数理科学実践研究レター　2021–2 August 25, 2021

ダンスの評価の構成とグルーヴの定義の提案

by

吉川 翔

UNIVERSITY OF TOKYO
GRADUATE SCHOOL OF MATHEMATICAL SCIENCES
KOMABA, TOKYO, JAPAN

ダンスの評価の構成とグルーヴの定義の提案

吉川 翔[1]（東京大学大学院数理科学研究科）
Shou Yoshikawa (Graduate School of Mathematical Sciences, The University of Tokyo)

概 要

ダンスの数理モデル化の一つに，腕や脚などの位置座標を時間に関する関数だと思い，その集まりだと解釈する方法がある．これにより，その動きが正しい動きにどのくらい近いか，音楽にどのくらいあっているのかなどを定量的に評価することができる．しかし，“グルーヴ” をはじめとする，いくつかのダンスの要素は数理的に記述できていない．それを可能にするために，本研究では，ダンスをより抽象的な対象として考察する．また，グルーヴの定義を提案する．

1 はじめに

ダンスの評価に用いられる，“前ノリ”，“後ノリ” という言葉がある．これは音楽の拍に比べて，ダンスが少し遅れてリズムがとれている（後ノリ），もしくは少し速くリズムが取れている（前ノリ）ことを表現するものである．極端に遅れていたり，または遅れ方がバラバラの場合は単にリズムが取れていないと評価される．その一方で，ヒップホップダンスにおいて，後ノリしているダンスは（音楽とあっているダンスよりも）良い評価を受けることがある．ここで，後ノリしているダンスとリズムの取れていないダンスの差の一つは，音楽からのずれが一定かどうかという点である．この考察を参考に，本研究では，評価というものを幾何学における “張り合わせ” をつかって定義することを考えた．実際，音楽とずれているかどうかが局所的な評価であり，それが一定かどうかが張り合わせ条件に対応している．本稿では，代数幾何学における概念を用いて，ダンスやその評価の定義を行い，その具体例や張り合わせ条件などを考察する（cf. 例 6）．また，それを用いて “二つ以上の要素の相互作用” に関する評価を考えることができ，それを “グルーヴ” の定義として提案する（cf. 定義 8）．

2 ダンスとその評価

本節では，ダンスやその評価を代数多様体を使って考察する準備を行う．今後，無限集合 S を固定しておく．S の元をステップと呼ぶことにする．これは今後考えるダンスのステップ全体の集合に対応している．また，$s \in S$ に対して，集合 $\mathcal{D}_s$ を固定しておく．これはステップ s を踊ったダンスまたはその動画データ全体の集合に対応している．

定義 1 （ステップの評価）ステップの評価 v とは $s \in S$ に対し，写像

$$v_s \colon \mathcal{D}_s \to \mathbb{Z}$$

を対応させるものとする．

本研究の目的は，このステップに関する評価をダンス全体の評価にどう拡張するべきかを考えることを目的としている．

定義 2 (ダンスの型) ダンスの型 T とは，S の元の有限個の組のこととする．つまり，ある 0 以上の整数 n を用いて

$$T = (T_1, \ldots, T_n) \qquad (T_i \in S)$$

とかくことができる．ただし，空集合もダンスの型として許すものとする．また，上の n を T の長さと呼ぶことにする．

定義 3 (ダンス多様体) $T = (T_1, \ldots, T_n)$ をダンスの型としたとき，n 次射影多様体とその斉次座標系の組 $\mathbb{P}^{n-1}_{(x_1,\ldots,x_n)}$ のことをダンス多様体と呼ぶ．また，U_i を $x_i \neq 0$ によって定義される開集合としたとき，U_i を（型 T の中の）ステップ T_i に付随する基本開集合と呼ぶことにする．

[1] yoshikaw@ms.u-tokyo.ac.jp

定義 4 (ダンスの評価) T を長さ n のダンスの型とする．$v_1,\ldots,v_r$ をステップの評価とする．このとき,

$$G_{(v_1,\ldots,v_r)} := GL_r(\mathbb{R}[Y_l^{(v_m)} \mid 1 \le l \le n, 1 \le m \le r][((Y_1^{(v_m)}))^{-1} \mid 1 \le m \le r])$$

の元 A を T の $v_1,\ldots,v_n$ に関する評価と呼ぶ．ここで，$Y^{(v_m)}$ は不定元である．
また，$D=(D_1,\ldots,D_n)$ を $D_i \in \mathcal{D}_{T_i}$ なる組とする．このとき，D を型 T のダンスと呼ぶ．ステップの評価 v に対し，$v_{T_i}(D_i)$ を単に $v(D_i)$ とあらわすことにする．このとき，準同型写像

$$G_{(v_1,\ldots,v_r)} \to GL_r(\mathcal{O}_{U_i})$$

が $T^{(v_m)}$ に $x_{i,i+l}^{v_m(D_i)}$ を代入することによって定まる．この写像による A の像を $A(D_i)$ と書くことにする．ただし，$x_{i,i+l} := \frac{x_{i+l}}{x_i}$ として，$i+l > n$ のときは，$i+l$ を割った余りで取り換える．このとき，D の A に関する評価 $A(D)$ を A の上の写像による像の組

$$A(D) = (A(D_1),\ldots,A(D_n))$$

として定義する．

注意 5 上の定義では，各 $A_i(D)$ はステップごとの何らかの情報であり，それを並べているだけなので，$A(D)$ は大域的な情報を含んではいない．しかし，次節で具体例に対してこの $A(D)$ がいつベクトル束として張り合うかを見る．その条件がこの評価がダンスの評価として良いものであるかどうかを関係があると考えている．

3　具体例

本節では，前節で定義した評価の具体例と張り合わせ条件について考察する．以下，T を長さ n のダンスの型とする．

例 6 （評価が一つの場合）v をステップの評価とする．このとき，

$$G_v = (\mathbb{R}[X_1^{(v)},\ldots,X_n^{(v)}][(X_1^{(v)})^{-1}])^\times$$

より，評価 A は

$$A = (T_1^{(v)})^m \qquad (m \in \mathbb{Z})$$

という形になる．したがって，型 T のダンス D に対して，

$$A(D_i) = x_{i,i+1}^{mv(D_i)} = (\frac{x_{i+1}}{x_i})^{mv(D_i)}$$

したがって $\{A_i(D)\}$ が直線束を定めることと $v(D_i)=v(D_j)$ が任意の i,j について成立することが同値である．
v をそのステップが音楽の拍子からどのくらいずれているかを表す評価だとすると，上の直線束になる条件は拍子からのずれがダンスを通して一定であることを表している．

上の例のように評価が一つの場合は非常に単純である．しかしながら，二つ以上の場合は複雑な評価が考えられる．以下で，評価が二つで $n=3$ の場合の具体例を挙げる．

例 7 （評価が二つで $n=3$ の場合）v_a, v_b をステップの評価とする．ここで，評価 A を以下で定める．

$$A = \begin{pmatrix} 0 & (X_1)^{v_a} \\ -X_1^{2v_a(D_i)} & -X_1^{v_a}X_2^{v_b} \end{pmatrix}.$$

ここで，A がベクトル束を定める条件は全ての i,j について $v_a(D_i)=v_b(D_j)$ となることがわかり，これは非常に強い条件である．一方，A という評価から $\det(A)$ という評価を考えることができる．これは $2v_a+v_b$ という評価で $m=1$ のときの例 6 と同じ評価である．この考察から，A という評価はその張り合わせ条件や $\det(A)$ という評価などの情報を包含していると評価だと思える．

例 7 は v_a と v_b というふたつの評価に対し，A という評価を作っている．また，この評価は v_a と v_b の相互作用を表現していると思うことができる．ここで，グルーヴを二つ以上の要素の相互作用と解釈したとき，以下のような定義が考えられる．

定義 8 （グルーヴ）T をダンスの型，D を型 T のダンス，A を二つ以上のステップの評価に関する評価とする．このとき，$A(D)$ を（A に関する）D のグルーヴと呼ぶ.

4 終わりに

本稿ではダンスやその評価の数学的定義について考察した．一つの評価に関する張り合わせ条件はそのダンスの評価ががステップによらないことを意味していた．また，これは，実際のダンスの評価を考えるうえで重要な条件だと思う．しかし，二つ以上の評価に関する評価 A の張り合わせ条件であって，それが実際のダンスを評価するうえで重要だと思えるような A の例を見つけることができなかった．そのような例を見つけるのが今後の課題として考えていきたい．最後になるが, 課題や資料を提供をしていただいただけでなく，議論にも活発に参加していただいたアビームコンサルティング株式会社の松元崇さんに深謝する．また, 会合の日程調整や方針決め，研究内容の相談など多岐にわたり研究を助けていただいた, 東京大学数理科学研究科の田中雄一郎先生にも深く感謝したい．また，一緒に課題に取り組んでいただいた東京大学数理科学研究科の里見貴志さん，東京大学大学院理学系研究科の加藤拓馬さんに感謝する.