

東京大学大学院新領域創成科学研究科

海洋技術環境学専攻

2021 年度

修士論文

粒子法による波浪-氷板相互作用に関する  
数値的研究  
(Numerical Study of Wave-Ice Interaction  
by Particle Method)

2022 年 2 月 25 日提出

指導教員 平林 紳一郎 准教授 平林 紳一郎

大久保 杜志樹



# 目次

第 1 章	序論	11
1.1	研究背景	11
1.2	研究目的	12
第 2 章	粒子法の概要	15
2.1	粒子法	15
2.1.1	SPH 法と MPS 法	15
2.2	カーネル関数と離散化	16
2.2.1	カーネル関数	16
2.2.2	勾配とラプラシアン	18
2.3	支配方程式	19
2.3.1	ナビエ・ストークス (Navier - Stokes) 方程式	19
2.3.2	連続の式	20
2.3.3	状態方程式	21
第 3 章	DualSPHysics における SPH 法の概要	23
3.1	DualSPHysics	23
3.2	カーネル関数	24
3.3	支配方程式	24
3.3.1	ナビエ・ストークス方程式と人工粘性	24
3.3.2	連続の式	25
3.3.3	密度拡散項	25
3.4	境界条件	27
3.5	剛体運動	28
3.6	造波	29
3.6.1	ダンピング	30
3.7	数値積分法	30

3.8	可変タイムステップ . . . . .	32
3.9	Chrono ソルバー . . . . .	33
第 4 章	造波の検証 . . . . .	35
4.1	DualSPHysics における造波の検証 . . . . .	35
4.2	分散関係 . . . . .	36
4.3	計算条件 . . . . .	37
4.4	計算結果 . . . . .	38
4.4.1	影響半径粒子径比 . . . . .	38
4.4.2	人工粘性係数 . . . . .	46
4.4.3	周期 . . . . .	53
	反射波影響検証 . . . . .	58
	水深影響検証 . . . . .	63
4.4.4	減衰係数 $q - (\lambda/dp)$ 依存性 . . . . .	65
4.4.5	DualSPHysics の分散関係 . . . . .	70
第 5 章	氷板下における波浪の波高減衰の計算結果 . . . . .	73
5.1	計算条件 . . . . .	73
5.2	計算結果 . . . . .	74
5.2.1	氷がない状態における計算結果 . . . . .	74
5.2.2	剛体板における計算結果 . . . . .	77
5.2.3	擬似弾性板の概要 . . . . .	84
5.2.4	擬似弾性板における計算結果 . . . . .	85
第 6 章	考察 . . . . .	89
6.1	造波の検証 . . . . .	89
6.2	氷板下における波浪の波高減衰 . . . . .	90
第 7 章	結論 . . . . .	93
	謝辞 . . . . .	93
	参考文献 . . . . .	97

# 目次

2.1	Conceptual diagram of kernel function . . . . .	18
3.1	DualSPHysics Official website . . . . .	23
3.2	Conceptual drawing of the Flap-type wavemaker . . . . .	30
3.3	Flowchart of the coupling between DualSPHysics and Project Chrono . . . . .	33
3.4	Schematic of the Hinge function in Chrono . . . . .	34
4.1	Schematic diagram of the numerical aquarium used for wave verification	36
4.4	Snapshot of the simulation of $h_c = 1.4$ . . . . .	41
4.5	Time history of $H$ at $h_c = 1.0$ . . . . .	42
4.6	Time history of $H$ at $h_c = 1.2$ . . . . .	42
4.7	Time history of $H$ at $h_c = 1.4$ . . . . .	43
4.8	Time history of $H$ at $h_c = 1.5$ . . . . .	43
4.9	Time history of $H$ at $h_c = 2.0$ . . . . .	44
4.10	Wave attenuation trend at each $h_c$ . . . . .	45
4.11	Time history of $H$ at $\alpha = 0.001$ . . . . .	47
4.12	Time history of $H$ at $\alpha = 0.005$ . . . . .	48
4.13	Time history of $H$ at $\alpha = 0.01$ . . . . .	48
4.14	Time history of $H$ at $\alpha = 0.015$ . . . . .	49
4.15	Time history of $H$ at $\alpha = 0.03$ . . . . .	49
4.16	Wave attenuation trend for each $\alpha$ . . . . .	50
4.17	Schematic diagram of the box-type numerical aquarium used for wave verification . . . . .	51
4.18	Time history of $H$ at $\alpha = 0.001$ in the box-type aquarium . . . . .	51
4.19	Time history of $H$ at $\alpha = 0.005$ in the box-type aquarium . . . . .	52
4.20	Time history of $H$ at $T = 0.8s$ . . . . .	53
4.21	Time history of $H$ at $T = 1.2s$ . . . . .	54

4.22	Time history of $H$ at $T = 1.5s$ . . . . .	55
4.23	Time history of $H$ at $T = 2.0s$ . . . . .	55
4.24	Time history of $H$ at $T = 2.5s$ . . . . .	56
4.25	Time history of $H$ at $T = 3.0s$ . . . . .	56
4.26	Wave attenuation trend at each $T$ . . . . .	57
4.27	Schematic diagram of the numerical aquarium used to verify the influence of reflected wave . . . . .	58
4.28	Time history of $H$ at $T = 2.0$ ( $l = 64m$ ) . . . . .	59
4.29	Time history of $H$ at $T = 3.0$ ( $l = 64m$ ) . . . . .	60
4.30	Wave attenuation trend at each $T$ ( $l = 64m$ ) . . . . .	61
4.31	Comparison of the results for $t_1, t_2$ and $16m$ at each $T = 2.0s$ . . . . .	61
4.32	Comparison of the results for $t_1, t_2$ and $16m$ at each $T = 3.0s$ . . . . .	62
4.33	Schematic diagram of the numerical aquarium used to verify the depth effect	63
4.34	Time history of $H$ at $d = 1.5m$ . . . . .	64
4.35	Wave attenuation trends at two depths . . . . .	65
4.36	Schematic diagram of the numerical aquarium used for the calculation of $T = 0.8s, dp = 0.001, 0.003m$ . . . . .	66
4.37	$H_{cal}/H$ for each $T$ at $dp = 0.003m$ . . . . .	67
4.38	$H_{cal}/H$ for each $dp$ at $T = 0.8s$ . . . . .	67
4.39	$q - \lambda/dp$ dependency . . . . .	69
4.40	Comparison of DSPH and the theoretical solution in dispersion relations . .	70
4.41	Comparison of DSPH and the theoretical solution in dispersion relations . .	71
5.1	Schematic diagram of the numerical aquarium used for the ice-wave calcu- lation . . . . .	74
5.2	Wave attenuation trends at openwater . . . . .	75
5.3	Wave attenuation trends at openwater used set $H$ . . . . .	76
5.4	Wave attenuation trends at openwater used $H_1$ . . . . .	77
5.5	Snapshot of the simulation with the rigid plate at $T = 2.5s$ . . . . .	78
5.6	Wave attenuation trends at rigid plate . . . . .	79
5.7	Drag force at $T = 2.0s$ . . . . .	80
5.8	Lift force at $T = 2.0s$ . . . . .	81
5.9	Drag force at $T = 2.5s$ . . . . .	81
5.10	Lift force at $T = 2.5s$ . . . . .	82
5.11	Drag force at $T = 3.0s$ . . . . .	82

---

5.12	Lift force at $T = 3.0s$ . . . . .	83
5.13	Wave attenuation trends at rigid plate . . . . .	84
5.14	Conceptual diagram of the hinge function . . . . .	84
5.15	Snapshot of the simulation of 10 and 20 Plates . . . . .	86
5.16	Wave attenuation trends at elastic plate . . . . .	87
5.17	Wave attenuation trends at elastic plate . . . . .	88





# 表目次

4.1	Setting options for DSPH . . . . .	37
4.2	Calculation conditions for $h_c$ verification . . . . .	38
4.3	Group velocity in each $T$ . . . . .	46
4.4	$\alpha$ in each $h_c$ . . . . .	46
4.5	Calculation conditions for artificial viscosity verification . . . . .	47
4.6	Calculation conditions for $T$ verification . . . . .	53
4.7	$t_r$ at each $T$ and measurement point . . . . .	58
4.8	$d/\lambda$ at $h = 0.5\text{m}$ . . . . .	63
4.9	$d/\lambda$ at $h = 1.5\text{m}$ . . . . .	64
4.10	Number of fluid particles at each $dp$ . . . . .	66
4.11	$q$ at each $T$ and $dp$ . . . . .	68
4.12	$\lambda/dp$ at each $T$ and $dp$ . . . . .	68
4.13	Phase velocity in each $T$ . . . . .	71
5.1	Calculation conditions for wave attenuation under an ice sheet . . . . .	73
5.2	Attenuation coefficient at open water used set $H$ . . . . .	75
5.3	Attenuation coefficient at open water used $H_1$ . . . . .	76
5.4	$q$ at each $T$ used set $H$ . . . . .	79
5.5	$q$ at each $T$ used $H_1$ . . . . .	83
5.6	$q$ at each $M$ used set $H$ . . . . .	87
5.7	$q$ at each $M$ used $H_1$ . . . . .	88
6.1	Water depth and wavelength used in previous studies . . . . .	91
6.2	Water depth-wavelength ratio used in previous studies . . . . .	92



# 第 1 章

## 序論

### 1.1 研究背景

近年、気候変動に伴い両極域の海水面積が減少し、開放水面面積が増えていることが気候変動に関する政府間パネル（The Intergovernmental Panel on Climate Change、IPCC）の第 5 次評価報告書 [1] より明らかになっている。この温暖化による開放水面面積の増加は、北極圏では新たな航路や地下資源の利活用の拡大をもたらす一方、吹送距離が大きくなり最大波高の上昇を招いているという報告 [2] もある。ここで吹送距離とは、海面上を一定の風速と風向を持つ風が吹く距離のことである。温暖化による大雪により、北極圏での陸上交通アクセスが悪くなるというシミュレーション予測 [3] もある。また海水と波浪が共存する氷縁部では波が氷板下に潜り込み、氷板により波高が減少することが水槽実験により再現されている [4]。

しかしこのような氷板下に潜り込んだ波が減衰してゆくメカニズムには未解明の部分が多く、未だ完全には明らかになっていない [5–8]。これにより氷板下に潜り込み減衰した波の波高が予測できないため、船体などの海洋構造物に作用する外力が求められず、安全性の確保が難しくなっている。このことから、波浪と氷の相互作用についての研究は、新航路開拓や資源開発を進める上で必要であり、そのメカニズムを解明することが求められている。

上記のような地球温暖化や社会、経済的な要請から波浪と氷の相互作用を解明するために、近年様々な研究が行われている。

Parra et al. [6] は、水槽実験において板状氷、はす葉状氷、2 種類の濃度のグリースアイスによる波の波高の減衰特性について調べた。波の減衰特性は氷の種類によって異なり、はす葉状氷は検証したほとんどの周波数において最も波高の減衰が小さく、2 種類の濃度のグリースアイスは若干の減衰を示し、板状氷における減衰が最も大きいことを明らかにした。

Toffoli et al. [7] は波浪-氷相互作用について、水槽実験と 2 次元理論散乱モデル (Theoretical Scattering Model) での比較を行った。理論モデルでは波形勾配が小さい入射波に対して正確に透過波振幅を求めることができたが、勾配が大きくなるにつれて透過波振幅は実際より大きくなることを明らかにした。

Mcgavern and Bai [8] は、厚みや形状が異なる浮体の運動応答と波浪-氷相互作用の特性について様々な波高と波長の規則波を用いて実験的に調べた。そして surge および heave 運動、様々な波高、波長で得られる漂流速度、最大速度および加速度などを明らかにした。また流氷の運動に最も影響を与えるのは、波長であることを明らかにした。

また松下 [9] は、氷縁部における波浪減衰について風洞水槽を用いて実験的に調べた。その結果、パンケーキアイスがある海域における波の分散関係及び減衰特性に、氷の曲げや風による波高減衰が関係していることを明らかにした。

以上のように波-氷相互作用について研究が進められているが、特に氷板下に潜り込んだ波が減衰していくメカニズムには未解明の部分が多い。

## 1.2 研究目的

上述のように氷板下に潜り込んだ波が減衰していくメカニズムには未解明の部分が多いことから、氷板による波浪の減衰特性について着目した。実際の波と氷板の干渉には様々な支配パラメータが存在し、水槽実験ではそれらに関する相似則を同時に満たす模擬氷板を作成するのが難しいため、本研究では粒子法を用いてシミュレーションを行い、氷板による波の減衰のメカニズムを明らかにすることを目的とした。また問題の単純化のために、対象は 2 次元とした。

粒子法を用いる理由としては、固体の変形などの複雑な境界を計算するのに適していること、屈曲の計算をする際に格子法で起こる可能性があるメッシュ潰れなどの計算破綻がないことが理由である。

粒子法においても氷や波について研究が様々行われている。Zhang et al. [10] は SPH 法を用いて波による浮体の運動応答と屈曲運動のモデル化を行い、モデルの精度を検証するために計算結果と実験の比較を行なった。計算結果と実験データを比較した結果、いくつかの相違点はあるものの、精度および安定性を考慮するとモデルは満足できるものであることがわかった。

Tran-Duc et al. [11] は、SPH 法を用いて弾性板状浮体の波浪中での運動を計算し、オーバーウォッシュについて数値的に検証した。結果として浮体の変形が流体の運動エネルギーを部分的に吸収し、柔らかい (ヤング率が小さい) 弾性浮体では、オーバーウォッシュの量が少なくなることを明らかにした。

実験的研究では、特定の条件や氷況などにおいて波-氷相互作用についてわかっている

こともあるが、数値的研究、特に上述のように粒子法を用いたものでは波-氷相互作用、特に波浪の減衰特性を対象としている先行研究がほとんどない。

本研究では、固体の変形や流体-固体相互作用問題にも近年拡張されている SPH 法を使用した DualSPHysics を用いて、シミュレーションを行なった。



## 第 2 章

# 粒子法の概要

### 2.1 粒子法

粒子法 (Particle Method) とは、流体の運動を示すいくつかの式を数値的に解析する計算手法の一つである。同様に流体の運動をシミュレーションする手法として、Computational Fluid Dynamics (CFD) がある。しかしこの 2 つの大きな違いとして、CFD では計算点として格子点を、粒子法では計算点として粒子を用いる。

コンピュータで行う計算では離散的な数値しか扱うことができないが、流体の運動を表す支配方程式では時空間的に連続な数値を扱う。そのため、連続した値を不連続な値に分割する離散化が必要となる。この離散化手法として CFD では、格子法 (有限体積法、有限要素法、差分法等) を用いる。格子法は計算対象を有限個の計算格子に分割し、その格子点を計算点として各格子点における物理量を求める手法である。計算点は格子点に固定され、定点で流体の運動を観測することとなる。

一方粒子法は、計算点として有限個の粒子を用いて流体を粒子の集合として扱う。この粒子は空間に固定されず、流体が運動するのと同様に移動することができる。

以上のような違いから、格子法は Euler 法、粒子法は Lagrange 法と呼ばれる。Euler 法は観測点が固定されていることから移流項の計算が必要となるが、Lagrange 法では観測点が流れとともに移動するため移流項の計算は不要である。

#### 2.1.1 SPH 法と MPS 法

粒子法にもいくつかの種類があり、流体計算で広く使われている計算手法として Smoothed Particle Hydrodynamics (SPH) 法と Moving Particle Semi-implicit (MPS) 法がある。このセクションでは、この 2 つの手法について説明する。

SPH 法は、1977 年に Lucy [12]、Gingold et al. [13] によって提案された手法で、当時は

天体物理学の問題を解くための手法として開発された。天体物理学では基本的に圧縮性流体を扱うため、SPH法も圧縮性流体を解くためのものとして開発された。

一方で、海洋波のシミュレーション研究など水を対象とした問題には、非圧縮性流体を扱うものが多い。そこで Monaghan [14] は圧縮性流体のみを扱っていた SPH 法を改良して、擬似的な非圧縮性流体の計算にも適用できるようにした Weakly Compressible SPH 法（以下 WCSPH。）を開発した。また Commins [15] も非圧縮性流体へ SPH 法を適用できるように圧力計算でポアソン方程式を用いた、半陰的な手法を提案した。

このように SPH 法で圧縮性流体だけでなく、非圧縮性流体を計算できるようにするという改良がなされてきた。しかし改良ではなく初めから非圧縮性流体を扱うことのできる粒子法を開発する方が合理的であるという考え方もできる。そこで MPS 法は非圧縮性流体の解析手法として Koshizuka et al. [16] によって開発された。MPS 法は速度を陽的に計算した後、圧力を陰的に計算する半陰解法であり、近年は SPH 法と同様に全ての計算を陽的に解くことや圧縮性流体への拡張などの改良も進められている。

SPH 法と MPS 法は開発の経緯や陽解法、半陰解法といった解析手法が異なるだけでなく、空間微分の離散化手法に違いがある。SPH 法ではカーネル関数（平滑化関数）と呼ばれる重み関数を用いて、物理量を積分近似してそれを微分することで微分演算子である勾配とラプラシアンを導出し、支配方程式を解く。一方 MPS 法では、微分演算子ごとにモデルを用意し離散化する。主な違いはこの空間離散化の部分で、その他の部分は現在では大きな違いがなくなっている。

以降では本研究で使用した SPH 法について、離散化や導入されている考え方を説明する。

## 2.2 カーネル関数と離散化

### 2.2.1 カーネル関数

ある領域  $\Omega$  があり、その領域内の点  $x$  における物理量  $\phi(x)$  をデルタ関数を用いて積分として記述する。積分範囲の次元は、計算で何次元の問題を解いているかによって変化する。

$$\phi(x) = \int_{\Omega} \phi(r') \delta(|x - r'|) dr' \quad (2.2.1)$$

ここで、このデルタ関数がある領域  $h$  をもった関数  $W(|x - r'|, h)$  に置き換えて、近似する。



$$\phi(\mathbf{x}) = \int_{\Omega} \phi(\mathbf{r}') W(|\mathbf{x} - \mathbf{r}'|, h) d\mathbf{r}' \quad (2.2.2)$$

$W$  は物理量の分布を定義する関数であり、カーネル関数 (kernel function) と呼ばれ、この近似をカーネル近似と呼ぶ。 $h$  は影響半径 (有効半径、Smoothing length) と呼ばれ、カーネル関数の影響範囲を決める値である。格子法ではメッシュサイズに対応する値である。カーネル関数には7つの条件があり、その全てを満たす必要がある。条件を満たしていればどの関数でもカーネル関数として用いることができるが、計算負荷などを考慮するとできるだけ単純な形のカーネル関数が望まれる。条件は以下である [17]。

1. 規格化されていること

対象領域内で積分すると1となる。

$$\int_{\Omega} W(|\mathbf{x} - \mathbf{r}'|, h) d\mathbf{r}' = 1 \quad (2.2.3)$$

2. コンパクトサポート

影響半径  $h$  内では値をもち、影響半径外では0となる。

$$W(|\mathbf{x} - \mathbf{r}'|, h) = 0, \quad |\mathbf{x} - \mathbf{r}'| > h \quad (2.2.4)$$

3. 非負であること

影響半径  $h$  内では0より大きい。

$$W(|\mathbf{x} - \mathbf{r}'|, h) > 0, \quad |\mathbf{x} - \mathbf{r}'| < h \quad (2.2.5)$$

4. 単調減少であること

近傍粒子であるほど粒子間相互作用が大きいという物理的に正しい状態を満たすための条件。

5. デルタ関数に収束すること

影響半径  $h$  が0となる極限では、カーネル近似が  $\phi(\mathbf{x})$  と等しくなる。

$$\lim_{h \rightarrow 0} W(\mathbf{x} - \mathbf{r}', h) = \delta(\mathbf{x} - \mathbf{r}') \quad (2.2.6)$$

6. 偶関数であること

カーネル関数の中心から同じ距離離れている粒子からの影響を等しくするための条件。

$$W(|\mathbf{x} - \mathbf{r}'|, h) = W(|\mathbf{r}' - \mathbf{x}|, h) \quad (2.2.7)$$

7. 微分が連続かつ滑らかであること  
計算を安定させるための条件。

以上の条件を満たす  $W$  を用いて計算を進める。

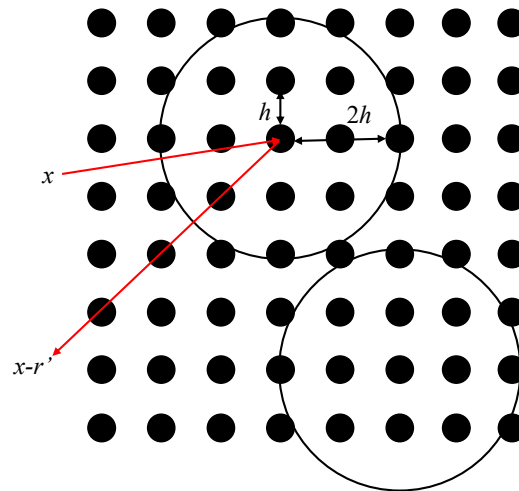


図 2.1: Conceptual diagram of kernel function

## 2.2.2 勾配とラプラシアン

式 (2.2.2) を離散化すると、

$$\begin{aligned} \int_{\Omega} \phi(\mathbf{r}') W(|\mathbf{x} - \mathbf{r}'|, h) d\mathbf{r}' &\rightarrow \sum_j \phi_j W(|\mathbf{x} - \mathbf{x}_j|, h) V_j \\ V_j &= \frac{m_j}{\rho_j} \\ \rho_j &= \sum_i m_i W(|x_i - x_j|) \end{aligned}$$

よって、

$$\phi(x) = \sum_j m_j \frac{\phi_j}{\rho_j} W(|\mathbf{x} - \mathbf{x}_j|, h) \quad (2.2.8)$$

ここで、 $\phi(\mathbf{r}') \rightarrow \phi_j$ 、 $\mathbf{r}' \rightarrow \mathbf{x}_j$  と置き換え、粒子  $j$  がもつ体積、質量、密度をそれぞれ  $V_j$ 、 $m_j$ 、 $\rho_j$  とした。 $\phi_j$  は粒子  $j$  がもつ物理量である。

式 (2.2.8) を用いて、勾配とラプラシアンを求める。式 (2.2.8) において  $x$  をパラメータとしてもっているのは、 $W$  のみなので勾配は以下の式となる。

$$\phi(x) = \sum_j m_j \frac{\phi_j}{\rho_j} \nabla W(|\mathbf{x} - \mathbf{x}_j|, h) \quad (2.2.9)$$

ラプラシアンも同様に計算して以下の式となる。

$$\phi(x) = \sum_j m_j \frac{\phi_j}{\rho_j} \nabla^2 W(|\mathbf{x} - \mathbf{x}_j|, h) \quad (2.2.10)$$

## 2.3 支配方程式

### 2.3.1 ナビエ・ストークス (Navier - Stokes) 方程式

非圧縮性流体のナビエ・ストークス (Navier - Stokes) 方程式は、以下のように記述される。

$$\frac{D\mathbf{u}}{Dt} = -\frac{1}{\rho} \nabla p + \nu \Delta \mathbf{u} + \mathbf{f} \quad (2.3.1)$$

ただし、 $\rho$  は密度、 $\mathbf{u}$  は速度、 $p$  は圧力、 $\mathbf{f}$  は外力、 $\nu = \mu/\rho$  は動粘性係数 ( $\mu$  は粘性係数) である。以下では式 (2.3.1) を式 (2.2.9) 及び (2.2.10) を用いて離散化する。まず圧力項について求める。

ある粒子  $i$  から  $j$  における圧力勾配は、式 (2.2.9) を用いて以下の式のように記述できる。

$$\left( \frac{\nabla p}{\rho} \right)_i = \frac{1}{\rho_i} \sum_j m_j \frac{p_j}{\rho_j} \nabla W_{ij} \quad (2.3.2)$$

ただし  $W_{ij} = W(|x_j - x_i|)$  である。また非圧縮性流体を考える場合  $\rho_i = \rho_j$  であるが、計算のわかりやすさのために分けて記述する。一方、 $j$  から  $i$  における圧力勾配は以下のよう記述できる。

$$\left( \frac{\nabla p}{\rho} \right)_j = \frac{1}{\rho_j} \sum_i m_i \frac{p_i}{\rho_i} \nabla W_{ji} \quad (2.3.3)$$

式 (2.3.2) と式 (2.3.3) は作用反作用の法則を考えると、同じ大きさかつ逆向きの力をもっていなければならない。しかし式 (2.3.2) と式 (2.3.3) を整理すると以下の式に示すように圧力が異なっている。

$$\frac{m_i m_j p_j}{\rho_i \rho_j} \nabla W_{ij} \neq \frac{m_i m_j p_i}{\rho_i \rho_j} \nabla W_{ji} \quad (2.3.4)$$

この問題を修正するために、Monaghan [18] が提案した以下のような対称性を満たした式を用いる。

$$\left( \frac{\nabla p}{\rho} \right)_i = \sum_j m_j \left( \frac{p_j}{\rho_j^2} + \frac{p_i}{\rho_i^2} \right) \nabla W_{ij} \quad (2.3.5)$$

粘性項でも同様に、離散化の式をそのまま用いると作用反作用の法則に反するため、以下のような対称性を満たした式を用いる。

$$(\nu \Delta \mathbf{u})_i = \mu \sum_j m_j \frac{\mathbf{u}_j - \mathbf{u}_i}{\rho_j} \nabla^2 W_{ij} \quad (2.3.6)$$

### 2.3.2 連続の式

圧縮性流体の連続の式は、以下のように記述される。

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u}) = 0 \quad (2.3.7)$$

ここで、 $\rho$  は密度、 $\mathbf{u}$  は速度である。また本研究では流体として水を扱うため、非圧縮性流体と見なすことができることから、非圧縮性条件

$$\frac{D\rho}{Dt} = 0 \quad (2.3.8)$$

を用いて、式 (2.3.7) は、

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad (2.3.9)$$

と書くことができ、これが非圧縮流体における連続の式となる。この式から流速の発散がゼロとなることがわかる。

### 2.3.3 状態方程式

WCSPH 法では、状態方程式を使用して圧力を求める。MPS 法では非圧縮性を保証するためにポアソン方程式を解いて圧力を求める（半陰解法）が、計算負荷が非常に大きい。様々な状態方程式があるが、ここでは DualSPHysics で用いられている Tait 方程式 [19] を示す。

$$p = b \left[ \left( \frac{\rho}{\rho_0} \right)^\gamma - 1 \right] \quad (2.3.10)$$

ここで  $\rho_0$  は粒子の初期密度、 $\gamma = 7$ 、 $b = c_0^2 \rho_0 / \gamma$ 、 $c_0 = \sqrt{\partial P / \partial \rho}|_{\rho_0}$  は初期密度における音速である。

以上が標準的に用いられる SPH 法における離散化した支配方程式である。



## 第 3 章

# DualSPHysics における SPH 法の概要

### 3.1 DualSPHysics

本研究では、SPH 法のソフトウェアとして「DualSPHysics」(以下、DSPH と記述。) [20] を使用してシミュレーションを行なった。DSPH は、マンチェスター大学など 6 つの大学の研究者によって流体・固体シミュレーションを行うために開発されたオープンソースのソフトウェアで、SPH 法を用いて計算を行う。CPU 計算だけでなく GPU 計算にも対応しており、複雑なモデルや大規模なモデルで高速に計算することができる。

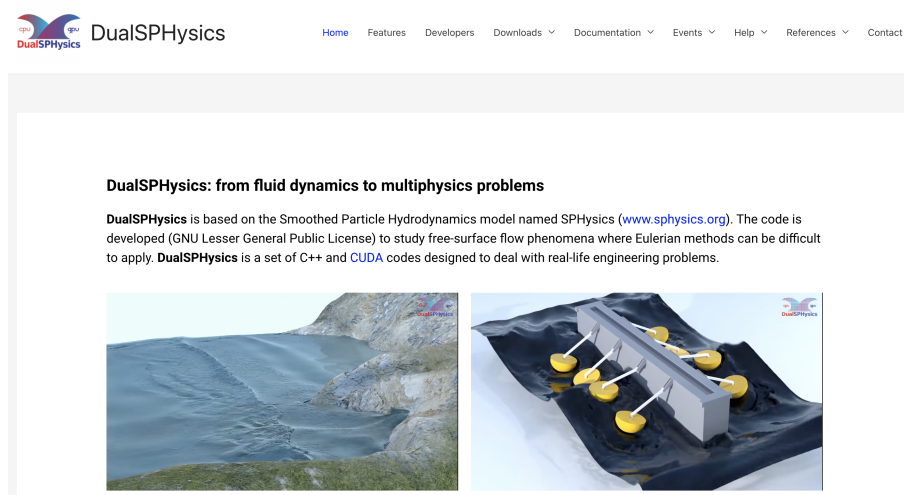


図 3.1: DualSPHysics Official website [20]

## 3.2 カーネル関数

DSPH では以下の 2 つの kernel 関数を実装されており、どちらかを選択して計算することができる。自身で kernel 関数を追加することも可能である。

### 1. Cubic spline 関数 [21]

$$W(r, h) = \alpha_D \begin{cases} 1 - \frac{3}{2}q^2 + \frac{3}{4}q^3 & 0 \leq q \leq 1 \\ \frac{1}{4}(2 - q)^3 & 1 \leq q \leq 2 \\ 0 & 2 \leq q \end{cases} \quad (3.2.1)$$

ただし、 $\alpha_D$  は 2 次元では  $10/7\pi h^2$ 、3 次元では  $1/\pi h^3$  となる。

### 2. Wendland カーネル [22]

$$W(r, h) = \alpha_D \left(1 - \frac{q}{2}\right)^4 (2q + 1) \quad 0 \leq q \leq 2 \quad (3.2.2)$$

ただし、 $\alpha_D$  は 2 次元では  $7/4\pi h^2$ 、3 次元では  $21/16\pi h^3$  となる。

ここで、 $q = r/h$  で与えられる無次元の関数、 $r$  は任意の粒子  $i$  と  $j$  の粒子間距離である。

## 3.3 支配方程式

### 3.3.1 ナビエ・ストークス方程式と人工粘性

DSPH に用いられているナビエ・ストークス方程式の形式は、上記で記述したものと異なるため、改めて用いられている式について説明する。数式については DSPH 公式 Wiki [23] と使用コードを確認した。また添字など変更しても計算に支障がない部分は、ここまでの記述に合わせるために適宜変更している。用いられている式 (3.3.1) は以下ようになる。

$$\frac{d\mathbf{u}_i}{dt} = - \sum_j m_j \left( \frac{p_j + p_i}{\rho_i \cdot \rho_j} + \Pi_{ij} \right) \nabla_i W_{ij} + \mathbf{g} \quad (3.3.1)$$

ここで  $\mathbf{g}$  は重力加速度である。 $\Pi_{ij}$  は人工粘性項を表している。式 (3.3.1) から圧力項の中に人工粘性が加えられているため、人工粘性項は  $(p/\rho^2)$  の次元を持つ必要がある。よって人工粘性項  $\Pi_{ij}$  は  $(p/\rho^2)$  の次元を持つように、以下の式で与えられる。



$$\Pi_{ij} = \begin{cases} \frac{-\alpha \bar{c}_{ij} \mu_{ij}}{\bar{\rho}_{ij}} & \mathbf{u}_{ij} \cdot \mathbf{x}_{ij} < 0 \\ 0 & \mathbf{u}_{ij} \cdot \mathbf{x}_{ij} \geq 0 \end{cases} \quad (3.3.2)$$

ここで  $\mathbf{u}_{ij} = \mathbf{u}_i - \mathbf{u}_j$ 、 $\mathbf{x}_{ij} = \mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j$  であり、 $\bar{c}_{ij} = (c_i + c_j) / 2$  は各粒子の音速の平均、 $\mu_{ij}$  は以下の式で表される。

$$\mu_{ij} = \frac{h \mathbf{u}_{ij} \cdot \mathbf{x}_{ij}}{x_{ij}^2 + \eta^2} \quad (3.3.3)$$

$$\eta^2 = 0.001 h^2 \quad (3.3.4)$$

$\alpha$  は人工粘性の強さを表す係数（人工粘性係数）で、無次元量である。また  $\mu$  は流体力学では粘性係数を表すことが一般的に多いが、式 (3.3.4) は速度の次元を持つので粘性係数ではない。

この形式の人工粘性の考え方は Monaghan et al. [24] によって提案され、衝撃波解析での数値振動を抑えるために導入された。また計算の安定性と WCSPH 法に存在する非物理的な圧力・密度振動を抑えることも可能になった。 $\alpha$  によって計算結果が変わってくるため、慎重に検討する必要がある。DSPH での推奨値は  $\alpha = 0.01$  となっている。

### 3.3.2 連続の式

次に DSPH で用いられる連続の式について記述する。式は以下ようになる。

$$\frac{d\rho_i}{dt} = \rho_i \sum_j \frac{m_j}{\rho_j} (\mathbf{u}_j - \mathbf{u}_i) \cdot \nabla_i W_{ij} \quad (3.3.5)$$

DSPH では式 (3.3.5) を計算し密度を求めているが、他の密度を求める方法として以下の式で計算することも可能である。

$$\rho_i = \sum_j m_j W_{ij} \quad (3.3.6)$$

### 3.3.3 密度拡散項

DSPH が採用している WCSPH 法は、圧力・密度に非物理的な数値振動を発生させるという大きな欠点がある。これを除去もしくは抑制するために様々な方法が提案されて

おり、人工粘性項を導入するのもその一つである。また振動を抑える別の方法として、Molteni et al. [25] が提案した密度拡散項があり、DSPH ではこれをオプションとして設定することもできる。式 (3.3.5) に示した連続の式を変更し、密度拡散項を加える形で導入する。

$$\frac{d\rho_i}{dt} = \sum_j m_j \mathbf{u}_j \cdot \nabla_i W_{ij} + \delta h c_0 \sum_j \psi_{ij} \cdot \nabla_i W_{ij} \frac{m_j}{\rho_j} \quad (3.3.7)$$

$$\psi_{ij} = 2(\rho_j - \rho_i) \frac{\mathbf{x}_{ij}}{|\mathbf{x}_{ij}|^2} \quad (3.3.8)$$

ここで、 $\delta$  は密度拡散項の大きさを決める拡散係数、 $h$  は影響半径、 $c_0$  は音速、 $\mathbf{x}_{ij} = \mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j$  である。また Fourtakas et al. [26] は、粒子が動いている場合時々刻々と変化する各粒子の密度の差の計算をしていくと計算コストがかかることから、計算コストを減らすために各粒子の密度ではなく全体の密度を用いることを提案した。

$$\psi_{ij} = 2(\rho_{ji}^T - \rho_{ij}^H) \frac{\mathbf{x}_{ij}}{|\mathbf{x}_{ij}|^2} \quad (3.3.9)$$

まず粒子が動いているときの変動する密度  $\rho_i, \rho_j$  を  $\rho_{ji}^T - \rho_{ij}^H$  と置き換える。ここで  $\rho^T, \rho^H$  はそれぞれ全密度と静水圧状態のときの密度を表す。つまり全密度から静水圧状態のときの密度を引けば、変動しているときの密度を表せるという考え方をする。そして静水圧状態時が最も密度が安定している状態のため、 $\rho_{ij}^H$  のみを用いて式 (2.3.10) の計算を行うことで、圧力・密度の非物理的な振動を抑制する。

$$\rho_{ij}^H = \rho_0 \left( \sqrt{\frac{\gamma p_{ij}^H + 1}{C_B}} - 1 \right) \quad (3.3.10)$$

$$C_B = \frac{c_0^2 \rho_0}{\gamma} \quad (3.3.11)$$

$\rho_{ij}^H$  は粒子  $i$  と  $j$  の静水圧差であり、以下の式で記述することができる。

$$p_{ij}^H = \rho_0 g z_{ij} \quad (3.3.12)$$

ここで、 $z_{ij}$  は粒子  $i$  と  $j$  の垂直距離である。

### 3.4 境界条件

DSPH 内で選択できる境界条件はいくつかあるが、ここでは計算で使用した動的境界条件 (Dynamic Boundary Condition, DBC) について記述する。

DBC は Crespo et al. [27] によって開発された手法で、壁粒子を設定する際に流体粒子と同様の計算を行うが、外力によって移動しない、つまり速度を 0 に固定して壁として配置する手法である。流体粒子が壁粒子に有効半径  $h$  の 2 倍、つまり互いのカーネル関数が重なる位置まで近づくと、粒子の密度が大きくなり圧力が上昇して、流体粒子と壁粒子の間に反発力を生み出す。

具体的に式で例を考えてみる。まずある壁粒子  $i$  と流体粒子  $j$  を考え、音速  $c_0$  が一定であると仮定する。 $i$  における状態方程式を式 (2.3.10) を  $\rho_0$  まわりでテイラー展開することで求める。ここでは一次の項のみを考える。

$$p_i = c_0^2(\rho_i - \rho_0) \quad (3.4.1)$$

粒子  $i$  と  $j$  の中心を結ぶ直線が  $z$  軸と一致すると考えると  $i$  の運動方程式は、式 (3.3.1) から次のように記述できる。ただし計算の簡単のために粘性と外力を考慮していない式を用いているが、この節の最後に粘性と外力を考慮した式を示す。

$$\frac{du_i}{dt} = -m_j c_0^2 \left( \frac{(\rho_j - \rho_0)}{\rho_j^2} + \frac{(\rho_i - \rho_0)}{\rho_i^2} \right) \frac{\partial}{\partial z_i} W_{ij} \quad (3.4.2)$$

また密度は式 (3.3.6) のように記述できるが、粒子  $i$  と  $j$  のみに着目すると以下のように記述できる。

$$\rho_i = m_j W_{ij} + m_i W_{ii} \quad (3.4.3)$$

$$\rho_j = m_i W_{ij} + m_j W_{jj} \quad (3.4.4)$$

$W_0 = W_{ii} = W_{jj}$ 、粒子  $i$  と  $j$  の質量を同じと考えると、 $\rho_i = \rho_j = \rho = m(W_{ij} + W_0)$ 、 $\rho_0 = mW_0$  と書けることから、式 (3.4.2) は以下のように書き直せる。

$$\frac{du_i}{dt} = -2c_0^2 \frac{W_{ij}}{(W_{ij} + W_0)^2} \frac{\partial}{\partial z_i} W_{ij} \quad (3.4.5)$$

また粘性項や外力なども考慮に入れた場合は以下の式のようになる。

$$\frac{d\mathbf{u}_i}{dt} = - \left( 2c_0^2 \frac{W_{ij}}{(W_{ij} + W_0)^2} + m\Pi_{ij} \right) \frac{\partial}{\partial z_i} W_{ij} + g \quad (3.4.6)$$

式 (3.4.6) が壁粒子と流体粒子の間の反発力を表している。

### 3.5 剛体運動

Monaghan et al. [28] と Monaghan [29] の研究を参考に、剛体運動の機能は実装されている。

流体粒子と剛体粒子（剛体を構成する粒子）の相互作用により、剛体の運動をシミュレーションする。剛体にはたらく力は剛体全体にかかったものの合計で表されるため、ある剛体粒子  $i$  にかかる単位質量当たりの力  $f_i$  は、壁などの固定境界に当たることがない場合以下の式で記述される。

$$f_i = \sum_j f_{ij} \quad (3.5.1)$$

$f_{ij}$  は流体粒子  $j$  から剛体粒子  $i$  にかかる単位質量当たりの力であり、以下の式で表される。

$$m_i f_{ij} = -m_j f_{ji} \quad (3.5.2)$$

式 (3.5.1)、式 (3.5.2) の考え方は、3.4 章の DBC における壁粒子の考え方とほぼ同様である。また剛体の運動を表すために、以下に記述する剛体の運動方程式を考える。

$$M \frac{dV}{dt} = \sum_i m_i f_i \quad (3.5.3)$$

$$I \frac{d\Omega}{dt} = \sum_i m_i (r_i - R_0) f_i \quad (3.5.4)$$

ここで、 $M$  は剛体の質量、 $I$  は慣性モーメント、 $V$  は剛体の速度、 $\Omega$  は角速度、 $R_0$  は重心の位置である。剛体粒子は剛体全体の一部として動くので式 (3.5.3,)、式 (3.5.4) から、粒子  $i$  の位置は次式に従って変化していく。

$$\frac{dr_i}{dt} = V + \Omega \times (r_i - R_0) \quad (3.5.5)$$

式 (3.5.5) を時間積分することで、剛体粒子の運動を求めることができる。これにより流体-剛体間の相互作用がわかるため、例えば浮体を考えたとき浮力などの計算もできるようになる。

### 3.6 造波

DSPH には Flap 式と Piston 式の造波機が実装されており、規則波、不規則波、Piston 式のみ孤立波を発生させることができる。分散関係を考えると深海波や長波より水深波長比が十分大きい浅海波の波の運動は、水面近くで大きく、水底では段々と小さくなる [30]。これを満たしている造波方法は DSPH に実装されている中では、Flap 式しかない。そのため本研究では Flap 式の造波機能を用いて、規則波を起こして計算を行なった。

DSPH で使用されている造波理論は、Havelock [31] や Biesel [32] が提案した方法に則っている。しかしこの理論をそのまま用いて規則波を造波すると、造波したい条件の波（基本波）とその波よりわずかに小さい速度の波（高調波）が発生することがある [33]。したがって波が伝播していくと造波したい条件の波ではなくなっていく。そのため基本波を正しく造波するには、高調波による影響を考慮に入れた波を造波する必要がある。これを解決するために Madsen [34] は、Piston 式造波機において高調波を発生させないために必要な造波理論を示した。また Schaffer [35] は Piston 式、Flap 式造波機において高調波についても考慮に入れた造波理論を提案している。また 2 次高調波を抑制する別の方法を Hughes [36] は提案しており、以下の  $X(t)$  のように造波機の変位を定義している。

$$X(t) = \frac{H}{2m_{cr}} \sin\left(\frac{2\pi t}{T} + \phi\right) + \left[ \left( \frac{H^2}{32 \left(1 - \frac{h}{2(h+d)}\right)} \right) \cdot \left( \frac{3 \cosh\left(\frac{2\pi h}{\lambda}\right)}{\sinh^3\left(\frac{2\pi h}{\lambda}\right)} - \frac{2}{m_{cr}} \right) \right] \sin\left(\frac{4\pi t}{T} + 2\phi\right) \quad (3.6.1)$$

$$m_{cr} = \frac{4 \sinh\left(\frac{2\pi h}{\lambda}\right)}{\sinh\left(\frac{4\pi h}{\lambda}\right) + \frac{2\pi h}{\lambda}} \left[ \sinh\left(\frac{2\pi h}{\lambda}\right) + \frac{1 - \cosh\left(\frac{2\pi h}{\lambda}\right)}{\frac{2\pi}{\lambda}(h+d)} \right] \quad (3.6.2)$$

ここで、 $H$  は波高、 $h$  は水深、 $\phi(0 < \phi < 2\pi)$  は初期位相、 $x$  は波の伝搬距離、 $T$  は波の周期、 $\lambda$  は波長、 $d$  は水面から造波機のヒンジまでの長さ（ヒンジが水底より上にあれば  $d < 0$ 、下にあれば  $d > 0$ ）である。式 (3.6.1, 3.6.2) は Flap 式と Piston 式両方の造波装置に適用することができる。ただし式 (3.6.1) は、 $H\lambda^2/h^3 < 8\pi^2/3$  の範囲に入る波高と水深のときに用いることができる。

造波版の運動は Flap 式では角度で表され、以下の式で記述できる。

$$\theta(t) = \arctan\left(\frac{X(t)}{h+d}\right) \quad (3.6.3)$$

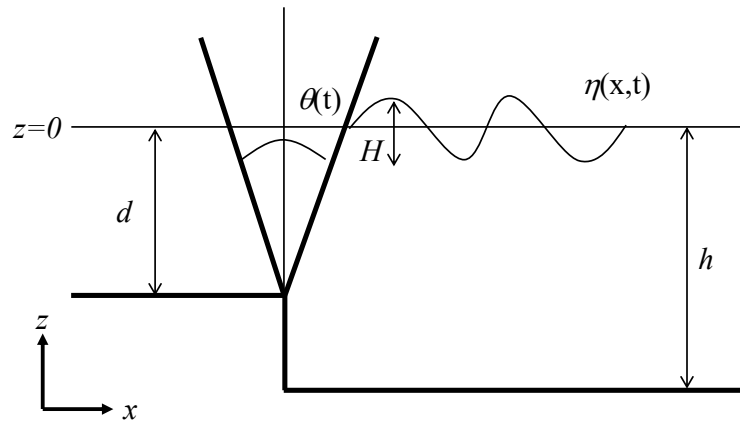


図 3.2: Conceptual drawing of the Flap-type wavemaker

### 3.6.1 ダンピング

DSPH にはダンピング機能が実装されており、始点と終点を決めてダンピングの範囲を指定することで、その範囲で波を消波する。以下のように記述される式を用いて消波の計算を行う。[23]。

$$\boldsymbol{v} = \boldsymbol{v}_0 f(x, dt) \quad (3.6.4)$$

$$f(x, dt) = 1 - dt \cdot \beta \left( \frac{x - x_0}{x_1 - x_0} \right)^2 \quad (3.6.5)$$

ここで、 $\boldsymbol{v}$  は終速、 $\boldsymbol{v}_0$  は粒子の初期速度、 $f(x, dt)$  は減衰関数、 $x$  粒子の位置、 $dt$  は時間刻み幅、 $\beta$  はダンピングの強さを決める係数、 $x_0, x_1$  はそれぞれダンピングゾーンの始点と終点である。

## 3.7 数値積分法

DSPH には Verlet 法 (ベレ、もしくはベルレ法) [37] と Symplectic 法 (シンプレティック法) [38] の 2 つの数値積分法が実装されている。なおシンプレティック法は公式 Wiki [23] では Symplectic position Verlet scheme と記述されていたが、分野によって異なる呼び方で知られているので注意されたい。Verlet 法は分子動力学における数値積分法として広く

用いられている手法である。本研究ではシンプレティック法を用いたため、以下ではシンプレティック法が DSPH にどのように実装されているかについて簡単に説明する。

まず説明の簡単のために、支配方程式を以下のように記述する。

$$\frac{d\mathbf{u}_i}{dt} = F_i, \quad \frac{d\rho_i}{dt} = R_i, \quad \frac{d\mathbf{r}_i}{dt} = \mathbf{u}_i \quad (3.7.1)$$

ここで、 $\mathbf{u}_i$  は粒子  $i$  の速度、 $\rho_i$  は密度、 $\mathbf{r}_i$  は位置ベクトルである。次のように位置と速度を更新していく。

$$\begin{aligned} \mathbf{r}_i^{n+\frac{1}{2}} &= \mathbf{r}_i^n + \frac{\Delta t}{2} \mathbf{u}_i^n \\ \mathbf{u}_i^{n+1} &= \mathbf{u}_i^n + \Delta t \mathbf{F}_i^{n+\frac{1}{2}} \\ \mathbf{r}_i^{n+1} &= \mathbf{r}_i^{n+\frac{1}{2}} + \frac{\Delta t}{2} \mathbf{u}_i^{n+1} \end{aligned} \quad (3.7.2)$$

ここで、 $n$  は時間ステップを示し、 $t = n\Delta t$  である。式 (3.3.1) と式 (3.3.5) から人工粘性項ある場合と密度に変化がある（静水圧状態ではない）場合、 $n + 1/2$  ステップ目で速度の計算が必要となる。それについても考慮に入れた DSPH に実装されている手法は以下のように記述される。

$$\begin{aligned} \mathbf{r}_i^{n+\frac{1}{2}} &= \mathbf{r}_i^n + \frac{\Delta t}{2} \mathbf{u}_i^n \\ \mathbf{u}_i^{n+\frac{1}{2}} &= \mathbf{u}_i^n + \frac{\Delta t}{2} \mathbf{F}_i^n \\ \mathbf{u}_i^{n+1} &= \mathbf{u}_i^n + \Delta t \mathbf{F}_i^{n+\frac{1}{2}} \\ \mathbf{r}_i^{n+1} &= \mathbf{r}_i^n + \Delta t \frac{(\mathbf{u}_i^{n+1} + \mathbf{u}_i^n)}{2} \end{aligned} \quad (3.7.3)$$

また密度は以下の式のように計算され、更新される。

$$\begin{aligned} \rho_i^{n+\frac{1}{2}} &= \rho_i^n \frac{\Delta}{2} \mathbf{R}_i^n \\ \rho_i^{n+1} &= \rho_i^n \frac{2 - \varepsilon^{n+\frac{1}{2}}_i}{2 + \varepsilon^{n+\frac{1}{2}}_i} \\ \varepsilon^{n+\frac{1}{2}}_i &= -\Delta t \frac{R_i^{n+\frac{1}{2}}}{\rho_i^{n+\frac{1}{2}}} \end{aligned} \quad (3.7.4)$$

### 3.8 可変タイムステップ

数値計算において数値的な安定性を保証するための条件として、Courant-Friedrichs-Lewy(CFL、クーラン-フリードリッヒ-リューイ)条件 (もしくは Courant 条件) がある。これは計算における情報の伝搬速度  $\Delta x/\Delta t$  が実際の現象の伝搬速度  $u$  以上でなければいけないことを示している。

$$C = \frac{u\Delta t}{\Delta x} < 1 \quad (3.8.1)$$

ここで  $\Delta x$  は格子幅、 $\Delta t$  は時間刻み幅であり、 $C$  をクーラン数 (Courant number、もしくは CFL number) と呼ぶ。SPH 法では式 (3.8.1) を格子幅に影響半径  $h$ 、実現象の伝搬速度に音速  $c_s$  を用いた以下の式で記述する。

$$C \equiv c_s \frac{\Delta t_{CFL}}{h} < 1$$

$$\rightarrow \Delta t_{CFL} = C \frac{h}{c_s} \quad (3.8.2)$$

また Monaghan et al. [39] は式 (3.8.2) に粘性の影響を考慮した以下の式を提案しており、DSPH ではこの式を採用している。

$$\Delta t_{cv} = \min_i \frac{h}{c_s + \max_j \left| \frac{h\mathbf{u}_{ij} \cdot \mathbf{r}_{ij}}{r_{ij}^2 + \eta^2} \right|} \quad (3.8.3)$$

さらに、SPH 法では以下の式で記述される粒子の加速度に関する条件も考慮に入れる必要がある [40]。

$$\Delta t_f = \min_i \sqrt{\frac{h}{|f_i|}} \quad (3.8.4)$$

$$f_i = \frac{d^2 \mathbf{r}_i}{dt^2}$$

DSPH では以上の2つの条件から求まる時間刻み幅で、小さい方の時間刻み幅を用いる。

$$\Delta t = C \min(\Delta t_{cv}, \Delta t_f) \quad (3.8.5)$$

SPH 法においてクーラン数  $C$  は経験的に 0.1~0.3 の範囲が推奨されている。



### 3.9 Chrono ソルバー

本研究では氷板の曲げを表現するために、DSPH の機能とは別に DSPH 内に結合されているオープンソースライブラリである Project Chrono の Chrono ソルバーを使用している。Chrono ソルバーを使用することで、バネやヒンジなどの弾性挙動を近似的に表現することができる。

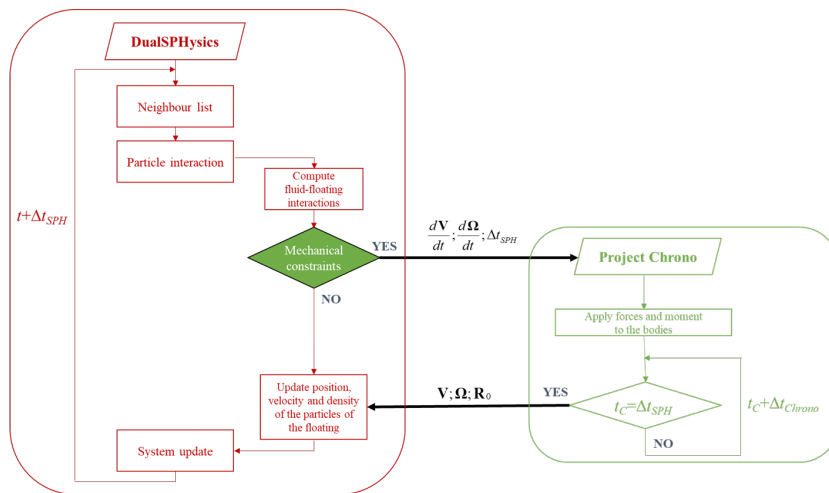


図 3.3: Flowchart of the coupling between DualSPHysics and Project Chrono (出典 : DSPH 公式 Wiki [23])

以下では本研究で使用している **hinge** 機能について説明する。**hinge** は複数の剛体板をつなぎその板と板の間に、以下のモーメントを表す式を用いて弾性体の曲げを擬似的に表現する。

$$M = k\theta + cvel.\theta \quad (3.9.1)$$

ここで、 $k$  (Nm/rad) はねじり剛性、 $\theta$  は曲げの角度、 $c$  (Nms/rad) はねじりによる減衰、 $vel.\theta$  は角速度である。実際にシミュレーションする際は、 $k$  と  $c$  に加えて回転する位置、方向 ( $x, y, z$ ) を設定して計算を行う。

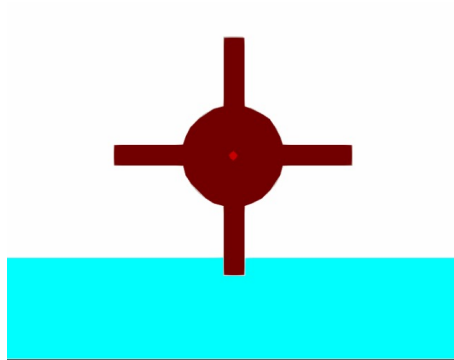


図 3.4: Schematic of the Hinge function in Chrono (出典 : DSPH 公式ガイド [41])

## 第 4 章

# 造波の検証

本章では SPH 法における造波効率を検証し、計算条件とその結果について説明する。

### 4.1 DualSPHysics における造波の検証

SPH 法を用いた波の計算はこれまで多くの研究がなされてきた。例えば DSPH でも Altomare et al. [42] によって波の検証計算が行われている。しかし DSPH を用いて水槽を模して波の計算を行なった際に、Altomare et al. [42] の検証では見られなかった波の空間的な減衰が見られた。また小笠原ら [48] が行なった水槽実験によれば、開放水面では入射波条件に依らず波高はほぼ一定に保たれるため、同程度の大きさの水槽を想定している計算では波の減衰はほとんど見られないはずである。そのため減衰する条件を調べるために造波の検証を行なった。検証するパラメータとして Roseli et al. [43] や Quartier et al. [44] を参考に波に影響を与える、影響半径粒子径比  $h/dp$ 、人工粘性係数  $\alpha$ 、周期  $T$  の 3 つについて計算を行なった。

図 4.1 に計算に用いた数値水槽の設定図を示す。水槽の大きさに関しては Zhang et al. [10] を参考にした。シミュレーションは 2 次元で行い、造波形式は Flap 式、水槽は beach ( $\theta = \arctan(1/8) \approx 7.125^\circ$ ) になっており、16~20m の間にダンピングを入れている。

DSPH では  $h/dp = \sqrt{2}coefh$  と定義しており、 $coefh$  を設定することで  $h/dp$  を変更する。この  $coefh$  には DSPH の推奨値があり、 $coefh = 1.2, 1.5$  が造波を行う際には推奨されている。以下では簡略化のために  $coefh$  を  $h_c$  と記述する。

また  $\alpha$  に関しても推奨値が存在し、波の伝搬や波の構造物への作用を調査する際には  $\alpha = 0.01$  [45] が推奨されている。そのためまずこの推奨値を造波検証の際の基準として、それに加えて Roseli et al. [43] と Padova et al. [47] を参考に検証する範囲を決めた。 $h_c$ 、 $\alpha$  に関して検証した後、その 2 つの値を固定して周期  $T$  について検証を行なった。

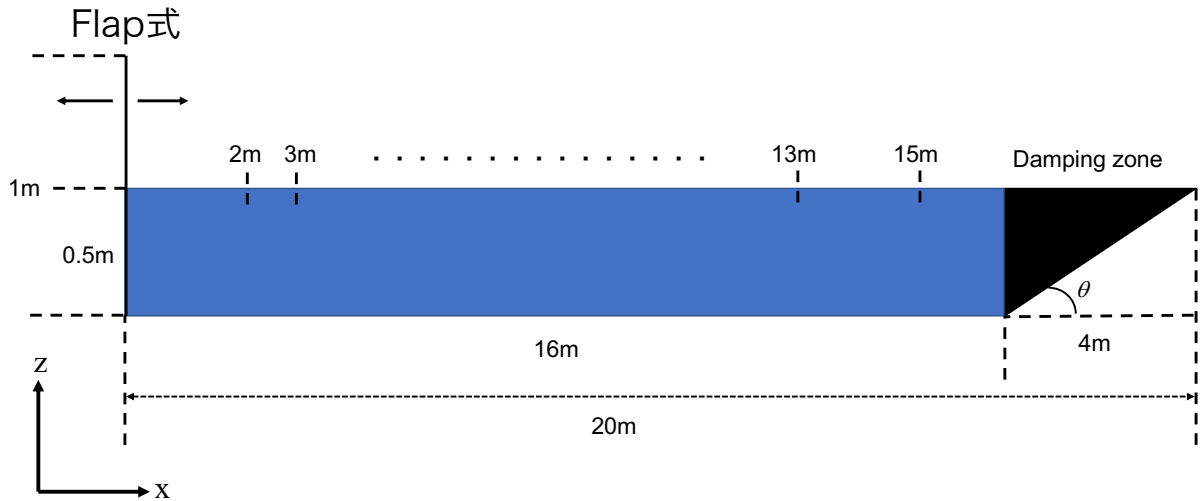


図 4.1: Schematic diagram of the numerical aquarium used for wave verification

## 4.2 分散関係

この後の計算において分散関係について考えるため、その理論について考える。まず静止水面における分散関係を考える。分散関係は角振動数  $\omega$  と波数  $k$  の関係式で、以下の式 4.2.1 で表される。

$$\omega^2 = gk \tanh kd \quad (4.2.1)$$

ここで、 $g$  は重力加速度、 $d$  は水深である。また分散関係から位相速度  $v_p$ 、群速度  $v_g$  はそれぞれ以下の式 4.2.2、式 4.2.3 のように定義される。

$$v_p = \frac{\omega}{k} \quad (4.2.2)$$

$$v_g = \frac{\partial \omega}{\partial k} \quad (4.2.3)$$

また式 4.2.1、式 4.2.2、式 4.2.3 から、 $v_p$ 、 $v_g$  は以下の式のように書き直せる。

$$v_p = \sqrt{\frac{g}{k} \tanh kd} \quad (4.2.4)$$

$$v_g = \frac{g}{2\sqrt{gk \tanh kd}} \left( \tanh kd + \frac{1}{\cosh^2 kd} \right) \quad (4.2.5)$$

これにより  $v_p$ 、 $v_g$  を求めることができる。しかし計算すると波数  $k$  が両辺に出てくるため超越方程式となり、繰り返し計算によって数値的に求める必要がある。そのため Python の `scipy.optimize.root_scalar` 関数を用いて計算した。

### 4.3 計算条件

本研究では波浪と氷の相互作用を見るために流体として淡水を想定し、流体の密度を  $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$  とした。また粒子径  $dp$  に関して Altomare et al. [45] は、5つの  $dp$  の値を用いて  $H/dp$  について検証しており、その結果と経験則から計算コストを抑えた上で正確なモデリングを行うには、 $H/dp \geq 10$  にすると再現性が満足される結果が得られると記述している。つまり  $dp \leq H/10$  となるように  $dp$  を決めると良いということになる。そのため本検証では波高  $H = 0.05\text{m}$ 、 $dp = 0.005\text{m}$  と固定して計算を行なった。また式 (3.8.5) のクーラン数  $C$  は、Roseli et al. [43] と経験的に推奨されている値を参考に  $C = 0.2$  としている。

波高に関しては、ピークツーピーク値 (Peak-to-peak value) を用いた。これは波の振幅における正の最大値と負の最大値の差をとった値である。また波高の計測点はダンピングゾーンの範囲外である、造波板から beach 側に 2~13m をそれぞれ 1メートルおきに 12地点と 15m とした。14m は設定ミスのため計算できなかった。

その他のオプションの設定についても以下の表 4.1 に示す。このオプションの設定は今後の全ての計算で共通である。

表 4.1: Setting options for DSPH

Time Integration	Symplectic 法
Time Step	可変タイムステップ
Kernel function	Wendland カーネル
Boundary condtion	Dynamic boundary condition (DBC)
Wave maker	Flap 式

## 4.4 計算結果

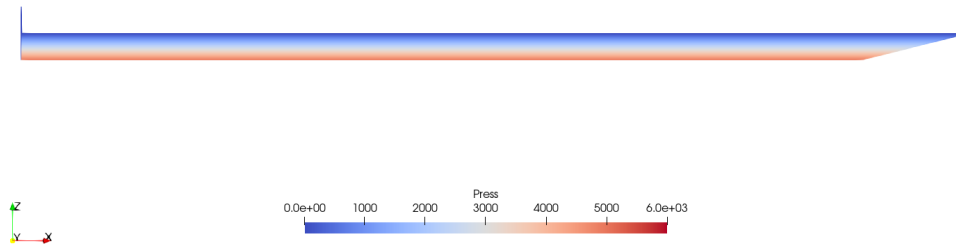
### 4.4.1 影響半径粒子径比

まず  $h_c$  に関して  $H$  の減衰検証を行なった。検証した  $h_c$  の範囲について表 4.2 に示す。 $\alpha$  は推奨値である  $\alpha = 0.01$ 、周期  $T$  に関しては Zhang et al. [10] を参考に値を決めた。影響半径と粒子数（粒子径）は両方が空間解像度に影響を及ぼす。また解析したい要素を表すために必要な大きさや数は対象としている系によって変わるため、系ごとに値を調整しなければならない。

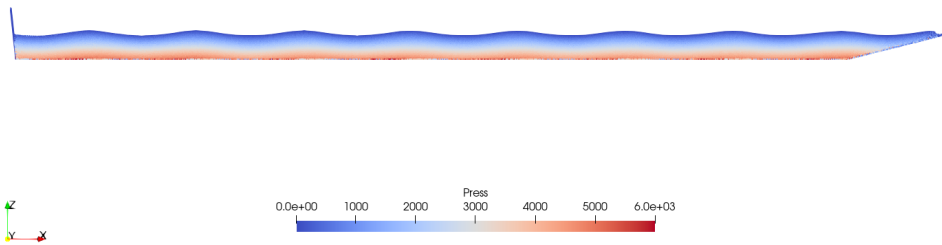
表 4.2: Calculation conditions for  $h_c$  verification

case	$H$ (m)	$dp$ (m)	$\alpha$	$T$ (s)	$h_c$
1					1.0
2					1.2
3	0.05	0.005	0.01	1.2	1.4
4					1.5
5					2.0

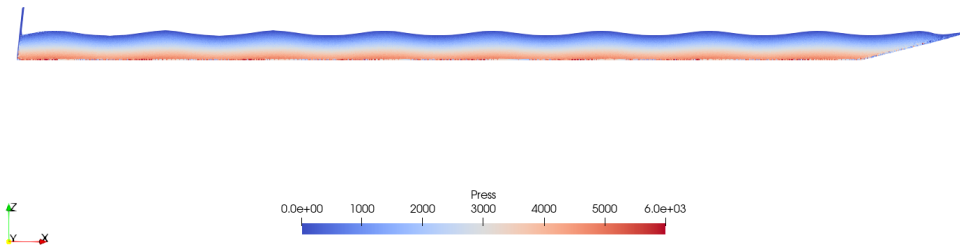
$h_c = 1.4$  の  $t = 0, 20, 40, 60, 80, 100, 120, 140, 160, 180$ s におけるシミュレーションのスナップショットを以下の図 4.4 に示す。



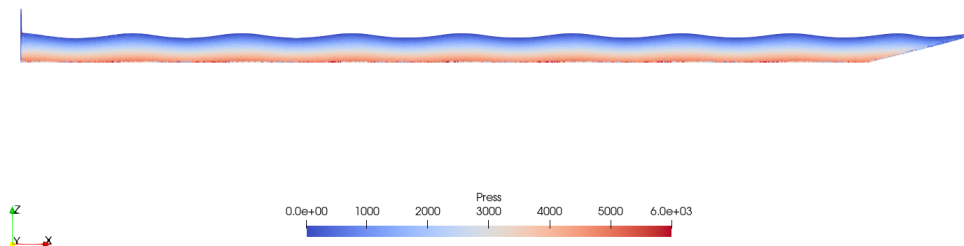
(a)  $t = 0s$



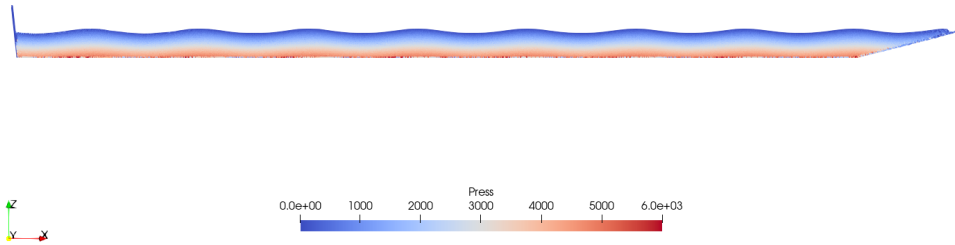
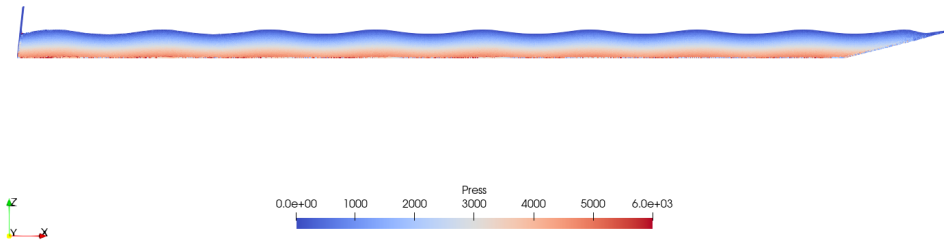
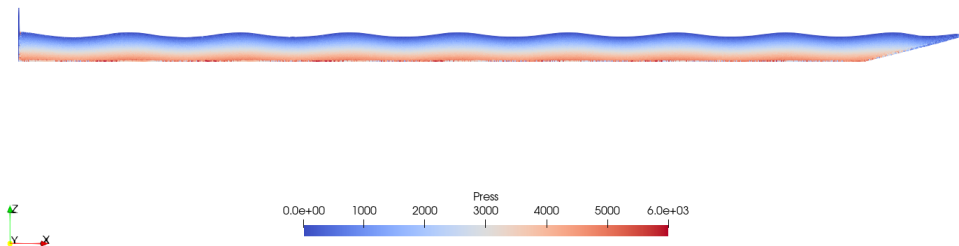
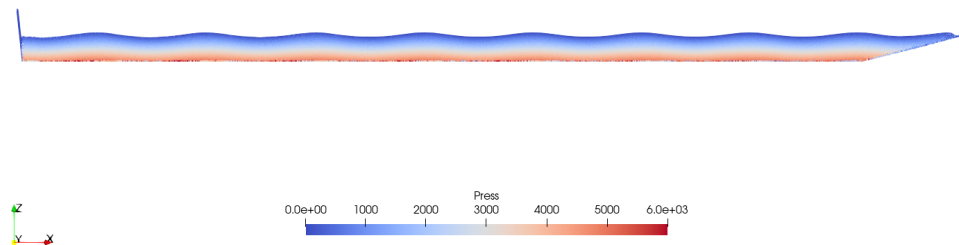
(b)  $t = 20s$



(c)  $t = 40s$



(d)  $t = 60s$

(a)  $t = 80\text{s}$ (b)  $t = 100\text{s}$ (c)  $t = 120\text{s}$ (d)  $t = 140\text{s}$



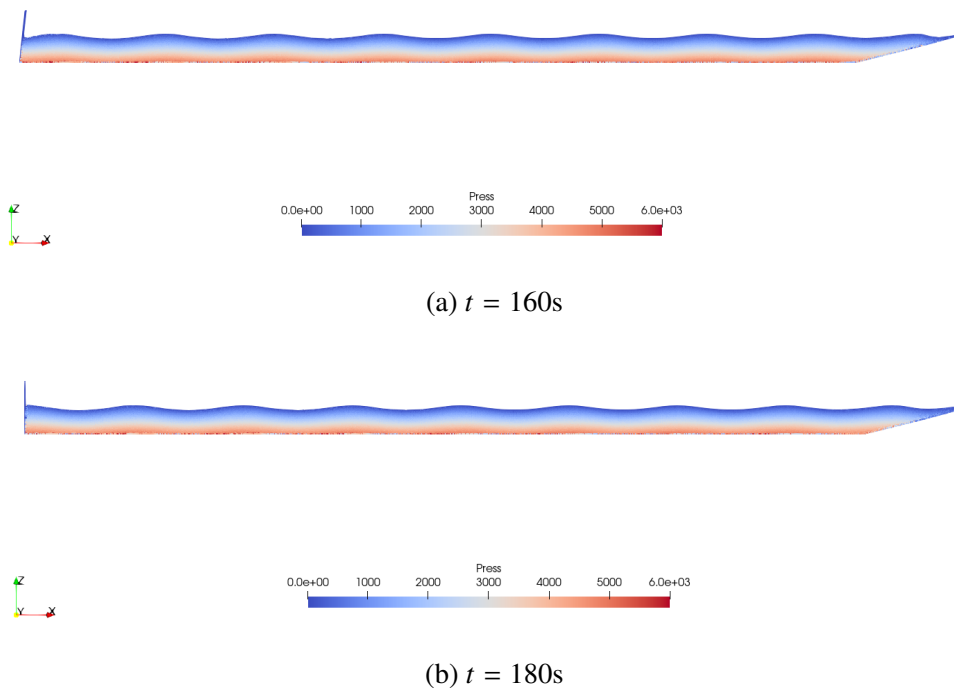
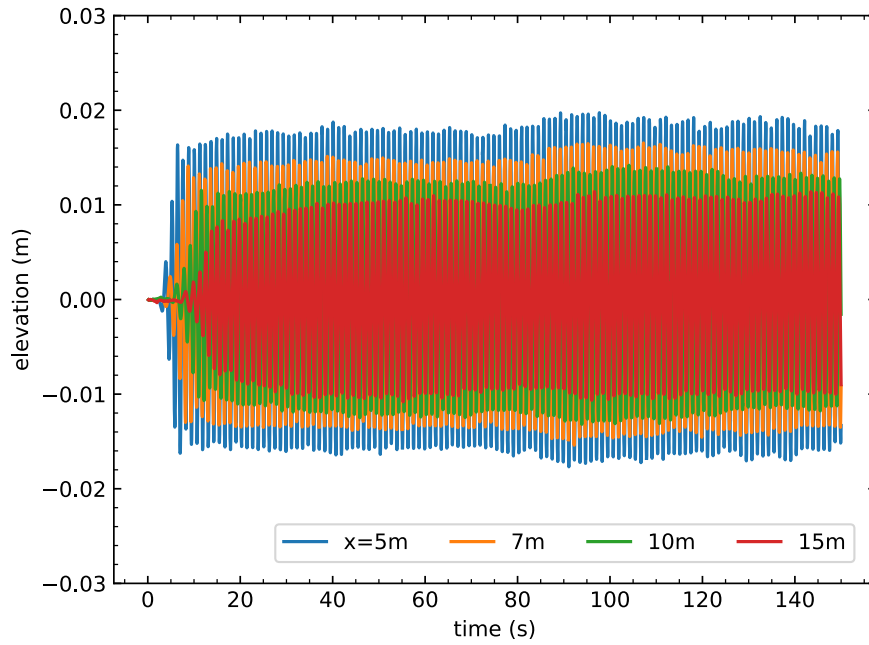
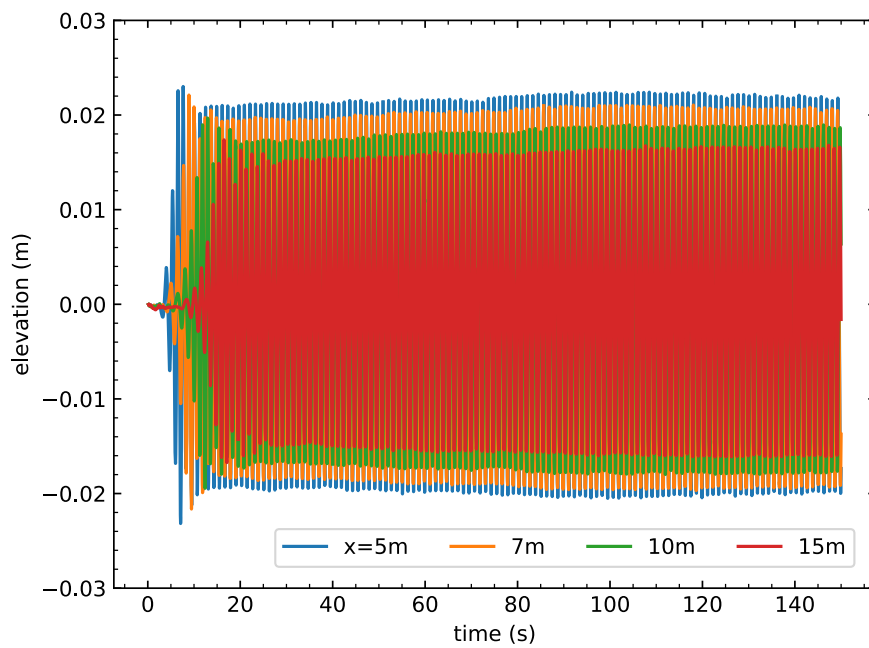
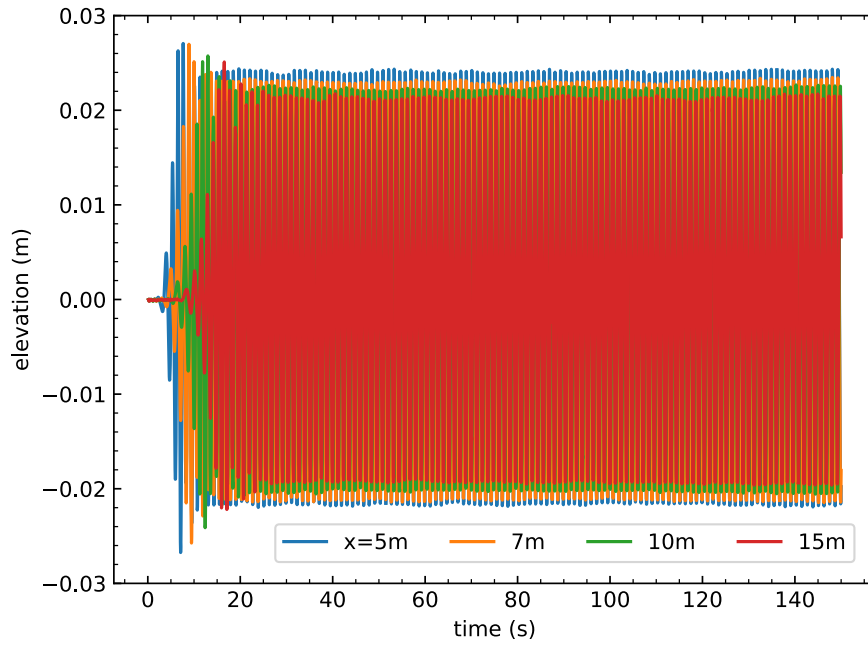
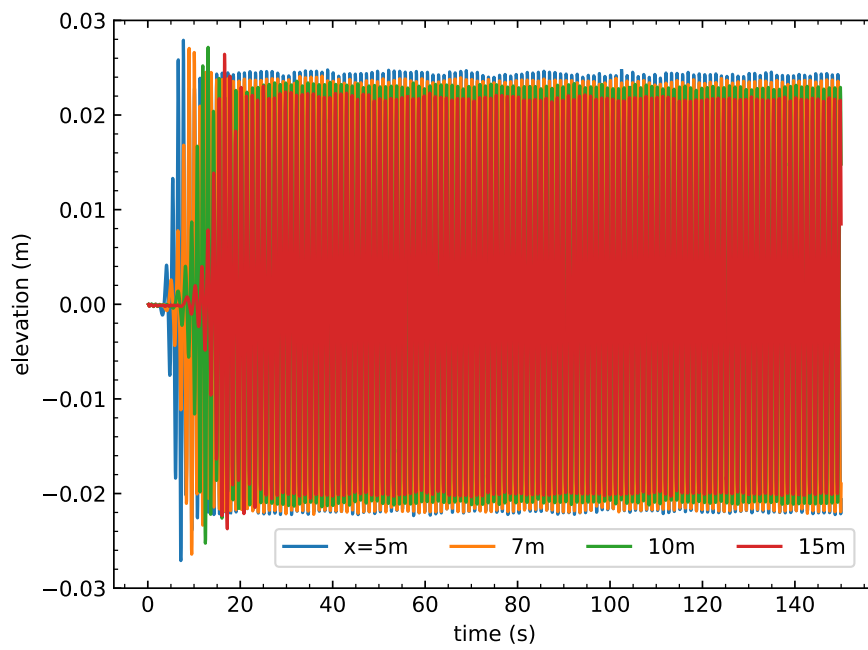


図 4.4: Snapshot of the simulation of  $h_c = 1.4$

各  $h_c$  における波高の時系列を以下の図 4.5、図 4.6、図 4.7、図 4.8、図 4.9 に示す。以下のグラフは計測点  $x = 5, 7, 10, 15m$  での計算結果を抜き出している書いている。

図 4.5: Time history of  $H$  at  $h_c = 1.0$ 図 4.6: Time history of  $H$  at  $h_c = 1.2$

図 4.7: Time history of  $H$  at  $h_c = 1.4$ 図 4.8: Time history of  $H$  at  $h_c = 1.5$

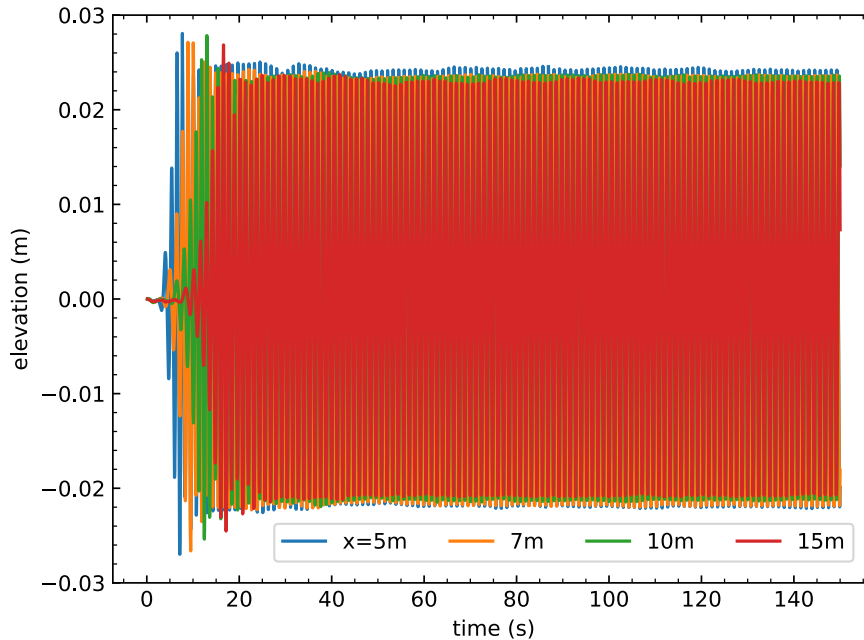


図 4.9: Time history of  $H$  at  $h_c = 2.0$

$h_c = 1.0$  では造波位置から計測点が遠いほど大きな波高の減衰が見られた。また別の地点でも設定している波高  $H = 0.05\text{m}$  よりも  $0.015\text{m}$  以上小さい波高が計測された。 $h_c = 1.2$  でも造波位置から計測点が遠いほど大きな波高の減衰が見られたが、設定波高との差が小さくなった。 $h_c = 1.4, 1.5, 2.0$  は波高の時系列グラフからは大きな違いがわからなかった。

そのためこの減衰傾向を明確にするために、計算された波高  $H_{cal}$  (calculated  $H$ ) を設定波高  $H$  (set  $H$ ) で除した  $H_{cal}/H$  を各  $h_c$  で求めた。そのグラフを以下の図 4.10 に示す。ここで  $H_{cal}$  は計算された全周期の内、後半の 30 周期分の平均をとったものを用いた。

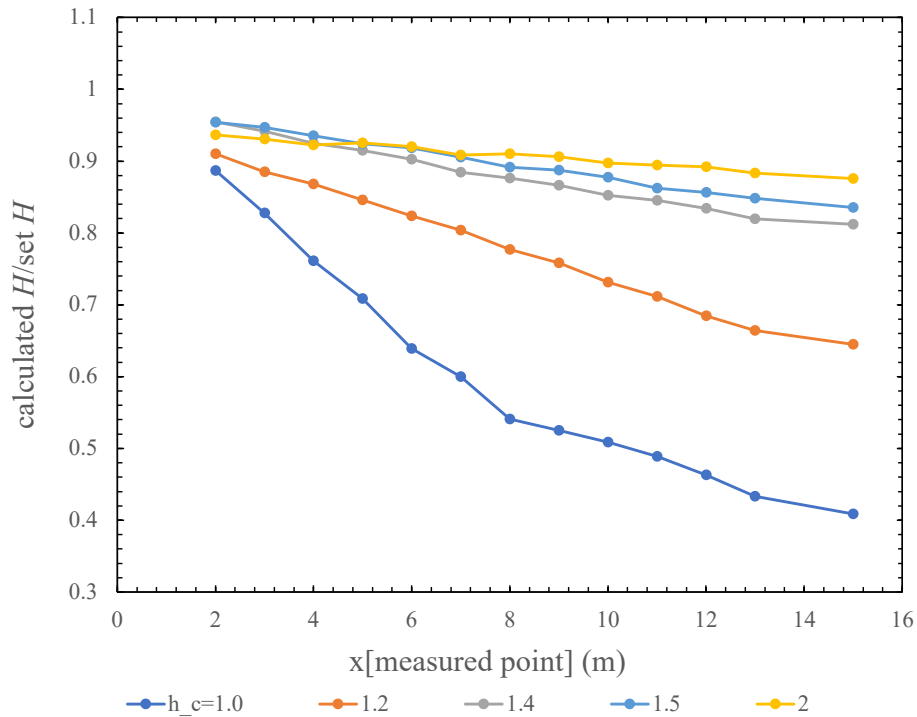


図 4.10: Wave attenuation trend at each  $h_c$ .

図 4.10 の結果から  $h_c = 1.4, 1.5, 2.0$  では、波高減衰率がほぼ変わらなかった。そのため計算コストの観点から  $h_c = 1.4$  を今後の計算で用いることとした。

またこの減衰率について分子粘性による減衰と比べてみる。Behroozi [46] によれば、粘性係数と波の減衰率  $\alpha$  には以下の式 (4.4.1) の関係が成り立つ。

$$\alpha = \frac{2k^2\eta}{\rho v_g} \quad (4.4.1)$$

ここで、 $k$  は波数、 $\eta$  は粘性係数、 $\rho$  は密度、 $v_g$  は群速度である。このためこの後の計算で用いる各周期における波長、波数、群速度を計算した。群速度に関しては式 (4.2.5) を用いて計算した。以下の表 4.3 に各周期におけるそれぞれのパラメータを示す。

表 4.3: Group velocity in each  $T$ 

$T$ (s)	$\lambda$ (m)	$k$ (1/m)	$v_g$ (m/s)
0.8	0.9956	6.3109	0.6265
1.2	2.0483	3.0675	1.0122
1.5	2.8265	2.2230	1.3544
2.0	4.0564	1.5489	1.9158
2.5	5.2386	1.1994	2.4357
3.0	6.3959	0.9824	2.9213

例えば本計算で用いている  $T = 1.2\text{s}$  で減衰係数  $\alpha$  を計算する。動粘性係数を  $\eta/\rho = 1.004 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$  とすると以下のようなになる。

$$\begin{aligned}\alpha &= \frac{2 \times (3.0675)^2 \times 1.0041 \times 10^{-6}}{1.0122} \\ &= 1.867 \times 10^{-5}\end{aligned}$$

一方で、各  $h_c$  における減衰係数は以下の表 4.4 のようになる。

表 4.4:  $\alpha$  in each  $h_c$ 

$h_c$	$\alpha$ (1/m)
1.0	0.061
1.2	0.028
1.4	0.013
1.5	0.011
2.0	0.005

減衰率を比べると、SPH 法の計算結果は理論値よりも  $10^3$  程度大きい値となった。このことから本研究による減衰は分子粘性による減衰だけでなく、SPH 法の計算における数値減衰が含まれていることとなる。そのためまずはこの減衰を除去、もしくは抑制することが必要となる。

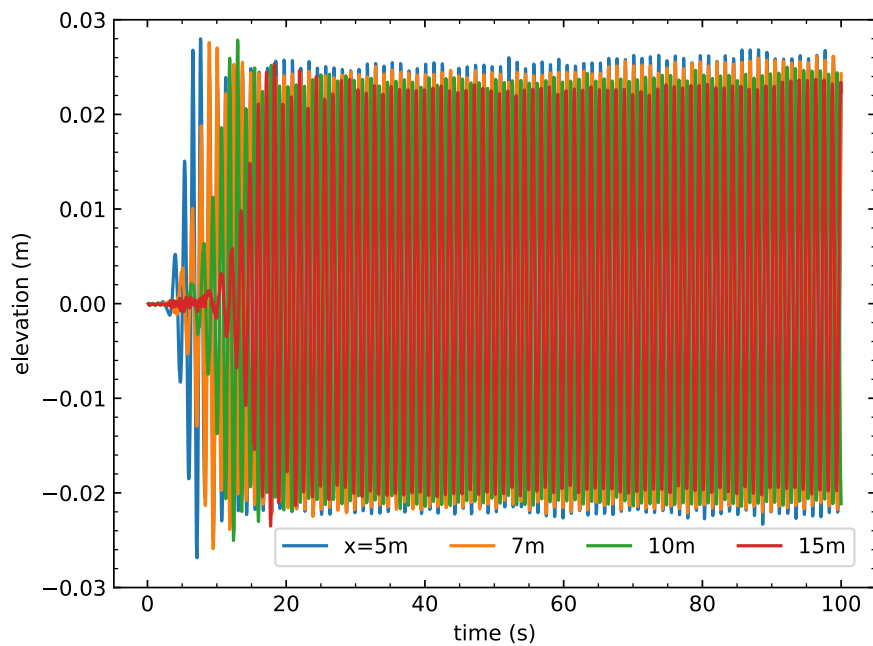
#### 4.4.2 人工粘性係数

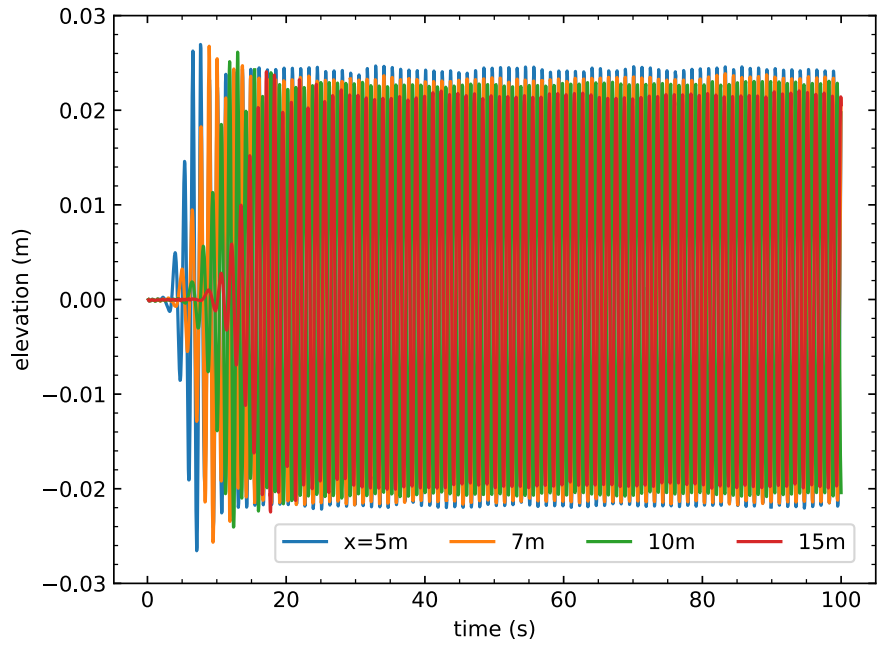
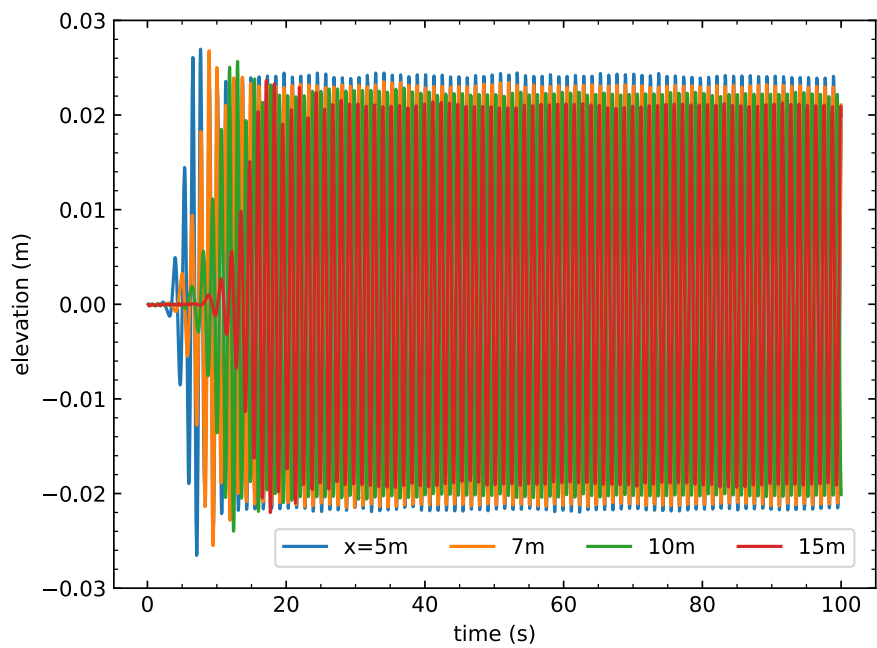
各  $\alpha$  に関して  $H$  の検証を行なった。検証した  $\alpha$  の範囲について表 4.5 に示す。 $h_c$  は先ほどの結果から  $h_c = 1.4$ 、周期  $T$  に関しては  $h_c$  の検証と同様に  $T = 1.2\text{s}$  とした。

表 4.5: Calculation conditions for artificial viscosity verification

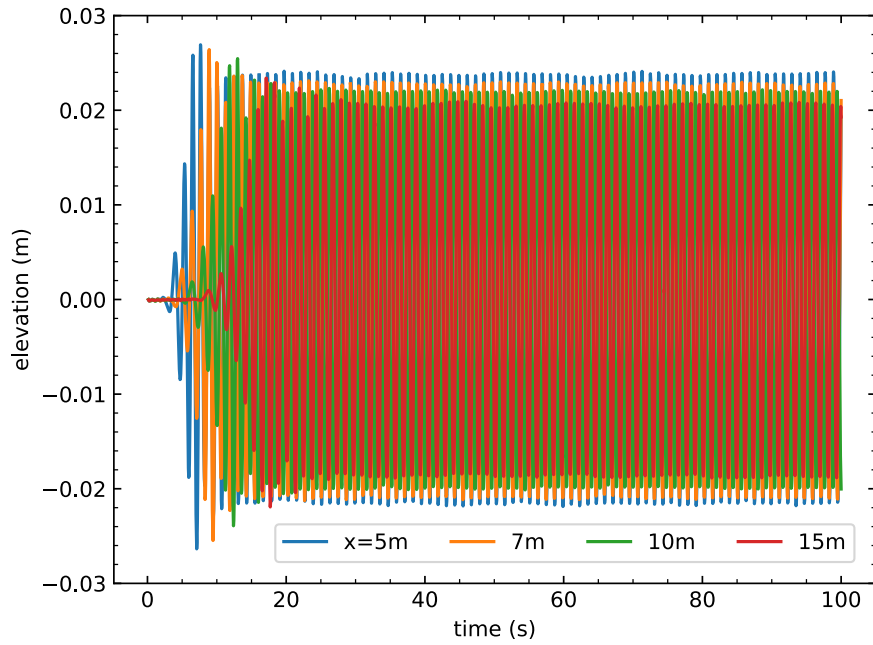
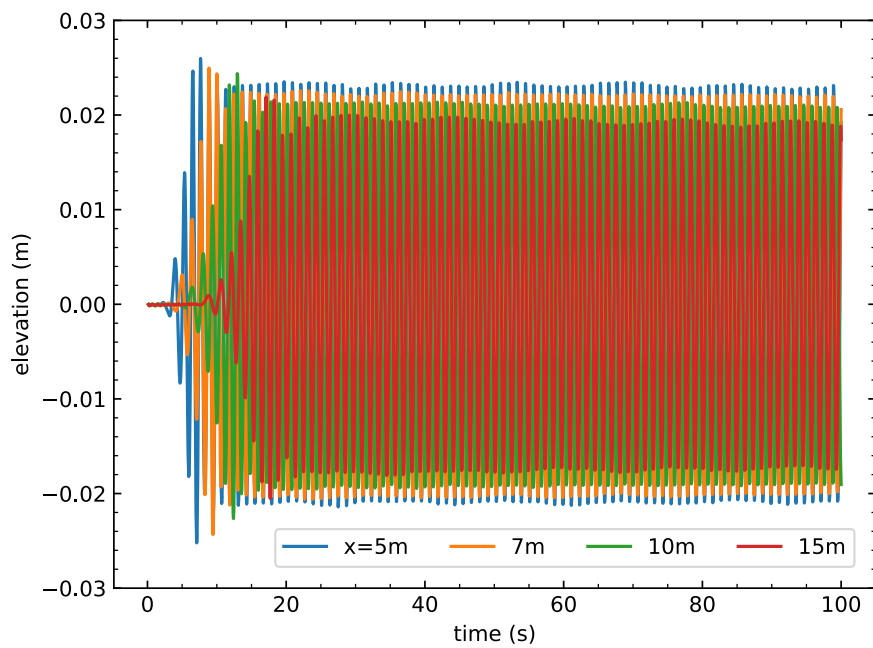
case	$H$ (m)	$dp$ (m)	$\alpha$	$T$ (s)	$h_c$
1	0.05	0.005	0.001	1.2	1.4
2			0.005		
3			0.010		
4			0.015		
5			0.030		

各  $\alpha$  における波高の時系列グラフを以下の図 4.11、図 4.12、図 4.13、図 4.14、図 4.15 に示す。以下のグラフは計測点  $x = 5, 7, 10, 15\text{m}$  での計算結果を抜き出して書いている。

図 4.11: Time history of  $H$  at  $\alpha = 0.001$

図 4.12: Time history of  $H$  at  $\alpha = 0.005$ 図 4.13: Time history of  $H$  at  $\alpha = 0.01$



図 4.14: Time history of  $H$  at  $\alpha = 0.015$ 図 4.15: Time history of  $H$  at  $\alpha = 0.03$

各  $\alpha$  における波高の時系列グラフを見ると、 $\alpha$  が大きくなるほど波高の減衰が大きくなっていることがわかる。また  $\alpha = 0.001$  では波高が振動しており、わずかに波高全体が右肩上がりになっている。この減衰傾向についても明確にするために、 $h_c$  と同様の方法で各人工粘性係数の  $H_{cal}/H$  を求めた。以下の図 4.16 にその結果を示す。

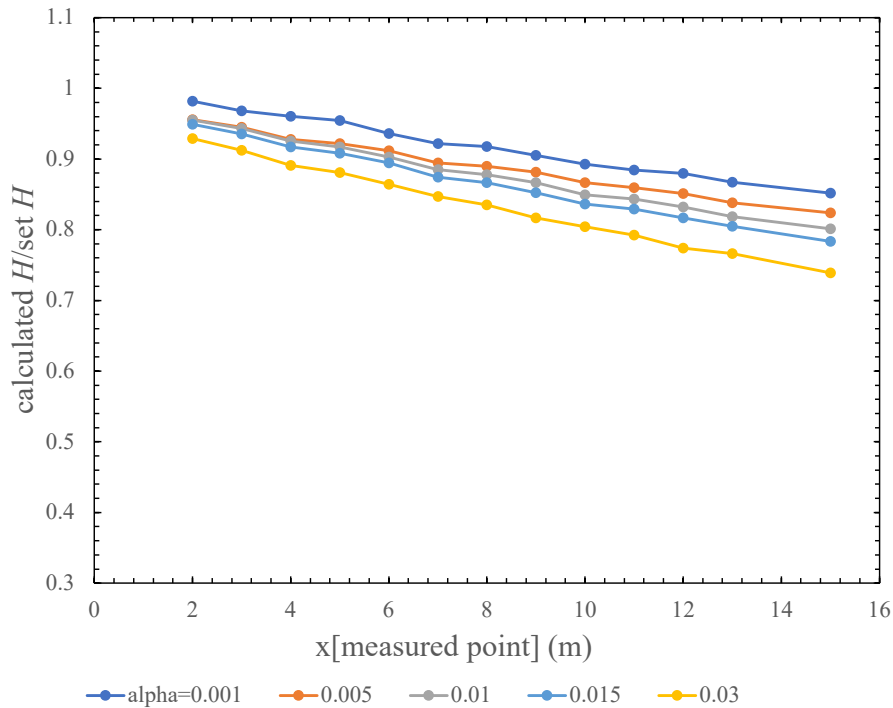


図 4.16: Wave attenuation trend for each  $\alpha$ .

図 4.16 の結果から  $\alpha = 0.001$  が最も波高減衰率が小さい。しかし波高の振動と波高全体が右肩上がりになる傾向がわずかに見てとれるため、それを明確にするために設定波高などの条件は全て揃えて水槽の形のみを変えて  $\alpha = 0.001, 0.005$  の減衰率が小さかった 2 つの値について計算を行なった。箱型水槽の模式図を図 4.17 に示す。

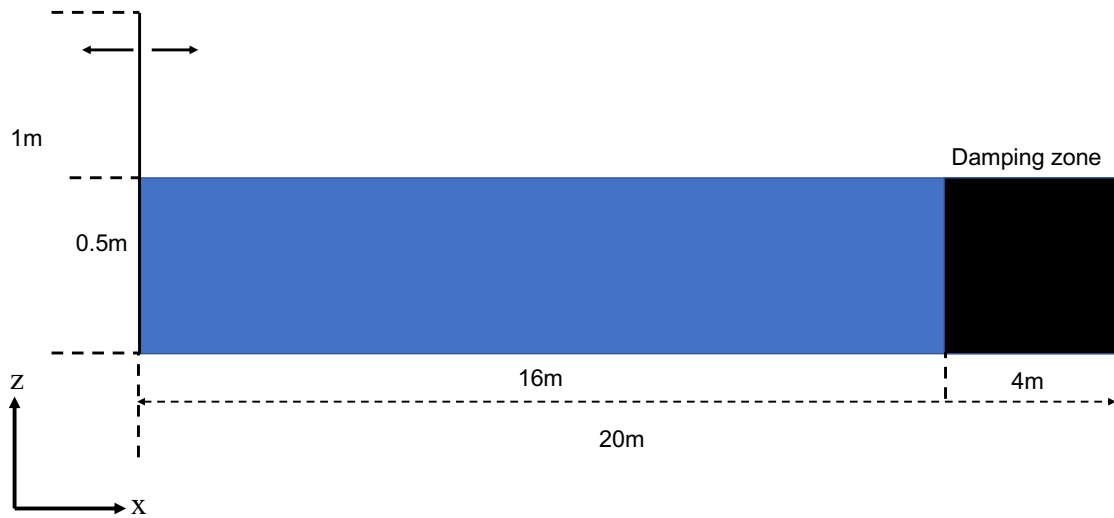


図 4.17: Schematic diagram of the box-type numerical aquarium used for wave verification

$\alpha = 0.001, 0.005$  における波高の時系列グラフを以下の図 4.18、図 4.19 に示す。

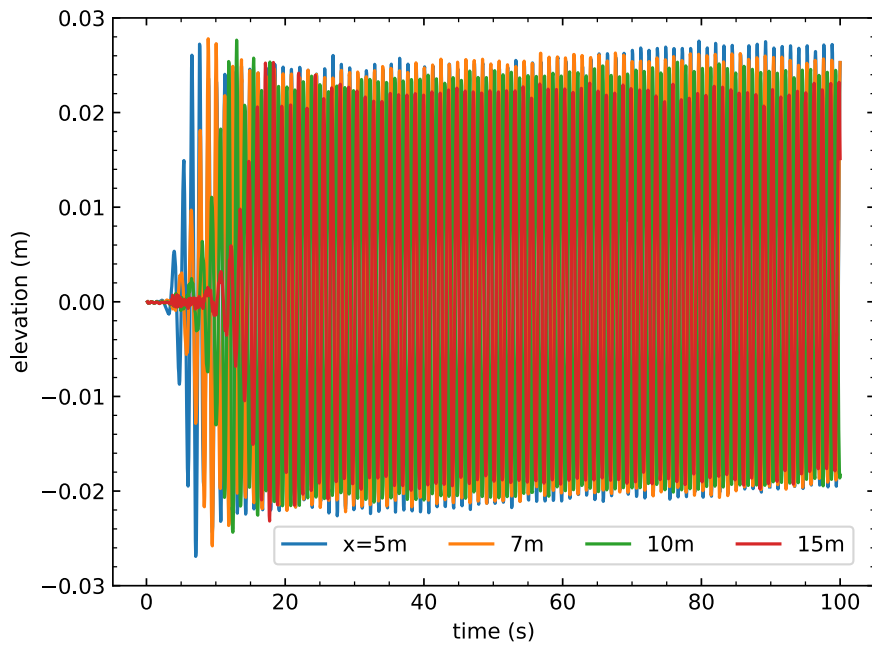


図 4.18: Time history of  $H$  at  $\alpha = 0.001$  in the box-type aquarium

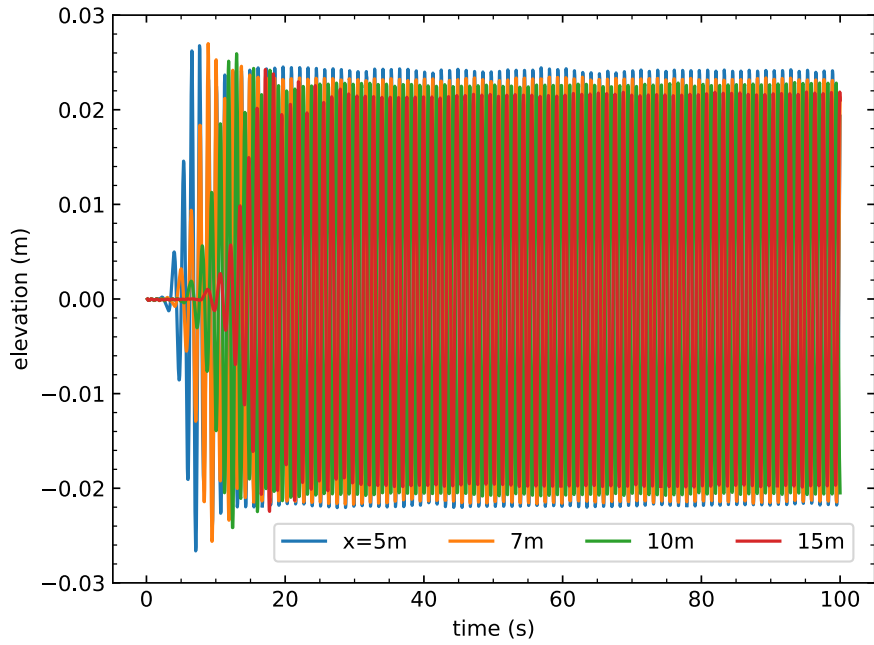


図 4.19: Time history of  $H$  at  $\alpha = 0.005$  in the box-type aquarium

図 4.18、図 4.19 から、図 4.18 では図 4.11 より明確に波高の振動、波高が右肩上りになっている傾向が見て取れる。しかし粒子数に変化はなく、また密度に関して本計算における計算時間では大きな変化はなかった。この結果と図 4.16 から、 $\alpha = 0.005$  を今後の計算に用いることとした。

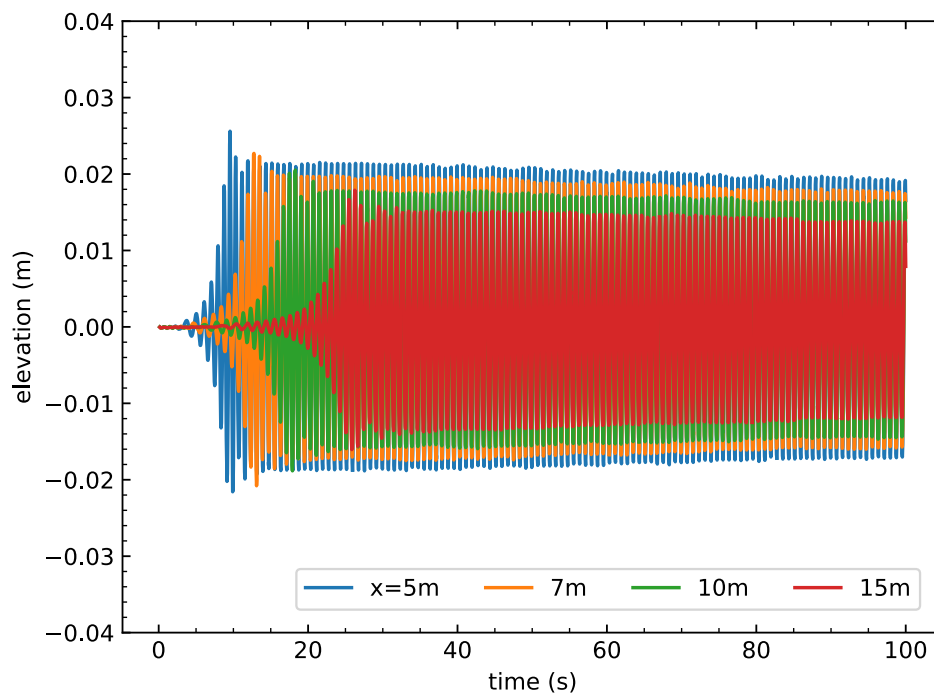
## 4.4.3 周期

各周期  $T$  に関して検証を行なった。検証した  $T$  の範囲について表 4.6 に示す。 $h_c$ 、 $\alpha$  は先の結果から  $h_c = 1.4$ 、 $\alpha = 0.005$  とした。

表 4.6: Calculation conditions for  $T$  verification

case	$H$ (m)	$dp$ (m)	$\alpha$	$T$ (s)	$h_c$
1	0.05	0.005	0.005	0.8	1.4
2				1.2	
3				1.5	
4				2.0	
5				2.5	
6				3.0	

各  $T$  における波高の時系列を以下の図 4.20、図 4.21、図 4.22、図 4.23、図 4.24、図 4.25 に示す。

図 4.20: Time history of  $H$  at  $T = 0.8$ s

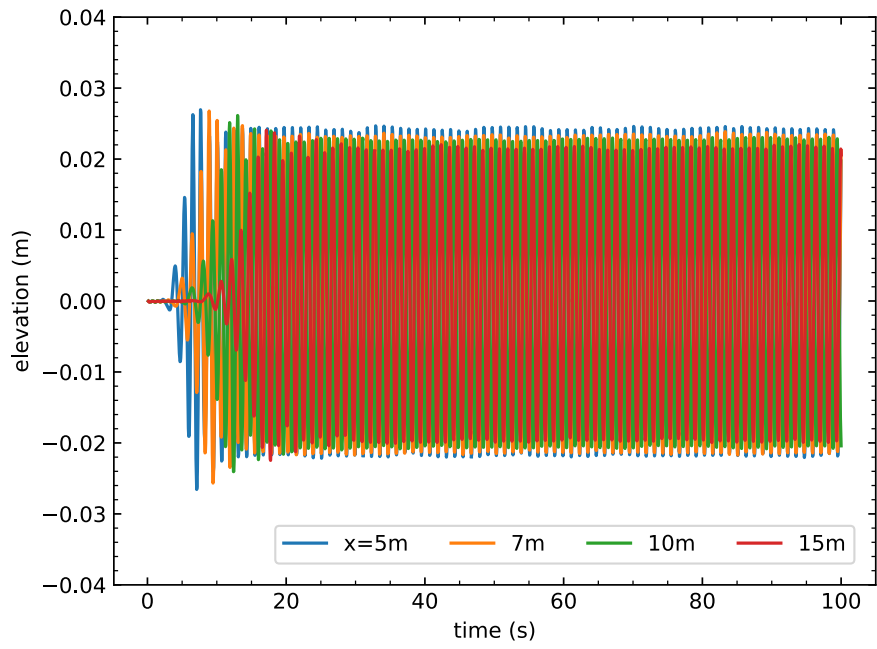
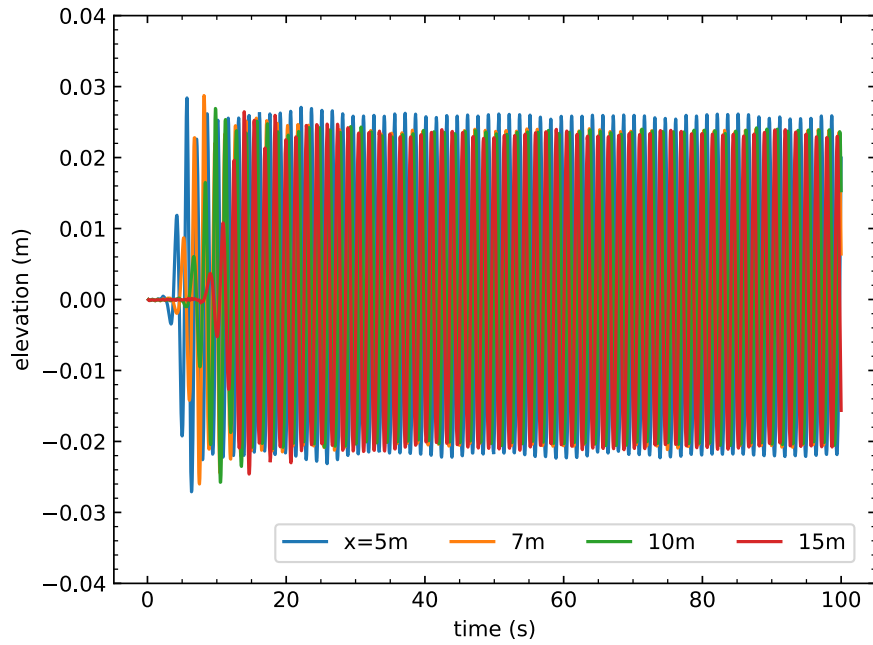
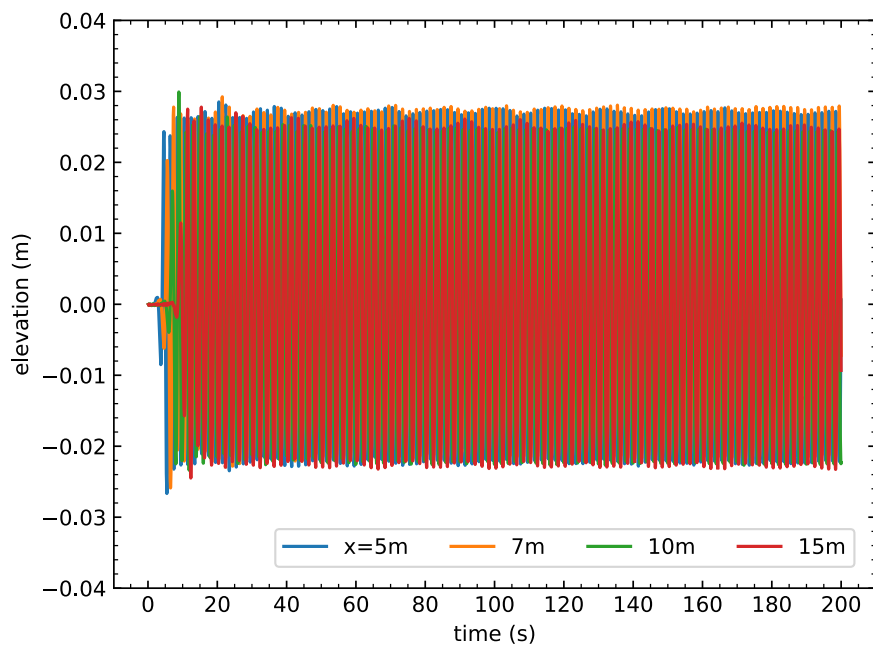
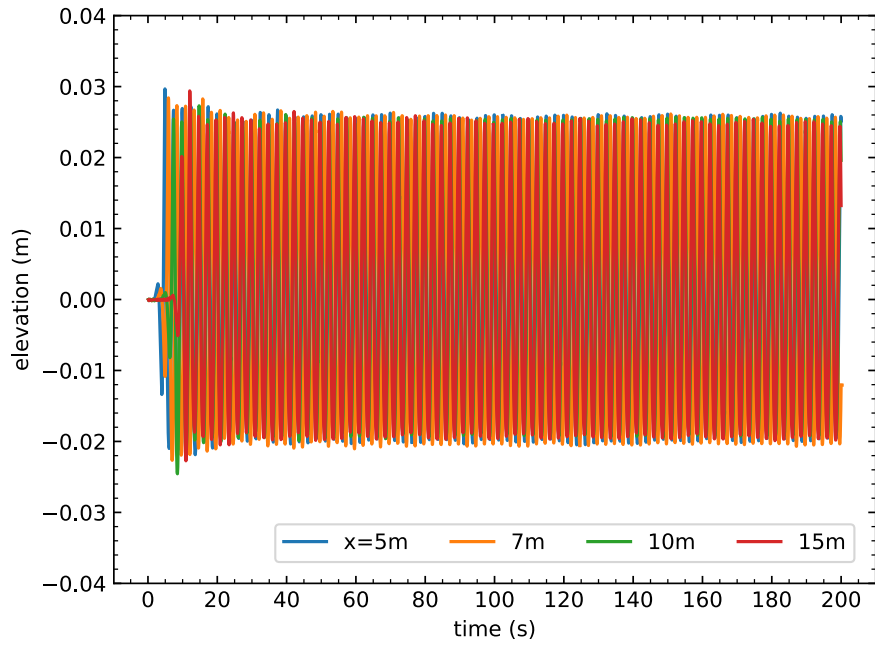
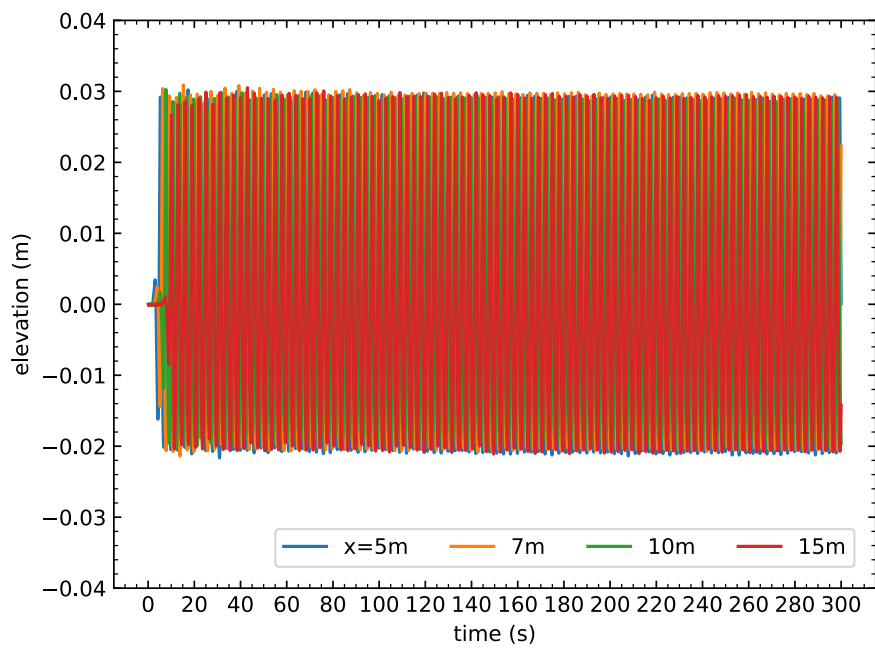


図 4.21: Time history of  $H$  at  $T = 1.2s$

図 4.22: Time history of  $H$  at  $T = 1.5\text{s}$ 図 4.23: Time history of  $H$  at  $T = 2.0\text{s}$

図 4.24: Time history of  $H$  at  $T = 2.5$ s図 4.25: Time history of  $H$  at  $T = 3.0$ s



$T = 0.8\text{s}$  では、波高が時間的にも空間的にも減少している。 $T = 1.2\text{s}$  以降については減衰が小さくなっている傾向が見られ、 $T = 3.0\text{s}$  ではほとんど減衰が見られない。この減衰傾向についても明確にするために、 $h_c$ 、 $\alpha$  と同様の方法で各周期の  $H_{cal}/H$  を求めた。以下の図 4.26 にその結果を示す。

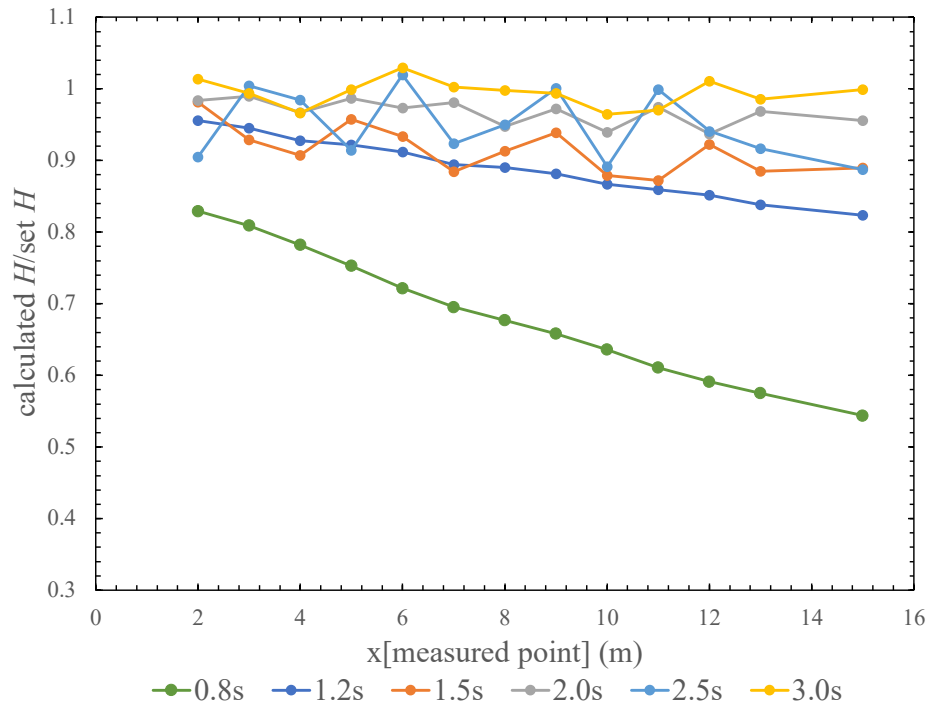


図 4.26: Wave attenuation trend at each  $T$ .

図 4.26 の結果から、 $T = 0.8, 1.2\text{s}$  ではこれまでと同様に空間的な減衰が見られた。 $T = 0.8, 1.2\text{s}$  では共に 2m 地点での  $H_{cal}/H$  の値が大きく、最も空間的に減衰した 15m 地点との差はそれぞれ、29%、13% だった。 $T = 1.5 \sim 3.0\text{s}$  では空間的減衰は小さくなったが、 $H_{cal}/H$  に振動するような傾向が見られた。この振動について検証するために、反射波影響について検証した。

### 反射波影響検証

次に造波板から beach 前までの水槽の平らになっている部分の長さ  $l$  を  $16 \rightarrow 64\text{m}$  に変更した計算を行なった。周期は  $T = 2.0, 3.0\text{s}$ 、それ以外の条件についてはこれまでの計算と同様にした。水槽の模式図を図 4.27 に示す。

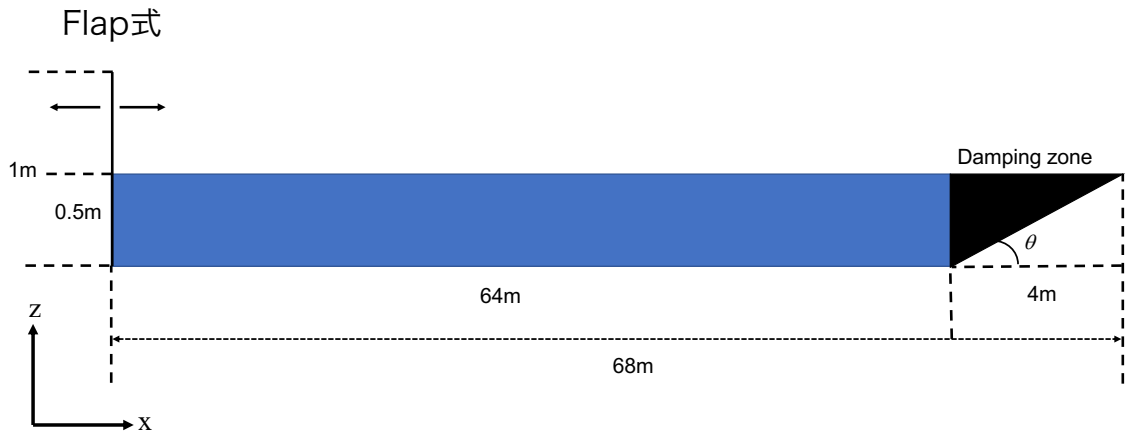


図 4.27: Schematic diagram of the numerical aquarium used to verify the influence of reflected wave

これまでの計算では  $H_{cal}$  に関して反射波の影響を考慮せずに求めていた。そこで反射波の影響について考えるために、それぞれの計測地点に反射波が到達する時間  $t_r$  を求める。

まず反射波の速度を求めるために、群速度を考える。群速度は波の振幅が移動する速度であるから、反射波の速度は群速度  $v_g$  で表すことができる。式 (4.2.5) を用いて計算したそれぞれの計測点、周期における反射波が到達する時間  $t_r$  を、以下の表 4.7 に示す。

表 4.7:  $t_r$  at each  $T$  and measurement point

計測地点 $x$ (m) \ $T$ (s)	2.0	3.0
5	68.380	44.844
7	67.336	44.159
10	65.770	43.132
15	63.160	41.420

各  $T$  における波高の時系列グラフを以下の図 4.28、図 4.29 に示す。

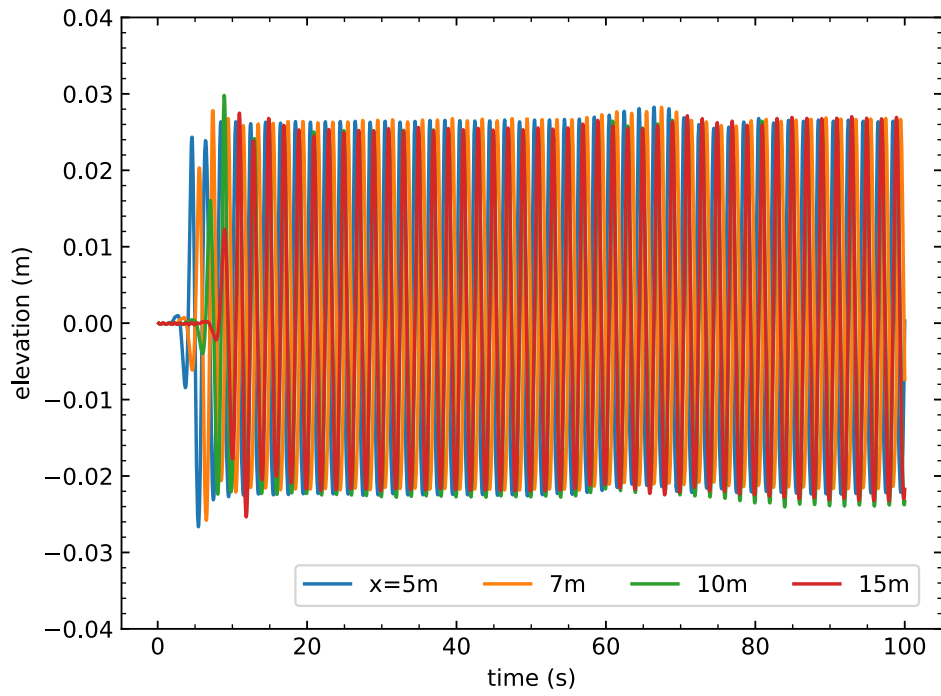


図 4.28: Time history of  $H$  at  $T = 2.0$  ( $l = 64\text{m}$ )

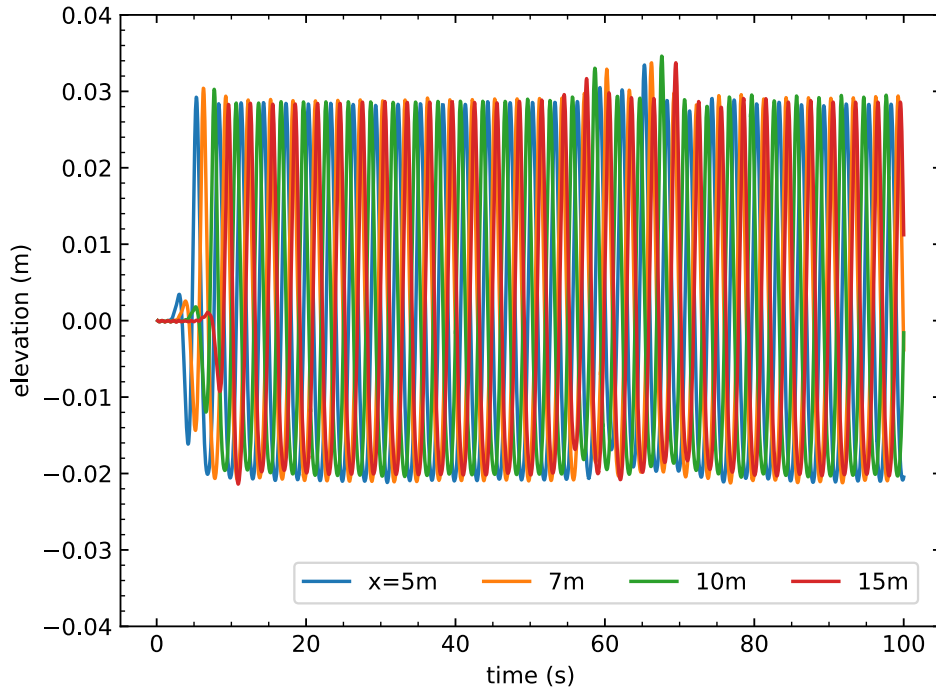


図 4.29: Time history of  $H$  at  $T = 3.0$  ( $l = 64\text{m}$ )

表 4.7 から反射が到達する前の時間帯を  $t_1$ 、反射波が到達した後の時間帯を  $t_2$  として、それぞれの波高の減衰傾向を求めた。ただし計測地点 15m で波高が安定するまで  $T = 2.0\text{s}$  では 20 秒、 $T = 3.0\text{s}$  では 15 秒程度かかっている。そのため  $T = 2.0\text{s}$  における  $t_1$ 、 $t_2$  は、 $t_1 = 25 \sim 60$ 、 $t_2 = 65 \sim 100$  でその後半 5 周期を、 $T = 3.0\text{s}$  における  $t_1$ 、 $t_2$  は、 $t_1 = 15 \sim 40$ 、 $t_2 = 75 \sim 100$  でその後半 5 周期をとって  $H_{cal}$  としている。以下に  $H_{cal}/H$  の結果、図 4.30 を示す。またそれぞれの周期において  $l = 16\text{m}$  と  $l = 64\text{m}$  の  $t_1$ 、 $t_2$  を比較した図を図 4.31、図 4.32 に示す。

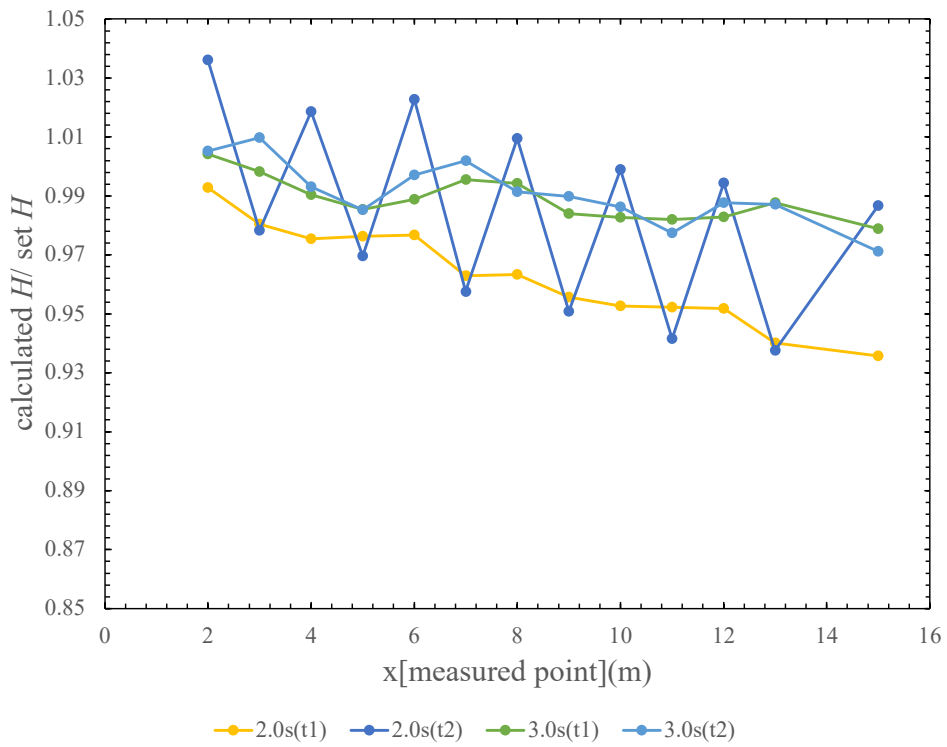


図 4.30: Wave attenuation trend at each  $T$  ( $l = 64\text{m}$ )

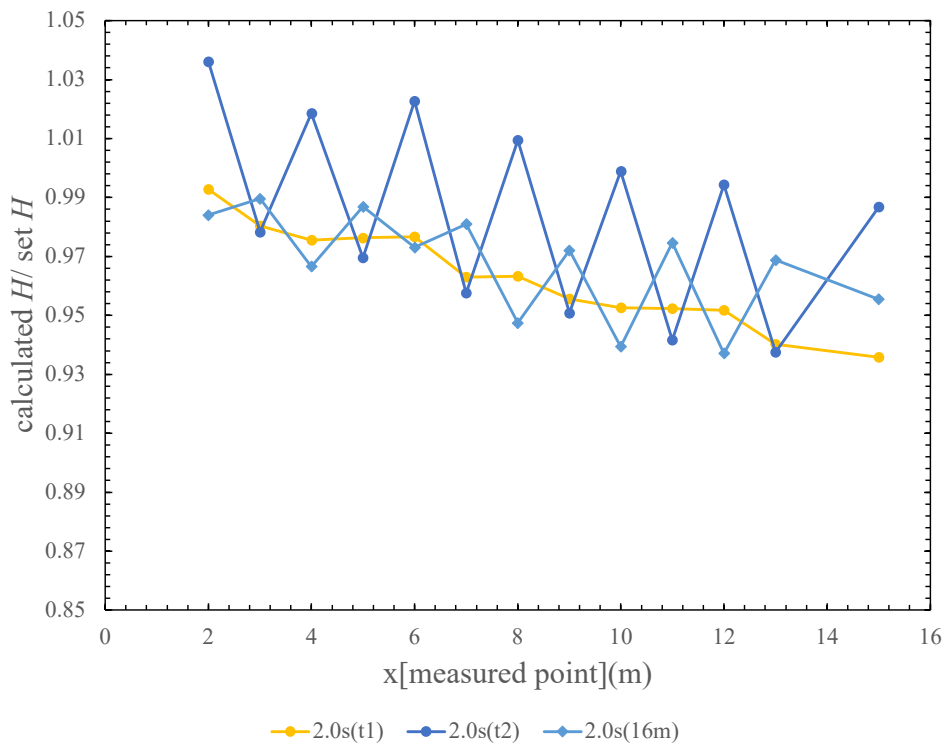


図 4.31: Comparison of the results for  $t_1$ ,  $t_2$  and 16m at each  $T = 2.0\text{s}$

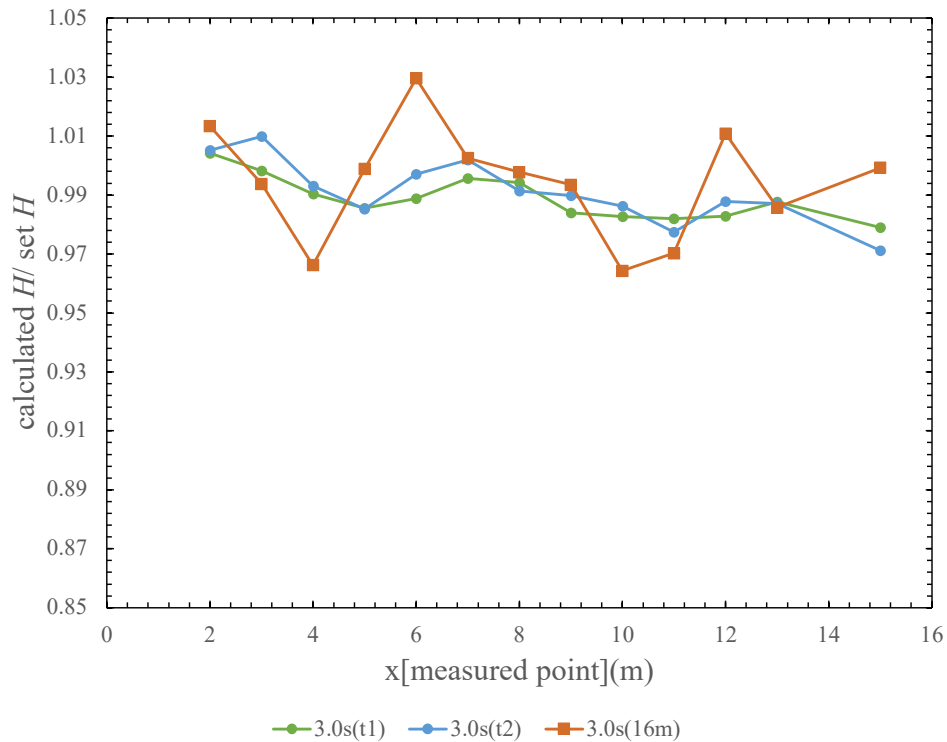


図 4.32: Comparison of the results for  $t_1$ ,  $t_2$  and 16m at each  $T = 3.0s$

図 4.31、図 4.32 から、 $T = 2.0s$  では  $t_1$  と比べて  $t_2$  で  $H_{cal}/H$  に振動が見られた。また  $T = 3.0s$  では  $t_1$ 、 $t_2$  における  $H_{cal}/H$  に大きな差はなかった。

$T = 2.0s$  での  $t_1$  と  $l = 16m$  における  $H_{cal}/H$  では 16m で振動が見られたが、同じ計測地点における  $t_1$  との最大の差は 4% 程度で、これまで見てきた空間的な減衰より小さい。また  $T = 3.0s$  でも同様に見てみると、5% 程度であるから空間的な減衰より小さい。

また今後の計算では Parra et al. [6] などの研究を参考に 20m 程度の長さの水槽を用いるが、空間的な減衰が小さい  $T = 2.0s$  以降の周期を用いる場合非常に速く反射波が返ってくる。そのため反射波を含まない波をほとんど取れなくなってしまう。そのため今後の計算では反射波の影響より空間的な減衰の影響が大きいことを考慮して、 $T = 2.0, 2.5, 3.0s$  を用いることとし、反射波も含めて計算波高  $H_{cal}$  を計算する。

## 水深影響検証

また水深の影響に関して検証するために、水槽の深さ  $d$  を  $0.5 \rightarrow 1.5\text{m}$  に変更して検証を行なった。以下の図 4.33 に水槽の模式図を示す。周期を  $T = 1.2\text{s}$ 、その他の条件は周期検証時と同様にして計算を行なった。

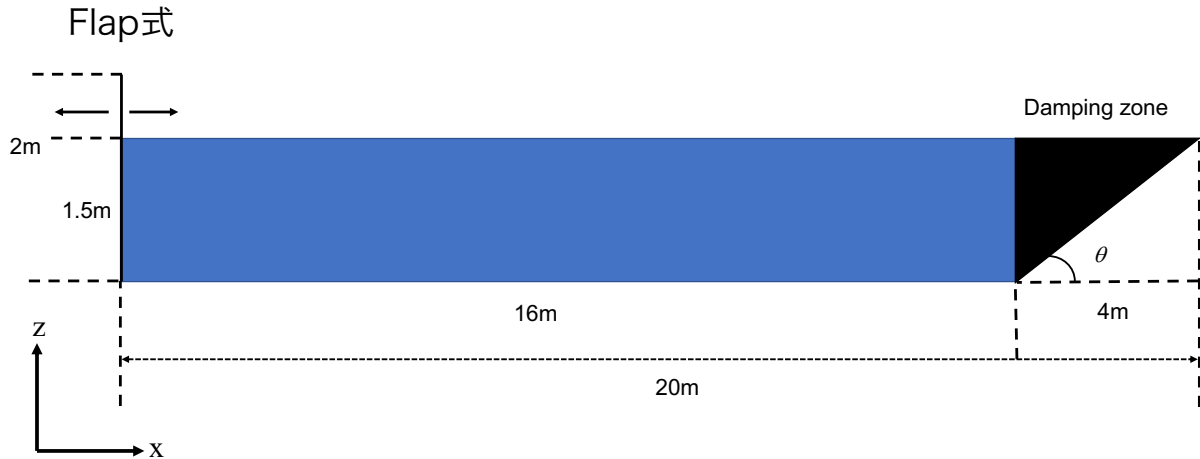


図 4.33: Schematic diagram of the numerical aquarium used to verify the depth effect

波は水深  $d$  と波長  $\lambda$  の比、水深波長比  $d/\lambda$  によって3つの波に分けられる。 $d/\lambda > 1/2$  のとき深海波、 $1/25 < d/\lambda < 1/2$  のとき浅海波、 $d/\lambda < 1/25$  のとき長波と呼ばれる。周期  $T$  の検証に使用していた  $d = 0.5\text{m}$  の水槽における各周期における波長と水深波長比  $d/\lambda$  を以下の表 4.8 に示す。ただし波長も繰り返し計算によって数値的に求める必要があるため、波数  $k$  と同様にして求めた。

表 4.8:  $d/\lambda$  at  $h = 0.5\text{m}$

T (s)	$\lambda(\text{m})$	$d/\lambda$
0.8	0.996	0.502
1.2	2.048	0.244
1.5	2.826	0.177
2.0	4.056	0.123
2.5	5.239	0.095
3.0	6.396	0.078

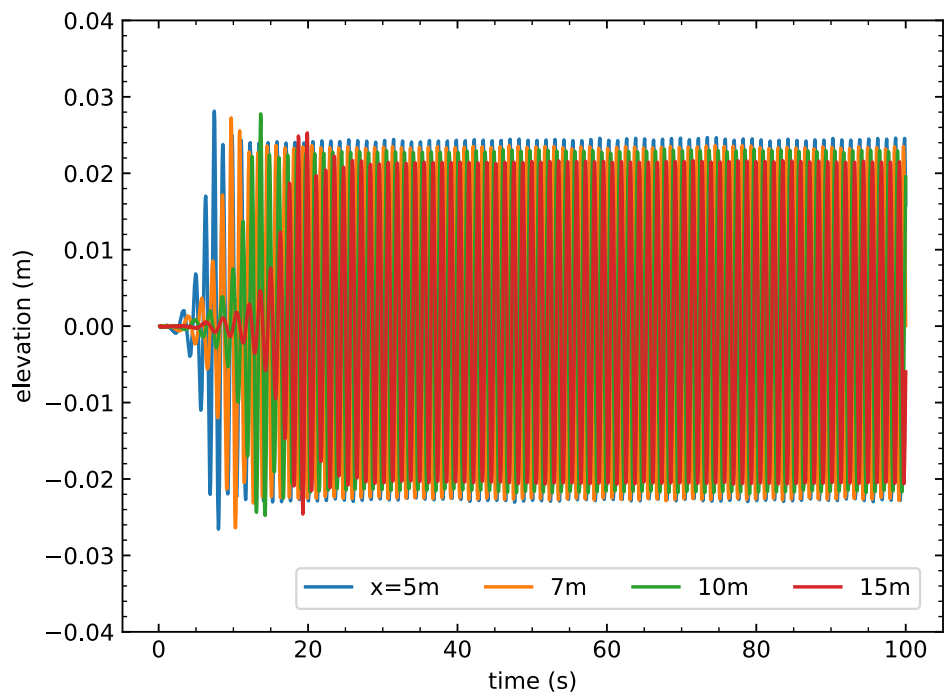
また表 4.8 と同様に  $d = 1.5\text{m}$ 、 $T = 1.2\text{s}$  で求めた  $d/\lambda$  を表 4.9 に示す。

表 4.8、表 4.9 から  $T = 1.2\text{s}$  は、 $d = 0.5\text{m}$  では浅海波、 $d = 1.5\text{m}$  では深海波となる。水

表 4.9:  $d/\lambda$  at  $h = 1.5\text{m}$ 

T (s)	$\lambda$ (m)	$d/\lambda$
1.2	2.247	0.667

深  $d = 1.5\text{m}$  における波高の時系列グラフを以下の図 4.34 に示す。

図 4.34: Time history of  $H$  at  $d = 1.5\text{m}$ 

減衰傾向についても明確にするために、 $h_c$ 、 $\alpha$ 、 $T$  と同様の方法で各周期の減衰傾向を求めた。以下の図 4.35 にその結果を示す。

図 4.35 を見ると、減衰傾向に大きな差はなく 11~15m では非常に似た減衰傾向になった。そのため水深に関しては計算コストなどの観点から、これまで用いてきた  $T$  においては  $d = 0.5\text{m}$  を用いることとした。



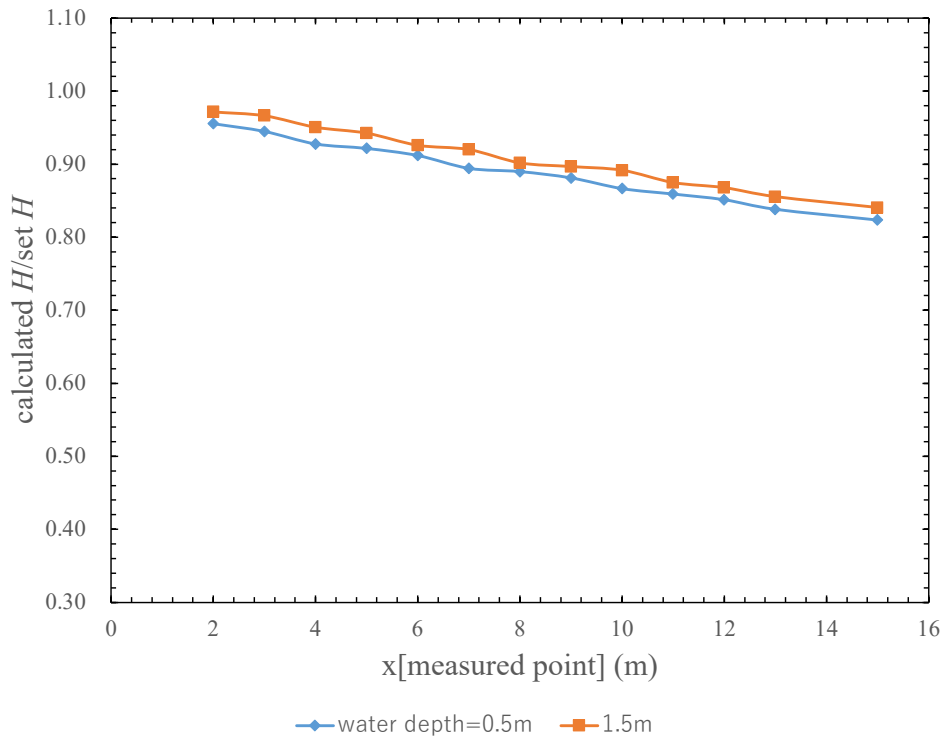


図 4.35: Wave attenuation trends at two depths

#### 4.4.4 減衰係数 $q$ - $(\lambda/dp)$ 依存性

ここまで周期  $T$  が大きくなるにつれ、波高の空間的な減衰が小さくなることがわかった。つまり波長  $\lambda$  が大きくなるにつれて、波高の空間的な減衰が小さくなると言い換えることもできる。また粒子法は粒子径  $dp$  を小さくすると、計算対象を構成する粒子数が大きくなり空間解像度が上がるため、より精度の高いシミュレーションを行えることができる。

そこで同周期（波長）において  $dp$  を小さくした場合、空間解像度が上がることによって波高の空間的な減衰がどのように変化するかを観察するため、 $dp$  と  $\lambda$  の依存性について検証した。

これまでの計算では  $dp = 0.005\text{m}$  に固定して計算してきたが、本検証では周期  $T = 0.8, 1.2, 1.5, 2.0, 2.5, 3.0\text{s}$  において  $dp = 0.003, 0.005\text{m}$ 、また周期  $T = 0.8\text{s}$  においてのみ  $dp = 0.001\text{m}$  の計算を行なった。その他の条件に関しては周期の検証をした際と同様で、 $\alpha = 0.005$ 、 $h_c = 1.4$ 、波高  $H = 0.05\text{m}$  とした。また数値水槽は基本的に図 4.1 を用いたが、周期  $T = 0.8\text{s}$ 、 $dp = 0.001\text{m}$  の計算において、計算に使用している GPU のメモリ不足で計算が行えなかったため、 $T = 0.8\text{s}$ 、 $dp = 0.001, 0.003\text{m}$  の計算では以下の図 4.36

に示す数値水槽を計算に用いた。横方向の長さを 5m 短くして、計測地点は造波板から beach 方向に 2~10m の地点に配置している。

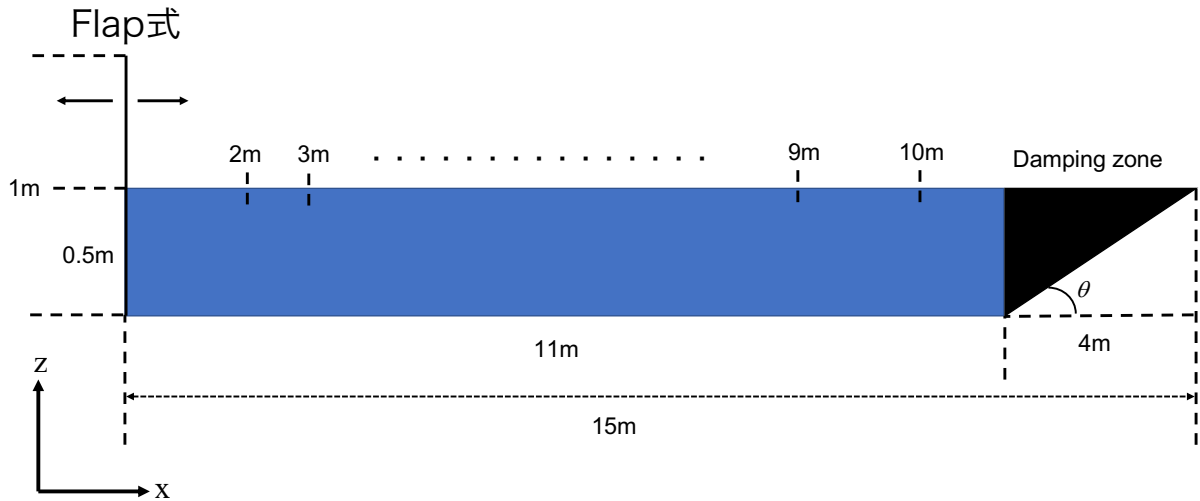


図 4.36: Schematic diagram of the numerical aquarium used for the calculation of  $T = 0.8s$ ,  $dp = 0.001, 0.003m$

また各  $dp$  における流体粒子数を以下の表 4.10 に示す。

表 4.10: Number of fluid particles at each  $dp$

$dp$ (m)	流体粒子数 (個)
0.005	395,901
0.003	2,710,868
0.003 ( $T = 0.8s$ )	663,561
0.001	5,986,503

以上の  $T$ 、 $dp$  において周期影響検証など同様に  $H_{cal}/H$  を求めた。以下の図 4.37、図 4.38 にそれぞれの周期における  $H_{cal}/H$  を示す。

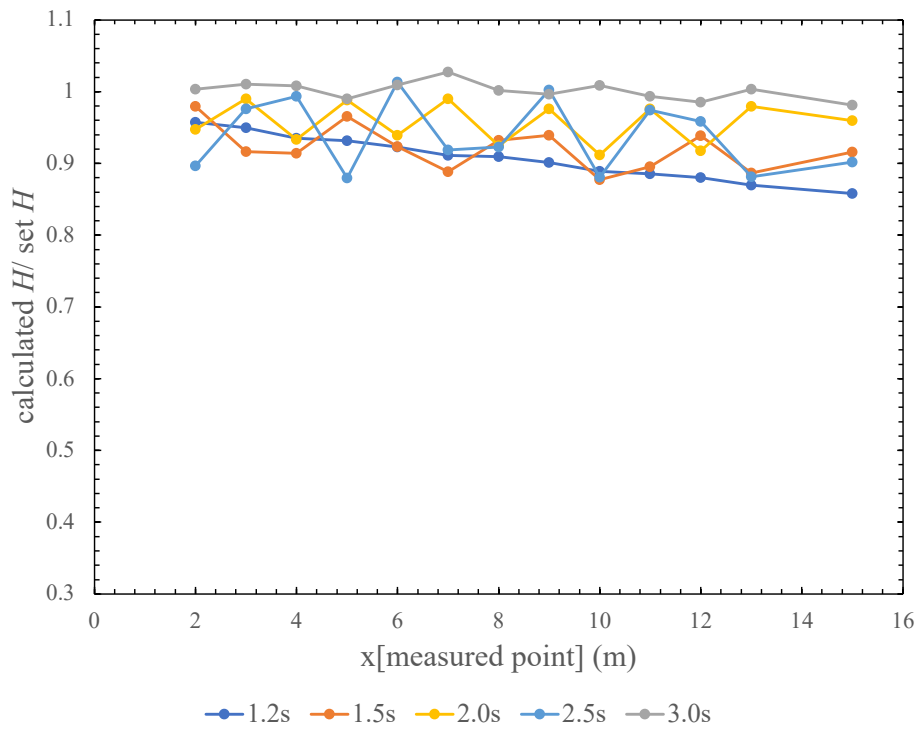


図 4.37:  $H_{cal}/H$  for each  $T$  at  $dp = 0.003m$

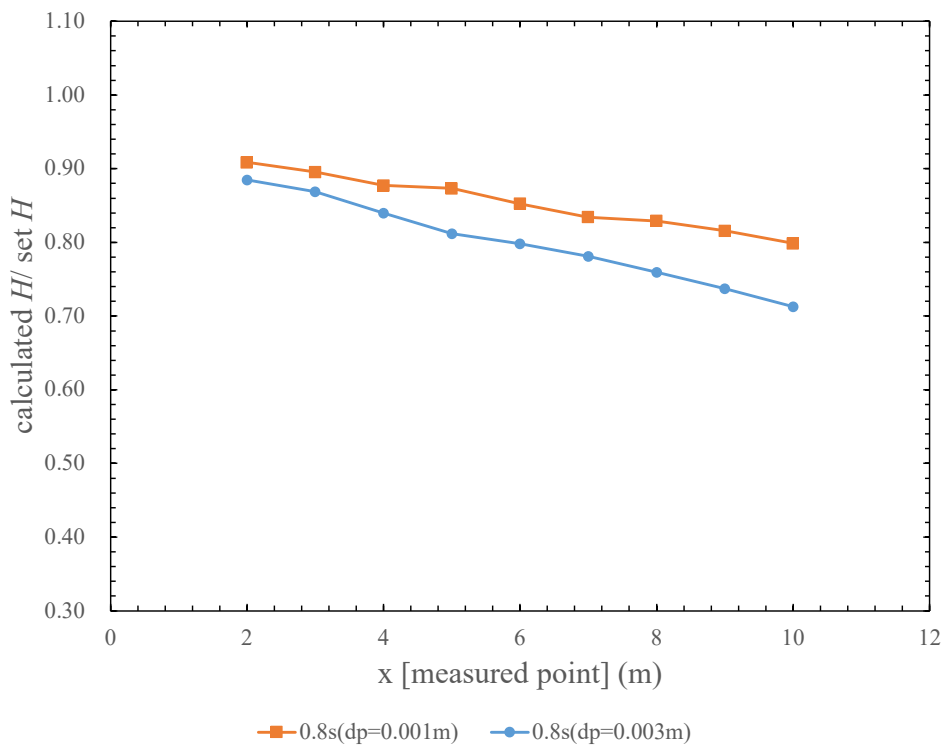


図 4.38:  $H_{cal}/H$  for each  $dp$  at  $T = 0.8s$

以上の図 4.37、図 4.38 における減衰傾向をさらに調査する。Newyear et al. [49] や小笠原ら [48] は、波が進んだ距離  $x$  と波高には指数関数的に減衰する関係があるとみなし、以下の式 (4.4.2) を提案している。

$$\frac{H_{cal}}{H} = \exp[-q(x - x_0)] \quad (4.4.2)$$

ここで  $q$  は減衰係数で、 $x_0$  は本来氷の端の位置であるがこの検証では計測地点の端である 2m を採用して計算を行なった。式 (4.4.2) を図 4.26、図 4.37、図 4.38 の各  $H_{cal}/H$  に適用して近似し、減衰係数  $q$  を求める。計測した値を対数変換し、線形回帰した結果を用いて減衰係数  $q$  を求めた。また  $q$  を求める際に  $H_{cal}/H$  が 1 を越えるものは、解析の対象外とした。以下の表 4.11 に各  $T$ 、 $dp$  における  $q$  を示す。

表 4.11:  $q$  at each  $T$  and  $dp$

$dp$ (m)	0.001	0.003	0.005
$T$ (s)	$q$ (1/m)		
0.8	0.0327	0.0478	0.0564
1.2	NaN	0.0141	0.0175
1.5	NaN	0.0111	0.0125
2.0	NaN	0.0056	0.0048
2.5	NaN	0.0096	0.0075
3.0	NaN	0.0013	0.0010

表 4.11 の  $q$  を用いて各  $dp$ 、波長  $\lambda$  における波高の減衰傾向について考える。まず波長粒子径比  $\lambda/dp$  を求めた。これを横軸として縦軸を  $q$  とすれば各  $dp$ 、波長  $\lambda$  における波高の減衰傾向がわかる。以下の表 4.12 に各  $\lambda/dp$  を示す。

表 4.12:  $\lambda/dp$  at each  $T$  and  $dp$

$T$ (s)	0.8	1.2	1.5	2.0	2.5	3.0
$dp$ (m)	$\lambda/dp$					
0.005	199.123	409.666	565.294	811.286	1047.714	1279.170
0.003	331.872	682.777	942.157	1352.143	1746.190	2131.950
0.001	995.615	2048.330	2826.470	4056.430	5238.570	6395.850

また  $q$  は (1/m) の次元を持つので、波長をかけて  $q\lambda$  として無次元にした値を用いる。

以上の結果をグラフにしたものを図 4.39 に示す。

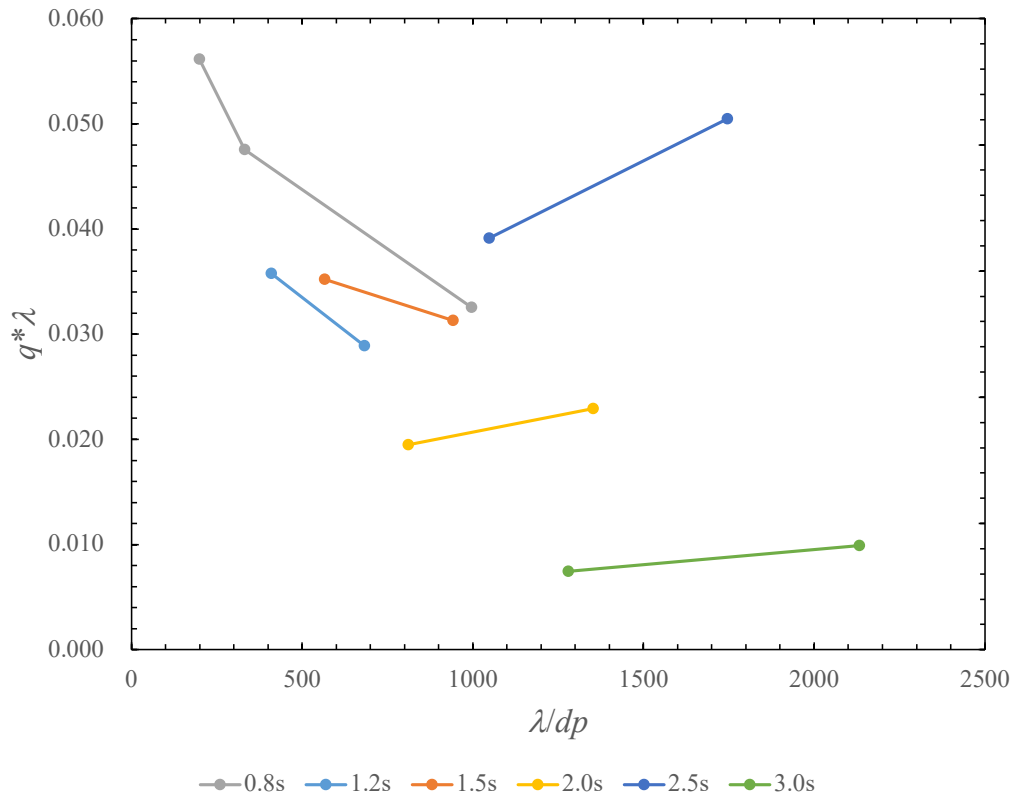


図 4.39:  $q - \lambda/dp$  dependency

図 4.39 から  $T = 0.8, 1.2, 1.5s$  では  $dp$  が小さくなるほど、波高の減衰が小さくなる。 $T = 2.0, 2.5, 3.0s$  では  $dp$  が小さくなるほど波高の減衰が大きくなる傾向が見られた。しかし  $T = 2.0, 3.0s$  ではその減衰係数は  $T = 0.8, 1.2, 1.5s$  よりも小さい。 $T = 2.5s$  の減衰係数は  $T = 1.2, 1.5s$  よりも大きくなった。

以上の結果を踏まえると検証した波高の内、最も空間的な減衰をしないのは  $T = 3.0s$  となった。

#### 4.4.5 DualSPHysics の分散関係

DSPH における分散関係について求めた。波高  $H = 0.05\text{m}$ 、 $\alpha = 0.005$ 、 $T = 2.0\text{s}$ 、計測地点  $x = 7\text{m}$  で造波された DSPH の波について、波高  $H = 0.05\text{m}$  と  $T = 2.0\text{s}$  を合わせた  $\sin$  カーブを理論解として比較した。結果を以下の図 4.40、100s~105s の範囲で拡大したものを図 4.41 に示す。

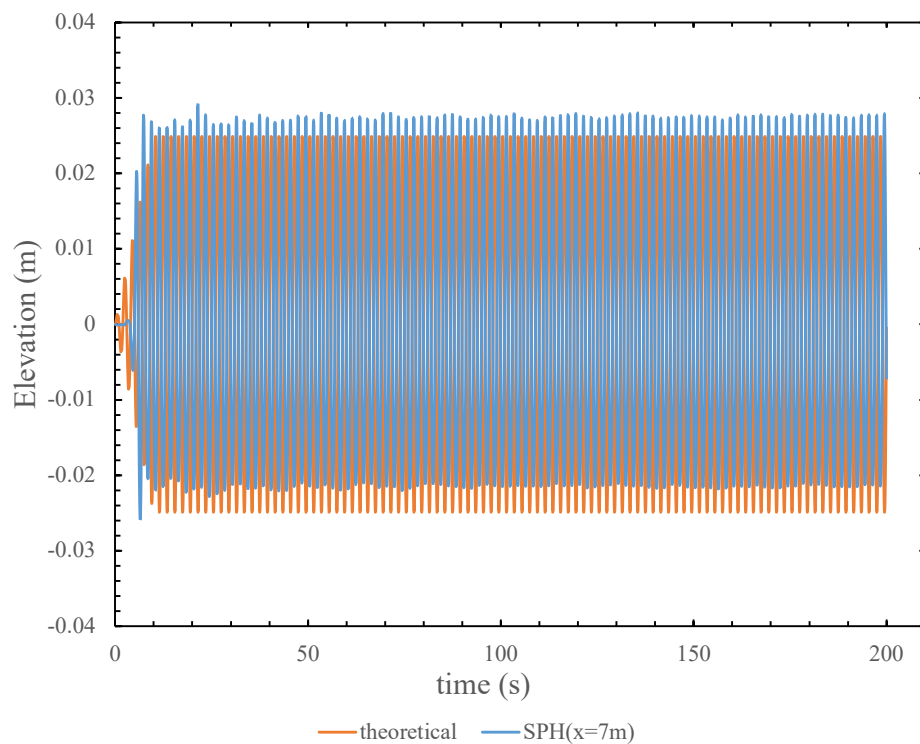


図 4.40: Comparison of DSPH and the theoretical solution in dispersion relations

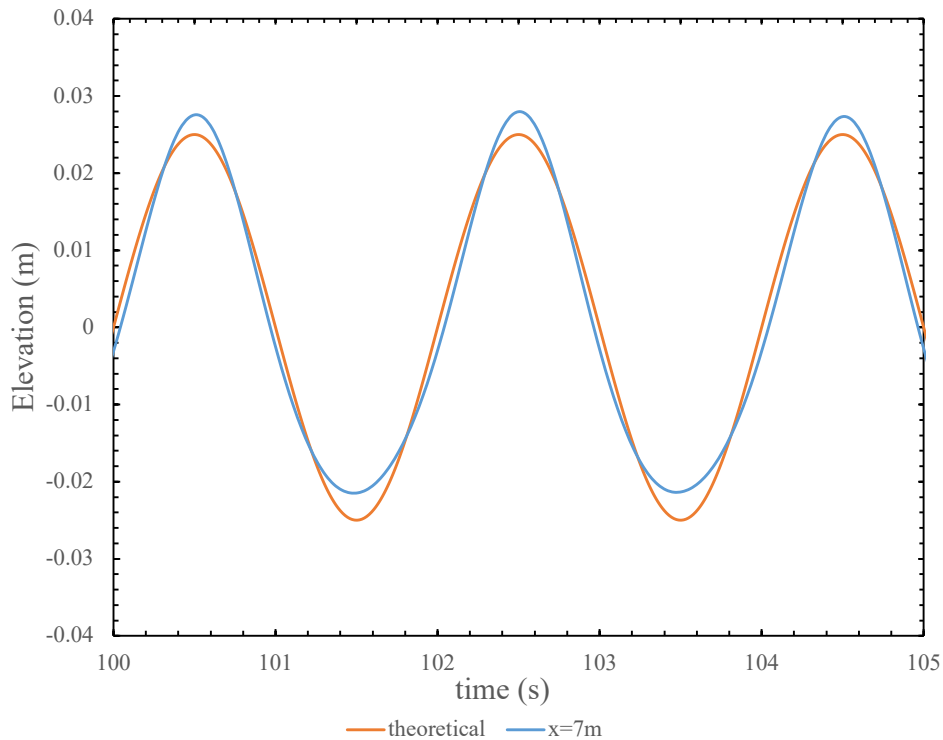


図 4.41: Comparison of DSPH and the theoretical solution in dispersion relations

DSPH では波がストークス波になっているため山の部分が尖っているが、結果から周期については適していることがわかった。ここから位相速度を求めた。

理論解は式 (4.2.2) から求めた。また計算値から出した速度  $V_{cal}$  は計算始めて 20 周期経った後の 3 周期分の波長をグラフから読み取り、平均を取ったあと周期で割った。互いを比べると以下の表 4.13 のようになる。

表 4.13: Phase velocity in each  $T$

$T$ (s)	$V_{theoretical}$	$V_{cal}$
0.8	1.2445	1.2478
1.2	1.7069	1.7127
1.5	1.8843	1.8932
2.0	2.0282	2.0364
2.5	2.0954	2.1131
3.0	2.1320	2.1472

この結果から、理論解の数値誤差や計算結果の誤差などを考えると分散関係が成り立つことがわかった。





## 第 5 章

# 氷板下における波浪の波高減衰の計算結果

本章では氷板下における波浪の減衰についてのシミュレーション結果を示す。

### 5.1 計算条件

4 章で影響半径粒子径比の係数  $h_c$ 、人工粘性係数  $\alpha$ 、周期  $T$  をそれぞれ検証し、 $h_c = 1.4$ 、 $\alpha = 0.005$ 、 $T = 2.0, 2.5, 3.0\text{s}$  を用いて計算を進めた。数値水槽の模式図を図 5.1 に示す。シミュレーションは 2 次元で行い、造波形式は Flap 式、水槽は beach ( $\theta = \arctan(1/8) \approx 7.125^\circ$ ) になっており、18~22m の間にダンピングを入れている。計測地点はダンピングゾーンを避けるため、造波板から beach 側に 11、12、13、14、15、16、17m とした。式 (4.4.2)  $H_{cal}/H = \exp[-q(x-x_0)]$  における  $x_0$  は本検証では 11m となる。また模型氷は Parra et al. [6]などを参考に長さ 11m、厚さ 0.5cm、密度  $\rho_{ice} = 917\text{kg/m}^3$  の板状氷を用いた。設定波高は Parra et al. [6] や Altomare et al. [45] を参考に  $H = 0.04\text{m}$  とした。以下の表 5.1 に波高などの計算条件をまとめた。

表 5.1: Calculation conditions for wave attenuation under an ice sheet

case	$H$ (m)	$dp$ (m)	$\alpha$	$T$ (s)	$h_c$
1				2.0	
2	0.04	0.005	0.005	2.5	1.4
3				3.0	

まず始めに剛体板を用いて氷板下における波浪減衰について計算し、次に擬似弾性板を用いて計算を行なった。

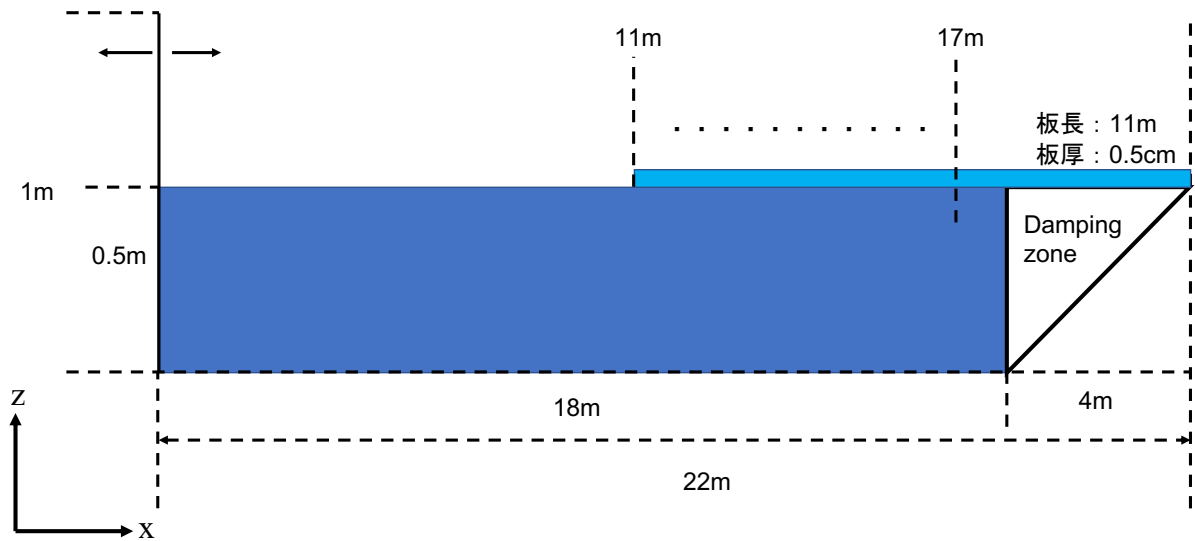


図 5.1: Schematic diagram of the numerical aquarium used for the ice-wave calculation

## 5.2 計算結果

### 5.2.1 氷がない状態における計算結果

水槽の長さを変えたため、氷を設置しないで図 5.1 における  $H_{cal}/setH$  について検証した。全ての周期で計算時間を 250 秒として、 $H_{cal}$  は全周期の後半 30 周期分の平均として求めた。以下の図 5.2 に  $x_0 = 11m$  として、11m~17m で  $H_{cal}/setH$  を求めた結果を示す。

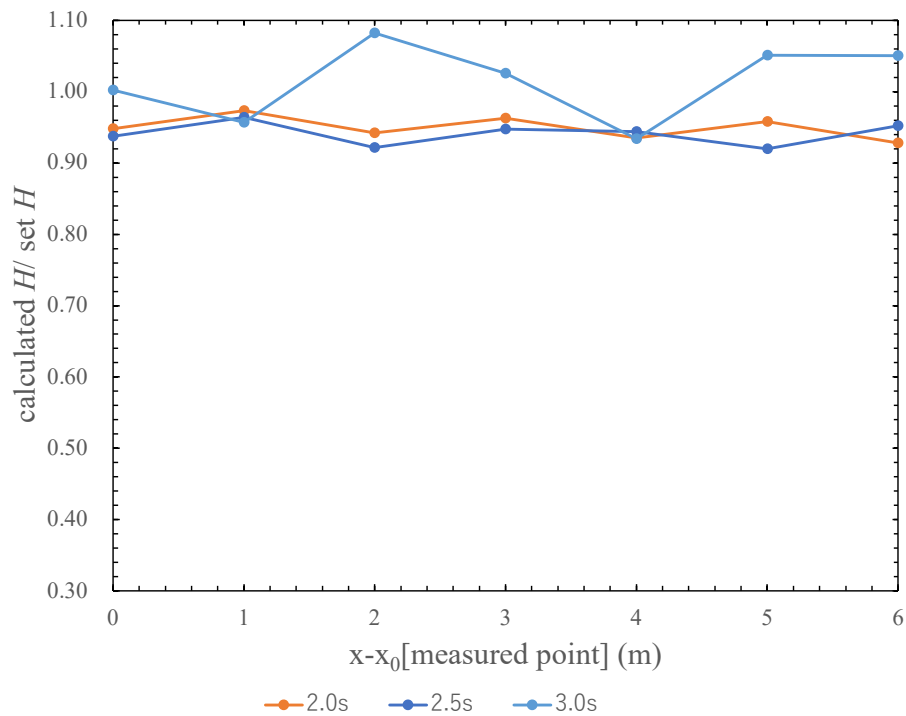


図 5.2: Wave attenuation trends at openwater

$T = 2.0, 2.5s$  では  $H_{cal}/H$  の振動が小さかったが、 $T = 3.0s$  では振動が大きく 1 を大きく越える値があった。

また図 5.2 を用いて、 $H_{cal}/setH$  を求めた後に対数変換して線形回帰した結果から  $q$  を求めた。ただし、1 を越える値は解析から除外した。以下の表 5.2、図 5.3 にその結果を示す。

表 5.2: Attenuation coefficient at open water used set  $H$

$T$ (s)	$q$ (1/m)
2.0	0.00370
2.5	0.00079
3.0	0.00805

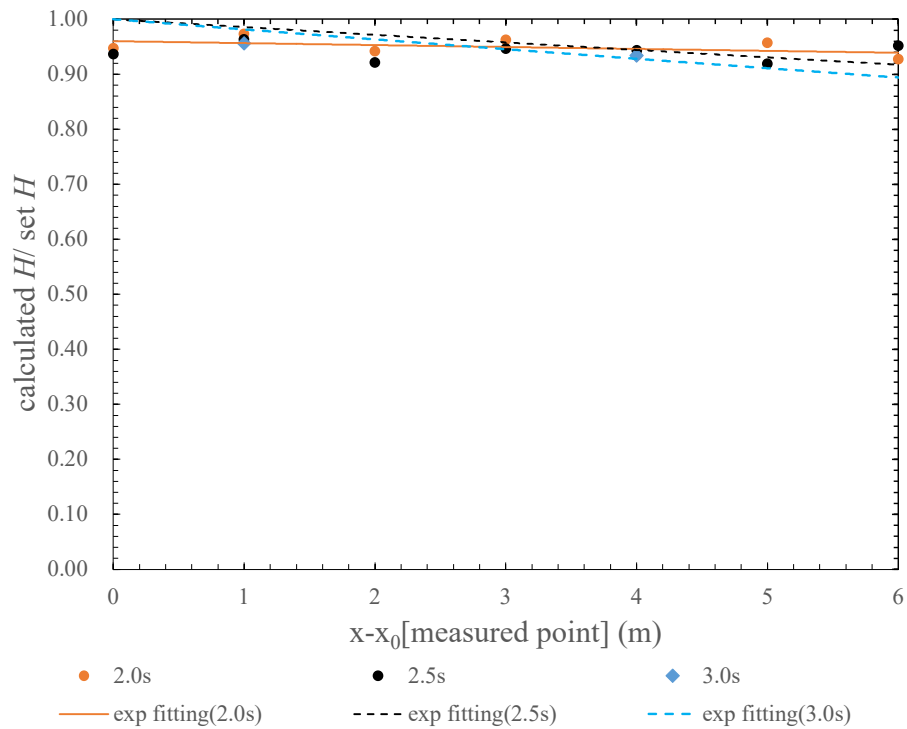


図 5.3: Wave attenuation trends at openwater used set  $H$

また表 5.3、図 5.4 に、 $H_1$  を 11m での波高として、 $H_{cal}/H_1$  から計算した  $q$  を示す。ただし、1 を越える値は解析から除外した。

表 5.3: Attenuation coefficient at open water used  $H_1$

$T$ (s)	$q$ (1/m)
2.0	0.00354
2.5	0.00355
3.0	0.01537

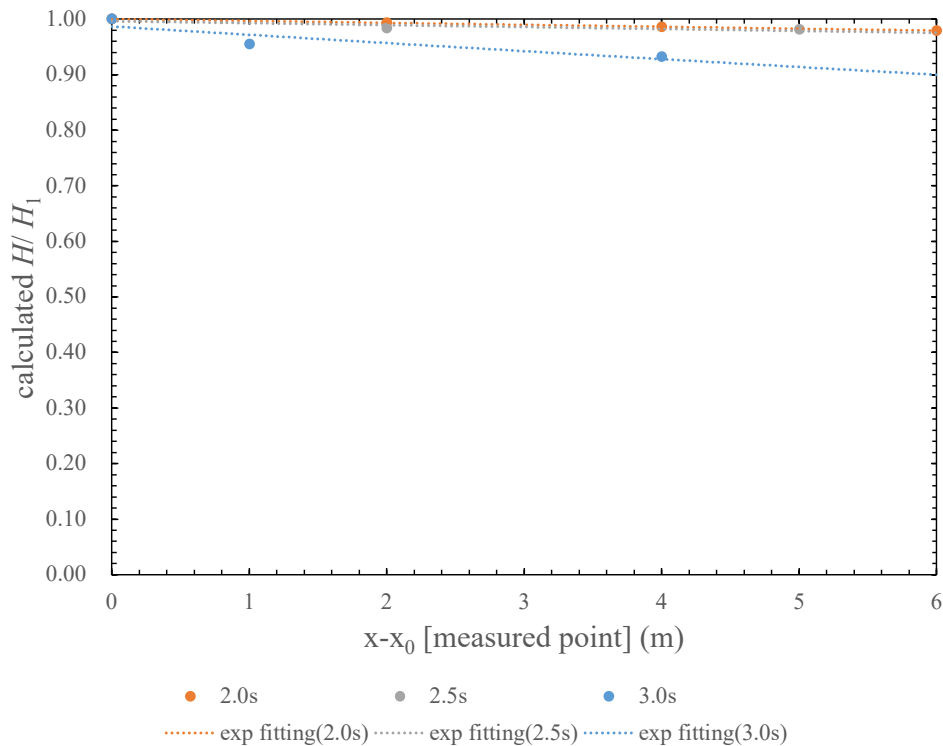


図 5.4: Wave attenuation trends at openwater used  $H_1$

### 5.2.2 剛体板における計算結果

次に剛体板を用いて  $H_{cal}/H$  について検証した。計算条件は表 5.1 に示したものと同一である。この計算では長時間計算を行うと、氷板に水が乗ってしまうオーバーウォッシュ (overwash) が発生し正しい波高の検証が行えなかった。そのため 60 秒で計算を行なった。以下の図 5.5 に  $T = 2.5s$  における計算時間  $t = 0, 20, 40, 60s$  におけるシミュレーションのスナップショットを示す。図を見ると  $t = 60s$  において板に流体が乗り上がっているのがわかる。

(a)  $t = 0\text{s}$ (b)  $t = 20\text{s}$ (c)  $t = 40\text{s}$ (d)  $t = 60\text{s}$ 図 5.5: Snapshot of the simulation with the rigid plate at  $T = 2.5\text{s}$

$H_{cal}$  はオーバーウォッシュがあったため、その影響をできるだけ避けるために全周期のうち前半と後半の間 10 周期分の平均として求めた。図 5.3 と同様の方法で、 $q$  について求めた。以下の表 5.4、図 5.6 にその結果を示す。

表 5.4:  $q$  at each  $T$  used set  $H$

$T$ (s)	$q$
2	0.32507
2.5	0.49685
3	0.32689

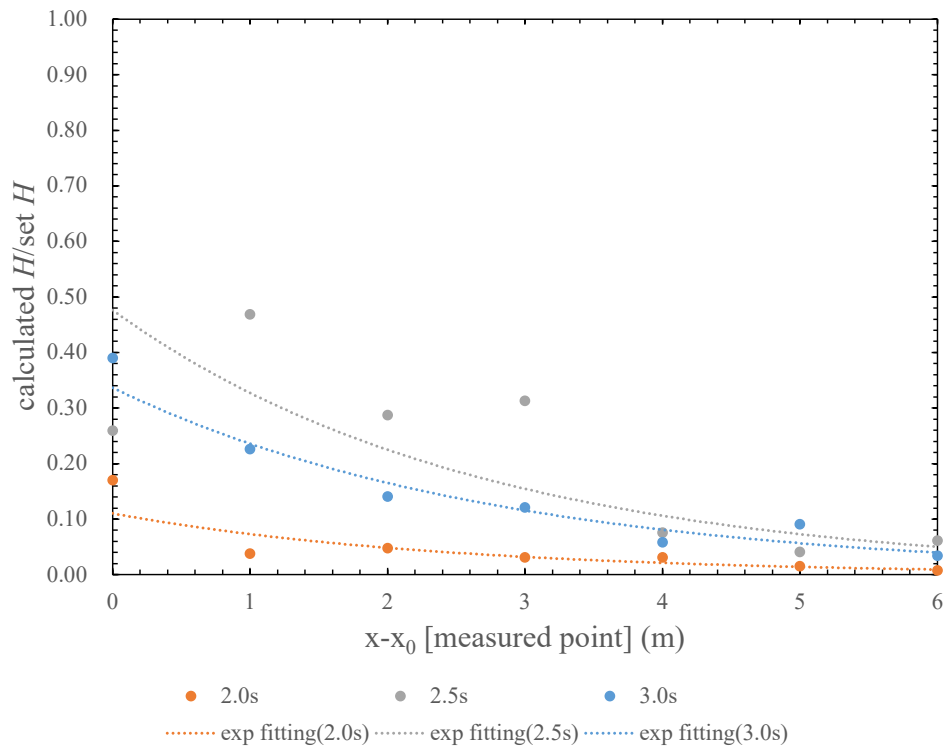


図 5.6: Wave attenuation trends at rigid plate

表 5.4、図 5.6 の見ると、最も減衰係数が大きいのは  $T = 2.0\text{s}$  で最も小さいのは  $T = 2.5\text{s}$  だった。一般的には波の周期が小さいほど  $q$  は大きくなる。また各  $T$  における浮体を受ける流体力を以下の図 5.7、図 5.8、図 5.9、図 5.10、図 5.11、図 5.12 に示す。流体力は本研究では自己駆動しないため、浮体の加速度から受けた力を計算している。

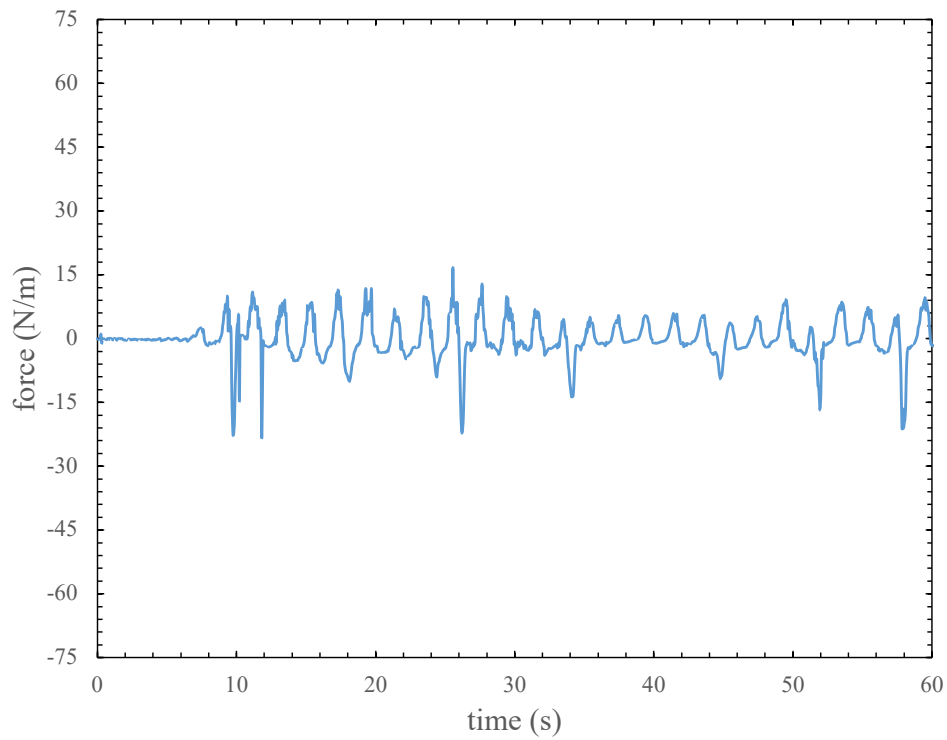
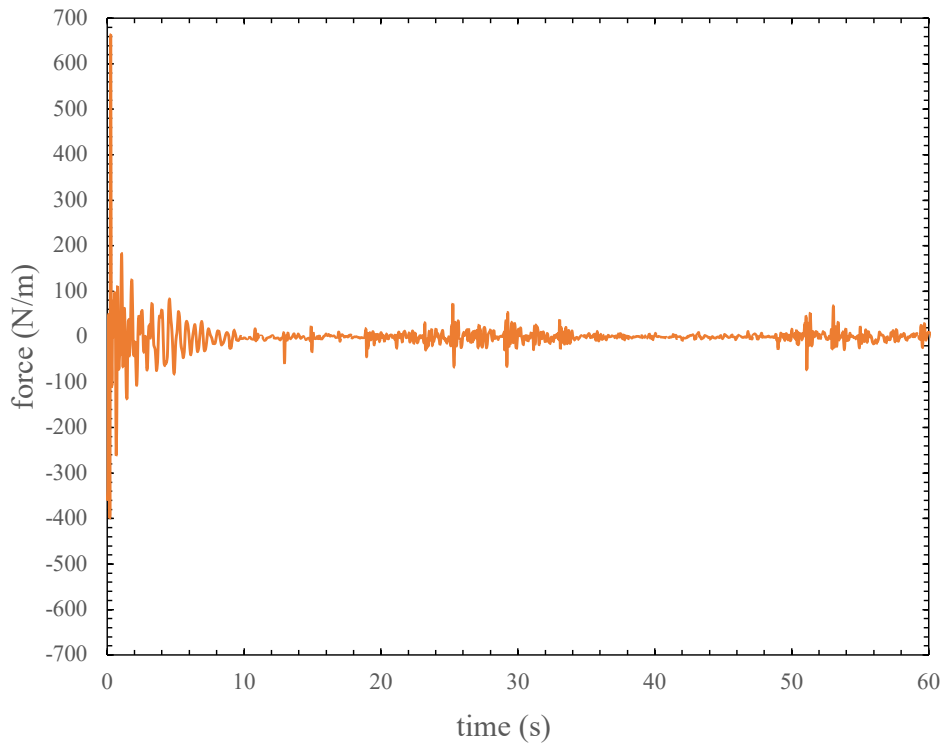
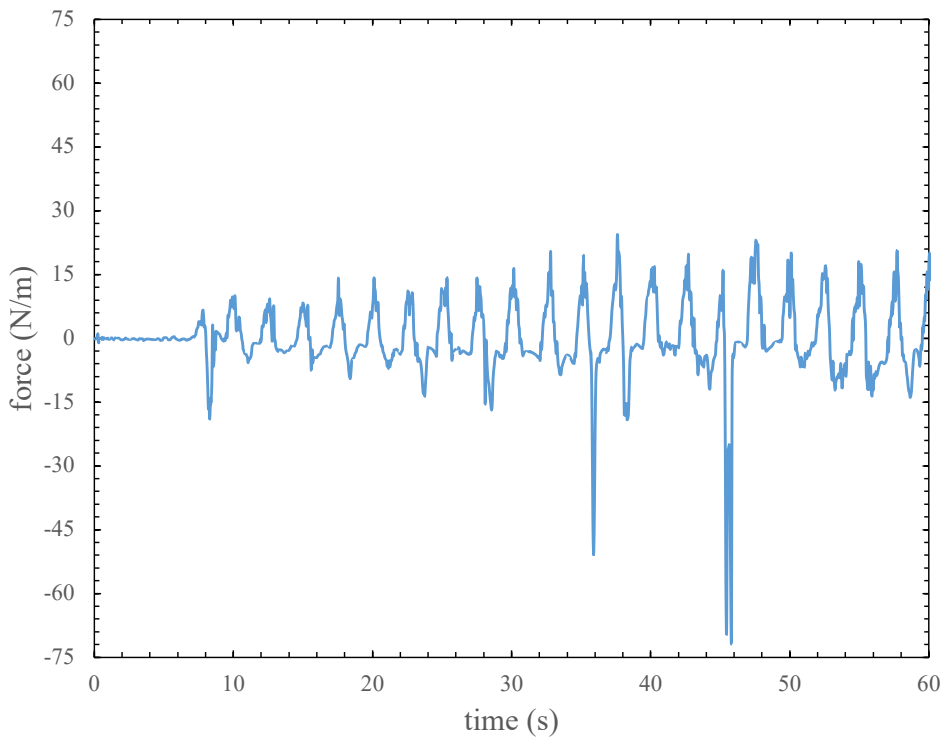
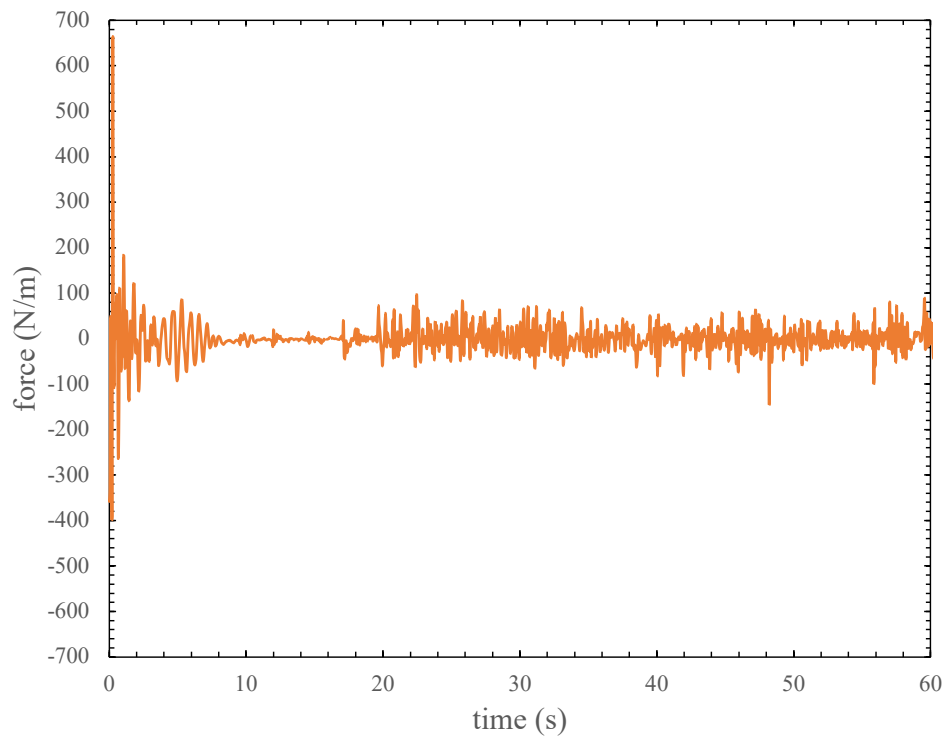
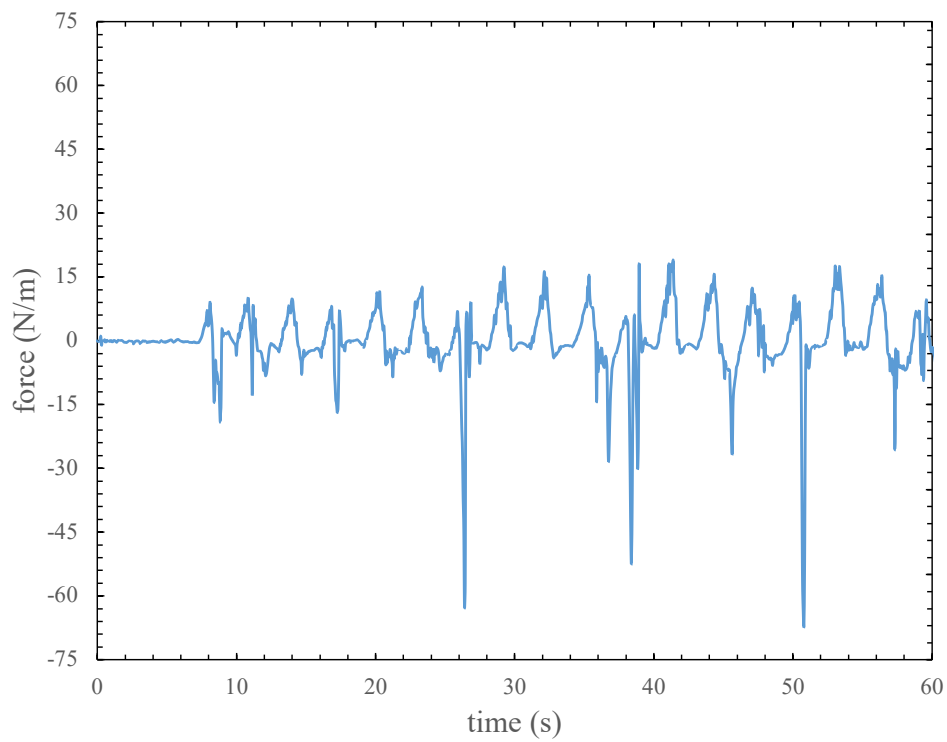
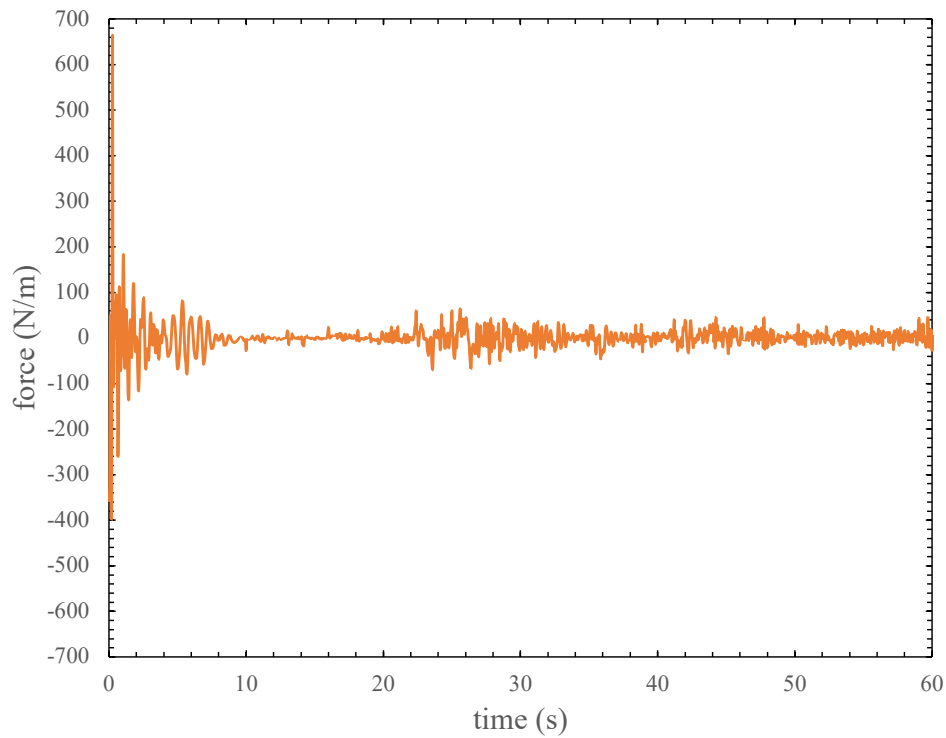


図 5.7: Drag force at  $T = 2.0\text{s}$



図 5.8: Lift force at  $T = 2.0$ s図 5.9: Drag force at  $T = 2.5$ s

図 5.10: Lift force at  $T = 2.5$ s図 5.11: Drag force at  $T = 3.0$ s

図 5.12: Lift force at  $T = 3.0s$ 

また表 5.3、図 5.4 と同様に、 $H_1$  を 11m での波高として、 $H_{cal}/H_1$  から計算した  $q$  を、以下の表 5.5、図 5.13 示す。ただし、1 を越える値は解析から除外した。

表 5.5:  $q$  at each  $T$  used  $H_1$ 

$T$ (s)	$q$
2.0	0.51195
2.5	0.29498
3.0	0.38986

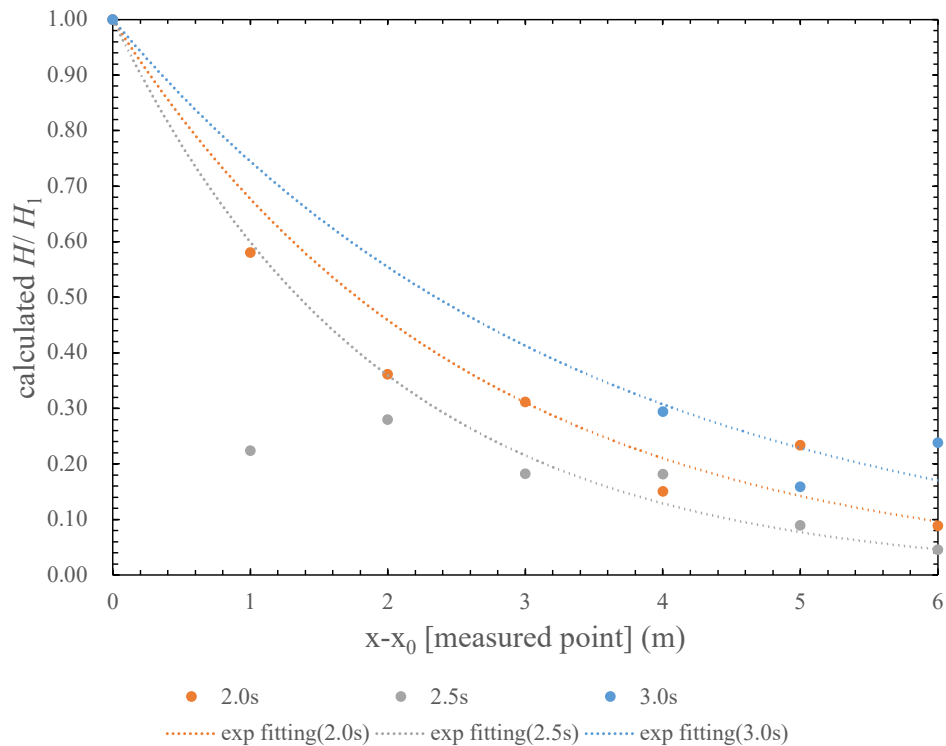


図 5.13: Wave attenuation trends at rigid plate

### 5.2.3 擬似弾性板の概要

擬似弾性板について説明する。3.9章で出てきた DSPH の hinge 機能を用いて図 5.1 の 11m の剛体板を擬似的な弾性板として表現する。例えば以下の図 5.14 のように剛体板を複数に分割することを考えて、その板と板の間に式 (3.9.1) を用いて擬似的な弾性を再現し、板が曲がるようにする。

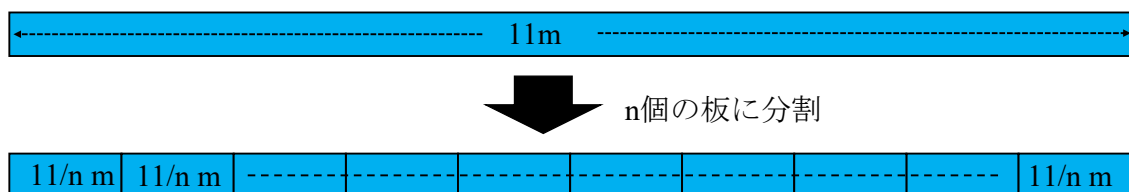


図 5.14: Conceptual diagram of the hinge function

本研究では 11m の板を 10 分割したもの (1 plate = 1.1m) と 20 分割したもの (1 plate = 0.55m) を用いて、擬似弾性板による波高減衰の計算を行なった。

ただし平板におけるねじり剛性  $k$  やねじりによる減衰  $c$  の値を求められなかったため、 $c$

については全ての計算で 0 として、 $k$  のみの値を変更してモーメント  $M$  を設定し計算を行なった。

本研究では、板を 10 分割したもので  $M = 100, 1000, 10000, 100000$  (Nm)、板を 20 分割したもので  $M = 100$  (Nm) の 5 ケースの計算を行なった。

#### 5.2.4 擬似弾性板における計算結果

擬似弾性板を用いて  $H_{cal}/setH$  について検証した。この計算では剛体板と異なり長時間計算を行なってもオーバーウォッシュ (overwash) が発生しなかったため 200 秒で計算を行なった。計算条件は周期以外を表 5.1、周期を  $T = 2.5s$  に固定してそれぞれのねじりモーメント  $M$ 、板の分割数で計算を行なった。まず  $M = 100Nm$  において 10 分割した板と 20 分割した板の  $t = 0, 50, 100, 150s$  におけるスナップショットを以下の図 5.15 に示す。赤色の板は板を 20 分割したものの、水色の板は板を 10 分割したものである。

このスナップショットから計算条件が同一で板の分割数のみが違う場合、板の運動がわずかに異なる。そのため分割数の影響を検証するために、板を 20 分割した計算を行なった。

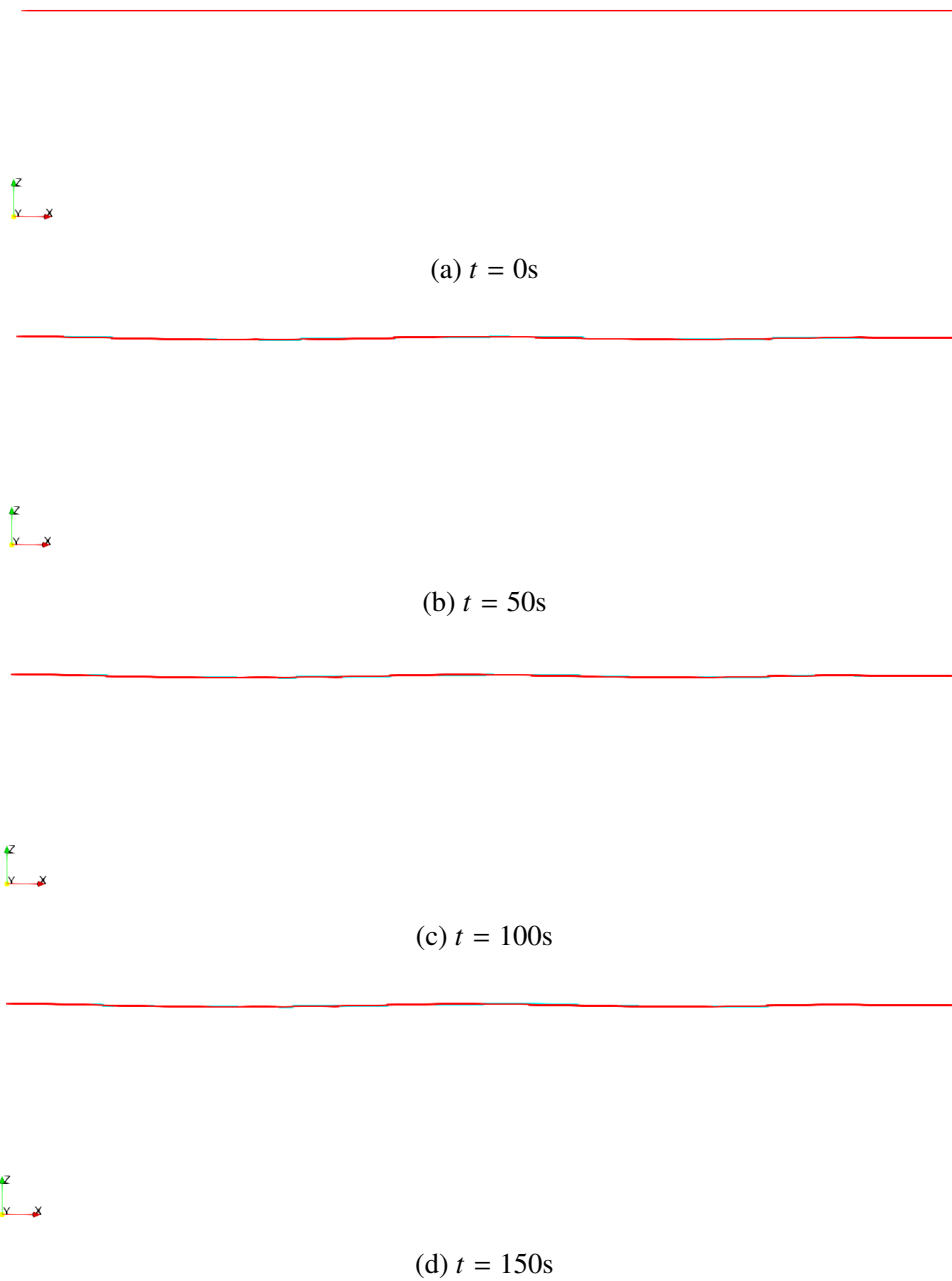


図 5.15: Snapshot of the simulation of 10 and 20 Plates

また  $H_{cal}$  は全周期の後半 30 周期分の平均として求めた。各  $M$ 、板の分割数で、剛体板の  $H_{cal}/setH$  と同様に減衰係数  $q$  について求めた。以下の表 5.6、図 5.16 にその結果を示す。

表 5.6:  $q$  at each  $M$  used set  $H$

M (Nm/rad)	q (1/m)
100	0.03947
100(20plates)	-0.00464
1000	0.05712
10000	-0.00009
100000	0.01828

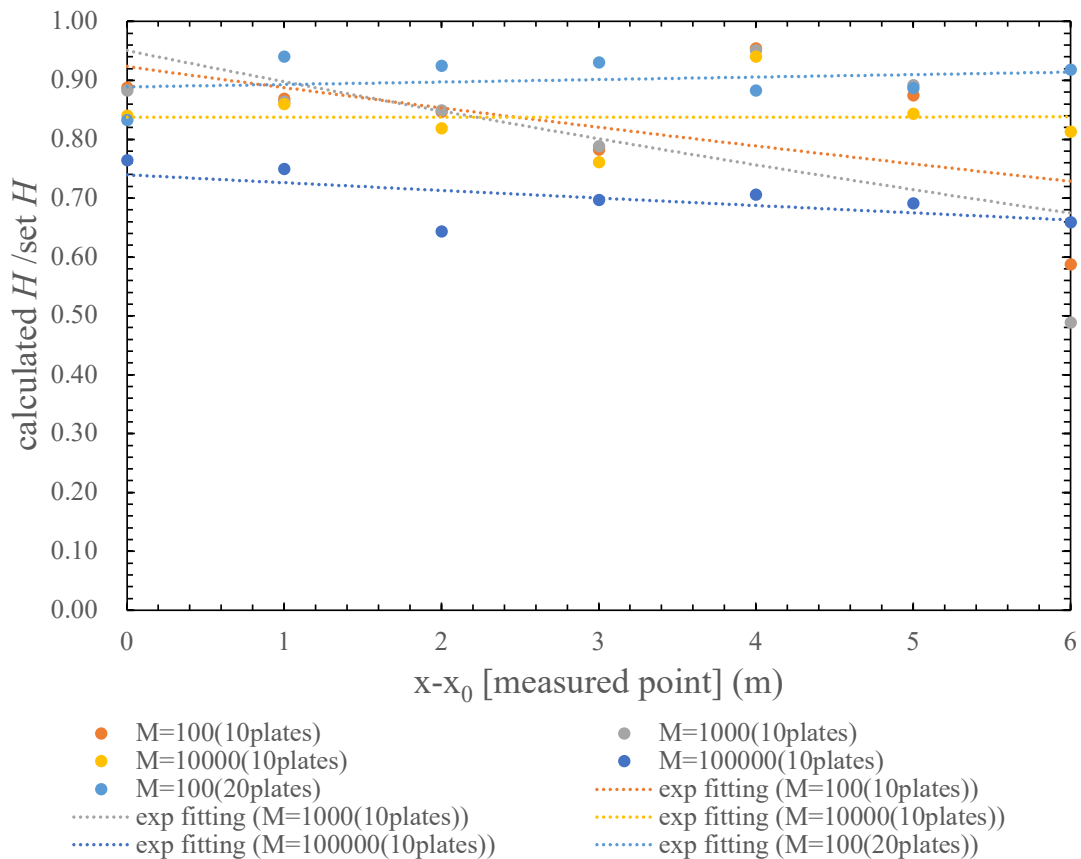


図 5.16: Wave attenuation trends at elastic plate

また剛体板で行なったのと同様に  $H_{cal}/H_1$  として、波高の減衰係数  $q$  を求めた。ただし板を 20 分割したものの値については、 $H_1$  より 12m 以降の波高が大きくなったため除

外した。結果を以下の表 5.7、図 5.17 に示す。

表 5.7:  $q$  at each  $M$  used  $H_1$

$M$	$q$
100	0.04061
1000	0.07985
10000	0.01111
100000	0.02574

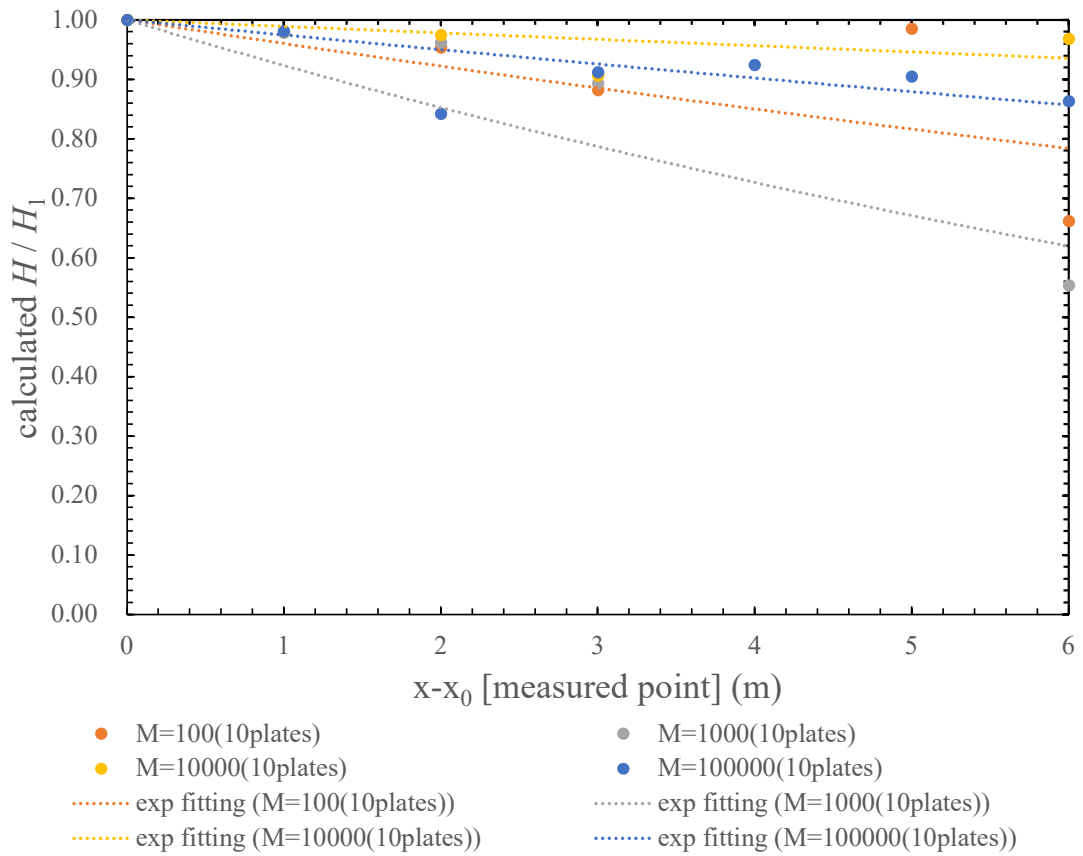


図 5.17: Wave attenuation trends at elastic plate



## 第 6 章

# 考察

### 6.1 造波の検証

まず造波の検証について考察する。

影響半径粒子径比の係数  $h_c$ 、人工粘性係数  $\alpha$  に関しては計算対象としている系によって値が異なってくるため、本研究ではいくつかの数値を選択して用いる値を決定した。しかし人工粘性係数  $\alpha$  に関しては最も減衰が小さかった  $\alpha = 0.001$  において波高の振動と波高全体が右肩上がりになる傾向が現れた。これは人工粘性が小さすぎることで造波によって、近隣の粒子間の距離がカーネル関数と重ならないほどに離れて正確な波高が取れなかったのではないかと考える。また波高が右肩上がりになるのも、圧力や密度が不連続になることで水面が振動することによるものではないかと考える。

次に周期  $T$  が大きくなるにつれて波高の減衰が小さくなったことについて考察する。粒子法に限らず周期が大きくなると波高の減衰は小さくなる。これは分散関係から同一水深において波長が大きくなると、波粒子が楕円運動から段々と楕円が潰れた運動に移行していく。最終的に楕円ではなく粒子の往復運動になるため、楕円運動のときは干渉していた水底の影響が小さくなり、波高の減衰が起こりづらくなるためである。これと同様の理由で本研究でも波高が減衰しづらくなったのではないかと考える。

また減衰係数  $q$  と  $(\lambda/dp)$  の関係について考察する。図 4.39 を見ると  $T = 0.8, 1.2, 1.5s$  では粒子径  $dp$  が小さくなる毎に波高の減衰が小さくなる。一方  $T = 2.0, 2.5, 3.0s$  では  $dp$  が小さくなると減衰が大きくなっている。この傾向は  $T = 0.8, 1.2, 1.5s$  では、 $dp$  が小さくなり空間解像度が上がることでこれまで波高として解像されなかった運動まで計算され、減衰が小さくなったのではないかと考える。 $T = 2.0, 3.0s$  では、そもそも減衰が小さかったため、このような傾向になったのではないかと考える。 $T = 2.5s$  は減衰係数も大きく、 $dp$  が小さくなってもさらに大きくなるため、 $\lambda$  や  $dp$  ではない別の因子による効果が考えられるが、本研究では明らかにならなかった。

## 6.2 氷板下における波浪の波高減衰

まず剛体板を用いた波高の減衰特性について考える。

Parra et al. [6] は周期  $T = 2.0\text{s}$  で板状氷を用いた実験において、波の減衰係数  $q(1/\text{m})$  を  $0.2$  と求めている。本研究における周期  $T = 2.0\text{s}$  の  $q$  は、 $0.33$  や  $0.51$  とやや大きい。この差がどのような作用によって発生するか考える。

まず Zhao et al. [53] は、波が減衰するメカニズムは乱流による減衰、氷板下の境界層流、氷粒子の衝突の3つであると述べている。またこれに加えて反射が含まれるが、氷板が存在する中で反射波のみを抽出してその大きさを調べるのが非常に難しいため検証できなかったが、反射波の効果は造波検証でも存在したため後の検証が必要である。氷による減衰に関わるのは後者2つで、本研究では氷は粒状にならないため、主に境界層による効果が効いてくるのではないかと考えた。そこで境界層厚さについてブラジウスの厳密解を用いて求める。ブラジウスの厳密解から境界層厚さ  $\delta$  は以下の式 (6.2.1) で表される。

$$\delta = 4.91 \sqrt{\frac{\nu x}{U}} \quad (6.2.1)$$

ここで、 $\nu$  は動粘性係数、 $x$  は対象としている平板の長さ、 $U$  は流速である。 $20^\circ\text{C}$  の水の動粘性係数は  $1.004 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$  [50]、板の長さ  $l = 11\text{m}$  である。波粒子速度  $U$  は厳密に求めることは難しいため、位相速度を代用して計算する。例えば本研究で用いた水槽における  $T = 2.0\text{s}$  での位相速度は  $2\text{m/s}$  程度であるから式 (6.2.1) は以下のように求まる。

$$\begin{aligned} \delta &= 4.91 \sqrt{\frac{1.004 \times 10^{-6} \times 11}{2}} \\ &= 0.0115\text{m} \end{aligned}$$

つまり氷板の後縁における境界層厚さは、位相速度を用いているため  $0.01\text{m}$  程度であることがわかる。本研究では  $dp = 0.005\text{m}$  を使用しているため、後縁では粒子2個程度でしか解像できない。そのため流体と氷板の摩擦による粘性減衰は表現できていないと考えられる。

また氷は本来なら弾性板であるため、剛体板を用いている本検証では減衰が大きくなることが考えられる。そのため本研究での  $q$  が実験よりもやや大きくなったことが考えられる。

また浮体が受ける流体力の図 5.7、図 5.8、図 5.9、図 5.10、図 5.11、図 5.12 を見ると、特に  $z$  方向の力で振動しているのが見て取れる。これは波から受ける力以外にも壁とぶつ

かった時の反発力などが含まれるが、このような氷板に作用する力によって氷板が上下に振動し、それによって波が減衰したと推測する。

次に擬似弾性板について考える。剛体板の  $T = 2.5\text{s}$  における減衰係数  $q$  は、 $0.3 \sim 0.5$  ( $1/\text{m}$ ) 程度である。一方で擬似弾性板の減衰係数  $q$  はどのねじりモーメントにおいても  $10^{-1}$  程度小さい。このことから Parra et al. の実験における板状氷は剛体に近かったのではないかと考えられる。

また以下の表 6.1 に各先行研究で用いられている水深と波長、北極海における平均水深と代表的な波長、表 6.2 に水深波長比を示す。本研究では Parra et al. や小笠原の最も大きな波長と近い数値的な検証を行なった。

表 6.1: Water depth and wavelength used in previous studies

	北極海 [51,52]	Parra et al. [6]	小笠原 et al. [48]	本研究
水深 $h$ (m)	4000	0.45	0.8	0.5
$\lambda$ (m)	100	0.693	0.998	4.056
	126	1.493	1.257	5.239
	156	2.122	1.557	6.395
	189	3.884	1.872	
	225		2.214	
	264		2.539	
	306		2.851	
			3.217	
			3.551	
			3.881	
		4.208		

表 6.2: Water depth-wavelength ratio used in previous studies

	北極海	Parra et al.	小笠原	本研究
水深波長比 $h/\lambda$	25.641	0.649	0.802	0.123
	21.164	0.301	0.636	0.095
	17.778	0.212	0.514	0.078
	15.152	0.116	0.427	
	13.072		0.361	
			0.315	
			0.281	
			0.249	
			0.225	
			0.206	
		0.190		

表 6.2 を見ると、北極海の水深波長比に比べて実験や本研究の値は非常に小さい。水深波長比が  $1/2$  より大きいと深海波、 $1/2$  より小さく  $1/25$  より大きいと浅海波と呼ばれるが、深海波の場合水深の影響を受けない。これは分散関係式 (4.2.1) において、 $kh \rightarrow \infty$  としたとき、

$$\lambda = \frac{g}{2\pi} T^2$$

となることからわかる。

一方浅海波では水深の影響を受けるため、深海波と浅海波では同じ周期でも波長が異なる。

## 第 7 章

# 結論

本研究では SPH 法を用いた流体・固体シミュレーションソフトである DualSPHysics を用いて、波浪-氷板相互作用について検証するために、SPH 法の造波検証と剛体板、擬似弾性板を用いた波浪の減衰特性についてシミュレーションを行なった。その結果粒子径と周期の関係を明らかにし、SPH 法においても  $T = 2.0\text{s}$  より大きい周期では、実験における板状氷の減衰係数に近い値が得られた。まとめると以下のことが明らかになった。

1. 人工粘性係数  $\alpha$  が小さすぎると波高が振動する。これは造波によって、近隣の粒子間の距離がカーネル関数が重ならないほどに離れて正確な波高が取れなかったのではないかと考えられる。
2. SPH 法においても周期  $T$  が大きくなった場合、波の減衰が小さくなる。
3.  $dp$  を小さくすると空間解像度が上がり、波高の減衰が小さくなる。しかしこの  $dp$  による効果はある周期以上になると頭打ちになると考えられる。
4. ブラジウスの厳密解から境界層厚さを求めると、本研究の粒子径では境界層を記述できなかった。そのため本研究における波の減衰は、氷板の振動によるものではないかと推察する。
5. 剛体板の  $q$  が Parra et al. [6] の実験結果と比べてやや大きくなったが、擬似弾性板では小さくなった。これは実験における板状氷が非常に硬く、剛体に近いためではないかと考えられる。



## 謝辞

本研究を行うにあたり、多くの方々からご協力、ご支援をいただきました。最後になりますがここで感謝を伝えたいと思います。

指導教員である平林先生には非常に丁寧にご指導をいただきました。海洋系の知識が乏しい私に根気強く付き合ってください、また研究だけでなく一般的な知識でも貴重なアドバイスを非常に多くいただきました。また弱気になっているときは背中を押していただき、最後の最後までご迷惑をおかけしました。この論文は先生のご指導なしには決して間に合っていなかったと思います。本当にありがとうございました。

アドバイザー教員の早稲田先生には基本的な事柄から非常に多くの知識、アドバイスをいただきました。また氷海水槽の見学など知識を深める手助けもしていただきました。ありがとうございました。

本郷との合同ゼミでは、鈴木先生をはじめとして教員の方だけでなく学生の方からも様々なアドバイスをいただきました。また平林研究室では似ているが扱っていない研究をやっている学生の方もおり、知識を深めることができました。ありがとうございました。

秘書である石渡さんにはとても良くしていただきました。研究で煮詰まっているときなどに声をかけていただき、とても良い気分転換となりました。ありがとうございました。

また先輩である北野さん、李さんにはコロナ禍ということもあり対面で会う機会はほとんどありませんでしたが、ラボで会ったときには研究の相談などにのっていただきました。ありがとうございました。

同期卒業の松下さん、山田くんにもコロナ禍ということもあり、あまり対面で会う機会はありませんでしたが、オンラインミーティングでは研究に対するアドバイス、ラボでは同期の学生として非常に楽しく過ごすことができました。

また後輩達にもそれほど会うことができず、先輩として研究や学生生活のサポートができなかったことを申し訳なく感じています。

最後にあらゆる面で支えとなってくれた家族に特別な感謝をいたします。本当にありがとうございました。





## 参考文献

- [1] <https://www.ipcc.ch/srocc/chapter/chapter-3-2/>
- [2] Waseda, T., Webb, A., Sato, K. et al., "Correlated Increase of High Ocean Waves and Winds in the Ice-Free Waters of the Arctic Ocean", (2018) *Sci Rep* 8, 4489.
- [3] Stephenson, S., Smith, L., Agnew, J., "Divergent long-term trajectories of human access to the Arctic", (2011) *nature climate change Lett*, Vol.1 156-160.
- [4] Wang, R., Shen, R., "Gravity waves propagating into an ice-covered ocean: A viscoelastic model", (2010) *J. Geophys Res*, Vol.115 C06024.
- [5] Yiew, L., Prora, S., Wang, D. et al., "Wave attenuation and dispersion due to floating ice covers", (2019) *Applied Ocean Research* 87, 256 – 263
- [6] Parra, S., Sree, D., Wang, D. et al., "Experimental study on surface wave modifications by different ice covers", (2020) *Cold Region Science and Technology*, 174,103042
- [7] Toffoli, A., Bennetts, L., Meylan, M. et al., "Sea ice floes dissipate the energy of steep ocean waves", (2015) *Geophys Res Lett*, 42, 8547-8554
- [8] McGovern, D. and Bai, W., "Experimental study on kinematics of sea ice floes in regular waves", (2014) *Cold Regions Science and Technology*, Volume 103, P15-30
- [9] 松下凜太郎、「マージナルアイスゾーンでの波浪減衰に関する風洞水槽実験」、(2019) 東京大学卒業論文。
- [10] Zhang, N., Zhang, X., Ma, Q., "Study on wave-induced kinematic responses and flexures of ice floe by Smoothed Particle Hydrodynamics", (2019) *Computers and Fluids*, 189, 46-59
- [11] Tran-Duc, T., Meylan, M., Thamwattana, N. et al., "Wave Interaction and Overwash with a Flexible Plate by Smoothed Particle Hydrodynamics", (2020) *Water*, 12, 3354.
- [12] Lucy, L., "A numerical approach to the testing of the fission hypothesis." (1977) *Astronomical Journal*, vol. 82, p1013-1024.
- [13] Gingold, R., Monaghan, J., "Smoothed particle hydrodynamics: theory and application to non-spherical stars", (1977) *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*,

Volume 181, Issue 3, Pages 375 – 389

- [14] Monaghan, J., "Simulating Free Surface Flows with SPH", (1994) *J. Comput. Phys.*, Vol.110, p399 – 406.
- [15] Commins, S., Rudman, M., "An SPH Projection Method" (1999) . *Comput. Phys.*, Vol.152, pp584 – 607.
- [16] Koshizuka, S., Oka, Y., "Moving-particle semi-implicit method for fragmentation of incompressible fluid", (1996) *Nuclear Sci. Eng.*, Vol.123, p421-434
- [17] Liu, M., Liu, G., "Smoothed Particle Hydrodynamics (SPH): an Overview and Recent Developments" (2010) *Arch Comput Methods Eng*, 17, p25 – 76
- [18] Monaghan, J., "Smoothed particle hydrodynamics", (1992) *Annual Rev. Astron. Astrophys.*, Vol.30, p543-574
- [19] Becker, M., Teschner, M., "Weakly compressible SPH for free surface flows" (2007) In *Proc. SCA2007*, pp.209-217
- [20] DualSPHysics 公式 HP (最終閲覧日: 2022 年 2 月 25 日) <https://dual.sphysics.org/>
- [21] Monaghan, J.J., Lattanzio, J.C., "A refined particle method for astrophysical problems", (1985) *Astronomy and Astrophysics*, vol.149, no.1, p135-143.
- [22] Wendland, H., "Piecewise polynomial, positive definite and compactly supported radial functions of minimal degree", (1995) *Advances in Computational Mathematics* 4 p389-396
- [23] DualSPHysics 公式 Wiki (GitHub) (最終閲覧日: 2022 年 2 月 25 日) <https://github.com/DualSPHysics/DualSPHysics/wiki>
- [24] Monaghan, J., Gingold, R., "Shock simulation by the particle method SPH" (1983) *J. Computational Physics*, Volume 52, 2, p374-389
- [25] Molteni, D., Colagrossi, A., "A simple procedure to improve the pressure evaluation in hydrodynamic context using the SPH" (2009) *Computer Physics Communications*, Volume 180, Issue 6, p. 861-872.
- [26] Fourtakas, G., Dominguez, J., Vacondio, R. et al., "Local uniform stencil (LUST) boundary condition for arbitrary 3-D boundaries in parallel smoothed particle hydrodynamics (SPH) models" (2019) *Computers and Fluids*, 190, p346 – 361
- [27] Crespo, A., Gómez-Gesteira, M., Dalrymple, R., "Boundary Conditions Generated by Dynamic Particles in SPH Methods" (2007) *Computers, Materials and Continua*, 5(3), p173-184.
- [28] Monaghan, J., Kos, A., Issa, N., "Fluid Motion Generated by Impact" (2003) *J. Waterway, Port, Coastal, Ocean Eng.*, 129(6): 250-259

- 
- [29] Monaghan, J., "Smoothed particle hydrodynamics", (2005) *Rep. Prog. Phys.* 68 1703 – 1759
- [30] 飯島一博、井上俊司、岡田真三、尾崎雅彦、神田雅光、鈴木英之、高木健、前田克弥、正信聡太郎、松浦正巳、「船舶海洋工学シリーズ 12 海洋構造物」、(2013)、成山堂書店、p49-58
- [31] Havelock, T., "LIX. Forced surface-waves on water", (1929) *The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science*, 8:51, 569-576
- [32] Biesel, F., Suquet, F., "Les Apparails Generateurs de Houle en Laboratoire", (1951) *La Houille Blanche*, 6, 2, 4, and 5.
- [33] Flick, R., Guza, R., "Paddle generated waves in laboratory channels", (1980) *J. Waterw. Port, Coast and Ocean Div. Am. Soc. of Civ. Eng.* 106 (WW1), 79 – 97.
- [34] Madsen, O., "On the generation of long waves", (1971) *J. Geophys. Res.* 76, p8672 – 8683.
- [35] Schaffer, H., "Second-order wavemaker theory for irregular waves.", (1996) *Ocean. Eng.* 23, p47 – 88.
- [36] Hughes, S., "Physical Models and Laboratory Techniques in Coastal Engineering", (1993) *Advanced S. on Ocean Eng*, vol.7.
- [37] Verlet, L., "Computer 'Experiments' on Classical Fluids. I. Thermodynamical Properties of Lennard-Jones Molecules.", (1967) *Phys. Rev.*, 159:98 – 103.
- [38] Leimkuhler, B., Matthews, C., "Molecular Dynamics: With Deterministic and Stochastic Numerical Methods." (2015) *springer*, p60-93
- [39] Monaghan, J., Kos, A., "Solitary Waves on a Cretan Beach" (1999) *J. Waterway, Port, Coastal, Ocean Eng.* 125, p145-155.
- [40] Monaghan, J., "On the problem of penetration in particle methods" (1989) *J. Computational Physics*, Vol82, Issue 1, P1-15
- [41] DualSPHysics 公式ガイド XML\_GUIDE\_CHRONO.pdf (ダウンロードファイルの guides ファイル内) (最終閲覧日 : 2022 年 2 月 25 日) <https://dual.sphysics.org/downloads>
- [42] Altomare, C., Domínguez, J., Crespo, A. et al., "Long-crested wave generation and absorption for SPH-based DualSPHysics model" (2017) *Coastal Engineering*, 127, p37 – 54
- [43] Roselli, R., Vernengo, G., Altomare, C. et al., "Ensuring numerical stability of wave propagation by tuning model parameters using genetic algorithms and response surface methods" , (2018) *Environmental Modelling and Software*, 103, 62-73.
- [44] Quartier, N., Roperio-Giralda, P., Domínguez, J. et al., "Influence of the Drag Force

- on the Average Absorbed Power of Heaving Wave Energy Converters Using Smoothed Particle Hydrodynamics" (2021) *Water*, 13, 384.
- [45] Altomare, C., Crespo, A., Domínguez, J. et al., "Applicability of Smoothed Particle Hydrodynamics for estimation of sea wave impact on coastal structures" (2015) *Coastal Engineering*, Vol.96, p1 – 12
- [46] Behroozi, F., "Fluid viscosity and the attenuation of surface waves: a derivation based on conservation of energy" (2004) *Eur. J. Phys.*, 25, 115 – 122
- [47] Padova, D., Dalrymple, R., Mossa, M., "Analysis of artificial viscosity in the smoothed particle hydrodynamics modelling of regular waves" , (2014) *J. Hydraulic Research*, 52:6, 836-848
- [48] 小笠原敏記、川口秀一、堺茂樹、「フラジル/グリースアイスおよびパンケーキアイス氷況下を伝播する規則波の減衰特性」、(2011) *海岸工学論文*、Vol.67、No. 2、421-425.
- [49] Newyear, K., Martin, S., "A comparison of theory and laboratory measurements of wave attenuation in grease ice", (1997) *J. Geophys. Res.*, Vol.102 (C11), pp.25091-25099.
- [50] 株式会社ソフトウェアクレイドル Website、もっと知りたい！熱流体解析の基礎 09 第 2 章 物質の性質：2.6 粘性係数と動粘性係数（最終閲覧日：2022 年 2 月 25 日）  
<https://www.cradle.co.jp/media/column/a169#:~:text=20%20%E2%84%83%2C%20%E6%B0%97%E5%9C%A7%EF%BC%88%3D,%E9%96%A2%E4%BF%82%E3%81%8C%E9%80%86%E8%BB%A2%E3%81%97%E3%81%BE%E3%81%99%E3%80%82>
- [51] 日本財団図書館（最終閲覧日：2022 年 2 月 25 日）<https://nippon.zaidan.info/seikabutsu/1999/00862/contents/022.htm#:~:text=%E5%8C%97%E6%A5%B5%E6%B5%B7%E4%B8%AD%E5%A4%AE%E9%83%A8%E3%81%AF,%E3%81%AB%E4%BA%8C%E5%88%86%E3%81%97%E3%81%A6%E3%81%84%E3%82%8B%E3%80%82>
- [52] 国土技術政策総合研究所、資料 第 927 号（最終閲覧日：2022 年 2 月 25 日）  
<http://www.nilim.go.jp/lab/bcg/siryou/tnn/tnn0927.htm>
- [53] Zhao, X., Shen, H., Cheng, S., "Modeling ocean wave propagation under sea ice covers", (2015) *Acta. Mech. Sin.*, Vol.31, 1-15.