数理科学実践研究レター 2021–1 August 23, 2021

購買記録から行動予測

by

北岡 旦

UNIVERSITY OF TOKYO
GRADUATE SCHOOL OF MATHEMATICAL SCIENCES
KOMABA, TOKYO, JAPAN

購買記録から行動予測

北岡旦[1]（東京大学大学院数理科学研究科）
Akira Kitaoka (Graduate School of Mathematical Sciences, The University of Tokyo)

概 要

本研究は，人々が製品を購入した情報から人の行動を予測することを数学的な視点で研究した．購買記録から人の行動を予測する指標を提案した．

1 はじめに

我々の目的は，アクセスログや商品の購買記録をもとに，ネットユーザー，購買者の次の行動，求める商品を予測することである．この課題は購買記録から購買者が特定の商品を買う確率を予測することに相当する．本研究では,「確率」もどきを与える関数を構成し，人の行動予測に応用できることを提案する．

2 購買記録

購買記録を「ある人がある時刻にある商品を買ったデータの集まり」と定義する．購買記録から取れるデータとして，以下が挙げられる．

- $\lambda \in \mathbb{N}$: 人 (番号)
- $i, j \in \mathbb{N}$: 商品 (番号)
- $k \in \mathbb{N}$: 期間 $(0, \ldots, K)$
- $\beta^1_{i,j,k} \in [0,1]$: $\begin{cases} \text{期間 } k \text{ に商品 } j \text{ を買った後に商品 } i \text{ を買う確率} & i \neq j \\ \text{期間 } k \text{ に商品 } i \text{ を買う確率} & i = j \end{cases}$
- $\beta^0_{i,j,k} \in [0,1]$: 期間 k に商品 j を買わなかった人が商品 i を買う確率
- $\beta_{i,j,k}(\lambda) := \begin{cases} \beta^0_{i,j,k}, & \text{人 } \lambda \text{ が期間 } k \text{ に商品 } j \text{ を買わなかった，} \\ \beta^1_{i,j,k}, & \text{人 } \lambda \text{ が期間 } k \text{ に商品 } j \text{ を買った} \end{cases}$
- $\gamma_{i,k}(\lambda) := \begin{cases} 0, & \text{人 } \lambda \text{ が期間 } k \text{ に商品 } i \text{ を買わなかった，} \\ 1, & \text{人 } \lambda \text{ が期間 } k \text{ に商品 } i \text{ を買った} \end{cases}$

ただし，任意の商品 i に対し $\beta^1_{i,i,k} > 0$ となる k が存在すると仮定する．

3 行動予測

これらのデータを使って，適切に実数列 $\{w_{ij}\}$ をとって，

$$\text{「人 } \lambda \text{ が期間 } K \text{ に商品 } i \text{ を買う確率」} = \sum_j w_{ij} \beta_{i,j,K-1}(\lambda)$$

と表すことができると仮定する．

[1] akitaoka@ms.u-tokyo.ac.jp

この場合，どのような $w = \{w_{ij}\}$ を設定することが適切かという問が生じる．そこで，

$$E(w) = \sum_{k=0}^{K-2} \sum_{\lambda} \sum_{i} \left(\sum_{j} w_{ij} \beta_{i,j,k}(\lambda) - \gamma_{i,k+1}(\lambda) \right)^2$$

が最小になる w を取ることが，適した w を構成したと著者は考えた．その理由について述べる．ここで，

前の期間の数 $K-1$ 回分の過去の経験が，期間 $K-1$ でも活かせる

と仮定する．関数 $E(w)$ はそれぞれの期間 k において，各 λ, i に対し，「予測値 $\sum_j w_{ij}\beta_{i,j,k}(\lambda)$ と実際の結果 $\gamma_{i,k+1}(\lambda)$」の誤差を寄せ集めたものである．この仮定のもとで，この誤差が最小になるということが最適な予測を与えると著者は考えた．

十分にデータが多いとき，関数 $E(w)$ を最小にする w は唯一存在すると考えられる．これを説明するために，次の補題を用意する．

補助定理 1 $A = (\mathbf{a}_1, \ldots, \mathbf{a}_n) = (a_{ijk})_{1\le i\le m, 1\le j\le n, 1\le k\le p} \in \mathbb{R}^{m\times n\times p}$ とし，$\mathbf{c} = (c_1, \ldots, c_{np}) \in \mathbb{R}^{n\times p}$ とする．このとき，$\{\mathbf{a}_j\}$ が線形独立でであるならば，以下の関数の最小値を取る点 $x \in \mathbb{R}^n$ が唯一存在する：

$$\sum_{k=1}^{p} \sum_{i=1}^{m} \left(\sum_{j=1}^{n} a_{ijk} x_j + c_{jk} \right)^2 .$$

また、$y = (y_j)_j$ を

$$y_l = -\sum_{i,j,k} a_{i,l,j} c_{j,k}$$

とすると、

$$x = ({}^t AA)^{-1} y \tag{1}$$

がなりたつ。

ここで $\beta_{i,j,k}(\lambda)$ は i, j, k, λ のパラメータで決定されるのであった．また，期間 k と人 λ のデータが多ければ多いほど，生成系 $\{(\beta_{i,j,k}(\lambda))_{i,k,\lambda}\}_j$ は j に関して線形独立になりやすくなる．そのため，この生成系が線形独立になっているぐらい十分に期間 k と人 λ のデータが集まっていると仮定すると，補助定理 1 が適応でき，以下の補題が成立する．

補助定理 2 上記の仮定の下で，関数 $E(w)$ を最小にする w は唯一存在すると仮定する．具体的に w は行列 $A = \{(\beta_{i,j,k}(\lambda))_{i,k,\lambda}\}_j$、$\mathbf{c} = (-\gamma_{i,k}(\lambda))$ を補助定理 1 に適応したもので表される。

従って著者は以上の仮定の下で次の結論を得た：
(1) で与えられる x を使って，

「人 λ が期間 K に商品 i を買う確率」もどき

を

$$\sum_j w_{ij} \beta_{i,j,K-1}(\lambda)$$

とすることで，行動予測ができると期待される．

4　終わりに

本研究では適切な関数を用いることにより，人の行動を予測する関数を構成した．しかし，実際のデータに応用することができなかったため，どれくらいの精度で予測ができているかを調査できな

かった点で不十分であると言える．今後は実際のデータを比較し，より良い関数を提案することが期待される．

また，構成した関数が Bayes 推定の形に類似しているとの指摘を受けた．しかし，Bayes 推定との関連について解明するに至らなかった．今後はこの関数を数学的な視点から考察するとにより，新たな視点を与えることが期待される．

5　謝辞

本研究に際して課題を提供して頂いた株式会社マクロミルの皆様に感謝する．またプログラムコーディネーターとしてサポートして頂くとともに多くの助言を頂いた東京大学大学院数理科学研究科特任助教田中雄一郎氏に感謝する．