

博士論文

レーザー冷却のためのホローカソードランプ
を用いた Sr 原子の分光

早川悠介

目次

第 1 章	序論	5
1.1	研究背景	5
1.2	本論文の位置付け	7
1.3	本論文の構成	8
第 2 章	ホローカソードランプ中における飽和吸収分光	11
2.1	ホローカソードランプの動作原理	11
2.2	吸収スペクトルのドップラー広がり	14
2.3	飽和吸収分光	16
2.4	速度変化衝突	19
第 3 章	$^1S_0 - ^1P_1$ (461 nm) 遷移の t-DAVLL	27
3.1	DAVLL と t-DAVLL の比較	27
3.2	DAVLL の原理	31
3.3	t-DAVLL の原理	33
3.4	実験装置	37
3.5	t-DAVLL 信号の測定結果	45
第 4 章	Sr 原子の磁気光学トラップ	53
4.1	ドップラー冷却の原理	53
4.2	磁気光学トラップ (MOT) の原理	56
4.3	461 nm 遷移を用いた Sr 原子の MOT 実験	57
第 5 章	準安定 Sr 原子のドップラーフリー分光	63
5.1	従来のリポンプ遷移のレーザー周波数安定化法	63
5.2	周波数変調分光	64
5.3	分光に用いる光源	68
5.4	電気光学変調器 (EOM)	69

5.5	実験系	77
5.6	準安定 Sr 原子 ($(5s5p)^3P_j(j = 0, 1, 2)$) に対する FM 分光	78
第 6 章	$(5s5d)^3D_3$ 状態の超微細構造	85
6.1	磁気トラップされた準安定 Sr 原子を用いた測定	85
6.2	フェルミ同位体の $(5s5d)^3D_3$ 状態における超微細構造の分光による同定	86
6.3	ドップラー成分を排除して S/N 比を向上させた実験	88
第 7 章	結論と今後の展望	93
付録 A	遷移強度比の計算	97
付録 B	遷移強度比を計算するプログラム	101
付録 C	光と二準位原子の相互作用	107
付録 D	第二次高調波発生	113
付録 E	電気光学効果	117
謝辞		121
参考文献		123

第 1 章

序論

1.1 研究背景

レーザー冷却技術の発展により実現された光格子時計 [1] は、その周波数の不確かさが従来のマイクロ波原子時計より 3 桁小さい 10^{-18} レベルに到達し [2, 3]、秒の再定義の最も有望な候補となった。光格子時計は 1 cm の高さの違いが一般相対論的重力シフトを 1 秒のタイムスケールで読み出すことができる可能性を持っており [4]、相対論的測地学 [5] という新たな分野への道を切り開いた。実際に、本郷 (東京大学) と小金井 (情報通信研究機構 (NICT)) でそれぞれ独立に開発された光格子時計の時計遷移周波数を比較する実験 (図 1.1) において、高低差 56 m に対応する周波数シフト (~ 3 Hz) が観測された。

相対論的測地学の発展には光格子時計の可搬性が非常に重要である。Koller らは不確かさが 7×10^{-17} の移動可能な光格子時計のシステムを構築したが [6]、その総重量は 800 kg に及び、トレーラーを用いた移動が必要である (図 1.2)。こうした現状に鑑みて光格子時計の小型化が望まれている。

一般に、光格子時計を実現するためには 5 本程度の周波数安定化されたレーザー光源が必要である (図 1.3)。Sr のレーザー冷却は、 $(5s^2)^1S_0 - (5s5p)^1P_1$ (461 nm) 遷移および $(5s^2)^1S_0 - (5s5p)^3P_1$ (689 nm) 遷移を用いて行われる。また、冷却遷移だけでなく、準安定な $(5s5p)^3P_j$ ($j = 0, 1, 2$) 状態を下準位とする光学遷移もリポンプ遷移として必要である [10, 11, 12, 13, 14, 15]。また、準安定状態である 3P_0 および 3P_2 状態からの遷移を用いた量子計算のスキームも提案された [16]。さらに、 $(5s5p)^3P_1 - (5s6s)^3S_1$ (688 nm) の遷移を用いて Sr 原子集団を量子縮退させる実験も行われた [17]。しかしながら、これらの準安定状態からの遷移に対するレーザー周波数の安定化は、従来トランスファーキャビティ法 [18, 19] や波長計 [20] を用いて行われており、それが実験系を複雑かつ高価にする原因であった。

ホローカソードランプ (以下、HCL と略す) は Sr のような蒸気圧の低い原子の分光に

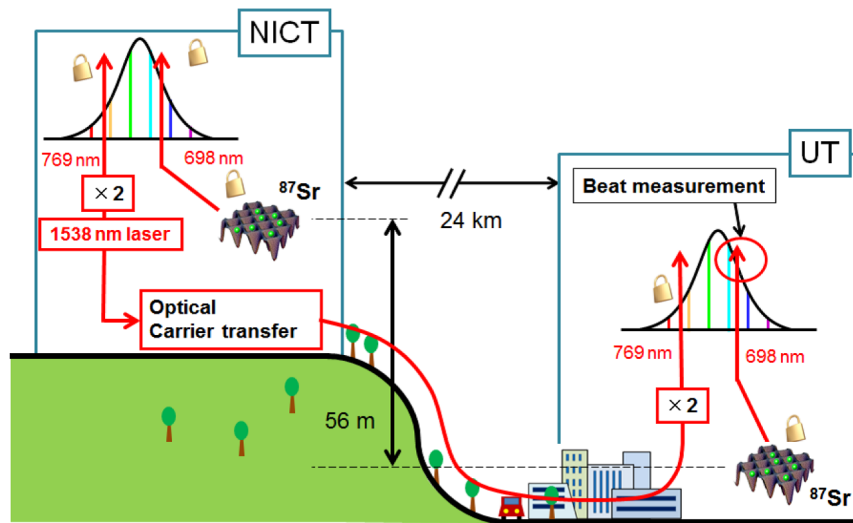


図 1.1 本郷-小金井間の光格子時計の周波数比較実験 [7]

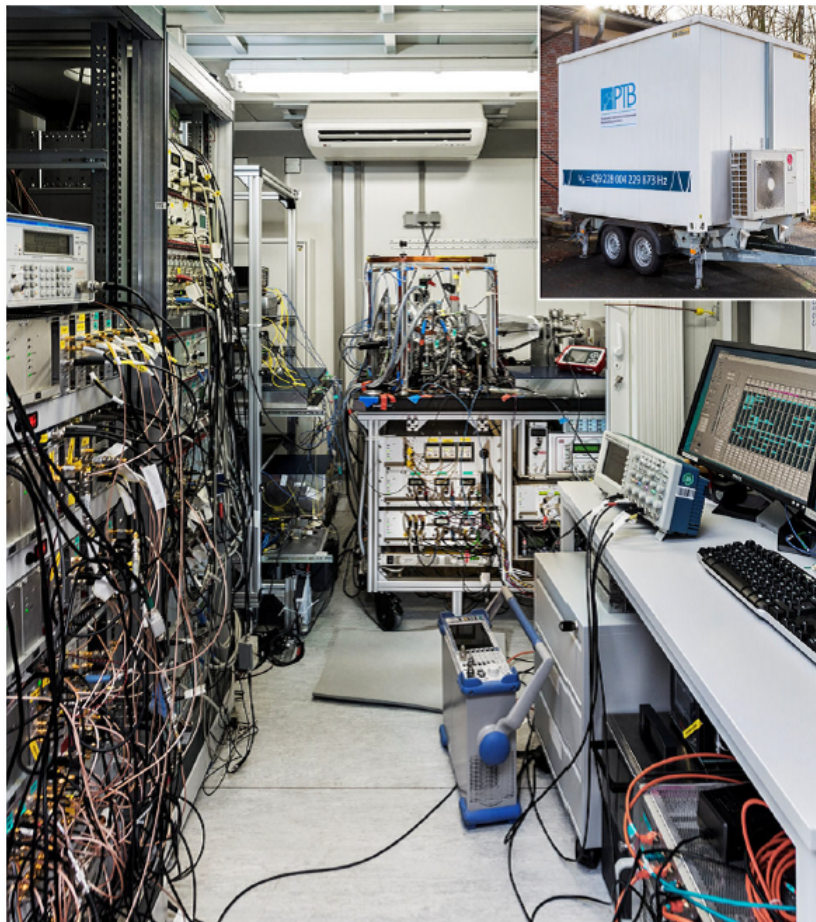


図 1.2 ドイツ物理工学研究所 (PTB) のチームが作成あるいは構築した移動可能な光格子時計 [6]

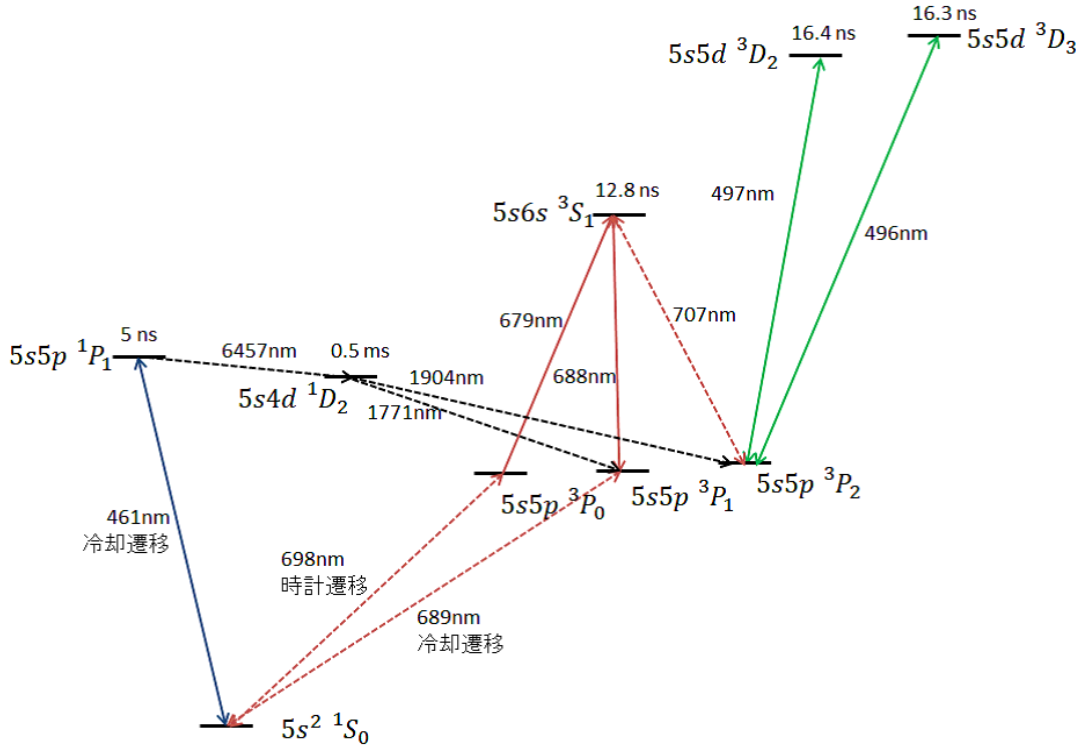


図 1.3 光格子時計に関する Sr のエネルギー準位と光学遷移。各準位の上の値は寿命を表す。第一段階のレーザー冷却 ($\sim \text{mK}$) は許容遷移である $(5s^2)^1S_0 - (5s5p)^1P_1$ (461 nm, 32 MHz[8]) 遷移で行われ、第二段階の冷却 ($\sim \mu\text{K}$) はスピン禁制遷移である $(5s^2)^1S_0 - (5s5p)^3P_1$ (689 nm, 7.5 kHz[8]) 遷移で行われる。461 nm 遷移の冷却に伴って黒の点線で表される経路を経て [9] 準安定状態である 3P_2 に緩和した原子はリポンプ遷移 (679 nm + 707 nm 遷移、497 nm 遷移、496 nm + 707 nm 遷移など) を通して基底状態に戻すことで冷却サイクルに戻される。時計遷移 (698 nm) は自然幅が約 1 mHz である [8]。実線で表された遷移は本研究で分光された遷移である。

用いられてきた。HCL では、数 mA 程度のグロー放電によるスパッタリングで Sr 原子気体を瞬時に得るため、原子オープンや ULE (ultra low expansion) 光共振器などを用いた分光法 [6] と比べて光学系を小型化できる。さらに、原子オープンなどと違い、基底状態だけでなく準安定状態の原子 [21, 22] やイオン [23] も生成されるという利点もある。

1.2 本論文の位置付け

本研究の目的は、Sr のレーザー冷却に必要なレーザー周波数安定化システムを HCL を用いて簡便化することである。 $(5s^2)^1S_0 - (5s5p)^1P_1$ (461 nm) 遷移へのレーザー周波数の安定化に必要な誤差信号を得る方法として、一般には、周波数変調を用いた分光法 (FM

分光)[24] がよく用いられるが、電気光学変調器 (EOM) やロックインアンプを必要とするため、実験系が複雑になる。これに対し、周波数変調を用いない方法として、Dichroic Atomic Vapor Laser Locking (DAVLL)[25] や transversal-DAVLL (t-DAVLL)[26] と呼ばれるゼーマン効果を用いた手法も存在する (第二章で詳しく述べる)。前者はプローブ光の進行方向の、後者はそれに直交する方向の磁場を用いる。しかし、ホローカソードは磁性体でできており、外部からの磁場がシールドされるため [23, 27]、ホローカソードの軸方向に一樣な磁場を印加することが難しい [28]。一方、軸方向に直交する方向へ磁場を印加する方法 (t-DAVLL) では適切な磁場の強さの上限がなく [26]、内部に入り込む磁場を空間的に一樣にすることができるという利点もある。そこで、本研究では HCL に t-DAVLL を用いて冷却遷移 $(5s^2) ^1S_0 - (5s5p)^1P_1(461 \text{ nm})$ の分光および周波数の安定化を試みた [29]。

一方、準安定状態の分光に関して、最近、Norcia と Thompson が³、Ne が³ 5-10 Torr 封入された HCL を用いて、 $(5s5p)^3P_2 - (5s6s)^3S_1(707 \text{ nm})$ 遷移を FM 分光し、この遷移にレーザー周波数を安定化することに成功した [22]。しかし、彼らは $(5s5p)^3P_0 - (5s6s)^3S_1(679 \text{ nm})$ 遷移および $(5s5p)^3P_1 - (5s6s)^3S_1(688 \text{ nm})$ 遷移については、バッファガスによる原子の速度変化衝突や、 $(5s5p)^3P_0$ および $(5s5p)^3P_1$ 状態の不十分な原子数密度が原因で、レーザー周波数安定化のために必要な S/N 比を実現できなかった。そこで本研究では、これらの困難を解決するために、バッファガスの圧力を下げた特注の HCL を用意し、準安定状態 Sr 原子の飽和吸収分光および FM 分光を高い S/N 比で行うことを試みた [21]。

光格子時計は一般的に衝突の影響が無視できるフェルミ同位体を用いて実現されるが、Sr のフェルミ同位体 (^{87}Sr 、同位体比 7%) は核スピン $I = 9/2$ を持ち、超微細構造が存在する。特に $(5s5p)^3P_2 - (5s5d)^3D_3(496 \text{ nm})$ 遷移において、この準位に関する超微細構造の情報は、フェルミ同位体の磁気光学トラップを実現するうえで、リポンプ遷移または冷却遷移として重要である。Stellmer らは準安定 $(5s5p)^3P_2$ 状態で磁気トラップされた原子集団を用いて 15 本の $(5s5p)^3P_2 - (5s5d)^3D_3(496 \text{ nm})$ 遷移のうちの 4 本を観測したが [30]、それらの遷移がどの超微細構造間の遷移に該当するかは明らかではなかった。そこで本研究ではバッファガスの圧力を下げた特注の HCL を用いることで圧力広がりや抑制し、より多くの超微細構造間の遷移を観測することで、 $(5s5d)^3D_3$ 状態の超微細構造を決める磁気双極子相互作用定数および電気四重極子相互作用定数の決定を試みた [21]。

1.3 本論文の構成

本論文の構成について述べる。第 2 章では HCL の動作原理、飽和吸収分光の原理、およびバッファガスの存在による速度変化衝突について述べる。第 3 章では t-DAVLL

の原理および HCL を用いた $^1S_0 - ^1P_1$ (461 nm) 遷移の t-DAVLL 実験について述べる。第 4 章では t-DAVLL によって周波数安定化された 461 nm 光源を用いた Sr の磁気光学トラップの実験について述べる。第 5 章ではバッファガスの圧力を下げた特注 HCL を用いた準安定 Sr の飽和吸収分光および FM 分光について述べる。第 6 章では、 $(5s5p)^3P_2 - (5s5d)^3D_3$ (496 nm) 遷移の FM 分光によるフェルミ同位体 ^{87}Sr の $(5s5d)^3D_3$ 状態の超微細構造の観測、および磁気双極子相互作用定数、電気四重極子相互作用定数の決定について述べる。第 7 章は、結論と今後の展望である。

第 2 章

ホローカソードランプ中における飽和吸収分光

本章ではホローカソードランプ (以下、HCL と略す) と HCL 中の分光で得られるスペクトルの理論式を示す。2.1 節では本研究で用いた HCL および HCL の動作原理について述べる。2.2 節では、HCL 中の原子の運動によるドップラー広がりについて説明する。2.3 節では飽和吸収分光について説明し、2.5 節では速度変化衝突について述べる。

2.1 ホローカソードランプの動作原理

図 2.1 に今回用いた HCL(浜松ホトニクス)を示す。HCL は円筒形の中空陰極 (hollow cathode) と陽極で構成された放電管である。ホローカソードの長さは 20 mm、内径は 3 mm である。アノードはリング状になっており、ガラス管内に希ガスが数 Torr 内封されている。また、ガラス管内部にはバリウムゲッター膜があり、希ガス以外のガスを吸着する。陰極は分析するターゲット元素またはその元素を含む合金でできている。本研究では、陰極が Sr を 30 % 含む焼結金属でできた HCL を用いた。

HCL の陰陽極管に高電圧を印加すると、グロー放電が起きて内封されている希ガスが電離する。図 2.2 にグロー放電しているホローカソードランプの写真を示す。電離した陽イオンは印加された電圧により加速され、陰極の内壁に衝突する。その時に陽イオンの運動エネルギーが十分であれば、陰極の金属原子がたたき出される。この過程をスパッタリングという (図 2.3)。スパッタリングにより、基底状態の Sr 原子気体が得られるが、この基底状態の原子に周囲の希ガスイオンや電子がさらに衝突して原子が励起され、準安定状態の Sr 原子も同時に生成される。このようにして得られた基底状態あるいは準安定状態の原子に共鳴周波数のレーザー光を照射し、分光する。

次にグロー放電の特性について述べる [31]。グロー放電のモデルとして平行平板電極を

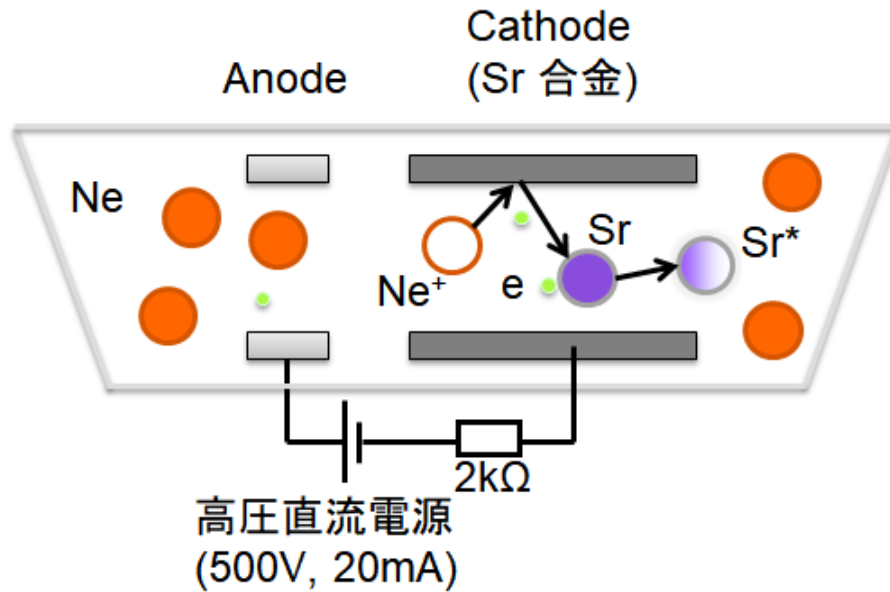


図 2.3 HCL における放電回路とスパッタリングによる基底状態及び準安定状態の Sr の生成過程。

考える。電極に電圧を加えると、陽極に向かう電子の衝突によって、希ガス原子がイオン化する。これを電子衝突電離という。希ガスがイオン化されるとき電子を放出するが、この電子がさらに電子衝突電離を起こし電子を放出する場合もある。このように衝突によって電子が増幅することを α 作用という。1 個の電子が電場によって加速され、電場方向に単位長さ進むときに、気体を電子衝突電離させる回数を電離係数 α という。電子の持つエネルギーは平均自由行程 $\lambda \propto 1/p$ と α の積に比例している。ここで p は希ガスの圧力である。エネルギーは換算電場 E/p の関数として表されることから、

$$\frac{\alpha}{p} \propto f\left(\frac{E}{p}\right) \quad (2.1)$$

となる。実験的に電離係数は以下のように表される。

$$\frac{\alpha}{p} = A \exp\left(-\frac{B}{E/p}\right) \quad (2.2)$$

ただし $A = 1/\lambda p$ 、 eV_i をイオン化エネルギーとして $B = V_i/\lambda p$ は定数である。この値は希ガスの種類によって決まる。

しかし、 α 作用によって電子を増幅させるだけでは放電は起こらない。陽イオンが陰極に衝突したときに電子が放出される。これを二次電子放出といい、イオンが一つ衝突したときに放出される電子数を二次電子放出係数 γ を用いて表す。グロー放電では二次電子

放出の電子のみで放電を維持する。その時の条件は、

$$\alpha d = \ln \left(\frac{1}{\gamma} + 1 \right) \quad (2.3)$$

と表される (タウンゼントの火花条件)。ここで、 d は電極間の距離である。式 (2.2)、(2.3) から放電に必要な電圧 V_S を圧力と電極間距離の積の関数として次のように表すことができる。

$$V_S = \frac{Dpd}{\ln \left[\frac{Cpd}{\ln(1/\gamma+1)} \right]} \quad (2.4)$$

この曲線をパッシェン曲線という。図 2.4 に各希ガス種に関するパッシェン曲線を示す。この図からわかるように、放電開始電圧は極小点を持つことから、放電しやすい圧力が存在することがわかる。また、横軸は圧力と電極間距離の積で決まるため、圧力を 2 倍にしても、電極間距離を 1/2 倍にすることで同じ電圧で放電を開始することがわかる。また、原子番号が大きいほうがイオン化エネルギーが小さくなり、イオン化しやすくなるため、低い圧力でも放電する。これは HCL に封入するガス種を選ぶ際に重要である。

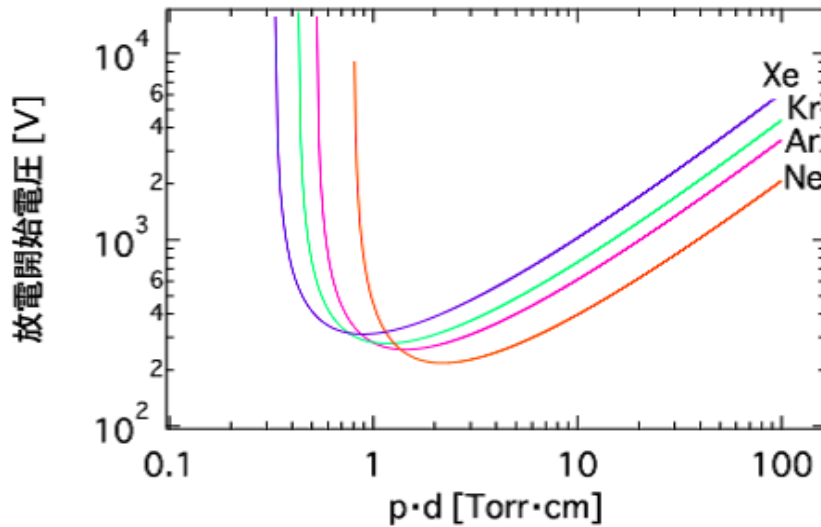


図 2.4 平行平板の場合のパッシェン曲線。式 (2.4) に表 2.1 に記載された係数 C 、 D の値を代入しプロットしたものである。

2.2 吸収スペクトルのドップラー広がり

熱平衡状態の気体が封入された蒸気セルを考える。ここに、実験室系から見て周波数 ω を持つレーザー光を入射したとする (図 2.5)。自由空間において熱平衡状態にある原子は

表 2.1 各種気体の C 、 D の値 [32]

気体	$C[\text{Torr}^{-1}\text{cm}^{-1}]$	$D[\text{V} \cdot \text{Torr}^{-1}\text{cm}^{-1}]$
Xe	26	350
Kr	17	240
Ar	14	180
Ne	4	100

マクスウェル・ボルツマンの速度分布に従って運動している。レーザー光の進行方向の速度成分を v とし、速度が v から $v + dv$ との間にある原子数密度を $N(v)$ は、全原子数密度を N_0 、温度を T 、原子の質量を M 、ボルツマン定数を k_B として、以下のようにあらわすことができる。

$$N(v) = N_0 \sqrt{\frac{M}{2\pi k_B T}} \exp\left(-\frac{Mv^2}{2k_B T}\right) \quad (2.5)$$

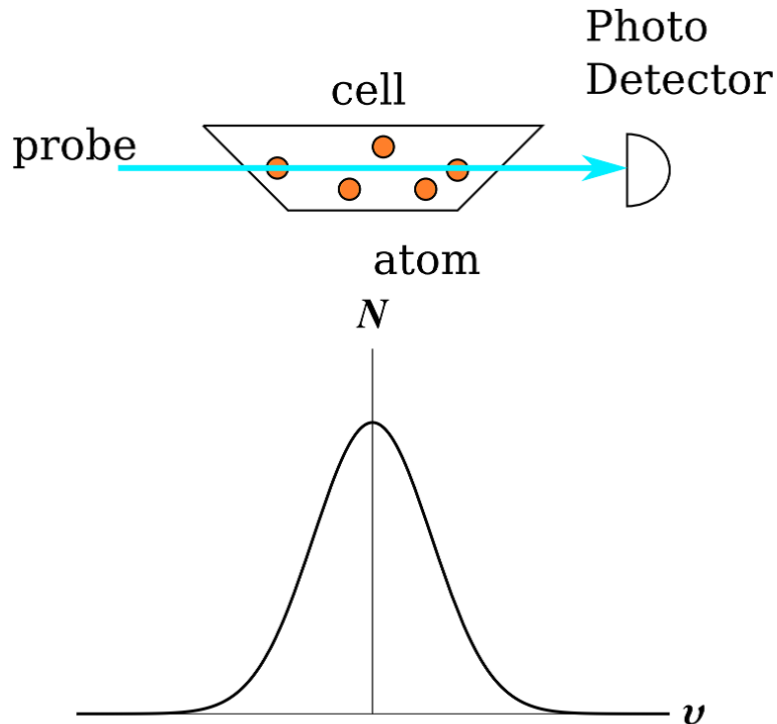


図 2.5 気体原子の速度分布。横軸は速度、縦軸は原子数密度を表す。

このときドップラー効果によって、原子の感じる周波数は実験室系でみた周波数から変化する。原子から見た周波数を ω 、原子が持つレーザーの進行方向への速度成分を v 、光

速を c と置くと、

$$\omega = \omega_0 \frac{\sqrt{1 + \frac{v}{c}}}{\sqrt{1 - \frac{v}{c}}} \simeq \omega_0 \left(1 + \frac{v}{c}\right) \quad (2.6)$$

となるとき原子は共鳴する。ここに ω_0 は、原子の速度 $v = 0$ の時の共鳴周波数である。式 (2.5) に式 (2.6) で表わされる v を代入することで、原子数密度 $N(\omega)$ は周波数の関数として、

$$\begin{aligned} N(\omega) &= N_0 \sqrt{\frac{M}{2\pi k_B T}} \frac{c}{\omega} \exp \left[-\frac{Mc^2}{2k_B T} \left(\frac{\omega - \omega_0}{\omega} \right)^2 \right] \\ &= \frac{N_0}{\sqrt{\pi} \Delta\omega_D} \exp \left[-\frac{(\omega - \omega_0)^2}{\Delta\omega_D^2} \right] \end{aligned} \quad (2.7)$$

のようにガウス分布であらわされる。ここで、 $\Delta\omega_D = \frac{\omega}{c} \sqrt{\frac{2k_B T}{M}}$ である。式 (2.7) は $\omega = \omega_0$ を中心に、半値全幅が

$$\Delta\omega_{\text{FWHM}} = \frac{2\omega}{c} \sqrt{\frac{2k_B T \ln 2}{M}} \quad (2.8)$$

である。速度 0 のときに吸収が最大で、速度が大きくなるにしたがって共鳴から外れて吸収が小さくなる。これをドップラー広がりという。

2.3 飽和吸収分光

原子気体を光の吸収を用いて分光する場合、個々の原子は熱的な運動をしているため、その運動に伴うドップラー効果によって原子の感じる光の周波数が広がりを持ち、不均一な共鳴周波数の広がり観測されるため、式 (2.8) のドップラー広がりを持つ。室温における Sr 原子の典型的なドップラー広がり数は数 100MHz であり、原子の共鳴の持つ均一幅は数 10MHz 以下であるので、原子の持つ均一幅はドップラー広がりによって埋もれてしまう。しかし、こうした吸収体に狭い線幅の単色光を照射することで、その周波数に共鳴する特定の速度成分を持つ原子のみを、原子の持つ均一幅で励起することができる。このとき、吸収体の基底状態にはその速度分布上に均一幅の減少 (くぼみ) が生じ、結果的に、その速度成分に共鳴する光の吸収率のみが小さくなる。この効果は飽和と呼ばれる。この吸収率の減少を観測することで、ドップラー広がりなどの不均一幅によらない分光が可能である。これを飽和吸収分光と呼ぶ。ここでは飽和吸収分光について詳しく説明する。

実験室系からみて周波数 ω の光に対して、内部状態が 2 準位である一つの実験室系に対して静止している原子が持つ吸収断面積は、 $\sigma_0 = 6\pi\lambda^2$ を用いて次式で与えられる (式

(C.42))。

$$\sigma = \sigma_0 \frac{\gamma^2}{(\omega_0 - \omega)^2 + \gamma^2} \quad (2.9)$$

ここで、 $\lambda = \lambda/2\pi$ である。また、 $2\gamma = 1/\tau$ であり、 τ は上準位の寿命である。原子が速度 v を持って実験室系に対して運動している場合、そのような原子のもつ吸収断面積を $\sigma(v)$ とする。この原子から見た光の周波数 ω' は、実験室系から見た周波数からドップラーシフトして、 $\omega' = \omega - kv$ となる。したがって、吸収断面積は、

$$\sigma(v) = \sigma_0 \frac{\gamma^2}{(\omega_0 - \omega + kv)^2 + \gamma^2} \quad (2.10)$$

となる。つまり、入射光子束

$$P \equiv \frac{I}{\hbar\omega} = \frac{\epsilon_0 \hbar c |x|}{2\omega d^2} \quad (2.11)$$

(但し $|x| = |dE|/\hbar$ はラビ周波数) によるこの原子の遷移確率は、

$$P\sigma(v) = \frac{|x|^2}{2} \frac{1}{(\omega_0 - \omega + kv)^2 + \gamma^2} \quad (2.12)$$

と表される。熱的な励起を無視すると、入射光子束 P による励起がないときの原子の速度分布はマクスウェル・ボルツマン分布に従うので、

$$N_1(v) = N_0 \sqrt{\frac{M}{2\pi k_B T}} \exp\left(-\frac{Mv^2}{2k_B T}\right) \quad (2.13)$$

$$N_2(v) = 0 \quad (2.14)$$

となる。入射光子束 P による励起があるときは、各準位における熱平衡に達するまでの緩和時間が十分に長ければ、基底状態、励起状態それぞれの速度分布 $N_1(v)$, $N_2(v)$ は、次のように表される。

$$N_1(v) = N_0 \sqrt{\frac{M}{2\pi k_B T}} \exp\left(-\frac{Mv^2}{2k_B T}\right) \left(1 - \frac{1}{2} \frac{|x|^2}{(\omega_0 - \omega + kv)^2 + \gamma^2}\right) \quad (2.15)$$

$$N_2(v) = \frac{N_0}{2} \sqrt{\frac{M}{2\pi k_B T}} \exp\left(-\frac{Mv^2}{2k_B T}\right) \frac{|x|^2}{(\omega_0 - \omega + kv)^2 + \gamma^2} \quad (2.16)$$

この速度分布は、基底状態のマクスウェル・ボルツマン分布に均一幅のへこみができているような形をしている (図 2.6)。このへこみのことを Lamb dip と呼ぶ。図 2.7 に飽和吸収分光の光学系の概念図を示す。

このような速度分布をしている原子の集団に対して励起光とは別に周波数 $\omega_{\text{pump}} = \omega_0 + \Delta\omega$ 光を照射した場合、この光と共鳴する原子の速度を求める。この光の周波数に

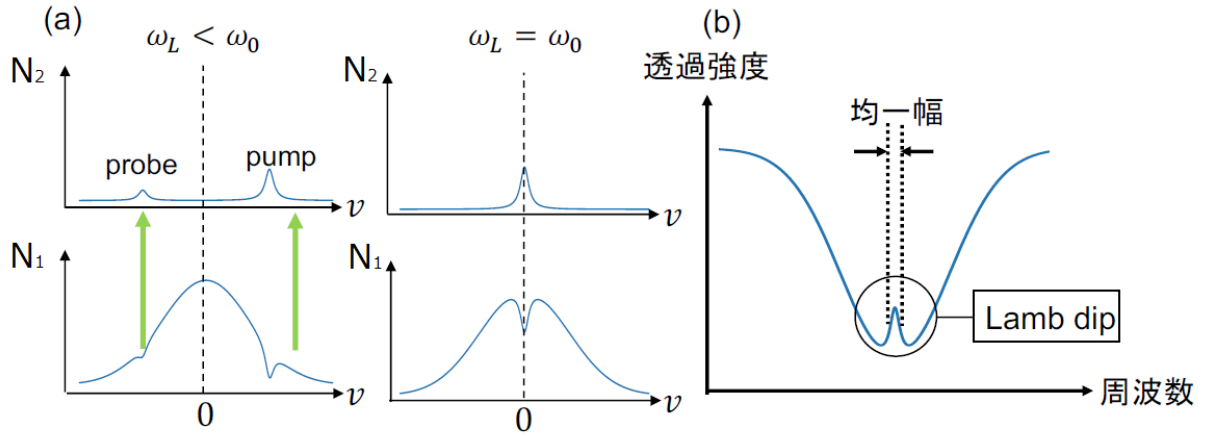


図 2.6 (a) レーザー光周波数ごとのポンプ光とプローブ光による下準位と上準位の原子数変化。(b) 飽和吸収分光によって観測される信号。

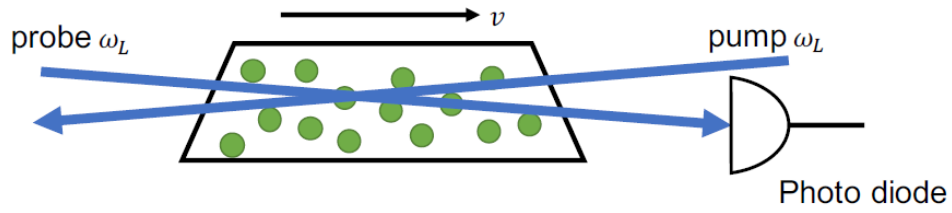


図 2.7 飽和吸収分光の光学系の概念図。

対するドップラーシフトは次のようになる。

$$\begin{aligned}\omega'_{\text{pump}} &= \omega_{\text{pump}} + kv \\ &= \omega_0 + \Delta\omega + kv\end{aligned}\quad (2.17)$$

したがって、その速度は、

$$v = -\Delta\omega/k = -\frac{\lambda}{2\pi} \Delta\omega \quad (2.18)$$

である。吸収率 $A(\Delta\omega)$ は $N_1(\nu) - N_2(\nu)$ に比例するので、式 (2.15)、(2.16) に式 (2.18) を代入して辺々引くことにより、比例係数 C を用いて次のように表される。

$$A(\Delta\omega) = C \sqrt{\frac{M}{2\pi k_B T}} \exp\left(-\frac{M \frac{\lambda \Delta\omega^2}{2\pi}}{2k_B T}\right) \left(1 - \frac{|x|^2}{(\omega_0 - \omega - \Delta\omega)^2 + \gamma^2}\right) \quad (2.19)$$

励起光の周波数 ω を共鳴周波数 ω_0 と同一に取っておけば、透過率 $T(\Delta\omega) = 1 - A(\Delta\omega)$

は、次のように表される。

$$T(\Delta\omega) = 1 - C \sqrt{\frac{M}{2\pi k_B T}} \exp\left(-\frac{M \left(\frac{\lambda \Delta\omega}{2\pi}\right)^2}{2k_B T}\right) \left(1 - \frac{|x|^2}{\Delta\omega^2 + \gamma^2}\right) \quad (2.20)$$

図 2.8 はこれをプロットしたものである。

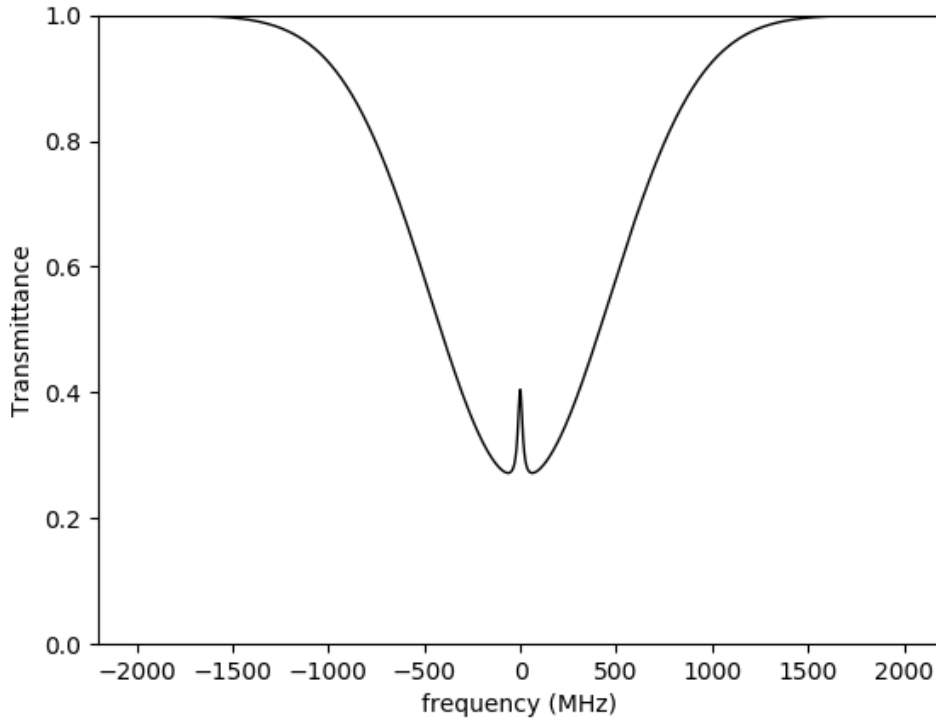


図 2.8 飽和吸収分光における probe 光の透過光強度 ($\lambda = 461 \text{ nm}$, $2\gamma = 2\pi \times 30 \text{ MHz}$ の場合)。

2.4 速度変化衝突

吸収が観測されるにも関わらず Lamb dip の幅が広がり小さくなってしまうことがあるが、その原因として速度変化衝突 (velocity-changing collisions: VCC) が挙げられる。VCC とは原子と原子の衝突の前後でエネルギー準位を変えずに速度のみ変わる衝突のことである。

図 2.9 に飽和吸収分光中に起こる VCC の様子を図示する。まずは定性的な説明を行う。pump 光が速度 0 の原子と共鳴している場合を考える。VCC がない場合、上準位と下準位の原子数は平衡状態にある (青線)。下準位の原子数の速度分布は式 (2.15) のよう

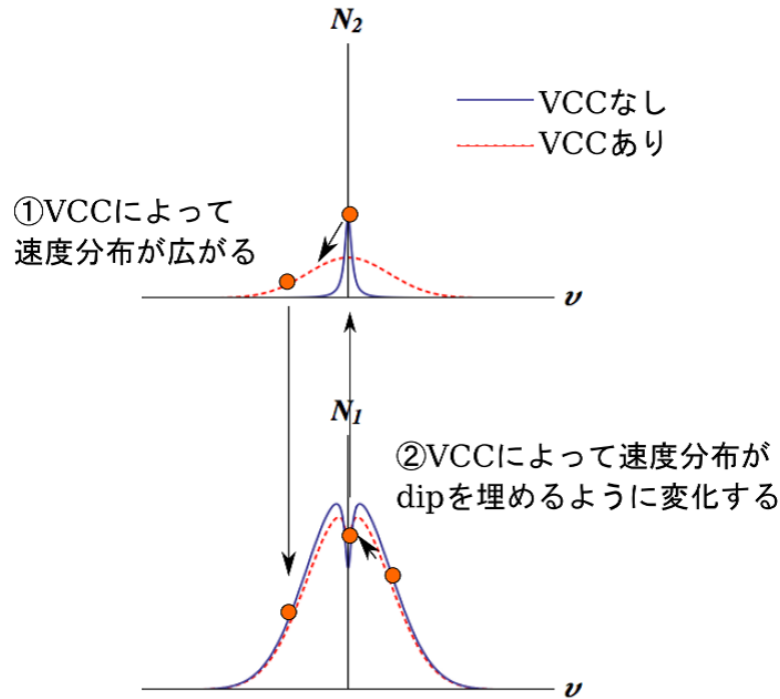


図 2.9 飽和吸収分光中における VCC の様子。

にガウス関数に穴があいている概形をしている。しかし VCC がある場合、上準位、下準位ともに衝突によって原子の速度分布が変わる (赤破線)。励起された上準位の速度 0 付近の分布が広がる (図 2.9 上側)。一方、下準位では速度分布の穴を埋めるように分布が変わる (図 2.9 下側)。すると、さらに pump 光によって励起される原子数が増えるため、上準位の原子数は増え、下準位の原子数は減る。

このときの測定信号の変化を図 2.10 に示す。pump 光なしの場合、励起される原子はないため、下準位の分布は全原子数密度 N_0 のガウス関数になる (図 2.10(a))。一方、pump 光がある場合、上準位の原子数は増え、下準位の原子数は減る。よって probe 光の透過強度は、pump 光がない時より大きくなる。図 2.11 のように、pump 光ありとなしの差は VCC の効果によって生じる pedestal と、Lamb dip とに分けられる。Lamb dip に対する pedestal の高さの比が大きい程、VCC の影響を受けていることになる (図 2.11 右側)。

続いて、pump 光ありとなしの差がどのような関数で表せるかを考える [33]。まず、

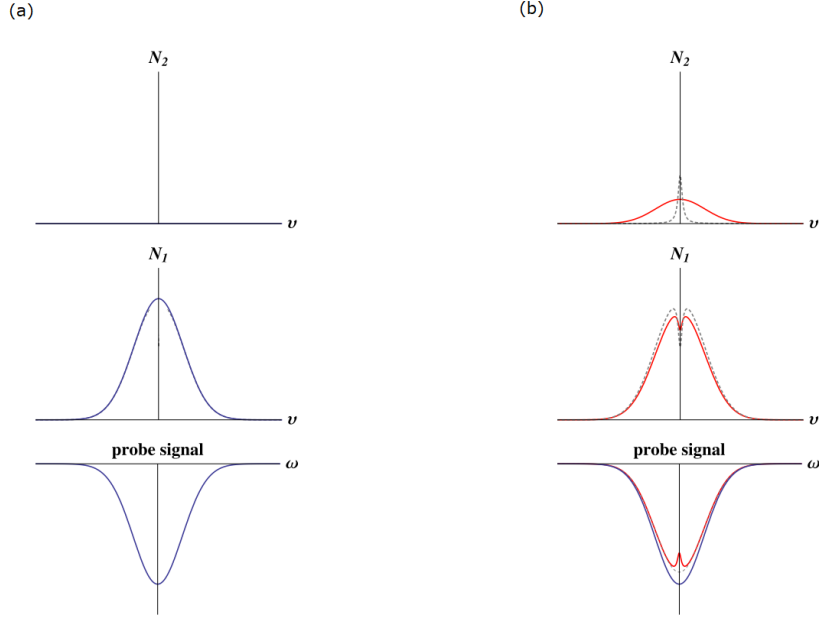


図 2.10 VCC の原理。(a) が pump 光なしの場合、(b) が pump 光ありの場合である。上準位と下準位の原子数分布 (横軸が速度、縦軸が原子数) とそのときの測定信号 (横軸が probe 光の離調、縦軸が透過率) を表す。

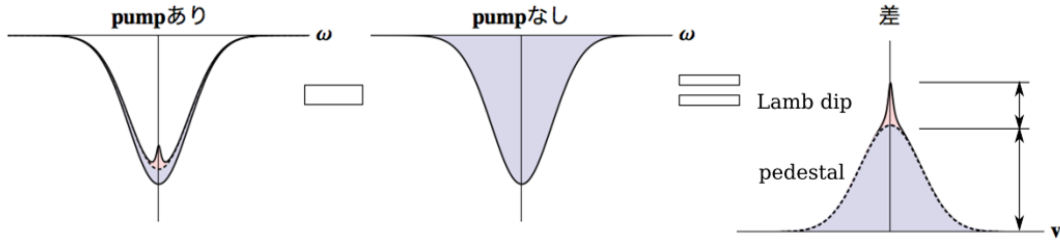


図 2.11 pump 光ありとなしの差。pump 光なしの方がピーク値が大きいガウス分布である。二つの差は、Lamb dip(赤色部) と VCC の寄与を表す pedestal (青色部) に分けることができる。

VCC を含まない場合のレート方程式は以下のように表せる。

$$\frac{dN_2(v)}{dt} = \lambda_2(v) - \gamma_2 N_2(v) - [I_{\text{pump}}\sigma_1(v) + I_{\text{probe}}\sigma_2(v)][N_2(v) - N_1(v)] \quad (2.21)$$

$$\frac{dN_1(v)}{dt} = \lambda_1(v) - \gamma_1 N_1(v) + [I_{\text{pump}}\sigma_1(v) + I_{\text{probe}}\sigma_2(v)][N_2(v) - N_1(v)] \quad (2.22)$$

ここで λ_2 は生成のレート、 γ_2 は緩和レート、 $N_2(v)$ は原子数密度であり、添え字 1 についても同様である。また、 I_{pump} 、 I_{probe} はそれぞれ pump 光、probe 光の光強度を表し、

それぞれに対する吸収断面積は $\sigma_1(v)$ 、 $\sigma_2(v)$ である。ここで $\lambda_{1,2}(v)$ はマクスウェル・ボルツマン分布に従うことを仮定する。つまり、規格化されたガウス関数 $f(v)$ と係数 $\Lambda_{1,2}$ を用いて次のように表される。

$$\lambda_2 = \Lambda_2 f(v) \quad (2.23)$$

$$\lambda_1 = \Lambda_1 f(v) \quad (2.24)$$

$$f(v) = \sqrt{\frac{M}{2\pi k_B T}} \exp\left(-\frac{Mv^2}{2k_B T}\right) \quad (2.25)$$

続いて、VCC による緩和の効果を考える。衝突前の速度を v 、衝突後の速度を v' とすると、単位時間当たりの原子数密度 $N_2(v)$ の変化は、

$$\left[\frac{dN_2(v)}{dt}\right]_{\text{relax}} = -N_2(v) \int \Gamma_2(v', v) dv' + \int N_2(v') \Gamma_2(v, v') dv' \quad (2.26)$$

と表わされる。添え字 1 についても同様である。第一項は速度 v が速度 v' に変化するレートを、第二項は速度 v' が速度 v に変化するレートを表している。 $\Gamma_{1,2}(v, v')$ は collision kernel という確率関数である。Xe などの重い原子による衝突の時、衝突後の原子の速度分布は衝突時の速度によらず、速度 0 を中心とした Maxwell-Boltzmann 分布となる。このような衝突は強い衝突と呼ばれる。He などの軽い原子による衝突後の原子の速度分布は、 v 付近で幅の狭いガウス分布を取る。このような衝突は弱い衝突と呼ばれる。この様子を図示したのが、図 2.12 である。

簡単のため強い衝突を仮定すると、 $\Gamma_2(v', v)$ および $\Gamma_2(v, v')$ は VCC レート Γ_2 を用いて次のように表される。

$$\Gamma_2(v', v) = \Gamma_2 f(v') \quad (2.27)$$

$$\Gamma_2(v, v') = \Gamma_2 f(v) \quad (2.28)$$

添え字 1 についても同様である。

式 (2.27) を式 (2.26) に代入して、

$$\left[\frac{dN_2(v)}{dt}\right]_{\text{relax}} = -\Gamma_2 N_2(v) + \Gamma_2 f(v) \int N_2(v') dv' \quad (2.29)$$

ここで第一項は v で指定された分布から原子が出ていくレート、第二項は v で指定された分布に原子が入ってくるレートを表している。添え字 1 についても同様に扱う。これらを式 (2.21)、(2.22) に加え、pump 光なしの場合と pump 光ありの場合の原子数の変化を求めると、

$$\Delta N_2(v) = N_2(v) - [N_2(v)]_{I_{\text{pump}}=0} \quad (2.30)$$

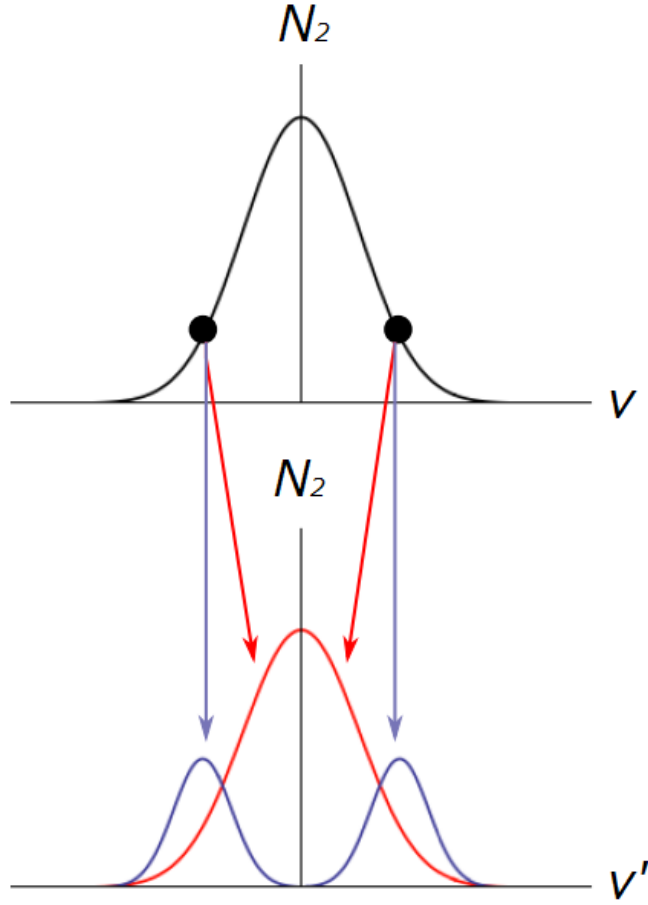


図 2.12 強い衝突の時は赤線で、弱い衝突の時は青線である。強い衝突の時、衝突後の原子の速度分布は初期の速度 v に依らず速度 0 を中心とした Maxwell-Boltzmann 分布をとる。弱い衝突の時は v を中心とした幅の狭い Maxwell-Boltzmann 分布をとる。

であるから、式 (2.21) より、

$$\Delta N_2(v) = -\frac{I_{\text{pump}}(N_2^0 - N_1^0)f(v)}{\Gamma_2 + \gamma_2} \left[\sigma_1(v) + \frac{\Gamma_2}{\gamma_2} \int \sigma_1(v')f(v')dv' \right] \quad (2.31)$$

ただし、 $N_2^0 = \Gamma_2/\gamma_2$ である。以上より、pump 光ありと pump 光なしの差を表す probe 光のパワーは、

$$\begin{aligned} S &\equiv \Delta \int I_{\text{probe}} \sigma_2(v) [N_2(v) - N_1(v)] dv \\ &= -I_{\text{probe}} I_{\text{pump}} (N_2^0 - N_1^0) \left(\left[\frac{1}{\Gamma_2 + \gamma_2} + \frac{1}{\Gamma_1 + \gamma_1} \right] \int f(v) \sigma_1(v) \sigma_2(v) dv \right. \\ &\quad \left. + \left[\frac{\Gamma_2/\gamma_2}{\Gamma_2 + \gamma_2} + \frac{\Gamma_1/\gamma_1}{\Gamma_1 + \gamma_1} \right] \int f(v) \sigma_1(v) dv \int f(v) \sigma_2(v) dv \right) \quad (2.32) \end{aligned}$$

$f(v)$ 、 $\sigma_i(v)(i = 1, 2)$ を代入して、

$$S = -I_{\text{probe}}I_{\text{pump}}(N_2^0 - N_1^0) \left(\frac{\pi}{c\hbar} \right)^2 |d_{12}|^4 \frac{8}{\sqrt{\pi}\Delta\nu_D} \\ \times \left(\left[\frac{1}{\Gamma_2 + \gamma_2} + \frac{1}{\Gamma_1 + \gamma_1} \right] \frac{\gamma^2}{\gamma^2 + (2\pi\Delta\nu_D)^2} \exp \left[-\frac{\Delta\nu^2}{\Delta\nu_D^2} \right] \right. \\ \left. + \left[\frac{\Gamma_2/\gamma_2}{\Gamma_2 + \gamma_2} + \frac{\Gamma_1/\gamma_1}{\Gamma_1 + \gamma_1} \right] \frac{1}{2\sqrt{\pi}\Delta\nu_D} \exp \left[-\frac{2\Delta\nu^2}{\Delta\nu_D^2} \right] \right) \quad (2.33)$$

定数を整理すると、

$$S = A \left(\frac{\gamma^2}{\gamma^2 + (2\pi\Delta\nu_D)^2} + C \exp \left[-\frac{\Delta\nu^2}{\Delta\nu_D^2} \right] \right) \exp \left[-\frac{\Delta\nu^2}{\Delta\nu_D^2} \right] \quad (2.34)$$

ここで、 A は比例定数である。

この様に、pump 光ありとなしの差は、ローレンツ関数であらわされる Lamb dip とガウス分布であらわされる pedestal の和で記述できる。式 (2.34) のパラメータ C を観測することで Lamb dip と pedestal の比が分かる。このときパラメータ C は

$$C = 2\sqrt{\pi \ln 2} \frac{\frac{\Gamma_2/\gamma_2}{\Gamma_2 + \gamma_2} + \frac{\Gamma_1/\gamma_1}{\Gamma_1 + \gamma_1}}{\frac{1}{\Gamma_2 + \gamma_2} + \frac{1}{\Gamma_1 + \gamma_1}} \frac{\gamma}{\Delta\nu_D} \quad (2.35)$$

とあらわされる [34]。例えば、準安定状態のように、下準位の寿命が上準位の寿命に比べてはるかに長いとき、すなわち、 $\gamma_1 \ll \gamma_2$ の時、式 (2.35) は

$$C = 2\sqrt{\pi \ln 2} \frac{\Gamma_1\gamma_1}{\gamma_1\Delta\nu_D} \quad (2.36)$$

と表される。

図 2.13 に $(5s5p)^1S_0 - ^1P_1(461 \text{ nm})$ 遷移の飽和吸収分光を異なる圧力および異なるバッファガスを封入した HCL 中に行った結果を示す。このグラフから、VCC の効果がバッファガスの種類及び圧力に依存し、この中では Ne 0.5 Torr と Xe 0.5 Torr の混合ガスが最も pedestal が小さいことが分かる。

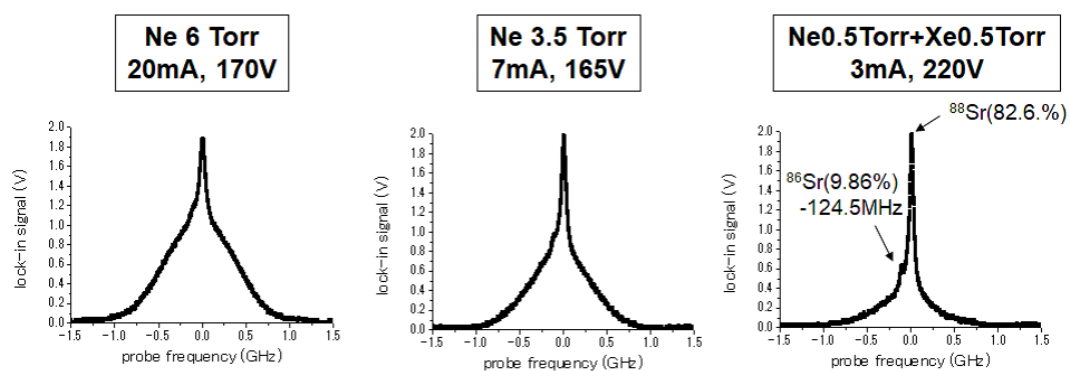


図 2.13 様々なバッファガスにおける $^1S_0 - ^1P_1$ (461 nm) 遷移の飽和吸収分光信号。電流は光学密度が 1 になるようにそれぞれ調整した。Ne 0.5 Torr と Xe 0.5 Torr の混合ガスがバッファガスの時に pedestal が最も小さくなる。

第 3 章

$^1S_0 - ^1P_1(461 \text{ nm})$ 遷移の t-DAVLL

本章では Sr 原子における冷却遷移 $^1S_0 - ^1P_1(461 \text{ nm})$ に対する磁場を用いた分光法およびレーザー周波数安定化の研究について述べる。3.1 節では簡便なレーザー周波数安定化法としてよく知られている DAVLL (dichroic atomic vapor laser lock) と transversal DAVLL (t-DAVLL) を比較する。3.2 節、3.3 節では、DAVLL および t-DAVLL の原理について述べる。3.4 節から 3.6 節では、実験装置について述べる。3.7 節ではホローカソード内部に入り込む磁場の形状の理論式を示す。3.8 節では t-DAVLL 信号の測定結果を示し、ホローカソード内部に入り込んだ磁場について議論する。最後に、t-DAVLL 信号を用いたレーザー周波数安定化について述べる。

3.1 DAVLL と t-DAVLL の比較

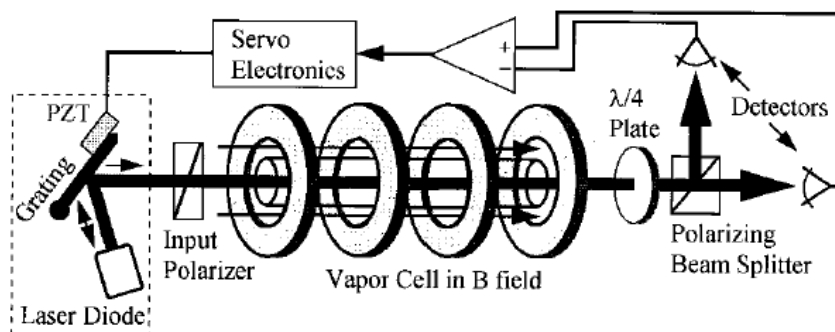


図 3.1 DAVLL の光学系 [25]。セルに対して軸方向に磁場を印加することで原子に二色性を持たせる。

レーザー周波数安定化のためによく使われる方法の一つに DAVLL (dichroic atomic

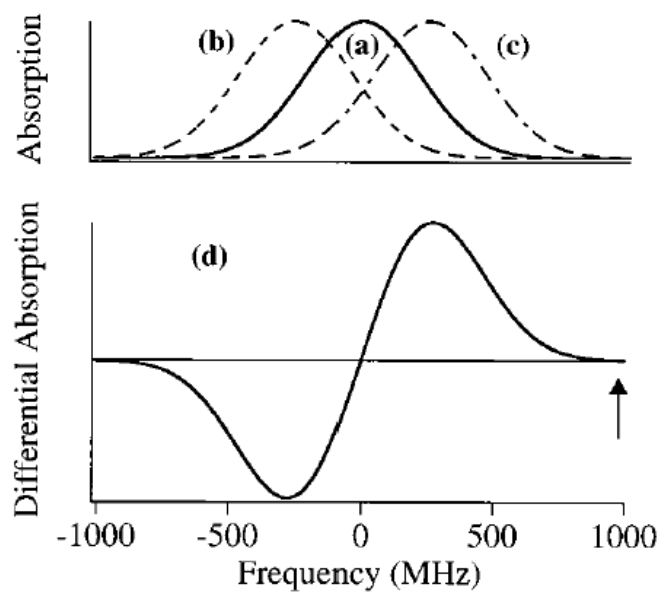


図 3.2 DAVLL で得られる分散信号。(a) で示された無摂動のスペクトルが磁場を印加することで (b)、(c) に分裂する。それぞれの差分をとることによって (d) で示されるような分散信号が得られる [25]。

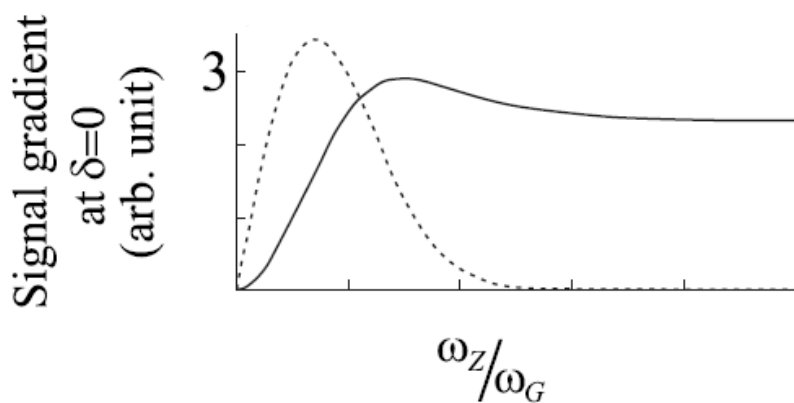


図 3.3 DAVLL および t-DAVLL で得られる信号のスロープのゼーマンシフト依存性。 $\omega_G = k\sqrt{2k_B T/M}$ 、 ω_z はゼーマンシフト。DAVLL の信号の勾配が $\omega_z \sim \omega_G$ で最大を迎えた後、速やかに 0 に収束するのに対して、t-DAVLL の信号は強い磁場の領域で磁場の強さに依存しない大きな値を保つ ([26] より引用)。

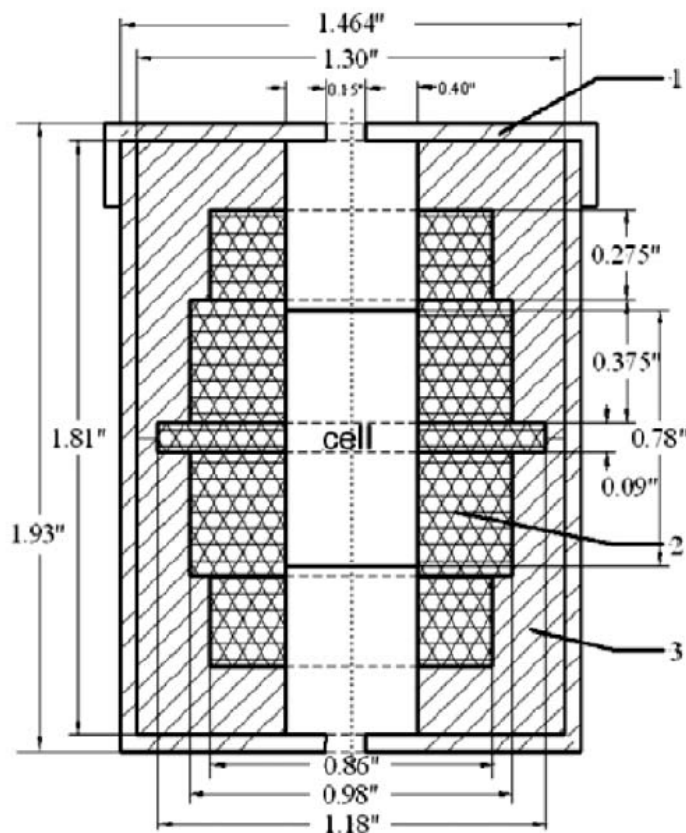


図 3.4 文献 [35] における磁石の配置。1 は磁気シールド、2 は 5 つのリング状磁石、3 はプラスチックの支え。全体が図中心の点線に対して円筒対称である。磁石の配置を工夫することでセル全体に一樣な磁場を印加できるよう設計されている。

vapor laser lock) と呼ばれる方法がある [25]。この方法ではレーザーの進行方向に磁場を印加することで原子に円偏光に対する二色性を与え (図 3.1)、差分をとることで誤差信号を得る (図 3.2)(詳しい原理は 3.2 節で述べる)。この方法の利点として、周波数変調の必要がなく簡便であること、周波数安定化のための周波数のキャプチャーレンジが広く、安定化後の周波数も可変であることが挙げられる。ただ、この方法では最適な信号を実現するために最適な強さの磁場を印加する必要がある (図 3.3)。ヘルムホルツコイルなどを用いれば、磁場の強さを調整することは容易だが、後述するように 2000 G 程度の強い磁場を発生させる必要があるため、コイルよりも永久磁石のほうが望ましい。近年、DAVLL の実装において磁石の配置を工夫することで Rb セル全体にわたって一樣に最適な磁場をかける実験が行われた [35]。図 3.4 で示された磁石の配置を用いることで、図 3.5 に示されるようにセルの全体にわたって最適な磁場の強さが一樣に生成される。

一方で、レーザー光の進行方向と直交する方向に磁場を印加する transversal DAVLL (t-DAVLL) (図 3.6) という方法が最近、長谷川らによって提案された [26]。この方法も

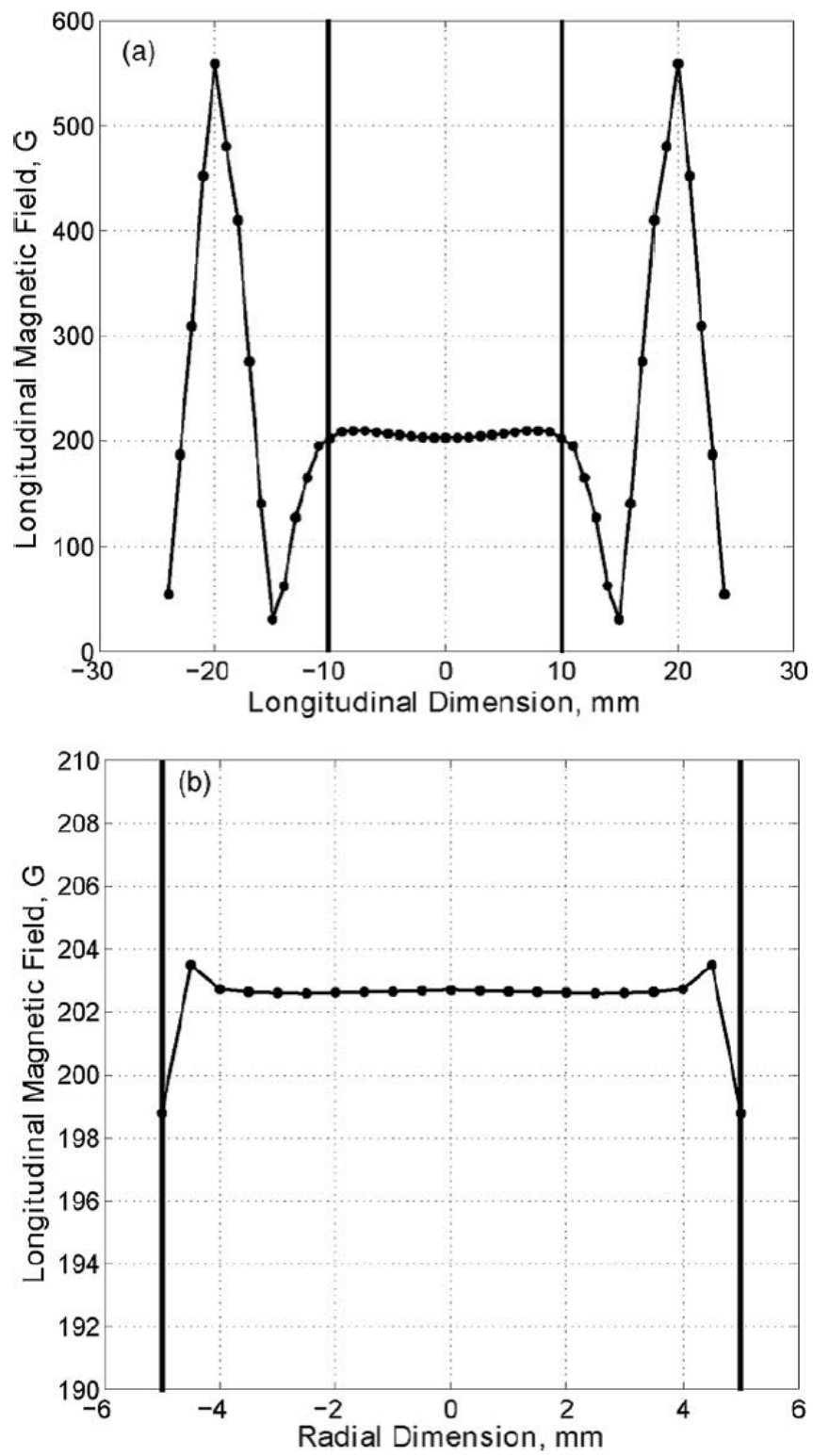


図 3.5 最適化されたセル内の磁場 [35]。(a) が磁場の大きさの長手方向依存性、(b) が磁場の大きさの同径方向依存性。

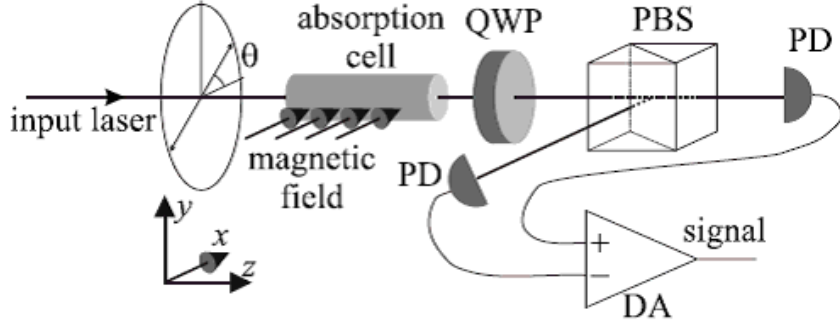


図 3.6 t-DAVLL の光学系 [26]。セルに対して横磁場を印加することで原子に複屈折性を持たせる。

DAVLL と同じように周波数変調の必要がなく簡便であり、広いキャプチャーレンジを実現できる。図 3.3 に示すように、DAVLL では磁場によるゼーマンシフト ω_z が、ドップラー幅 $\Delta\omega_D$ 程度になるように磁場の値を最適化することで大きな信号勾配を得られる。一方で t-DAVLL では (図 3.3 の実線)、 $\omega_z > \Delta\omega_D$ の磁場の強い領域において、大きなスロープを磁場の強さによらず実現できるという特徴がある。この特徴により、DAVLL と比べて t-DAVLL の方が磁場の最適化が容易となる利点がある。また、後述するようにホローカソードのような中空円筒の磁性体の外部から磁場を印加したときに、磁性体内部に空間的に一様な磁場を生成することは横磁場の方が簡単である。以上より、HCL に対して磁場を用いた分光法を適用する場合、DAVLL よりも t-DAVLL のほうが優れていると考えられる。ところが、HCL に対して DAVLL を行った先行研究 [23, 27, 36] (いずれもホローカソードの磁気シールド効果により最適な磁場を印加することができていない) はあるものの、t-DAVLL を行った例はこれまで、我々の知る限り存在しなかった。そこで、本研究では、永久磁石を HCL に用いた t-DAVLL を行い、磁気光学トラップの光源の周波数安定化を試みた。

3.2 DAVLL の原理

ここでは、DAVLL の原理をジョーンズベクトルを用いて説明する。図 3.7 に光学系と座標系を示す。まず、図 3.7 の $1/2$ 波長板を透過した後の入射光の偏光のジョーンズベクトルを

$$V_{\text{in}} = \begin{pmatrix} \cos(\theta) \\ \sin(\theta) \end{pmatrix} E_0 \quad (3.1)$$

と表す。(光強度は $I_0 = \epsilon_0 c E_0^2 / 2$)。これが σ_+ 偏光と σ_- 偏光それぞれに対して複素電気感受率が $\chi_+ = \chi'_+ + i\chi''_+$ 及び $\chi_- = \chi'_- + i\chi''_-$ の媒質を透過したとすると、そのジョー

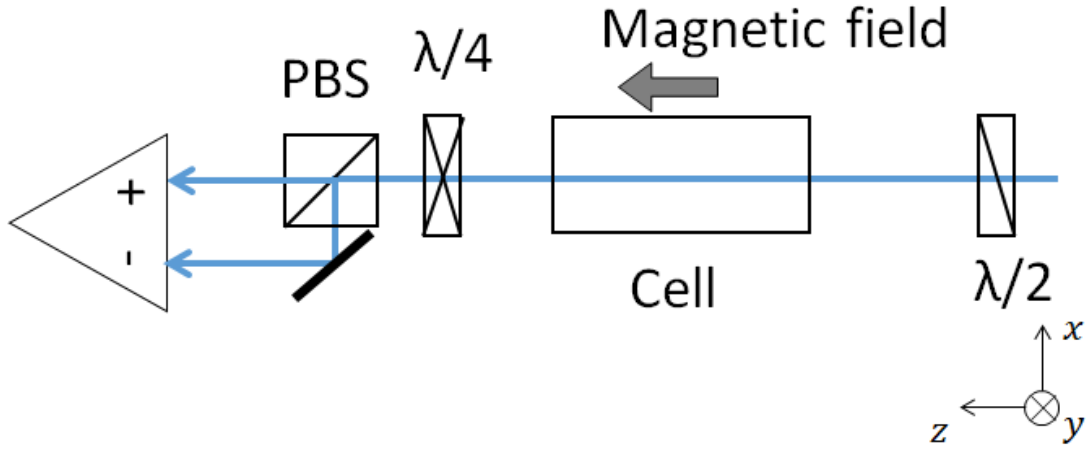


図 3.7 DAVLL の光学系。

ンズ行列は以下のように表される。

$$M_{\text{cell}} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ i & -i \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \exp(i\chi_+ kL/2) & 0 \\ 0 & \exp(i\chi_- kL/2) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -i \\ 1 & i \end{pmatrix} \quad (3.2)$$

ここで k は波数、 L はセルの長さであり、 $\sqrt{1+\chi} \simeq 1 + \chi/2$ と近似した。最後に、 45° 傾いた $1/4$ 波長板のジョーンズ行列は、次のように表される。

$$M_{\lambda/4} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \exp(i\pi/4) & \exp(-i\pi/4) \\ \exp(-i\pi/4) & \exp(i\pi/4) \end{pmatrix} \quad (3.3)$$

よって、PBS 直前の光は、次のように表される。

$$\begin{pmatrix} E_x \\ E_y \end{pmatrix} = V_{\text{out}} = M_{\lambda/4} M_{\text{cell}} V_{\text{in}} \quad (3.4)$$

測定される光の強度の差 I は、 $\epsilon_0 c (|E_x|^2 - |E_y|^2) / 2$ であり、 $\theta = 0$ のとき吸収が弱い極限で、

$$\begin{aligned} I &= \epsilon_0 c E_0^2 \text{Im} \left[\exp \left(\frac{i\chi_+ kL}{2} \right) - \exp \left(\frac{i\chi_- kL}{2} \right) \right] \\ &\simeq \frac{1}{4} \epsilon_0 c E_0^2 kL (\chi_-'' - \chi_+'') \\ &= \frac{kL}{2} (\chi_-'' - \chi_+'') I_0 \end{aligned} \quad (3.5)$$

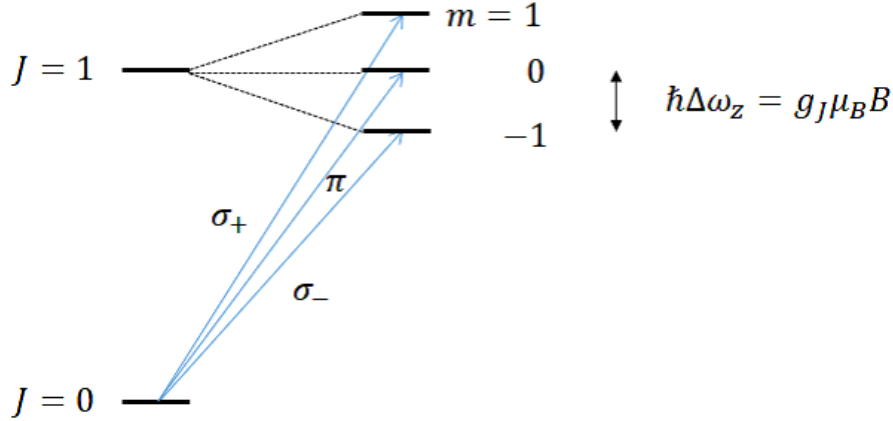


図 3.8 $J = 0 \rightarrow J = 1$ 遷移のゼーマン分裂の様子。 g_J は g 因子、 μ_B はボーア磁子である。

となる。ここで、 $I_0 \equiv \epsilon_0 c E_0^2 / 2$ は probe 光の入射強度である。つまり σ^+ 偏光と σ^- 偏光の吸収の差が測定にかかることになる。ここで、図 3.8 のようにそれぞれの偏光に対する共鳴周波数が $\Delta\omega_z = g_J \mu_B B / \hbar$ (g_J は g 因子、 μ_B はボーア磁子である。) だけゼーマンシフトした場合、吸収率は式 (2.7) を用いて、

$$\chi''_{\pm} \propto A(\omega \pm \Delta\omega_z) \quad (3.6)$$

の関係がある。これをもとに、ドップラー広がり $\Delta\omega_D / 2\pi = 500$ MHz のときの様々な $\Delta\omega_z$ に対して式 (3.5) をプロットしたものが図 3.9 である。 $\Delta\omega_z / \Delta\omega_D = 0.2, 0.4, 1$ のとき、 $\omega \sim 0$ 付近で勾配の大きな線形の信号が得られ、レーザー周波数の安定化に用いることができる。しかし、ゼーマン分裂の大きさをドップラー幅以上にとると (図 3.9 で、 $\omega_z / \omega_G = 2, 3, 4$ など)、スペクトルの中心の勾配が緩慢になりすぎるため、レーザー周波数の安定化ができなくなる特徴がある。したがって、信号の勾配を大きくするためには、磁場の強さを最適な値 ($\omega_z / \omega_D \sim 1$) に調整する必要がある。

3.3 t-DAVLL の原理

磁場の方向が DAVLL の場合と直交する方向である場合でも、エラーシグナルを得ることができる。この方法を t-DAVLL と呼ぶ [26, 37]。この方法の原理について DAVLL と同様にジョーンズベクトルを用いて説明する。図 3.7 に光学系と座標系を示す。この場合は、 x 方向と y 方向の直線偏光に対する複屈折性を用いた方法で、DAVLL の場合と違い、 M_{cell} は次のように表される。

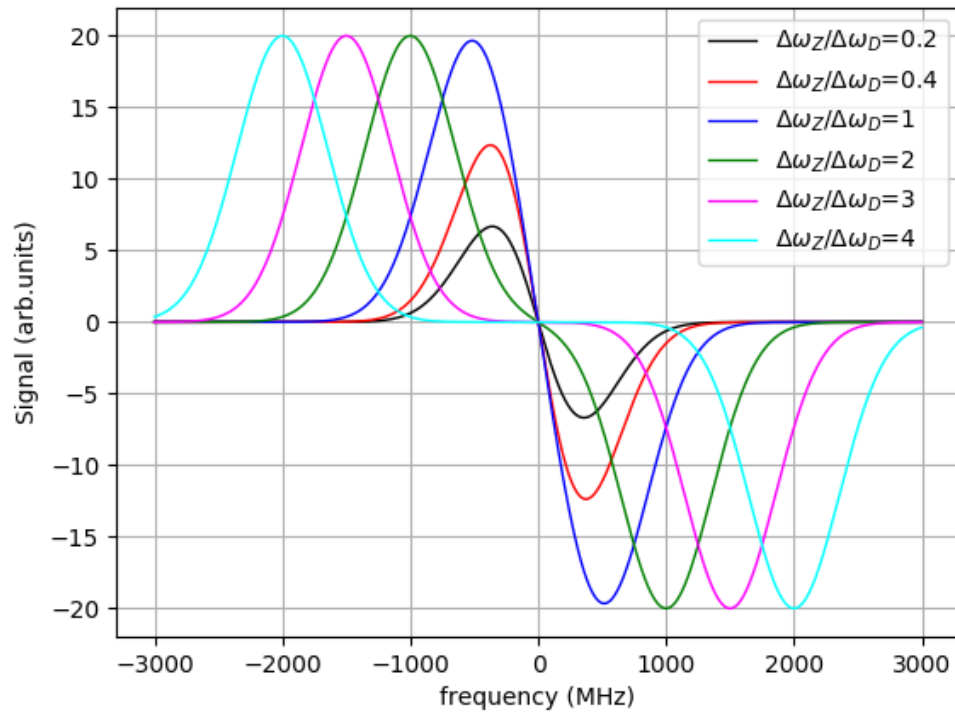


図 3.9 様々なゼーマン分裂の大きさに対する DAVLL の信号 ($\Delta\omega_D = 500\text{MHz}$ の場合)。

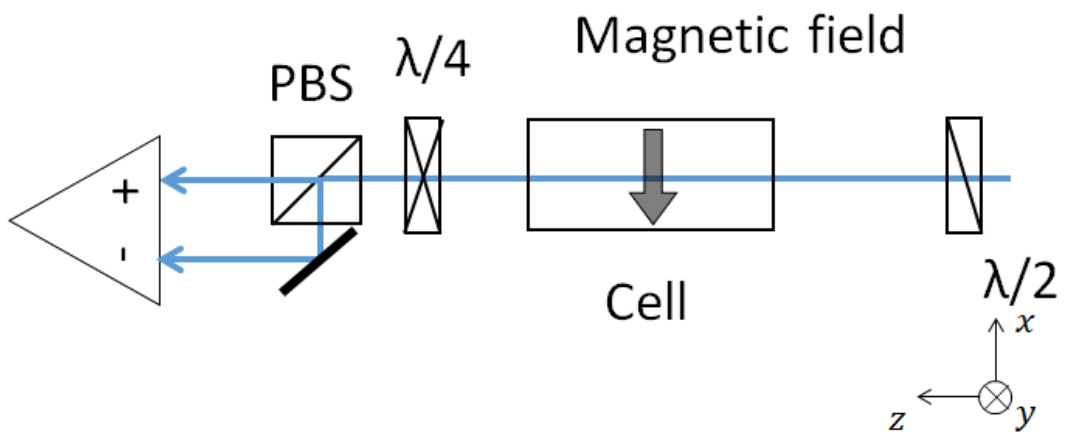


図 3.10 t-DAVLL の光学系

$$M_{\text{cell}} = \begin{pmatrix} \exp(i\chi_x kL/2) & 0 \\ 0 & \exp(i\chi_y kL/2) \end{pmatrix} \quad (3.7)$$

ここで $\chi_x = \chi'_x + i\chi''_x$ 及び $\chi_y = \chi'_y + i\chi''_y$ はそれぞれ x 及び y 方向の複素電気感受率である。 $\theta = \pi/4$ とすると、吸収が弱い極限で

$$\begin{aligned} I &= \frac{1}{2}\epsilon_0 c(E_x^2 - E_y^2) \\ &= \frac{1}{2}\epsilon_0 cE_0^2 \sin(2\theta) \exp\left(\frac{kL(\chi''_x + \chi''_y)}{2}\right) \sin\left(\frac{kL(\chi'_x - \chi'_y)}{2}\right) \\ &\simeq \frac{\epsilon_0 cE_0^2 kL}{4}(\chi'_x - \chi'_y) \\ &= \frac{kL}{2}(\chi'_x - \chi'_y)I_0 = kL(n_x - n_y)I_0 \end{aligned} \quad (3.8)$$

となる。ここで、 $n_x \sim 1 + \chi'_x/2$ 、 $n_y \sim 1 + \chi'_y/2$ と近似した。DAVLL とは異なり、 x 方向の偏光と y 方向の偏光の屈折率の差が観測にかかる。磁場の方向と平行な方向の偏光 (x) は π 遷移を引き起こし、直交する方向の偏光 (y) は σ^+ と σ^- 偏光の重ね合わせであるため、この両方の遷移を引き起こす。図 3.8 のようにそれぞれの偏光に対するスペクトルが $\Delta\omega_z$ だけゼーマンシフトした場合、 x 偏光及び y 偏光の複素電気感受率の実部は次の議論によって求まる。

吸収スペクトルがガウス関数の場合、複素電気感受率の虚部もガウス関数なので、複素電気感受率の実部 $F(x)$ は吸収スペクトルのヒルベルト変換によって次のようにあらわされる (Kramers-Kronig の関係)。

$$F(x) = \frac{1}{\pi} \mathcal{P} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{A(\omega')}{\omega' - \omega} d\omega' \quad (3.9)$$

\mathcal{P} はコーシーの主値である。ガウス関数 $G(x) = \exp(-x^2)$ のヒルベルト変換 $H(x)$ は、Dawson 関数 $D(x) = \exp(-x^2) \int_0^x \exp(t^2) dt$ を用いて、

$$H(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} D(x) \quad (3.10)$$

もしくは、虚数誤差関数 $\text{erfi}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x \exp(t^2) dt$ を用いることで、

$$H(x) = G(x) \text{erfi}(x) \quad (3.11)$$

と書けるので [38]、複素電気感受率の実部は

$$F(\omega) = \frac{1}{\sqrt{\pi}\Delta\omega_D} H((\omega - \omega_0)/\Delta\omega_D) \quad (3.12)$$

となる。図 3.11 に規格化されたガウス関数とそのヒルベルト変換を示す。

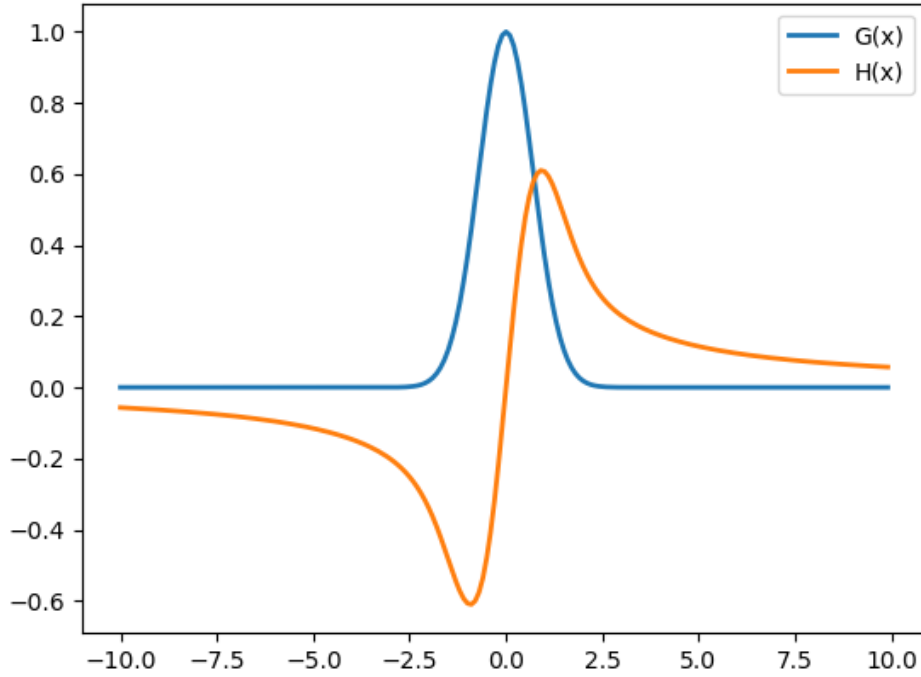


図 3.11 規格化されたガウス関数とそのヒルベルト変換。Dawson 関数は $x_0 = 0.924$ の時最大値 $D(x_0) = 0.541$ をとる。

x 偏光及び y 偏光の複素電気感受率の実部はそれぞれ、

$$\chi'_x = F(\omega) \quad (3.13)$$

$$\chi'_y = \frac{1}{2}(F(\omega + \Delta\omega_z) + (F(\omega - \Delta\omega_z))) \quad (3.14)$$

と表される。なお OD(光学密度) の最大値 OD_{\max} と複素電気感受率の虚部の最大値 χ''_{\max} には次の関係がある。

$$OD_{\max} = kL\chi''_{\max} \quad (3.15)$$

また、Dawson 関数の特性 (図 3.11) から、複素電気感受率の実部と虚部それぞれの最大

値は次の関係を満たす。

$$\chi'_{\max} \simeq \frac{2}{\sqrt{\pi}} \times 0.541 \chi''_{\max} \quad (3.16)$$

よって、 $\Delta\omega_z \gg \Delta\omega_D$ の時、式 (3.8) から t-DAVLL 信号の最大値 I_{\max} は、

$$\begin{aligned} I_{\max} &\simeq \frac{1}{2} \epsilon_0 c E_0^2 \times \frac{0.601}{2} \times \text{OD}_{\max} \\ &= 0.305 \times \text{OD}_{\max} I_0 \end{aligned} \quad (3.17)$$

となる。例えば、 OD_{\max} が 0.1 の時であればプローブ光強度の約 3% に相当する信号振幅が得られる。

式 (3.8)、(3.13) および (3.14) を用いてドップラー広がり $\Delta\omega_D/2\pi = 500$ MHz のときの $\Delta\omega_z$ に対して式 (3.8) をプロットしたものを図 3.12 に示す。この図からわかるように、t-DAVLL の場合はゼーマン分裂がドップラー幅を超えても、 π 遷移の存在によりスペクトルの中心の勾配が小さくならないという利点がある。そのため、 $\Delta\omega_z > \Delta\omega_D$ となるような強い磁場を用いることで、レーザー周波数の安定化のための周波数のキャプチャーレンジを DAVLL よりも大きくとることができる。また、磁場が強い領域では、磁場の強さを最適化しなくても、大きな信号勾配を得ることができるため、DAVLL の場合と比べて磁場の設計が容易である。そのため、本研究では t-DAVLL を用いて $(5s)^2 \ ^1S_0 - (5s5p) \ ^1P_1$ 遷移 (461 nm) の分光を行った。

3.4 実験装置

3.4.1 光学系

光源から出射されたレーザー光の偏光方向を $1/2$ 波長板で磁場の方向に対して 45° 傾けることで、式 (3.1)、(3.8) で $\theta = 45^\circ$ となる。こうすることにより、磁場の方向を量子化軸にとった時、その方向に対して π 偏光と σ_{\pm} 偏光が含まれるようになる。 π 偏光はゼーマン効果による屈折率の変化を受けないが、 σ_{\pm} 偏光はゼーマン効果により屈折率が増加する効果を受ける。これらの信号がその後の $1/4$ 波長板と PBS 及び差分増幅器 (Thorlabs PDB210A/M) により光の強さの差に変換される。図 3.13 に実験系の概念図を示す。

3.4.2 外部共振器型半導体レーザー

461 nm 用光源として Nichia NDBA116T のレーザーダイオード (LD) を用いた。t-DAVLL 分光には周波数が可変のシングルモードのレーザー光が要求されるが、LD 単体

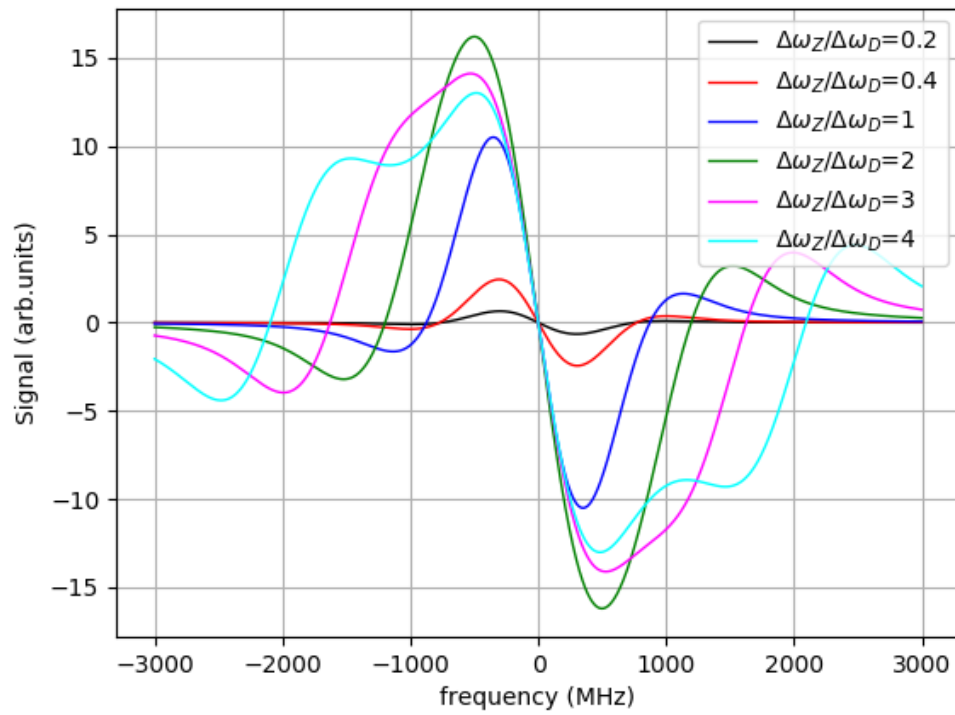


図 3.12 様々なゼーマン分裂の大きさに対する t-DAVLL の信号 ($\omega_D = 500$ MHz の場合)。

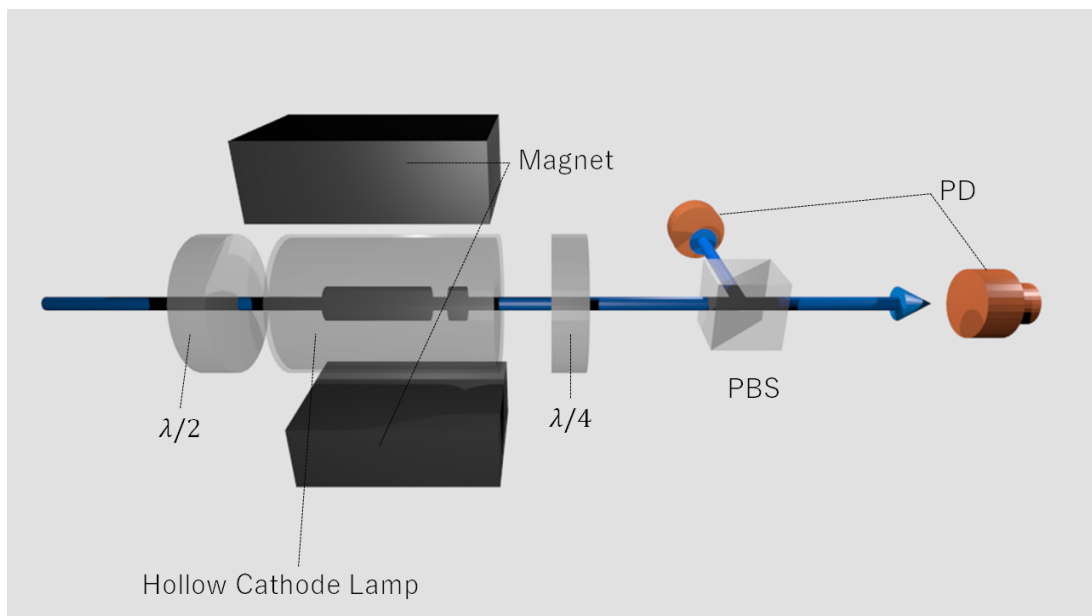


図 3.13 HCL を用いた t-DAVLL の光学系。

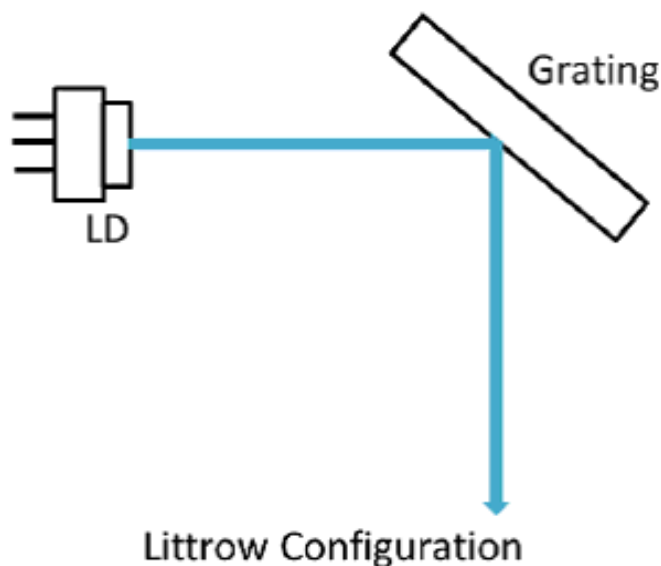


図 3.14 ECDL の Littrow 配置。

では一般にマルチモードで発振する。そこで、回折格子を用いて外部共振器を構成し、シングルモード発振を実現した。

回折格子の波長分散を用いて波長選択的な光帰還を LD に対して行うことで、レーザーの縦モード選択が可能となる。このような外部共振器型 LD (ECLD) の配置図を図 3.14 に示す。線幅は外部共振器の構成によって LD 単体時の 1 GHz 程度から、100 kHz 程度へと狭窄化される。本研究では Littrow 型 (図 3.14) の配置を用いた。この配置の ECLD では、回折格子の 1 次回折光が LD への光帰還となる。このような複合共振器からなるレーザーの発振周波数は以下の四つの条件により決まる。

1. LD の利得スペクトル
2. 回折格子の周波数分解能
3. LD 内部の共振器の縦モード
4. 外部共振器の縦モード

1. は数十 nm にわたる幅広いものであり、縦モード選択の観点からは平坦とみなせる。3. は半導体レーザーの共振器長で決まり、実験例ではモード間隔は 30 GHz 程度と考えられる。4. は外部共振器の共振器長で決まり、モード間隔は 10 GHz 程度である。2. については Littrow 型の場合、回折格子からの光帰還の条件は、 $\lambda = 2d\sin\theta$ である。 d は格子間

隔、 θ は回折格子の法線と光線のなす角である。周波数分解能は、

$$\lambda/\Delta\lambda = N \quad (3.18)$$

で与えられる。ここで N は実際にレーザー光が当たっているビーム領域の回折格子の本数 (2400 本/mm \times 3 mm \sim 7000 本) で、 $\Delta\lambda \sim 0.06$ nm となる [39]。

波長選択の様子を図 3.15 に示す。半導体レーザーは 1. \sim 4. の波長選択素子から決まるゲインが最大となる周波数で発振する。周波数制御としては、1.、2. で 30 GHz 程度まで、後は 3. および 4. で調整する。3. の半導体レーザーの縦モードの調整は、LD の屈折率が温度に依存する (温度が上がると屈折率が上がる) ことから、半導体レーザーの温度を調整することによって行う。また、注入電流によっても LD の屈折率が変化し、発振波長が変化する。外部共振器長をピエゾ素子で調整することで発振波長を制御する。

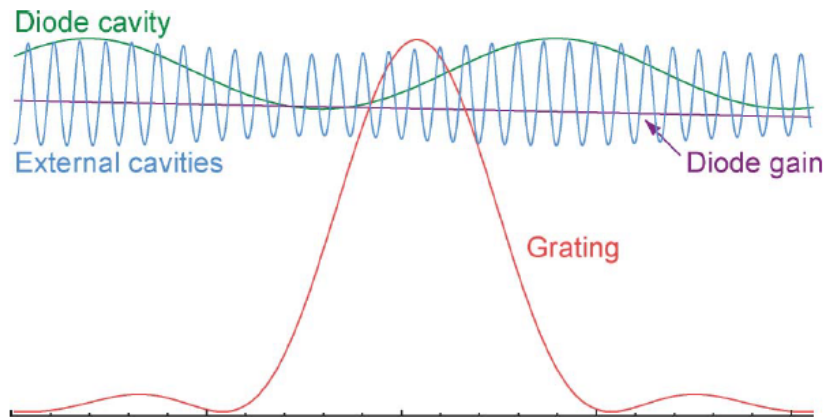


図 3.15 波長選択の様子 [40]。

3.4.3 磁気回路

t-DAVLL のためには、ホローカソードランプに磁場を印加する必要がある。そのため、図 3.16 に示すような磁気回路を作成した。磁石には表面磁場が約 4000 G、残留磁束密度が約 12000 G のネオジム磁石 (60 mm \times 30 mm \times 20 mm、Magfine 社 NS0296) を二つ用いた。磁石の固定のために用いた鉄製治具 (材質 SS400) は図 3.17 のようにスリットが掘ってあり、磁石の間隔を変化させることで中心での磁場の強さを変化させることができる。磁石の間の中心での磁場の強さをガウスメーターで測ることで、生成できる磁場の強さの空間分布を測定した (図 3.18-3.21)。位置の読み取り誤差を 1 mm とした。 x, y 軸上の磁場の強さが中心付近 ($x = 0$ mm \sim 10 mm, $y = 0$ mm \sim 1.5 mm) で磁場の位置に



図 3.16 作成した磁気回路

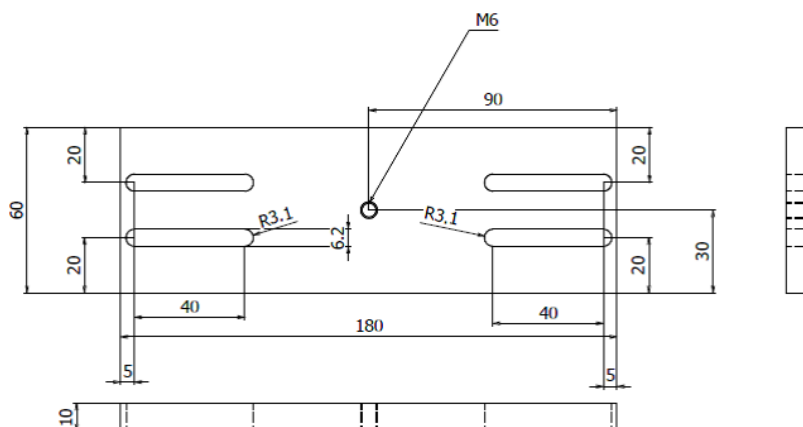


図 3.17 磁石の治具

よる変化が磁場の 3% 以内であった。中心における磁場の大きさの可変域は 1440~3220 G である。

3.4.4 ホローカソード内部に入り込む磁場の形状

十分に長い円筒形の磁性体に一様な横磁場をかけた時、円筒内部に入り込む磁場は外部磁場と平行で空間的に一様であることが知られている [41]。その大きさは次のよう

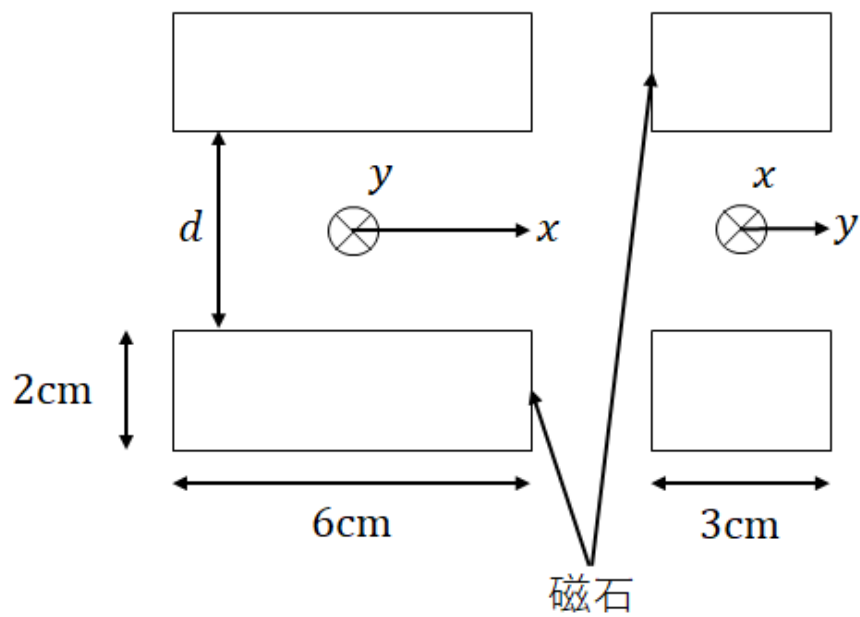


図 3.18 左は磁石の配置の正面から見た図。右は横から見た図。 x, y 軸を図のようにとる。 d を 4~7 cm まで変化させ、 x, y 軸上での磁場の強さを計測した。

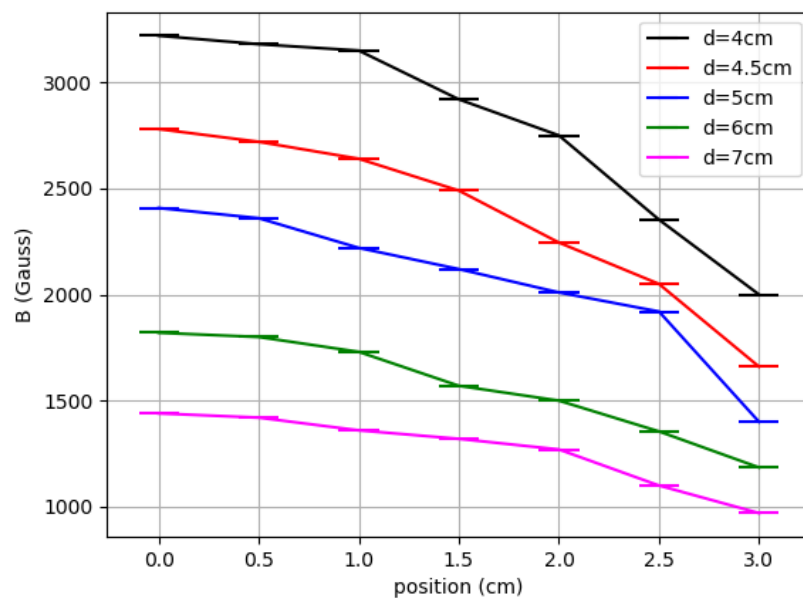


図 3.19 x 方向の磁場の分布。黒、赤、青、緑、マゼンタの線がそれぞれ磁石間の距離 d が 4、4.5、5、6、7 cm の場合。

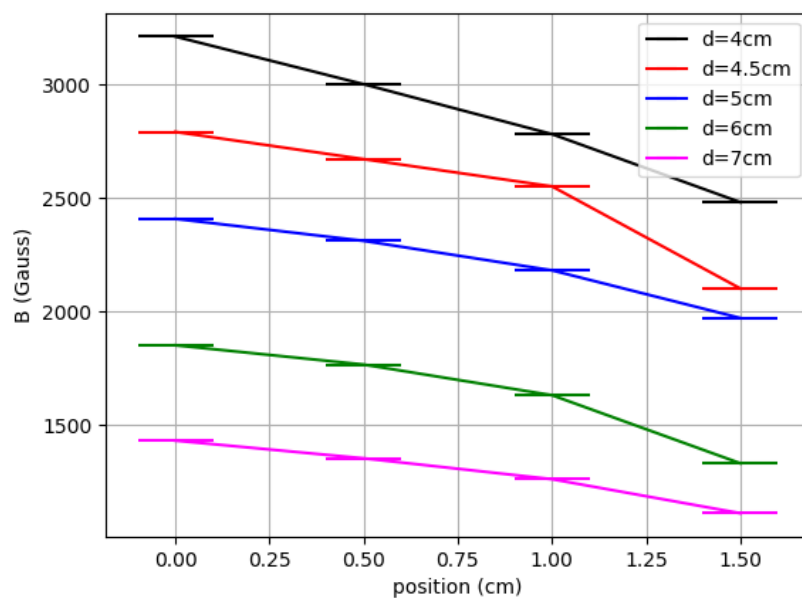


図 3.20 y 方向の磁場の分布。黒、赤、青、緑、マジェンタの線がそれぞれ磁石間の距離 d が 4、4.5、5、6、7 cm の場合。

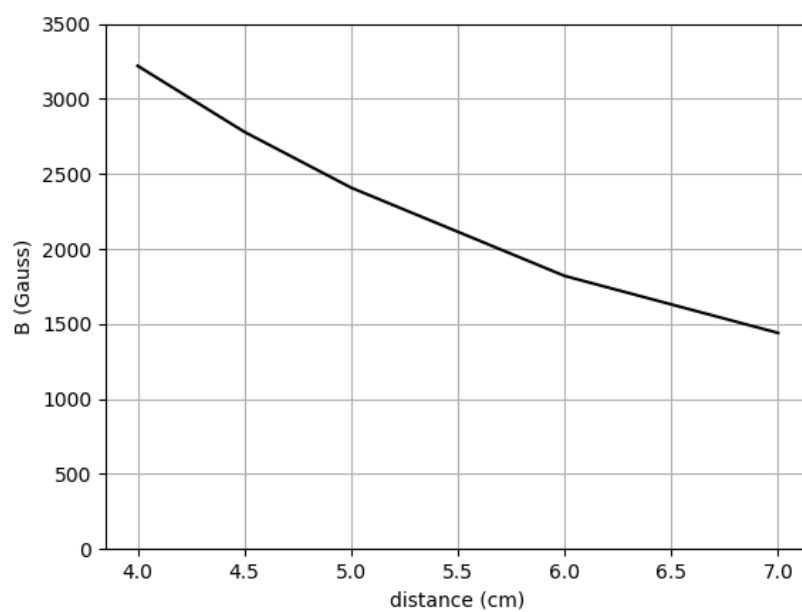


図 3.21 磁石の間隔 d に対する中心での磁場の強さ。

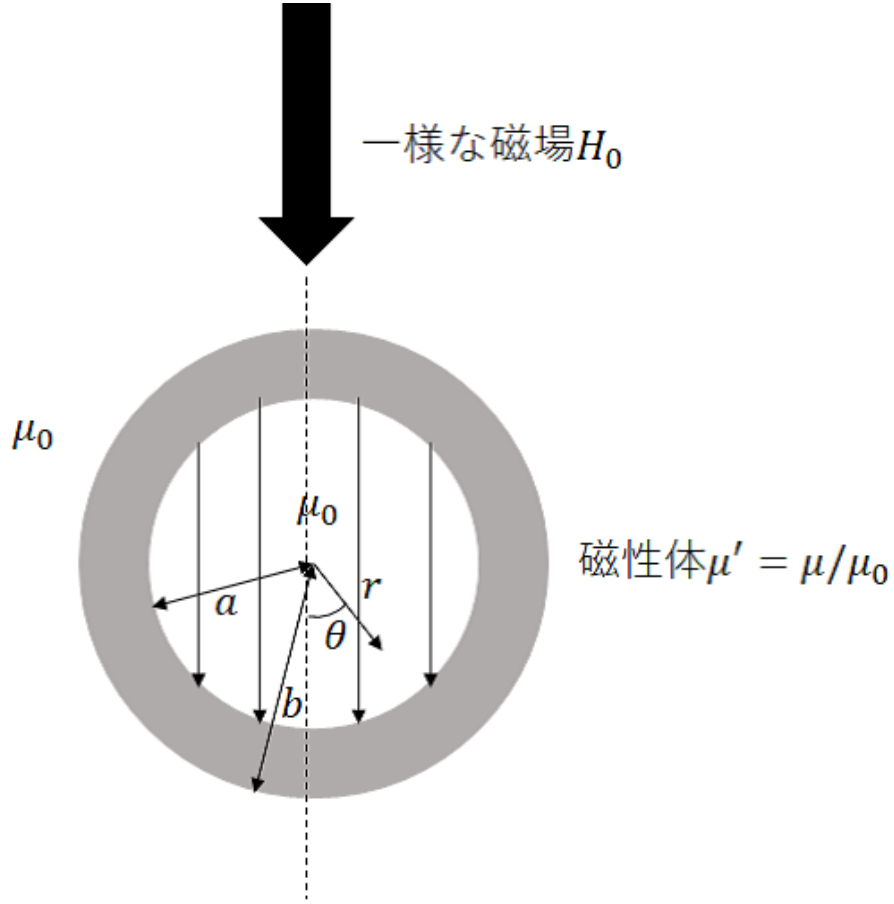


図 3.22 一様な磁場の中に円筒形の透磁率 μ の磁性体を置いたときに円筒内部に生じる磁場

な簡単なモデルで計算することができる。図 3.22 のように極座標 (r, θ) をとる。外部、円筒部、内部の磁位をそれぞれ ϕ_1 、 ϕ_2 、 ϕ_3 とする。 $r \rightarrow 0$ で ϕ_3 は有限、 $r \rightarrow \infty$ で $\phi_1 = -H_0 r \cos \theta$ 、 ϕ_2 は ϕ_1 と ϕ_3 に接続する境界条件から、以下のように解を仮定する。

$$\phi_1 = \frac{M_1}{r} \cos \theta - H_0 r \cos \theta \quad (3.19)$$

$$\phi_2 = \frac{M_2}{r} \cos \theta - H_1 r \cos \theta \quad (3.20)$$

$$\phi_3 = -H_2 r \cos \theta \quad (3.21)$$

境界条件は μ_0 を真空の透磁率、 μ を磁性体中の透磁率とすると、 $r = a$ で磁束密度の境界に対して垂直な成分と磁場の境界に対する接線成分が連続なので、

$$\phi_3 = \phi_2 \quad (3.22)$$

$$\mu_0 \frac{\partial \phi_3}{\partial r} = \mu \frac{\partial \phi_2}{\partial r} \quad (3.23)$$

$r = b$ でも同様に

$$\phi_2 = \phi_1 \quad (3.24)$$

$$\mu \frac{\partial \phi_2}{\partial r} = \mu_0 \frac{\partial \phi_1}{\partial r} \quad (3.25)$$

この時、

$$-H_2 a = \frac{M_2}{a} - H_1 a \quad (3.26)$$

$$-\mu_0 H_2 = \mu \left(-\frac{M_2}{a^2} - H_1 \right) \quad (3.27)$$

$$\frac{M_2}{b} - H_1 b = \frac{M_1}{b} - H_0 b \quad (3.28)$$

$$\mu \left(-\frac{M_2}{b^2} - H_1 \right) = \mu_0 \left(-\frac{M_1}{b^2} - H_0 \right) \quad (3.29)$$

これらより、 M_1 、 M_2 、 H_1 を消去して、

$$H_2 = \left[1 - \frac{1 - (a/b)^2}{[(\mu' + 1)/(\mu' - 1)]^2 - (a/b)^2} \right] H_0 \quad (3.30)$$

となる。ここで、 $\mu' = \mu/\mu_0$ は比透磁率である。 $\mu' > 1$ のとき $H_2 < H_0$ となり円筒の外部から印加した磁場 H_0 の一部が遮蔽される。実験に用いたホローカソードランプのカソードの形状は、内径 3 mm、外径 6 mm、長さ 20 mm の円筒形をしているので、スパッタされた原子が主に分布するカソード中心付近では無限に長い円筒の近似が成り立つ。

一方、軸方向に磁場をかけた場合は一般的に内部に入り込む磁場の一様性が損なわれるため、磁場の設計が難しい [28, 42, 43]。そのため、ホローカソードランプに対しては DAVLL よりも t-DAVLL を適用するほうが良い。

3.5 t-DAVLL 信号の測定結果

図 3.23 の光学系を用いて、t-DAVLL 信号の放電電流依存性について実験を行った。プローブ光の原子による最大吸収率はホローカソードランプ (内部に Ne 3.5 Torr が封入されたもの) に流す電流を 4 mA、6 mA、8 mA と変化させたところ、15%、30%、60% となった。印加した外部磁場の強さは、2200 G であった (実際に原子に印加された磁場の強さについては後述する)。t-DAVLL で得られた測定結果を図 3.24 に示す。飽和吸収分光におけるラムディップの中心周波数と t-DAVLL 信号がゼロクロスする周波数を一致させるように 1/4 波長板を調整したうえで、それらの相対的な位置が放電電流の変化に対して数 MHz 以内しか変化しないことを確かめた。また、吸収が 30% の場合と 60% の場合

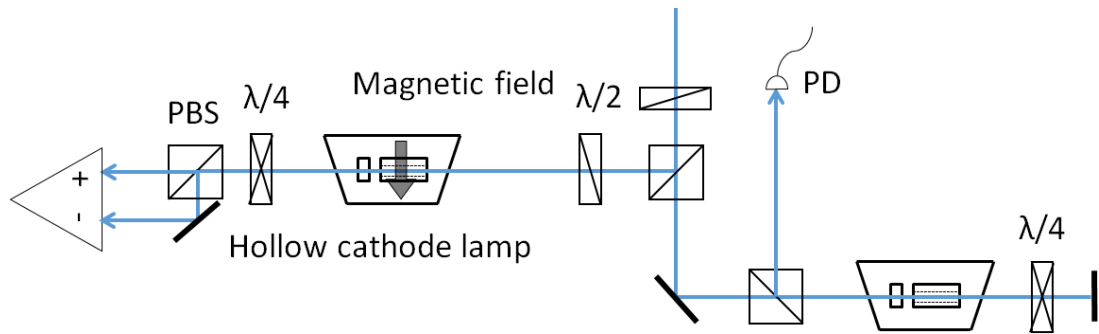


図 3.23 t-DAVLL 信号と飽和吸収分光を同時に行う光学系。

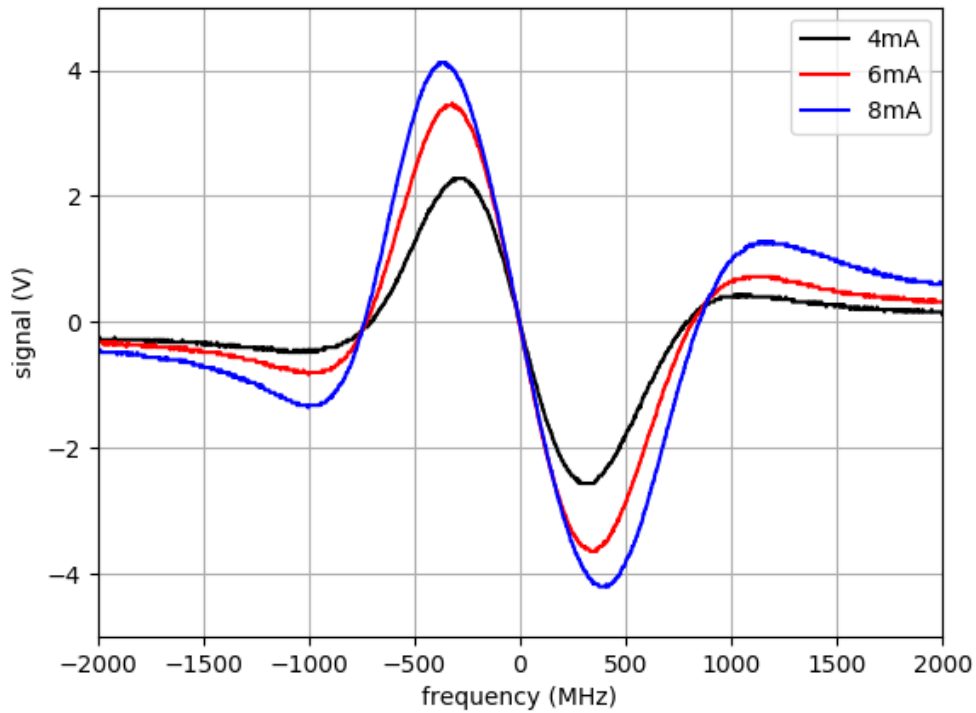


図 3.24 t-DAVLL 信号の放電電流依存性。黒、赤、青線はそれぞれ原子によるプローブ光の最大吸収率がそれぞれ 15%、30%、60% であった。

とでは図 3.24 の中心部の曲線が共鳴からの離調が ± 200 MHz の間で 10 MHz 以内で重なった。第 4 章で議論する磁気光学トラップ実験で重要な共鳴から数十 MHz の離調での周波数安定化が放電電流の変化に対して十分に鈍感であることを確かめた。

t-DAVLL の信号の外部磁場依存性を図 3.25 に示す。また、これらの信号の理論式 (3.8) によるフィッティングの結果を図 3.26 に示す。さらに、フィッティングにより得

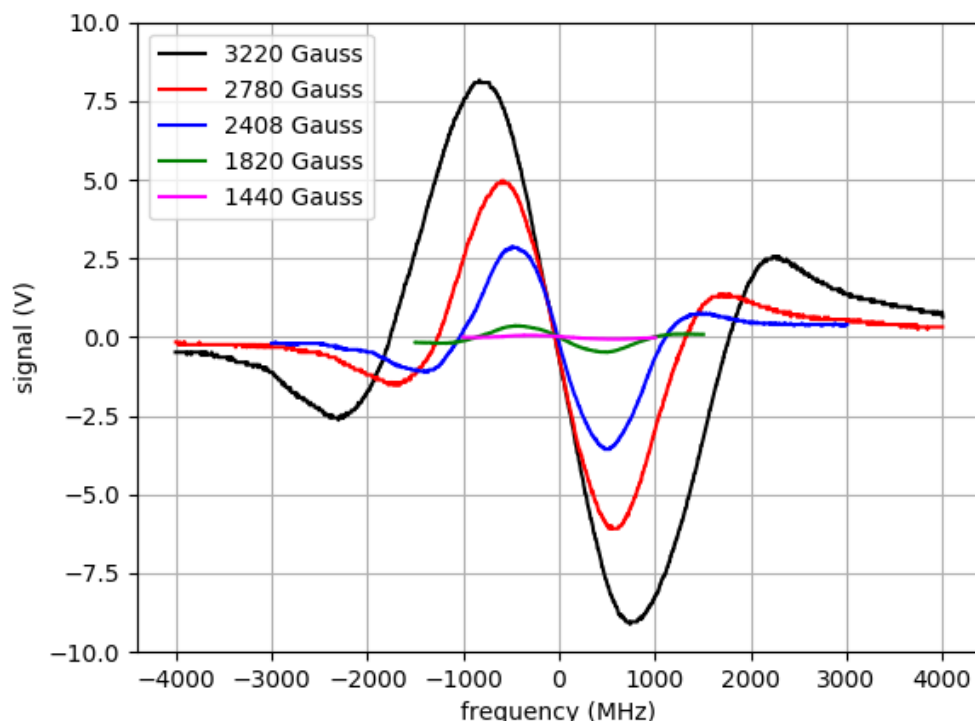


図 3.25 t-DAVLL 信号の磁場依存性。黒、赤、青、緑、マゼンタの線がそれぞれ印加した磁場が 3220 G、2780 G、2408 G、1820 G、1440 G の場合に対応する。ホローカソードランプの電流は 6 mA (吸収 30%) に保たれた。プローブ光の強さは 140 μ W、ビーム径は 2 mm であった。

られた原子に印加された磁場の大きさを図 3.27 に示す。このグラフから、ホローカソード内部に入り込む磁場は 1500 G まではほとんど遮蔽されるが、2000 G を超えたあたりから急激に増加することが読み取れる。このことからホローカソードの磁気的な飽和がおよそ 1500 G で起こることが分かり、飽和磁場より大きな磁場を印加すると磁場がホローカソードの内部に入り込むことがわかる (3220 G の印加磁場で内部に 1114 G の磁場が入り込んだ)。また、信号の振幅はゼーマンシフトがドップラー幅の 2 倍程度になるまで増え続けるので、印加する磁場は 2000 G 以上が望ましいことがわかった。図 3.28 に $\Delta\omega_D = k\sqrt{2k_B T/M} \sim 2\pi \times 670 \text{ MHz}(\sqrt{2k_B T/M}: \text{最確速度})$ で規格化されたゼーマンシフトを横軸にとり、シグナルの中心での勾配を縦軸に取ったグラフを示す。点線で示された理論曲線と比較すると分かるように、ほぼ最大の勾配を実験的に実現することができた。さらに強磁場側では、2 割程度のトレードオフを許容することで、外部磁場非依存に勾配を安定化できることが予想される。図 3.29 に 3220 G の磁場における t-DAVLL 信号を用いて行われたレーザー周波数の安定化の様子を示す。26 秒辺りで周波数安定化

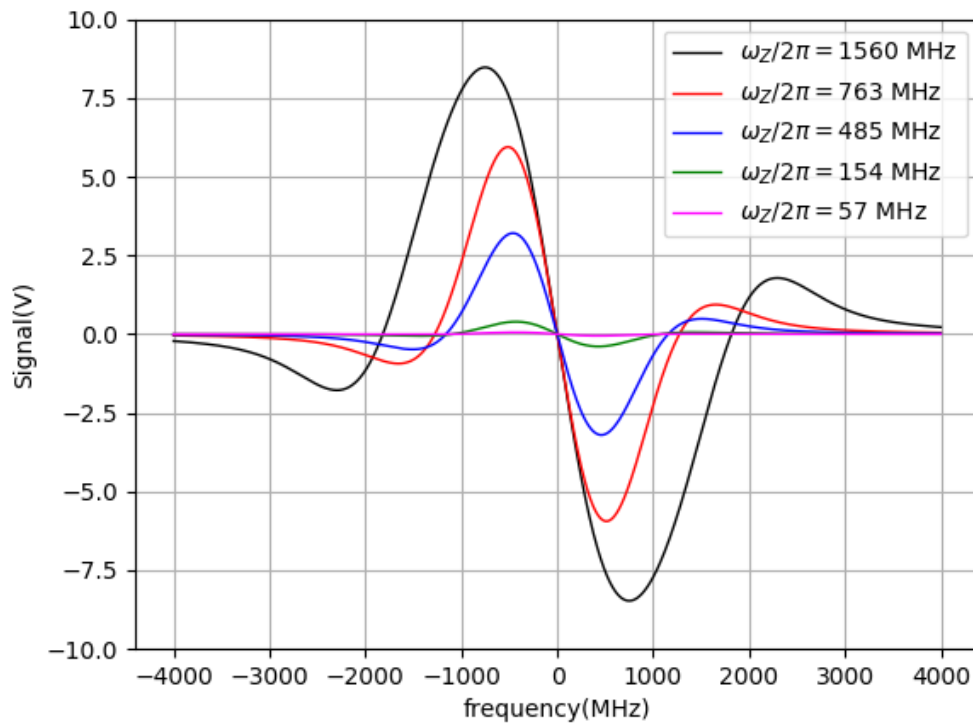


図 3.26 式 (3.8) による t-DAVLL 信号の実験データに対するフィッティング。

を行い、約 20 秒間ロックされていることがグラフからわかる。ロック後のエラーシグナルの信号幅から、安定化後の周波数幅を見積もると、約 2.7 MHz であった。461 nm 遷移の自然幅は 32 MHz であることから、レーザー冷却実験には充分であると考えられる。

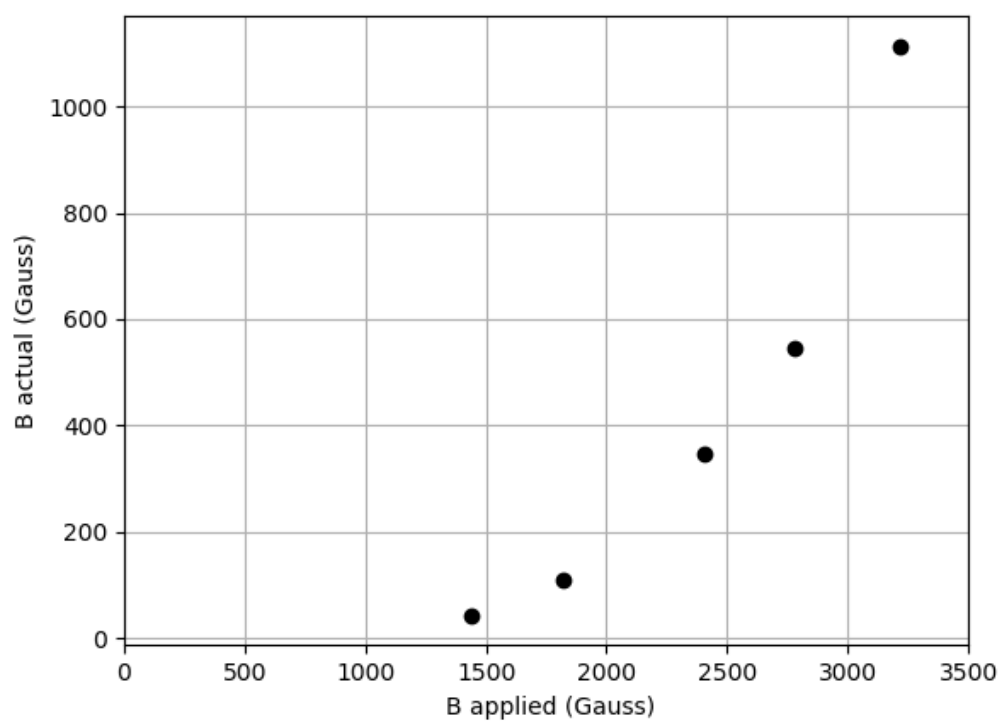


図 3.27 印加した磁場 (B_{applied}) とホローカソード内部に入り込む磁場 (B_{actual}) の関係。

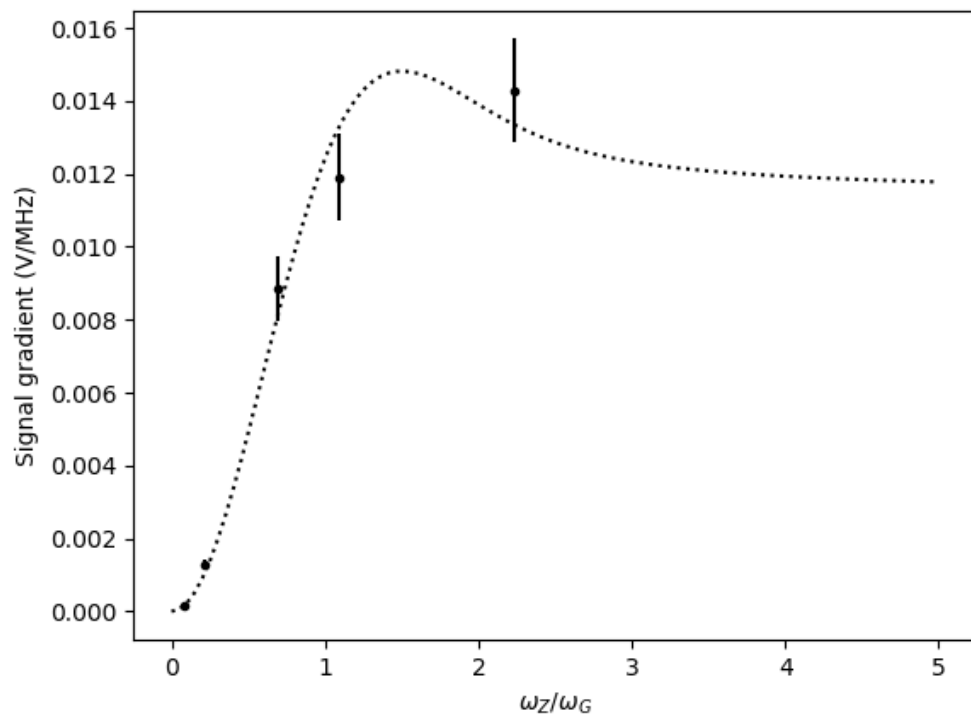


図 3.28 ゼーマンシフトと t-DAVLL 信号の勾配の関係。点線が理論曲線で点が実験値。エラーバーは勾配を直線で近似したときの傾きの不確かさから見積もった。

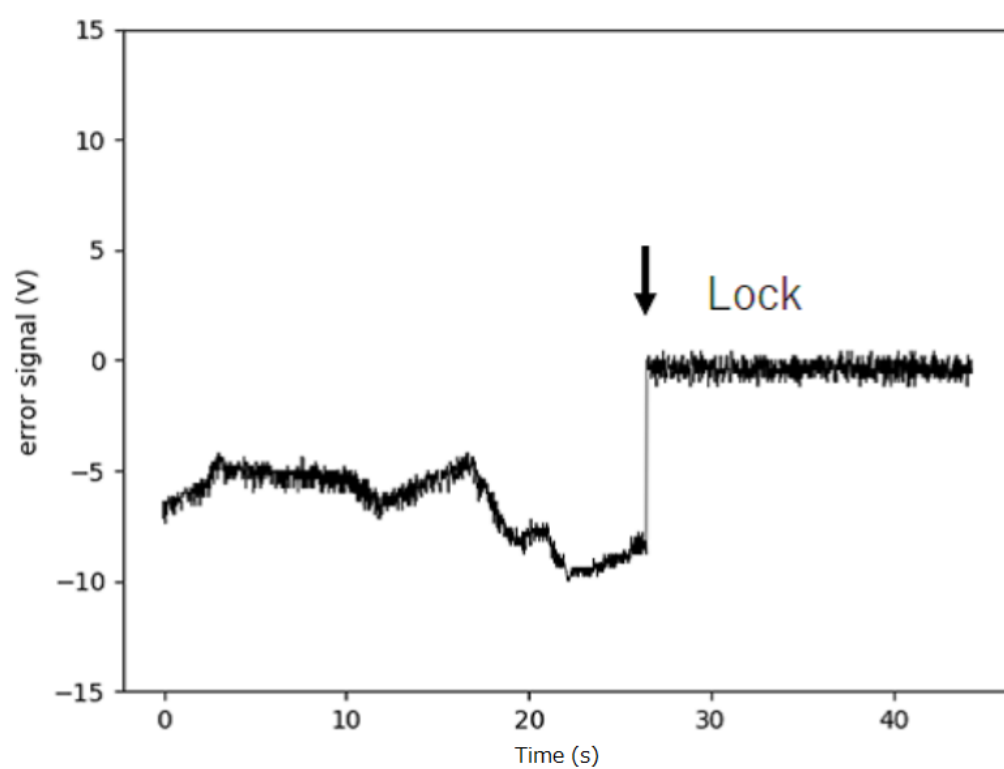


図 3.29 レーザー周波数を安定化した際のエラーシグナル。

第 4 章

Sr 原子の磁気光学トラップ

本章では t-DAVLL を用いて安定化された光源を用いて行った Sr 原子の磁気光学トラップ実験について述べる。4.1 節では、ドップラー冷却の原理について説明し、4.2 節では、磁気光学トラップに (MOT) の原理について説明する。4.3 節では Sr の磁気光学トラップ実験について述べる。

4.1 ドップラー冷却の原理

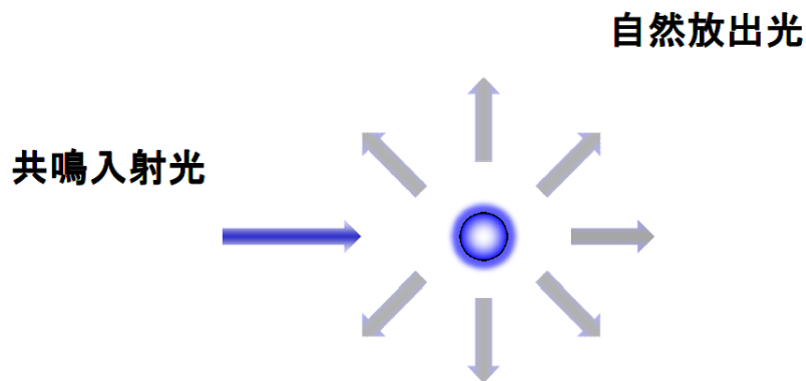


図 4.1 散乱力

簡単のため、原子は基底状態と励起状態から成る 2 準位系を考える。波数ベクトル \mathbf{k} の光子は運動量 $\mathbf{p} = \hbar\mathbf{k}$ を持つので、運動量保存則より、この光子を吸収した原子 (質量 M) には $+\hbar\mathbf{k}/M$ の、放出した原子には $-\hbar\mathbf{k}/M$ の運動量の変化が生じる。原子の光の放出には入射光子と同じ運動量 $\hbar\mathbf{k}$ の光子を放出する誘導放出と自発的に光子を放出する

自然放出があるが、自然放出時に放出される光子の運動量方向はランダムなので自然放出により原子が受ける運動量変化は平均すると 0 になる。以上より、原子が単位時間当たり吸収した光子の個数、誘導放出した光子の個数、自然放出した光子の個数をそれぞれ R_{ab} 、 R_{st} 、 R_{sp} とすると、原子が受ける力 \mathbf{F}_s は、

$$\begin{aligned}\mathbf{F}_s &= \hbar \mathbf{k} R_{ab} + (-\hbar \mathbf{k}) R_{st} \\ &= \hbar \mathbf{k} (R_{ab} - R_{st})\end{aligned}\quad (4.1)$$

となる。定常状態では光子の吸収量と放出量が釣り合っているので、

$$R_{ab} = R_{st} + R_{sp}\quad (4.2)$$

となり、これを式 (4.1) に代入すると、

$$\mathbf{F}_s = \hbar \mathbf{k} R_{sp}\quad (4.3)$$

が成り立つ。

また、 R_{sp} は励起状態からの緩和率 (励起状態の自然幅) $\Gamma = 2\gamma$ を用いて、

$$R_{sp} = \gamma \rho_{22}\quad (4.4)$$

で表せる。ここで、 ρ_{22} は、原子集団の密度行列の要素の 1 つで、励起状態に存在する原子数の割合を表す。

付録 C 式 (C.32) より、

$$\rho_{22} = \frac{1}{2} \frac{s_0}{1 + s_0 + (\delta/\gamma)^2}\quad (4.5)$$

と書ける。ここで、 $s_0 = I/I_{\text{sat}}$ であり、 $I_{\text{sat}} = \pi \hbar c \gamma / 3 \lambda^3$ は遷移の飽和強度である。式 (4.5) を見れば明らかなように、原子が励起状態に存在する確率 ρ_{22} は光強度 I と離調 δ の関数になっている。

以上より、散乱力 \mathbf{F}_s は、

$$\mathbf{F}_s = \hbar \mathbf{k} \gamma \frac{s_0}{1 + s_0 + (\delta/\gamma)^2}\quad (4.6)$$

と表せる。

速度 v で右方向に運動する原子に対して、二本の弱いレーザー光を同じ周波数、強度、偏光で左右から対向して入射させる。この時の入射光の周波数として、原子の共鳴周波数 ω_0 よりも δ だけ負に離調したものを選ぶ。すると、図 4.2 に示したように、ドップラーシフトによりこの原子は右から来る光の周波数を高く感じ、左から来る光の周波数を低く感じるため、右から来るレーザー光を左から来るレーザー光よりも強く吸収する。したがって、両方向から同じ強さのレーザー光を入射すれば、原子の運動方向によらず、常に

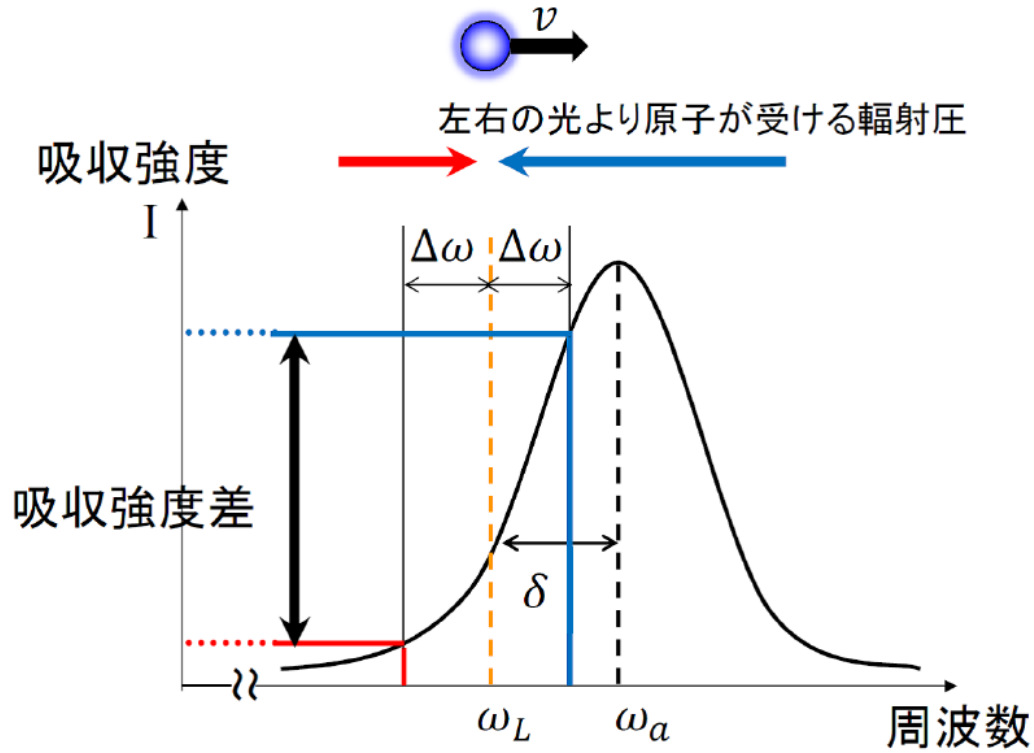


図 4.2 ドップラー冷却の原理。 $\Delta\omega = kv$ はドップラーシフトである。

運動方向と対向するレーザー光をより強く吸収することになる。この左右 2 本のレーザー光による定在波中の原子は、それぞれのレーザー光から輻射圧

$$F_{\text{OM}} = F_+ + F_- \quad (4.7)$$

$$F_{\pm} = \pm \frac{\hbar k \gamma}{2} \frac{s_0}{1 + s_0 + [(\delta \mp kv)/\gamma]^2} \quad (4.8)$$

を受ける。自然幅に対して、ドップラーシフトが十分に小さい ($kv \ll \gamma$) と、

$$F_{\text{OM}} \simeq \frac{8\hbar k^2 \delta s_0 v}{\gamma(1 + s_0 + (\delta/\gamma)^2)} \equiv \beta v \quad (4.9)$$

となり、 $\delta < 0$ であれば $\beta < 0$ なので、原子は速度に比例した摩擦力を受けることになる。

この冷却には光子を放出する際の反跳力による加熱が伴うため、この加熱と冷却とが平衡になる温度までしか冷却することができない。この冷却限界温度は、 $\delta = -\gamma$ のときに得られ、

$$T_D = \frac{\hbar \gamma}{k_B} \quad (4.10)$$

と表せる。ここで k_B はボルツマン定数である。これをドップラー限界温度と呼ぶ [44]。

4.2 磁気光学トラップ (MOT) の原理

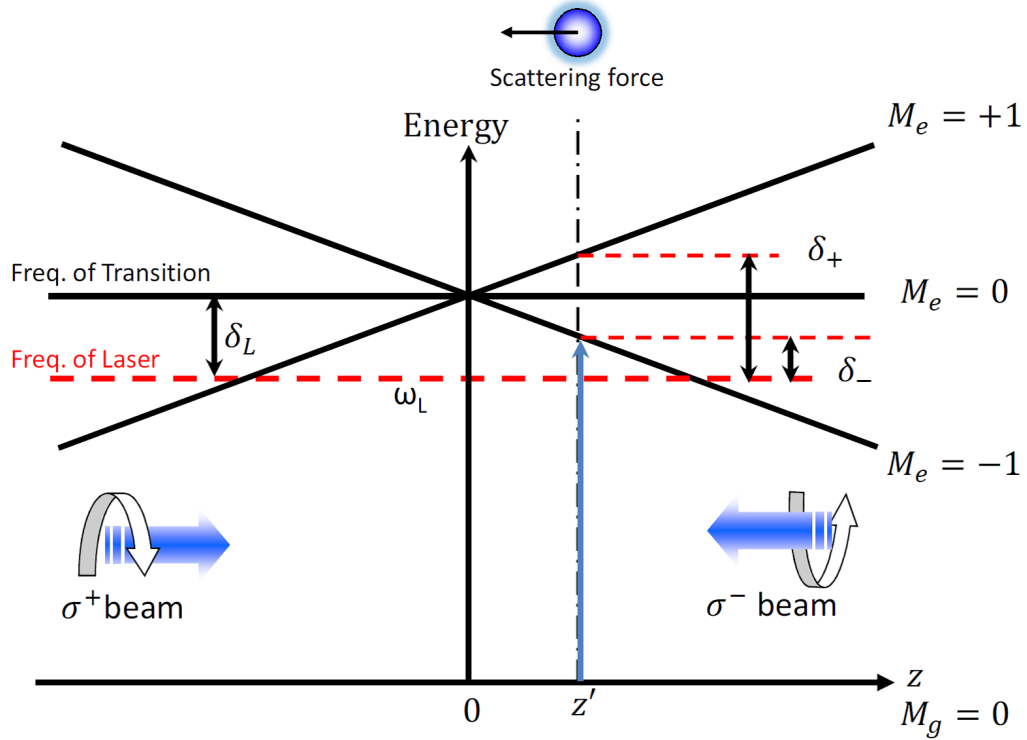


図 4.3 1次元における MOT の原理

1987 年に Raab らによって、四重極磁場によるゼーマンシフトと光吸収過程の偏光依存性を組み合わせた磁気光学トラップ (MOT) が考案された [45]。これはドップラー冷却機構に加えて、復元力も併せ持つトラップ方法である。また、レーザー光強度のバランスや偏光に対して、その調節の精度があまり必要でないため大変扱い易く、最も広く用いられているトラップ手法である。

ここで、 $J_g = 0 \leftrightarrow J_e = 1$ の遷移を用いて、1次元におけるその基本原理を考える。四重極磁場の原点付近のように、直線的に変化する磁場 $B(z) = Az$ (A : 比例定数) 中を原子がゆっくり運動しているものとする。図 4.3 に示すように、この磁場により原子の励起準位は原子の空間的な位置に依存して、 $z = 0$ を除く点で $M_e = -1, 0, 1$ の 3 つにゼーマン分裂するので、このときの原子のゼーマンシフトは $\omega(z) = \pm\alpha z$ (α : 任意定数) と表せる。そこに左から σ^+ 円偏光を、右から σ^- 円偏光を入射させる。遷移の選択則は、 σ^+ 光の時は $M_e - M_g = +1$ 、 σ^- 光の時は $M_e - M_g = -1$ である。このとき、それぞれの

レーザー光は原子の共鳴から δ だけ負に離調しておく。すると、 $z \geq 0$ にいる原子は右からくる σ^- 円偏光をより近共鳴に感じるので、右からの光をより選択的に吸収し、原点に向かう力が働く。同様に、 $z \leq 0$ にいる原子は、これとは反対向きの輻射圧を受けることになる。したがって、原子は $z = 0$ 付近にトラップされる。

レーザー光強度が弱い条件下では、MOT 中の原子に働く力は 4.1 節で考えたように、

$$F = F_{\sigma+} + F_{\sigma-} \quad (4.11)$$

$$F_{\sigma\pm} = \pm \hbar k \gamma \frac{s_0}{1 + s_0 + (\delta_{\pm}/\gamma)^2} \quad (4.12)$$

で表せる。ここで、それぞれの離調 δ_{\pm} は、

$$\delta_{\pm} = \delta \mp kv \pm \frac{\mu' B}{\hbar} \quad (4.13)$$

であり、 $\mu' \equiv (g_e M_e - g_g M_g) \mu_B$ は有効磁気モーメントである。ただし、 g_e 、 g_g はそれぞれ励起状態、基底状態の g 因子、 M_e 、 M_g はそれぞれ励起状態、基底状態の磁気量子数であり、 μ_B はボーア磁子である。ここで、ドップラーシフト、ゼーマンシフトが自然幅に対し十分小さいとき、 $kv, \beta z \ll \gamma$ から、 F の分母を展開すると、

$$\begin{aligned} F(v, z) &= F_{\sigma+} + F_{\sigma-} \\ &= \frac{4\hbar k \gamma s_0 (\delta/\gamma) (kv + \alpha z)}{[1 + (\delta/\gamma)^2]^2} \end{aligned} \quad (4.14)$$

となり、減衰振動の形となっていることが分かる。

以上より、MOT 中の原子は、減衰定数 β で速度 v に比例した摩擦力に加え、バネ定数 κ の原点からのずれ z に比例する復元力を受けることになり、原子は原点付近において減衰振動をすることがわかる。この原理は容易に 3 次元に拡張できる。互いに逆向きの電流を流した 2 つのコイル (反ヘルムホルツコイル) または逆向きに配置した 2 つの永久磁石で四重極磁場を作る。この四重極磁場の中心に向かい、互いに直交する 3 方向の両側から、負に離調した、互いに逆の円偏光のレーザー光を入射させる (図 4.4)。このとき原子は、原点からどの方向にずれても、中心に向かうレーザー光を共鳴に近く感じるので、常に中心方向に力が働く。このトラップでは、原子は磁場ゼロの中心付近にトラップされ、レーザー光の離調は負にとってあるので、ドップラー冷却が機能する。

4.3 461 nm 遷移を用いた Sr 原子の MOT 実験

$^1S_0 - ^1P_1$ (461 nm) 遷移を用いた Sr 原子の MOT のために、外部共振器型半導体レーザー (LD は Nichia NDBA116T) を Ne 3.5 Torr が封入された HCL 中の t-DAVLL 法

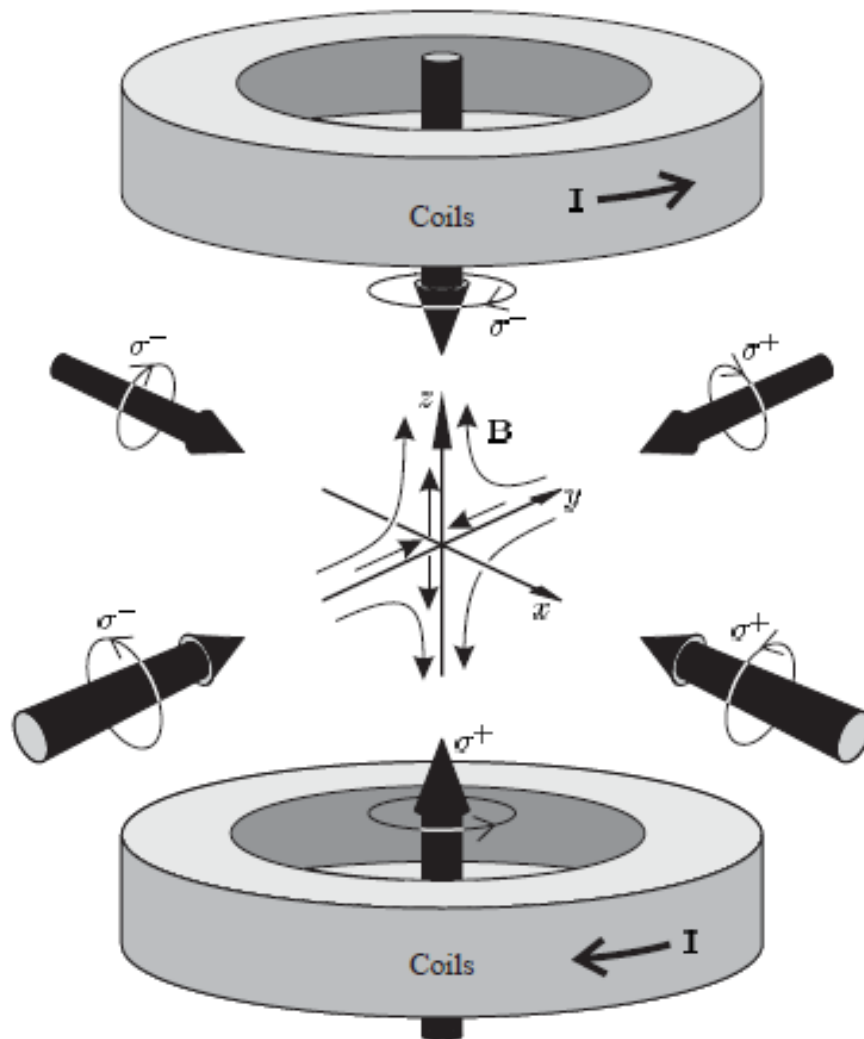


図 4.4 3次元 MOT の配置。[46] より引用。

によってサーボ回路を介して周波数安定化した。レーザー冷却に用いるレーザーの周波数は共鳴から負に離調させる必要があり、一般的には AOM による周波数シフトが行われるが、t-DAVLL では非常に広いロックレンジ (~ 4 GHz) を持つため、1/4 波長板を 45° からわずかにずらすことにより (あるいは信号に電氣的にオフセットを加えることにより) ロックポイントの微調整が可能である。そのため従来 MOT 実験で良く用いられる AOM を省略し、適切な離調は 1/4 波長板を調節することで実現した。ECDL から出力される光は 25 mW 程度の出力しか得られないため、島田ら [39] と同様に ECDL をマスターレーザーとし、もう一台の LD(Nichia NDBA116T) をスレーブレーザーとする

ことでパワーを 110 mW まで増幅した。こうして増幅された光をビームエキスパンダーによって直径 2 mm から直径 1 cm 程に広げ、ガラスセルに入射させて、Sr の磁気光学トラップに用いた。リポンプ光 (497 nm) の ECLD (LD は Sharp GH04955A2G) はバッファガスとして Ne 0.5 Torr と Xe 0.5 Torr の混合ガスが封入された特注の HCL 中での t-DAVLL 法によって安定化させた。第 5 章で述べるように特注の HCL を用いることで準安定状態の生成効率が大幅に向上するため、リポンプ遷移への周波数安定化が可能となった。リポンプ光のパワーは 4.5 mW であった。MOT を実現するためにはトラップ領域に不均一磁場を加える必要がある。本研究では 2 つのリング型 (外径 50 mm、内径 15 mm、厚さ 10 mm、表面磁束密度約 1000 G) のフェライト磁石を用いて、トラップ領域付近の磁場勾配が 60 G/cm となるように、80 mm の間隔で磁石を配置した。図 4.5、4.6 に光学系の模式図を示す。これらの光学系は 60 cm \times 75 cm のブレッドボード上に収まるようにコンパクトに構築した (図 4.7)。このようなセットアップを用いることで、原子オープンから原子ビームとして供給された Sr 原子を磁気光学トラップすることに成功した (図 4.8)。t-DAVLL によって 461 nm ECLD の周波数は、半日間安定化を維持できた。

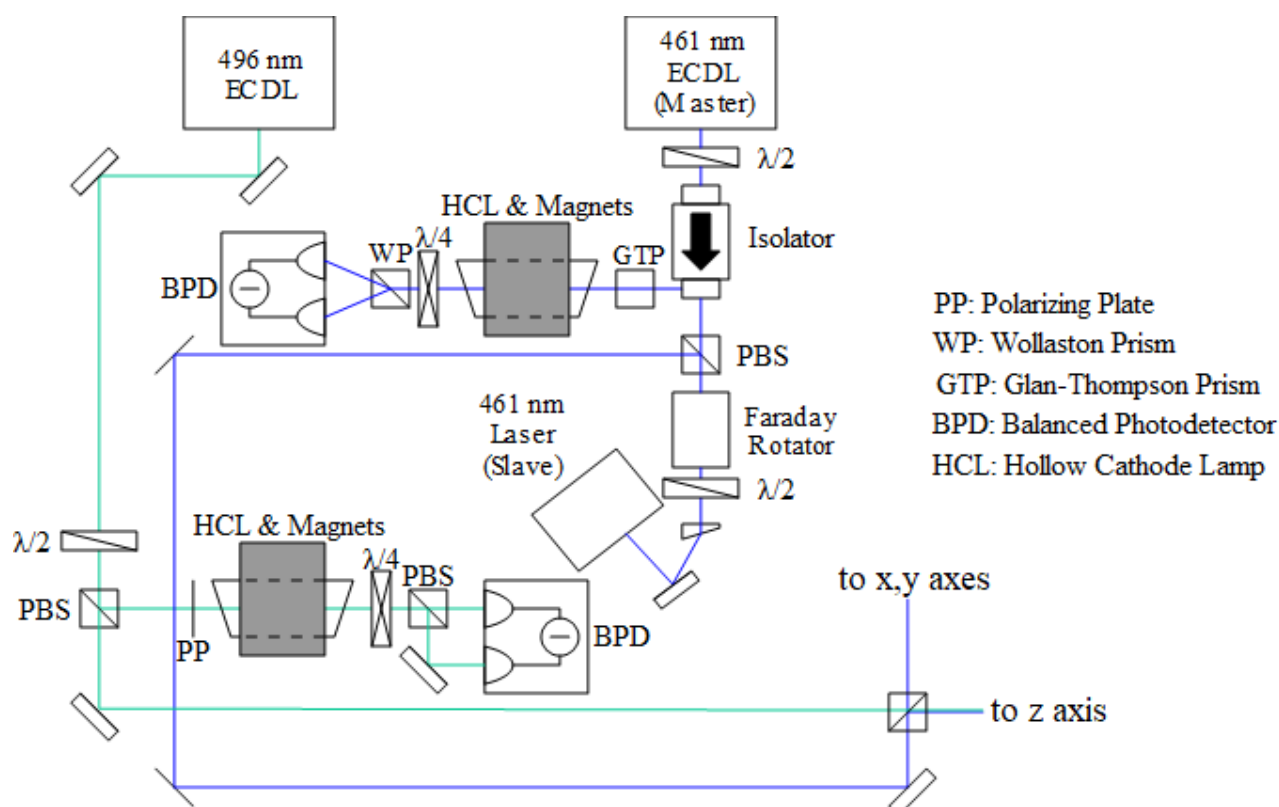


図 4.5 Sr の MOT のための光学系の模式図。

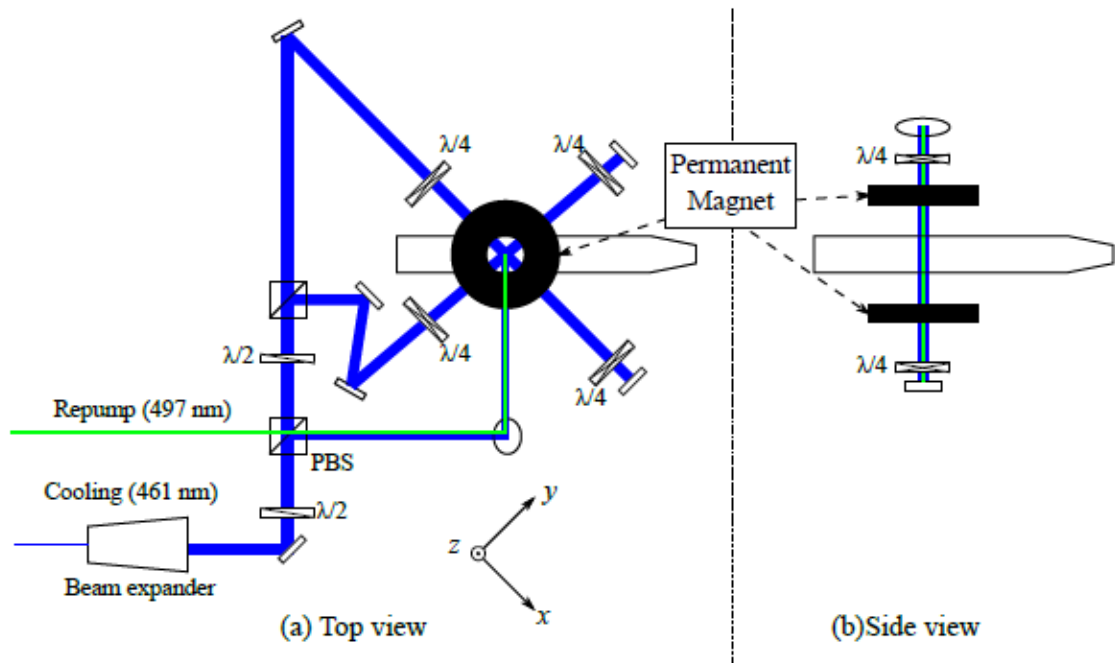


図 4.6 ガラスセル周りの光学系 (a) トップビュー、(b) サイドビューである。

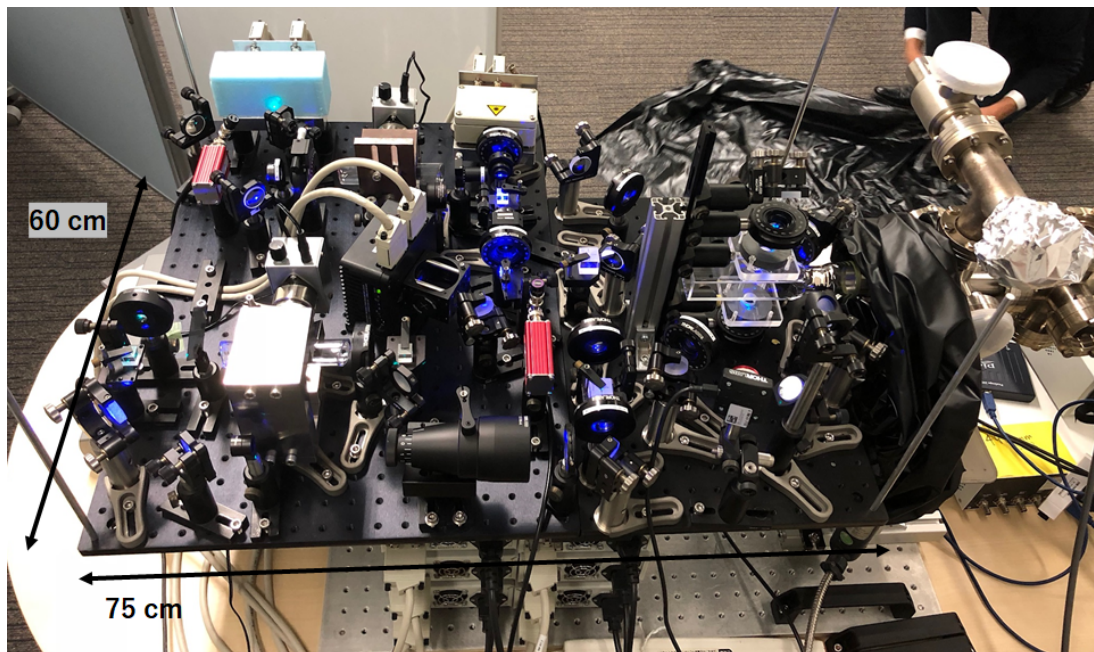


図 4.7 Sr の MOT のための光学系の写真。

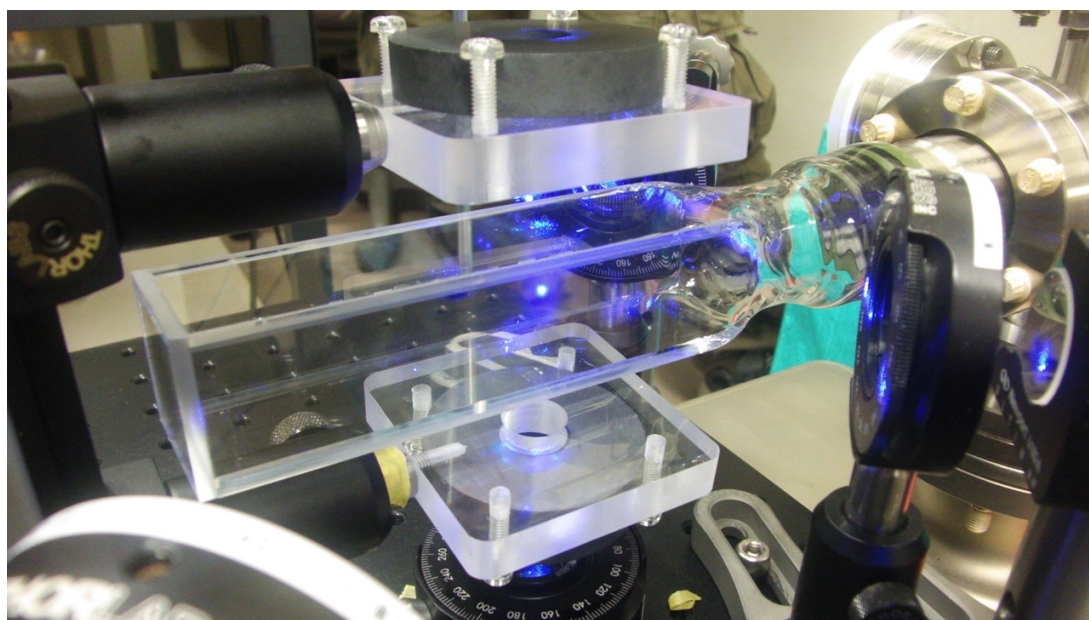


図 4.8 磁気光学トラップされた Sr 原子。

第 5 章

準安定 Sr 原子のドップラーフリー分光

本章では、レーザー冷却におけるリポンプ遷移などに用いられる準安定状態を下準位に含む光学遷移を、HCL を用いて直接分光する方法に関する研究について述べる。5.1 節ではこのような遷移に対する従来のレーザー周波数安定化法について説明する。5.2 節では周波数安定化のために必要なエラーシグナルを得る方法の一つである周波数変調分光法について解説する。5.3 節では実験に用いた光源について述べる。5.4 節では周波数変調をかけるために用いた電気光学変調器について述べる。5.5 節では、準安定 Sr 分光のための実験について説明する。5.6 節では FM 分光信号の実験結果について議論する。

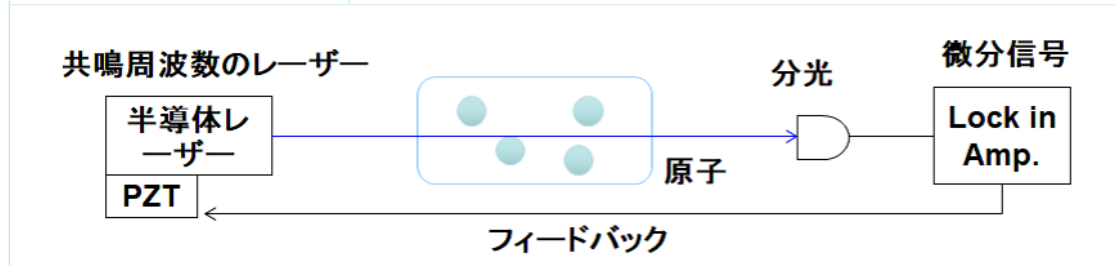
5.1 従来のリポンプ遷移のレーザー周波数安定化法

レーザー周波数安定化には図 5.1(a) に示すように対象となる原子の光学遷移を直接分光してフィードバック制御を行うのが理想的であるが、一般的に準安定状態の原子の生成及び分光は難しい。そのため、従来は周波数安定化されたレーザーに光共振器を安定化し、さらにその光共振器にリポンプ遷移のレーザー周波数を安定化する、トランスファーキャビティ [18] と呼ばれる方法 (図 5.1(b)) や、高精度波長計 [20] が用いられており、それが実験系を複雑かつ高価にする原因であった。

最近、Norcia と Thompson が市販の HCL(Hamamatsu L2783-38NE-SR) を用いてリポンプ遷移のうちの一つである $(5s5p)^3P_2 - (5s6s)^3S_1$ (707 nm) 遷移のみ、FM 分光及びレーザー周波数安定化に成功したが (図 5.2)[22]、その他のリポンプ遷移については S/N 比が小さく、レーザー周波数安定化が達成できなかった。これは主に準安定状態の Sr の原子数密度が足りないことと、速度変化衝突 (VCC) の効果によると考えられる。そこで本研究では、HCL に封入するバッファガスを工夫し、原子数を増やし VCC の効

(a)

理想的な安定化の方法



(b)

Srレーザー冷却 3P_2 リポンプ光の場合(従来)

原子オープンでは準安定状態のSr原子はつくれない

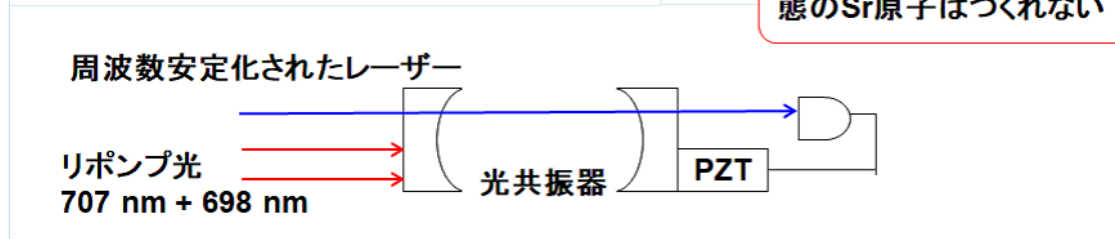


図 5.1 (a) 理想的な原子の直接分光によるレーザー周波数安定化の模式図および (b) 従来のリポンプ遷移に対するレーザー周波数安定化法の一つ (トランスファーキャビティ) の模式図。

果を小さくすることでこの問題を解決し、3つの準安定状態 $(5s5p)^3P_j (j = 0, 1, 2)$ からのリポンプ遷移に対する直接分光によるレーザー周波数安定化に成功した。

5.2 周波数変調分光

我々は、原子分光信号を頼りに、レーザー光源にフィードバック制御をかけ、その周波数 ω を原子の共鳴周波数 ω_0 に安定化したい。そのために、共鳴周波数からのレーザー周波数のずれ $\omega - \omega_0$ に対し分散型の信号 (誤差信号) を生成する必要がある。ところが、飽和吸収分光で得られる信号は図 2.8 に示すように共鳴を中心に左右対称である。この信号から、共鳴周波数を中心に分散型の信号を生成する方法のひとつに、周波数変調法 (FM 分光) がある。この節では FM 分光の原理について説明する [47]。図 5.3 に実験系を示す。原子を透過するプローブ光が式 (2.20) および図 2.8 で表されるような強度の周波数依存性を持っていると仮定する。この時、EOM を用いてプローブ光に対して位相変調を

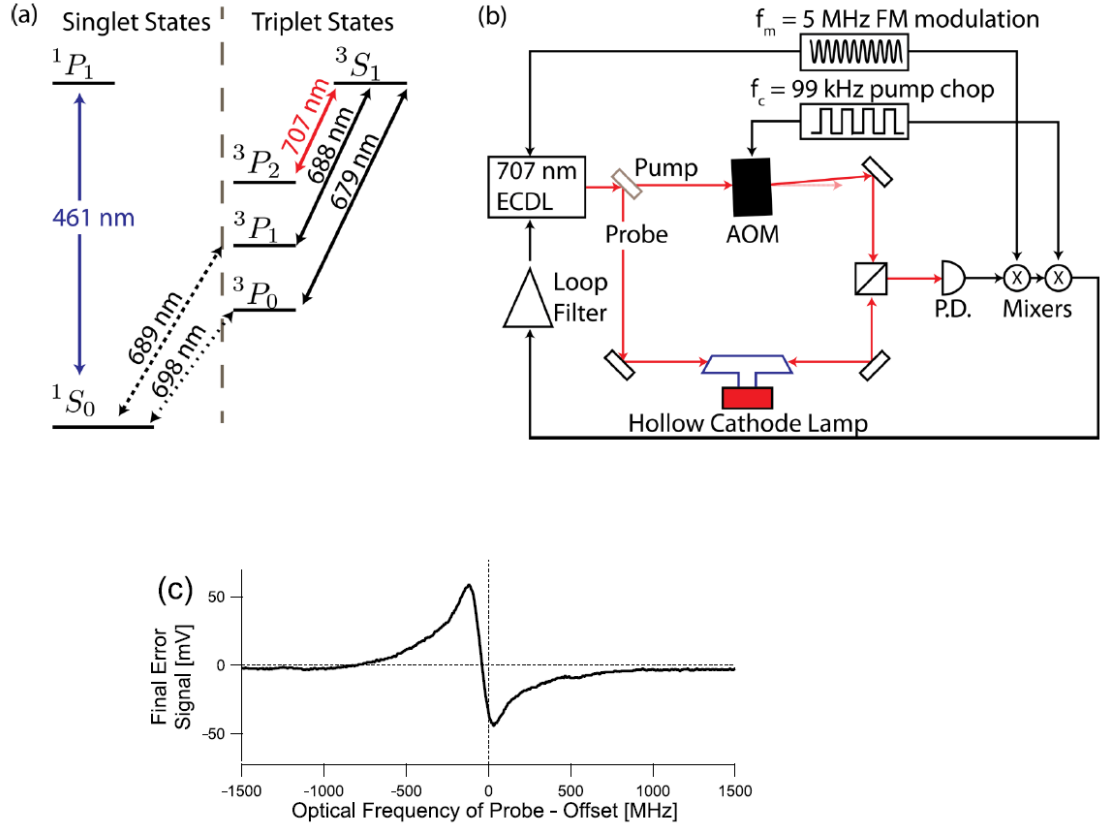


図 5.2 HCL を用いたリボン遷移の直接分光によるレーザー周波数安定化の例 [22]。Norcia らは $(5s5p)^3P_2 - (5s6s)^3S_1$ (707 nm) 遷移 (a) に対して FM 分光 (b) を行うことで、(c) で示されたエラーシグナルを生成し、レーザー周波数安定化を実現した。しかし、 $(5s5p)^3P_0 - (5s6s)^3S_1$ (679 nm) 遷移および $(5s5p)^3P_1 - (5s6s)^3S_1$ (688 nm) 遷移に対しては、エラーシグナルの S/N 比が小さかったため、レーザー周波数安定化を実現できなかった。

かけることを考える。その結果、プローブ光の位相が $\theta(t) = \omega t + M \sin(\omega_m t)$ となる。ここで、 M を変調指数、 ω_m を変調周波数という。 $M\omega_m < \Gamma$ (Γ は原子の共鳴周波数の線幅) の場合は wavelength modulation spectroscopy と呼ばれ、位相変調されたプローブ光を用いることで以下に示すように左右対称な信号から分散型の信号を取り出すことができる。

瞬間的周波数 $\omega(t) = \frac{d\theta(t)}{dt}$ の概念を導入すると、位相変調されたプローブ光の周波数は、

$$\omega(t) = \omega + M\omega_m \cos(\omega_m t) \quad (5.1)$$

となる。つまり周波数が $\cos(\omega_m t)$ で変調される。そのため、原子気体を透過するプロー

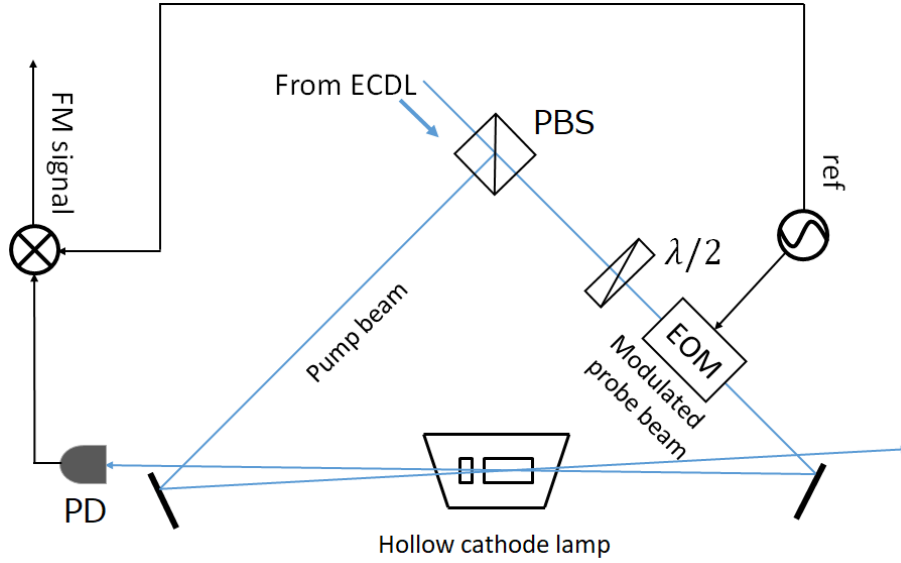


図 5.3 実験系の概念図。EOM : electro-optic modulator, $\lambda/2$: $1/2$ 波長板, PD : photo detector, PBS : polarization beam splitter.

ブ光の強度 $I(\omega, t)$ は、式 (2.20) および図 2.8 であらわされるような強度の周波数依存性から、 I_0 をプローブ光強度として、次のような強度変調を受ける。

$$I(\omega, t) = I_0 T(\omega + M\omega_m \cos(\omega_m t)) \quad (5.2)$$

この信号は共鳴を中心にその振動の位相が反転する信号となっている。これにミキサーで ω_m の信号をかけあわせて復調する。つまり、式 (5.2) の信号に $\cos(\omega_m t)$ をかけ合わせることで、DC 成分と $2\omega_m$ 成分を得る。次に、ローパスフィルターを用いるか、あるいは ω_m の逆数より長い時間で積分することで、DC 成分のみを取り出す。このようにして取り出される信号 $S(\omega)$ の \cos 成分は式で表すと次のようになる。

$$S(\omega) = \int_{-T}^T I(\omega, t) \cos(\omega_m t) dt \quad (5.3)$$

この式をプロットしたものが図 5.4 である。

次に FM 分光が飽和吸収分光の信号を微分していることに相当することを説明する。図 5.5 にロックインアンプの回路を示す。例えば $V_{in} = f(x)$ で表せる信号を入力したときについて考える。 $x = x_0 + M \sin(\omega_m t)$ で表される変調を加えると、

$$V_{in} = f(x_0 + M \sin(\omega_m t)) = f(x_0) + M \sin(\omega_m t) \left(\frac{df}{dx} \right)_{x=x_0} + \mathcal{O}(M^2) \quad (5.4)$$

同じ周波数 ω_m の参照信号を入力し、ロックインアンプのミキサーで掛け合わせる。式

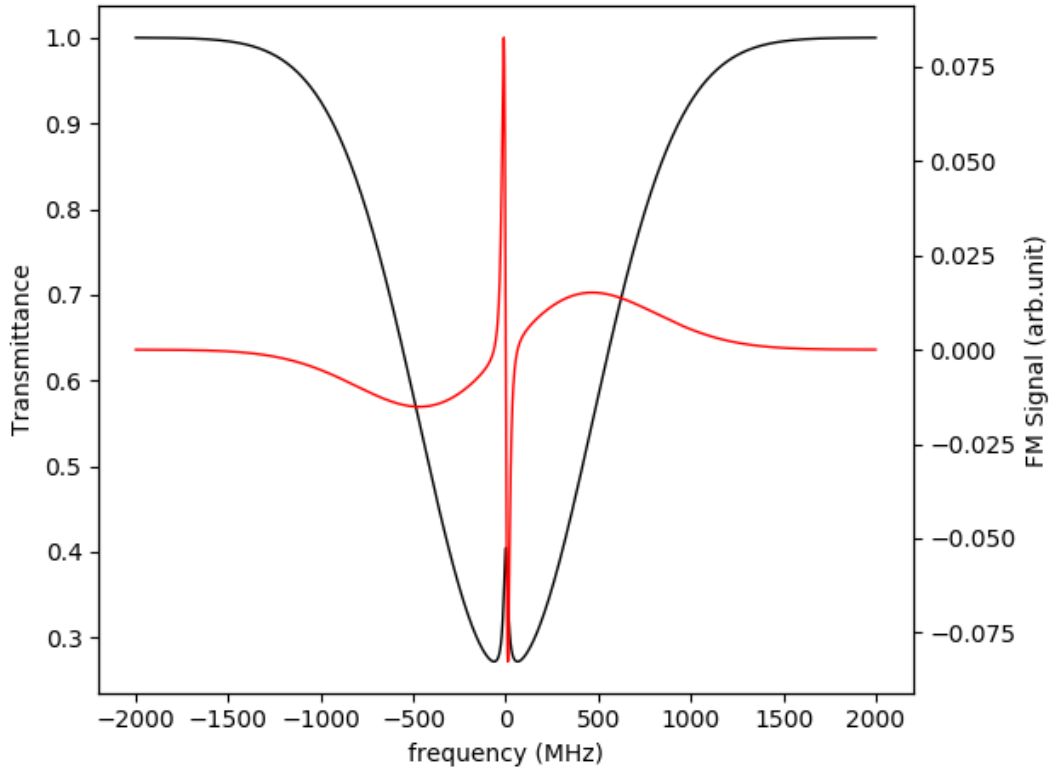


図 5.4 黒が飽和吸収分光の信号、赤が周波数変調分光の信号。周波数変調分光の信号は飽和吸収分光の信号の微分に相当する。 $\lambda = 461 \text{ nm}$ 、 $2\gamma = 2\pi \times 30 \text{ MHz}$ の場合。

(5.4) に $\sin(\omega_m t)$ をかけて、

$$\begin{aligned} V_{\text{in}} &= \sin(\omega_m t) f(x_0) + M \sin^2(\omega_m t) \left(\frac{df}{dx} \right)_{x=x_0} + \mathcal{O}(M^2) \\ &= \sin(\omega_m t) f(x_0) + \frac{M}{2} (1 + \cos(2\omega_m t)) \left(\frac{df}{dx} \right)_{x=x_0} + \mathcal{O}(M^2) \end{aligned} \quad (5.5)$$

ローパスフィルターを通すと、交流成分はカットされ、

$$V_{\text{out}} = \frac{M}{2} \left(\frac{df}{dx} \right)_{x=x_0} \quad (5.6)$$

式 (5.6) から、出力信号 V_{out} は入力信号 V_{in} の振幅の一次微分係数を取り出していることがわかる。FM 分光はこうして飽和吸収分光の信号の微分を取り出していることに相当する。このようにして、左右対称な飽和吸収分光の信号を分散型の信号に変化することができる。微分信号はレーザー周波数の安定化のための誤差信号として使用することが可能である。このようにして得られる FM 分光信号には、ショットノイズ限界で信号を検出できるという利点がある。

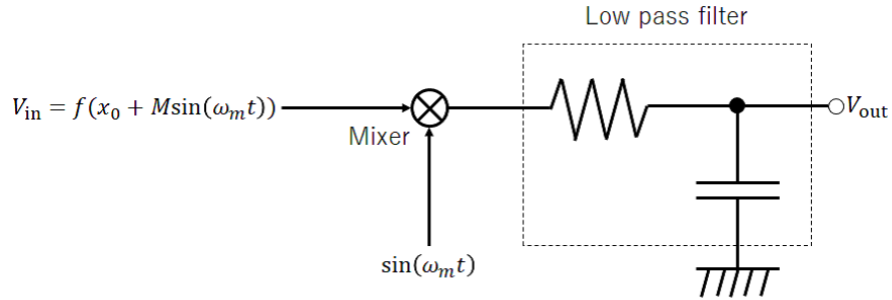


図 5.5 ロックインアンプの回路図。入力信号と参照信号を掛け合わせる。LPF を通し、DC 成分のみを取り出す。

5.3 分光に用いる光源

分光に用いる光源について説明する。図 5.6 に光源の光学系を示す。外部共振器型半導体レーザーによって出力した赤外光のビーム形状をアナモルフィックプリズムで整形した後、戻り光を防ぐためアイソレータに通し、さらに導波路型周期反転ニオブ酸リチウム (PPLN) に入射して 2 倍波を出力する (第二次高調波発生、付録 D 参照) ことで、 $(5s5p)^3P_2 - (5s5d)^3D_2$ 、 3D_3 遷移波長の光を得る。それぞれの遷移波長は 496.9328 nm(以下、497 nm と呼ぶ) および 496.3648 nm(以下、496 nm と呼ぶ) であるので、赤外光の波長はその 2 倍の 993.8656 nm および 992.7268 nm である。

本研究で使用した非線形光学結晶を図 5.7 に示す。導波路チップ全体の長さは 22 mm、幅 4 mm、厚さ 0.5 mm である。端面には AR コーティングが施されている。導波路チップには $7 \mu\text{m}$ 四方の導波路が含まれている。入口に赤外光を絞って入射すると、周波数が 2 倍つまり波長が $1/2$ 倍の可視光が出力される。PPLN 結晶の屈折率は温度依存するため、疑似位相整合が取れる温度を実現するためペルチェ素子と温度トランスデューサーを PPLN 導波路近くに設置して温度コントロールを行う。PPLN 結晶入射前にコリメーションレンズ (Thorlabs C240TME-B、 $f = 8 \text{ mm}$ 、 $\text{NA} = 0.5$) を設置し赤外光を絞る。出射口にも同じコリメーションレンズを設置する。導波路の入り口に入るよう $7 \mu\text{m}$ に絞るために、結晶とレンズ間の距離は 5.92 mm としてある。図 5.8 はマウントの温度と SHG 光のパワーの関係を表している。本研究では、マウントの温度を波長 496 nm の倍波を得たいときは 20.4°C 、波長 497 nm の倍波を得たいときは 36.2°C にして使用した。図 5.9 は赤外光の入射パワーと SHG 光のパワーの関係である。図 (5.8、5.9) に示すように、最大で 496 nm 光を 2.4 mW、497 nm 光を 2.9 mW 得ることができた。これは、飽和吸収分光や FM 分光を行うために十分なパワーである。

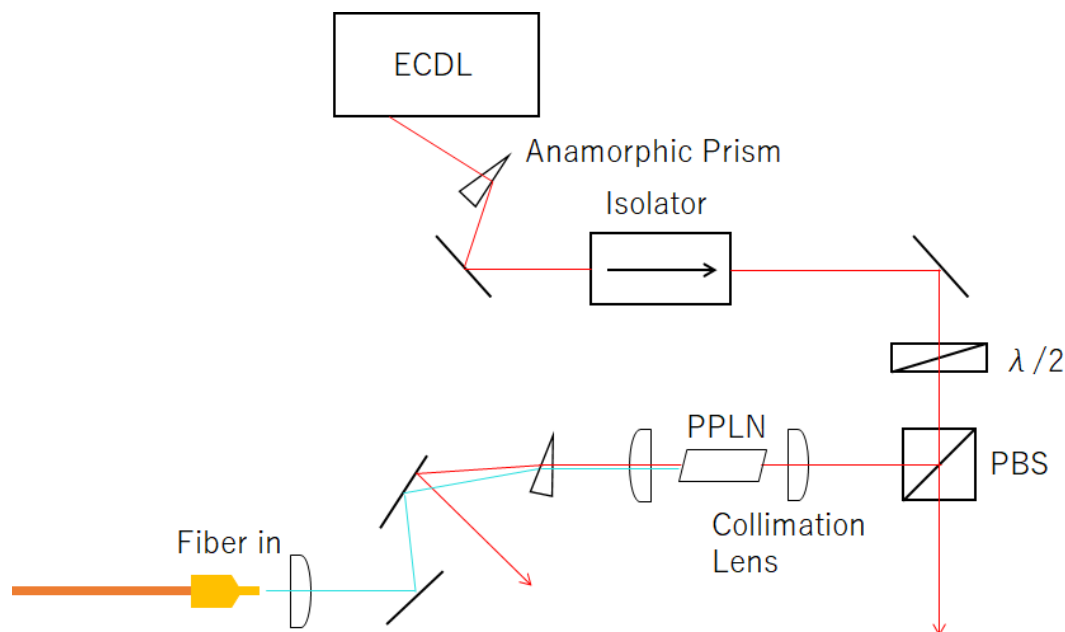
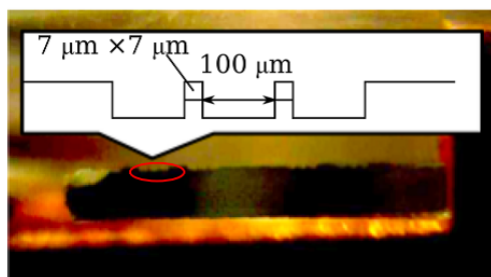
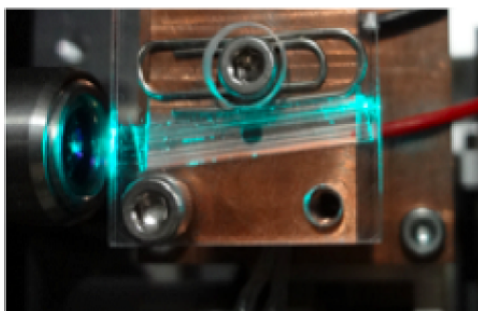


図 5.6 496 nm 光源の構成



(a) 側面図



(b) 上図

図 5.7 PPLN 結晶

5.4 電気光学変調器 (EOM)

5.4.1 EOM のための昇圧用共振回路について

実験に用いるラジオ波はファンクションジェネレータから出力するが、そのままでは peak-to-peak で最大 10 V の出力であるので、十分な変調の深さを確保するために、昇圧機構を導入する必要がある。本研究では、昇圧機構として共振回路を自作した (図 5.10)。この回路で用いているコンデンサーは商用のセラミックコンデンサである。コイルはポリ

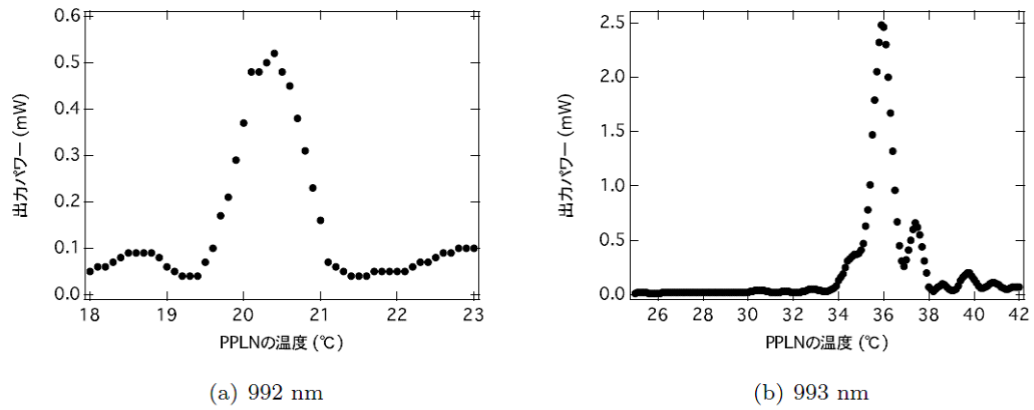


図 5.8 PPLN 結晶の温度と SHG 出力の関係 (a)992 nm の 2 倍波の出力、(b)993 nm の 2 倍波の出力

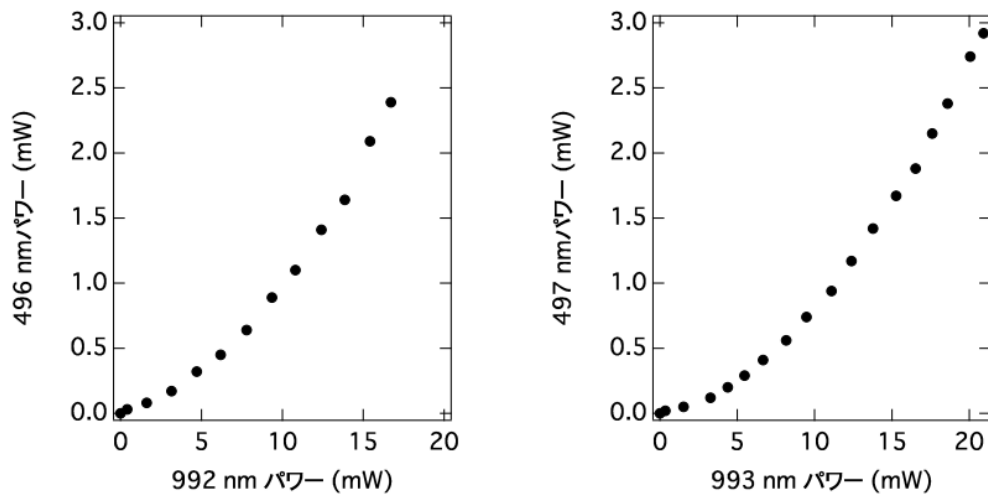


図 5.9 赤外光のパワーと倍波のパワーの関係

ウレタンの芯材を用いて自作した。コイルの形は磁場のもれを防ぐためトロイダルコイルとした。ポリウレタンの芯は、内径 25 mm、外径 40 mm、断面は一辺 7.5 mm の正方形とした。その芯に導線を 56 回巻き付けることで、 $5.5 \mu\text{H}$ のインダクタンスを持つトロイダルコイルを作成した。

共振回路の昇圧能力を最大化するために、ファンクションジェネレータの出力インピーダンスと共振回路の入力インピーダンスを整合する必要がある。そのために、427 pF のコンデンサをコイルと EOM の結晶で構成された LC 回路に並列に接続した。インピーダンス整合用のコンデンサの容量は、次のような実験によって決定した。

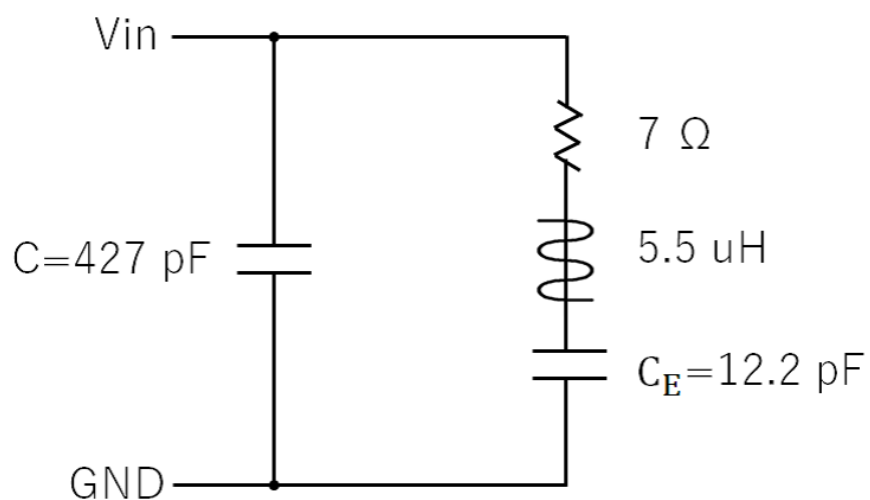


図 5.10 EOM と接続する昇圧用の共振回路。

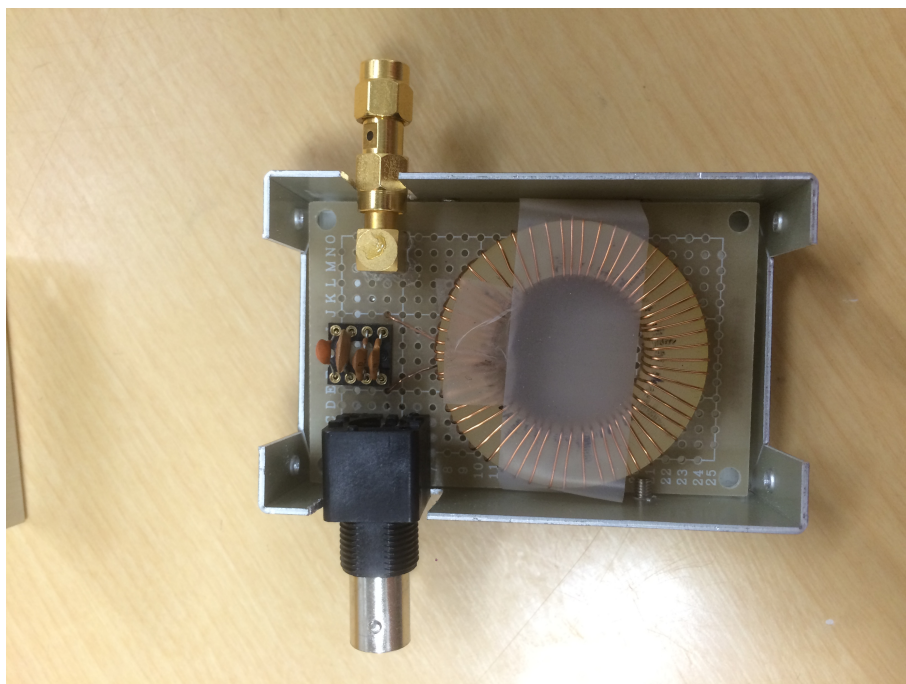


図 5.11 EOM と接続する昇圧用の共振回路の写真。

1. 図 5.12 に示した方向性結合器 (directional coupler(Mini-Circuit ZEDC-10-2B)) の IN 端子に図 5.10 で示される昇圧回路付き EOM を接続し、CPL 端子から RF を入力する。
2. OUT 端子をオシロスコープにつなぎ、EOM からの反射波をモニターする。このとき、オシロスコープからの反射を 0 にするため、オシロスコープの入力端子を $50\ \Omega$ で終端する。
3. 共振条件を満たしたとき反射波の強度は最小になる。反射強度が最小になるようにインピーダンス整合用の容量を調節する。

図 5.10 で示される回路のインピーダンスは、つぎの様に計算される。

$$Z = \frac{1}{j\omega C + \frac{1}{j\omega L + \frac{1}{j\omega C_E} + R}} = X + jY \quad (5.7)$$

$$X = \frac{\omega^2 R C_E^2}{(\omega^2 R C_E C)^2 + \omega^2 \{C(1 - \omega^2 L C_E) + C_E\}^2} \quad (5.8)$$

$$Y = -\frac{\omega(1 - \omega^2 L C_E)\{C(1 - \omega^2 L C_E) + C_E\} + \omega^3 R^2 C_E^2 C}{(\omega^2 R C_E C)^2 + \omega^2 \{C(1 - \omega^2 L C_E) + C_E\}^2} \quad (5.9)$$

ここで、 ω は RF の角周波数、 C_E は、EOM の容量、 C は、インピーダンス整合のコンデンサの容量、 L は、コイルのインダクタンス、 R は、コイルの内部抵抗をそれぞれ表す。インピーダンス整合が取れる条件は、ファンクションジェネレータの出力インピーダンスが $50\ \Omega$ であるため、 $X = 50$ かつ $Y = 0$ である。 $C_E = 12.2\ \text{pF}$ 、 $C = 427\ \text{pF}$ 、 $L = 5.5\ \mu\text{H}$ 、 $R = 7\ \Omega$ としたときの X, Y, Z の $f = \omega/2\pi$ 依存性をプロットすると、図 5.13 のようになる。これは、 $17.8\ \text{MHz}$ で共振条件を満たすという実験結果と矛盾しない。ここで、 $\omega = 17.8\ \text{MHz}$ におけるコイルの内部抵抗 ($7\ \Omega$) は DC に対するもの ($1\ \Omega$) よりも大きくなっている。高周波においては、導体内部で電場は急速に減衰する (表皮効果)。その侵入長は $d = \sqrt{2\rho/\mu\omega}$ とあらわされる。ここで、 ρ は抵抗率、 μ は真空の透磁率を表す。電流は導体表面から侵入長までの領域に集中するため、実効的に導線の太さが小さくなる。これにより、見かけ上導線の抵抗が大きくなる。侵入長に銅のパラメータを代入して侵入長を計算すると、 $d = 1.4 \times 10^{-5}\ \text{m}$ となり、導線の抵抗は DC に対して $\omega = 17.8\ \text{MHz}$ においては 7 倍大きくなる。これは実験結果とよい一致を示す。

共振条件を満たすときの昇圧回路の昇圧能力は次のように計算される。共振条件を満たすときに、共振回路付き EOM (図 5.14B、以降回路 B と呼ぶ) の入力インピーダンスは $50\ \Omega$ となるので、この時の消費電力は抵抗を $50\ \Omega$ としたときの RLC 直列共振回路 (図 5.14A、以降回路 A と呼ぶ) と等しくなる。この消費電力は回路 B においてコイルの内部抵抗で消費されるため、回路 B におけるコイルへ流れ込む電流は、回路 A の場合の

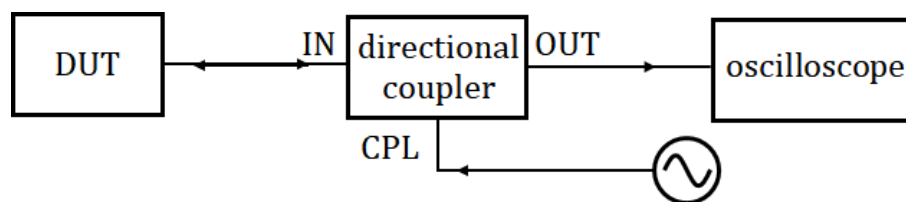


図 5.12 ダイレクショナルカップラーを用いたインピーダンス整合の実験。DUT: device under the test(測定対象物、ここでは EOM と昇圧用共振器を接続したもの)

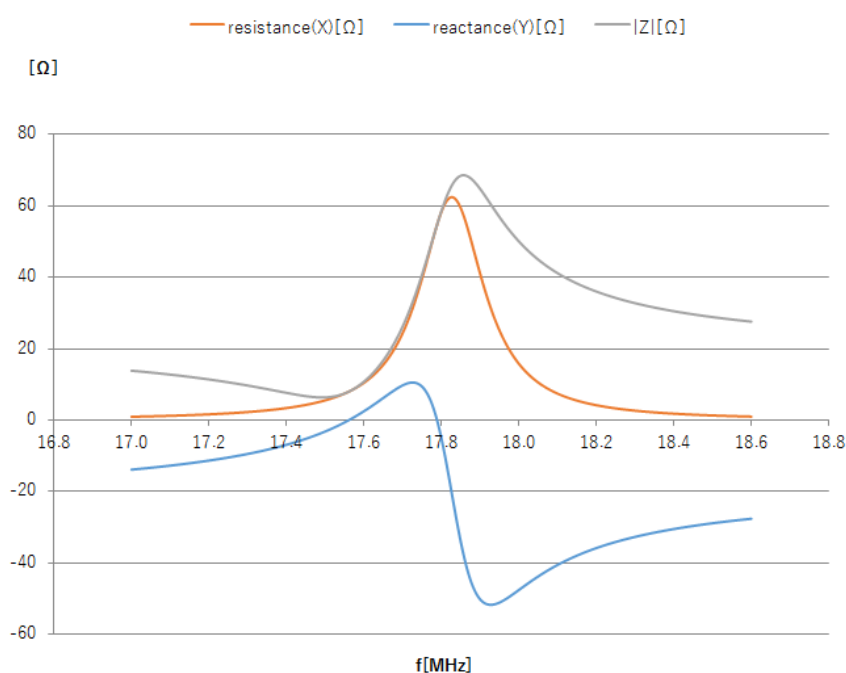


図 5.13 共振回路のインピーダンス。

$\sqrt{50/R}$ 倍とならなくてはならない。したがってコイルで生じる誘導起電力すなわち昇圧能力も回路 A の場合の $\sqrt{50/R}$ 倍となる。コイルの内部抵抗 R は $7\ \Omega$ と分かっている。回路 A の昇圧能力は $\omega L/R = 12.4$ 倍なので、回路 B の昇圧能力はその $\sqrt{50/7}$ 倍の 33.25 倍と求まる。

5.4.2 EOM によるサイドバンド生成

Fabry-Pérot 共振器を用いて、共振回路付き EOM(Thorlabs EO-PM-NR-C4) によりサイドバンドが生成されていることを確認した。波長 496 nm のレーザー光を EOM に通し、位相変調をかけたものを Fabry-Pérot 共振器にカップルさせ、透過光をフォトディ

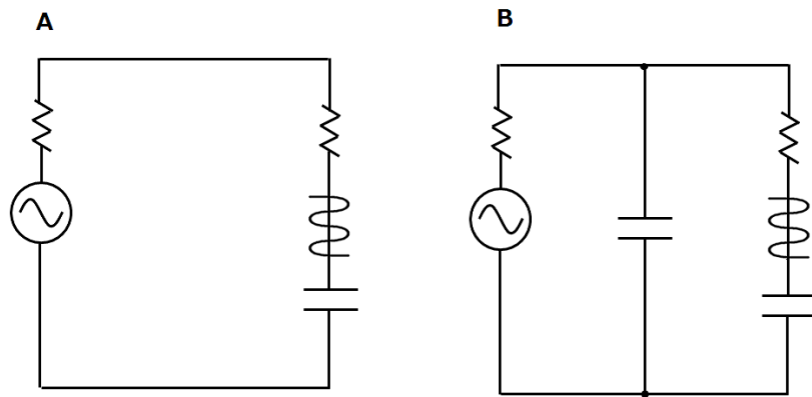


図 5.14 昇圧能力の計算に用いた回路モデル。

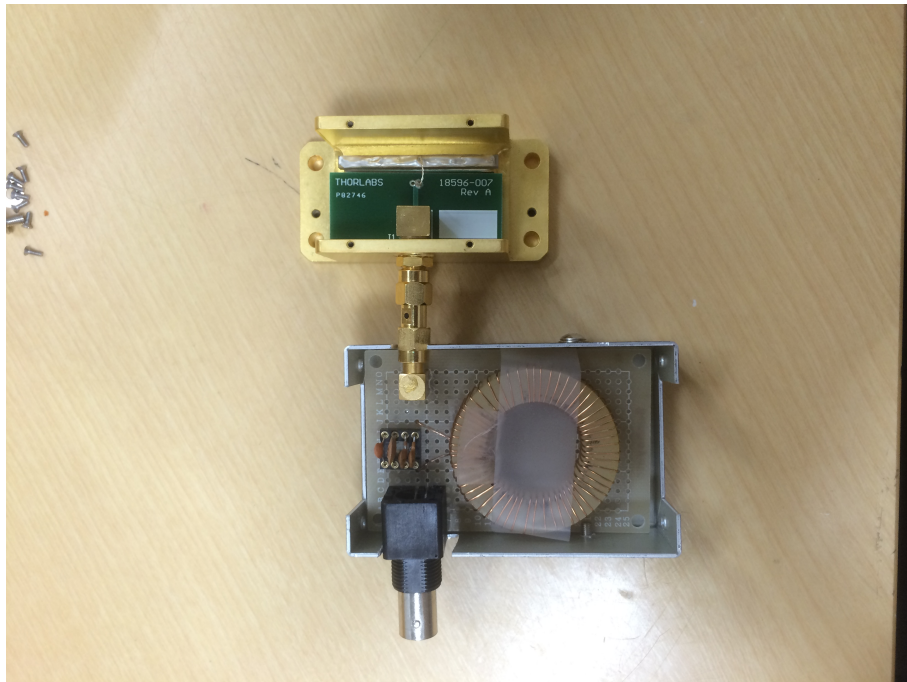


図 5.15 共振回路を接続した EOM。

テクターで観測した。図 5.16 に光学系を示す。単一モードの光電場 $E_0 \cos(\omega_0 t + \phi)$ に $\phi = M \cos(\omega_m t)$ なる位相変調をかけたとき、その電場は次のように表すことができる。

$$E(t) = \text{Re}\{\exp(i\omega_0 t) \exp(iM \cos(\omega_m t))\} \quad (5.10)$$

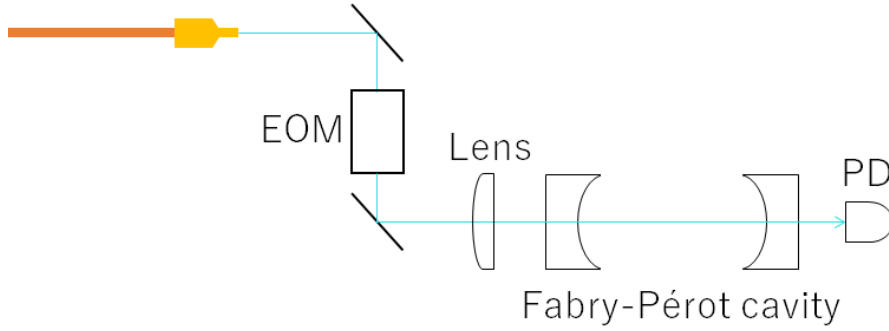


図 5.16 Fabry-Pérot 共振器を用いたサイドバンド生成の観測のための光学系

ベッセル関数を用いて、

$$\exp(iM \cos \omega_m t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} i^n J_n(M) \exp(in\omega_m t) \quad (5.11)$$

とかけるから、電場強度 $I(t) \propto E^2(t)$ のフーリエ変換 $I(\omega)$ は次のようになる。

$$I(\omega) \propto \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n^2(M) \delta(\omega - (\omega_0 + n\omega_m)) \quad (5.12)$$

実際には、強度の周波数成分は式 (5.12) のような δ 関数ではなく有限の線幅を持つ。その起源はレーザーおよび Fabry-Pérot 共振器の線幅であるから、ローレンツ関数であると推定できる。すなわち、観測にかかる信号は次のように表現できる。

$$I(\omega; C, M, \omega_0, \omega_m, \gamma) = C \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n^2(M) L(\omega - (\omega_0 + n\omega_m)) \quad (5.13)$$

$$L(x) \equiv \frac{\gamma}{\pi(x^2 + \gamma^2)} \quad (5.14)$$

式 (5.13) を用いてフォトディテクターより得られた信号をフィッティングすることで、変調指数 M を求め、変調周波数およびファンクションジェネレータの出力に対してプロットすることで、EOM の働きを確認した。典型的な実験データ ($M = 3.365$) およびそれをフィッティングしたものを図 5.17 に示す。

図 5.18 に示されたデータは、ファンクションジェネレータの出力を 10 Vpp に保った状態で、いろいろな変調周波数に対して得られた変調指数をプロットしたもの、およびその Lorentz 関数によるフィッティングである。フィッティングによって求めた Q 値はおよそ 30 であり、共振回路の昇圧能力と矛盾しない。従って、作成した昇圧用共振回路がうまく機能していることが確認できた。

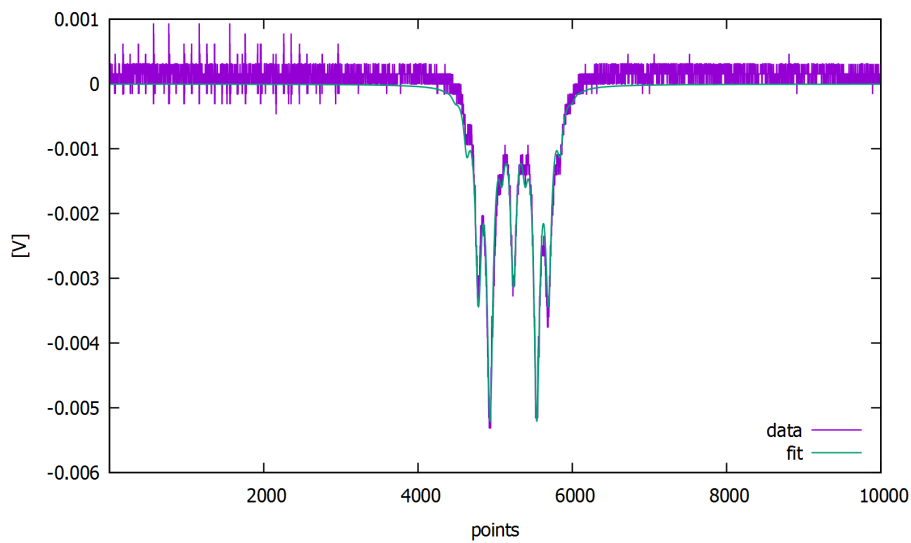


図 5.17 Fabry-Pérot 共振器からの信号とそのフィッティング:この解析によって modulation index を決定する。図は $M = 3.365$ の場合である。

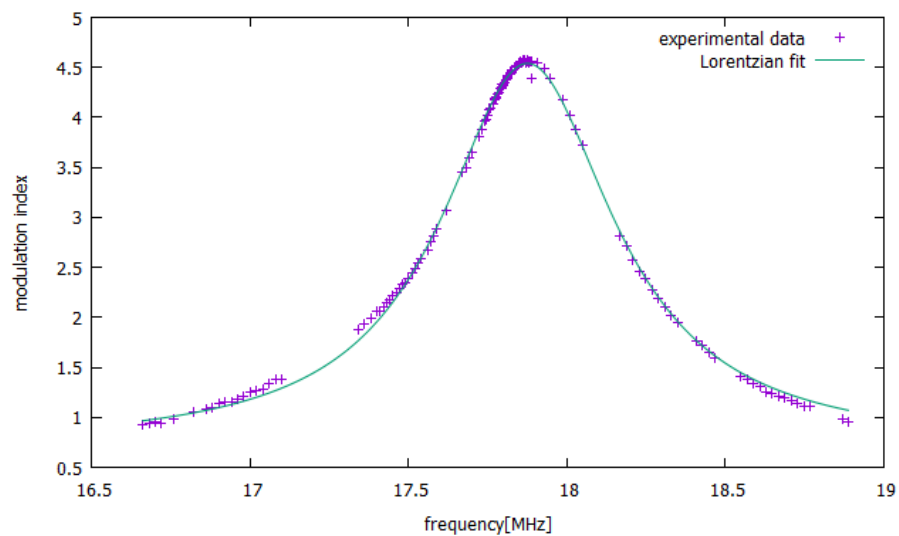


図 5.18 modulation index と周波数の関係

次に、変調指数の理論値と実験値を図 5.19 に示す。このデータは変調周波数を共鳴条件 (17.8 MHz) に保ち、ファンクションジェネレータの出力を変化させて変調指数を実験的に求め、それをプロットしたもの、および理論的に計算した値のグラフである。理論計算は次のように考えることで行った。EOM にかかる電圧を V_{EOM} とすると、式 (E.9)(付録 E 参照) から、EOM の結晶の電気光学係数、サイズ、屈折率、光の波長を代入するこ

とにより、変調指数 M は次のようにあらわすことができる。

$$M = \frac{n_0^3}{2} r_{33} \frac{2\pi}{\lambda} \frac{l}{d} V_{\text{EOM}} \sim 0.015 V_{\text{EOM}} \quad (5.15)$$

ファンクションジェネレータの出力 (V_{pp}) は共振回路により 33.25 倍されるため、

$$V_{\text{EOM}} = 33.25 V_{\text{pp}} \quad (5.16)$$

となる。したがって、ファンクションジェネレータの出力 (V_{pp}) と変調指数 M は次の関係を満たす。

$$M = 0.499 V_{\text{pp}} \quad (5.17)$$

理論的に計算した値と実験から求めた値は 10% 以下のずれでよい一致を示す。以上のことから光学系や電気系が設計通りに動いていることが確認できた。

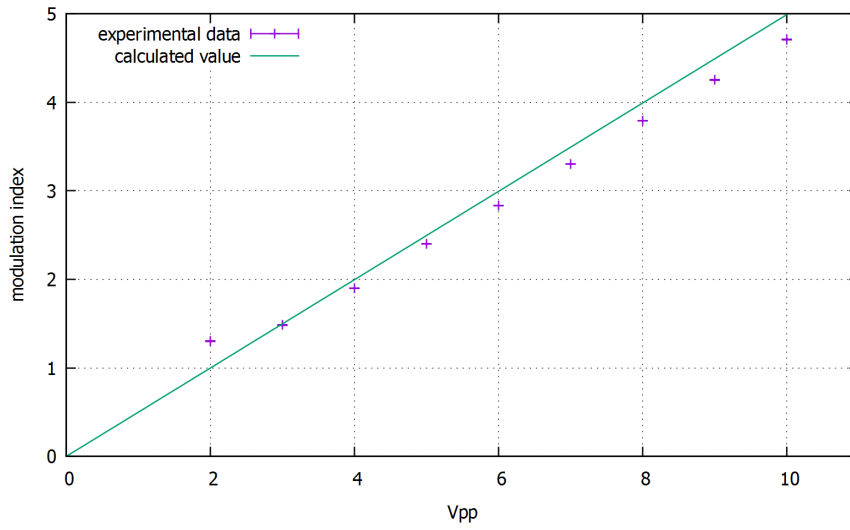


図 5.19 modulation index の理論値と実験値

5.5 実験系

$(5s5p)^3P_2 - (5s5d)^3D_2$ (497 nm) および $(5s5p)^3P_2 - (5s5d)^3D_3$ (496 nm) 遷移の分光のための光源は、波長 992 nm の外部共振器型レーザー (ECDL) より得られたレーザー光を導波路型の periodically-poled lithium niobate (PPLN)[48] によって 2 倍波を生成することにより得た。

この光源システムを用いて図 5.3 に示すようなドップラーフリーの周波数変調分光 (FM 分光) を行った [49, 50]。ポンプ光およびプローブ光の $1/e$ 半径は 320 μm であっ

た。これらのビームは互いに垂直な直線偏光を持ち、HCL の中心で角度 0.01 ラジアンで交わるように調整された。ポンプ光およびプローブ光のビームのパワーはそれぞれ 0.3 mW、0.1 mW に調整された。レーザーの周波数は 2 GHz/s でスイープされた。FM 分光のために、probe 光は electro-optic modulator (EOM) によって 20 MHz で位相変調した。この時の変調の深さ (modulation index) は 1.4 であった (共振回路はコイルの巻き数を微調することで共振周波数を 20 MHz に合わせてある)。プローブ光は増幅型フォトディテクター (Thorlabs PDA10A-EC) によって検出され、その信号をロックインアンプ (Stanford Research Systems SR44) によって時定数 1 ms で復調することで微分信号を得た。

この実験においては、バッファガスとして Ne 0.5 Torr と Xe 0.5 Torr の混合ガスを用いた特殊な HCL と、比較のためにバッファガスとして Ne 5-10 Torr を用いた市販の HCL とを用いた。どちらの HCL も同じ形状であり、アノードはリング状になっておりカソードは 20 mm の長さで、中心の直径は 3 mm であった。特殊な HCL および市販の HCL は 15 mA の電流で使用され、その時の典型的な電圧はそれぞれ 280V、210V であった。特殊な HCL のバッファガスとして Ne 0.5 Torr と Xe 0.5 Torr を用いた理由は、比較的低い電圧でグロー放電を保ちつつ、バッファガスの全圧を小さくするためである。Ne のみ使用した場合、3 Torr 以下においてグロー放電を保つためには 1000 V 以上の電圧を要する。また、準安定 Sr は主に負グロー領域と呼ばれるホローカソードの中心部で生成されていると考えられるが、[51]、Ne 5-10 Torr が封入された市販の HCL 内での Sr の平均自由行程は 10 μm であるため、ホローカソードの中心部でのスパッタされた Sr の原子数が小さい [39]。そのため、バッファガスの圧力を下げることにより、Sr の平均自由行程を長くすることができ、準安定 Sr の原子数を増やすことが期待されるからである。

5.6 準安定 Sr 原子 ($(5s5p)^3P_j (j = 0, 1, 2)$) に対する FM 分光

図 5.20 に示すように、496 nm の $(5s5p)^3P_2 - (5s5d)^3D_3$ 遷移におけるプローブ光の吸収の最大値は、市販の HCL に対しては 6% に過ぎなかったが、特殊な HCL に対しては 20% であった。一方、ポンプ光を照射すると、市販の HCL では速度変化衝突の効果により [52] 広いドップラーベデスタル (式 2.34 第二項) が生成されるにとどまり、Lamb ディップは観測されなかったのに対し、特殊な HCL では明瞭な Lamb ディップが観測された。

図 5.21 はこの遷移に対する特殊な HCL および市販の HCL 内における FM 分光信号である。FM 分光信号の振幅は特殊な HCL を用いたほうが、市販の HCL を用いた場合に比

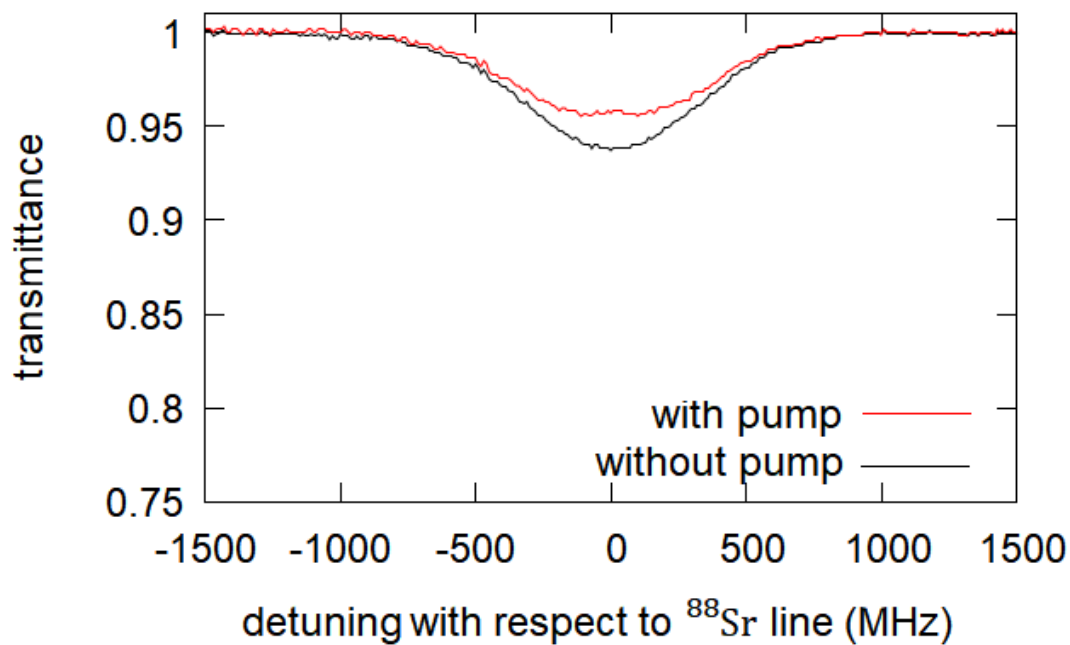
して約 50 倍大きかった。この劇的な S/N 比の向上により、 ^{88}Sr より -46.6 MHz [30] ^{86}Sr 及び ^{87}Sr (後述) からの信号をとらえることに成功した。

市販の HCL 内における Lamb dip の線幅は 77 MHz であり、衝突広がりのため自然幅 10 MHz より非常に大きくなっていた一方で、特殊な HCL 内においてはバッファガスの全圧が小さくなった影響で、線幅は 27 MHz まで小さくなった。

図 5.22 は $(5s5p)^3P_2 - (5s5d)^3D_2$ (497 nm) の遷移に対する FM 分光の信号である。この遷移は Sr の冷却においてリポンプ遷移として用いられる遷移の一つである。この遷移に対しても、ドップラーフリーのエラーシグナルが高 S/N 比で観測できた。また、この遷移におけるプローブ光の吸収の最大値はおよそ 4% であり、 $(5s5p)^3P_2 - (5s5d)^3D_3$ (496 nm) 遷移に対する吸収のおよそ 5 分の 1 であった。これは LS 結合の理論から予測される遷移強度比 $28:5$ と矛盾しない値であった。 ^{86}Sr からの信号も ^{88}Sr のそれから相対的に -47.5 MHz [30] の位置に観測された。

図 5.23 及び図 5.24 は $(5s5p)^3P_1 - (5s6s)^3S_1$ (688 nm) 及び $(5s5p)^3P_0 - (5s6s)^3S_1$ (679 nm) 遷移の飽和吸収分光および FM 分光の結果である。プローブ光の最大吸収量は $(5s5p)^3P_1 - (5s6s)^3S_1$ 遷移に対してはおよそ 9% 、 $(5s5p)^3P_0 - (5s6s)^3S_1$ 遷移に対しては 2.3% であった。これらもやはり LS 結合の理論から予測される遷移強度比 $3:1$ と矛盾しなかった。また、FM 分光の S/N 比に関しては、レーザー周波数の安定化に十分であった。

(a)



(b)

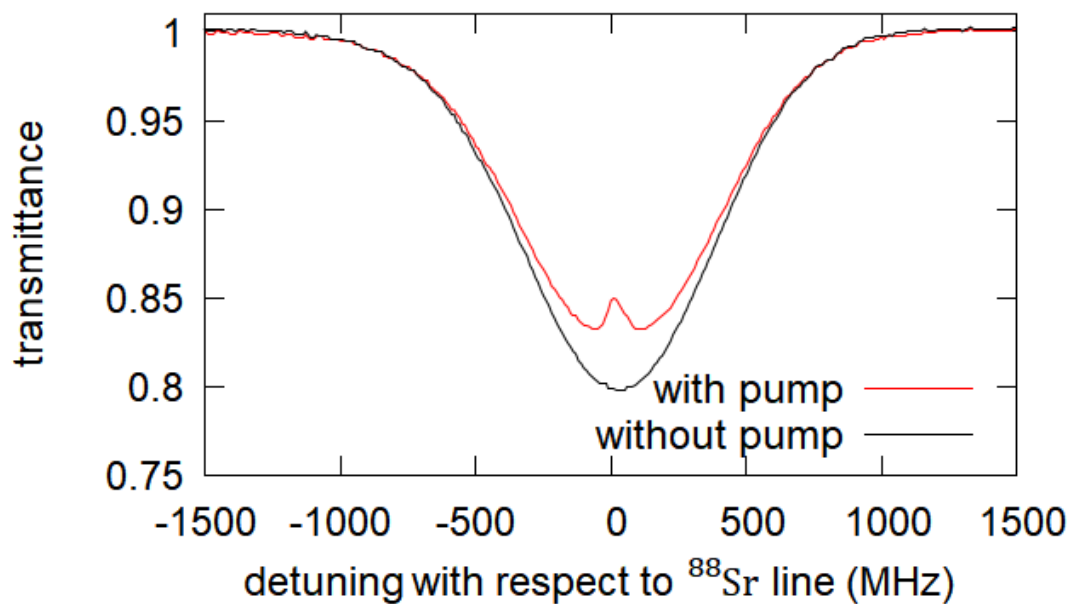


図 5.20 $(5s5p)^3P_2 - (5s5d)^3D_3$ (496 nm) 遷移に対する飽和吸収分光の信号。(a) は市販の HCL、(b) は特殊な HCL を用いた場合の信号である。黒、赤の線はそれぞれポンプ光がある場合とない場合の信号である。

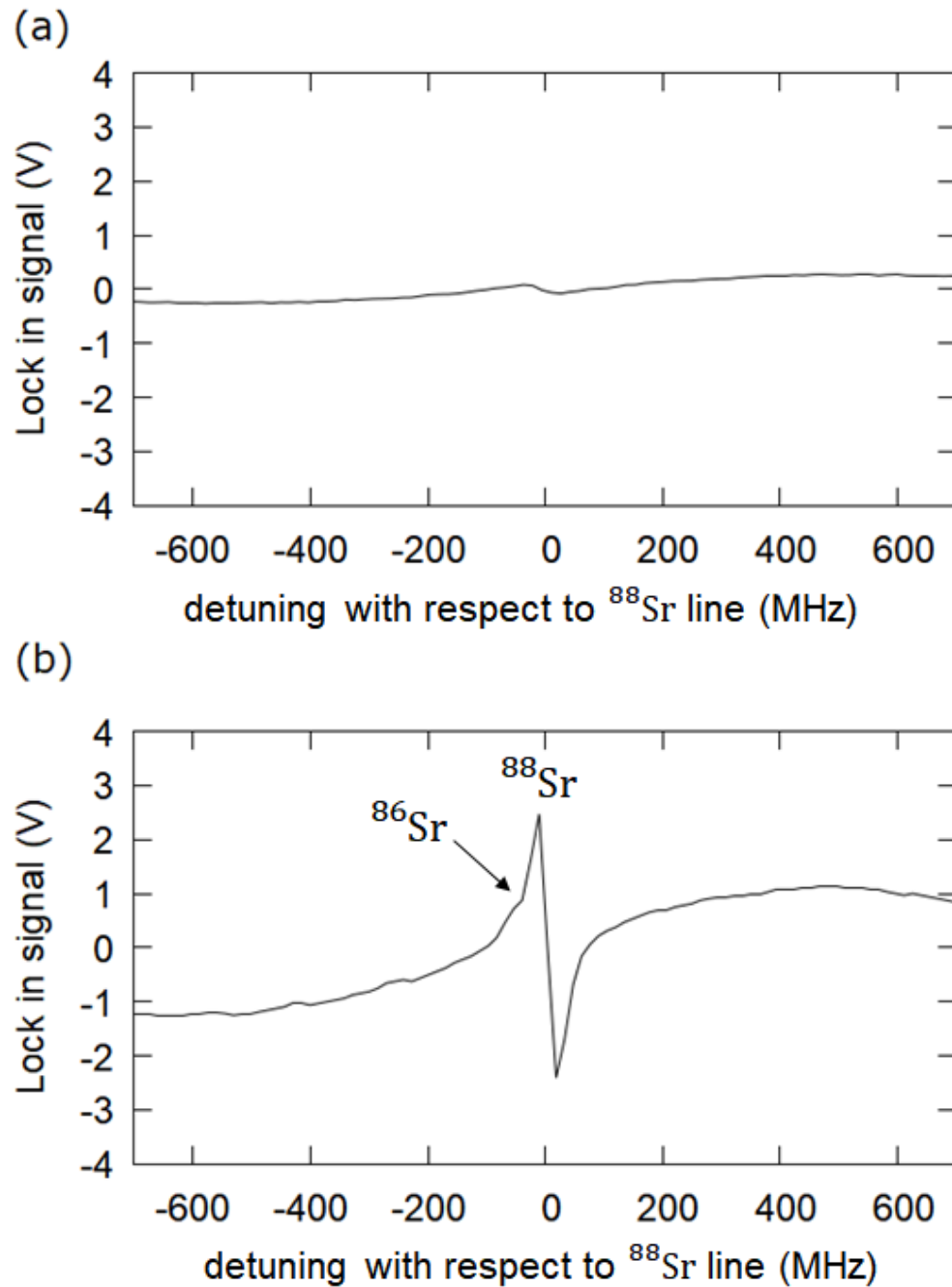


図 5.21 $(5s5p)^3P_2 - (5s5d)^3D_3$ (496 nm) 遷移に対する FM 分光信号。(a) は市販の HCL、(b) は特殊な HCL を用いた場合の信号である。(b) の信号は、1 番大きな信号である ^{88}Sr からの信号の他に、低い周波数側に ^{86}Sr の信号があり、これらの信号のすそに含まれる小さな分散信号はフェルミ同位体 ^{87}Sr からの信号である。

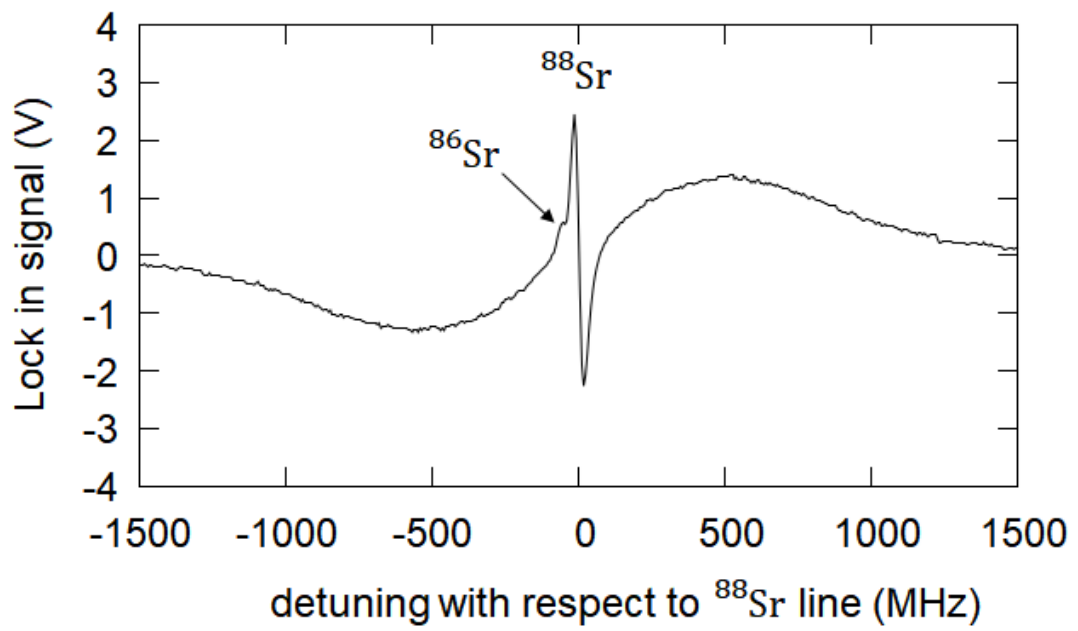


図 5.22 $(5s5p)^3P_2 - (5s5d)^3D_2$ (497 nm) 遷移に対する FM 分光信号。

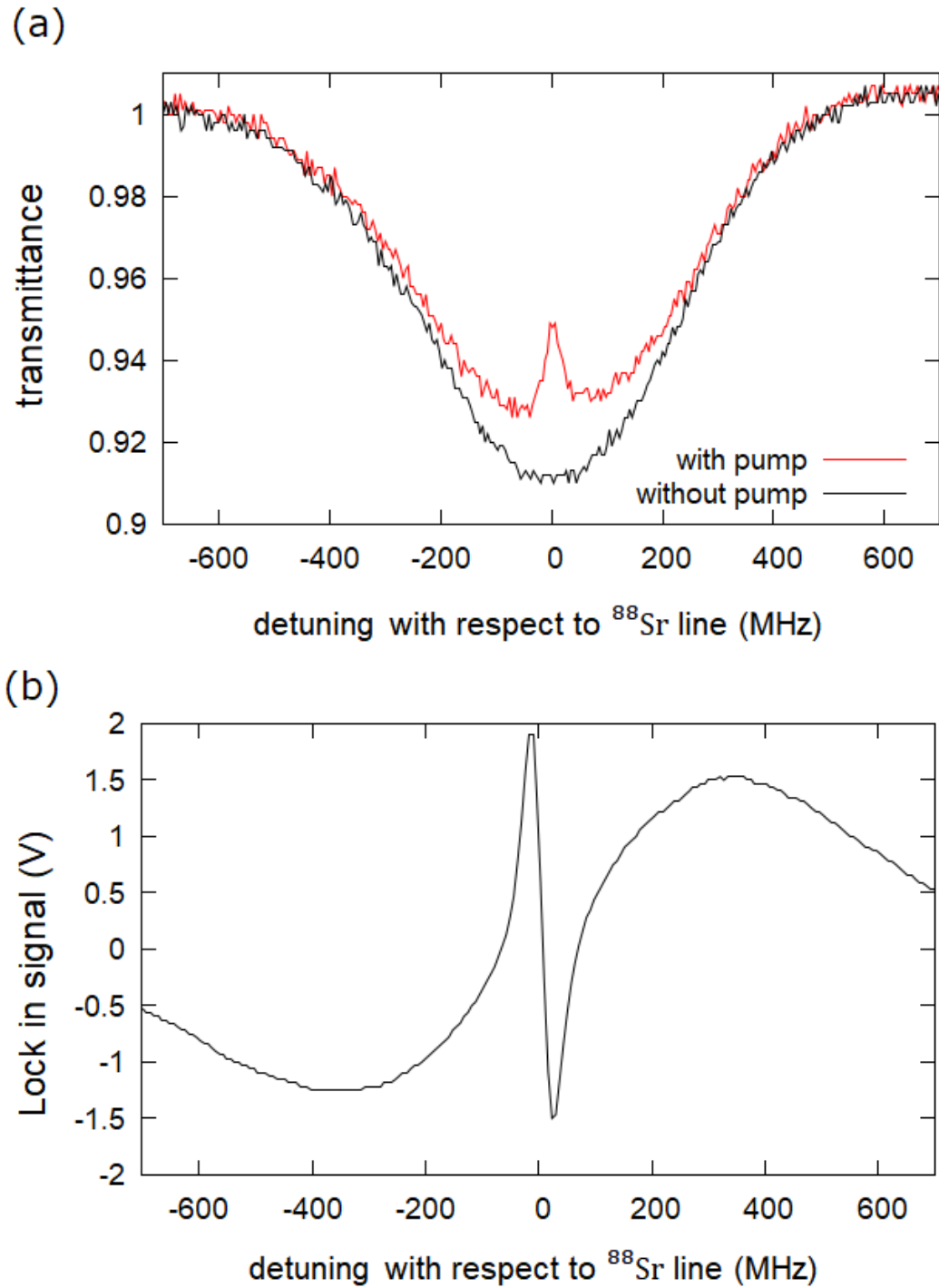


図 5.23 $(5s5p)^3P_1 - (5s6s)^3S_1$ (688 nm) 遷移に対する飽和吸収分光 (a) 及び FM 分光信号 (b)。

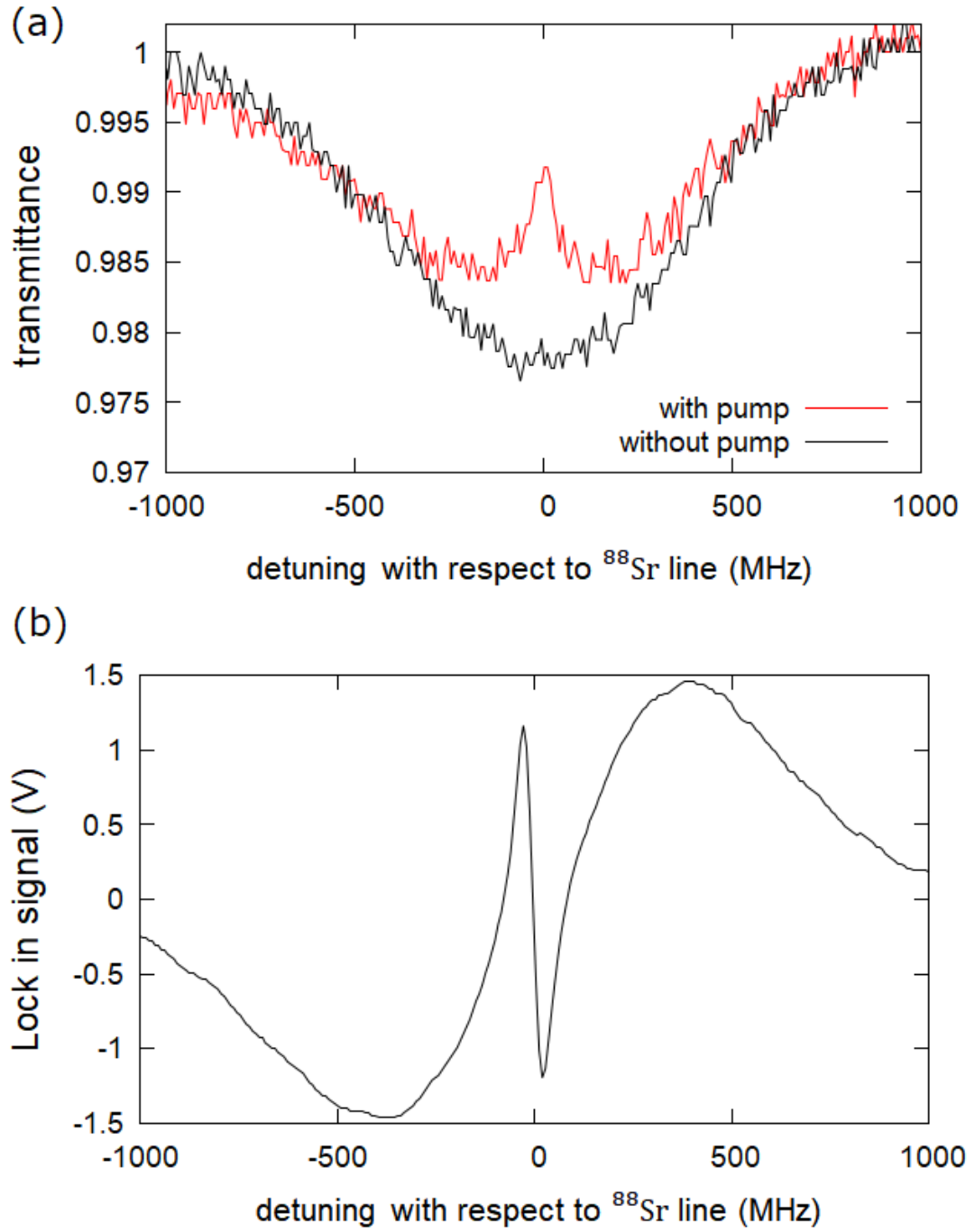


図 5.24 $(5s5p)^3P_0 - (5s6s)^3S_1$ (679 nm) 遷移に対する飽和吸収分光 (a) 及び FM 分光信号 (b)。

第 6 章

$(5s5d)^3D_3$ 状態の超微細構造

本章では ^{87}Sr の $(5s5d)^3D_3$ 状態の超微細構造の研究について述べる。7.1 節では過去の研究によってどこまでが明らかになっているかを述べる。7.2 節では本研究で測定した $(5s5d)^3D_3$ 状態の超微細構造を説明し、過去の文献と比較し議論する [21]。7.3 節では AOM を用いて pump 光をチョップすることでドップラー広がり分散信号をカットした信号を取得することで、さらなる S/N 比の向上を図った実験について述べる。

6.1 磁気トラップされた準安定 Sr 原子を用いた測定

過去の研究では Stellmer たちが磁気トラップされた Sr を用いた実験で 4 つの超微細構造間の遷移を観測した例がある [30] が、それがどの超微細構造間の遷移に対応するかは不確かであった (表 6.1)。彼らの方法では冷却サイクルへのリポンプ効率で遷移の存在を確かめるという方法であり、リポンプ効率の悪い遷移を励起した場合、原子がリポンプされる前に別の超微細準位に緩和してしまうため、その遷移が測定にかからなかったためすべての $(5s5p)^3P_2 - (5s5d)^3D_3$ の超微細構造間の遷移を観測できなかったと考えられる。

我々の $(5s5p)^3P_2 - (5s5d)^3D_3$ 遷移の直接分光によるアプローチではリポンプ効率ではなく遷移強度がシグナルの大きさを制限するため、遷移強度の強いこの遷移を注意深く観測することによりフェルミ同位体からの信号を観測し、そのシグナルの位置から $(5s5d)^3D_3$ 状態の超微細構造を決定する磁気双極子及び電気四重極子相互作用定数を見積もることに成功した。

この情報はフェルミ同位体の磁気光学トラップのためのリポンプ遷移または冷却遷移に $(5s5p)^3P_2 - (5s5d)^3D_3$ 遷移を用いる上で重要となる。

表 6.1 先行研究 [30] における ^{87}Sr の $(5s5p)^3P_2 - (5s5d)^3D_j (j = 1, 2, 3)$ 間の超微細遷移の周波数、同位体シフトおよび磁気双極子及び電気四重極子相互作用定数。“-”で示された遷移は観測にかからなかった遷移である。上付きの a でラベルされた値は不確かな超微細遷移のアサインメントから推定されたことを表す。

		$5s5p\ ^3P_2-5s5d\ ^3D_1$	$5s5p\ ^3P_2-5s5d\ ^3D_2$	$5s5p\ ^3P_2-5s5d\ ^3D_3$
^{84}Sr		602 833 830.9 (5.0)	603 285 766.0 (5.0)	603 976 415.0 (5.0)
^{86}Sr		602 833 876.1 (5.0)	603 285 811.3 (5.0)	603 976 460.0 (5.0)
^{88}Sr		602 833 924.9 (5.0)	603 285 858.8 (5.0)	603 976 506.6 (5.0)
^{87}Sr	$5/2 \rightarrow 3/2$			603 976 697.5 (5.0)
^{87}Sr	$5/2 \rightarrow 5/2$		603 284 256.9 (5.0)	-
^{87}Sr	$5/2 \rightarrow 7/2$	602 830 264.7 (5.0)	603 284 005.0 (5.0)	-
^{87}Sr	$7/2 \rightarrow 5/2$		603 285 034.2 (5.0)	-
^{87}Sr	$7/2 \rightarrow 7/2$	602 831 041.6 (5.0)	603 284 772.0 (5.0)	-
^{87}Sr	$7/2 \rightarrow 9/2$	-	603 284 459.8 (5.0)	-
^{87}Sr	$9/2 \rightarrow 7/2$	602 832 017.1 (5.0)	603 285 748.6 (5.0)	-
^{87}Sr	$9/2 \rightarrow 9/2$	602 833 045.1 (5.0)	603 285 436.5 (5.0)	-
^{87}Sr	$9/2 \rightarrow 11/2$	602 834 291.5 (5.0)	603 285 047.3 (5.0)	-
^{87}Sr	$11/2 \rightarrow 9/2$	602 834 207.3 (5.0)	603 286 608.8 (5.0)	-
^{87}Sr	$11/2 \rightarrow 11/2$	602 835 459.1 (5.0)	603 286 211.1 (5.0)	-
^{87}Sr	$11/2 \rightarrow 13/2$		603 285 749.4 (5.0)	-
^{87}Sr	$13/2 \rightarrow 11/2$	602 836 808.7 (5.0)	603 287 563.6 (5.0)	603 978 453 (10)
^{87}Sr	$13/2 \rightarrow 13/2$		603 287 099.1 (5.0)	603 977 428 (10)
^{87}Sr	$13/2 \rightarrow 15/2$			603 976 258.8 (5.0)

transition	λ [nm]	$\nu(^{88}\text{Sr})$ [MHz]	Δ_{84}^{88} [MHz]	Δ_{86}^{88} [MHz]	Δ_{87}^{88} [MHz]	A [MHz]	Q [MHz]
$5s5p\ ^3P_2-5s4d\ ^3D_1$	3067.0 [60]	97 747 180 (150) [60]				139.9 (2) [85]	15 (2) [85]
$5s5p\ ^3P_2-5s4d\ ^3D_2$	3011.8 [64]	99 537 870 (75) [64]	600 (50) [64]	270 (40) [64]	110 (30) [64]	-78.08 (5) [85]	18 (1) [85]
$5s5p\ ^3P_2-5s4d\ ^3D_3$	2923.4 [60]	102 550 490 (170) [60]				-115.3 (2) [85]	51 (9) [85]
$5s5p\ ^3P_2-5s5d\ ^3D_1$	497.30	602 833 924.9 (5.0)	94.0 (2)	48.8 (2)	38 (2)	227.3 (7)	0 (10)
$5s5p\ ^3P_2-5s5d\ ^3D_2$	496.93	603 285 858.8 (5.0)	92.8 (2)	47.5 (2)	17 (2)	-71.5 (5)	0 (30)
$5s5p\ ^3P_2-5s5d\ ^3D_3$	496.36	603 976 506.6 (5.0)	91.6 (2)	46.6 (2)	27 (2) ^a	-156.9 (3) ^a	0 (30) ^a
$5s5p\ ^3P_2-5s6d\ ^3D_1$	403.43	743 105 177 (5)	77 (10)	30 (10)	18 (2)	239.7 (5)	5 (20)
$5s5p\ ^3P_2-5s6d\ ^3D_2$	403.35	743 252 960 (5)	81 (2)	49 (2)	20 (5)	-163.2 (9)	30 (20)
$5s5p\ ^3P_2-5s6d\ ^3D_3$	403.15	743 621 808 (5)	85 (10)	41 (10)	53 (5)	-161.8 (5)	20 (20)

6.2 フェルミ同位体の $(5s5d)^3D_3$ 状態における超微細構造の分光による同定

原子が核スピン I を持つとき、全電子系の合成角運動量 J と核スピンとの間の磁気双極子相互作用と、核の電荷分布が球対称でないことによる電気四重極子相互作用によって、エネルギー準位が分裂する。この結果、全電子系の合成角運動量 J はもはや保存量でなくなり、合成角運動量 $F = J + I$ が新たな保存量となる。この時、エネルギーシフトは磁気双極子相互作用定数 A 及び電気四重極子相互作用定数 Q を用いて、次のようにあらわされる [53]。

$$\Delta E/h = A \frac{K}{2} + Q \frac{\frac{3}{4}K(K+1) - I(I+1)J(J+1)}{2I(2I-1)J(2J-1)} \quad (6.1)$$

$$K = F(F+1) - I(I+1) - J(J+1) \quad (6.2)$$

ここで h はプランク定数である。したがって、超微細構造を推定するには、この 2 つのパラメータを決定すればよい。表 6.2 に ^{87}Sr のいくつかの準位の磁気双極子及び電気四重極子相互作用定数を挙げる [54, 55]。また、表 6.3 に $(5s5p)^3P_2$ 状態のエネルギー準位の分裂を示す [55]。

表 6.2 ^{87}Sr の磁気双極子相互作用定数 (A) と電気四重極子相互作用定数 (Q) [54, 55]

	$A[\text{MHz}]$	$Q[\text{MHz}]$
$5s5p\ ^1P_1$	-3.4	39.0
$5s5p\ ^3P_1$	-260.084	35.658
$5s5p\ ^3P_2$	-212.77	67.22
$5s6s\ ^3S_1$	-543.0	0.0

表 6.3 3P_2 準位の超微細分裂 [55]

F	$\Delta E[\text{MHz}]$
2.5	2371.3
3.5	1597.2
4.5	618.7
5.5	-551.5
6.5	-1898.1

詳細な FM 分光を行うことで、図 6.1 に示すように少なくとも 8 本 $[(F \rightarrow F') = (13/2 \rightarrow 15/2), (13/2 \rightarrow 13/2), (F \rightarrow F') = (11/2 \rightarrow 13/2), (9/2 \rightarrow 11/2), (7/2 \rightarrow 9/2), (9/2 \rightarrow 9/2), (11/2 \rightarrow 11/2), (9/2 \rightarrow 7/2)]$ の遷移を観測することに成功した。いずれの遷移も Stellmer らによる先行研究で推定された磁気双極子及び電気四重極子相互作用定数 ($A = -156.9(3) \text{ MHz}$, $Q = 0(30) \text{ MHz}$) と矛盾のない位置に観測され、我々のデータから計算した磁気双極子及び電気四重極子相互作用定数はそれぞれ

$$A = -157.0 (3) \text{ MHz} \quad (6.3)$$

$$Q = -9 (10) \text{ MHz} \quad (6.4)$$

と求まった。

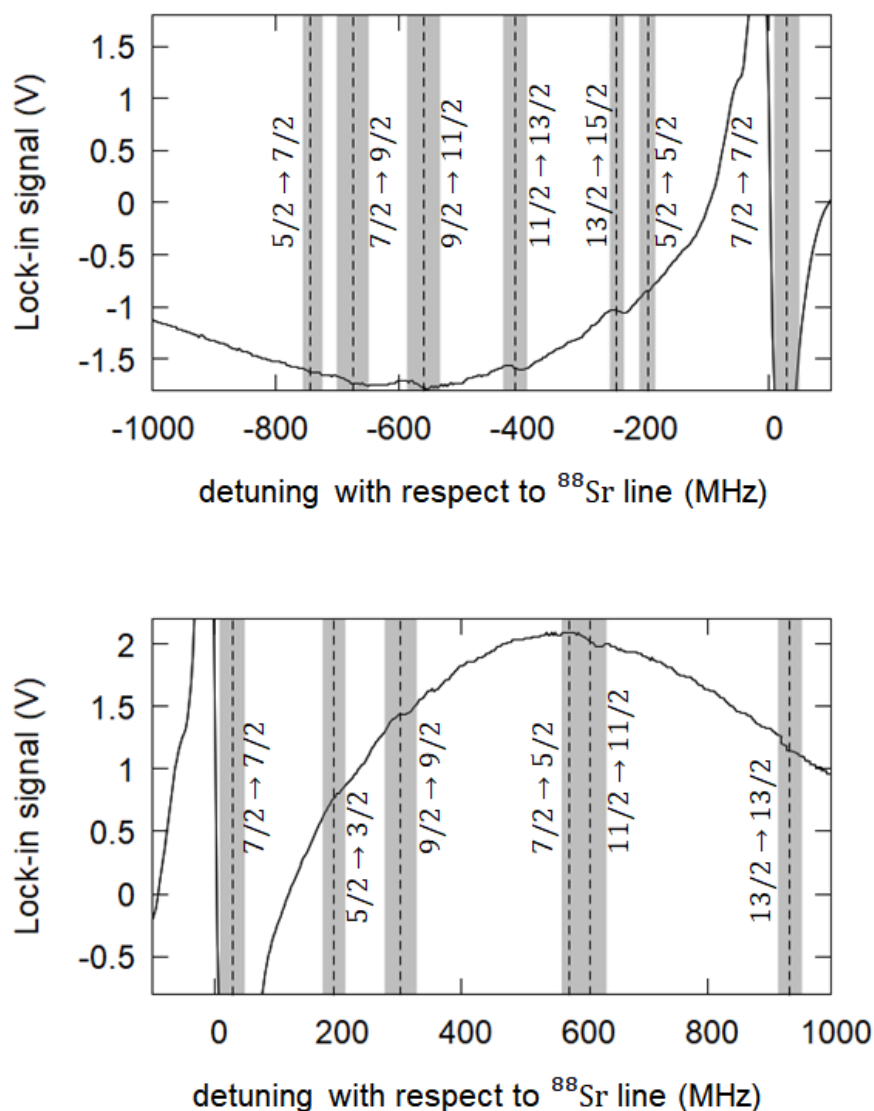


図 6.1 Details of the FMS signal for the hyperfine transitions of ^{87}Sr の超微細遷移に対する FM 分光信号の詳細。8 回のスキャンを平均した。点線は計算から推測される超微細遷移 ($F \rightarrow F'$) の位置を、灰色の部分是不確かさを表す。

6.3 ドップラー成分を排除して S/N 比を向上させた実験

前述したように、FM 分光データには超微細構造を持つフェルミ同位体からの信号も観測された。そこで、さらに分光データの S/N 比を向上させるため AOM によってポンプ光を 5 kHz でチョップし、ロックインアンプで復調することにより、ドップラー広がり構造を信号から排除する実験を行った (図 6.2)。

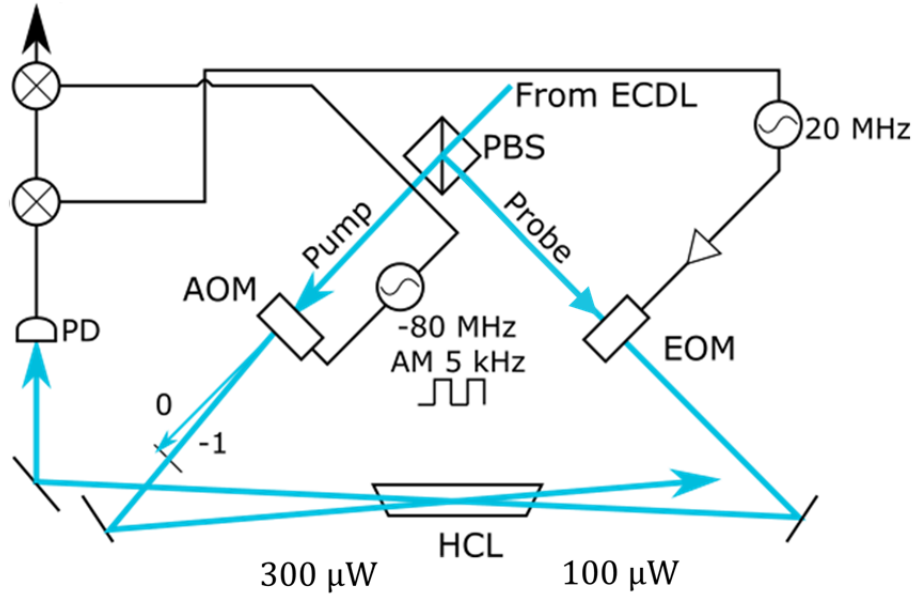


図 6.2 フェルミ同位体からの信号を SN よく観測するための実験系

図 6.3 は、ポンプ光をチョップすることにより得られた信号である。今回の分光データには、15 本中 9 本の遷移を確認することができた。これらの遷移のデータに対して、次に述べるようなモデルを用いて最小二乗法でフィッティングすることにより、磁気双極子相互作用定数及び電気四重極子相互作用定数を算出した。まず、それぞれの超微細準位間の遷移強度の比を計算 (付録 A、B) し、振幅の大きさの比を理論的に算出した (表 6.4)。次に、磁気双極子相互作用定数と電気四重極子相互作用定数、線幅、およびドップラーペDESTAL (式 (2.34) 第二項) の構造 (ガウス分布) を未知として、それらと遷移強度比で重みづけされた 9 つの遷移に対応するローレンツ関数の微分、及び ^{88}Sr からの信号のローレンツ関数の微分の和によって、データの各点とモデルの差の二乗和が最小になるようなパラメータを決定した。その結果、磁気双極子相互作用定数及び電気四重極子相互作用定数はそれぞれ、

$$A = -156.9 (2) \text{ MHz} \quad (6.5)$$

$$Q = -2 (6) \text{ MHz} \quad (6.6)$$

と求まった。また、観測された遷移は、低周波側からそれぞれ $(F \rightarrow F') = (5/2 \rightarrow 7/2)$, $(7/2 \rightarrow 9/2)$, $(9/2 \rightarrow 11/2)$, $(13/2 \rightarrow 15/2)$, $(5/2 \rightarrow 3/2)$, $(9/2 \rightarrow 9/2)$, $(11/2 \rightarrow 11/2)$, $(13/2 \rightarrow 13/2)$ であった (図 6.4)。この結果は、6.2 節で得た結果と矛盾しない。また、Stellmer たちが磁気トラップされた Sr を用いた実験で得た結果 [30] とも矛盾しない。この結果から、彼らの観測した 4 本の遷移に対する超微細遷移のア

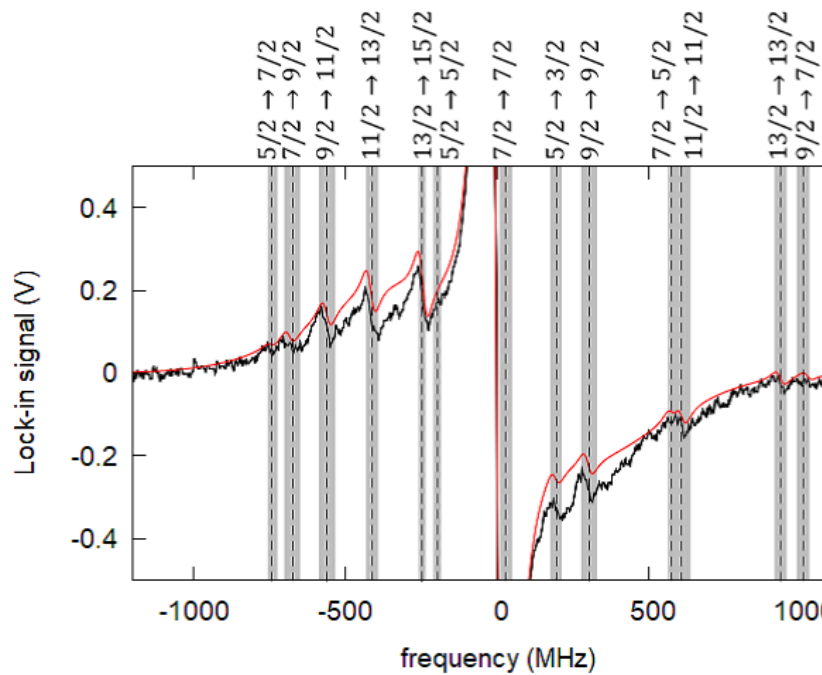


図 6.3 ^{87}Sr の超微細遷移を観測するための詳細な FM 分光. 8 回のスキャンを平均した。点線は計算された超微細遷移 ($F \rightarrow F'$) の位置を表す。灰色の範囲は不確かさを表す。赤い線は最小二乗法によりフィッティングされたモデルである。

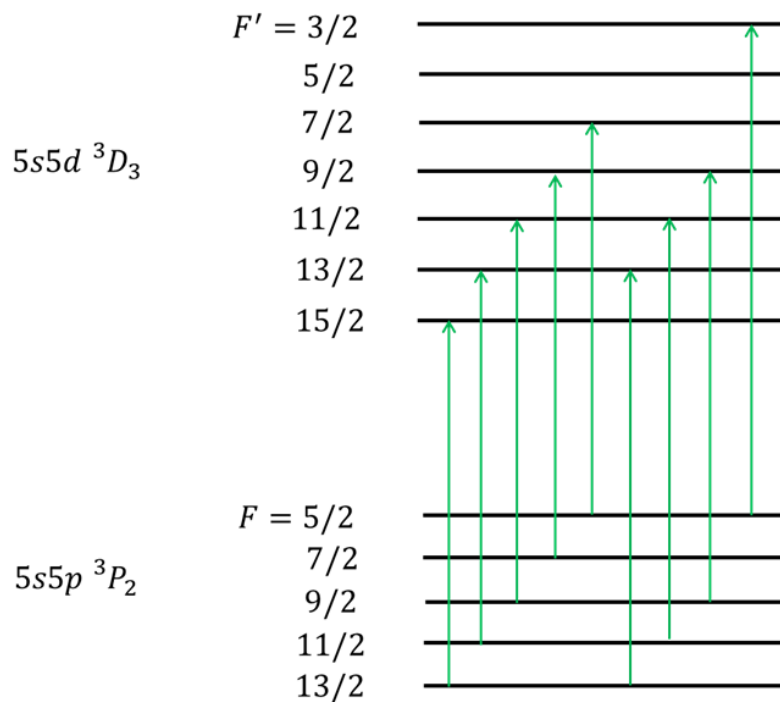


図 6.4 $(5s5p)^3P_2$ および $(5s5d)^3D_3$ 状態の超微細構造。矢印が観測された遷移を表す。

表 6.4 総和を 1 としたときの遷移強度比

$F(^3P_2)$	$F'(^3D_3)$	遷移強度比
5/2	3/2	0.057143
5/2	5/2	0.044898
7/2	5/2	0.010816
5/2	7/2	0.017959
7/2	7/2	0.06966
9/2	7/2	0.026667
7/2	9/2	0.049524
9/2	9/2	0.078788
11/2	9/2	0.014545
9/2	11/2	0.094545
11/2	11/2	0.071608
13/2	11/2	0.005275
11/2	13/2	0.153846
13/2	13/2	0.046157
13/2	15/2	0.228571

サインメントが正しいことが確認できた。この実験で残る 6 本の遷移が観測できなかった理由は、遷移強度が弱く S/N 比が足りなかったため、および ^{88}Sr の信号と重なる位置に信号があったためである。

第 7 章

結論と今後の展望

本研究では、相対論的測地学の発展に重要である光格子時計の小型化に向けて、Sr 原子のレーザー冷却に必要なレーザー周波数安定化システムをホローカソードランプ (HCL) を用いて小型化・簡便化することを目的とした。

冷却遷移 $(5s^2)^1S_0 - (5s5p)^1P_1$ (461 nm) に関しては、磁場によって原子の複屈折性を誘起し、誤差信号を得る transversal dichroic atomic vapor laser lock (t-DAVLL) を HCL 内で行った。ネオジム磁石を用いた磁気回路を作製し、1440 G から 3220 G の範囲で外部磁場を HCL に印加した。実験で得られた t-DAVLL の信号を理論曲線と比較することにより、ホローカソード内部に入り込んだ磁場の大きさを推定した。その結果、ホローカソードによる磁気シールド効果は、1500 G 程度で飽和し、それ以上の外部磁場を印加するとホローカソードの内部に磁場が侵入することが分かった。外部磁場が 3220 G のときのホローカソード内部の磁場は 1114 G であり、これは t-DAVLL の誤差信号の勾配が磁場に依存しない領域に入っている。これにより実現し得る最大の信号勾配でレーザー周波数を長時間 (半日以上) 安定化することができた。安定化されたレーザー周波数のシフトは、HCL の電流値が 6 mA から 8 mA の範囲で、離調周波数の 5% 以内であった。これは、磁気光学トラップ実験のために十分な安定度である。なお、HCL 内の t-DAVLL によって安定化された 461 nm 光源を用いて Sr 原子の磁気光学トラップを構築した。光学系は持ち運び可能な 60 cm × 75 cm のブレッドボード上にすべて配置することができた。

次に、バッファガスの圧力を下げた HCL (Ne 0.5 Torr + Xe 0.5 Torr) を用意し、準安定状態の分光を周波数安定化に十分な S/N 比で行うことを試みた。まず、周波数変調分光 (FM 分光) に必要な電気光学変調器 (EOM) を駆動するための共振周波数可変な昇圧回路 (電圧増幅率 33 倍) を自作した。この昇圧回路を用いて変調周波数 20 MHz の FM 分光を準安定状態の Sr 原子に対して行ったところ、 $(5s5p)^3P_2 - (5s5d)^3D_3$ (496 nm) 遷移に関しては、市販の HCL (Ne 5-10 Torr) に比べて振幅が約 50 倍の誤差信号を得

ることができた。この理由として、スパッタされた基底状態の Sr 原子の平均自由行程が長くなり、プラズマが主に分布するホローカソードの中心に Sr 原子が届きやすくなった結果、準安定状態の生成効率が上昇したこと、および速度変化衝突の影響が小さくなったことが挙げられる。一方、バッファガスの全圧を低くしたことで圧力広がりが増加し、Lamb dip の線幅は、市販の HCL の 77 MHz から 27 MHz (自然幅 10 MHz の約 3 倍) まで狭くなった。これにより、 ^{86}Sr の同位体シフト (-46.6 MHz) および ^{87}Sr の超微細構造が観測された。同様に $(5s5p)^3P_2 - (5s5d)^3D_2$ (497 nm) 遷移に関しても高い S/N 比で FM 分光信号を得ることができ、 ^{86}Sr の同位体シフト (-47.5 MHz) が観測された。また、496 nm 遷移と 497 nm 遷移の信号強度比 (5:1) が LS 結合モデルから予想される遷移強度比 (28:5) と矛盾しないことを確認した。

先行研究 [22] においてレーザー周波数安定化に十分な S/N 比で分光が行えなかった $(5s5p)^3P_0 - (5s6s)^3S_1$ (679 nm) 遷移および $(5s5p)^3P_1 - (5s6s)^3S_1$ (688 nm) 遷移についても特注の HCL を用いた分光実験を行った。その結果、レーザー周波数安定化に十分な S/N 比での FM 分光信号の生成に成功した。また、679 nm 遷移と 688 nm 遷移の信号強度比 (2.3:9) が LS 結合モデルから予想される遷移強度比 (1:3) と矛盾しないことを確認した。

^{87}Sr における $(5s5p)^3P_2 - (5s5d)^3D_3$ (496 nm) 遷移の超微細構造の情報は、 ^{87}Sr の磁気光学トラップを実現する上で重要であるが、先行研究 [30] では、観測された遷移は全 15 本中 4 本にとどまり、また、それらの遷移のアサインメント (どの信号がどの超微細構造間の遷移に対応するか) は不確かであった。本研究で、特注の HCL で行われた 496 nm 遷移の FM 分光では、9 本の超微細構造間の遷移が観測され、各信号強度比が理論から予想される遷移強度比と良い一致を示したことで、遷移のアサインメントが確定できた。また、観測された 9 本の遷移周波数から、 ^{87}Sr の $(5s5d)^3D_3$ 状態の磁気双極子相互作用定数および電気四重極子相互作用定数を、それぞれ $A = -156.9$ (2) MHz、 $Q = -2$ (6) MHz と決定した。これは、先行研究で推定された値 $A = -156.9$ (3) MHz、 $Q = 0$ (30) MHz と矛盾がない。

本研究で得られた成果を踏まえて、今後の展望を以下に述べる。

Sr 原子を μK 程度まで冷却するには、第二段階の冷却として、狭線幅のスピン禁制遷移 $(5s^2)^1S_0 - (5s5p)^3P_1$ (689 nm、7.5 kHz) を用いた磁気光学トラップが用いられる。そのためには、一般に ULE (ultra low expansion) 光共振器を用いてレーザーの線幅を 1 kHz 程度まで狭窄化する必要があり、実験装置が複雑となる。一方、Ca 原子においては、準安定状態の許容遷移である $(4s4p)^3P_2 - (4s4d)^3D_3$ (1978 nm) 遷移を用いた偏光勾配冷却 [56, 57] によって 20 μK 以下への冷却が達成されている [58]。しかし、Sr 原子の $(5s5p)^3P_2 - (5s5d)^3D_3$ (496 nm) 遷移の場合、いくつかの中間状態を経由した $(5s5d)^3D_3$ 状態から $(5s5p)^3P_1$ 状態及び $(5s5p)^3P_0$ 状態への緩和 (図 7.1) により、原子が冷却サイ

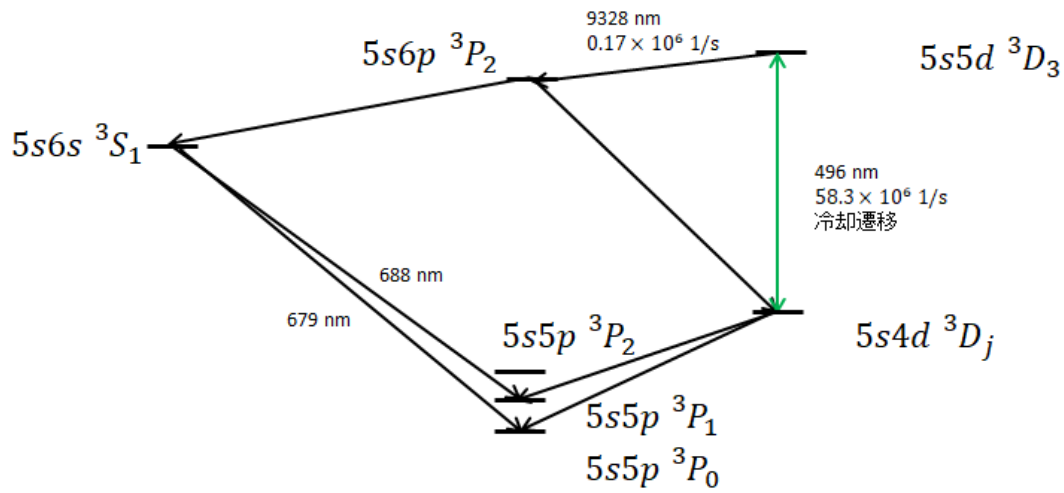


図 7.1 緩和の経路。波長の下の数値は遷移確率である [30]。

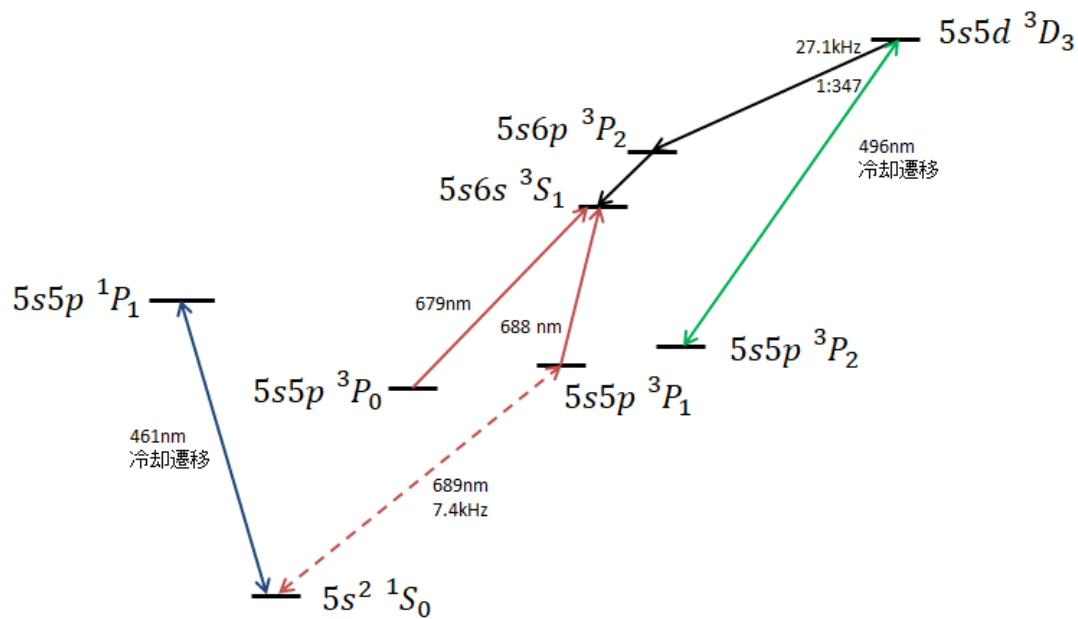


図 7.2 $(5s5p)^3P_2 - (5s5d)^3D_3$ 遷移 (496nm) を用いた冷却サイクルを閉じさせるためのスキーム。 $(5s5p)^3P_1 - (5s6s)^3S_1$ (688 nm) 遷移及び $(5s5p)^3P_1 - (5s6s)^3S_0$ (679 nm) 遷移に共鳴するリポンプ光を導入することで、 $(5s5p)^3P_1$ 及び $(5s5p)^3P_0$ への緩和が起こらないようにする。 $(5s5p)^3P_2 - (5s5d)^3D_3$ (496nm) 遷移を用いたレーザー冷却は $(5s^2)^1S_0 - (5s5p)^1P_1$ (461nm) 遷移を用いたレーザー冷却と準位を共有しないため、連続的に行うことができる。

クルから脱落するため、この遷移はレーザー冷却には不適であると考えられている [30]。本研究で確立された HCL による分光手法を用いて、 $(5s5p)^3P_1 - (5s6s)^3S_1$ (688 nm) 遷移および $(5s5p)^3P_0 - (5s6s)^3S_1$ (679 nm) 遷移に安定化されたレーザーを導入すれば、緩和した原子を $(5s5p)^3P_2$ 状態へリポンプしてこの問題を回避することができる (図 7.2)。さらにこの遷移の下準位の角運動量はゼロでない ($J = 2$) ため偏光勾配冷却が働き、ドップラー限界温度 ($\sim 270 \mu\text{K}$) を超え、原理的にはリコイル限界温度 ($\sim 446 \text{ nK}$) まで冷却が可能であると思われる。また、496 nm 遷移を用いたレーザー冷却は 461 nm 遷移を用いたレーザー冷却と準位を共有しないため、689 nm 遷移を用いたパルス的な冷却 [59] と違い、連続的に行うことができるという利点もある。以上より、このスキームを確立できれば、Sr 原子の冷却を大幅に簡略化でき、光格子時計の小型化に大きく寄与すると期待される。

付録 A

遷移強度比の計算

\mathbf{r} を位置ベクトル、 \mathbf{p} を運動量ベクトル、 $\mathbf{L} = \mathbf{r} \times \mathbf{p}$ を軌道角運動量ベクトル、 \mathbf{S} 、 $\mathbf{J} = \mathbf{L} + \mathbf{S}$ を全軌道角運動量、 M_J を磁気副準位とする。原子の固有ケットは $|\alpha, J, M_J\rangle$ と表すことができる。双極子遷移行列の要素は、

$$d_{eg} = \langle \alpha', J' M'_J | \hat{\mathbf{e}} \cdot e \mathbf{r} | \alpha, J, M_J \rangle \quad (\text{A.1})$$

とあらわされる。ここで、 e は電荷素量、 $\hat{\mathbf{e}}$ は光の偏光ベクトル、 α', J', M'_J は下準位の固有ベクトルの固有値を表す。固有ケット $|\alpha, J, M_J\rangle$ は L と S の波動関数と Clebsh-Gordan 係数 $C(L, M_L, S, M_S, J, M_J)$ を用いて表すことができる。

$$|\alpha, J, M_J\rangle = \sum_{M_L, M_S} C(L, M_L, S, M_S, J, M_J) |\alpha, L, M_L\rangle |S, M_S\rangle \quad (\text{A.2})$$

$|\alpha, L, M_L\rangle |S, M_S\rangle \equiv |L, M_L : S, M_S\rangle |\alpha\rangle$ と定義する。これを式 A.1 に代入することで次式を得る。

$$d_{eg} \propto \sum_{M_L, M'_L, M'_S, M_L, M_S} C(L', M'_L, S', M'_S, J', M'_J) C(L, M_L, S, M_S, J, M_J) \times \langle L', M'_L : S', M'_S | \epsilon_q | L, M_L : S, M_S \rangle \langle \alpha' | r | \alpha \rangle \quad (\text{A.3})$$

ここで、 $q = 0, \pm 1$ であり、それぞれ π 、 σ_{\pm} 偏光に対応する。この前半部分のブラケットは球座標上で以下のように表現され、積分を実行できる。

$$\langle L', M'_L : S', M'_S | \epsilon_q | L, M_L : S, M_S \rangle = \delta(S', S) \delta(M'_S, M_S) \int_0^\pi d\theta \int_0^{2\pi} d\phi Y_{L', M'_L}^*(\theta, \phi) Y_{L, M_L}(\theta, \phi) \sin(\theta) \cos(\theta - q\pi/2) \exp(qi\phi) \cos(-q\pi/4)$$

ここで $Y_{L, M_L}(\theta, \phi)$ は球面調和関数、 δ はクロネッカーのデルタである。この計算を実行することで同じ S 、 L を持つ微細準位間の相対的な遷移強度を計算することができる。同

様の計算を超微細構造に対して行う (角運動量のクレプシュ・ゴールドン分解をさらにもう一回する) ことで同じ S 、 L 、 J を持つ超微細準位間の相対的な遷移強度を計算することもできる。表 A.1 に様々な遷移 (図 A.1) に対する遷移強度比を示す。また、表 A.3、A.4 に表内に示した準位の超微細構造間の遷移強度比を示す。

表 A.1 ${}^3P_J - {}^3D_{J'}$ 遷移の遷移強度比

J	J'	遷移強度比
2	3	84
2	2	15
2	1	1
1	2	45
1	1	15
0	1	20

表 A.2 ${}^3P_J - {}^3S_1$ 遷移の遷移強度比

J	3S_1	遷移強度比
0	1	1
1	1	3
2	1	5

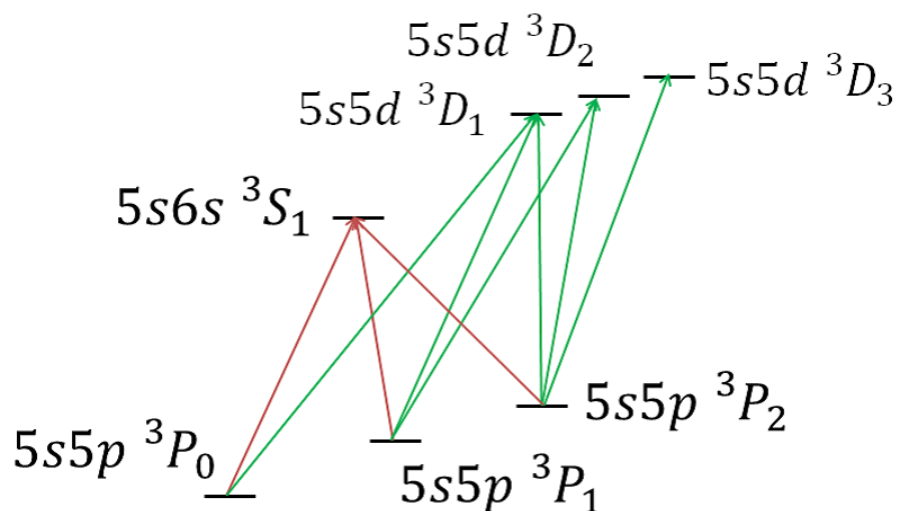


図 A.1 緑の線で示された遷移が表 A.1、赤の線で示された遷移が A.2 に対応する。

表 A.3 ${}^3P_2 - {}^3D_1$ の超微細構造間の遷移強度比

$F({}^3P_2)$	$F'({}^3D_1)$	遷移強度比
5/2	7/2	1/25
7/2	7/2	22/675
9/2	7/2	11/675
7/2	9/2	14/675
9/2	9/2	64/1485
11/2	9/2	13/275
9/2	11/2	2/275
11/2	11/2	9/275
13/2	11/2	7/75

表 A.4 ${}^3P_2 - {}^3D_2$ の超微細構造間の遷移強度比

$F({}^3P_2)$	$F'({}^3D_2)$	遷移強度比
5/2	5/2	2/7
7/2	5/2	11/35
5/2	7/2	11/35
7/2	7/2	2/105
9/2	7/2	7/15
7/2	9/2	7/15
9/2	9/2	2/33
11/2	9/2	26/55
9/2	11/2	26/55
11/2	11/2	289/715
13/2	11/2	21/65
11/2	13/2	21/65
13/2	13/2	14/13

付録 B

遷移強度比を計算するプログラム

付録 A をもとに、次に示すプログラムで遷移強度の比を計算した。なおプログラムは Wolfram mathematica を用いて作成した。

Quit

終了

<< Notation`

$$\text{Notation}\left[\text{ParsedBoxWrapper}\left[\text{RowBox}\left[\left\{\text{RowBox}\left[\left\{"|", "x_", " ">\right\}\right\}\right]\right]\right] \Longleftrightarrow \text{ParsedBoxWrapper}\left[\text{RowBox}\left[\left\{"Ket", "[", \text{RowBox}\left[\left\{"x_"\right\}, "]" \right\}\right]\right]\right]$$

$$\text{Notation}\left[\text{ParsedBoxWrapper}\left[\text{RowBox}\left[\left\{\text{RowBox}\left[\left\{"\langle", "x_", " ">\right\}\right\}\right]\right]\right] \Longleftrightarrow \text{ParsedBoxWrapper}\left[\text{RowBox}\left[\left\{"Bra", "[", \text{RowBox}\left[\left\{"x_"\right\}, "]" \right\}\right]\right]\right]$$

$$\text{Notation}\left[\text{ParsedBoxWrapper}\left[\text{RowBox}\left[\left\{\text{RowBox}\left[\left\{"\langle", "x_", " ">\right\}, "\right\}, "\right\}\right]\right] \Longleftrightarrow \text{ParsedBoxWrapper}\left[\text{RowBox}\left[\left\{"", \text{RowBox}\left[\left\{"BraKet", "[", \text{RowBox}\left[\left\{"x_", " ">\right\}, "]" \right\}\right]\right]\right]\right]\right]$$

$$\text{Notation}\left[\hat{\mathcal{H}}_ \Longleftrightarrow \text{Operator}[\mathcal{H}_]\right]$$

$$\text{Notation}\left[\lambda_{\mathcal{H}_} \Longleftrightarrow \text{EigenKet}[\lambda_{\mathcal{H}_}]\right]$$

InfixNotation[\cdot , NonCommutativeTimes];

NonCommutativeTimes[a_] := a; NonCommutativeTimes[] := 1;

Symbolize[J_z]; Symbolize[J_+]; Symbolize[J_-]

$o_ \cdot \text{Operator}[\mathcal{H}_] \cdot \text{Ket}[a_ , \text{EigenKet}[\lambda_ , \text{Operator}[\mathcal{H}_]], b_] := \lambda \circ \text{Ket}[a, \text{EigenKet}[\lambda, \text{Operator}[\mathcal{H}]], b]$

$o_ \cdot \text{Operator}[J_z] \cdot \text{Ket}[a_ , \text{EigenKet}[j_ , \text{Operator}[J]], \text{EigenKet}[m_ , \text{Operator}[J]], b_] := m \circ \text{Ket}[a, \text{EigenKet}[j, \text{Operator}[J]], \text{EigenKet}[m, \text{Operator}[J]], b]$

$o_ \cdot \text{Operator}[J_+] \cdot \text{Ket}[a_ , \text{EigenKet}[j_ , \text{Operator}[J]], \text{EigenKet}[m_ , \text{Operator}[J]], b_] := \text{Sqrt}[j(j+1) - m(m+1)] \circ \text{Ket}[a, \text{EigenKet}[j, \text{Operator}[J]], \text{EigenKet}[m+1, \text{Operator}[J]], b]$
平方根

$o_ \cdot \text{Operator}[J_-] \cdot \text{Ket}[a_ , \text{EigenKet}[j_ , \text{Operator}[J]], \text{EigenKet}[m_ , \text{Operator}[J]], b_] := \text{Sqrt}[j(j+1) - m(m-1)] \circ \text{Ket}[a, \text{EigenKet}[j, \text{Operator}[J]], \text{EigenKet}[m-1, \text{Operator}[J]], b]$
平方根

Symbolize[\mathcal{I}_z]; Symbolize[\mathcal{I}_+]; Symbolize[\mathcal{I}_-] (*斜体であることに注意！*)

$o_ \cdot \text{Operator}[\mathcal{I}_z] \cdot \text{Ket}[a_ , \text{EigenKet}[j_ , \text{Operator}[\mathcal{I}]], \text{EigenKet}[m_ , \text{Operator}[\mathcal{I}]], b_] := m \circ \text{Ket}[a, \text{EigenKet}[j, \text{Operator}[\mathcal{I}]], \text{EigenKet}[m, \text{Operator}[\mathcal{I}]], b]$

$o_ \cdot \text{Operator}[\mathcal{I}_+] \cdot \text{Ket}[a_ , \text{EigenKet}[j_ , \text{Operator}[\mathcal{I}]], \text{EigenKet}[m_ , \text{Operator}[\mathcal{I}]], b_] := \text{Sqrt}[j(j+1) - m(m+1)] \circ \text{Ket}[a, \text{EigenKet}[j, \text{Operator}[\mathcal{I}]], \text{EigenKet}[m+1, \text{Operator}[\mathcal{I}]], b]$
平方根

$o_ \cdot \text{Operator}[\mathcal{I}_-] \cdot \text{Ket}[a_ , \text{EigenKet}[j_ , \text{Operator}[\mathcal{I}]], \text{EigenKet}[m_ , \text{Operator}[\mathcal{I}]], b_] := \text{Sqrt}[j(j+1) - m(m-1)] \circ \text{Ket}[a, \text{EigenKet}[j, \text{Operator}[\mathcal{I}]], \text{EigenKet}[m-1, \text{Operator}[\mathcal{I}]], b]$
平方根

$l_ \cdot (a_? \text{ConstQ } b_) \cdot r_ := a \cdot l \cdot b \cdot r /; (\{l, r\} \neq \{\})$

$l_ \cdot (a_ + b_) \cdot r_ := l \cdot a \cdot r + l \cdot b \cdot r$

$l_ \cdot (a_ \cdot b_) \cdot r_ := l \cdot a \cdot b \cdot r$

$l_ \cdot (a_ \cdot b_ \cdot c_ \cdot d_) \cdot r_ := l \cdot a \cdot b \cdot c \cdot d \cdot r$

$l_ \cdot (a_? \text{ConstQ}) \cdot r_ := a \cdot l \cdot r$

ConstQ[Π _Times] := And @@ ConstQ /@ List @@ Π
論理積 リスト

CosntQ[Σ _Plus] := And @@ ConstQ /@ List @@ Σ
論理積 リスト

ConstQ[a_ⁿ] := ConstQ[a] && ConstQ[n]

ConstQ[a_?NumberQ] := True
数かどうか 真

ConstQ[a_Symbol] := True
真

ConstQ[_] := False
偽

F2IJ[Ket[EigenKet[F_, Operator[F]], EigenKet[m_, Operator[F]],
 EigenKet[i_, Operator[I]], EigenKet[j_, Operator[J]], o_]] :=
 Sum[ClebschGordan[{i, mi}, {j, mj}], {F, m}] * Ket[EigenKet[i, Operator[I]],
… クレブシュ・ゴルダン係数
 EigenKet[mi, Operator[I]], EigenKet[j, Operator[J]], EigenKet[mj, Operator[J]], o],
 {mi, -i, i}, {mj, Max[-j, m - mi], Min[j, m - mi]}}
最大 最小

J2SL[Ket[o_, EigenKet[j_, Operator[J]], EigenKet[m_, Operator[J]],
 EigenKet[s_, Operator[S]], EigenKet[l_, Operator[L]]]] :=
 Sum[ClebschGordan[{s, ms}, {l, ml}, {j, m}] * Ket[o, EigenKet[s, Operator[S]],
… クレブシュ・ゴルダン係数
 EigenKet[ms, Operator[S]], EigenKet[l, Operator[L]], EigenKet[ml, Operator[L]],
 {ms, -s, s}, {ml, Max[-l, m - ms], Min[l, m - ms]}}
最大 最小

F2IJ[Bra[EigenKet[F_, Operator[F]], EigenKet[m_, Operator[F]],
 EigenKet[i_, Operator[I]], EigenKet[j_, Operator[J]], o_]] :=
 Sum[Conjugate[ClebschGordan[{i, mi}, {j, mj}], {F, m}]] * Bra[EigenKet[i, Operator[I]],
… 複素共役 クレブシュ・ゴルダン係数
 EigenKet[mi, Operator[I]], EigenKet[j, Operator[J]], EigenKet[mj, Operator[J]], o],
 {mi, -i, i}, {mj, Max[-j, m - mi], Min[j, m - mi]}}
最大 最小

J2SL[Bra[o_, EigenKet[j_, Operator[J]], EigenKet[m_, Operator[J]],
 EigenKet[s_, Operator[S]], EigenKet[l_, Operator[L]]]] :=
 Sum[Conjugate[ClebschGordan[{s, ms}, {l, ml}, {j, m}]] * Bra[o, EigenKet[s, Operator[S]],
… 複素共役 クレブシュ・ゴルダン係数
 EigenKet[ms, Operator[S]], EigenKet[l, Operator[L]], EigenKet[ml, Operator[L]],
 {ms, -s, s}, {ml, Max[-l, m - ms], Min[l, m - ms]}}
最大 最小

J2SL[a_?ConstQ b_] := a J2SL[b]

J2SL[a_ + b_] := J2SL[a] + J2SL[b]

F2ISL[ψ _] := J2SL[F2IJ[ψ]]

$\langle \mathcal{I}1_{-\hat{j}}, i1_{-\hat{j}}, J1_{-\hat{j}}, m1_{-\hat{j}}, s_{-\hat{s}}, l_{-\hat{l}} \mid \mid \mathcal{I}2_{-\hat{j}}, i2_{-\hat{j}}, J2_{-\hat{j}}, m2_{-\hat{j}}, s_{-\hat{s}}, l_{-\hat{l}} \rangle :=$

```

KroneckerDelta[I1, I2] * KroneckerDelta[J1, J2] * KroneckerDelta[i1, i2] * KroneckerDelta[m1, m2]
      [クロネッカーのデ...] [クロネッカーのデ...] [クロネッカーのデルタ関数]
⟨i1_ŷ, mi1_ŷ, s1_ŷ, ms1_ŷ, l1_ŷ, ml1_ŷ⟩ · Operator[r_q] · ⟨i2_ŷ, mi2_ŷ, s2_ŷ, ms2_ŷ, l2_ŷ, ml2_ŷ⟩ :=
      KroneckerDelta[i1, i2] * KroneckerDelta[mi1, mi2] * KroneckerDelta[s1, s2] *
      [クロネッカーのデル...] [クロネッカーのデルタ関数]
      KroneckerDelta[ms1, ms2] ⟨l1_ŷ, ml1_ŷ⟩ · Operator[r_q] · ⟨l2_ŷ, ml2_ŷ⟩
      [クロネッカーのデルタ関数]
⟨l1_ŷ, ml1_ŷ⟩ · r_0 · ⟨l2_ŷ, ml2_ŷ⟩ := Integrate[Conjugate[SphericalHarmonicY[l1, m1, θ, ϕ]] *
      [積分] [複素共役] [球面調和関数]
      SphericalHarmonicY[l2, m2, θ, ϕ] * Sin[θ] * Cos[θ], {θ, 0, π}, {ϕ, 0, 2 π}]
      [正弦] [余弦]
⟨l1_ŷ, ml1_ŷ⟩ · r_1 · ⟨l2_ŷ, ml2_ŷ⟩ := Integrate[Conjugate[SphericalHarmonicY[l1, m1, θ, ϕ]] *
      [積分] [複素共役] [球面調和関数]
      SphericalHarmonicY[l2, m2, θ, ϕ] * Sin[θ] * Sin[θ] * Exp[I ϕ], {θ, 0, π}, {ϕ, 0, 2 π}] / (-Sqrt[2])
      [正弦] [正弦] [...] [虚数単位] [平方根]
⟨l1_ŷ, ml1_ŷ⟩ · r_1 · ⟨l2_ŷ, ml2_ŷ⟩ := Integrate[Conjugate[SphericalHarmonicY[l1, m1, θ, ϕ]] *
      [積分] [複素共役] [球面調和関数]
      SphericalHarmonicY[l2, m2, θ, ϕ] * Sin[θ] * Sin[θ] * Exp[-I ϕ], {θ, 0, π}, {ϕ, 0, 2 π}] / Sqrt[2]
      [正弦] [正弦] [...] [虚数単位] [平方根]

ii = 9 / 2;
ss = 1;
ji = 2;
li = 1;
jf = 3;
lf = 2;
For[ff = Abs[jf - ii], ff ≤ jf + ii, ff++,
  [繰...] [絶対値]
  For[fi = Abs[ji - ii], fi ≤ ji + ii, fi++,
    [繰...] [絶対値]
    start = SessionTime[];
      [セッションの経過時間]
    dd = 0;
    If[Abs[ff - fi] ≤ 1.01,
      [...] [絶対値]
      For[n = -fi, n ≤ fi, n++,
        [繰返し評価]
        For[m = -ff, m ≤ ff, m++,
          [繰返し評価]
          If[0.99 ≤ m - n ≤ 1.01
            [If文]
            , dd +=

```

```

ExpandAll[(F2ISL[fffi, mfi, iifi, jffi, ssfi, lffi] · r1 · F2ISL[fifi, nfi, iifi, jifi, ssfi, lifi])^2];
[すべてを展開]

, If[-0.01 ≤ m - n ≤ 0.01
[If文]

, dd +=
ExpandAll[(F2ISL[fffi, mfi, iifi, jffi, ssfi, lffi] · r0 · F2ISL[fifi, nfi, iifi, jifi, ssfi, lifi])^2]
[すべてを展開]

, If[-1.01 ≤ m - n ≤ 0.99, dd += ExpandAll[
[If文]
(F2ISL[fffi, mfi, iifi, jffi, ssfi, lffi] · r1 · F2ISL[fifi, nfi, iifi, jifi, ssfi, lifi])^2]
[すべてを展開]
, dd += 0
]
]
]
]
]
]
, dd = 0
]
Print[fi, "->", ff, ":", dd, " T=", SessionTime[] - start]
[出力表示]
[セッションの経過時間]

]
]

5/2 -> 3/2 : 8/5 T=37.9478720
7/2 -> 3/2 : 0 T=0. × 10-8
9/2 -> 3/2 : 0 T=0. × 10-8
11/2 -> 3/2 : 0 T=0. × 10-8
13/2 -> 3/2 : 0 T=0. × 10-8
5/2 -> 5/2 : 44/35 T=50.9914506
7/2 -> 5/2 : 8/7 T=56.8576250
9/2 -> 5/2 : 0 T=0. × 10-8
11/2 -> 5/2 : 0 T=0. × 10-8
13/2 -> 5/2 : 0 T=0. × 10-8
5/2 -> 7/2 : 88/175 T=55.4672608

```

$$\frac{7}{2} \rightarrow \frac{7}{2} : \frac{1024}{525} \quad T=65.4429264$$

$$\frac{9}{2} \rightarrow \frac{7}{2} : \frac{56}{75} \quad T=63.7247653$$

$$\frac{11}{2} \rightarrow \frac{7}{2} : 0 \quad T=0. \times 10^{-8}$$

$$\frac{13}{2} \rightarrow \frac{7}{2} : 0 \quad T=0. \times 10^{-8}$$

$$\frac{5}{2} \rightarrow \frac{9}{2} : 0 \quad T=0. \times 10^{-8}$$

$$\frac{7}{2} \rightarrow \frac{9}{2} : \frac{104}{75} \quad T=70.0845088$$

$$\frac{9}{2} \rightarrow \frac{9}{2} : \frac{364}{165} \quad T=72.7813761$$

$$\frac{11}{2} \rightarrow \frac{9}{2} : \frac{112}{275} \quad T=78.0118357$$

$$\frac{13}{2} \rightarrow \frac{9}{2} : 0 \quad T=0. \times 10^{-8}$$

$$\frac{5}{2} \rightarrow \frac{11}{2} : 0 \quad T=0. \times 10^{-8}$$

$$\frac{7}{2} \rightarrow \frac{11}{2} : 0 \quad T=0. \times 10^{-8}$$

$$\frac{9}{2} \rightarrow \frac{11}{2} : \frac{728}{275} \quad T=74.8805404$$

$$\frac{11}{2} \rightarrow \frac{11}{2} : \frac{7168}{3575} \quad T=81.4843200$$

$$\frac{13}{2} \rightarrow \frac{11}{2} : \frac{48}{325} \quad T=82.0391297$$

$$\frac{5}{2} \rightarrow \frac{13}{2} : 0 \quad T=0. \times 10^{-8}$$

$$\frac{7}{2} \rightarrow \frac{13}{2} : 0 \quad T=0. \times 10^{-8}$$

$$\frac{9}{2} \rightarrow \frac{13}{2} : 0 \quad T=0. \times 10^{-8}$$

$$\frac{11}{2} \rightarrow \frac{13}{2} : \frac{56}{13} \quad T=77.0470439$$

$$\frac{13}{2} \rightarrow \frac{13}{2} : \frac{84}{65} \quad T=77.0294914$$

$$\frac{5}{2} \rightarrow \frac{15}{2} : 0 \quad T=0. \times 10^{-8}$$

$$\frac{7}{2} \rightarrow \frac{15}{2} : 0 \quad T=0. \times 10^{-8}$$

$$\frac{9}{2} \rightarrow \frac{15}{2} : 0 \quad T=0. \times 10^{-8}$$

$$\frac{11}{2} \rightarrow \frac{15}{2} : 0 \quad T=0. \times 10^{-8}$$

$$\frac{13}{2} \rightarrow \frac{15}{2} : \frac{32}{5} \quad T=81.5770763$$

付録 C

光と二準位原子の相互作用

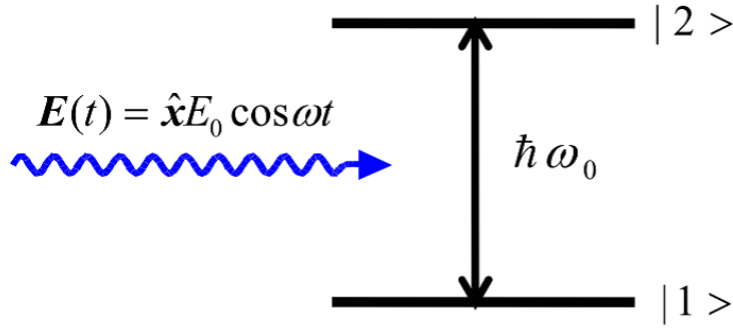


図 C.1 光と二準位原子の相互作用

原子分光は原子の内部状態のうちある二つの準位に注目し、その二準位間のエネルギー差に相当する波長をもつ光を原子に照射し、このときの原子の光に対する応答を観測することで行う。このことを説明するために、まず光と二準位系の相互作用について説明する。上準位 ($|2\rangle$) と下準位 ($|1\rangle$) のエネルギー差が $\hbar\omega_0$ の二準位系に対して、角周波数 ω で振動する電場 $E_0 \mathbf{x} \cos(\omega t)$ を印加した際の系の時間発展を考える (図 C.1)。ここで、 $\hbar = h/2\pi$ であり、 h はプランク定数である。この系を記述するハミルトニアンは、原子の遷移双極子モーメントを $\hat{\mathbf{d}} = (\hat{d}_x, 0, 0)$ とすると、 $\langle 1 | \hat{\mathbf{d}} | 2 \rangle = \langle 2 | \hat{\mathbf{d}} | 1 \rangle \equiv d$ として、

$$\hat{H} = \hbar\omega_0 |2\rangle \langle 2| - dE_0 \cos(\omega t)(|2\rangle \langle 1| + |1\rangle \langle 2|) \quad (\text{C.1})$$

とかけ、系の状態ベクトルを $|\Phi\rangle = c_1(t)|1\rangle + c_2(t)|2\rangle$ とおく。ここで、 $c_1(t)$ と $c_2(t)$ は

任意の複素係数であり、 $|c_1(t)|^2 + |c_2(t)|^2 = 1$ である。シュレディンガー方程式

$$i\hbar \frac{d}{dt} |\Phi\rangle = H |\Phi\rangle \quad (\text{C.2})$$

に代入し、 $c_1(t)$ 、 $c_2(t)$ に関する微分方程式を書き下すと、次のようになる。

$$i\hbar \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} c_1(t) \\ c_2(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -dE_0 \cos(\omega t) \\ -dE_0 \cos(\omega t) & \hbar\omega_0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_1(t) \\ c_2(t) \end{pmatrix} \quad (\text{C.3})$$

計算を進めるために、相互作用表示に移ることにする。

$$|\Phi\rangle = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \exp(-i\omega t) \end{pmatrix} |\Psi\rangle \quad (\text{C.4})$$

とし、 $|\Psi\rangle = C_1(t) |1\rangle + C_2(t) |2\rangle$ と表すときの $C_1(t)$ 、 $C_2(t)$ の方程式を求める。式 (C.4) を式 (C.3) に代入して、次式を得る。

$$i\hbar \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} C_1(t) \\ C_2(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -\frac{dE_0}{2}(1 + \exp(-2i\omega t)) \\ -\frac{dE_0}{2}(1 + \exp(2i\omega t)) & -\hbar(\omega - \omega_0) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} C_1(t) \\ C_2(t) \end{pmatrix} \quad (\text{C.5})$$

$$(\text{C.6})$$

$\omega \sim \omega_0$ の場合を考える。 $\omega - \omega_0 \ll \omega + \omega_0$ から、 $2\omega t$ の項を無視する。これを回転波近似という。式を整理すると、

$$\frac{d}{dt} \begin{pmatrix} C_1(t) \\ C_2(t) \end{pmatrix} = \frac{i}{2} \begin{pmatrix} 0 & x \\ x & 2\delta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} C_1(t) \\ C_2(t) \end{pmatrix} \quad (\text{C.7})$$

但し、 $x \equiv dE_0/\hbar$ (ラビ周波数)、 $\delta \equiv \omega - \omega_0$ (離調周波数) である。

励起状態の原子は、単位時間当たり $\Gamma = 2\gamma$ の確率で自然放出して基底状態に緩和する。このことを式 C.7 に自然放出を現象論的に取り入れる。そのために、 $C_2(t)$ の微分方程式に $-\gamma C_2(t)$ を付け加える。すなわち、

$$\frac{d}{dt} C_2(t) = i\frac{x}{2} C_1(t) - (\gamma - i\delta) C_2(t) \quad (\text{C.8})$$

とする。このとき、次式で定義される密度行列の時間発展を考える。

$$\hat{\rho} = \begin{pmatrix} \rho_{11} & \rho_{12} \\ \rho_{21} & \rho_{22} \end{pmatrix} = |\Psi\rangle \langle \Psi| = \begin{pmatrix} C_1(t)C_1^*(t) & C_1(t)C_2^*(t) \\ C_2(t)C_1^*(t) & C_2(t)C_2^*(t) \end{pmatrix} \quad (\text{C.9})$$

$$\begin{aligned} \frac{d\rho_{22}}{dt} &= \frac{dC_2(t)}{dt} C_2^*(t) + C_2(t) \frac{dC_2^*(t)}{dt} \\ &= -2\gamma\rho_{22} - i\frac{x}{2}(\rho_{12} - \rho_{21}) \\ &= -\Gamma\rho_{22} + x\text{Im}[\rho_{21}] \end{aligned} \quad (\text{C.10})$$

同様に ρ_{12} を計算する。

$$\frac{d\rho_{21}}{dt} = \frac{dC_1(t)}{dt}C_2^*(t) + C_1(t)\frac{dC_2^*(t)}{dt} \quad (\text{C.11})$$

$$= (i\delta - \gamma)\rho_{12} - i\frac{x}{2}(\rho_{22} - \rho_{11})$$

$$\rho_{21} = \rho_{12}^* \quad (\text{C.12})$$

次に、 ρ_{11} を計算する。式 (C.7) から計算すると、

$$\frac{d\rho_{11}}{dt} = \frac{dC_1(t)}{dt}C_1^*(t) + C_1(t)\frac{dC_1^*(t)}{dt} \quad (\text{C.13})$$

$$= -\frac{x}{2}(\rho_{12} - \rho_{21})$$

ここで、確率の保存を保証するために、現象論的に導入した自然放出項 $\Gamma\rho_{22}$ による励起状態から基底状態への遷移を付け加えなければならない。そこで ρ_{11} の時間微分は次のように補正される。

$$\frac{d\rho_{11}}{dt} = \Gamma\rho_{22} - \frac{x}{2}(\rho_{12} - \rho_{21}) \quad (\text{C.14})$$

ここで、変数 W 、 U 、 V を次のように導入する。

$$W = \rho_{22} - \rho_{11} \quad (\text{C.15})$$

$$U = \rho_{12} + \rho_{21} = 2\text{Re}[\rho_{21}] \quad (\text{C.16})$$

$$V = i(\rho_{12} - \rho_{21}) = 2\text{Im}[\rho_{21}] \quad (\text{C.17})$$

W は原子の分布差、 U および V はそれぞれ原子の複素電気感受率の実部と虚部に対応する。これらの変数に関する微分方程式は、

$$\frac{dW}{dt} = -\Gamma(W + 1) + xV \quad (\text{C.18})$$

$$\frac{dU}{dt} = -\gamma U - \delta V \quad (\text{C.19})$$

$$\frac{dV}{dt} = -\gamma V + \delta U - xW \quad (\text{C.20})$$

$\gamma = 0$ の時、式 (C.18)、(C.19)、(C.20) をまとめて次のように書くことができる。

$$\frac{d}{dt} \begin{pmatrix} W \\ U \\ V \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ 0 \\ \delta \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} W \\ U \\ V \end{pmatrix} \quad (\text{C.21})$$

このとき、 $\boldsymbol{\rho} = (W, U, V)$ 、 $\boldsymbol{x} = (x, 0, \delta)$ とおくと、 $\boldsymbol{\rho}$ は \boldsymbol{x} の周りを周波数 $\sqrt{x^2 + \delta^2}$ (一般化ラビ周波数) で歳差運動する。 $\gamma \neq 0$ つまり緩和が存在する場合、 $\boldsymbol{\rho}$ は寿命 τ より長

い時間が経った後に定常状態となり、ある点へ収束していく。その点は、次式を満たす。

$$\frac{dW}{dt} = -\Gamma(W + 1) + xV = 0 \quad (\text{C.22})$$

$$\frac{dU}{dt} = -\gamma U - \delta V = 0 \quad (\text{C.23})$$

$$\frac{dV}{dt} = -\gamma V + \delta U - xW = 0 \quad (\text{C.24})$$

従って、収束点は

$$W = -\frac{1}{1 + s(\delta)} \quad (\text{C.25})$$

$$U = -\frac{2\delta}{x} \frac{s(\delta)}{1 + s(\delta)} \quad (\text{C.26})$$

$$V = \frac{2\gamma}{x} \frac{s(\delta)}{1 + s(\delta)} \quad (\text{C.27})$$

但し、

$$s_0 = \frac{x^2}{2\gamma^2} \quad (\text{C.28})$$

$$L(\delta) = \frac{1}{1 + (\delta/\gamma)^2} \quad (\text{C.29})$$

$$s(\delta) = s_0 L(\delta) \quad (\text{C.30})$$

である。

これらの結果より、密度行列の各要素は次のように求まる。

$$\rho_{11} = \frac{1}{2}(1 + W) = \frac{1}{2} \frac{2 + s(\delta)}{1 + s(\delta)} \quad (\text{C.31})$$

$$\rho_{22} = \frac{1}{2}(1 - W) = \frac{1}{2} \frac{s(\delta)}{1 + s(\delta)} \quad (\text{C.32})$$

$$\rho_{12} = \frac{1}{2}(U - iV) = -\frac{\delta + i\gamma}{x} \frac{s(\delta)}{1 + s(\delta)} \quad (\text{C.33})$$

$$\rho_{21} = \frac{1}{2}(U + iV) = -\frac{\delta - i\gamma}{x} \frac{s(\delta)}{1 + s(\delta)} \quad (\text{C.34})$$

s_0 は、外部電場の二乗につまり光のパワーに比例するパラメータである。 $s_0 \rightarrow \infty$ の極限において、 $\rho_{22} \rightarrow 1/2$ となる。このことから、 s_0 は飽和パラメータと呼ばれる。なお、 $\rho_{22} = 1/4$ となるときの単位面積当たりのパワー $I_s = c\epsilon_0 E^2/2$ を飽和強度と呼ぶ。光強度を I として、 $s_0 = I/I_s = 2x^2/\Gamma^2$ である。二準位系の複素電気感受率 χ は、

$$\begin{aligned} \chi &= \frac{2d\rho_{21}}{\epsilon_0 E_0} = -\frac{2d}{\epsilon_0 E_0} \frac{s(\delta)}{1 + s(\delta)} \frac{\delta - i\gamma}{x} \\ &= \frac{d^2}{\epsilon_0 \hbar} \frac{-\delta + i\gamma}{\delta^2 + (1 + s_0)\gamma^2} \end{aligned} \quad (\text{C.35})$$

となる。自然放出のウィグナー・ワイスコップ理論から、自然放出レート $\Gamma = 2\gamma$ は次の式を満たす。

$$\Gamma = \frac{d^2 k^3}{3\pi\epsilon_0\hbar} \quad (\text{C.36})$$

$$d^2 = \frac{6\pi\epsilon_0\hbar\gamma}{k^3} \quad (\text{C.37})$$

従って、 χ は次のように表される。

$$\chi = 6\pi\lambda^3 \frac{L(\delta)}{1+s(\delta)} \frac{-\delta+i\gamma}{\gamma} \quad (\text{C.38})$$

ここで、 $\lambda = \lambda/2\pi$ である。さらに飽和強度も

$$I_s = \frac{c\hbar\gamma}{6\pi\lambda^3} \quad (\text{C.39})$$

と書き直せる。電磁波がこのような電気感受率 χ を持つ媒質中を z 方向に進むとき、屈折率 $n = \sqrt{1+\chi}$ を用いて波数は kn となるので電場は

$$\begin{aligned} E(z, t) &= E_0 \exp i(k\sqrt{1+\chi}z - \omega t) \\ &\simeq E_0 \exp i(k(1 + \text{Re}[\chi]/2)z - \omega t) \exp(-k\text{Im}[\chi]z/2) \end{aligned} \quad (\text{C.40})$$

と表される。 $I \propto E^2$ は、 z の増加に伴って、

$$I \exp[-k\text{Im}[\chi]z] \quad (\text{C.41})$$

に従って減衰することが分かる。

$$\sigma(\delta) = k\text{Im}[\chi] = 6\pi\lambda^2 \frac{L(\delta)}{1+s(\delta)} = \sigma_0 \frac{L(\delta)}{1+s(\delta)} \quad (\text{C.42})$$

を吸収断面積と呼ぶ。また、 σ_0 は共鳴吸収断面積と呼ぶ。原子集団 (気体) の吸収係数 α は、原子密度 N を吸収断面積にかけたもの、すなわち、

$$\alpha = N\sigma(\delta) \quad (\text{C.43})$$

となる。

付録 D

第二次高調波発生

以下の議論は [60] を参考にした。

二次非線形分極テンソル d_{ijk} を持つ媒質中に周波数 ω_0 の電場 E_j および ω_1 の電場 E_k があるとき、分極には $P_i \propto d_{ikk} E_j E_k$ なる周波数 $\omega_2 = \omega_0 + \omega_1$ の成分が生ずる。 $\omega_0 = \omega_1$ のとき $\omega_2 = 2\omega_0$ であり、これを第二高調波発生 (SHG) と呼ぶ。

この過程の効率は二次非線形分極率テンソル d_{ijk} により決められる。第二次高調波発生における非線形媒質は、次の三条件を満たさなくてはならない。

1. 基本波および倍波に対して透明であること
2. 位相整合条件を達成できること
3. 実効的非線形光学係数 (d_{eff}) が位相整合条件下で非零

位相整合の条件とは、基本波の作る非線形分極の位相速度と倍波の位相速度が同じであることである。この条件が満たされない場合、発生した倍波が伝搬していくうちに破壊的に干渉するようになり、二倍波発生効率が極端に低くなる。PPLN(Periodically Poled Lithium Niobate) 等のように媒質に周期構造を設けて位相整合をとることも行われている (擬位相整合)。

まず、位相整合について述べる。媒質中における非線形波動方程式と分極は次のようになる。

$$\nabla^2 \mathbf{E} = \mu_0 \sigma \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} + \epsilon \mu_0 \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} + \mu_0 \frac{\partial^2 \mathbf{P}_{NL}}{\partial t^2} \quad (\text{D.1})$$

$$\mathbf{P}_i^{\omega_1} = \epsilon_0 d_{ijk} E_j^{\omega_2} E_k^{\omega_3} \quad (\text{D.2})$$

また、3つの波をそれぞれ次のように書く。

$$E_i^{\omega_1} = \frac{1}{2}[A_{1i}(z) \exp i(\omega_1 t - \mathbf{k}_1 \cdot \mathbf{r})] \quad (\text{D.3})$$

$$E_j^{\omega_2} = \frac{1}{2}[A_{2j}(z) \exp i(\omega_2 t - \mathbf{k}_2 \cdot \mathbf{r})] \quad (\text{D.4})$$

$$E_k^{\omega_3} = \frac{1}{2}[A_{3k}(z) \exp i(\omega_3 t - \mathbf{k}_3 \cdot \mathbf{r})] \quad (\text{D.5})$$

$\omega_1 = \omega_2 - \omega_3$ となる分極波が2と3から作られるとすると、式 D.2 より

$$[\mathbf{P}_{NL}]_i = \frac{1}{2} \epsilon_{dijk} \{ A_{3k}(z) A_{2j}^*(z) \exp i[(\omega_3 - \omega_2)t - (\mathbf{k}_3 - \mathbf{k}_2) \cdot \mathbf{r}] \} \quad (\text{D.6})$$

となる。 $E_i^{\omega_1}$ について式 D.1 を微小振幅変動近似のもとで書き下すと、

$$\frac{\partial A_{1i}^{\omega_1}}{\partial z} = -\frac{1}{2} \sigma \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_1}} A_{1i} - i \frac{1}{2} \omega_1 \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_1}} \epsilon_0 d_{ijk} A_{3k} A_{2j}^* \exp [-i(\mathbf{k}_3 - \mathbf{k}_2 - \mathbf{k}_1) \cdot \mathbf{r}] \quad (\text{D.7})$$

となる。 $E_i^{\omega_2}, E_i^{\omega_3}$ についても同様にして、

$$\frac{\partial A_{2j}^{\omega_2}}{\partial z} = -\frac{1}{2} \sigma \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_1}} A_{2j} - i \frac{1}{2} \omega_2 \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_2}} \epsilon_0 d_{jik} A_{1i}^* A_{3k} \exp [-i(\mathbf{k}_3 - \mathbf{k}_2 - \mathbf{k}_1) \cdot \mathbf{r}] \quad (\text{D.8})$$

$$\frac{\partial A_{3k}^{\omega_3}}{\partial z} = -\frac{1}{2} \sigma \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_1}} A_{3k} - i \frac{1}{2} \omega_3 \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_3}} \epsilon_0 d_{kij} A_{1i} A_{2j} \exp [-i(\mathbf{k}_3 - \mathbf{k}_2 - \mathbf{k}_1) \cdot \mathbf{r}] \quad (\text{D.9})$$

と書ける。光の吸収、基本波の倍波変換による減衰を無視し、基本波と倍波は同一方向に電番すると仮定すると、式 D.9 より、倍波 $\omega_3 = \omega_1 + \omega_2 = 2\omega$ の振幅に関して次の方程式を得る。

$$\frac{\partial A_{3k}^{\omega_3}}{\partial z} = -i \frac{1}{2} \omega_3 \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_3}} \epsilon_0 d_{kij} A_{1i} A_{1j} \exp [-i\Delta \mathbf{k} \cdot \mathbf{r}] \quad (\text{D.10})$$

ただし $\Delta \mathbf{k} = \mathbf{k}_3 - \mathbf{k}_2 - \mathbf{k}_1$ である。光路長 L で積分することにより結晶端面での倍波の振幅は次のようになる。

$$A_{3k}(L) = -i\omega \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_3}} \epsilon_0 d_{kij} A_{1i} A_{1j} \frac{e^{i\Delta k L} - 1}{i\Delta k} \quad (\text{D.11})$$

光の強度は

$$I_p = \frac{1}{2} \frac{\epsilon}{\mu_0} |A_p|^2 = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} |A_p|^2 \quad (\text{D.12})$$

と書けるので、効率 $\eta = \frac{I_3}{I_1}$ は次のようになる。

$$\eta = 2\omega^2 \left(\frac{\mu_0}{\epsilon_0} \right)^{\frac{3}{2}} \frac{(\epsilon_0 d_{kij})^2}{n_3^{2\omega} (n_1^\omega)} I_1 \cos \alpha_i \sin \alpha_j L^2 \frac{\sin^2 \left(\frac{1}{2} \Delta k L \right)}{\left(\frac{1}{2} \Delta k L \right)^2} \quad (\text{D.13})$$

また、 η の Δk 依存性を図示すると図 D.1 のようになる。 $\Delta k = k_3 - 2k_1 = 0$ のとき変換効率は最大になる (位相整合)。一般に物質中において屈折率 n は偏光と周波数の関数となる。よって、直線偏光を仮定し、光学軸と成す角を θ, θ' とおくと、 $k = \frac{n(\omega, \theta)}{c} \omega$ より

$$n(2\omega, \theta) = n(\omega, \theta') \quad (\text{D.14})$$

のとき変換効率が最大になる。屈折率が偏光依存性を持つ (複屈折) とき、式 D.14 を満たす偏光 θ, θ' を用いることで位相整合が実現できる。ここでは簡単のため、屈折率局面が

$$\frac{1}{n_0^2}(x^2 + y^2) + \frac{1}{n_e^2}z^2 = 1 \quad (\text{D.15})$$

で表わされる一軸性の結晶について考える。 k と z 軸が成す角が θ の異常光線の屈折率は、次式で与えられる。

$$n_e(\theta) = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{\cos \theta}{n_0}\right)^2 + \left(\frac{\sin \theta}{n_e}\right)^2}} \quad (\text{D.16})$$

光学的に負 ($n_0 > n_e$) の結晶を考えることにする。基本波として正常光、第 2 高調波として異常光を用いることにすると、式 D.14, D.16 より位相整合条件は、

$$n(2\omega, \theta) = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{\cos \theta}{n_0(2\omega)}\right)^2 + \left(\frac{\sin \theta}{n_e(2\omega)}\right)^2}} = n_0(\omega) \quad (\text{D.17})$$

となる。これを θ について解くと、

$$\theta = \arcsin \left(\sqrt{\frac{n_0(\omega)^{-2} - n_0(2\omega)^{-2}}{n_e(2\omega)^{-2} - n_0(2\omega)^{-2}}} \right) \quad (\text{D.18})$$

となる。このとき位相整合条件が満たされる。

次に Δk を 0 にすることができない場合について考える。式 D.10 より倍波の振幅の微分は

$$\frac{\partial A_3}{\partial z} \propto d_{eff} \sin(\Delta k z) \quad (\text{D.19})$$

となりコヒーレンス長 $L_c = \frac{\pi}{\Delta k}$ 進むたびにその符号 (方向) が反転する。よって、結晶の長さはコヒーレンス長 L_c に一致させるのがよい。しかし、倍波の強度は結晶の長さ L の自乗に比例するので、コヒーレンス長が短いときには発生効率が上がらなくなる。 Lc ごとに d_{eff} を反転させることで、倍波の振幅の微分の符号反転をキャンセルできるので、結晶の長さ L を長くして発生効率を高めることができる。これを疑似位相整合という。発生効率の比較のグラフを示す。

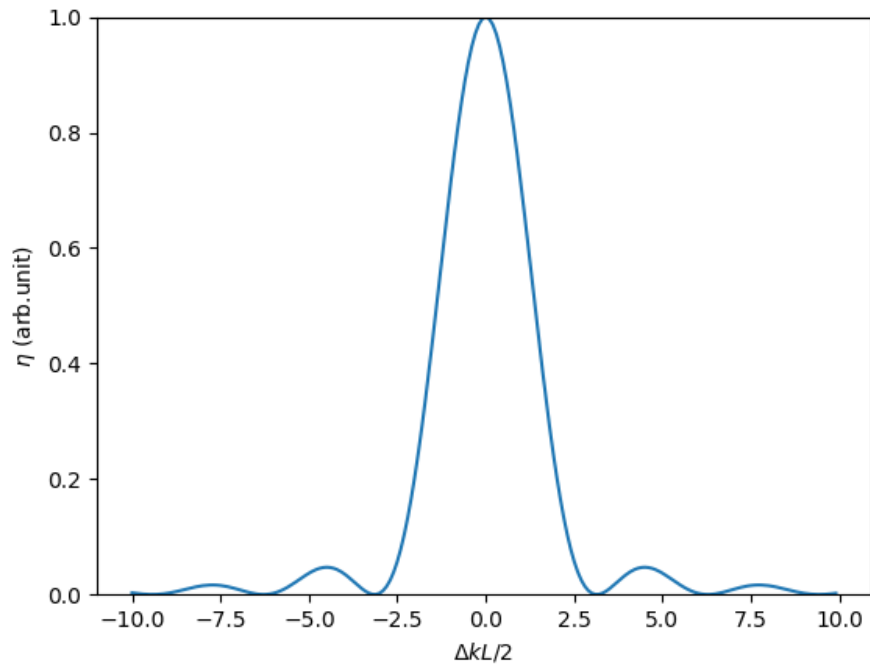


図 D.1 η と Δk の関係。

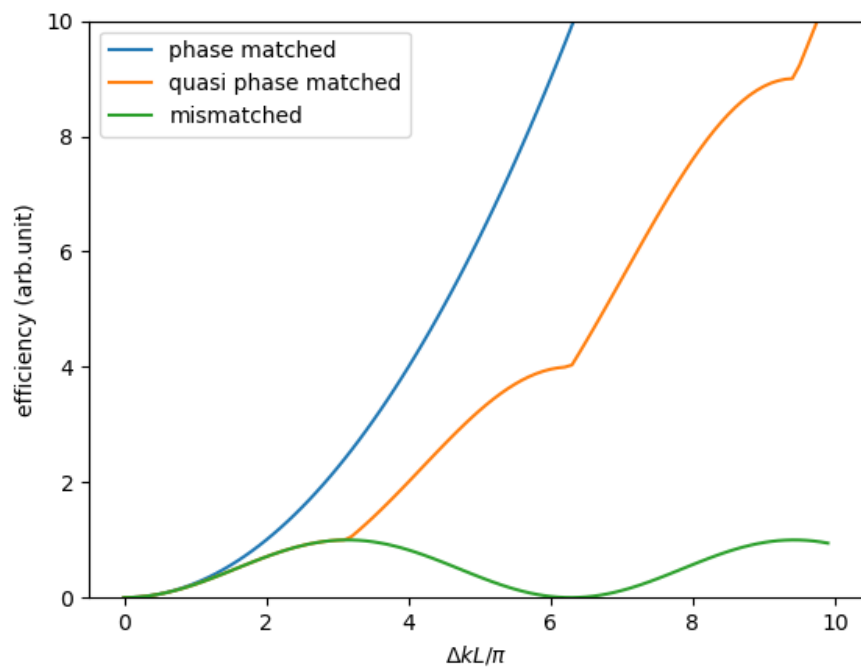


図 D.2 倍波の発生効率と結晶長の関係。

付録 E

電気光学効果

以下の議論は [60] を参考にした。

FM 分光を実行するためには、光の位相に変調をかける必要がある。そのためには、電気光学変調器 (EOM)(E.1、E.2) を用いる。この装置は、結晶に交流の高電圧を印加することにより、電場により屈折率が変化するという電気光学効果を引き起こし、光路長に周期的な変化を与えることで、光の位相に変調をかけるものである。このことについて説明する。

一般に媒質を構成する電子系は非線形なポテンシャルによって束縛されているため、その外部電場に対する応答は非線形であり、外場が強くなるにつれてその非線形性は強くなる。この非線形性はマクロにはその媒質の誘電率テンソルの電場依存性として現れる。この効果を非線形光学効果とよぶ。反転非対称である媒質には電場の偶数次の非線形光学効果が発生する。二次の非線形光学効果をポッケルス効果と呼ぶ。ここではポッケルス効果について考える。

媒質中の電束密度 D_i と外部電場 E_i は誘電率テンソルで結ばれている。 n 次の非線形項は n 回の非線形光学効果を表し、その性質は $n + 1$ 階のテンソルで記述される。今は 2 次までを考えるので、次のように表現できる。

$$D_i = \epsilon_0(E_i + \chi_{ij}^{(1)} E_j + \chi_{ijk}^{(2)} E_j E_k) \quad (\text{E.1})$$

$$= \epsilon_0(\delta_{ij} + \chi_{ij}^{(1)} + \chi_{ijk}^{(2)} E_k) E_j \quad (\text{E.2})$$

ただし i, j, k はそれぞれ 1, 2, 3 のいずれかをとり、数字は方向を表す。 $\chi_{ijk}^{(2)}$ は最初の二つの添え字について対称であるから、18 個の独立な成分からなる。独立な成分のみを表現するために、最初の二つの添え字の組 $\{i, j\}$ から自然数 $\{l\}$ への対応を表 E のように定めて、 $\chi_{ijk}^{(2)}$ の代わりに縮約表現 $\chi_{lk}^{(2)}$ を用いることが多い。後述の電気光学係数にも同様の表現が使われる。

表 E.1 縮約表現

ij	11	22	33	12,21	23,32	31,13
l	1	2	3	4	5	6

$$\delta_{ij} + \chi_{ij}^{(1)} + \chi_{ijk}^{(2)} E_k \quad (\text{E.3})$$

と表現される比誘電率テンソルを対角化したときの (i, i) 成分が x_i 方向へ進む光に対する屈折率となる。以下では $\chi_{ij}^{(1)}$ を対角化するような基底を軸にとって考察を進める。 $1 + \chi_{ii}^{(1)} = \epsilon_i^r$ と定義する。電場がない時の i 方向への屈折率 n_i は $n_i^2 = \epsilon_i^r$ を満たす。LiNbO₃ などの点群 3m の媒質にある一つの方法からのみ外部電場がかかっている場合を考える。つまり、外部電場が $\mathbf{E} = (0, 0, E_3)$ とあらわされる状況である。点群 3m のもつ対称性から主軸の方向は変化せず、誘電率は次のようになる。

$$\epsilon_{ii} = \epsilon_0(\epsilon_i^r + \chi_{ii3}^{(2)} E_3) = \epsilon_0 \epsilon_i'^r \quad (\text{E.4})$$

また、一つの主軸方向の誘電率が他の主軸方向と異なる値を持つ。それぞれの主軸方向の直線偏光が異常光および正常光に対応する。こうして、電場をかけた場合とかけない場合の屈折率の差は、次のようになることがわかる。

$$\Delta n_i = \sqrt{\epsilon_i'^r} - \sqrt{\epsilon_i^r} = \frac{1}{2} \frac{\chi_{ii3}^{(2)} E_3}{\sqrt{\epsilon_i^r}} + \mathcal{O}(E^2) = \frac{1}{2} \frac{\chi_{ii3}^{(2)} E_3}{n_i} + \mathcal{O}(E^2) \quad (\text{E.5})$$

電気光学係数を次のように定義する。

$$r_{ijk} = -\frac{\chi_{ijk}^{(2)}}{(\epsilon_{ij}/\epsilon_0)^2} \quad (\text{E.6})$$

電気光学係数を用いて屈折率の変化を表すと、次のようになる。

$$\Delta n_i = -\frac{1}{2} n_i^3 r_{ii3} E_3 \quad (\text{E.7})$$

実験で用いた LiNbO₃ 結晶では、屈折率は $n_3 = 2.3$ であり、電気光学係数は $r_{333} = 30 \text{ pm/V}$ (縮約表現では r_{33}) が最も大きく、この方向の直線偏光を結晶に通して実験を行った。結晶のサイズは図 E.3 において、 $L = 20 \text{ mm}$ 、 $d = 3 \text{ mm}$ である。

$E = V/l$ から、結晶にかかる電圧が V であるときと 0 であるときの光路長の差は、

$$\Delta L = \Delta n_3 l = -\frac{n_3^3 r_{33}}{2} \frac{V}{d} l \quad (\text{E.8})$$

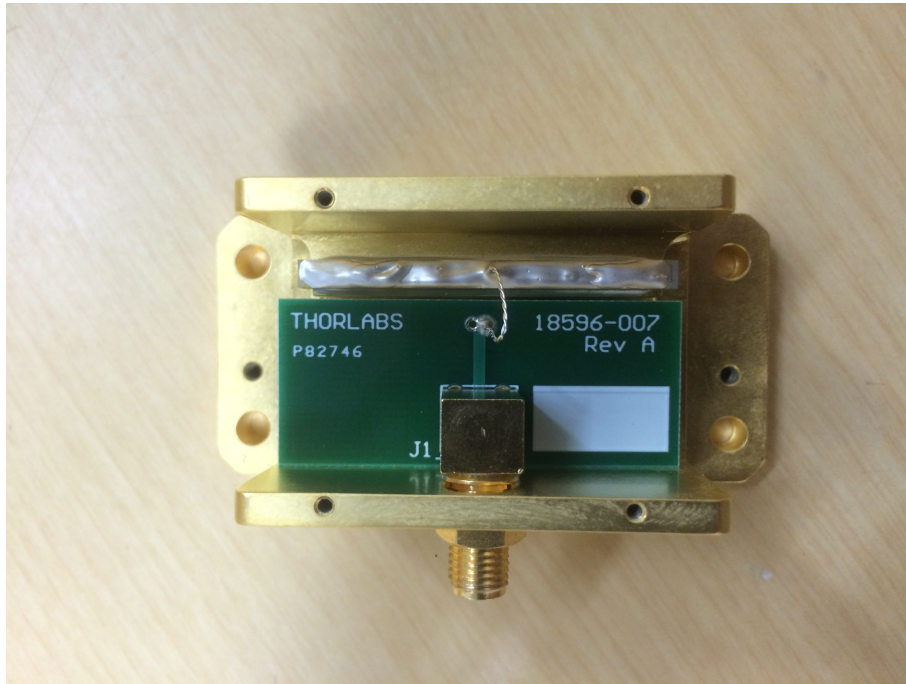


図 E.1 EOM の結晶の写真:上から見た図

であり、位相に直すと、

$$\Delta\phi = \Delta L \frac{2\pi}{\lambda} = -\frac{n_3^3 r_{33}}{2} \frac{V}{d} \frac{2\pi}{\lambda} l \quad (\text{E.9})$$

となる。

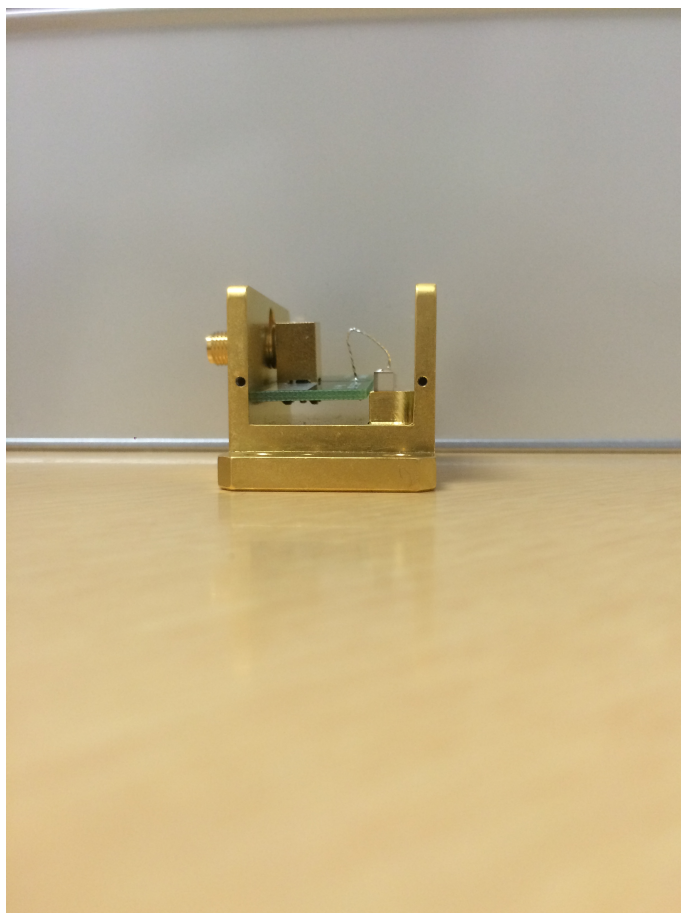


図 E.2 EOM の結晶の写真:横から見た図

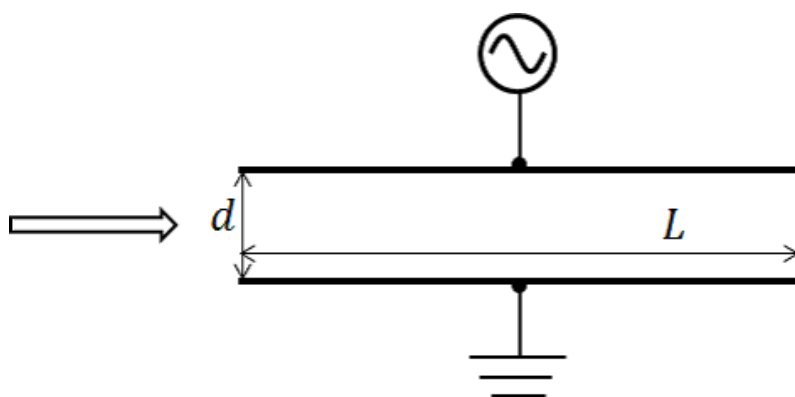


図 E.3 EOM の形状

謝辞

この論文は、私の東京大学大学院総合文化研究科関連基礎科学系鳥井研究室における研究の成果をまとめたものです。本研究に取り組むにあたって多くの方々からのご指導、ご協力をいただきました。この場をお借りして、感謝の意を表したいと思います。指導教官である鳥井寿夫准教授には、この研究を進める過程で、ミーティングなどにおける議論や実験を通して格別のご指導を頂きました。鳥井寿夫先生は、私が研究の途中、道に迷って狐疑逡巡していると、いつもその中で困難を分割し、状況を明快にし、適切な指針を与えてくださいました。助教の青木貴稔氏には、実験を進めている途中に幾度となく助けていただきました。また、論文執筆にあたって、多くの助言、ご指摘をいただきました。また、ご多忙であるにもかかわらず、私の幼稚な質問に対しても真剣に付き合ってくださいました。後輩の佐藤拓海氏とは、Sr 原子の磁気光学トラップ実現に向けて共に実験を行ってきました。彼の実験のセンスやアイディアの豊富さには驚かされるばかりで、教えることよりも教わることのほうが多かったのではないかと思います。さらには論文執筆の際の図の作成にも協力していただきました。後輩の下村優輔氏には、ミーティングなどで豊富な意見をいただきました。また、研究以外の面で、趣味趣向が似ていることもあり、精神的に大きな支えとなってくれました。家族には研究生活を送るうえであらゆる面で助けられました。感謝しています。最後になりましたが、本研究を行うにあたり、お世話になった全ての方々に深く感謝申し上げます。本当にありがとうございました。

参考文献

- [1] Andrei Derevianko and Hidetoshi Katori. Physics of optical lattice clocks. *Rev. Mod. Phys.*, 83:331–347, May 2011.
- [2] B. J. Bloom, T. L. Nicholson, J. R. Williams, S. L. Campbell, M. Bishof, X. Zhang, W. Zhang, S. L. Bromley, and J. Ye. An optical lattice clock with accuracy and stability at the 10⁻¹⁸ level. *Nature*, 506:71, Feb 2014.
- [3] Ichiro Ushijima, Masao Takamoto, Manoj Das, Takuya Ohkubo, and Hidetoshi Katori. Cryogenic optical lattice clocks. *Nat. Photonics*, 9:185, 2015.
- [4] Hidetoshi Katori, Masao Takamoto, V. G. Pal’chikov, and V. D. Ovsiannikov. Ultrastable optical clock with neutral atoms in an engineered light shift trap. *Phys. Rev. Lett.*, 91:173005, Oct 2003.
- [5] Arne Bjerhammar. On a relativistic geodesy. *Bulletin géodésique*, 59(3):207–220, Sep 1985.
- [6] S. B. Koller, J. Grotti, St. Vogt, A. Al-Masoudi, S. Dörscher, S. Häfner, U. Sterr, and Ch. Lisdat. Transportable optical lattice clock with 7×10^{-17} uncertainty. *Phys. Rev. Lett.*, 118:073601, Feb 2017.
- [7] Atsushi Yamaguchi, Miho Fujieda, Motohiro Kumagai, Hidekazu Hachisu, Shigeo Nagano, Ying Li, Tetsuya Ido, Tetsushi Takano, Masao Takamoto, and Hidetoshi Katori. Direct comparison of distant optical lattice clocks at the 10⁻¹⁶ uncertainty. *Applied Physics Express*, 4(8):082203, Aug 2011.
- [8] J. E. Sansonetti and G. Nave. Wavelengths, transition probabilities, and energy levels for the spectrum of neutral strontium (SrI). *Journal of Physical and Chemical Reference Data*, 39(3):033103, 2010.
- [9] Xinye Xu, Thomas H. Loftus, John L. Hall, Alan Gallagher, and Jun Ye. Cooling and trapping of atomic strontium. *J. Opt. Soc. Am. B*, 20(5):968–976, May 2003.
- [10] P. G. Mickelson, Y. N. Martinez de Escobar, P. Anzel, B. J. DeSalvo, S. B. Nagel, A. J. Traverso, M. Yan, and T. C. Killian. Repumping and spectroscopy

- of laser-cooled sr atoms using the $(5s5p)^3P_2 - (5s4d)^3D_2$ transition. *J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys.*, 42(23):235001, 2009.
- [11] S. B. Nagel, C. E. Simien, S. Laha, P. Gupta, V. S. Ashoka, and T. C. Killian. Magnetic trapping of metastable 3P_2 atomic strontium. *Phys. Rev. A*, 67:011401, Jan 2003.
 - [12] N. Poli, R. E. Drullinger, G. Ferrari, J. Léonard, F. Sorrentino, and G. M. Tino. Cooling and trapping of ultracold strontium isotopic mixtures. *Phys. Rev. A*, 71:061403, Jun 2005.
 - [13] Xinye Xu, Thomas H. Loftus, John L. Hall, Alan Gallagher, and Jun Ye. Cooling and trapping of atomic strontium. *J. Opt. Soc. Am. B*, 20(5):968–976, May 2003.
 - [14] Timothy P. Dinneen, Kurt R. Vogel, Ennio Arimondo, John L. Hall, and Alan Gallagher. Cold collisions of $\text{Sr}^* - \text{Sr}$ in a magneto-optical trap. *Phys. Rev. A*, 59:1216–1222, Feb 1999.
 - [15] Masami Yasuda and Hidetoshi Katori. Lifetime measurement of the 3P_2 metastable state of strontium atoms. *Phys. Rev. Lett.*, 92:153004, Apr 2004.
 - [16] Andrew J. Daley, Martin M. Boyd, Jun Ye, and Peter Zoller. Quantum computing with alkaline-earth-metal atoms. *Phys. Rev. Lett.*, 101:170504, Oct 2008.
 - [17] Simon Stellmer, Benjamin Pasquiou, Rudolf Grimm, and Florian Schreck. Laser cooling to quantum degeneracy. *Phys. Rev. Lett.*, 110:263003, Jun 2013.
 - [18] P. Bohlouli-Zanjani, K. Afrousheh, and J. D. D. Martin. Optical transfer cavity stabilization using current-modulated injection-locked diode lasers. *Review of Scientific Instruments*, 77(9), 2006.
 - [19] Thomas H. Loftus, Tetsuya Ido, Martin M. Boyd, Andrew D. Ludlow, and Jun Ye. Narrow line cooling and momentum-space crystals. *Phys. Rev. A*, 70:063413, Dec 2004.
 - [20] 例えば、HighFinesse WS8-2 波長計は 2 MHz の絶対精度を持つ。 .
 - [21] Yusuke Hayakawa, Takumi Sato, Chika Watanabe, Takatoshi Aoki, and Yoshio Torii. Doppler-free spectroscopy of metastable sr atoms using a hollow cathode lamp. *Appl. Opt.*, 57(6):1450–1454, Feb 2018.
 - [22] Matthew A. Norcia and James K. Thompson. Simple laser stabilization to the strontium ^{88}Sr transition at 707 nm. *Review of Scientific Instruments*, 87(2):023110, 2016.
 - [23] E. W. Streed, T. J. Weinhold, and D. Kielpinski. Frequency stabilization of an ultraviolet laser to ions in a discharge. *Applied Physics Letters*, 93(7):071103, 2008.

- [24] J. L. Hall, L. Hollberg, T. Baer, and H. G. Robinson. Optical heterodyne saturation spectroscopy. *Applied Physics Letters*, 39(9):680–682, 1981.
- [25] Kristan L. Corwin, Zheng-Tian Lu, Carter F. Hand, Ryan J. Epstein, and Carl E. Wieman. Frequency-stabilized diode laser with the zeeman shift in an atomic vapor. *Appl. Opt.*, 37(15):3295–3298, May 1998.
- [26] Taro Hasegawa and Mitsuyasu Deguchi. Laser frequency locking by dispersive response of atoms in transversal magnetic field. *J. Opt. Soc. Am. B*, 26(6):1216–1220, Jun 2009.
- [27] Jae Ihn Kim, Chang Yong Park, Jin Yong Yeom, Eok Bong Kim, and Tai Hyun Yoon. Frequency-stabilized high-power violet laser diode with an ytterbium hollow-cathode lamp. *Opt. Lett.*, 28(4):245–247, Feb 2003.
- [28] Ichiro Sasada. 円筒形磁気シールドの形状と特性. *T.IEE Japan*, 121-A(12), 2001.
- [29] Yusuke Hayakawa, Yusuke Shimomura, Takumi Sato, Takatoshi Aoki, and Yoshio Torii. Birefringent atomic vapor laser lock in a hollow cathode lamp. *in preparation*, 2019.
- [30] Simon Stellmer and Florian Schreck. Reservoir spectroscopy of $5s5p\ ^3P_2$ - $5snd\ ^3D_{1,2,3}$ transitions in strontium. *Phys. Rev. A*, 90:022512, Aug 2014.
- [31] 高村秀一. プラズマ理工学入門. 森北出版, 1997.
- [32] 原 雅則、酒井 洋輔. 気体放電論. 朝倉書店, 2011.
- [33] P. W. Smith and R. Hänsch. Cross-relaxation effects in the saturation of the 6328-Å neon-laser line. *Phys. Rev. Lett.*, 26:740–743, Mar 1971.
- [34] A. Sasso, G.M. Tino, M. Inguscio, N. Beverini, and M. Francesconi. Investigation of collisional lineshapes of neon transitions in noble gases’ mixtures. *Il Nuovo Cimento D*, 10(8):941–957, 1988.
- [35] Changmin Lee, G. Z. Iwata, E. Corsini, J. M. Higbie, S. Knappe, M. P. Ledbetter, and D. Budker. Small-sized dichroic atomic vapor laser lock. *Review of Scientific Instruments*, 82(4):043107, 2011.
- [36] Barbara Fazio, Onofrio M. Marago, and Maurizio Musso. Magnetic induced dichroism and frequency stabilization of violet-blue diode lasers on gallium atomic transitions. *J. Opt. Soc. Am. B*, 22:1325–1329, 06 2005.
- [37] Sho Okubo, Kana Iwakuni, and Taro Hasegawa. Modulation-free laser frequency stabilization to a saturated sub-Doppler spectral line in a transversal magnetic field. *Optics Communications*, 285(20):4107 – 4111, 2012.
- [38] Frank G. Lether. Constrained near-minimax rational approximations to dawson’s integral. *Applied Mathematics and Computation*, 88(2):267 – 274, 1997.

- [39] Yosuke Shimada, Yuko Chida, Nozomi Ohtsubo, Takatoshi Aoki, Makoto Takeuchi, Takahiro Kuga, title = "A simplified 461-nm laser system using blue laser diodes Torii, Yoshio", and a hollow cathode lamp for laser cooling of Sr. *Review of Scientific Instruments*, 84(6):063101, 2013.
- [40] Sebastian D. Saliba, Mark Junker, Lincoln D. Turner, and Robert E. Scholten. Mode stability of external cavity diode lasers. *Appl. Opt.*, 48(35):6692–6700, Dec 2009.
- [41] 後藤憲一、山崎修一郎. 詳解電磁気学演習. 共立出版, 1970.
- [42] A. Mager. Magnetic shielding efficiencies of cylindrical shells with axis parallel to the field. *Journal of Applied Physics*, 39(3):1914–1914, 1968.
- [43] A. Mager. Magnetic shields. *IEEE Transactions on Magnetics*, 6(1):67–75, March 1970.
- [44] Harold J. Metcalf, Peter van der Stranten. Laser cooling and trapping. Springer, 1990.
- [45] E. L. Raab, M. Prentiss, Alex Cable, Steven Chu, and D. E. Pritchard. Trapping of neutral sodium atoms with radiation pressure. *Phys. Rev. Lett.*, 59:2631–2634, Dec 1987.
- [46] Christopher J. Foot. Atomic physics. Oxford, 2005.
- [47] James M. Supplee, Edward A. Whittaker, and Wilfried Lenth. Theoretical description of frequency modulation and wavelength modulation spectroscopy. *Appl. Opt.*, 33(27):6294–6302, Sep 1994.
- [48] Daisuke Akamatsu, Masami Yasuda, Takuya Kohno, Atsushi Onae, and Feng-Lei Hong. A compact light source at 461 nm using a periodically poled linbo3 waveguide for strontium magneto-optical trapping. *Opt. Express*, 19(3):2046–2051, Jan 2011.
- [49] Gary C. Bjorklund. Frequency-modulation spectroscopy: a new method for measuring weak absorptions and dispersions. *Opt. Lett.*, 5(1):15–17, Jan 1980.
- [50] J. L. Hall, L. Hollberg, T. Baer, and H. G. Robinson. Optical heterodyne saturation spectroscopy. *Applied Physics Letters*, 39(9):680–682, 1981.
- [51] N. Baguer, A. Bogaerts, and R. Gijbels. Hybrid model for a cylindrical hollow cathode glow discharge and comparison with experiments. *Spectrochimica Acta Part B: Atomic Spectroscopy*, 57(2):311 – 326, 2002.
- [52] R. L. Cavasso-Filho, A. Mirage, A. Scalabrin, D. Pereira, and F. C. Cruz. Laser spectroscopy of calcium in hollow-cathode discharges. *J. Opt. Soc. Am. B*, 18(12):1922–1927, Dec 2001.

- [53] E. Arimondo, M. Inguscio, and P. Violino. Experimental determinations of the hyperfine structure in the alkali atoms. *Rev. Mod. Phys.*, 49:31–75, Jan 1977.
- [54] Simon Stellmer. Degenerate quantum gases of strontium. *The University of Innsbruck*, Ph.D thesis, 2013.
- [55] Stephan M. Heider and Gilbert O. Brink. Hyperfine structure of ^{87}Sr in the 3P_2 metastable state. *Phys. Rev. A*, 16:1371–1374, Oct 1977.
- [56] P. J. Ungar, D. S. Weiss, E. Riis, and Steven Chu. Optical molasses and multilevel atoms: theory. *J. Opt. Soc. Am. B*, 6(11):2058–2071, Nov 1989.
- [57] J. Dalibard and C. Cohen-Tannoudji. Laser cooling below the Doppler limit by polarization gradients: simple theoretical models. *J. Opt. Soc. Am. B*, 6(11):2023–2045, Nov 1989.
- [58] Jan Grünert and Andreas Hemmerich. Sub-Doppler magneto-optical trap for calcium. *Phys. Rev. A*, 65:041401, Mar 2002.
- [59] Takashi Mukaiyama, Hidetoshi Katori, Tetsuya Ido, Ying Li, and Makoto Kuwata-Gonokami. Recoil-limited laser cooling of ^{87}Sr atoms near the fermi temperature. *Phys. Rev. Lett.*, 90:113002, Mar 2003.
- [60] 服部利明. 非線形光学入門. 裳華房, 2009.