審査の結果の要旨

氏名　岡田 真央

Selberg の一種実験的な結果を契機に，半単純 Lie 群の格子の剛性問題に対する取り組みが本格的に開始されたのは，1960 年代初頭のことであった．あたかもビッグ・バンのごとく，わずか十数年の間に革新的進化が遂げられた．まず，Selberg により一種の問題提起がなされ，それを受ける形でただちに Calabi, Weil 達が局所剛性定理を提出する．さらに Mostow の強剛性定理という魅力に富んだ大域的結果を経て，Margulis の超剛性定理という究極的な剛性定理の登場に至り，この爆発的進展は一応の終結を迎える．ところで，これらの成果はいずれも格子と呼ばれる離散群から Lie 群への準同型を対象とする．ターゲットとして現れる通常の有限次元の Lie 群に代えて，微分同相群という一種の無限次元 Lie 群をとり，同種の現象が成り立つかを問うたのが Zimmer であった．とくに高階の半単純 Lie 群の群作用に対しては，Margulis の超剛性定理に相当する大域的剛性が期待出来るであろうという Zimmer の予想が提出されたのは Margulis の定理が完成してから数年後のことであった．その後長い間，彼の予想に関しては実質的な進展は一切なかった．ところが，数年前にそれが突然（部分的にではあるが）解決されたことは記憶に新しい．ところで，Zimmer 予想の解決以前にも群作用に対する剛性に関しまったく研究がなされていなかったわけではない．有限次元の場合には Calabi, Weil 達の結果に相当するような局所的な剛性定理であれば，群作用に対しても少なからず得られていた．岡田真央氏の学位論文の主結果は，群作用の局所剛性に関する最新の結果のひとつである．

岡田氏が取り扱った群作用において,「作用する群」は，階数 1 の非コンパクト Riemann 対称空間 X の等長変換群を KAN と分解した際の可解 Lie 部分群 AN の不連続部分群 Γ である．一方,「その群が作用する空間」は，その対称空間 X の理想境界として現れる球面 $\mathbb{S}$ である．Γ の $\mathbb{S}$ への標準作用の局所剛性 – すなわちその作用の摂動を考えたとき，摂動が小さい限りその摂動後の作用は実質的には摂動前のものと同一であること – を示すことが岡田氏の学位論文の主題である．とくに，X が実双曲平面の場合には Burslem–Wilkinson により，また一般次元の実双曲空間の場合に Asaoka により一種の局所剛性が示されていた．岡田氏は，残る階数 1 の非コンパクト Riemann 対称空間，すなわち複素双曲空間，四元数双曲空間，Cayley 双曲平面に対し同様な問題を問うた．部分群 $A = \mathbb{R}$, あるいはその離散部分群 $\mathbb{Z}$ の作用が双曲性を有することは Asaoka の場合と同様である．違いは巾零部分群 N にある．実双曲空間の場合は N は可換であるのに対し，それ以外の場合には非可換である．巾零なので比較的小さな非可換性であるはずであるのに，実際 Asaoka の議論を適用しようとするとたちどころに大きな困難に直面する．この困難を克服するために，岡田氏はまず幾何学的記述を見直し，それと同時に力学系理論的議論の一般化，強力化を遂行した．さらに，表現論の技術を積極的に援用することにより，従来の仕方では極めて骨の折れる計算を格段に簡略化した．その結果得られたのが，彼の学位論文の主結果である．とくに，四元数双曲空間，Cayley 双曲空間の場合には他の双曲空間に比べ少々強い剛性定理が成り立つことを示したことも，注目すべきであろう．

よって，論文提出者岡田真央は，博士（数理科学）の学位を受けるにふさわしい充分な資格があると認める．