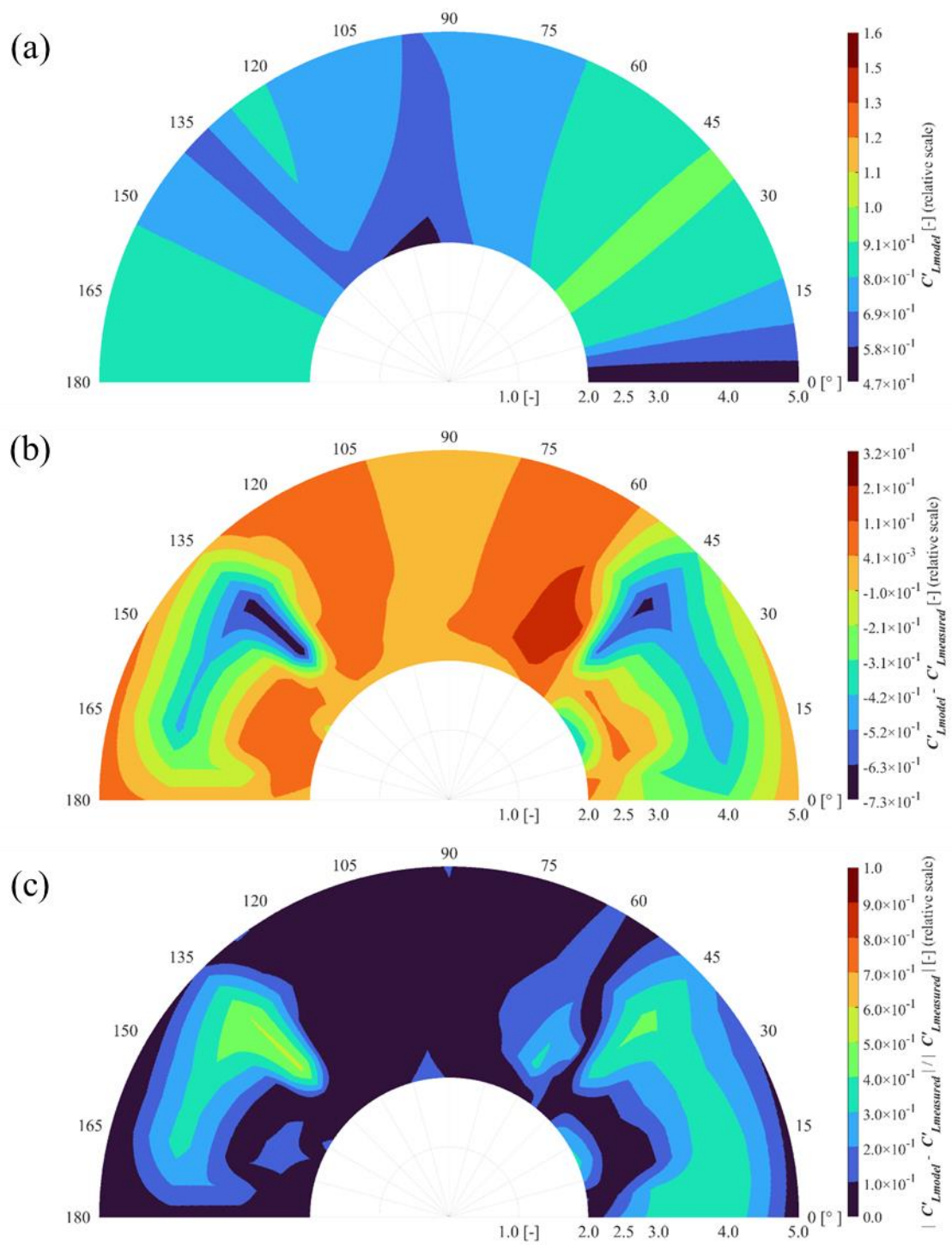


Fig. 6.90 C'_{Lmodel} contour diagram for $f^* = 0.14, A^* = 0.5$

(a) Model value : (b) Difference : (c) Error

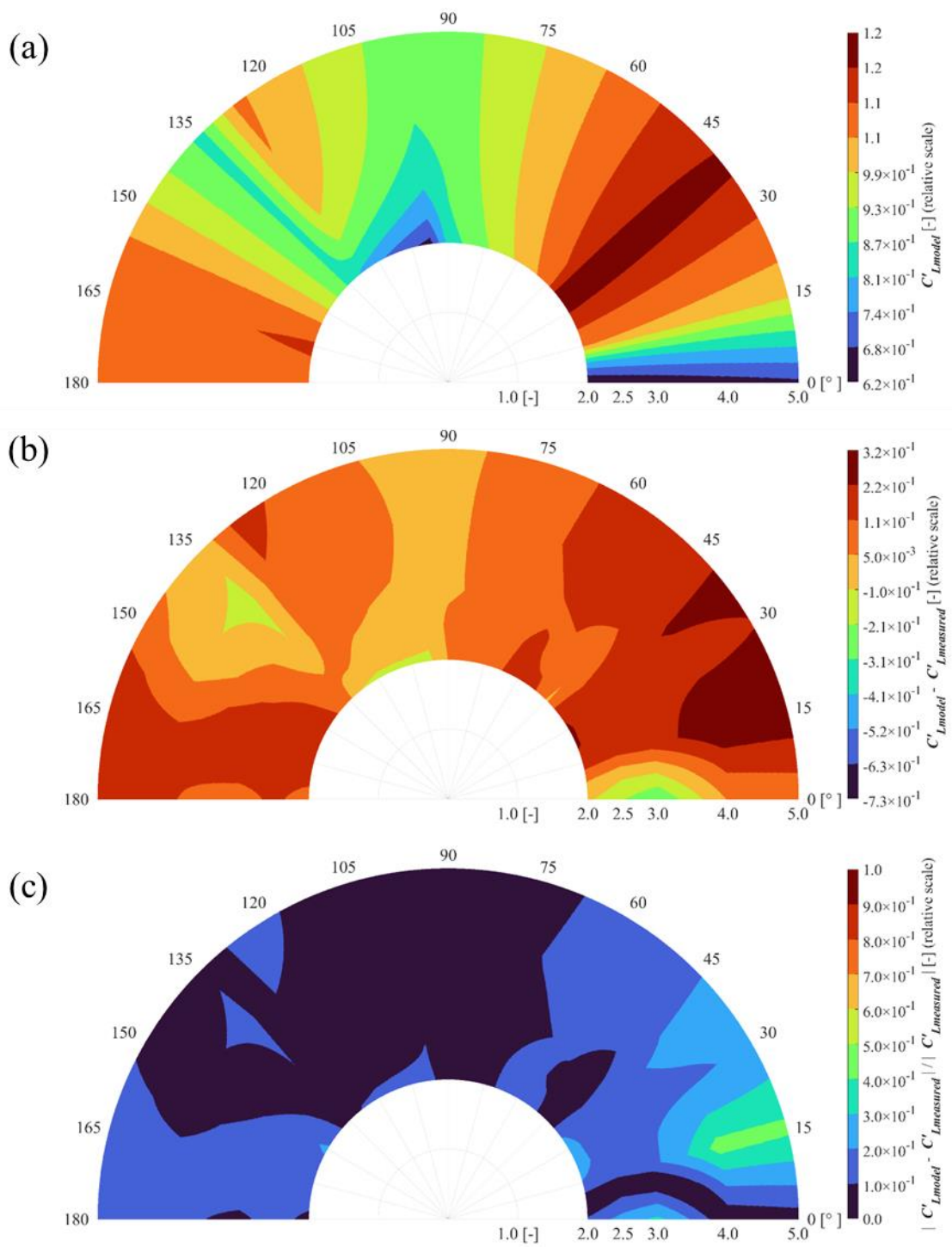


Fig. 6.91 C'_{Lmodel} contour diagram for $f^* = 0.16, A^* = 0.5$

(a) Model value : (b) Difference : (c) Error

7. 結論

7.1. 本研究の成果

本研究では、円筒中心間距離、一様流に対する円筒間角度、無次元加振振動数、無次元加振振幅を可変パラメータとする低 AR 円筒の加振実験装置を作成し、回流水槽にて加振実験を行い、低 AR 2円筒の流体力データベースを作成した。本データベースは、VIM が発生しやすい低 AR の構造物に関する新たな知見として役立つことができる。またデータベースを用いて上記のパラメータを自由に設定可能な低 AR 2円筒流体力モデルの構築を行った。そして流体力モデルにより、実験や数値シミュレーションと比べ、簡便かつ短時間で流体力推定が可能となった。以下に具体的な発見および成果を改めて記す。

(I) 平均抗力係数

平均抗力係数 C_D に関して、固定された低 AR 円筒の C_D は高 AR 円筒の C_D と比べて θ, P^* に対する分布は類似しているが、値は一様に小さく、本研究で用いた $AR = 1.5$ において概ね半分程度となった。これは、低 AR の円筒では円筒下端からの渦の巻き上げが起こり、高 AR 円筒と比べると後流域が円筒高さ方向に対して狭くなり、抗力としては小さくなっているためだと考えられる。また加振により全体の C_D が増加し、ばらつきが小さくなることを確認した。

加振状態の C_D が A^* に比例するとして定めた流体力モデルは、データベース外の物理的挙動を考慮しつつ概ねデータベースを再現することができた。

(II) 平均揚力係数

平均揚力係数 C_L に関して、固定された低 AR 円筒の C_L は高 AR 円筒の C_L と同様に $\theta = 15$ 付近に inner lift peak と考えられるピークが存在することがわかった。一方で outer lift peak に該当する箇所ではピークは曖昧であった。また加振状態の C_L にも $\theta = 30$ 付近で inner lift peak を引き起こす gap flow によるとみられるピークが存在した。

揚力には正負が存在しており、正負の推定を誤ると大きな誤差が生じるため、加振状態の C_L が A^* に比例するとして定めた流体力モデルでは、 $f^* = 0.14, A^* = 0.5$ などの場合において大きな誤差が生じる結果となった。

(III) 変動抗力係数

変動抗力係数 C'_D に関して、固定された低 AR 円筒の C'_D は高 AR 円筒の C'_D と比べて値そのものは非常に小さかったが、 θ, P^* に対する分布のピーク位置は類似していた。このピークは outer lift peak ないしは tandem 配置における reattachment か co-shedding 領域にあたり、上流円筒から剥離された流れを変動成分として受け取っているためだと考えられる。また

加振によって値のばらつきが小さくなり明確なピークも消える結果を得た。これは抗力の変動成分として受けていた剥離層が加振によって消滅ないしは規模が小さくなったためだと考えられる。

加振状態の C_D' が A^* に比例するとして定めた流体力モデルは、値の大きさを正しく推定できていない箇所が多かった。特に $\theta = 45, 135, P^* = 4.0$ 付近では値が過少に推定されており、そこでの差分が大きくなる結果となった。一方でデータベースの分布やピークの傾向は捉えていた。

(IV) 変動揚力係数

変動揚力係数 C_L' に関して、固定された低 AR 円筒の C_L' は高 AR 円筒の C_L' と比べて値そのものは非常に小さかったが、 θ, P^* に対する分布のピーク位置は類似していた。これは C_D' 同様、上流円筒から剥離された流れを変動成分として受け取っているためだと考えられる。また加振方向と揚力方向が一致しているため、加振の影響を強く受け変動成分が増す領域も存在した。

加振状態の C_L' が A^* に比例するとして定めた流体力モデルは、 θ, P^*, f^* に対する分布のピーク位置を捉えきれていなかったものの、相関の強い振動状態による変化を正しく捉えられていたため誤差は小さかった。

(V) 付加質量係数・無次元減衰係数

付加質量係数 C_{add} は概ね A^* に対して単調増加していた。付加質量力は加速度に比例し円筒に付随して動くときみなされた流体による力であり、概ね A^*, f^* と相関するためだと考えられる。無次元減衰係数 C_{damp} は位置によって減衰力が大きく変化することがわかった。減衰力は主に円筒の運動を妨げる方向に働く流体力であり、速度に比例する。そのため同様に概ね A^*, f^* に相関すると考えられる。一方で任意 2円筒配置では複雑な流れの干渉が生じることにより、付加質量力に比べ、その位置関係が減衰性に強く影響を及ぼしていると考えられる。

今回モデル化を行った他の係数では A^* に対する相関を前提とし、その上で θ に関して詳細な区分分けを行った。一方で C_{add}, C_{damp} では A^*, f^* に対する相関が強いため、 θ の代わりに f^* に関して詳細な区分分けを行うことがモデル化をする上で重要となると考えられる。

7.2. 今後の課題と展望

(I) 2円筒流体力モデルの改良

本研究で行った流体力のモデル化は、先行研究が存在しない非常に挑戦的なテーマであった。そのためモデルを簡潔に表現することは重要であり、多くの関数形で係数を2つ以下に絞ることとした。一方でよりフィッティング性の高い近似関数や場合分けを用いれば精度を上げることは可能である。また、より広い範囲のデータベースを用意すれば適切な境界条件および物理的挙動を把握することも可能である。

(II) 複数円筒への発展

本研究では $N = 2$ に限定して流体力モデルを作成した。これは、複数円筒間の流体干渉としては2円筒間のものが最も基本的であり、可変パラメータごとの変化傾向をわかりやすくするためであった。一方で今井 [6]のように2円筒のデータベースから4円筒の流体力を推定している例を考えると、同様に2円筒の流体力モデルから4円筒の流体力を推定できるようにモデルを発展させることも考えられる。将来的にデータベースを全く介さずに複数円筒の流体力を推定できるようなモデルを構築できれば、実験やシミュレーションと組み合わせてより複雑な条件の流体現象を考慮できるようになると考えられる。

(III) 実機レベルでの運用

(II)に付随して、流体力モデルを実機レベルで運用することが考えられる。本研究はモデル化を新たなテーマとする出発点であり、具体的な実機レベルへの応用までを組み込むには至らなかった。一方で、本モデル化の一部で単一円筒時の値で正規化されている箇所が存在する。本モデルでは円筒中心間距離に対する境界条件として用いていたが、ここに加えて円筒の大きさおよびアスペクト比などを考慮できるようにモデル化を行えば、実機スケールでの運用も可能となると考えられる。また本実験では一様流速が固定されていたが、流速も可変パラメータとして作成したデータベースに基づいたモデル化を行えば、実際の海象条件も考慮できると考えられる。また実機では付加質量力や減衰力が運動の制御に大きくかかわっている。そのため、今回のモデル化に加えて C_{add} と C_{damp} のモデル化も非常に重要となると考えられる。

8. 参考文献

- [1] 経済産業省, 「令和2年度エネルギーに関する年次報告」(エネルギー白書 2021), <https://www.enecho.meti.go.jp/about/whitepaper/2021/html/index.html>, 2021.
- [2] 福岡玄貴, VIM 運動における自由表面及び端部の影響に関する実験的研究, 東京大学修士論文, 2015.
- [3] Yu Zhou, Md. Mahbub Alam, 2016, Wake of two interacting circular cylinders: A review, *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 62, 510-537.
- [4] 豊田洋介, 複数カラム型浮体の渦励起運動予測モデルを用いたカラム間干渉影響に関する研究, 東京大学修士論文, 2020.
- [5] Goncalves, Hannes, et al, 2020, FIM - flow-induced motions of four-column platforms, *Applied Ocean Research* 95 102019.
- [6] 今井陽, 複数円柱で構成される浮体に作用する流体力モデルの構築, 東京大学卒業論文, 2021.
- [7] Zdravkovich, M. M., 1987, The effects of interference between circular cylinders in cross flow, *J. Fluids Struct.*, 1(2), pp. 239-261.
- [8] Sumner, D., 2010, Two circular cylinders in cross-flow: A review, *J. Fluids Struct.* 26, 849-899, 2010.
- [9] Alam, M.M., Moriya, M., Sakamoto, H., 2003a, Aerodynamic characteristics of two side-by-side circular cylinders and application of wavelet analysis on the switching phenomenon, *Journal of Fluids and Structures* 18, 325-346.
- [10] Alam, M.M., Meyer, J.P., 2011, Two interacting cylinders in cross flow, *Phy. Rev. E* 84, 056304-056316.
- [11] Sumner, D., Price, S.J., Paidoussis, M.P., 2000, Flow-pattern identification for two staggered circular cylinders in cross-flow, *Journal of Fluid Mechanics* 411, 263-303.
- [12] Hu, J.C., Zhou, Y., 2008a, Flow structure behind two staggered cylinders, Part I: downstream evolution and classification, *Journal of Fluid Mechanics*, Volume 607, 25 July 2008, pp. 51 - 80.
- [13] Alam, M.M., Sakamoto, H., Zhou, Y., 2005, Determination of flow configurations and fluid forces acting on two staggered circular cylinders of equal diameter in cross-flow, *Journal of Fluids and Structures* 21, 363-394.
- [14] M. P. D. 1. Zdravkovich, Interference between two circular cylinders; series of unexpected discontinuities, *Journal of Industrial Aerodynamics* 2, 255-270.

- [15] Sayers, A. T., 1988, Flow Interference Between Four Equispaced Cylinders When Subjected to a Cross Flow, *J. Wind Eng. Ind. Aerodyn.*, 31(1), pp. 9–28.
- [16] Sakata, Keigo, 2019, Free-surface and free-end effects on flow around half-submerged circular cylinders, The University of Tokyo Master's Thesis Database.
- [17] 北野雄資, 水面を貫通する低 AR 円柱周り流れの自由表面, 東京大学修士論文, 2021.

謝辞

本研究を進めるにあたり、平林紳一郎准教授には本当にお世話になり心より感謝しております。実験方法の考案、実験中でのトラブル、データの解釈など様々な面で一緒に悩み、解決へと導いてくださりました。ただ答えを提示するわけではなく、あくまで私自身が成長できるような助力の仕方で、指導者としても非常に頼りになりました。修士論文の執筆中に何度も心が挫けそうになる私の精神的な支えでもあり、感謝してもしきれません。思えば学部時代に平林先生の授業を受けてからこの分野に興味を持ち、現在まで5年以上もの間様々な形でお世話になってきました。常に冷静かつ真摯な姿勢で私たち学生に向き合ってくくださった先生のことは、研究者としても指導者としても大変に尊敬しております。この場を借りて、お伝えします。これまで本当にありがとうございました。

鈴木研究室の鈴木先生、芳村先生、宝谷先生、Goncalvesさんは合同ゼミの際に様々なアドバイスをしてくださりました。特に芳村先生には実験機材の考案や作成で多くの知見をいただいております、実験の完成度を上げる手助けをしていただきました。

第一回、第二回の強制加振実験を行う際には、生産技術研究所水槽で技術職員をしていらっしゃる吉田さんに様々なことをご指導いただきました。私の実験計画の相談に親身に乘っていただき、考えの至らぬ部分や改良点などをいろいろと洗い出してくださるなど、サポートしていただきました。

アドバイザー教員の林先生には、本研究を進めるうえで別の視点からの疑問や研究の位置づけなど、研究室内では見えてきづらい視点でのアドバイスを多くいただきました。

平林先生の秘書をしていらっしゃる石渡さんには、事務面ではもちろんのこと、研究室に顔を出した際には必ず話しかけてくださり、気晴らしに付き合ってくださいました。研究関係のことを考えず、お話しできる相手は貴重で非常に助かりました。

去年卒業してしまった元研究室同期である北野くんには、大学院入学当初から気が合い、柏に来て友人が減ってしまった自分にとって非常に大きい存在でした。

後輩として入ってきて、今年度は同期として研究をしていた山田君と大久保君には研究を進めるうえで良い刺激を受けていました。時には研究のつらさや達成感などを分かち合え、研究生活を共に走り抜いた仲間のように感じております。

他の後輩である、何くん、内藤くん、羽田くん、山形くんには研究会でアドバイスをもらったり、実験の手伝いをしてくれたりなど、様々なサポートをしてもらい感謝しています。

お世話になった方は他にも多くいて、書ききることはできませんが、そのすべての皆様に心より感謝を申し上げます。ありがとうございました。