

審査の結果の要旨

氏名 戸次 鵬人

戸次氏は局所対称空間上の測地的サイクルの数論的性質の研究を行った。論文は二つのテーマからなり、第一部では古典的連分数展開と2次体の数論の理論の一般化、第二部では Hecke の積分公式の一般化について研究している。

古典的連分数は、実数の有理数近似を与える理論であるが、連分数展開が準周期的になる実2次無理数の数論と関連が深い。特に周期的連分数展開に現れる係数を用いて実2次体の基本単数が求められることはよく知られている。この古典的連分数展開は、Poincaré 上半平面を $SL_2(\mathbb{Z})$ で割ることによって得られるモジュラー曲線上の測地線を用いて解釈できることが古くから知られており、この幾何学的解釈の視点から連分数展開を一般化する研究が数多くある。第一部で、戸次氏は、有理数体に $\cos \frac{2\pi}{7}$ を添加して得られる3次アーベル拡大 $F = \mathbb{Q}(\cos \frac{2\pi}{7})$ を考え、 F 上のある種の4元数体から定まる数論的離散群 Γ の作用で Poincaré 上半平面をわって得られる志村曲線を用いて、古典的連分数と同じ形をした実数の連分数展開を F 上で与えるアルゴリズムを構築した。さらに構成した連分数展開について、展開の収束の証明、連分数展開が準周期的・周期的になる実数の F 上2次な数を用いた特徴づけ、および F のある種の2次拡大の相対基本単数の連分数展開を用いた構成法を与えた。連分数展開の一般化の研究は実数の近似の観点からの研究が中心で、数論的視点からの研究は少ない。本研究は、古典的連分数と同じ形の連分数展開を有理数体以外の代数体で構築し、それをもとに代数体の2次拡大の数論を扱えることを示した独創性の高い研究であるといえる。

第二部では、有理数体の有限次拡大、代数体の2次拡大に対する織田・広恵(2008)及び山本(2008)による Hecke の積分公式の一般化を、任意の次数 n の代数体の拡大 E/F へ一般化する公式を得た。代数体 E の有限指標に伴う L 関数は、 E のイデアル類ごとに定まる部分ゼータ関数を用いてその性質が調べられることが多い。戸次氏は、 E のイデアル類と F のイデアル類の組に伴う、より細分化された新しい部分ゼータ関数を導入し、この関数に関して Hecke の公式の一般化を証明した。2次拡大の場合も山本の結果を精密化したものとなっている。さらに Hecke の積分公式に現れる Eisenstein 級数の Fourier 展開の係数を具体的に決定することにより、新しい部分ゼータ関数の $s = 1$ での留数や定数項を記述する公式を証明した。留数には、従来の類数公式を細分化として、新しい数論的不変量が現れうる可能性があったが、実際は計算の結果 F の Dedkind ゼータ関数の $s = n$ での値と結びつくという興味深い結果を得た。細分化されたゼータ関数の数論的意味はまだ明確ではないが、ゼータ関数の研究の新しい方向性を提示した優れた研究であるといえる。

いずれの研究においても、先行研究の研究手法を継承しつつも、独自の視点から問題を捉えなおし、また研究手法に新たな工夫を加えることにより、独創性の高い研究成果を得ている。以上のことから、論文提出者 戸次鵬人は博士(数理科学)の学位を受けるにふさわしい十分な資格があると認める。