審査の結果の要旨

氏　名　　三浦　達彦

三浦達彦氏の博士論文では、次の 5 つの課題が研究されている。

(i) 動く薄膜領域上の熱方程式に関する膜の厚さゼロでの特異極限問題
(ii) 動く薄膜領域上の非線形拡散方程式のエネルギー法による導出および形式的特異極限との関係
(iii) 動く薄膜領域上の非圧縮性流体方程式に対する膜の厚さゼロでの特異極限問題
(iv) 曲がった薄膜領域上のナヴィエ-ストークス方程式の数学解析
(v) 動く曲面上のハミルトン-ヤコビ方程式の数学解析および数値解析

薄膜領域とは、空間内のある方向への幅が他の方向に対して非常に小さい領域である。そのような領域で偏微分方程式を考え、その厚みをゼロにしたとき、解の極限は曲面上のどのような方程式を満たすかということは、自然科学全般において重要な課題である。したがって多くの先行研究があるが、本研究のように動く薄膜や、曲がった薄膜での研究はほとんどなかった。薄膜領域上の偏微分方程式の研究は Hale-Raugel (1992) に始まり、以降多くの研究者が低次元領域に退化する**平らな**薄膜領域上の方程式の適切性（一意可解性など）や薄膜領域の厚さをゼロにした特異極限問題（退化集合上の極限方程式の導出や、元の方程式との比較）について研究してきた。また低次元多様体に退化する曲がった薄膜領域については Schatzman (1996) らが超曲面に退化する薄膜領域上のラプラス作用素の固有値の漸近活動を研究している。しかし、Temam-Ziane (1997) によるナヴィエ-ストークス方程式の研究や、Prizzi-Rinaldi-Rybakowski (2002) による反応拡散方程式の研究などを除き、**曲がった**薄膜領域上の**発展方程式**の研究はほとんど行われていない。また、**動く**薄膜領域上の偏微分方程式の研究も少なく、Elliott-Stinner (2009) による動く曲面上の移流拡散方程式の拡散界面近似や Pereira-Silva (2013) による低次元の静止領域に退化する動く薄膜領域上の反応拡散方程式の研究はあるが、薄膜領域の極限退化曲面が動く場合に極限方程式を導出した例はない。曲がった薄膜領域や動く薄膜領域上の偏微分方程式の研究が少ない理由は、薄膜領域の境界と極限曲面の形状の複雑さや運動が方程式

の解明を困難にしていることである。本博士論文では、そのような困難を克服する新たな数学的手法を提案し、曲がった薄膜領域の境界および境界条件および極限曲面の形状や運動が薄膜での方程式や極限方程式に与える影響を研究することを主としている。一方、曲面上の発展方程式についても、ある程度考察している。以下、課題ごとの成果について述べる。

(i) 厚さゼロの極限が動く閉超曲面になる薄膜領域上の熱方程式のノイマン型初期値境界値問題を考え、その弱解の厚さゼロ極限での収束性および収束極限の満たす方程式を導出した。膜の垂直方向に単に平均を取るのではなく、重みをつけた平均を取るところが重要なアイデアである。極限として得られる超曲面上の熱方程式は、超曲面が動く場合には初めて導出されたものである。

(ii) 同様の問題をより一般の非線形拡散型方程式に対し考えエネルギーの保存則との関係を明らかにした。本研究は形式的なものであるが、極限方程式の導出と、変分操作との可換性の考察が新しい点である。

(iii) 同様の問題を流体力学の基礎方程式であるナヴィエ-ストークス方程式について行った。極限方程式を形式的に導いた。これは動く曲面上の流体方程式と同じであることが明らかになった。

(iv) 静止した 3 次元の曲がった薄膜領域において流体が境界上で摩擦力を受けながら滑るという滑り境界条件を課したナヴィエ-ストークス方程式を考える。厚さゼロの極限が平面や、球面でなく一般の閉曲面になる場合の研究は全くなかった。本論文では膜の厚さが薄ければ薄いほど大きな初期値についての解の時間大域的に存在することを証明し、解の時空ノルムの厚みについての一様な評価を導出した。極限方程式も解の収束極限の満たす方程式として導出した。極限方程式は曲面の形だけではなく境界条件にも影響されることを明らかにした。この分野の教科書的な結果となる重要な貢献である。

(v) 動く曲面上でのハミルトン-ヤコビ方程式の粘性解理論を構築した。動く曲面上では、初めての結果である。

本博士論文は、新規な内容を多く含むだけではなく、新たな分野を創設していく研究である。よって、論文提出者 三浦達彦は、博士（数理科学）の学位を受けるにふさわしい充分な資格があると認める。