

博士論文

連続繊維強化樹脂からなる網目構造の
製造法を考慮した最適設計に関する研究

下中 淳史

SHITANAKA, Atsushi

目次

目次	1
用語	6
第 1 章 序論	11
1.1 研究の背景	11
1.1.1 繊維強化樹脂	11
1.1.2 積層板	14
1.1.3 可変剛性設計	15
1.1.4 構造設計最適化	16
1.1.5 自動製造技術	17
1.2 研究の焦点	19
1.2.1 課題	19
1.2.2 研究目的	21
1.3 論文の構成	21
第 2 章 網目構造設計最適化法の提案： 繊維の切断・交差の回避	23
2.1 緒言	23
2.2 最適化法の構築	23
2.2.1 最適化の概要	23
2.2.2 繊維の切断と一筆書きの対応	24

2.2.3	グラフ理論	25
2.2.4	オイラーの一筆書きの定理	27
2.2.5	構造設計最適化法	29
2.2.6	最適化法への組み込み	32
2.2.7	二色定理	33
2.2.8	繊維の交差と自己交差・頂点での交差	35
2.2.9	最適化法のまとめ	37
2.3	数値実験	47
2.3.1	概要	47
2.3.2	実験 1 : 基本的問題	47
2.3.2.1	問題設定	47
2.3.2.2	結果と議論	49
2.3.3	実験 2 : 初期体積の変更	53
2.3.3.1	問題設定	53
2.3.3.2	結果と議論	55
2.3.4	実験 3 : メッシュ密度の変更	57
2.3.4.1	問題設定	57
2.3.4.2	結果と議論	59
2.3.5	実験 4 : メッシュパターンの変更	61
2.3.5.1	問題設定	61
2.3.5.2	結果と議論	62
2.3.6	実験 5 : 境界条件の変更	65
2.3.6.1	問題設定	65
2.3.6.2	結果と議論	67
2.3.7	実験 6 : 目標体積の変更	70
2.3.7.1	問題設定	70
2.3.7.2	結果と議論	71
2.3.8	実験 7 : 切断と交差の条件の解除	72

	2.3.8.1	問題設定	72
	2.3.8.2	結果と議論	72
	2.3.9	実験 8 : 境界条件が体積とひずみエネルギーの関係に与える影響	75
	2.3.9.1	問題設定	75
	2.3.9.2	結果と議論	75
2.4		第 2 章のまとめ	77
第 3 章	製造性の検証 :		
	切断・交差を考慮することの		
	影響の調査		
			78
3.1		緒言	78
3.2		評価法の構築	78
	3.2.1	評価の概要	78
	3.2.2	切断を回避する場合	79
	3.2.2.1	製造距離とオイラーグラフの対応	79
	3.2.2.2	構造設計最適化との対応	80
	3.2.3	切断を回避しない場合	81
	3.2.3.1	製造距離と中国郵便配達人問題の対応	81
	3.2.3.2	中国郵便配達人問題	81
	3.2.3.3	最小重み完全マッチング問題	84
	3.2.4	評価法のまとめ	85
3.3		数値実験	85
	3.3.1	問題設定	85
	3.3.2	結果と議論	86
	3.3.2.1	空走の影響	86
	3.3.2.2	製造距離とひずみエネルギーの関係	88
	3.3.2.3	空走距離と体積の関係	89
3.4		第 3 章のまとめ	89

第 4 章	最適化法の拡張：	
	より実用的な手法への展開	91
4.1	緒言	91
4.2	拡張された最適化法の構築	91
4.2.1	拡張の概要	91
4.2.2	構造設計最適化法	92
4.2.3	無限小剛性	92
4.2.4	頂点の寄与度に基づく設計更新	94
4.2.5	設計変数の多段階化	94
4.2.6	応力制約	95
4.2.7	拡張のまとめ	96
4.3	数値実験	98
4.3.1	実験 1：基本的問題	98
4.3.1.1	問題設定	98
4.3.1.2	結果と議論	98
4.3.2	実験 2：頂点の寄与度に基づく設計更新	102
4.3.2.1	問題設定	102
4.3.2.2	結果と議論	102
4.3.3	実験 3：設計変数の 3 段階化	105
4.3.3.1	問題設定	105
4.3.3.2	結果と議論	105
4.3.4	実験 4：応力制約	109
4.3.4.1	問題設定	109
4.3.4.2	結果と議論	109
4.4	第 4 章のまとめ	113
第 5 章	結論	114
	参考文献	116

業績一覽

125

謝辭

128

用語

AFP	自動繊維配置 (Automated Fiber Placement)
BESO	双方向進化的構造最適化 (Bi-directional Evolutionary Structural Optimization)
CMTS	連続複数トウせん断 (Continuous Multiple Tow Shearing)
CPP	中国郵便配達人問題 (Chinese Postman Problem)
CTS	連続トウせん断 (Continuous Tow Shearing)
DFM	製造向け設計 (Design For Manufacturing)
ESO	進化的構造最適化 (Evolutionary Structural Optimization)
FEA	有限要素解析 (Finite Element Analysis)
FEM	有限要素法 (Finite Element Method)
FRP	繊維強化樹脂 (Fiber Reinforced Polymer, Fiber Reinforced Plastic)
FW	フィラメントワインディング (Filament Winding)
GSM	グラウンドストラクチャ法 (Ground Structure Method)
KBP	ケーニヒスベルクの橋の問題 (Königsberg Bridges Problem)
OFM	製造向け最適化 (Optimization For Manufacture)

PAN	ポリアクリロニトリル (PolyAcryloNitrile)
PBF	粉末床溶融結合 (Powder Bed Fusion)
SERA	逐次要素退入場 (Sequential Element Rejection and Admission)
VF	体積含有率 (Volume Fraction)
VSD	可変剛性設計 (Variable Stiffness Design)
A	行列. 大文字の太字の立体で表す.
a	ベクトル. 小文字の太字の立体で表す.
$\ \mathbf{a}\ $	ベクトル a のノルム
b_i	辺 e_i の断面の幅
b^{\max}	辺の断面幅の最大値
d	グラフが配置される空間の次元 (Dimension). 平面に配置するとき $d = 2$.
$\deg(v_i)$	頂点 v_i の次数 (degree). 頂点 v_i に接続する辺の数.
$\mathbf{d}_i = [d_{ix}, d_{iy}]^T$	頂点 v_i の変位ベクトル
d_{ix}	頂点 v_i の変位の, x 軸方向成分
d_{iy}	頂点 v_i の変位の, y 軸方向成分
E	弾性率 (Elastic modulus), ヤング率 (Young's modulus), 剛性 (Stiffness)
$E_G = \{e_1, \dots\}$	辺の集合
$ E_G $	辺の総数
$e_i = \{v_j, v_k\}$	辺 (Edge). 対象物 (すなわち, 頂点) の関係性.
ε	ひずみベクトル. FEM において, 全要素の軸方向ひずみを並べたもの.
$\varepsilon^{\text{offset}}$	小さな正数. 設計変数 s_i の下限値として用いる.
f	力ベクトル. FEM において, 全節点の力の自由度を並べたもの.

$f_i = \{e_j, e_k, e_l\}$	面 (Face). 平面グラフの辺が囲む領域で, 内側に他の辺がないもの.
f^{obj}	目的関数
\tilde{f}^{obj}	修正目的関数
$\frac{\partial \tilde{f}^{\text{obj}}}{\partial s_i}$	設計感度
f_x	力の x 軸方向成分
f_y	力の y 軸方向成分
$G = (V_G, E_G)$	グラフ. 対象物の関係性を表す.
h	辺の断面の高さ
\mathbf{K}	剛性行列 (Stiffness matrix)
\mathbf{K}_i	設計変数 s_i が設定された要素の, 剛性行列 \mathbf{K} への寄与
\mathbf{K}_{ij}	面 f_i に属する辺 e_j の, 剛性行列 \mathbf{K} への寄与
L	辺の総延長
l_i	辺 e_i の長さ
L^{idle}	空走距離 (Idle route length). ヘッドが繊維を繰り出していない運転距離.
$L^{\text{productive}}$	実走距離 (Productive route length). ヘッドが繊維を繰り出している運転距離.
L^{total}	製造距離 (Total route length). ヘッドの総運転距離. ヘッドが動く道のりの長さ.
$\max(\sigma_i)$	辺の軸方向応力の絶対値の最大値
$\boldsymbol{\mu}$	随伴ベクトル
$\mathbf{p}_i = [x_i, y_i]^T$	頂点 v_i の座標
$\mathbf{q}_i(t) = [x_i(t), y_i(t)]^T$	時刻 t における頂点 v_i の座標
\mathbf{R}	リジディティ行列. 組合せ剛性理論における無限小剛性に関する.
$\mathbf{r}_{jk} = [\cos(\theta_{jk1}), \cos(\theta_{jk2})]^T$	辺 $e_i = \{v_j, v_k\}$ についての, $v_j \rightarrow v_k$ 向きの方向

	余弦
$\text{rank}(\mathbf{A})$	行列 \mathbf{A} のランク
r^P	進捗率 (Progression rate)
$r^{P, \text{init}}$	進捗率の初期値
Δr^P	進捗率の逡減率 (Diminishing rate)
r^S	平滑化率 (Smoothing rate)
$r^{S, \text{init}}$	平滑化率の初期値
Δr^S	平滑化率の逡減率 (Diminishing rate)
s_i	設計変数
$\boldsymbol{\sigma}$	応力ベクトル. FEM において, 全要素の軸方向応力を並べたもの.
σ_i	辺 e_i の軸方向応力 (厳密には, 応力度)
$\sigma_Y (> 0)$	強度
$(\cdot)^T$	ベクトルや行列の転置 (Transpose). 右上付きの T で表す.
t	時刻 (Time)
\mathbf{u}	変位ベクトル. FEM において, 全節点の変位の自由度を並べたもの.
u_x	変位の x 軸方向成分
u_y	変位の y 軸方向成分
V	構造全体の体積 (Volume)
$V^f = V/V^{\max}$	体積分率. 構造全体の体積の, 最大値に対する割合.
$V^{f, \text{init}}$	体積分率の初期値
$V^{f, \text{target}}$	体積分率の目標値
$V_G = \{v_i, \dots\}$	頂点の集合
$ V_G $	頂点の総数
v_i	頂点 (Vertex). 関係性を見出す対象物.

V^{\max}	構造全体の体積の最大値
x	第一座標軸, 座標
x_i	頂点 v_i の x 座標
y	第二座標軸, 座標
y_i	頂点 v_i の y 座標

第 1 章

序論

1.1 研究の背景

1.1.1 繊維強化樹脂

繊維強化樹脂 (Fiber Reinforced Polymer: FRP)^{*1}は, Fig. 1.1 のように極めて細い繊維を樹脂に埋め込んだ材料である. 繊維としては, 炭素繊維, ガラス繊維等が用いられる. 樹脂としては, エポキシ樹脂等が用いられる.

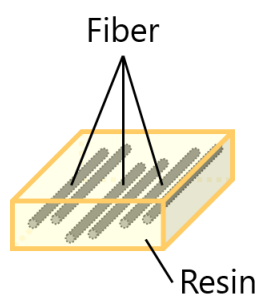


Fig. 1.1 Structure of Fiber Reinforced Polymer (FRP)

繊維は, 剛性・強度が高いという特徴を持つ. 剛性が高いのは, 繊維の分子構造

^{*1} Fiber Reinforced Plastic と呼ばれる場合も多い.

が規則的であるからである。例えば炭素繊維は、代表的にはポリアクリロニトリル (PolyAcryloNitrile: PAN) から Fig. 1.2 のように作られ [1], Fig. 1.3 のように繊維長手方向に強固な結合を有する。

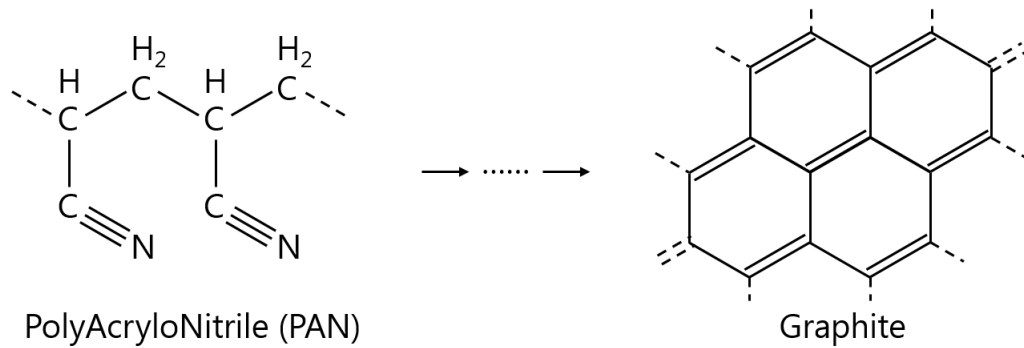


Fig. 1.2 PolyAcryloNitrile (PAN) and Graphite

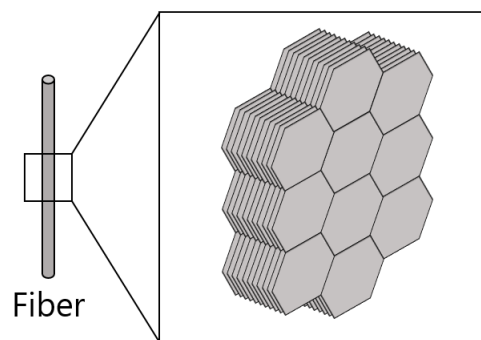


Fig. 1.3 Structure of fiber

強度が高いのは、繊維が細いほど Fig. 1.4 のように繊維内部の欠陥の影響を小さくできるからである。

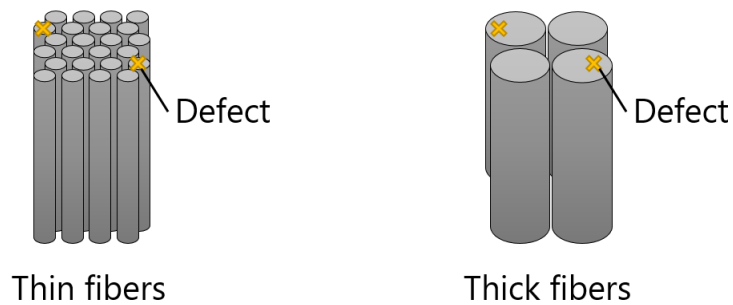


Fig. 1.4 Fibers and defects

繊維を樹脂に埋め込むのは、繊維を樹脂で支え、材料としての形状を保つためである。

単位質量あたりの剛性・強度はそれぞれ比剛性・比強度と呼ばれる。鋼とアルミに比べ、炭素繊維強化樹脂の比剛性は2倍以上、比強度は5倍以上である。言い換えれば、ある剛性・強度を実現するために必要な炭素繊維の重量は、最も理想的には鋼・アルミを用いるときの2分の1・5分の1でよい。

繊維は Fig. 1.5 左のような非連続繊維（短繊維）を用いる場合と、Fig. 1.5 右のような連続繊維（長繊維）を用いる場合がある。

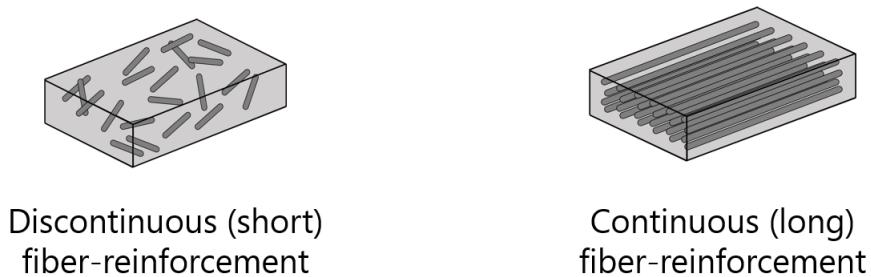


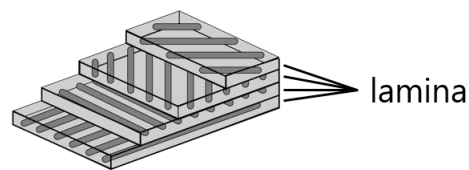
Fig. 1.5 Fiber reinforcement

樹脂は熱硬化性の樹脂を用いる場合と、熱可塑性の樹脂を用いる場合がある。一般に、連続繊維と熱硬化性樹脂を用いる FRP が最も機械的特性に優れ、非連続繊維と熱

可塑性樹脂を用いる FRP が最も量産性に優れる。航空宇宙分野では連続繊維，熱硬化性樹脂が用いられ，自動車分野では非連続繊維，熱可塑性樹脂が用いられる。

1.1.2 積層板

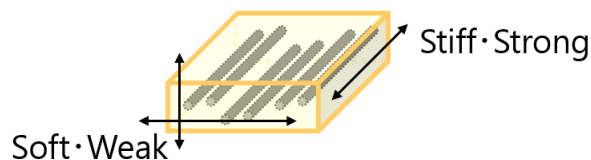
FRP の代表的な利用形態は，積層板 (Laminate) である。積層板は，Fig. 1.6 のように，単層板 (Lamina) と呼ばれる薄い層を複数重ねたものである。



Laminate = stacked laminae

Fig. 1.6 Laminate

単層板は，一方向に配向した繊維と樹脂からなる。Fig. 1.7 のように，単層板の剛性・強度は繊維に沿った方向で最も大きく，繊維に直交する方向で最も小さい。



Orthotropy: different properties in orthogonal directions

Fig. 1.7 Orthotropy

単層板のように，特性が方向によって異なる性質は異方性 (Anisotropy) と呼ばれる。単層板は特に，直交した方向で性質が代表される直交異方性 (Orthotropy) を持

つ. 異方性のある単層板をどの向きに回転させて重ねるかは積層構成と呼ばれ, 積層板は, 積層構成によって特性が変わる. 積層板は, 必要な方向に必要なだけ剛性と強度を発揮するように設計可能である.

積層板に含まれる繊維の機械的特性は, 一様な応力が発生するような構造で最も活かされる. 長方形板に対し, ある方向に引張応力 $a\sigma$ が働き, これに直交する方向に $b\sigma$ が働くときは, これらの方向に単層板を $a:b$ で配向した積層板が最も効率がよい. 球形の容器に圧力が働くときは, 球面内のあらゆる方向に均等な引張応力がかかるため, 球面内のあらゆる方向に均等に単層板を配向した積層板が最も効率がよい.

一方, 非一様な応力が発生するような構造では, 一様な積層構成は効率的でない. Fig. 1.8 のように面に応力状態が異なる場所 (A・B とする) があるとき, 最も効率的な積層構成は場所によって異なる (それぞれ積層構成 $\alpha \cdot \beta$ とする).

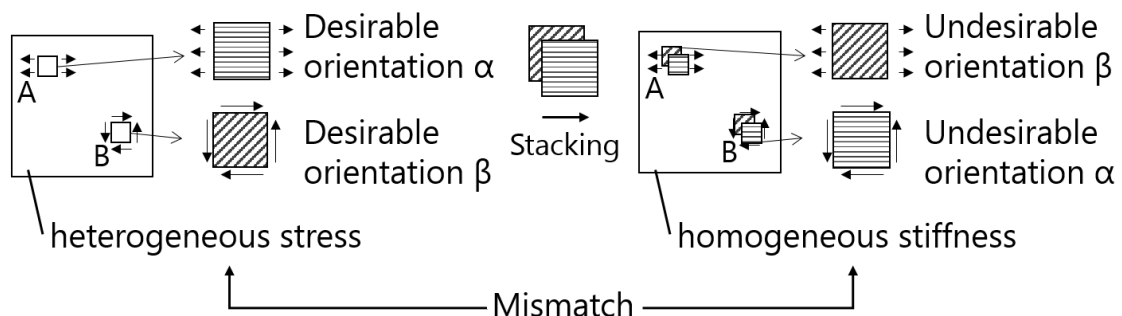


Fig. 1.8 Plate with heterogeneous stress and homogeneous stiffness

積層構成が一様であるとき, $\alpha \cdot \beta$ を両方含むような積層構成にせざるを得ない. そのような積層構成では, 場所 A では A で不要な積層構成 β が含まれ, 場所 B では B で不要な積層構成 α が含まれることになるため, 効率的でない. 非一様応力が発生するような構造で, 一様な積層構成を用いることは, 構造重量の増加に繋がってしまう.

1.1.3 可変剛性設計

可変剛性設計 (Variable Stiffness Design: VSD) という設計概念は, 積層構成を面で非一様とすることを許すものである. 積層板は単層板を重ねる時に繊維方向を可

変とし，面外方向に材料特性を変えるものであるが，VSD は単層板内の繊維方向を可変とし，面内方向の材料特性を変えるものである．Gurdal ら [2, 3] は，Fig. 1.9 のように面内で繊維を曲線的に配向することによって，積層板の剛性分布が非一様になることを示した．

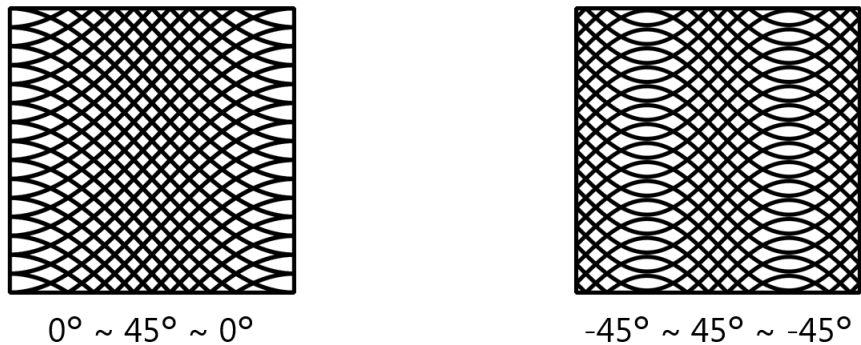


Fig. 1.9 Variable Stiffness Design (VSD) for plate by Gurdal et al.[2, 3]

VSD という設計概念のもとでは，非一様な応力が発生するような構造が，非一様な剛性分布を持つように設計でき，材料を効率的に利用することができる．

1.1.4 構造設計最適化

VSD という設計概念は，構造設計最適化法と組み合わせられながら発展してきた．

板に関しては，振動 [4] や座屈 [5, 6, 7] について適用が進み，切り欠きのある板 [8] 等にも適用が試みられている．

板のみならず，円筒 [9, 10, 11, 12]，楕円筒 [13] でも VSD の概念のもと設計最適化が行われている．例えば円筒では，最適化結果は Fig. 1.10 のようになっており，引張側に軸方向剛性が大きくなるような設計結果となっている [10]．

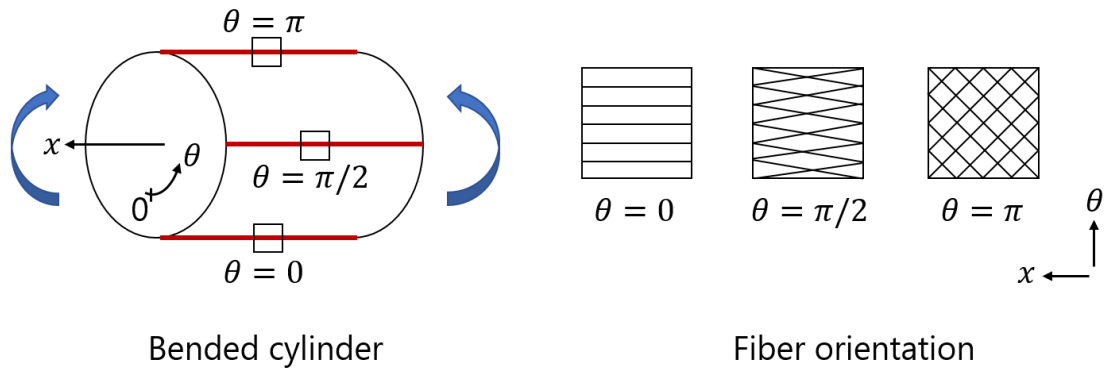


Fig. 1.10 Variable Stiffness Design (VSD) for cylinder

1.1.5 自動製造技術

自動製造技術は、可変剛性設計・構造設計最適化と関係が深い。

自動製造技術には、3D プリンタを用いる方法 [14, 15]，トウ・ロービングを置きながら縫い付ける方法 [16, 17]，トウをずらす方法 [18]，複数のトウを縫い付けながらずらす方法 [19] 等がある。

Fig. 1.11 のように、繰り出す繊維の幅を増やすことで製造は高速化される。

Fig. 1.12 に示す連続トウせん断 (Continuous Tow Shearing: CTS) は、繊維の帯の一方を押さえ、もう一方をずらす手法である。これは自動繊維配置 (Automated Fiber Placement: AFP) と類似する方法であるが、AFP で生じるような隙間や重複を回避することができる。

連続複数トウせん断 (Continuous Multiple Tow Shearing: CMTS) は、CTS に縫い付けの工程を加え、より広い幅で繊維を繰り出すことで、製造を高速化している。

これらの自動製造技術は、可変剛性設計された構造の製造を可能にしている。またこれらの方法は製造可能な構造の自由度が大きく、これらでの製造を見据えた構造設計最適化の取り組みが盛んに行われている。

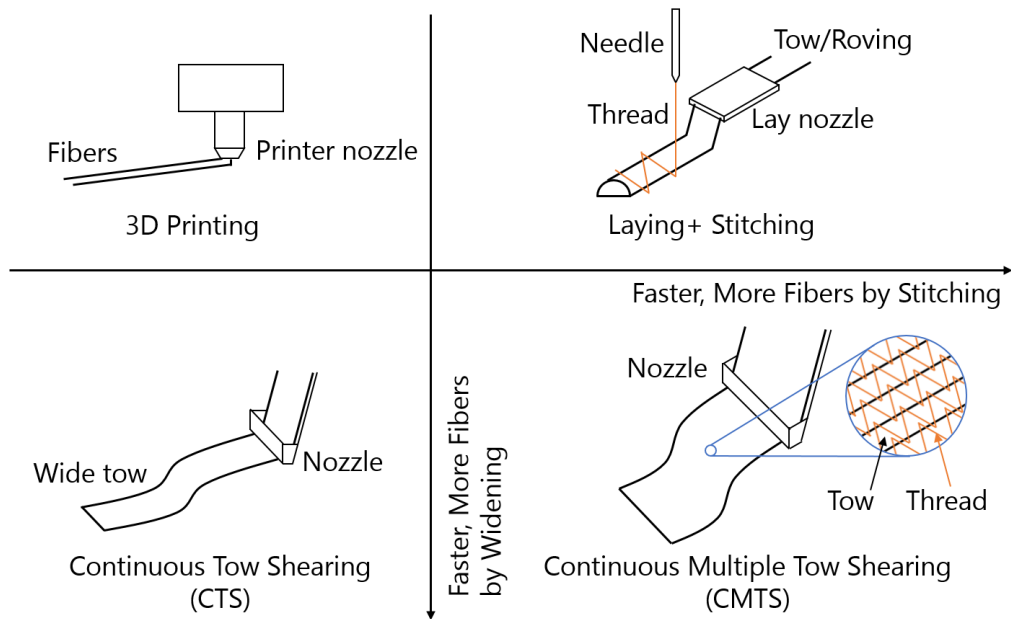


Fig. 1.11 Automated manufacturing methods: 3D Printing[15], Laying + Stitching[17], Continuous Tow Shearing (CTS)[18], Continuous Multiple Tow Shearing (CMTS)[19]

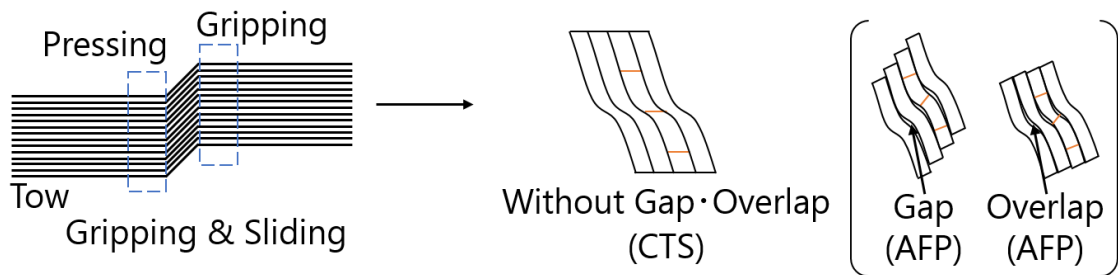


Fig. 1.12 Mechanism of Continuous Tow Shearing (CTS)[19, 18] (compared with Automated Fiber Placement (AFP))

1.2 研究の焦点

1.2.1 課題

研究背景で述べたように、繊維強化樹脂は積層板の形態で利用され、積層板の設計概念は可変剛性設計へ拡張され、可変剛性設計は構造設計最適化法と組み合わせられながら発展し、最適化された構造は自動製造技術によって製造されてきた。

このように繊維強化樹脂からなる構造は、板・殻のような連続的な構造において設計と製造法が発展する一方で、網目構造のような離散的構造においては、特に、最適化法と自動製造技術を関連させる上で未知の部分が多い。

繊維強化樹脂からなる網目構造は、円筒や円錐台形、円環、四角柱、桁構造等といった形態での適用がある [20, 21, 22, 23]。これらの構造の自動製造では、フィラメントワインディング (Filament Winding: FW) が用いられている。FW は、溝のある型に繊維を巻き付ける製造法である。FW は網目模様を局所的に大きく変えることが難しく、このような網目構造の設計最適化は暗に網目模様の規則性を前提としている [24, 25, 26]。

3D プリンティングにおける設計最適化では、トポロジーの異なる設計を含むことのできる、トポロジー最適化と呼ばれる手法が用いられている。二次元のトポロジー最適化は、結果として網目模様を与えるため、設計自由度の高い網目構造の最適法と見ることができる。

3D プリンティングでは、材料のあるべき領域を直線状 [27, 28, 29, 30, 31, 32]、等高線状 [33, 34, 35]、螺旋状 [36, 37] 等の図形で充填するか、疎な内部構造で仮想的に充填することが一般的である。トポロジー最適化の結果得られた構造をこのような方法で単純に充填する際は、設計と製造は独立して考えられている。

一方、設計と製造を独立に考えず、製造法を初めから考慮して設計する取り組みも広がっている。この考え方は、製造向け設計 (Design For Manufacturing: DFM) [38] という概念であり、設計最適化に組み入れられる [39]。3D プリンティングにおける製造性を考えた試みの典型は、サポート材を減らすものである。オーバーハングと呼ば

れる，層が進んだときに材料の存在する領域が不連続に増加するような構造設計は，製造のためだけに必要なサポート材を多く必要としてしまう．Langelaar[40]は，オーバーハングの問題を避ける設計最適化を示している．

DFMは，3Dプリンティングやオーバーハングの問題以外にも取り組まれている．Liuら[41]は，製造向け最適化（Optimization For Manufacture: OFM）と題し，切削加工を前提としたトポロジー最適化に取り組んだ．また，金属粉末を敷いた平面に熱を加える粉末床溶融結合（Powder Bed Fusion: PBF）に関して，製造性を考慮したトポロジー最適化を示している[42]．連続的構造においても，AFPにおける繊維の重複や隙間を考慮した設計最適化が行われている[43]．

製造法を考慮した設計最適化は，製造上の問題を緩和することが期待できる．したがって設計最適化において，製造法を考慮する方法およびその効果について知見を得ることが求められる．

本研究が注目するのは，連続繊維強化樹脂からなる網目構造を自動製造する際の繊維の切断と交差である．注目する製造プロセスを Fig. 1.13 に示す．繊維の切断は，繊維の連続性の喪失によって，機械的特性を低下させるとともに，自動製造装置に空走を生じさせ，製造時間を増加させる．繊維の交差は，交差部周辺にボイドを生じさせるとともに，繊維の体積含有率（Volume Fraction: VF）を低下させ，構造の重量効率を低下させる[44]．このように繊維の切断・交差が有害に働くものがあるにもかかわらず，これらの回避を念頭に置いた網目構造の設計最適化法は研究されていない．

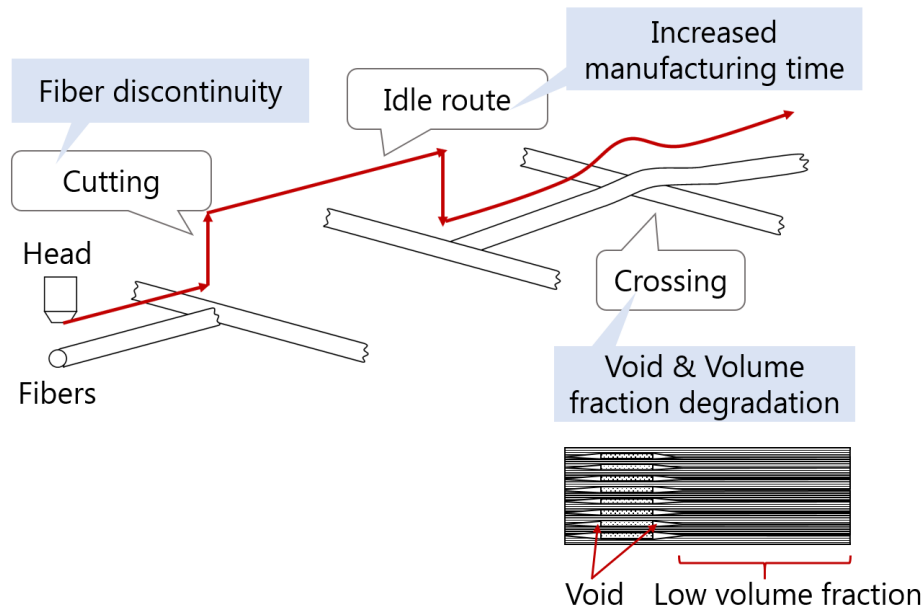


Fig. 1.13 Manufacturing process

1.2.2 研究目的

以上で指摘したように、自動製造技術との対応を考慮した、連続繊維強化樹脂からなる網目構造の設計最適化法が求められる。本研究は、繊維の切断と交差に注目し、これらの回避を念頭に置きながら、(1) 網目構造設計最適化法の提案および評価、(2) 提案手法が自動製造における製造性に与える影響の評価、(3) 提案手法の拡張および評価、を目的とした。

1.3 論文の構成

本研究の構成は以下である。第1章は序論であり、研究の背景および研究の焦点について述べている。第2章は手法の提案であり、手法の構築法を述べるとともに、設計最適化の結果を示している。第3章は製造性の評価であり、提案手法から得られる構造について、製造性の評価法と評価結果を示している。第4章は手法の拡張であり、

提案手法を拡張した方法を示すとともに，設計最適化の結果および製造性の評価結果を示している．第 5 章は結論であり，本研究を通じて得られた知見についてまとめている．

第 2 章

網目構造設計最適化法の提案： 繊維の切断・交差の回避

2.1 緒言

本章では，製造時に繊維の切断と交差を回避可能な，網目構造設計最適化法を提案する．本節を第 2.1 節とし，第 2.2 節で手法を構築する．第 2.3 節で手法を用いた数値実験について述べ，第 2.4 節で本章をまとめる．

2.2 最適化法の構築

2.2.1 最適化の概要

最適化法は，Fig. 2.1 に示すフローに従う．まず，設計領域に対し問題設定を行う．問題設定では，幾何学的境界条件としての支持点・変位の設定，力学的境界条件としての荷重点・荷重の設定や，材料定数の設定等を行う．切断と交差を回避可能な網目構造を得るためには，制約条件を追加すればよい．そのため，切断と交差が，どのような制約条件として表せるか考える必要がある．

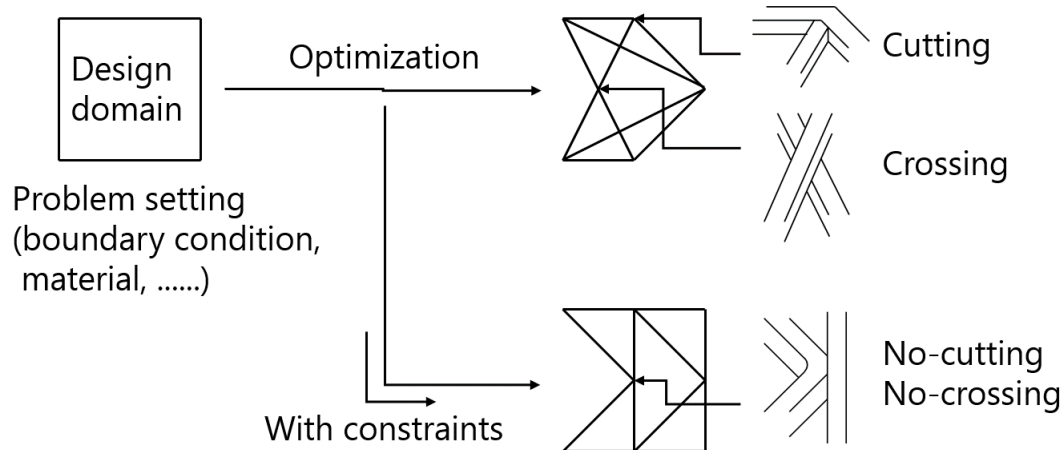


Fig. 2.1 Flow of optimization

2.2.2 繊維の切断と一筆書きの対応

まず、繊維の切断について考える。連続繊維強化樹脂からなる網目構造において、自動製造に用いられる装置は「ヘッド」と「ステージ」を最も基本的な構成物としており、

- ・ ヘッドから繊維を繰り出す
- ・ ヘッドとステージの相対位置を変える

という機能を組み合わせ、

- ・ ヘッドが繊維を繰り出しながら動き、ステージの上に連続的に材料を配置する

という製造法を実現している。

この製造法において、繊維の切断を回避するためには、繊維の切断という操作の特徴を捉える必要がある。

本研究が着目したのは、「繊維の切断後には必ず、ヘッドがステージから離れる」という特徴である。すなわち、繊維の切断は、ステージからヘッドを離す操作と切り離

せない。

さらに本研究は、Fig. 2.2 のように、「ステージからヘッドを離す」という操作を「紙面から筆を離す」という操作と同一視することで、繊維の切断と一筆書きの問題を関連付ける。

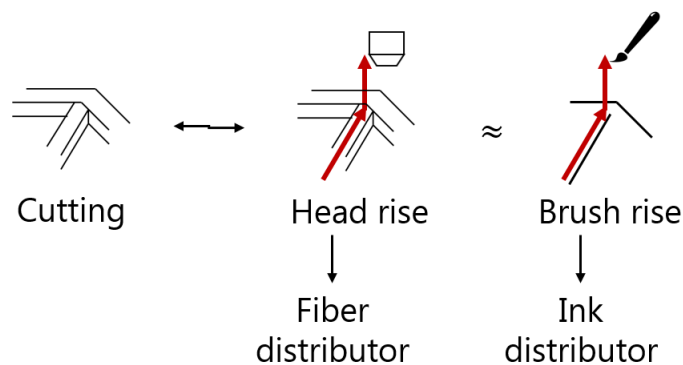


Fig. 2.2 Cutting process and analogy

つまり繊維の切断は、一筆書きが破れるときに起きる。したがって、網目構造が一筆書可能であれば、繊維の切断は回避可能である。

一筆書きの問題は、グラフ理論によって研究されてきた。本研究は、一筆書き問題に関するグラフ理論の知見を利用することで、網目構造の自動製造における繊維の切断の問題に対応する。

2.2.3 グラフ理論

グラフ理論を用いる準備として、グラフ理論の用語について述べる。

グラフとは、頂点 (Vertex) と辺 (Edge) からなる、頂点同士の関係性を表すものである。頂点は、特定のものを指すのではなく、あるもの同士の関係性を見出すときの対象物を指す。辺は、関係性に対応する。例えば、数式では数字や記号、演算子を頂点と考え、演算を数字・記号と演算子の間の辺で表す。分子構造では原子を頂点と考え、原子の結合を辺で表す。社会ネットワークでは人を頂点と考え、人どうしの縁

を辺で表す.

グラフに含まれる頂点は重複のない番号で区別され, v_1, v_2, \dots のように表される. 辺は 2 つの頂点の間に存在し,

$$e_i = \{v_j, v_k\} \quad (2.1)$$

のように表され, 辺 e_i を構成する頂点 v_j, v_k は特に辺 e_i の端点と呼ばれる. これら頂点と辺がグラフを構成する最も基本的な要素であり,

$$V_G = \{v_i, \dots\} \quad (2.2)$$

で表される頂点の集合 V_G , および

$$E_G = \{e_i, \dots\} \quad (2.3)$$

で表される辺の集合 E_G を用いて, グラフ G は

$$G = (V_G, E_G) \quad (2.4)$$

と表される.

辺に向き付けのないグラフは無向グラフと呼ばれ, 辺 e_i の端点 v_j, v_k の順序は区別しない. 辺に向き付けのあるグラフは有向グラフと呼ばれ, 辺 e_i の端点 v_j, v_k の順序を区別する.

辺 e_i の端点 v_j, v_k について, $v_j = v_k$ であるとき, 辺 e_i は自己ループと呼ばれる. このとき, e_i は多重集合となる. また, 辺の集合 E_G が同一の 2 辺 $e_i = e_j$ を含むとき, 辺 $e_i = e_j$ は多重辺と呼ばれる. このとき, E_G は多重集合である. 自己ループや多重辺を含むグラフは, 多重グラフと呼ばれる. 自己ループや多重辺を含まないグラフは, 単純グラフと呼ばれる.

隣接した辺を辿る軌跡として現れる頂点の点列は歩道 (Walk) と呼ばれる. 歩道のうち, 点の重複のないものは道 (Path) と呼ばれる. グラフの任意の 2 頂点の間に歩道があるとき, グラフは連結であると呼ぶ.

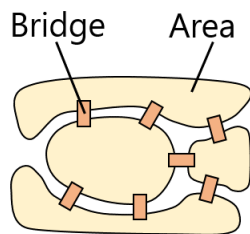
網目構造は基本的に, 無向・単純・連結なグラフで表される.

2.2.4 オイラーの一筆書きの定理

一筆書きの問題は、「ケーニヒスベルクの橋の問題 (Königsberg Bridges Problem: KBP)」として知られる問題である。この問題は、Fig. 2.3 に示すような、7つの橋によって結ばれた4つの地域について、「それぞれの橋を1回だけ通り、元の場所に戻るような経路はあるか？」を問うものである。

Euler[45]^{*1}および Hierholzer[48] は、この問題をグラフ理論によって否定的に解決した。すなわち、橋を1回だけ通って元の場所に戻るような経路は存在しない。

この問題では、Fig. 2.4 のように、地域を頂点として考え、橋を辺として考える。そのとき、問題は「それぞれの辺を1回だけ通り、元の場所に戻るような経路はあるか？」を問うものになる。すなわち、「辺で結ばれた頂点からなる図形は、始点と終点を同じくして一筆書き可能か？」ということの問題にしている。



Problem of "Seven Bridges of Königsberg"
*"Is there any route to pass through each
bridge only once and get back to the start
point?"*

7-Bridged 4-Areas

Fig. 2.3 Königsberg Bridges Problem (KBP)

^{*1} 英語訳は文献 [46], [47] で読むことができる。

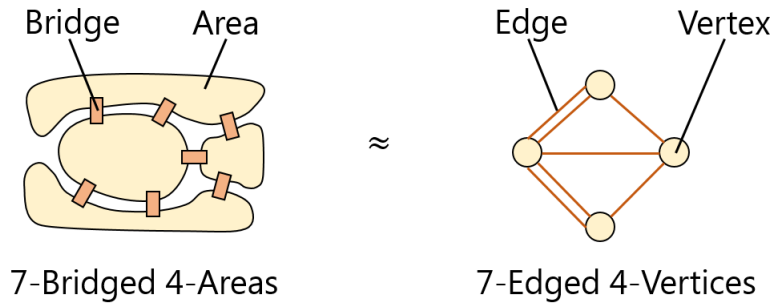


Fig. 2.4 Analogy: bridges & areas vs. edges & vertices

Euler[45] および Hierholzer[48] は、連結なグラフが始点と終点を同じくして一筆書き可能であることの必要十分条件は、グラフの次数が全て偶数であることであるというを示した。すなわち、

$$\forall i, \exists j \geq 1 \text{ s.t. } \deg(v_i) = 2j \tag{2.5}$$

である。以下、これをオイラー条件と呼ぶ。ここで次数 $\deg(v_i)$ とは頂点 v_i に接続する辺の数であり、

$$\deg(v_i) = |\{e_j \in E_G \mid \exists k, e_j = \{v_i, v_k\}\}| \tag{2.6}$$

と定義される。

このことから、例えば Fig. 2.5 に示すように、グラフの頂点の次数が全て偶数であるグラフには一筆書きの経路が存在する。

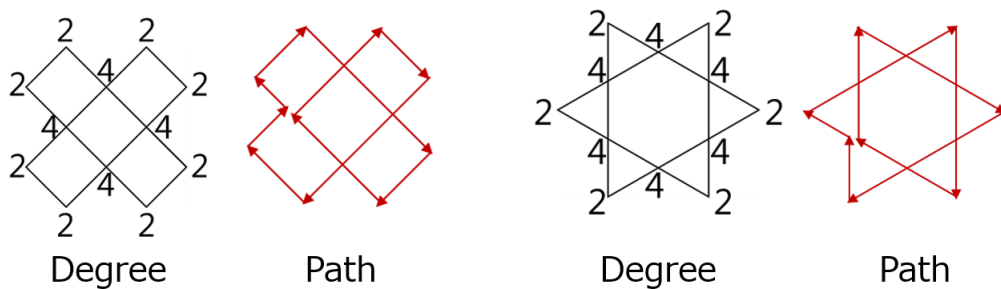


Fig. 2.5 Example of even-degreed graphs

したがって、グラフの頂点の次数が全て偶数であるという制約のもとに構造設計最適化を行えば、一筆書き可能な網目構造を得られる。

始点と終点が異なることを許せば、条件は緩和され、次数が奇数の頂点が2個以下であるという条件になるが、その場合始点と終点の位置は次数が奇数の頂点の位置に固定され、製造時に制約として働く。製造時の制約が増加することを避けるため、本研究は、始点と終点を同じくするものを考える。

2.2.5 構造設計最適化法

オイラー条件を制約として組み込むために、適切な構造設計最適化法の検討が必要である。

構造設計最適化は、骨組みのような離散的な構造を前提とするものと、板や立体物のような連続的な構造を対象にするものがある。離散的な構造における最適化は Michell[49] の研究に始まり、Dorn ら [50] は、グラウンドストラクチャ法 (Ground Structure Method: GSM)^{*2} と呼ばれる方法で、最適なトラス構造を近似的に求める方法を示した。GSM は、Fig. 2.6 に示すように、有用な部材だけを残すように設計更新を繰り返す方法である。

^{*2} 日本語で書かれた文献のほとんどで Ground Structure はグラウンドストラクチャと綴られており、本稿もそれに倣う。

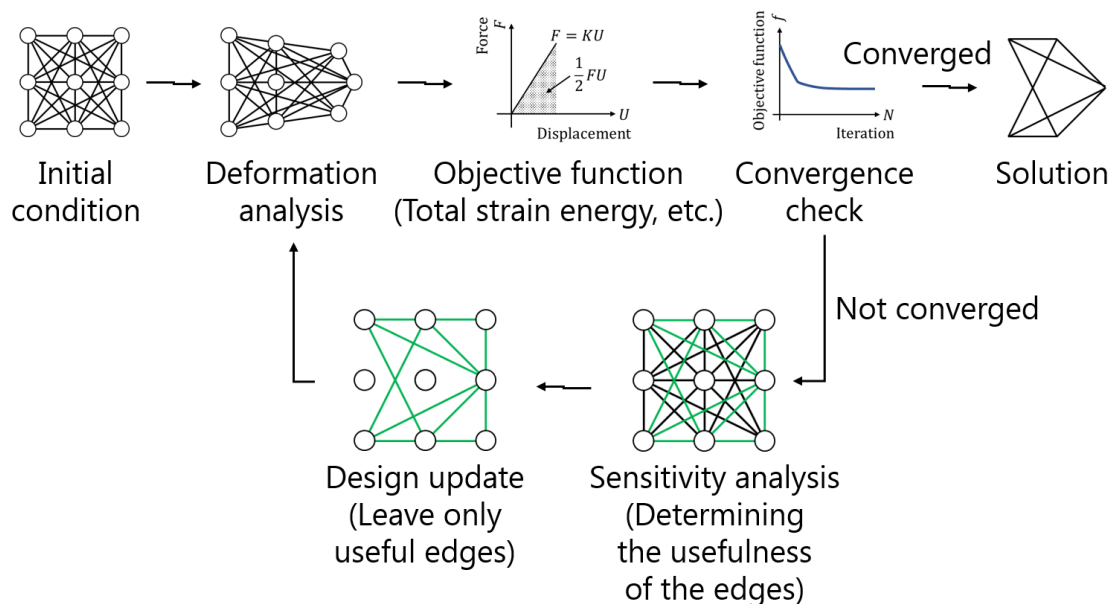


Fig. 2.6 Flow of Ground Structure Method (GSM)

連続的構造における最適化では、トポロジー最適化と呼ばれる最適化手法が用いられている。トポロジー最適化は、連続領域をセルと呼ばれる小さな領域に分け、セルでの材料の有無を設計変数とすることで、構造に新たに穴が空くというようなトポロジーの変化する設計を設計空間に含める方法である。

Xie ら [51] は有限要素解析 (Finite Element Analysis: FEA) の結果を利用し、ひずみエネルギーの高い要素を逐次除去する進化的構造最適化 (Evolutionary Structural Optimization: ESO) を提案し、その有効性を示した。

また、Querin ら [52, 53, 54] は、要素を除去するのみであった ESO の拡張として、要素の追加を認める双方向進化的構造最適化 (Bi-directional Evolutionary Structural Optimization: BESO) を提案し、その有効性を示した。要素の追加を認めることは、最適化の結果を安定させる効果を持つ。

さらに、Rozvany ら [55] は BESO の拡張として、要素を完全に除去するのではなく要素の剛性を極めて小さな正值に下げ、設計感度を用いて要素の除去・追加を決定する、逐次要素退入場 (Sequential Element Rejection and Admission: SERA) を提案し、その有効性を示した。要素を擬似的に除去することで、除去された要素の設

計感度はより正確に計算できる。

ESO・BESO・SERA は、離散的な設計変数を直接扱える点や、大規模な問題に対しても適用が可能である点が優れている。

以上の構造設計最適化法は Fig. 2.7 のように 1 次元的なものと 2 次元的なものに分類される。先述の通り、1 次元的なものは GSM, 2 次元的なものはトポロジー最適化という語で言及されるという違いはあるが、いずれの方法も一般に、要素の存在し得る位置は固定し、材料の有無を設計変数としている。

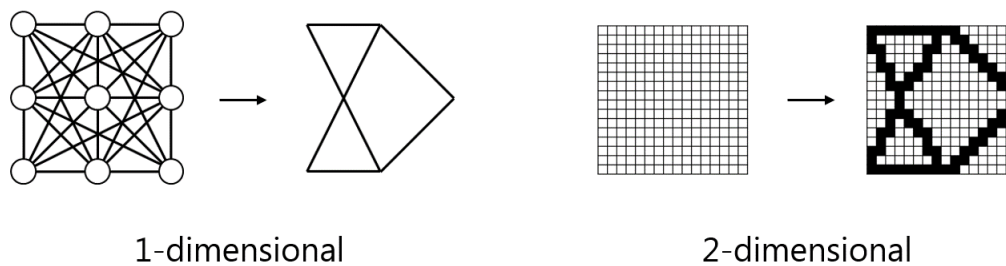


Fig. 2.7 Optimization methods

連続的構造を前提とする最適化は、2 次元の単位要素を ON・OFF するやり方であり、結果として生じる構造は、頂点と辺の位置が定まらず、グラフの定義が困難である。一方、離散的構造を前提とする最適化は、1 次元の単位要素を ON・OFF するやり方であり、結果として生じる構造は、頂点と辺の位置が明快で、グラフの定義が簡単である。本研究では、グラフ理論を適用するため、離散的構造を前提とする 1 次元的方法を採用する。

ただし、1 次元的方法であっても、2 次元的方法で用いられている設計更新の手法は適用可能である。本研究では、離散変数・大規模問題への適用性の観点から、感度に基づく設計更新を繰り返し行う SERA を用いる。

以上のように本研究では、FEM, GSM および SERA に基づく方法で最適化を行う。すなわち、1 次元的な要素の存在しうる位置をグラウンドストラクチャとして設定し、材料の有無を設計変数とし、FEM を用いて変形量の解析・目的関数の計算・設計

感度の解析を行い，SERA の方法で設計変数を更新するということを繰り返す．

2.2.6 最適化法への組み込み

オイラー条件を，最適化法に組み込めば繊維の切断を回避するという目的は果たされる．

オイラー条件を組み込む方法の一つは，頂点の次数を直接制約とする方法である．すなわち，感度解析の後設計変数を更新する段階で，頂点の次数が奇数になるような辺の除去を禁止する．しかしながら，辺の本数 m に対し，除去する辺の組み合わせは 2^m 通りと極めて多い．例えば頂点同士が互いに接続したグラッドストラクチャでは，頂点を n 個とすると，辺は $m = {}_n C_2 = n(n-1)/2$ 本ある．頂点が縦 3 行，横 3 列の $n = 3 \times 3 = 9$ 個ある場合，辺は $m = {}_9 C_2 = 9 \cdot 8/2 = 36$ 本あり，組み合わせは $2^m = 2^{36} = 687$ 億通りある．これらの中から，制約を満たす組合せを用意することは計算上困難である．

オイラー条件を組み込むもう一つの方法は，設計感度を修正する方法である．この方法は，辺の本数 m だけある設計感度に重みをつける方法である．しかしながら，除去する辺の組合せは 2^m 通りあり，それらの組合せに対応するように重みを設定することが必要であるから，やはり計算困難となる．

以上のように，オイラー条件を直接組み込む方法は，計算上の困難が生じるという問題がある．

そこで本研究は，制約条件を間接的に扱う方法として，設計変数の設定に制約を埋め込む方法を取った．すなわち，設計変数と設計の対応関係に制約条件を埋め込んだ．こうすることで，制約に関する計算を行う必要が無くなり，手法は問題の規模によらず適用可能となる．

2.2.7 二色定理

通常，設計変数は，設計変数 1 つに要素 1 つが対応する．つまり，FEM において，変位の自由度を並べた変位ベクトル \mathbf{u} ，力の自由度を並べた力ベクトル \mathbf{f} ，および

$$\mathbf{K}\mathbf{u} = \mathbf{f} \quad (2.7)$$

を満たす剛性行列（Stiffness matrix） \mathbf{K} に対し

$$\mathbf{K} = \sum_i s_i \mathbf{K}_i \quad (2.8)$$

のように，1 つの設計変数 s_i と，剛性行列 \mathbf{K} に対する 1 つの要素の寄与 \mathbf{K}_i が対応する．

したがって，設計変数と設計の対応を変えるためには，この関係を変える必要がある．

そこで本研究は，グラフ理論における二色定理を用いて，オイラー条件を置き換えた．二色定理は，「平面グラフが 2-面彩色可能であることの必要十分条件は，平面グラフの頂点の次数がすべて偶数であることである」というものである [56]．2-面彩色とは，辺が囲むことによって作られる面を，同じ色が隣り合わないよう 2 色で塗り分けることを意味する．

例えば，Fig. 2.8 に示すグラフは，面が 2 色に塗り分け可能であり，頂点の次数が全て偶数である．

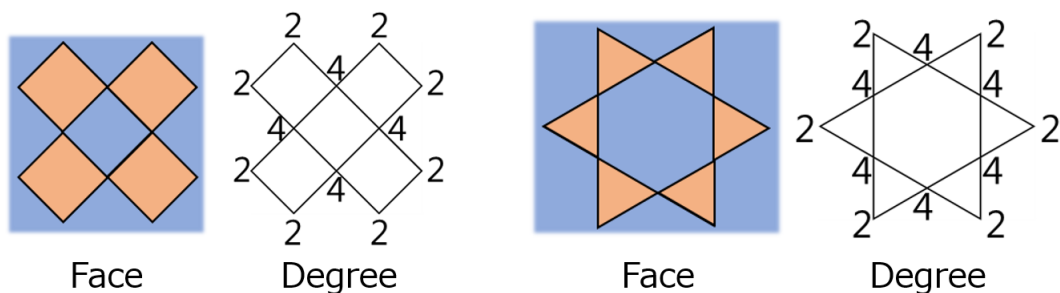


Fig. 2.8 Example of graphs with 2-colorable faces

「グラフの頂点の次数がすべて偶数である」という条件は、オイラー条件に他ならない。したがって、オイラー条件は、2-面彩色の問題に変換される。

以上により、切断の回避は、辺ではなく、面を設計変数とすることによって行える。面を設計変数とすると、Fig. 2.9 に示すように、感度解析および設計更新は、面単位で要素をまとめて行うことになる。

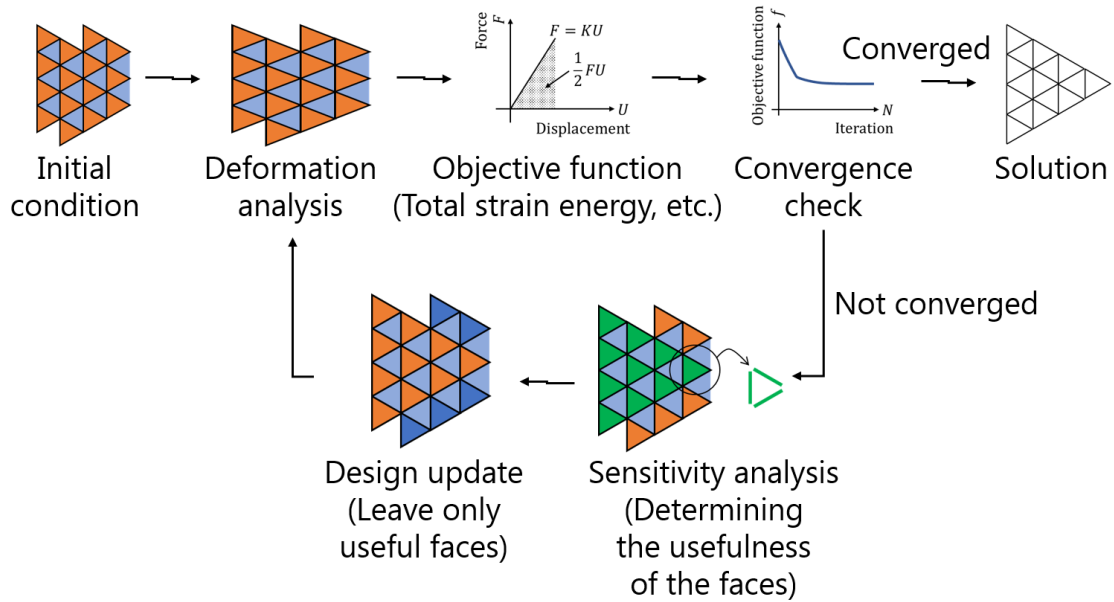


Fig. 2.9 Flow of face-based Ground Structure Method (GSM)

辺を設計変数とする通常の感度解析では、ひずみエネルギーの総和としての目的関数 f^{obj} :

$$f^{\text{obj}} = \frac{1}{2} \mathbf{f}^T \mathbf{u} \quad (2.9)$$

に対し、任意の定数ベクトル $\boldsymbol{\mu}$ を導入し、修正目的関数 \tilde{f}^{obj} を

$$\tilde{f}^{\text{obj}} = \frac{1}{2} \mathbf{f}^T \mathbf{u} - \frac{1}{2} \boldsymbol{\mu}^T (\mathbf{K} \mathbf{u} - \mathbf{f}) \quad (2.10)$$

と定義して、設計変数 s_i に関する感度 $\partial \tilde{f}^{\text{obj}} / \partial s_i$ を

$$\frac{\partial \tilde{f}^{\text{obj}}}{\partial s_i} = \frac{1}{2} \left[(\mathbf{f}^T - \boldsymbol{\mu}^T \mathbf{K}) \frac{\partial \mathbf{u}^T}{\partial s_i} - \boldsymbol{\mu}^T \frac{\partial \mathbf{K}}{\partial s_i} \mathbf{u} \right] \quad (2.11)$$

と計算する。 $\boldsymbol{\mu}$ は任意であるから

$$\boldsymbol{\mu} = \mathbf{u} \quad (2.12)$$

としてよく、 $\mathbf{K}\mathbf{u} = \mathbf{f}$ により

$$\mathbf{u}^T \mathbf{K}^T = \mathbf{f}^T \quad (2.13)$$

であり、また

$$\mathbf{K}^T = \mathbf{K} \quad (2.14)$$

であるから、

$$\begin{aligned} \frac{\partial \tilde{f}^{\text{obj}}}{\partial s_i} &= -\frac{1}{2} \mathbf{u}^T \frac{\partial \mathbf{K}}{\partial s_i} \mathbf{u} \\ &= -\frac{1}{2} \mathbf{u}^T \mathbf{K}_i \mathbf{u} \end{aligned} \quad (2.15)$$

となる。 $\boldsymbol{\mu}$ を導入するこの方法は随伴法 (Adjoint method) と呼ばれ、 $\boldsymbol{\mu}$ は随伴ベクトルと呼ばれる。

面を設計変数とする場合は、面 f_i に属する辺 e_j の、剛性行列 \mathbf{K} への寄与を \mathbf{K}_{ij} として

$$\mathbf{K} = \sum_i s_i \sum_j \mathbf{K}_{ij} \quad (2.16)$$

であり、感度 $\partial \tilde{f}^{\text{obj}} / \partial s_i$ は

$$\begin{aligned} \frac{\partial \tilde{f}^{\text{obj}}}{\partial s_i} &= -\frac{1}{2} \mathbf{u}^T \frac{\partial \mathbf{K}}{\partial s_i} \mathbf{u} \\ &= -\frac{1}{2} \mathbf{u}^T \sum_j \mathbf{K}_{ij} \mathbf{u} \end{aligned} \quad (2.17)$$

というように計算する。

2.2.8 繊維の交差と自己交差・頂点での交差

繊維の交差は、Fig. 2.10 のように、辺同士が交差する自己交差問題と、頂点で経路が交差する問題からなる。

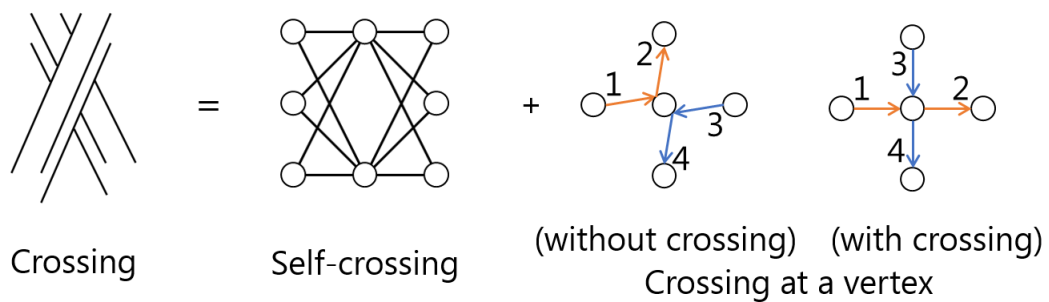


Fig. 2.10 Crossing

ここで、Fig. 2.11 のように、2色で塗り分けられた面は平面オイラーグラフを与える。平面グラフは辺同士の交差が起きないため、自己交差は起きない。オイラーグラフは次数が全て偶数であるため、頂点に流入出する経路が隣り合うようにすれば、頂点での交差を避けることができる。

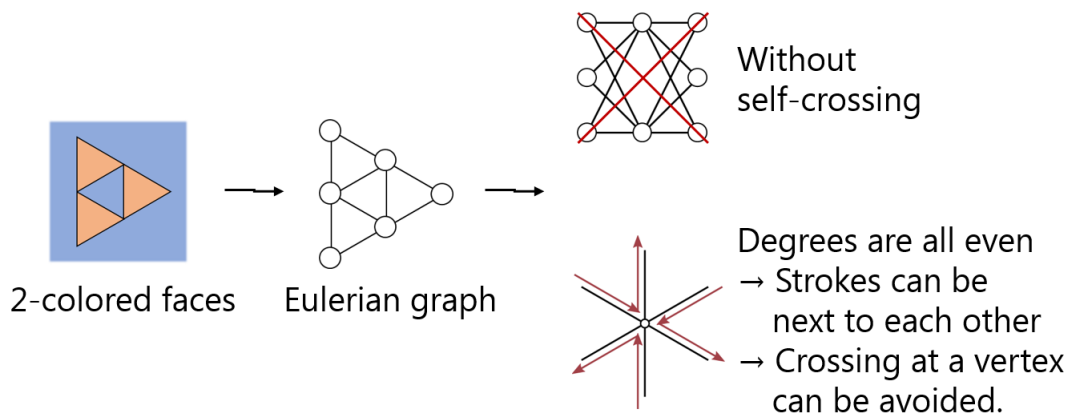


Fig. 2.11 2-colored faces and crossing problem

このため、2色で塗り分けられた面からなるグラフは、例えば Fig. 2.12 のように、自己交差も頂点での交差もない経路が存在する。

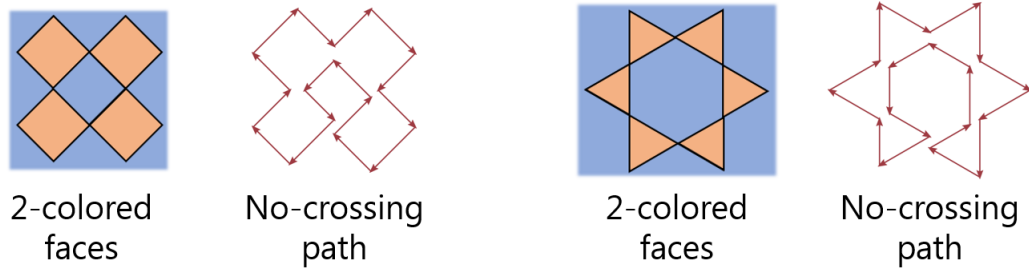


Fig. 2.12 Example of 2-colored faces and no-crossing path

したがって、面を設計変数とすることで、製造時における繊維の切断だけでなく、交差も回避可能な設計を得ることができる。

2.2.9 最適化法のまとめ

以上で述べたように、提案する最適化法は、FEM, GSM, SERA をベースとする。また、切断・交差を回避するため、平面オイラーグラフからなるグラウンドストラクチャに対し、面を設計変数として設計更新を行う。

SERA の基本的概念は、Fig. 2.13 に示すものである。ここでは説明のため、2次元セルで要素を表している。SERA は、構造が実要素と仮想要素からなると考える。設計更新時は、実要素の中の有用度の低い要素を仮想要素へと退場させるとともに、仮想要素の中の有用度の高い要素を実要素へと入場させる。要素数を減らすときは Fig. 2.14 のように退場させる要素の数を入場させる要素より多くし、要素数を増やすときは Fig. 2.15 のように入場させる要素の数を退場させる要素より多くする。そうすれば、Fig. 2.16 のように目標とする体積に近づくことができる。

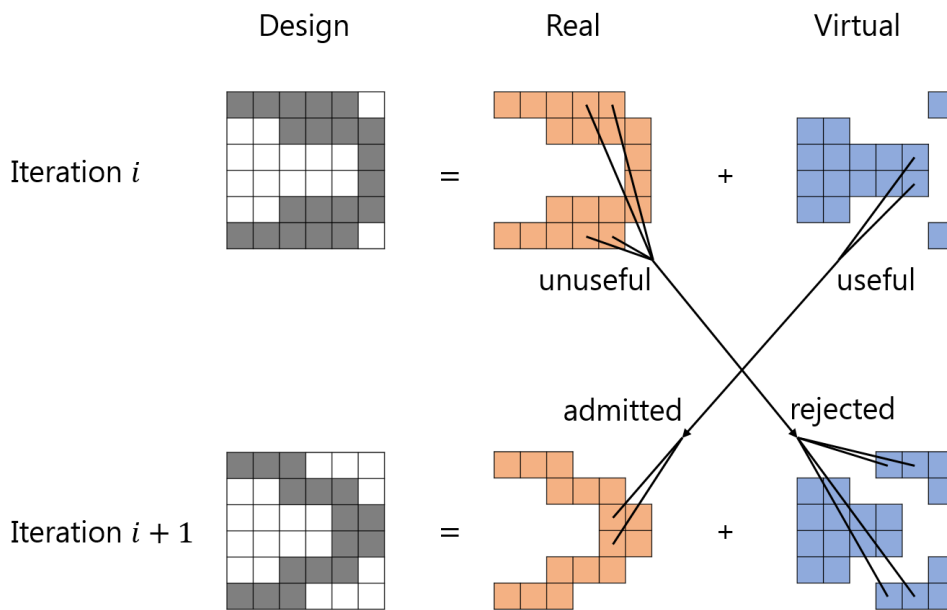


Fig. 2.13 Basic idea of Sequential Element Rejection and Admission (SERA)

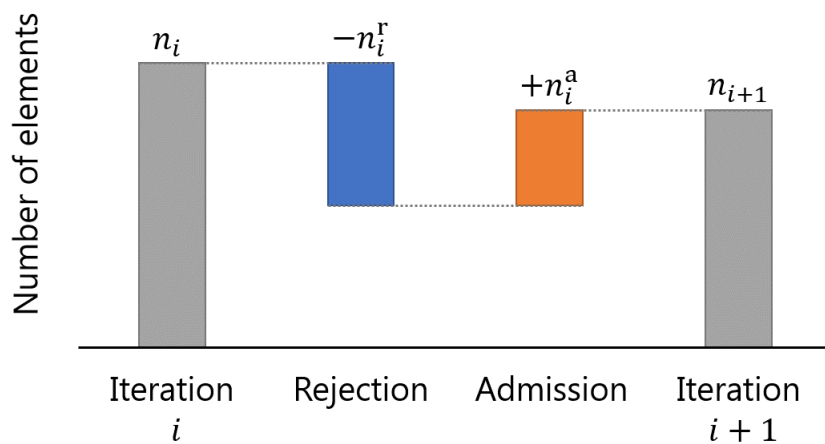


Fig. 2.14 Decremental step of Sequential Element Rejection and Admission (SERA)

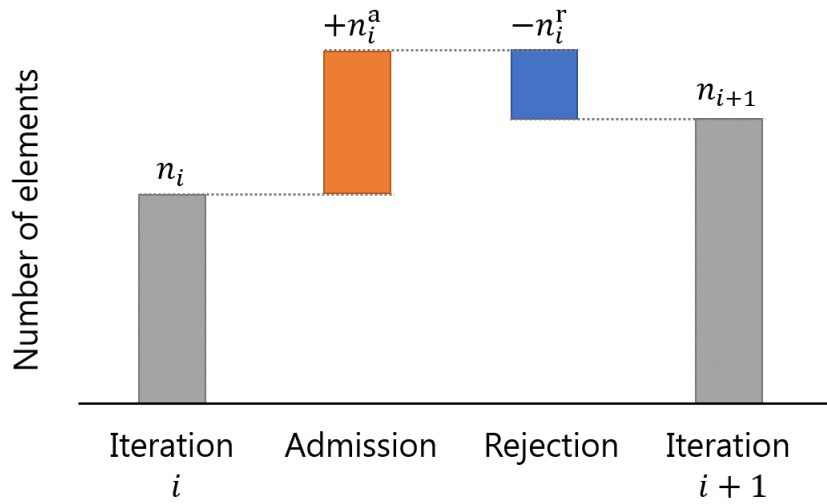


Fig. 2.15 Incremental step of Sequential Element Rejection and Admission (SERA)

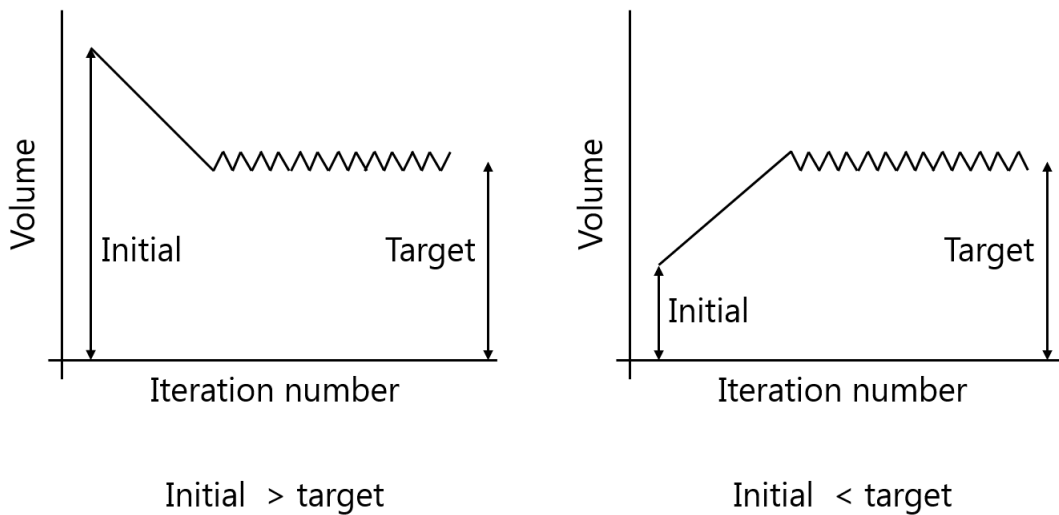


Fig. 2.16 Volume history of Sequential Element Rejection and Admission (SERA)

本研究では，SERA のパラメータとして，Fig. 2.17，2.18 のように進捗率（Progression rate） r^p ，平滑化率（Smoothing rate） r^s を定義する．反復回数 i (> 0) に

おける r^p , r^s は, それぞれの初期値 $r^{p, \text{init}}$, $r^{s, \text{init}}$ および逓減率 (Diminishing rate) Δr^p , Δr^s に対し

$$r^p = r^{p, \text{init}} - (i - 1) \Delta r^p \quad (2.18)$$

$$r^s = r^{s, \text{init}} - (i - 1) \Delta r^s \quad (2.19)$$

のように与える. これにより, r^p , r^s は反復が進むごとに徐々に小さくなる.

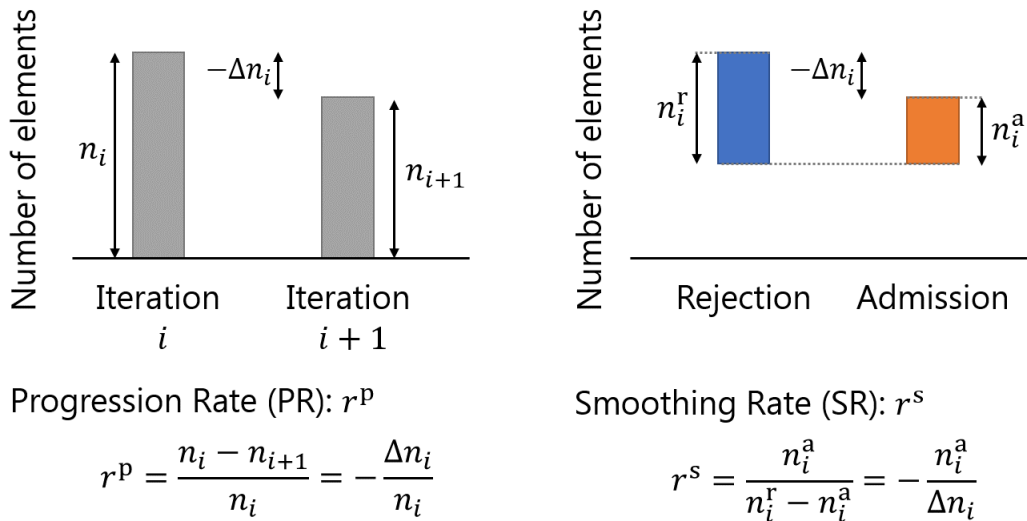
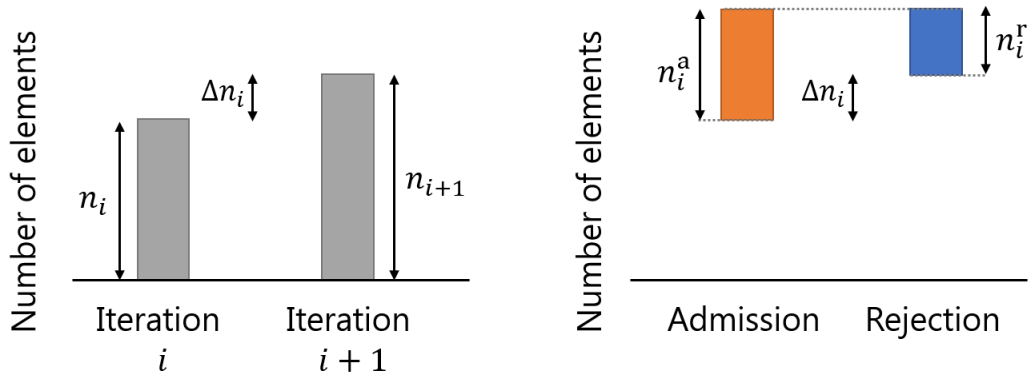


Fig. 2.17 Progression and smoothing in a decremental step



Progression Rate (PR): r^p

$$r^p = \frac{n_{i+1} - n_i}{n_i} = \frac{\Delta n_i}{n_i}$$

Smoothing Rate (SR): r^s

$$r^s = \frac{n_i^r}{n_i^a - n_i^r} = \frac{n_i^r}{\Delta n_i}$$

Fig. 2.18 Progression and smoothing in an incremental step

なお、FEM で用いるメッシュは 2 次元のトラス要素からなる*3。1 つの要素は 2 つの節点に対して定義される。1 つの節点は x, y 方向に変位 u_x, u_y の自由度を持つ。つまり 1 つの節点は 2 つの自由度を持ち、1 つの要素は 4 つの自由度が関係する。節点と要素は、それぞれグラフ理論におけるグラフの頂点と辺に対応する。

辺 e_i について、長さを l_i 、断面の幅を b_i 、断面の高さを h とすると、構造全体の体積 V は

$$V \approx h \sum_i b_i l_i \quad (2.20)$$

であり、辺の総延長 L は

$$L = \sum_i l_i \quad (2.21)$$

である。辺の断面は正方形とし、そのとき部材幅の最大値 b^{\max} は

$$b^{\max} = h \quad (2.22)$$

である。構造全体の体積の最大値 V^{\max} は Eq. 2.20, 2.22, 2.21 より

$$V^{\max} = h \sum_i b^{\max} l_i = h b^{\max} \sum_i l_i = h^2 L \quad (2.23)$$

*3 2 次元に拡張された棒要素またはバー要素と言ってもよい。

である。

設計変数 s_i は,

$$b_i = s_i b^{\max} \quad (2.24)$$

のようにして辺 e_i の断面の幅 b_i に対応する。

ここで設計変数 s_i は, 小さな正数 $\varepsilon^{\text{offset}}$ を用いて,

$$s_i \in \{\varepsilon^{\text{offset}}, 1\} \quad (2.25)$$

とする。 $\varepsilon^{\text{offset}}$ を導入するのは, s_i が 0 になることを避けるためである。 s_i が 0 になることを許すと, FEM で一意な解を得るために, s_i が 0 となって無効化されている辺を除外して剛性行列 \mathbf{K} および変位ベクトル \mathbf{u} , 力ベクトル \mathbf{f} を構築する必要がある。 SERA のアルゴリズムは, 無効化されている辺の設計感度 $\partial \tilde{f}^{\text{obj}} / \partial s_i$ も利用しており, 無効化された辺も含む形で \mathbf{K} , \mathbf{u} , \mathbf{f} を構築する必要があるため, s_i が 0 となることは許されない。

以上の手順をフローチャートの形で示すと, Fig. 2.19, 2.20, 2.21, 2.22 のようになる。 基本的な流れは Fig. 2.19 となっており, 各種手続きは Fig. 2.20, 2.21, 2.22 のように行われる。

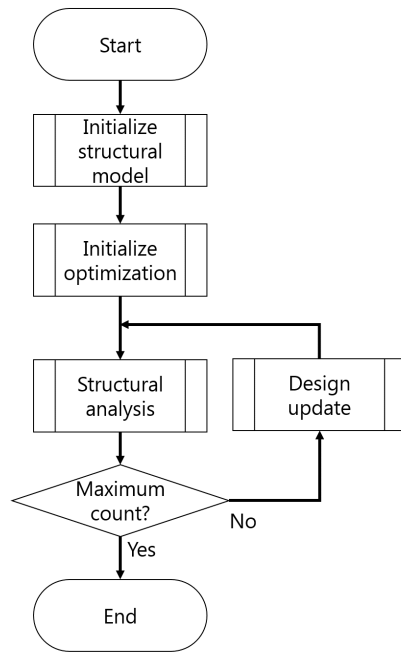


Fig. 2.19 Workflow of the proposed method

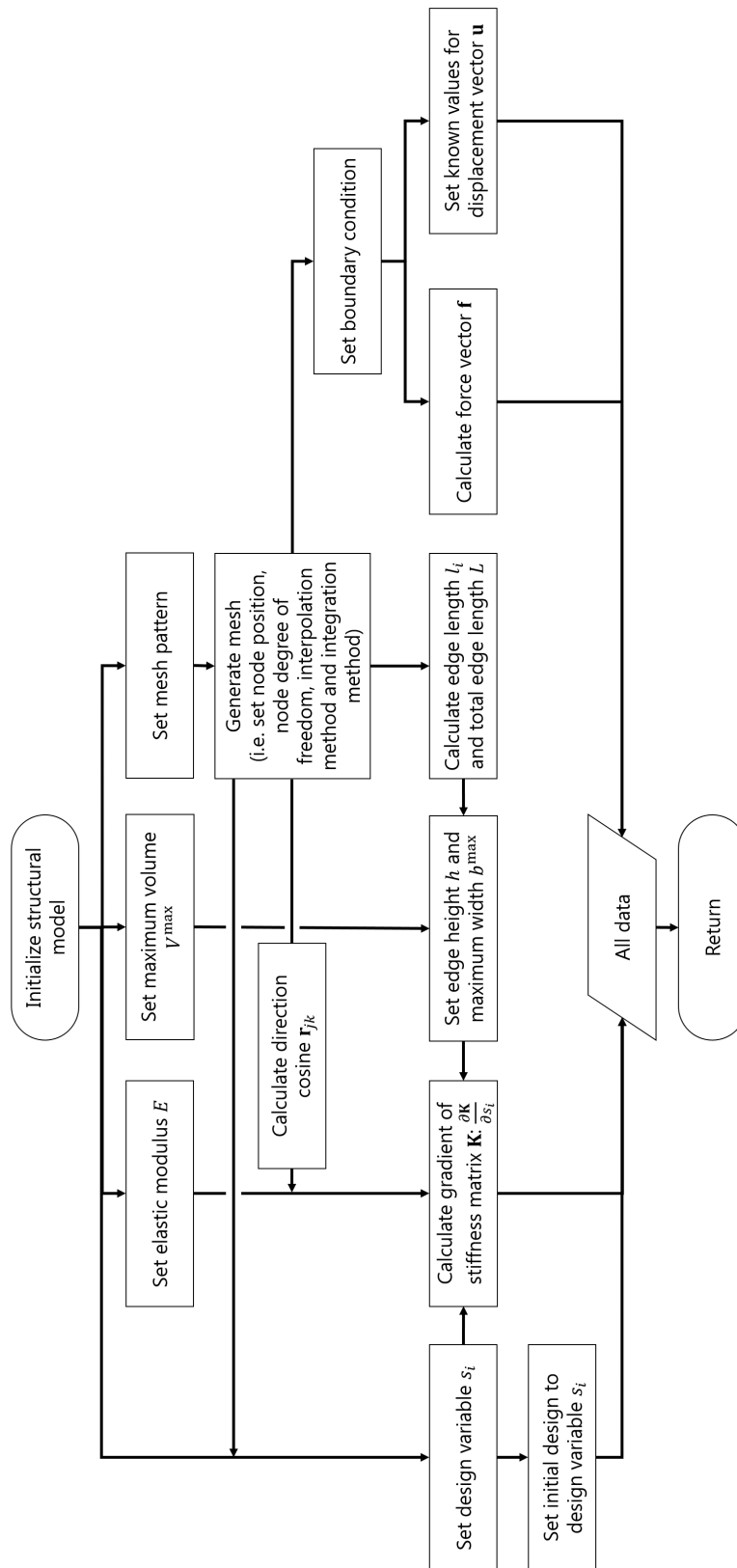


Fig. 2.20 Sub-workflow: structural model initialization

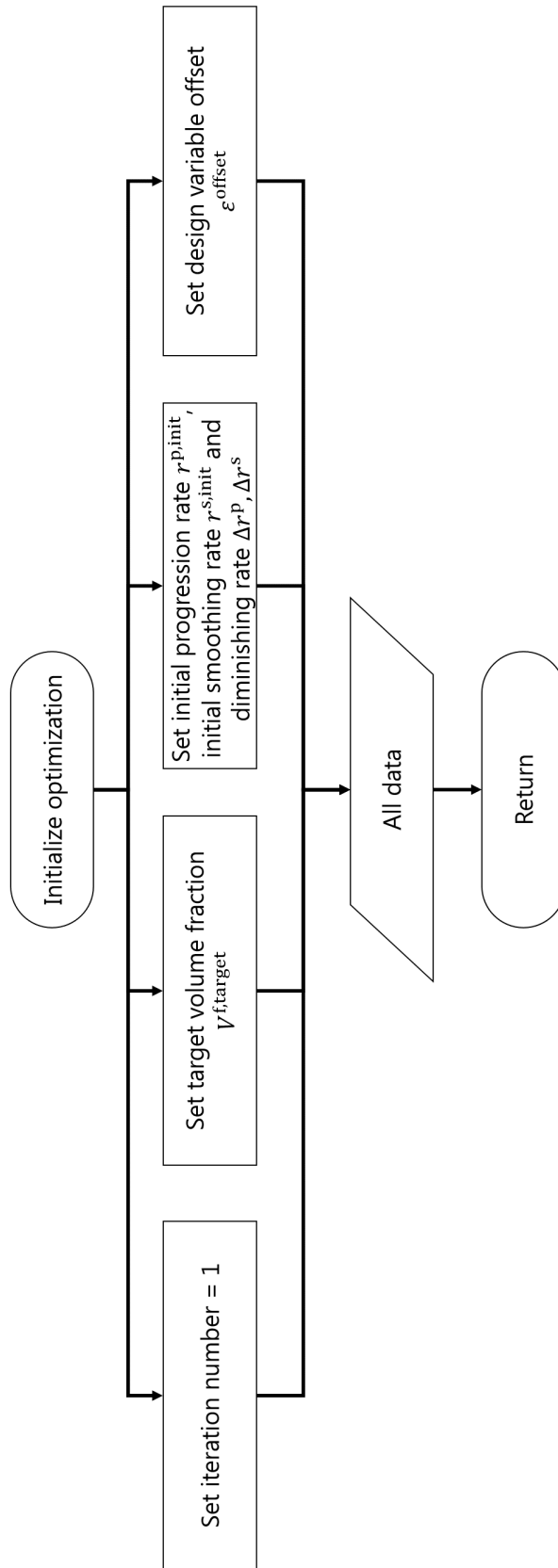


Fig. 2.21 Sub-workflow: optimization initialization

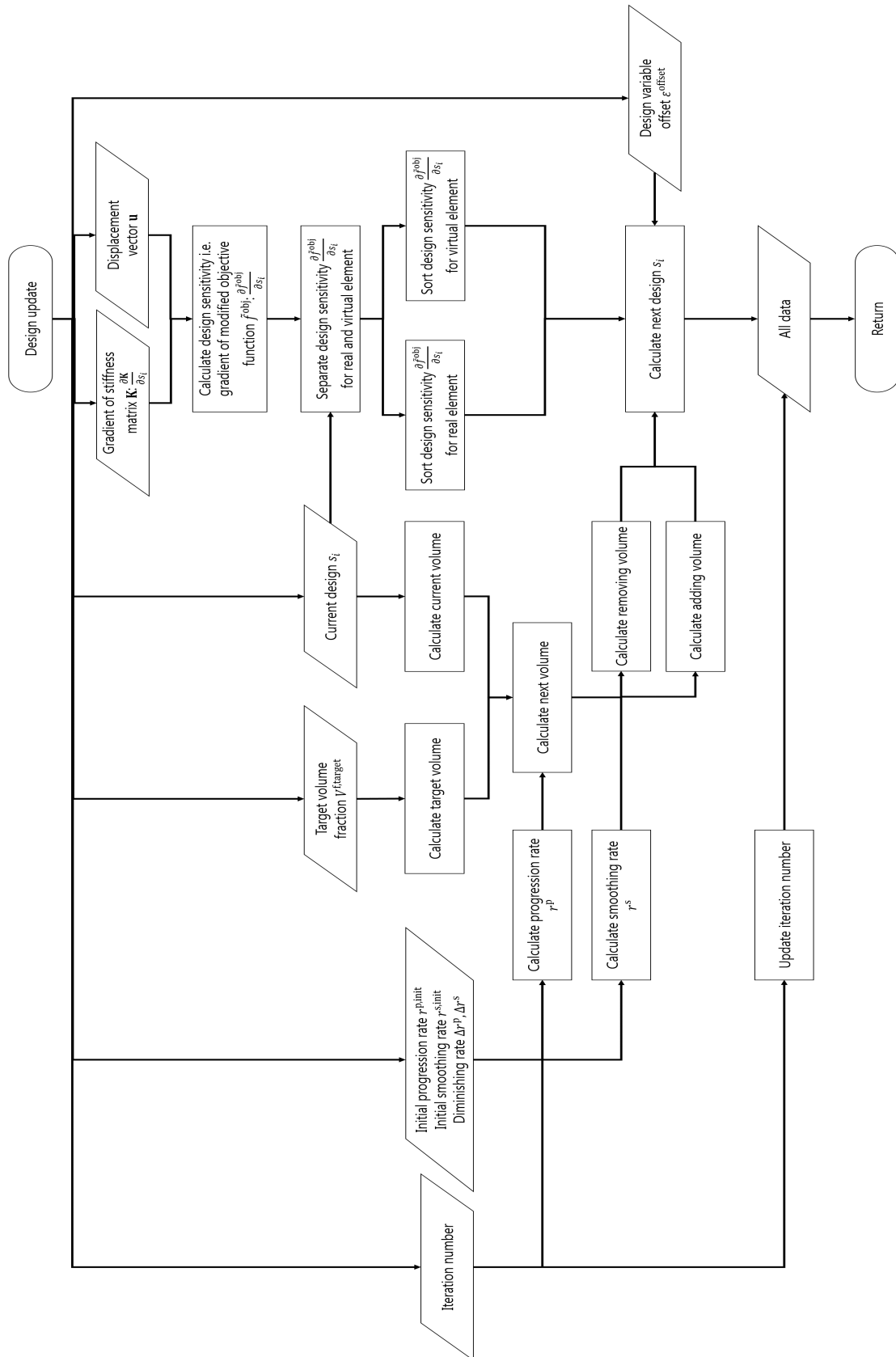


Fig. 2.22 Sub-workflow: design update

2.3 数値実験

2.3.1 概要

第 2.2 節で構築した手法の有効性の検証，および知見の獲得のため，パラメータや適用する問題など，問題設定を変えながら数値実験を行った．本節では，その方法と結果および評価について述べる．

2.3.2 実験 1：基本的問題

2.3.2.1 問題設定

問題設定を Fig. 2.23 に示す．これは，100 cm×100 cm の領域について，2 点を支持し，3 点に荷重を加えるものである．支持は単純支持であり， x, y 方向の変位 u_x, u_y を $u_x = u_y = 0$ で固定する拘束である．荷重は 10kN の力を紙面下向きに加えるものである（すなわち， x, y 方向の荷重を $f_x = 0, f_y = -10$ kN とする）．

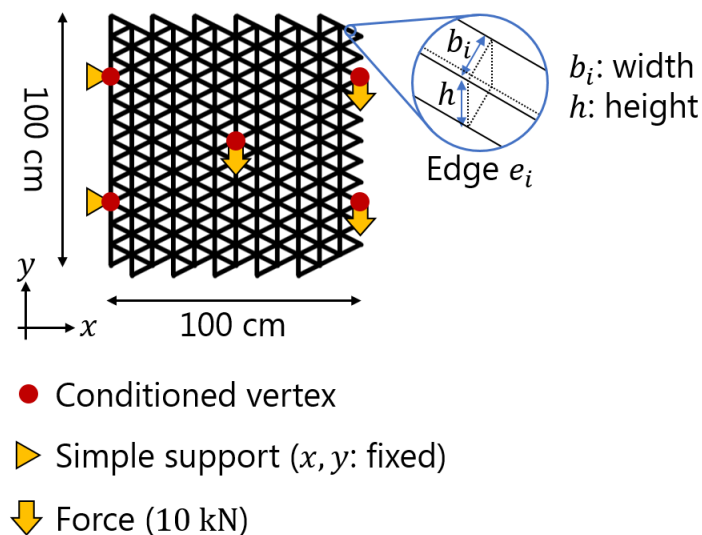


Fig. 2.23 Problem setting

このメッシュは，トラス要素で作る三角形を紙面縦 12× 横 12 に規則的に敷き詰め

たものである。ただし、トラスとして安定とするため、紙面右下には要素を配置していない。

最適化のパラメータは Table 2.1, メッシュの寸法は Table 2.2 のように設定した。

Table 2.1 Optimization parameters

Parameter	Value
Initial volume fraction $V^{f, \text{init}}$	100%
Target volume fraction $V^{f, \text{target}}$	80%
Initial progression rate $r^{\text{p}, \text{init}}$	10%
Initial smoothing rate $r^{\text{s}, \text{init}}$	100%
Progression diminishing rate Δr^{p}	0.1%
Smoothing diminishing rate Δr^{s}	0%
Design variable offset $\varepsilon^{\text{offset}}$	10^{-6}
Elastic modulus E [GPa]	100

Table 2.2 Geometric parameters

Parameter	Value
Maximum volume V^{max} [cm^3]	10000
Maximum edge width b^{max} [mm]	16.1
Edge height h [mm]	16.1

2.3.2.2 結果と議論

■網目構造 最適化の結果得られた構造を Fig. 2.24 に示す。この図では、設計変数の値が $s_i = 1$ となっている辺、つまり有効となっている辺のみを線で表し、頂点を点で表している。結果として、Fig. 2.23 で示した支持点と荷重点に近い領域の辺が有効となっている。

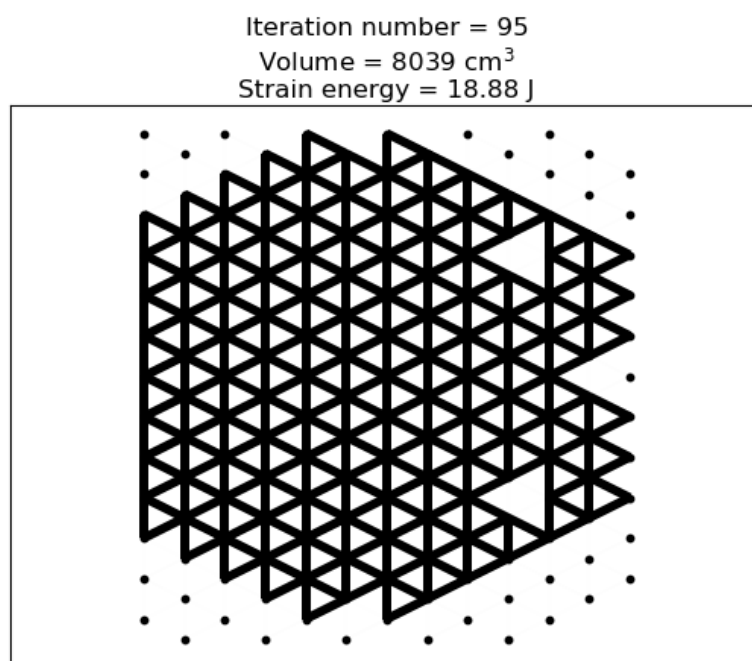


Fig. 2.24 Resulted structure

Fig. 2.25 に示すように、紙面中央より右と左では、マクロに考えたときの力の大きさが異なる。その大きさに対応するように、力の紙面左側ほど多く辺が有効化されるという結果は、力学的に妥当である。

また、初期状態での応力分布を Fig. 2.26 に示す。結果的に辺が無効化される領域は、穴の空く領域も含め、応力の小さい領域に対応している。

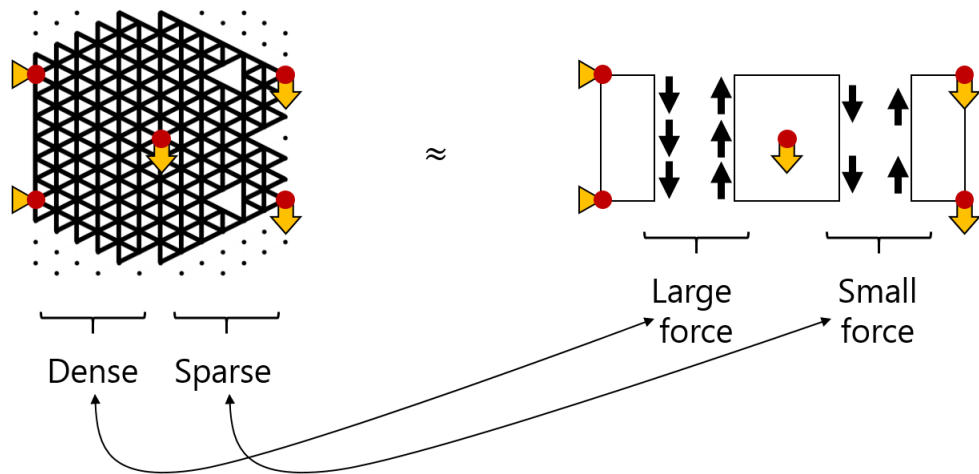


Fig. 2.25 Mechanical reasonability

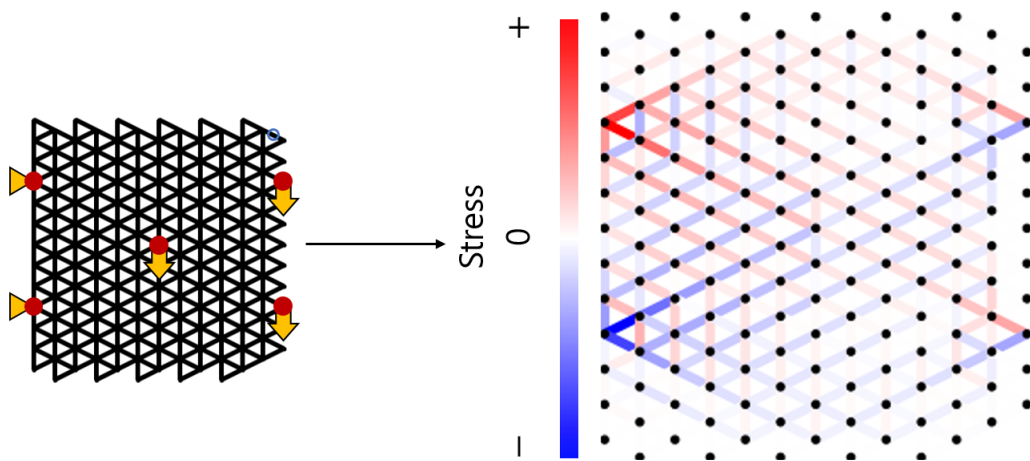


Fig. 2.26 Stress distribution

得られたグラフに対し，頂点の次数を調べると Table 2.3 のようになった．

次数は全て偶数であるから，結果はオイラーグラフである．また，グラフは平面グラフである．したがって，結果として得られた構造は，切断・空走・交差なく製造可能である．

Table 2.3 Number of vertices with degrees in the resulted graph

Degree	0	1	2	3	4	5	6
Count	30	0	18	0	27	0	91

■体積の履歴 最適化の過程における、体積の履歴を Fig. 2.27 に示す。

体積は初期体積の 100% からまず単調に減少し、その後振動しながら、目標体積の 80% に近づいている。

振動の原因は、体積が目標値を下回ったとき、要素数が増加するように設計変数が更新されるからである。Eq. 2.18 のように進捗率を逡減することによって起因して、振動の幅は次第に小さくなる。振動の中心にずれが生じるのは、減じるべき体積が連続に変化するのに対し、除去および追加する要素の数が整数という離散的な値をとるからである。

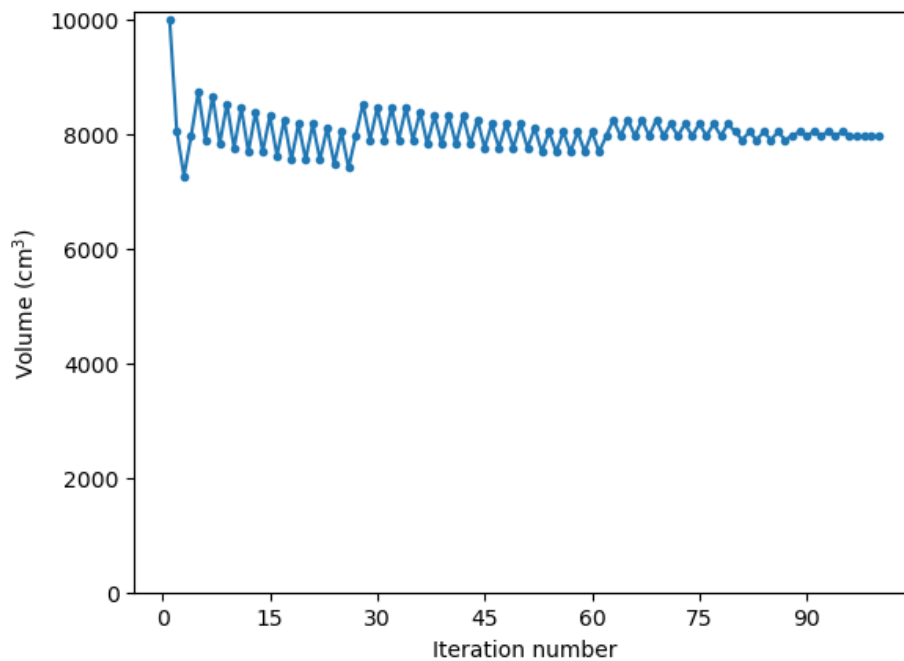


Fig. 2.27 Volume history

■エネルギーの履歴 最適化の過程における、ひずみエネルギーの履歴を Fig. 2.28 に示す。

ひずみエネルギーは振動しながら、一定値に近づいている。振動の原因は、初めは進捗率が大きく、大幅な設計更新が行われるためである。ひずみエネルギーの大きい設計へと設計更新が行われても、その設計での感度解析に基づく次の設計更新で、ひずみエネルギーの小さな設計へ戻ることが可能であることをこの結果は示している。

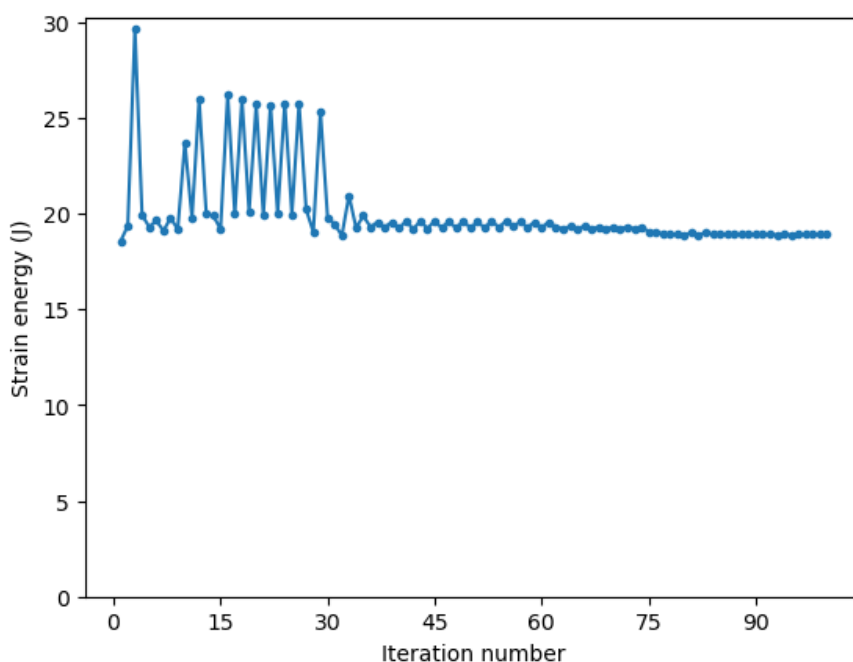


Fig. 2.28 Strain energy history

■体積とひずみエネルギーの関係 体積・ひずみエネルギーの履歴を、反復回数に対してプロットするのではなく、互いに関連付けてプロットしたものを Fig. 2.29 に示す。

概して、体積が小さいほどひずみエネルギーは大きくなっている。体積が目標体積のまわりで振動しながら、ひずみエネルギーが小さくなるように設計変更が行われている。

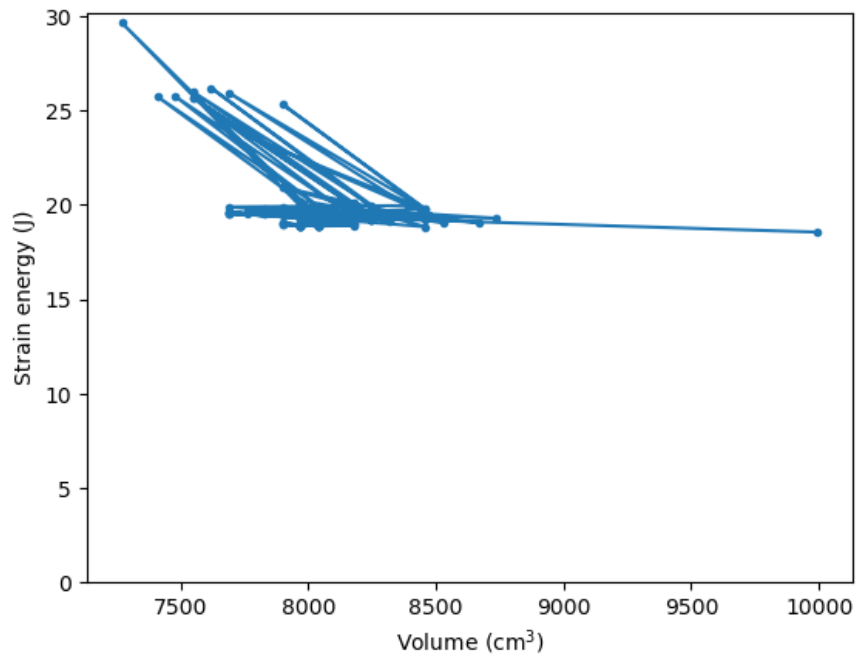


Fig. 2.29 History of strain energy vs. volume

2.3.3 実験 2：初期体積の変更

2.3.3.1 問題設定

実験 1 は、初期体積を 100% とするものであった。初期体積が結果に及ぼす影響を調べるため、初期体積を変更して同様の数値実験を行った。

設定した初期体積は 50% である。ここで、同じ初期体積 50% であっても、要素の分布には異なる候補がある。そのため、代表的な設定として、Fig. 2.30 のように要素が横方向に連なる場合と、Fig. 2.31 のように要素が縦方向に連なる場合を用意した。ただし体積は離散値をとるため、初期体積は厳密には 50% ではない。

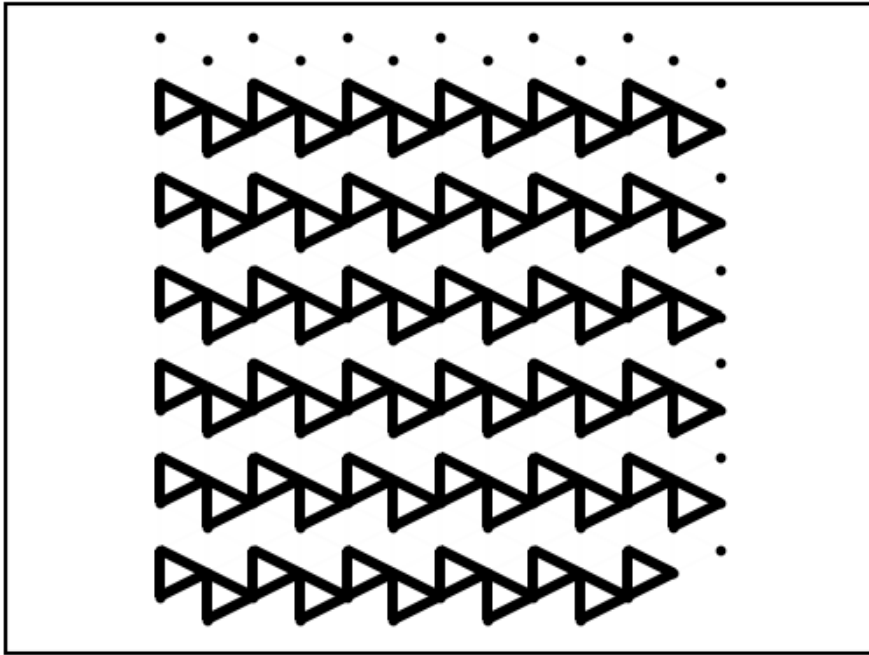


Fig. 2.30 Initial horizontally connected 50% volume structure

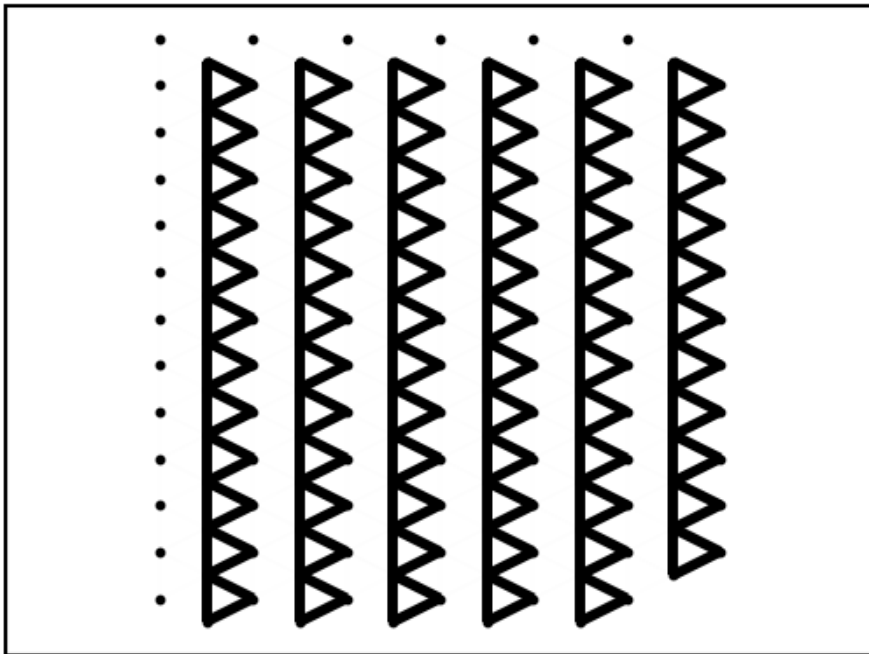


Fig. 2.31 Initial vertically connected 50% volume structure

2.3.3.2 結果と議論

■網目構造 最適化の結果得られた構造を Fig. 2.32 に示す。初期体積が 50% の場合の結果は、そのレイアウトによらず同一であった。また、初期体積が 100% の場合ともほとんど同様であった。

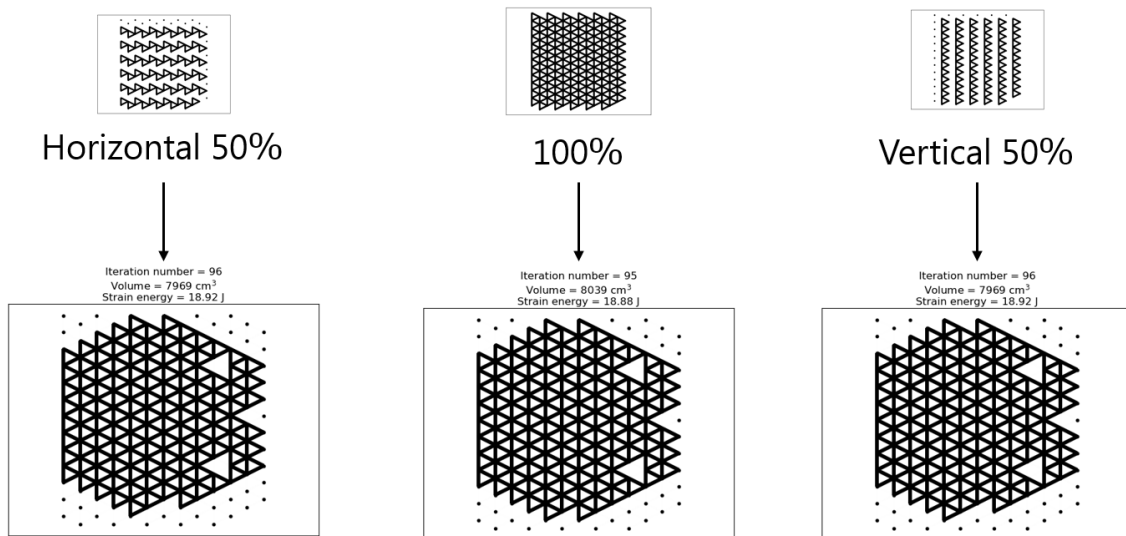


Fig. 2.32 Resulted structure

■体積の履歴 最適化の過程における、体積の履歴を Fig. 2.33 に示す。初期体積が 50% の場合の結果は、そのレイアウトによらず同一であった。また、初期体積が 100% の場合と同様に目標体積の 80% に近い値に収束している。

一方、初期体積は目標体積を下回っているため、履歴の挙動は異なる。初期体積が 50% の場合、初めに体積が単調増加した。その後の振動の挙動は初期体積が 100% の場合と同様であった。

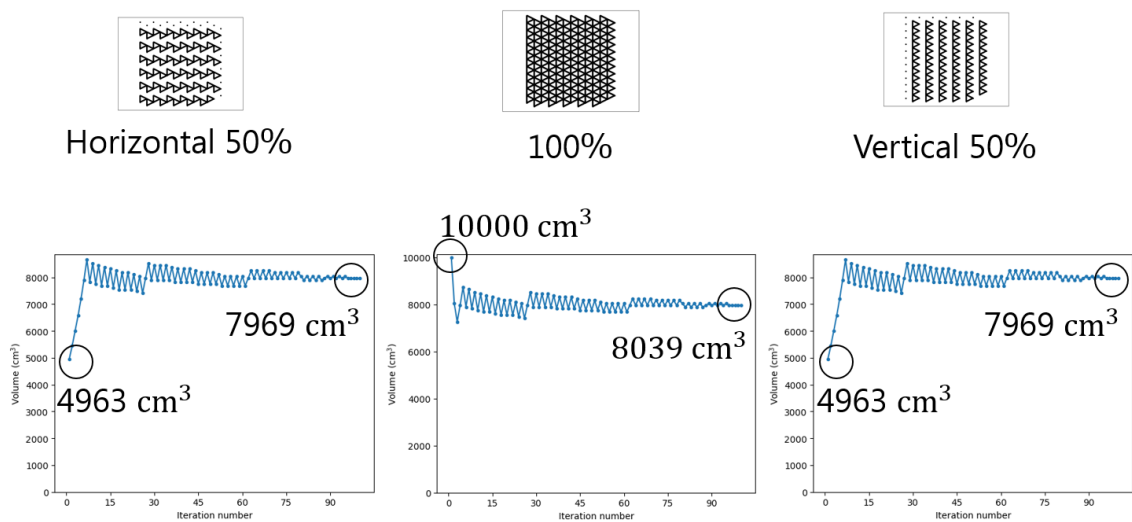


Fig. 2.33 Volume history

■エネルギーの履歴 最適化の過程における、ひずみエネルギーの履歴を Fig. 2.34 に示す。初期体積が50%の場合、ひずみエネルギーの初期値は極めて大きくなっている。これは、初期状態では支持点と荷重点が分離した構造になっているためである。いずれの結果も、ひずみエネルギーの値は同様の値に収束した。

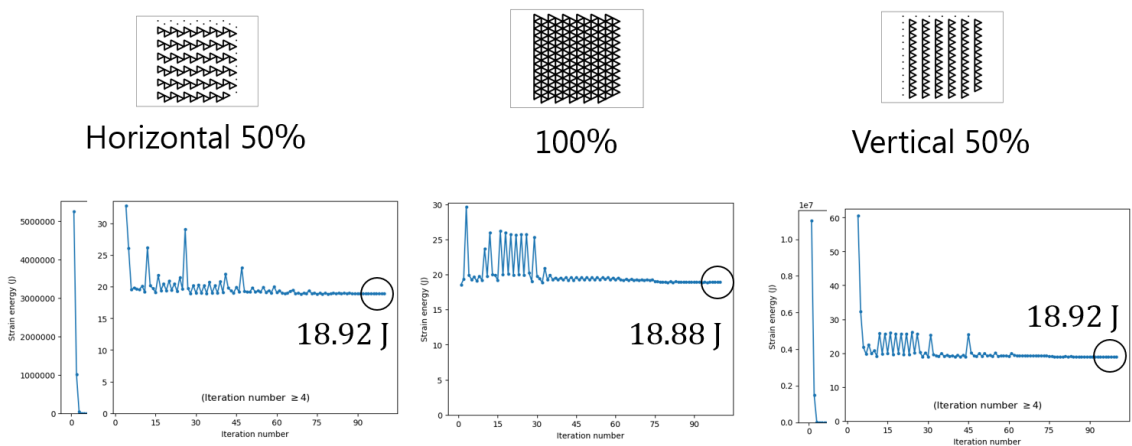


Fig. 2.34 Energy history

2.3.4 実験3：メッシュ密度の変更

2.3.4.1 問題設定

実験1のメッシュは、トラス要素で作る三角形を紙面縦12×横12に規則的に敷き詰めたものであった。メッシュの密度が結果に及ぼす影響を調べるため、メッシュの密度を変更して同様の数値実験を行った。

作成したメッシュを Fig. 2.35, 2.36 に示す。これらはそれぞれ、トラス要素で作る三角形を紙面縦8×横8, 縦16×横16に敷き詰めたものである。

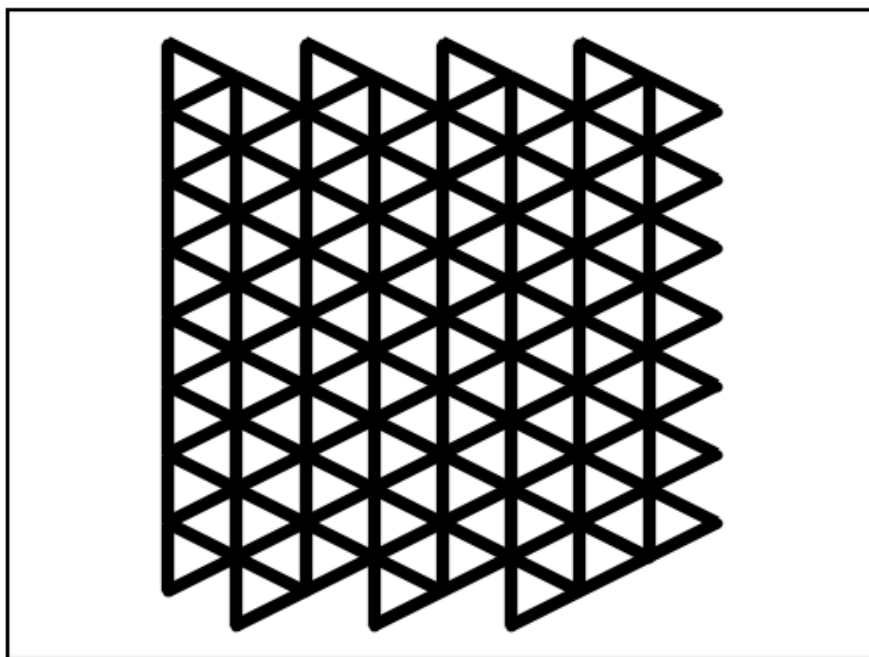


Fig. 2.35 Mesh with 8×8 triangles

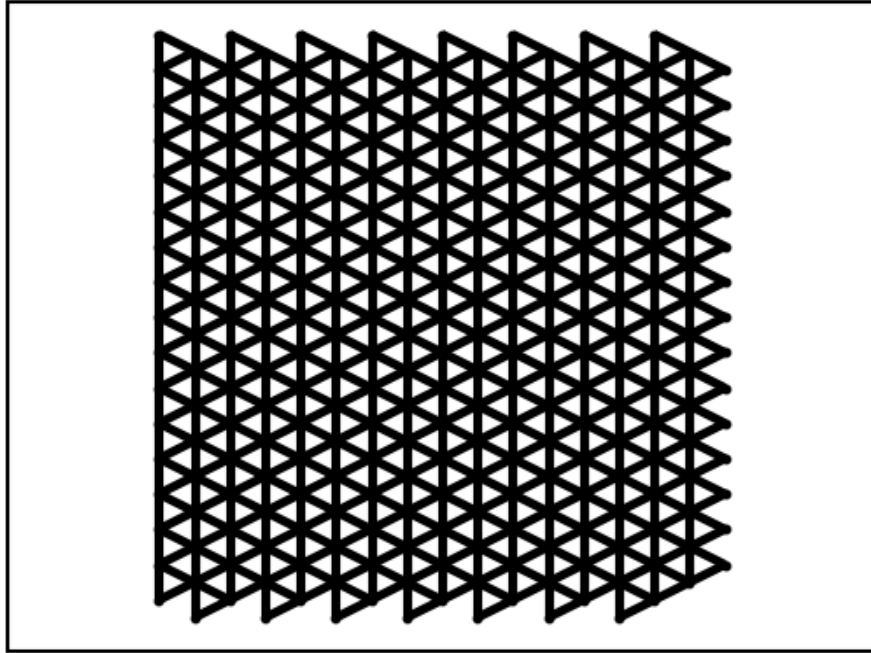


Fig. 2.36 Mesh with 16×16 triangles

実験 1 とは辺の数が異なるため，実験 1 と同じ最大体積となるように，最大幅を変更した．設定した値は Table 2.4, 2.5 に示す通りである．

Table 2.4 Geometric parameters for 8×8 mesh

Parameter	Value
Maximum volume V^{\max} [cm^3]	10000
Maximum edge width b^{\max} [mm]	19.81
Edge height h [mm]	19.81

Table 2.5 Geometric parameters for 16x16 mesh

Parameter	Value
Maximum volume V^{\max} [cm ³]	10000
Maximum edge width b^{\max} [mm]	13.92
Edge height h [mm]	13.92

2.3.4.2 結果と議論

■構造 最適化の結果得られた構造を Fig. 2.37 に示す。中央は実験 1 の結果である。いずれの結果も、細かさに違いはあるものの、紙面右側に 2 つ穴が空く構造が得られている。

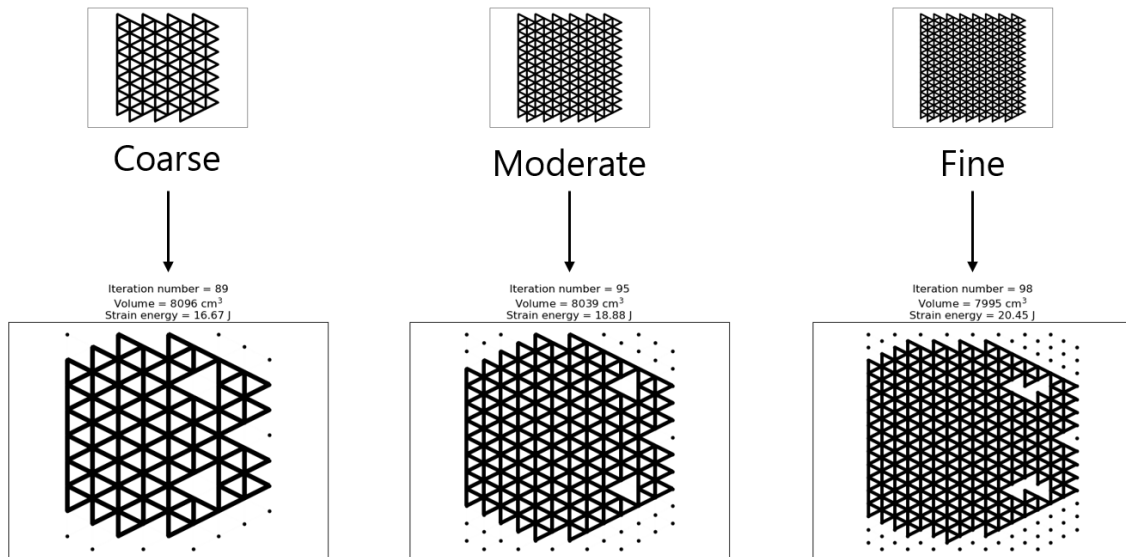


Fig. 2.37 Resulted structure

■体積の履歴 最適化の過程における、体積の履歴を Fig. 2.38 に示す。メッシュの密度によらず、単調減少の後振動し、目標体積の 80% に近づく結果となっている。

収束値は、メッシュが細かいほど 80% に近い値となっている。これは、メッシュが

細かいほど1つの三角形が持つ体積が小さく、設計変更による体積変化の最小単位が小さいからである。したがって、メッシュが細かいほど目標体積に近い設計が可能となる。

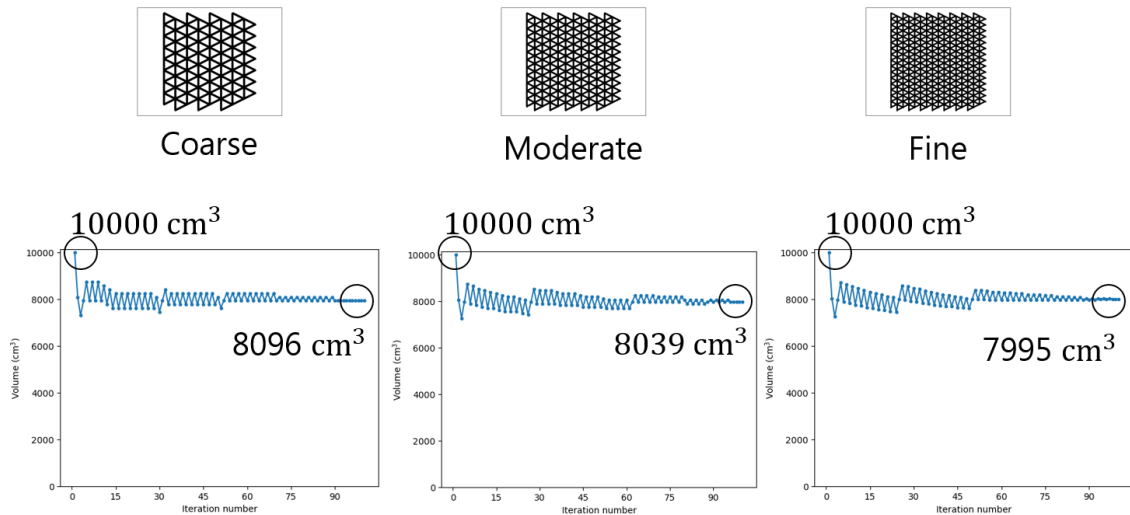


Fig. 2.38 Volume history

■エネルギーの履歴 最適化の過程における、ひずみエネルギーの履歴を Fig. 2.39 に示す。メッシュ密度によらず値は収束している。

収束値は、メッシュが粗いほど小さくなっている。つまり、メッシュが粗いほど硬い解が得られている。メッシュ密度によらず最大体積は同一であるのに対し、メッシュが粗いほど辺の総延長が短いため、メッシュが粗いほど断面積の最大値は大きい。この結果は、粗く太い少数の要素があるほうが、細かく細い多数の要素があるよりも硬い解を導くことを示している。

途中の解の振動は、メッシュが粗いほど大きい。これは、メッシュが粗いほど辺の数が少ないため、設計変更において荷重伝達の経路が変わりやすいからであると考えられる。

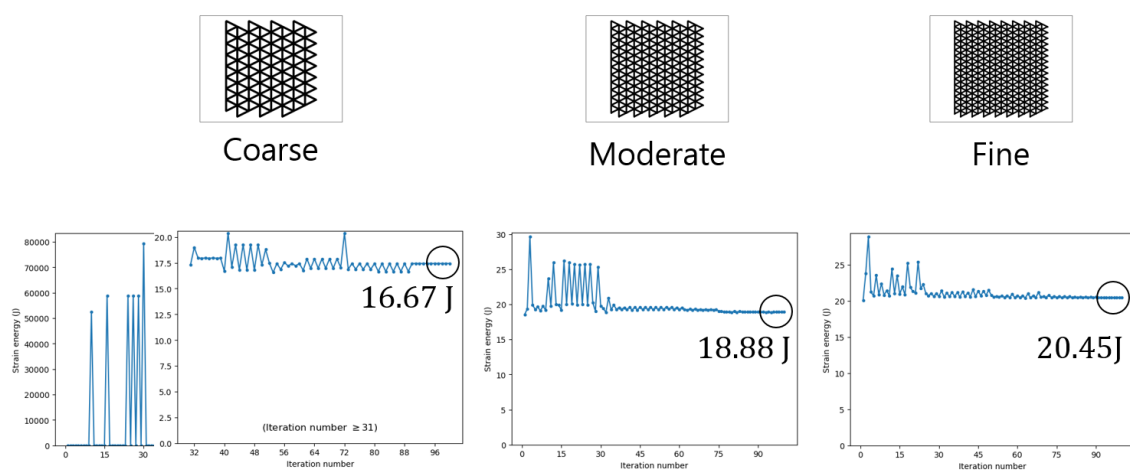


Fig. 2.39 Energy history

2.3.5 実験 4：メッシュパターンの変更

2.3.5.1 問題設定

実験 1 のメッシュは、トラス要素で作る三角形を規則的に敷き詰めたものだった。メッシュのパターンが結果に与える影響を調べるため、メッシュパターンを変更して同様の解析を行った。

作成したメッシュを Fig. 2.40 に示す。これは三角形と四角形を紙面縦 12× 横 12 に規則的に敷き詰めたものである。

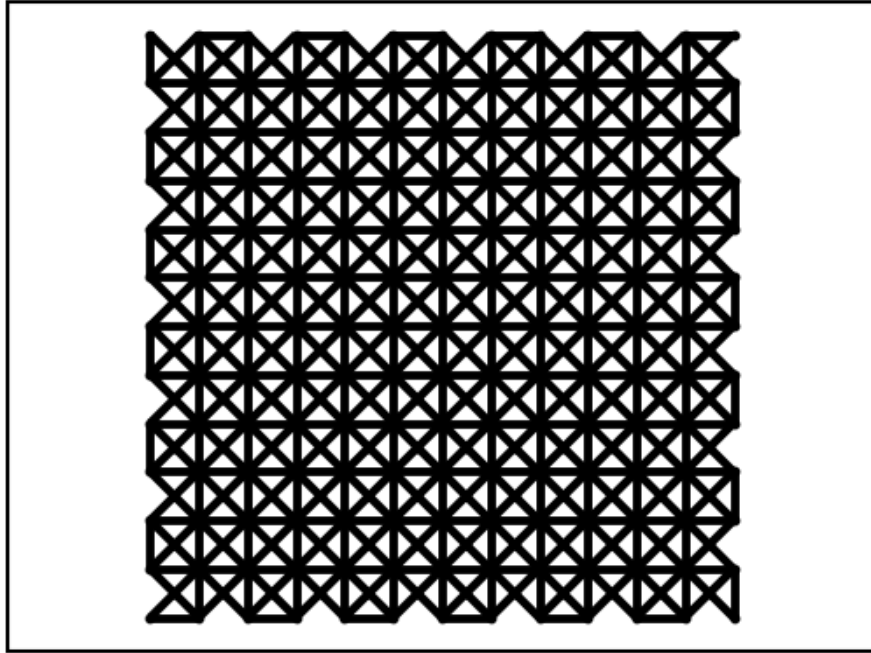


Fig. 2.40 Mesh with triangles and squares

実験 1 とは辺の数が異なるため，実験 1 と同じ最大体積となるように，最大幅を変更した．設定した値は Table 2.6 に示す通りである．

Table 2.6 Geometric parameters for 12×12 triangle-square mesh

Parameter	Value
Maximum volume V^{\max} [cm^3]	10000
Maximum edge width b^{\max} [mm]	13.14
Edge height h [mm]	13.14

2.3.5.2 結果と議論

■網目構造 最適化の結果得られた構造を Fig. 2.41 に示す．左側は実験 1 の結果である．三・四角型のメッシュパターンの場合も三角型の場合と類似する，右側に穴が

空く構造が得られている。

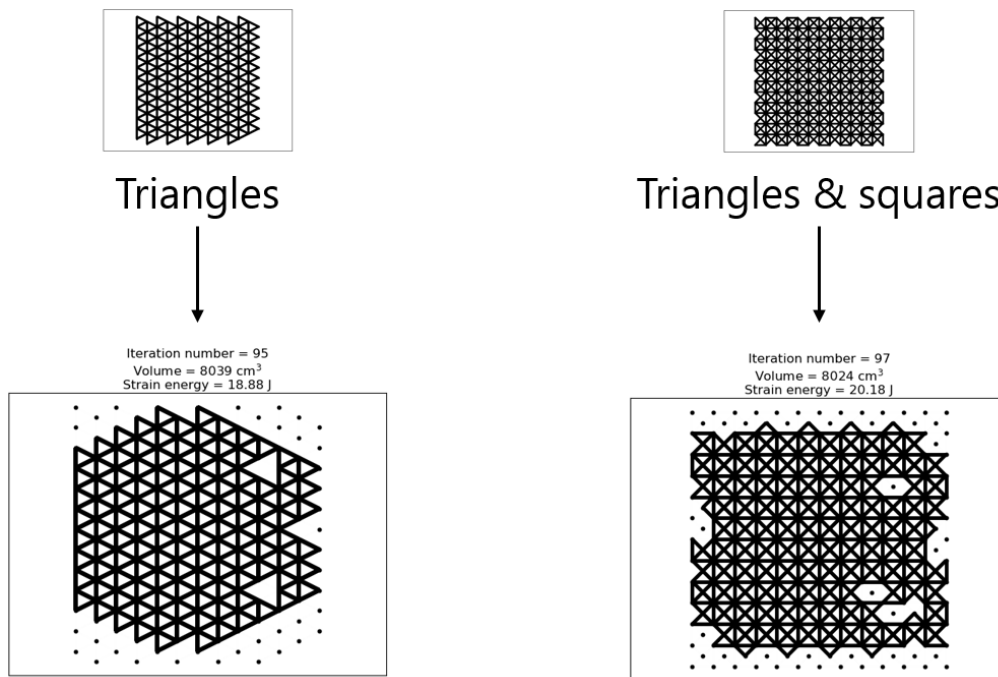
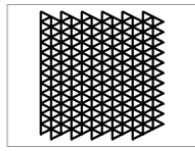


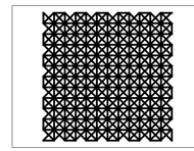
Fig. 2.41 Resulted structure

■体積の履歴 最適化の過程における，体積の履歴を Fig. 2.42 に示す．メッシュのパターンによらず，単調減少の後振動し，目標体積である 80% に近づく結果となっている。

収束値は，三・四角型の方が 80% に近い値となっている．これは，三・四角型の方がメッシュが細かいからである．三・四角型も結局は三角形の集まりであり，メッシュが細かければ 1 つの三角形が持つ体積が小さい．したがって，設計変更による体積変化の最小単位は小さい。



Triangles



Triangles & squares

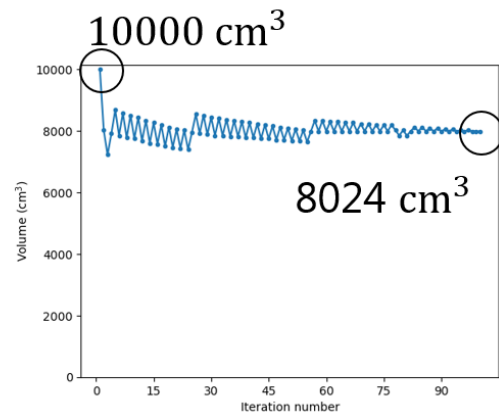
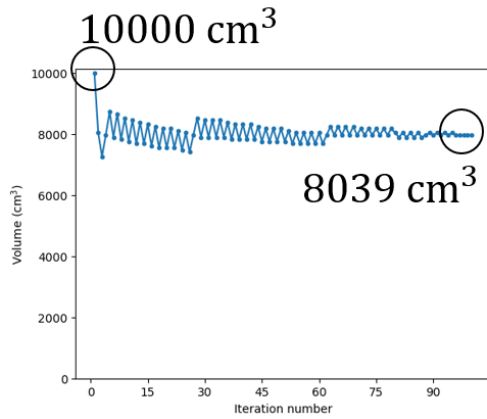
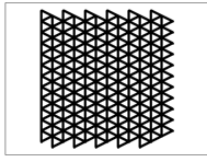


Fig. 2.42 Volume history

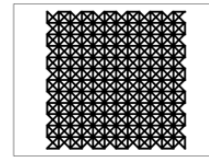
■エネルギーの履歴 最適化の過程における、ひずみエネルギーの履歴を Fig. 2.43 に示す。メッシュパターンによらず値は収束している。

収束値は、三・四角型ほど大きくなっている。これは、実験3においてメッシュを細かくした場合と一致する。この一致は、最大体積が同一のとき、辺の総数が多い三・四角型はメッシュが細かく細いことが理由と考えられる。

途中の解の振動は、三・四角型の方が小さくなっている。これも、実験3においてメッシュを細かくした場合と一致する。三・四角型は辺の数が多いため、設計変更の最小単位が小さく、設計変更において荷重伝達の経路が変わりにくいため、このような結果になると考えられる。



Triangles



Triangles & squares

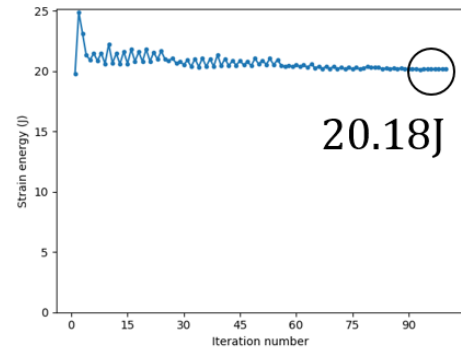
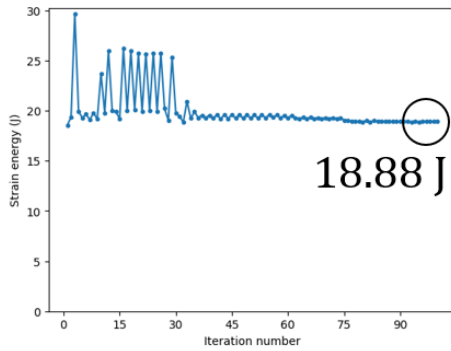


Fig. 2.43 Energy history

2.3.6 実験 5 : 境界条件の変更

2.3.6.1 問題設定

実験 1 の境界条件は、Fig. 2.23 に示したものであった。境界条件が結果に与える影響を調べるため、境界条件を変えて同様の数値実験を行った。

設定した境界条件を Fig. 2.44, 2.45, 2.46 に示す。これらは荷重を加える位置と向きを変えたものである。

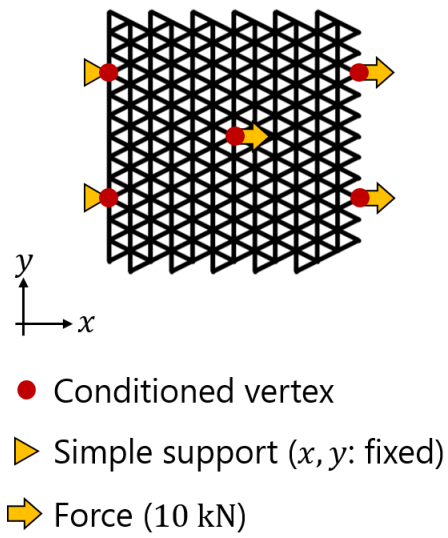


Fig. 2.44 Problem setting (Load: right, 3)

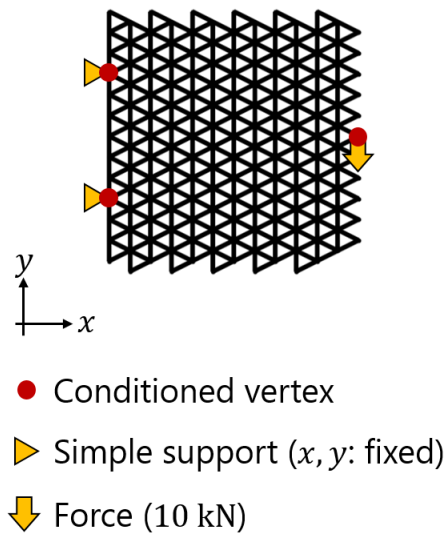


Fig. 2.45 Problem setting (Load: down, 1)

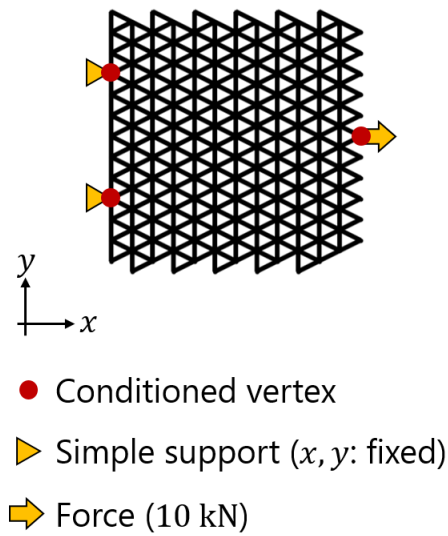


Fig. 2.46 Problem setting (Load: right, 1)

2.3.6.2 結果と議論

■網目構造 最適化の結果得られた構造を Fig. 2.47 に示す。紙面左上は実験 1 の境界条件での結果である。結果として、境界条件が異なる場合も同様に、支持点と荷重点に近い領域の辺が有効化されている。

また、初期状態での応力分布を Fig. 2.48 に示す。実験 1 と同様に、結果的に辺が無効化される領域は、応力の小さい領域に対応している。

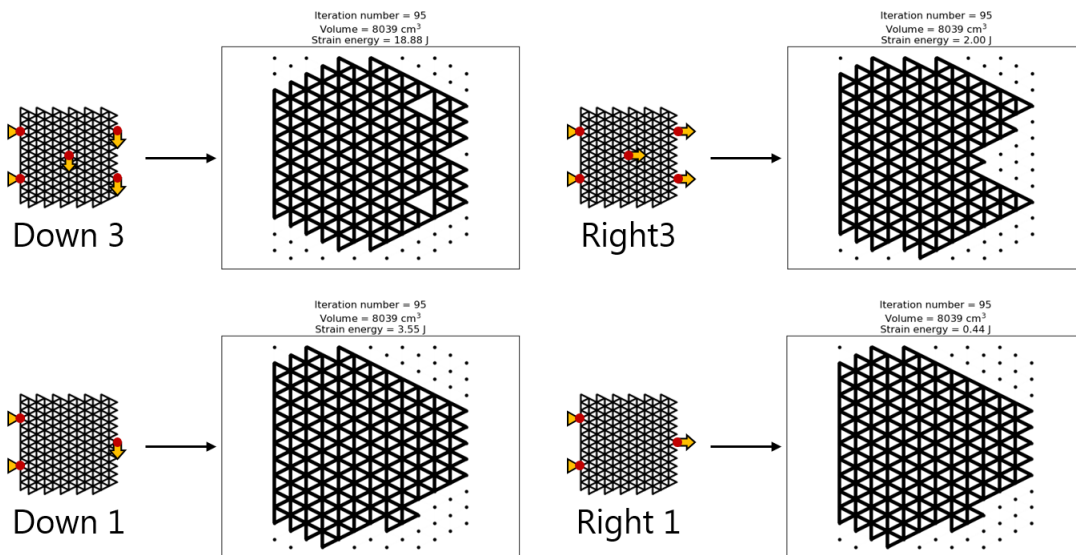


Fig. 2.47 Resulted structure

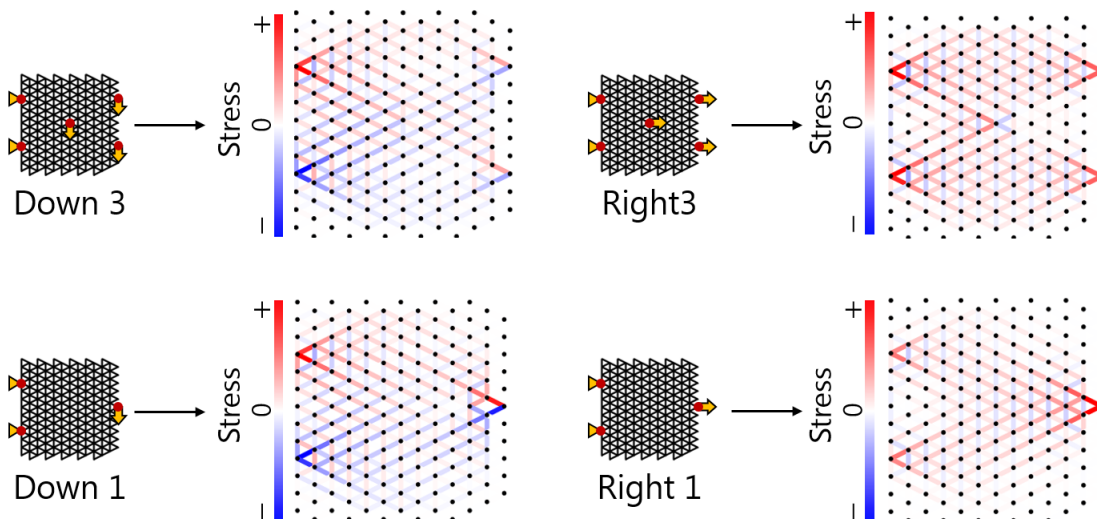


Fig. 2.48 Stress distribution

■体積の履歴 最適化の過程における，体積の履歴を Fig. 2.49 に示す．紙面左上は実験 1 の境界条件での結果である．

体積の履歴は，境界条件によらず完全に同一となっている．これは，メッシュが同一であるため，体積変化の最小単位が同一であるからである．

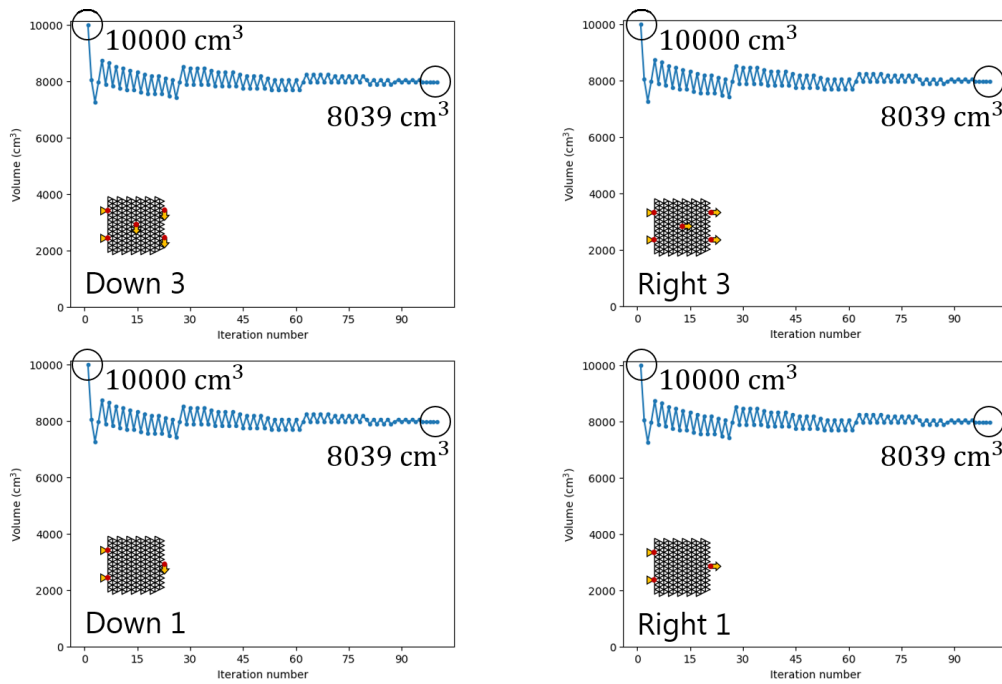


Fig. 2.49 Volume history

■エネルギーの履歴 最適化の過程における、ひずみエネルギーの履歴を Fig. 2.50 に示す。境界条件によらず、値は収束している。

収束値は、それぞれ異なる値となっている。これは、境界条件どうしに対称性等の同一視できる特徴がなく、独立した問題設定であるためである。Fig. 2.48 に示したように、応力の分布もそれぞれ異なる。

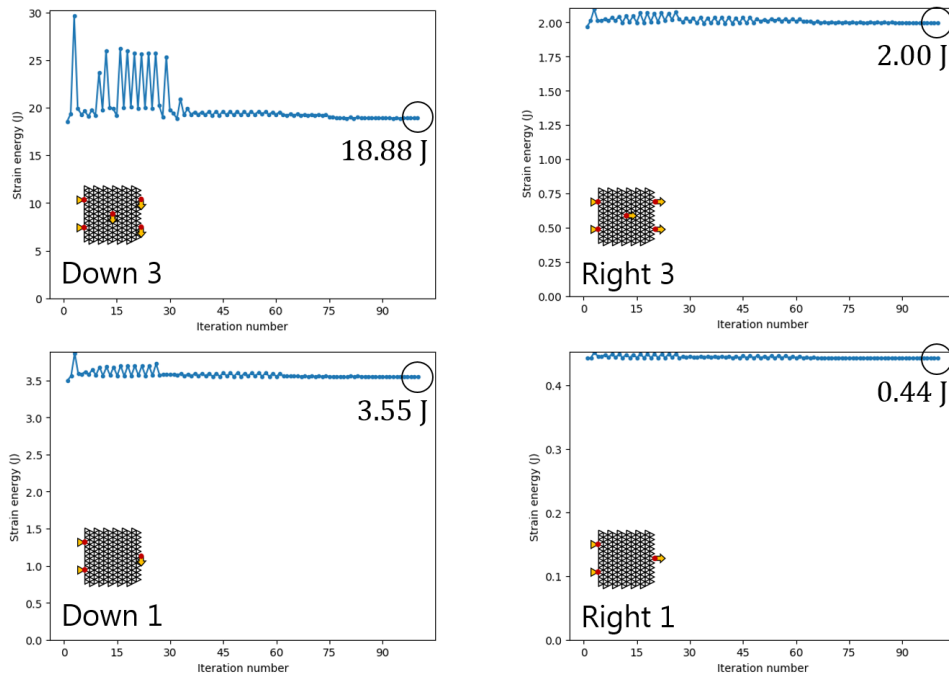


Fig. 2.50 Energy history

2.3.7 実験 6：目標体積の変更

2.3.7.1 問題設定

実験 1 は，目標体積を 80% とするものであった．目標体積が結果に与える影響を調べるため，目標体積を変更して同様の数値実験を行った．

実験 1 から変更した，最適化のパラメータを Table 2.7 に示す．目標体積は，10% ずつ設定した．また，進捗率の逓減率 Δr^p を半減させることで反復回数を倍増させ，小さな目標体積に対しても破綻無く最適化が進むようにした．

Table 2.7 Optimization parameters

Parameter	Value
Initial volume fraction $V^{f, \text{init}}$	100%
Target volume fraction $V^{f, \text{target}}$	90%, 80%, ..., 20%, 10%
Progression diminishing rate Δr^P	0.05%

2.3.7.2 結果と議論

■体積とひずみエネルギーの関係 最適化の結果得られた、体積の履歴とひずみエネルギーの履歴を関係付けて表したものを Fig. 2.51 に示す。

結果は、体積が小さいほどひずみエネルギーは大きいということを表しており、この結果は妥当である。体積が小さいと少ない辺数で荷重を支える必要があり、ひずみエネルギーは大きくなる。

目標体積が小さい場合には、ひずみエネルギーが極めて大きくなっている。これは、目標体積が小さい場合は支持点と荷重点を繋げるだけの十分な体積が無くなり、支持点と荷重点の離れた構造となるためである。

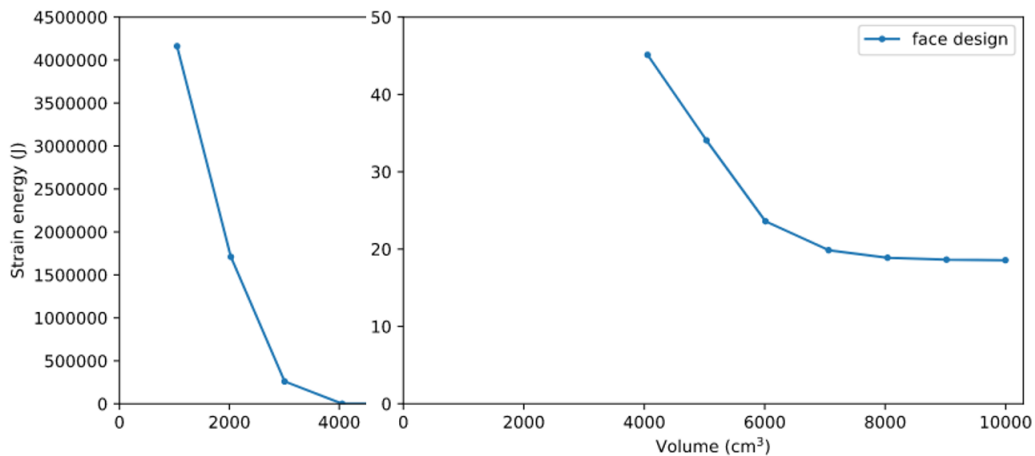


Fig. 2.51 Strain energy vs. volume for face design

2.3.8 実験7：切断と交差の条件の解除

2.3.8.1 問題設定

実験1は切断と交差を回避するため、辺ではなく面に設計変数を設定して最適設計を行うものであった。この設定が結果に与える影響を調べるため、辺に設計変数を設定し実験6と同様の数値実験を行った。

2.3.8.2 結果と議論

■体積とひずみエネルギーの関係 最適化の結果得られた、体積の履歴とひずみエネルギーの履歴を関係付けて表したものを Fig. 2.52 に示す。

面に設計変数を設定する場合と同様に、体積が小さいほどひずみエネルギーは大きくなっている。

目標体積が小さい場合には、ひずみエネルギーが極めて大きくなるという結果も同様である。

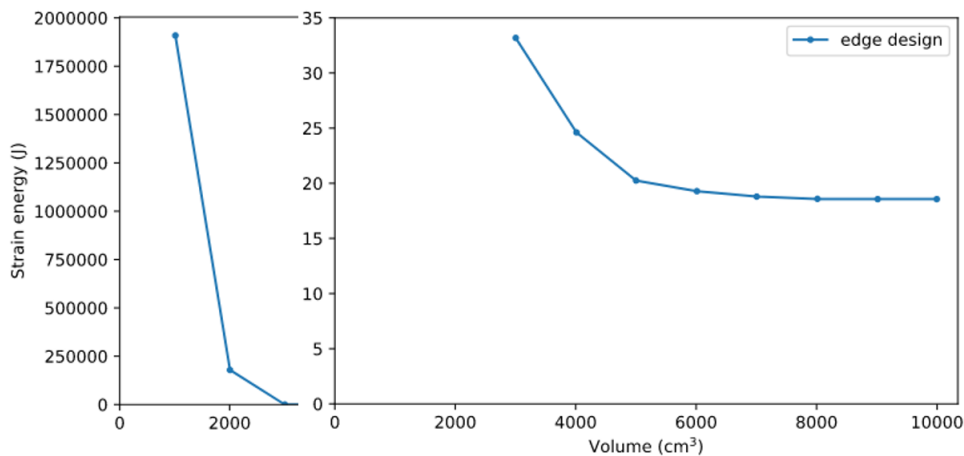


Fig. 2.52 Strain energy vs. volume for edge design

この結果を、実験 6 の、面に設計変数を設定した場合の結果とともに表したものを Fig. 2.53 に示す。さらにその差を、設計変数の設定を辺から面に変えたことによるひずみエネルギーの増加率で表したものが Fig. 2.54 である。ただし、ひずみエネルギーが極めて大きな値になった場合のデータは省略している。

Fig. 2.53 のように、一般に辺に設計変数を設定した場合のほうが、ひずみエネルギーが小さくなることが分かった。面単位での設計変数の設定は、切断と交差の回避のための制約であり、設計空間は狭められる。辺単位の場合はそのような制約が無いため、ひずみエネルギーが小さいという結果になると考えられる。

また Fig. 2.54 のように、ひずみエネルギーの差は、減少体積が小さい場合は小さく、減少体積を大きくするにつれて増大する結果となった。これは、減少体積が小さい場合に除去される要素は荷重伝達にあまり関係せず、減少体積が大きい場合は荷重伝達への寄与が大きい要素の除去が起こるためであると考えられる。設計変数が面単位の場合は、面を構成する辺の中に、有用度の低い辺が含まれていると、面としての有用度が低下し、その面に含まれている有用度の高い辺も一緒に除去されることがある。

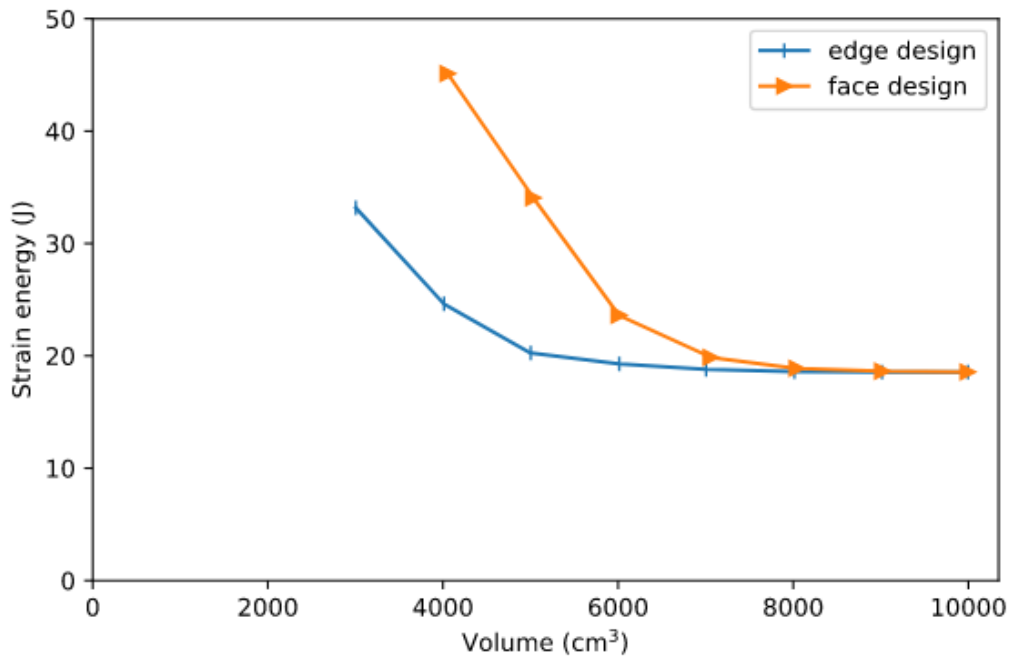


Fig. 2.53 Strain energy vs. volume for face and edge design

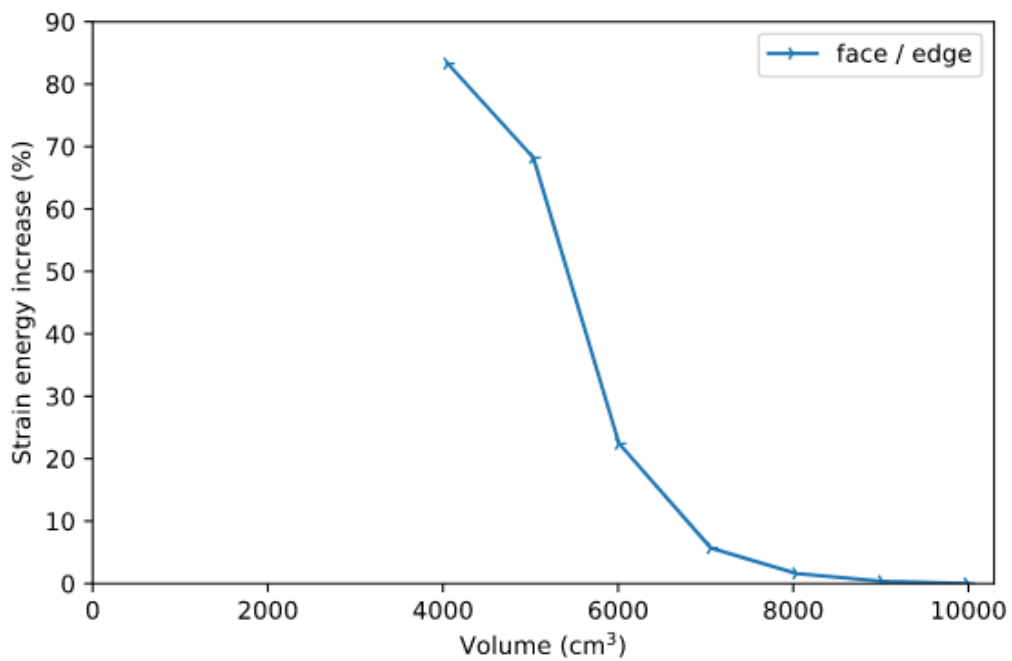


Fig. 2.54 Strain energy increase vs. volume

2.3.9 実験 8：境界条件が体積とひずみエネルギーの関係に与える影響

2.3.9.1 問題設定

実験 6 および 7 で示したように、体積とひずみエネルギーの関係は、面単位で設計する場合と辺単位で設計する場合で異なる。境界条件が結果に与える影響を調べるため、境界条件を Fig. 2.44, 2.45, 2.46 とした場合について実験 6 および 7 と同様の数値実験を行った。

2.3.9.2 結果と議論

結果として得られた体積とひずみエネルギーの関係を、Fig. 2.55 に示す。いずれの結果も、面単位で設計する場合の方がひずみエネルギーは大きくなっている。これは面単位での設計変数の設定が最適化上の制約として働くことを示している。

ひずみエネルギーが極めて大きくなる体積は、荷重点の数が少ないときの方が小さくなっている。荷重点の数が少ないときは、荷重伝達に必要な不可欠な辺の数が少なく、体積を小さくするまでそれらの辺が除去されないと考えられる。

体積とひずみエネルギーの増加率の関係を Fig. 2.56 に示す。目標体積が小さいほど、ひずみエネルギーの増加率は大きくなる。これは、目標体積が小さいほど、荷重伝達に有用な辺を面ごと除去することが多くなるためと考えられる。

ひずみエネルギーの増加率は、荷重が紙面右向きである場合のほうが、下向きである場合よりも小さくなっている。これは、Fig. 2.48 に示したように、荷重が右向きのときは、一つ一つの面を構成する辺同士で、有用度の差が小さいためと考えられる。荷重が下向きのときは、縦方向より斜め方向の辺で応力が高い面が多数あるのに対し、荷重が右向きのときは、縦も斜めも同等の応力となっている面が多い。したがって荷重が右向きのときは、面単位での設計変更を行っても、荷重伝達に有用な辺を面ごと除去することが少ないと考えられる。

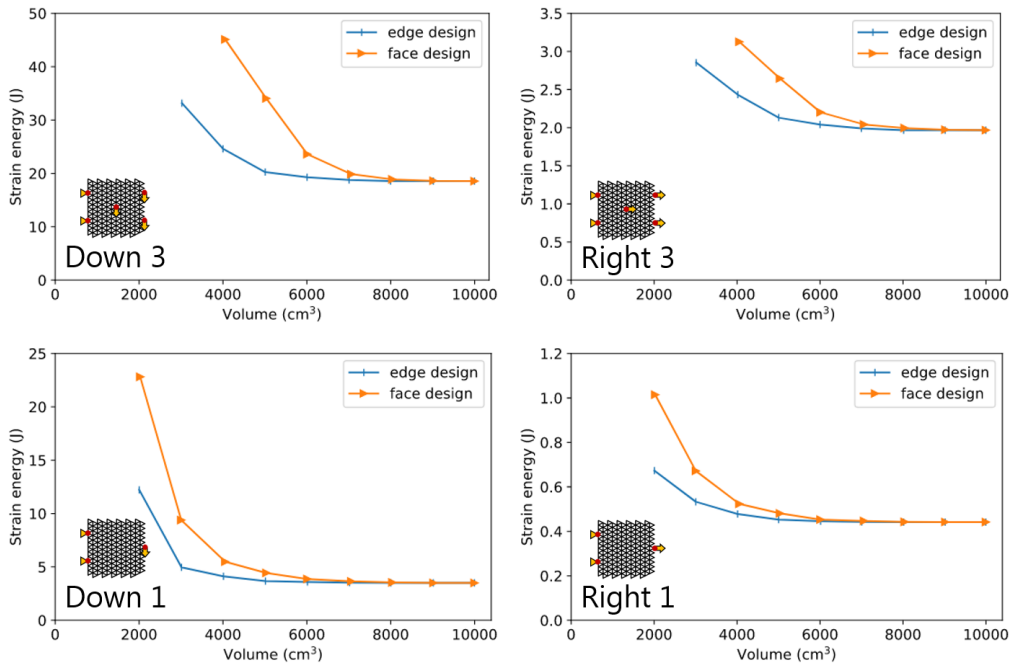


Fig. 2.55 Strain energy vs. volume

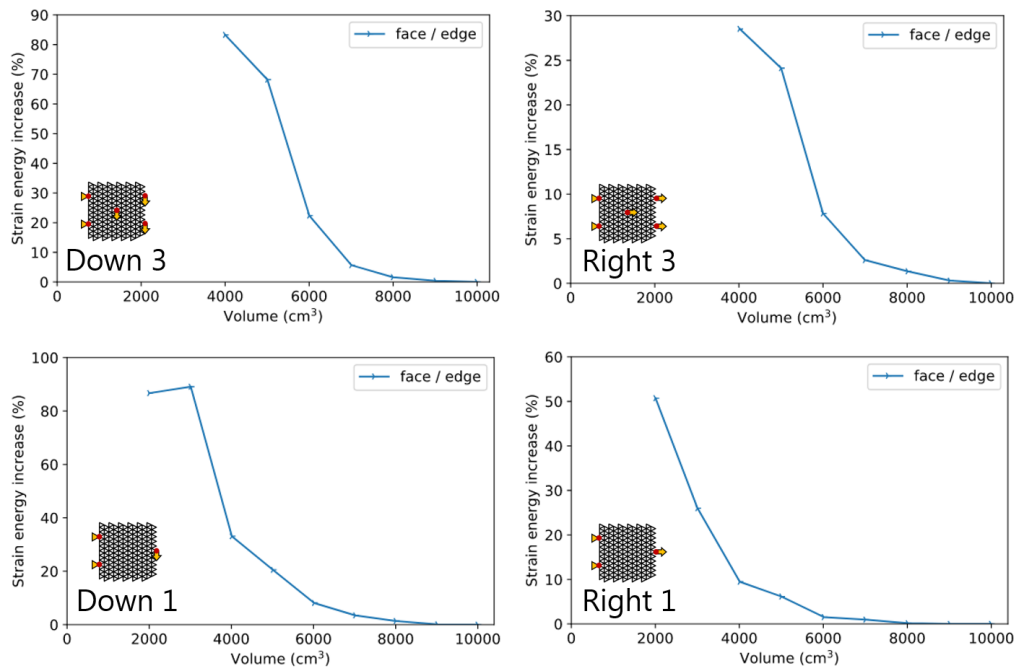


Fig. 2.56 Strain energy increase vs. volume

2.4 第2章のまとめ

本章では，製造時に繊維の切断と交差を回避可能な構造を得るための設計最適化法を示した．手法の構築にはグラフ理論の諸定理と構造設計最適化法を利用した．提案手法を用いた数値実験を行い，最適化結果を得た．また，種々のパラメータや問題設定が結果に与える影響を調査した．

結果として，本手法によって妥当な結果が得られることを示した．また，本手法で取り組んだ切断と交差の回避が最適化上の制約として働く効果があることを示した．最適化によって減じる体積が小さいときは，除去する辺が荷重伝達に大きく関わっておらず，繊維の切断と交差を回避することによるひずみエネルギーの増加は小さいことが分かった．

第 3 章

製造性の検証： 切断・交差を考慮することの 影響の調査

3.1 緒言

本章では，構造設計最適化の結果に対し，製造性の観点から評価を行うことを通じて，構造設計最適化と，製造性の関係について述べる．本節を第 3.1 節とし，第 3.2 節で製造性の評価方法を構築する．第 3.3 節は数値実験として，構築した評価手法を用いて，第 2 章で得た設計最適化結果の製造性を評価し，得られた知見について述べる．第 3.4 節は，本章のまとめである．

3.2 評価法の構築

3.2.1 評価の概要

第 2 章で提案した手法は，製造時の繊維の切断と交差を回避するためのものであった．第 2 章の数値実験では，この回避を考慮する場合としない場合の最適化結果を示した．本章は，これらの結果について評価を行う．

繊維の切断と交差の回避の動機のうち、製造性に関係するのは製造時間である。切断と交差のうち、切断は、ヘッドの空走を生じ、これは製造時間を増加させる。したがって、切断を回避する場合と回避しない場合について、製造時間を考える。

製造時間は、ヘッドが動く道のりの長さである、製造距離で代表される。本研究は、製造性を代表するものとして、製造距離を評価する。

3.2.2 切断を回避する場合

3.2.2.1 製造距離とオイラーグラフの対応

製造距離は、複数の要素で構成される。製造距離はヘッドの総運転距離 (Total route length) であり、これを L^{total} 、繊維を繰り出している距離 (実走距離, Productive route length) を $L^{\text{productive}}$ 、繊維を繰り出していない距離 (空走距離, Idle route length) を L^{idle} とすると、

$$L^{\text{total}} = L^{\text{productive}} + L^{\text{idle}} \quad (3.1)$$

である。なお、ヘッドを上昇・下降させる等の操作に必要な運転距離は、その他の運転距離と比べて小さいため無視している。

製造距離には、網目構造がオイラーグラフとして見なせるかどうか重要である。オイラーグラフは一筆書き可能であるから、切断と交差を回避してステージからヘッドを離さず製造可能である。このとき、ヘッドの空走は生じず、ヘッドは常に繊維を繰り出す。また、ヘッドが繰り出す繊維の幅は辺の幅と同一にできる。したがって、製造におけるヘッドの運転距離は、繊維を繰り出している距離だけで占められ、それは辺の総延長と一致する。

網目構造がそのままではオイラーグラフと見なせない場合、切断を回避するためには、Fig. 3.1 のように辺を 2 重辺と見て、オイラーグラフと見なすしかない。これは、ヘッドが繰り出す繊維幅を、辺の幅の半分にするに対応する。このとき、ヘッドの総運転距離は、辺の総延長の 2 倍になる。

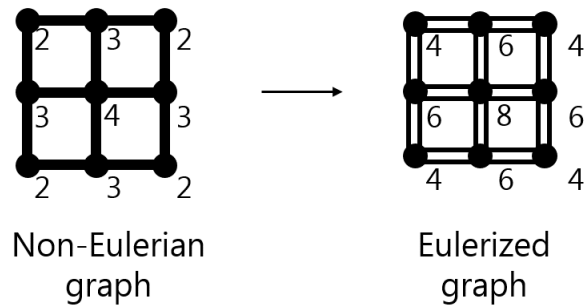


Fig. 3.1 Eulerization by doubling edges

3.2.2.2 構造設計最適化との対応

面に設計変数を設定する最適化手法は，そのままオイラーグラフと見なせる網目構造を与える．この場合，辺の総延長 L に対し，

$$L^{\text{idle}} = 0 \quad (3.2)$$

$$L^{\text{productive}} = L \quad (3.3)$$

$$L^{\text{total}} = L^{\text{productive}} = L \quad (3.4)$$

となる．

辺に設計変数を設定する最適化手法では，一般にそのままではオイラーグラフと見なせない網目構造を与える．この場合，先述のように辺を2重辺と見て，

$$L^{\text{productive}} = 2L \quad (3.5)$$

となり，

$$L^{\text{idle}} = 0 \quad (3.6)$$

$$L^{\text{total}} = L^{\text{productive}} = 2L \quad (3.7)$$

となる．

このように，辺の総延長が L である最適化結果に対する製造距離は，切断を許さない場合，面を設計変数とする場合は L となり，辺を設計変数とする場合は $2L$ となる．

3.2.3 切断を回避しない場合

3.2.3.1 製造距離と中国郵便配達人問題の対応

最適化結果がそのままではオイラーグラフと見なせない場合は、切断を回避する場合としない場合でヘッドの総運転距離の最小値が異なる。切断を回避する場合の評価法は上に述べた通りである。ここでは、切断を回避しない場合についての評価法を論じる。

評価に用いるのは、中国郵便配達人問題（Chinese Postman Problem: CPP）の解法である。CPP は、自動製造技術の登場以前から、図面のような線画を自動描画するプロッターの軌道計画問題に適用されている [57, 58]。自動製造における CPP の適用を行った研究にはいくつかあるが [59, 60]、これらは別途設計した構造に対して CPP を解くものであり、本研究のようにオイラーグラフを前提とする設計最適化の結果と比べた例はない。

3.2.3.2 中国郵便配達人問題

ここで、中国郵便配達人問題（CPP）^{*1*2}について示す。CPP は、Fig. 3.2 に示すように、「郵便配達人が、担当地域に手紙を届けなければならない。配達人は、担当地域にある通り全てを歩いて、郵便局に戻る必要がある。配達人は、どのようにすれば歩く距離が最短になるように経路を設計できるか？」^{*3}という問題である。

*1 Chinese とは、この問題を中国人数学者 Kwan[61] が初めて発表したことにちなみ、Kwan の論文 [61] の英語訳 [62] を読んだ Edmonds が、Goldman から名前の提案を受け [63] 発表したものである [64]。Edmonds と Johnson[65] は、CPP がマッチング問題に帰着でき、多項式時間で解けることを示した [64]。

*2 CPP は日本語では、中国郵便配達人問題、中国人郵便配達問題として言及される。

*3 Martin ら [64] によれば原文は、”A postman has to deliver letters to a given neighborhood. He needs to walk through all the streets in the neighborhood and back to the post-office. How can he design his route so that he walks the shortest distance?”である。

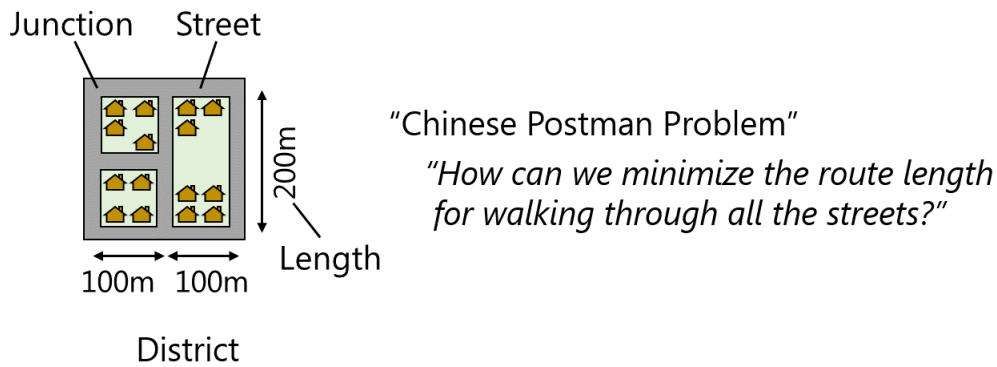


Fig. 3.2 Original representation of Chinese Postman Problem (CPP)

CPP は、Fig. 3.3 に示すように、グラフ理論の問題として捉えられた。すなわち、長さを重み（Weight）とする辺で街路を表し、頂点で交差点を表すことで街をグラフとして捉え、重みの総和を最小とするような回路（Circuit）を求める問題に帰着された。回路は、重複しない辺が作る閉じたループであり、辺の集合 E_G に対し、頂点の列

$$\{v_1, \dots, v_k\} \text{ s.t. } v_1 = v_k; \{v_i, v_{i+1}\} \in E_G \text{ for } i \in \{1, \dots, k-1\} \quad (3.8)$$

でとして表される。

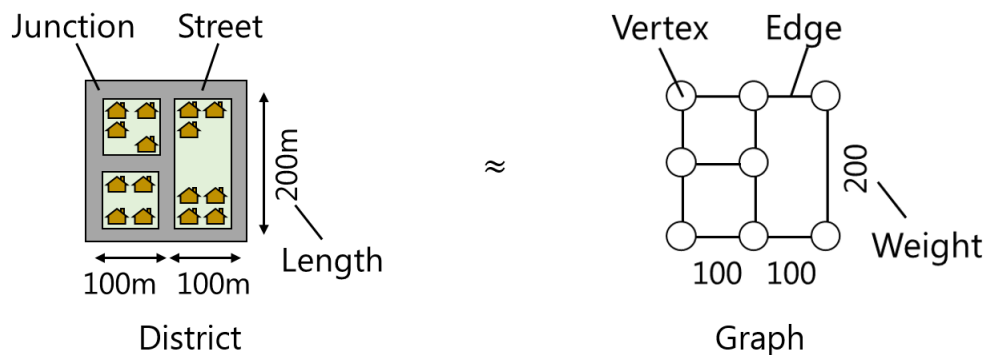


Fig. 3.3 Graph representation of Chinese Postman Problem (CPP)

CPP の解法には、オイラーグラフの概念が関係する。Fig. 3.4 のように、与えられ

たグラフがオイラーグラフであれば，グラフにはオイラー回路が存在する．オイラー回路は，グラフの辺をそれぞれちょうど1回通ることによって全ての辺をまわりきる経路であるから，直ちに CPP の解になる．

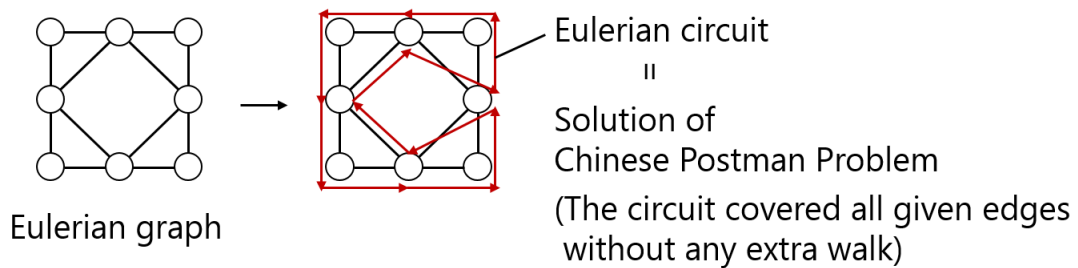


Fig. 3.4 Eulerian graph in Chinese Postman Problem (CPP)

CPP で問題となるのは，与えられたグラフがオイラーグラフでない場合である．このときは Fig. 3.5 のように，辺を加えてオイラーグラフ化する．加えた辺が，余分な経路である．CPP の解は，この余分な経路の長さの総和が最小になる．

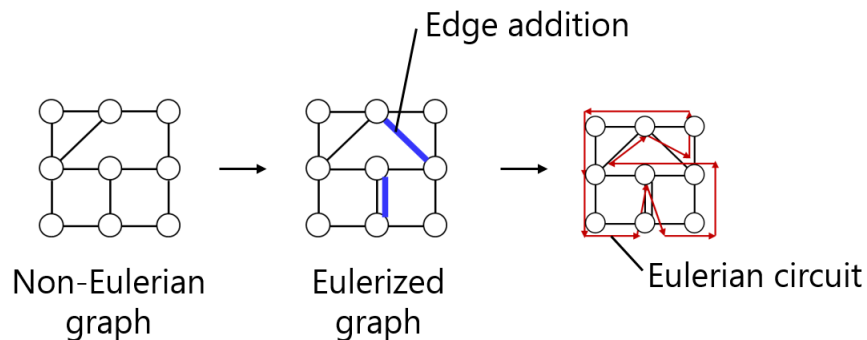


Fig. 3.5 Eulerization of non-Eulerian graph

そこで問題になるのが，余分な辺の加え方である．余分な辺は，奇数の次数を持つ頂点の間に加えればよい．ここで，奇数の次数を持つ頂点は必ず偶数個ある．これは，

握手補題 (Handshaking lemma) [45] すなわち

$$\sum_{v_i \in V_G} \deg(v_i) = 2|E_G| \quad (3.9)$$

により, 次数の総和は必ず偶数であるからである.

余分な辺の加え方は, Fig. 3.6 のように複数存在する. したがって CPP は, 重みの総和が最小になるように余分な辺を追加する問題へと帰着される.

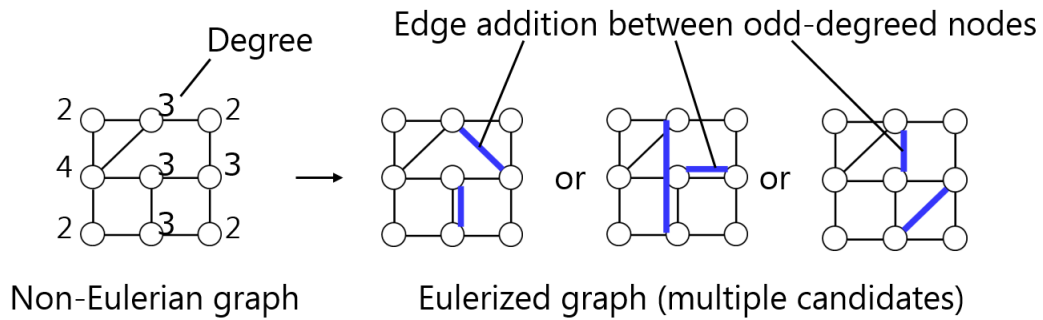


Fig. 3.6 Multiple candidates in Eulerization of non-Eulerian graph

3.2.3.3 最小重み完全マッチング問題

重みの総和が最小になるように余分な辺を追加する問題は, 最小重み完全マッチング問題にさらに帰着される. マッチングは, Fig. 3.7 上段のように, 端点を共有しない辺の集合である. 完全マッチングは, Fig. 3.7 中段のように, 全ての頂点を含むマッチングである. 最小重み完全マッチングは, Fig. 3.7 下段のように, 重みの和が最小になるような完全マッチングである.

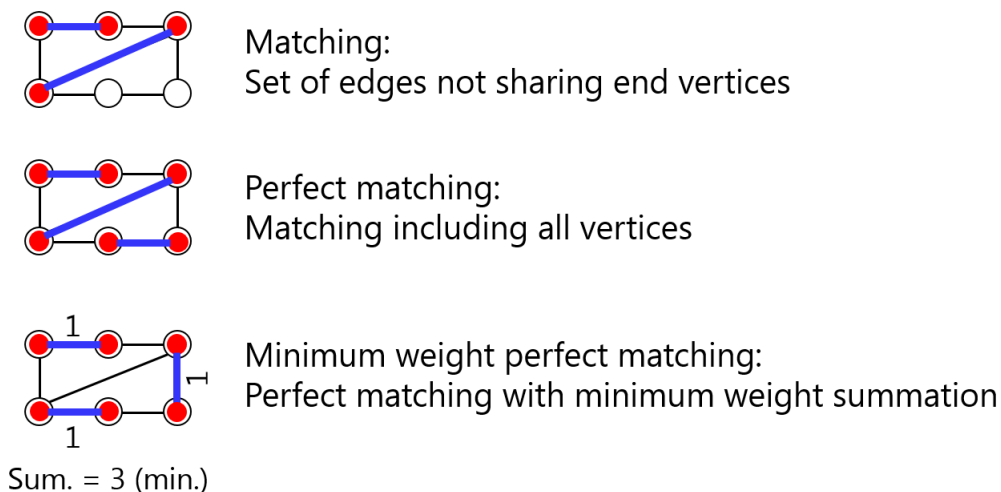


Fig. 3.7 Matching

最小重み完全マッチング問題は，Edmons[66, 67] による Blossom アルゴリズムにより，多項式時間で解けることが知られている [68]．本研究は，この解法をプログラミング言語 Python 上に実装したもの [69, 70] を用いて計算を行う．

3.2.4 評価法のまとめ

製造距離は，オイラーグラフについては辺の総延長で評価できる．非オイラーグラフについては切断を回避する場合としない場合で異なる評価法を用意する必要があった．以上のように，回避する場合は 2 重辺化によって評価し，回避しない場合は CPP の解法によって評価を行う．

3.3 数値実験

3.3.1 問題設定

第 2 章の数値実験では，Fig. 2.23, 2.44, 2.45, 2.46 に示した境界条件に対し，目標体積を少しずつ変えながら体積とひずみエネルギーの関係を求めた．本章では，これら面および辺を設計変数としたときの最適化結果に対し製造性を評価した．

評価法で述べたように、面単位で設計した場合は、切断を回避する場合もしない場合も同一の製造距離となる。辺単位で設計した場合は、切断を回避する場合としない場合について製造距離を評価した。

3.3.2 結果と議論

3.3.2.1 空走の影響

結果の一つを Table 3.1 に示す。辺単位で設計した結果得られた構造について、切断を回避しないときのヘッドの空走箇所が得られた。青い線で示した部分が空走部であり、辺単位で設計する場合には空走が発生していることが分かる。

面単位で設計した結果得られた構造はそのままオイラーグラフとして見なせる構造であるから、空走は発生していない。

注目すべきは、実走距離および製造距離である。実走距離は、製造に必ず要求されるヘッドの運転距離を表しており、値は「30.91 m, 設計：辺単位」 < 「31.01 m, 設計：面単位」となっている。製造距離は、空走を含めたヘッドの運転距離を表しており、値は「33.74 m, 設計：辺単位」 > 「31.01 m, 設計：面単位」となっている。

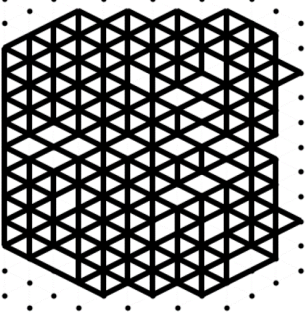
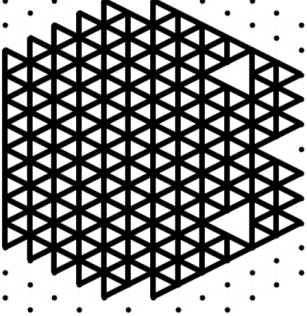
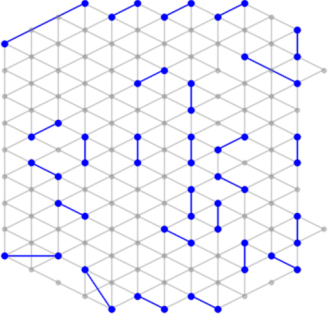
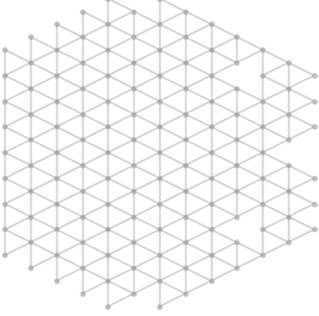
つまり、空走を考慮しないと、辺単位で設計するほうが製造時間が見かけ上短い、空走を含めて考えるとそうではなく、面単位で設計するほうが製造時間が短いということが明らかになっている。

また、ひずみエネルギーの値は、「18.58 J, 設計：辺単位」 < 「18.88 J, 設計：面単位」となっている。

結果の数値からは、辺単位で設計した場合は面単位の場合より 1.6%(= $1 - 18.58/18.88$) 硬く、製造時間が 8.8%(= $33.74/31.01$) 長い構造が得られ、面単位で設計した場合は辺単位の場合より 1.6%(= $18.88/18.58$) 柔らかく、製造時間が 8.1%(= $1 - 31.01/33.74$) 短い構造が得られるということが分かる。つまり、製造時間の短さと構造の硬さの間にトレードオフの関係がある。ヘッドの空走を考慮しない場合、この事実が覆い隠され、辺単位で設計した場合は面単位の場合より 1.6%(= $1 - 18.58/18.88$) 硬く、実走距離が 0.32%(= $1 - 30.91/31.01$) 短い構造とし

てトレードオフの関係が見えなくなる.

Table 3.1 Result

	Edge design	Face design
Structure		
Route (Gray: productive) (Blue: idle)		
Strain energy (J)	18.58	18.88
Volume (cm ³)	8013	8039
Productive route length (m)	30.91	31.01
Total route length (m)	33.74	31.01
Idle route length (m)	2.83	0

3.3.2.2 製造距離とひずみエネルギーの関係

結果として得られた、製造距離とひずみエネルギーの関係を Fig. 3.8 に示す。ただし、ひずみエネルギーが極めて大きい値となる、目標体積が小さい場合については省略している。

いずれの結果も、製造距離が同一のときは、「設計変数：辺，切断：許可」 < 「設計変数：面，切断：禁止」 < 「設計変数：辺，切断：禁止」の順でひずみエネルギーが小さくなっている。「設計変数：辺，切断：許可」 < 「設計変数：面，切断：禁止」となっているのは、切断の禁止が制約として設計空間を狭めたことを意味する。

また、ひずみエネルギーが同一のときは、「設計変数：辺，切断：許可」 < 「設計変数：面，切断：禁止」 < 「設計変数：辺，切断：禁止」の順で製造距離が短くなっている。「設計変数：面，切断：禁止」 < 「設計変数：辺，切断：禁止」となるのは、切断の禁止を前提とするときは、切断の禁止を考慮した設計最適化を行うことで、製造時間を短くできることを意味する。

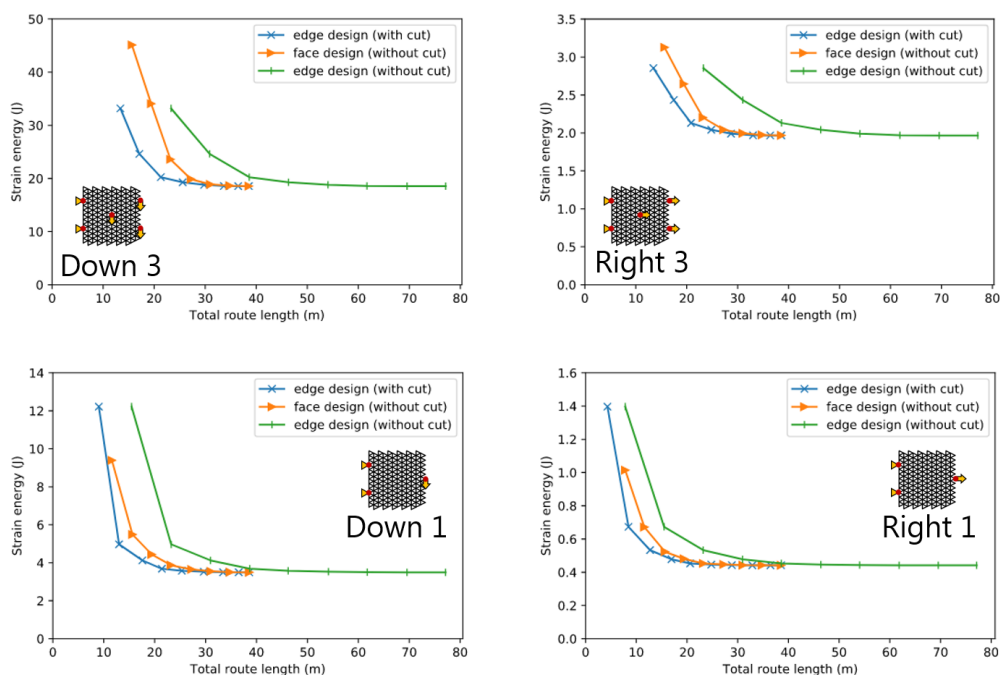


Fig. 3.8 Strain energy vs. total route length for face and edge design

3.3.2.3 空走距離と体積の関係

空走距離と体積の関係を表すものとして、実走距離に対する製造距離の増加率を各体積での最適化結果について計算したものを Fig. 3.9 に示す。

いずれの結果も、体積が小さいほど、製造距離の増加率が大きくなる傾向を示している。これは、切断と交差の回避を考慮せずに設計最適化を行うと、辺を除去するほど、製造性が悪化しやすいことを示している。体積が減るほど辺は多く除去される。辺の除去の組合せによっては、製造性の回復も起こりうるが、この結果はそのようなことが起こりにくいことを示している。

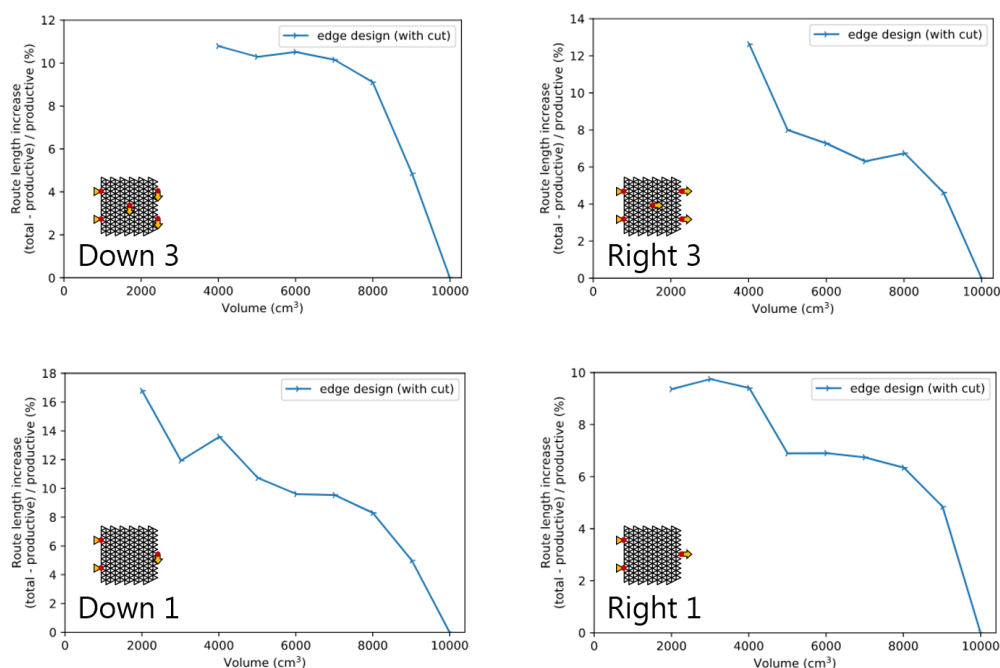


Fig. 3.9 Route length increase vs. volume

3.4 第3章のまとめ

第3章では、第2章で最適化した結果得られた網目構造に対し、ヘッドの総運転距離を求めることで、製造時間の評価を行った。

結果として、切断を回避する場合は、同一の硬さの構造を得るために、「設計変数：面」＜「設計変数：辺」の順で製造時間が短いことが分かった。

また、同一の製造時間に対しては、「設計変数：面」＜「設計変数：辺」の順で硬い構造が得られることが分かった。

この結果は、切断が禁止される場合に切断を禁止するという必要な制約を加えないと、製造時間が長く柔らかい構造が得られてしまうことを示している。

一方、切断を回避しない場合は、目標体積が大きいときは、硬さと製造時間の短さにトレードオフの関係があることが分かった。

この結果は、目標体積が大きいときは、切断が許可されるような場合に切断を禁止するという不要な制約を加えても、硬さへの影響が小さく、製造時間を短くする効果がよく表れることを示している。

また、目標体積が小さいときは、同一の硬さの構造を得るために、「設計変数：辺」＜「設計変数：面」の順で製造時間が短く、同一の製造時間に対しては、「設計変数：辺」＜「設計変数：面」の順で硬い構造が得られることが分かった。

この結果は、目標体積が小さいときは、切断が許可されるような場合には切断を禁止するという不要な制約を加えると製造時間が長く柔らかい構造が得られてしまうことを示している。

第 4 章

最適化法の拡張： より実用的な手法への展開

4.1 緒言

本章では，第 2 章と第 3 章で提案・評価した網目構造設計最適化法を拡張し，より実用的な手法を示す．本節を第 4.1 節とし，第 4.2 節で法の拡張法を示す．第 4.3 節では数値実験として，拡張された手法の検証のための問題設定と，数値実験の結果および得られた知見について述べる．第 4.4 節は，本章のまとめである．

4.2 拡張された最適化法の構築

4.2.1 拡張の概要

第 2 章で提案した方法は，目標体積の設定が必要であった．このとき，体積とひずみエネルギーの関係を求めるためには，目標体積の設定が異なる独立した数値解析を多数行う必要性が生じる．まず，これを不要とする設計最適化法を示す．

また，最適化のプロセスにおいて，各体積における構造が全てトラスとして安定であることが望ましい．したがって，トラスとしての安定・不安定に関する制約を最適化に組み込む．

さらに設計変数を材料の有無の 2 値より多くの値が取れるように多段階化する方法や、応力に関する制約を加える方法も示す。

4.2.2 構造設計最適化法

第 2 章での最適化法は、SERA をベースとしている。SERA は、要素の追加と除去を同時に行う。設計更新時において、要素の追加・除去に対し、制約条件を満たすか調べるとき、満たしていれば問題にはならないが、満たしていないときは別の要素を追加・除去しなければならない。SERA での設計変更時に制約との合致を調べる場合は、調べるべき組合せが多く、それらの組合せについて制約を確認することは非現実的である。したがって、本章では ESO で知られる逐次除去型の設計更新法で最適化を行う。

ESO は、離散的構造の最適化にも適用可能であり [71]、航空 [72]、建築 [73, 74, 75, 76, 77, 78] 等での適用が報告されている。また、自動製造に向けた最適化でも ESO を用いる試みが行われている [79]。

ESO は、ひずみエネルギーの小さい要素を逐次除去し設計更新を行う方法である。本研究では、1 要素ずつ除去する ESO を用いる。ただし、SERA の場合と同様に、要素の除去は要素の剛性を極めて小さな正值に下げることで行う。

4.2.3 無限小剛性

離散的構造を最適化した場合は、トラスとして不安定な構造が得られる可能性がある [75]。問題にしているトラスとしての安定性は、4 本の棒をピン接合した四角形の構造はリンク機構となり剛でない、というような問題である。

網目構造に対応するグラフは、頂点の座標と辺の長さによって特徴付けられる。網目構造がトラスとして安定なとき、辺の長さを変えることなしには、頂点の座標を変えることはできない。このことが、グラフの無限小剛性 (Infinitesimal rigidity) [80] という概念に対応する。ここで剛性とは Rigidity に対応し、トラス部材の剛体運動を考えている。つまり、ひずみに関係する Stiffness には対応しない。

グラフが無限小に剛であるとは、頂点に座標を与えることによって空間内に配置されたグラフについて、辺の長さを変えないまま、頂点を微小に変位させることができないということである。数学的な記述としては [81]、まず、頂点 v_i に対し

$$\mathbf{p}_i = [x_i, y_i]^T \quad (4.1)$$

のように座標が与えられる。頂点の動きを考えるため、時刻のパラメータ t を用いて

$$\mathbf{q}_i(t) = [x_i(t), y_i(t)]^T \quad (4.2)$$

$$\mathbf{q}_i(0) = \mathbf{p}_i \quad (4.3)$$

$$\mathbf{q}'_i(0) =: \mathbf{p}'_i \quad (4.4)$$

とすれば、頂点 v_i, v_j を結ぶ辺 $e_k = \{v_i, v_j\}$ の長さが瞬間的に変わらないことは

$$\left. \frac{d}{dt} \|\mathbf{q}_i(t) - \mathbf{q}_j(t)\|^2 \right|_{t=0} = 0 \quad (4.5)$$

と表される。すなわち、

$$(\mathbf{p}_i - \mathbf{p}_j)^T (\mathbf{p}'_i - \mathbf{p}'_j) = 0 \quad (4.6)$$

である。ここで、無限小のたわみ (Infinitesimal flex) と呼ばれる \mathbf{p}' が

$$\mathbf{p}' = [\mathbf{p}'_1^T, \dots, \mathbf{p}'_n^T]^T \quad (4.7)$$

で定義され、Eq. 4.6 を満たす \mathbf{p}' は、 d 次元空間では d 個の剛体並進モードと $(d-1)d/2$ 個の剛体回転モード、すなわち

$$d + \frac{(d-1)d}{2} = \frac{(d+1)d}{2} \quad (4.8)$$

個の自明な変位モードを含む。ここで、本研究で扱う平面グラフでは、

$$d = 2 \quad (4.9)$$

である。したがって、これらの自明な変位モードのみが Eq. 4.6 の解 \mathbf{p}' として存在す

ればグラフは無限小に剛である。したがって、次元定理から、

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \mathbf{0} \cdots \mathbf{0} & (\mathbf{p}_i - \mathbf{p}_j)^T & \mathbf{0} \cdots \mathbf{0} & (\mathbf{p}_j - \mathbf{p}_i)^T & \mathbf{0} \cdots \mathbf{0} & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \cdots & \text{node } i & \cdots & \text{node } j & \cdots & \text{edge } \{i, j\} \\ & & & & & \vdots \end{bmatrix} \quad (4.10)$$

のように定義されるリジディティ行列 (Rigidity matrix) \mathbf{R} のランク $\text{rank}(\mathbf{R})$ が、

$$\text{rank}(\mathbf{R}) = |V_G| d - \frac{(d+1)d}{2} \quad (4.11)$$

であればよい。

したがって設計更新時において、網目構造と対応するグラフの $\text{rank}(\mathbf{R})$ を計算することで、網目構造の、トラスとしての安定・不安定を判別することができる。

本章では、Eq. 4.11 を満たさない設計変更を禁止することで、トラスとして不安定な設計が生じるのを防ぐ。

4.2.4 頂点の寄与度に基づく設計更新

無限小剛性の制約は原理的に、頂点の数に対して辺の数が十分多いことを要求する。辺を設計変数とする場合は、辺の数が減るのに対し頂点の数が減りにくいため、無限小剛性の制約のもとでは体積を大きく減じることが難しい。

そのため、辺の寄与度を頂点に集め、頂点の寄与度をもとに設計変更することも行った。頂点 v_i の寄与度は、 v_i に接続する辺または面の寄与度の合計として定義した。ここで寄与度とは、ひずみエネルギーの値である。

設計変更は、寄与度が最も低い頂点を求め、その頂点に接続する辺または面の持つ設計変数 s_i を低下させることで行った。

4.2.5 設計変数の多段階化

第2章では、辺 e_i の断面の幅 b_i を、最大幅 b^{\max} と設計変数 s_i を用いて

$$b_i = s_i b^{\max} \quad (4.12)$$

で定義し,

$$s_i \in \{\varepsilon^{\text{offset}}, 1\} \quad (4.13)$$

としていた. 設計変数の多段階化とは, 設計変数 s_i を

$$s_i \in \{\varepsilon^{\text{offset}}, s_i^{(1)}, \dots, s_i^{(j)}, \dots, 1\} \quad (4.14)$$

のようにより多くの候補を導入することである.

SERA に基づく第 2 章での方法では, 感度を実要素と仮要素に分けるため, 設計変数を多段階化することは, 実要素に複数の材料特性を許すことに対応する. SERA を拡張し, 複数の材料を想定することは可能であるが [82], その場合, 目標体積を材料ごとに設定する必要がある. したがって, 目標体積の設定に組合せが生じ, 解析すべきパターンが増加する. ここでは直接ひずみエネルギーと体積の関係を導くことを目的の一つとしているため, この方法は適さない.

ESO に基づく本章の方法は, 逐次 1 つの設計変数を更新する方法であり, 単純に要素の除去を, 設計変数の値を 1 段階下げることによって拡張すれば, 設計変数を多段階化することが可能である.

4.2.6 応力制約

制約に加えるため, 軸方向応力の計算が必要である.

辺 $e_i = \{v_j, v_k\}$ の軸方向応力 σ_i は, 端点 v_j, v_k の変位をそれぞれ

$$\mathbf{d}_j = [d_{jx}, d_{jy}]^T \quad (4.15)$$

$$\mathbf{d}_k = [d_{kx}, d_{ky}]^T \quad (4.16)$$

とし, $v_j \rightarrow v_k$ 向きの方角余弦を

$$\mathbf{r}_{jk} = [\cos(\theta_{jk1}), \cos(\theta_{jk2})]^T \quad (4.17)$$

とし, 弾性率を E として

$$\sigma_i = E \mathbf{r}_{jk} \cdot (\mathbf{d}_k - \mathbf{d}_j) \quad (4.18)$$

によって求めた.

応力の制約は，辺 e_i の軸方向応力 σ_i および強度 $\sigma_Y (> 0)$ に対し，

$$-\sigma_Y < \sigma_i < \sigma_Y \quad (4.19)$$

であるというものである．

応力の制約が有効なときは，設計更新の際に応力を計算し，応力制約に違反するような設計更新を禁止することで行う．

4.2.7 拡張のまとめ

以上で述べた最適化法の拡張は，逐次除去型の設計更新法とすることで体積とひずみエネルギーの関係を直接得ることを実現し，無限小剛性の理論を用いることでトラスとしての安定性を保証する．さらにこの手法の特徴を鑑み，頂点の寄与度に基づいた設計更新法についても述べた．また，設計変数の多段階化や，応力に関する制約を加える方法についても述べた．

拡張された最適化法は，Fig. 4.1, 4.2, 4.3 に示すようなフローに沿う．構造解析の方法は，第 2 章と同一である．構造解析の後の，設計更新に関連する手順が，第 2 章の方法と主に異なる部分である．

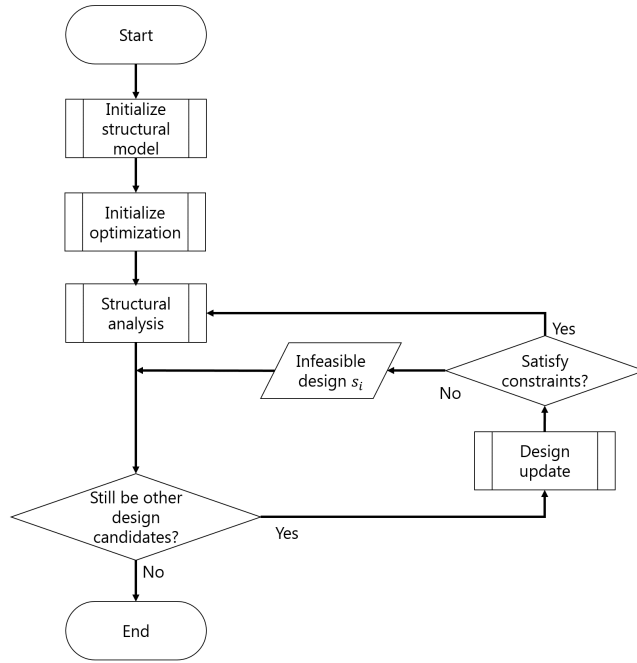


Fig. 4.1 Workflow of the extended method

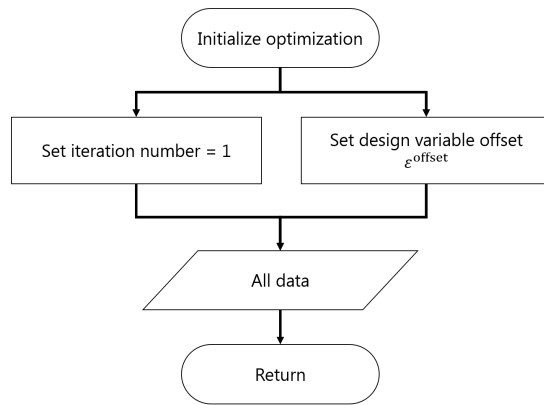


Fig. 4.2 Sub-workflow: optimization initialization

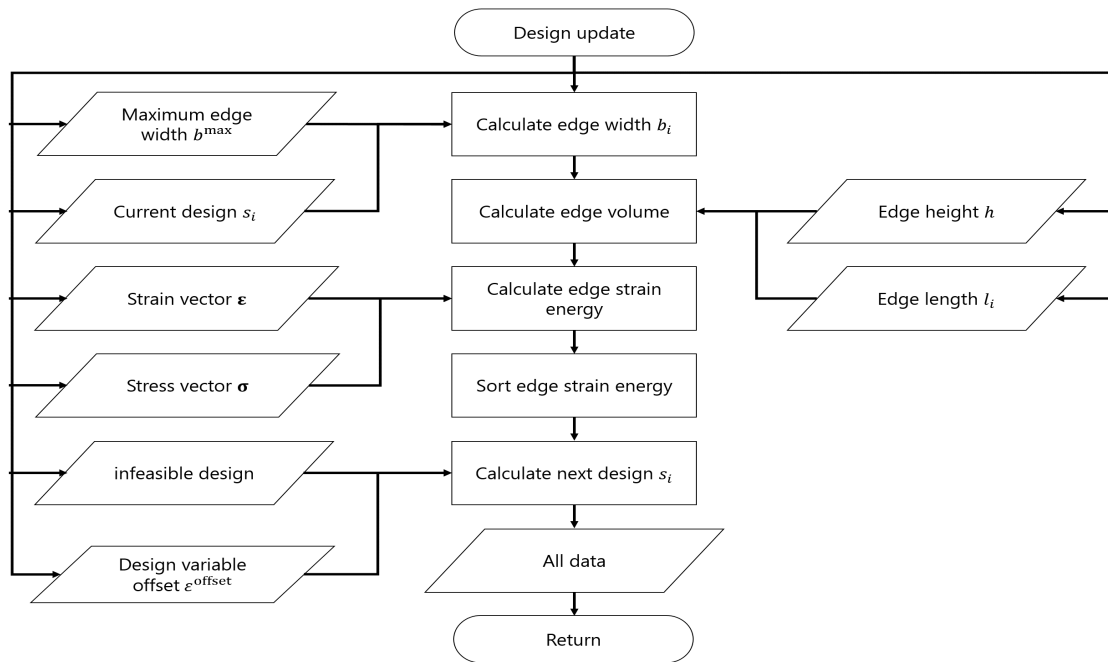


Fig. 4.3 Sub-workflow: design update

4.3 数値実験

4.3.1 実験 1：基本的問題

4.3.1.1 問題設定

まず初めに、第 2 章の実験 1 の問題に対し、面または辺単位でひずみエネルギーを計算し、値が小さく有用度の低い要素を逐次除去する ESO 型の最適化を行った。設計更新においては、無限小剛性の制約を確認し、これに違反する更新は禁止した。

4.3.1.2 結果と議論

■体積とひずみエネルギーの関係 最適化の結果得られた、体積とひずみエネルギーの関係を Fig. 4.4 に示す。凡例に示す通り、本章は ESO の方法に基づいており、参考のため第 2 章の SERA に基づく方法での結果も示している。

結果は、設計単位が面か辺かによらず、体積が小さいほどひずみエネルギーが大きい

という結果になっている。同一の荷重に小さい体積で抵抗する方がひずみエネルギーが大きいのは妥当であり、これは第2章の結果と等しい。

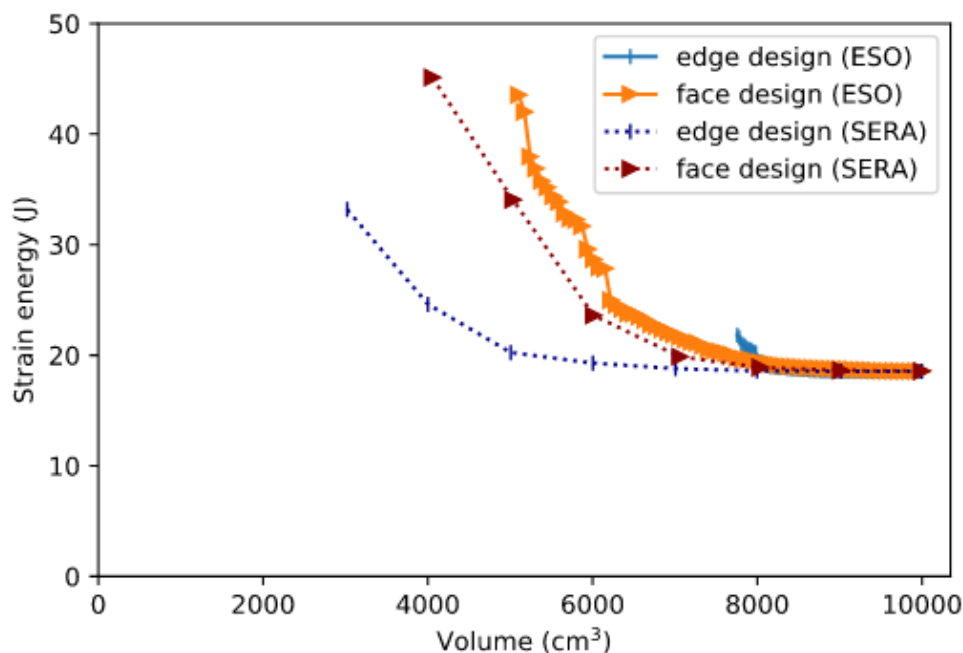


Fig. 4.4 Strain energy vs. volume

■網目構造と応力分布 最適化の結果得られた網目構造と応力分布を Fig. 4.5 に示す。結果として、やはり支持点と荷重点の周りに要素が集まるような解になっている。

辺単位で設計する場合は、外枠にあたるものができている。この外枠は、設計空間の狭まりを象徴している。無限小剛性の制約は、Fig. 4.6 に示すように、辺単位で設計する場合と面単位で設計する場合の設計更新に、違いを生じさせる。すなわち、辺単位で設計する場合は外側の辺を除去できない。

Fig. 4.5 右下の列は、無限小剛性の制約のもと、辺単位で設計する場合の最適化結果と応力分布である。このとき、構造中に有用度の低い辺が他の場合と比べ多く残っており、特に外枠にあたる部分でそのような辺が多く見られることが分かる。したがって、無限小剛性の制約は、Fig. 4.6 の現象によって、辺単位で設計する場合の設計空間を大きく狭めると考えられる。

このことは、Fig. 4.4 において、第 2 章と本章の結果の間に見られる違いに影響していると考えられる。結果の違いは、特に辺を設計変数とする場合で大きい。このことはさらに、同一の体積に対し、面を設計変数とした場合のほうが、ひずみエネルギーが小さい解が得られるという、第 2 章と異なる結果を与えるというところまで影響している。

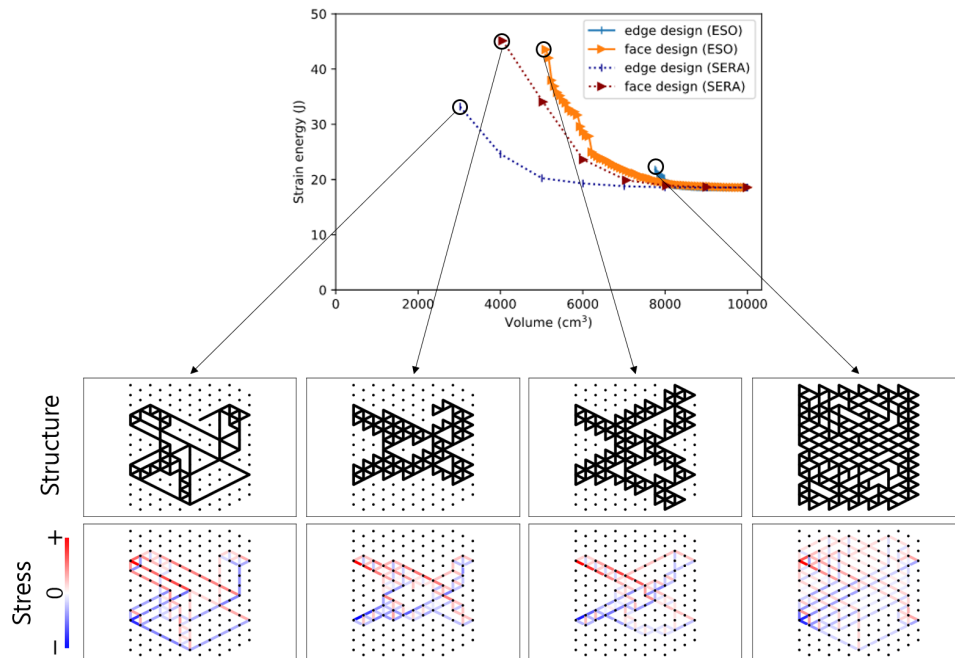


Fig. 4.5 Resulted structure and stress



Fig. 4.6 Difference in design update under the constraint of infinitesimal rigidity

■製造距離とひずみエネルギーの関係 製造距離について、第3章で示した方法で評価を行った。すなわち、辺の総延長 L に対し、製造距離 L^{total} は、「設計変数：面，切断：禁止」の場合は L ，「設計変数：辺，切断：禁止」の場合は $2L$ ，「設計変数：辺，切断：許可」の場合は CPP の解で評価した。辺単位での設計結果は、切断を回避する場合と回避しない場合で異なる製造距離を持つ。

Fig. 4.7 に評価結果を示す。同一のひずみエネルギーに対して、製造距離は「設計変数：面，切断：禁止」 < 「設計変数：辺，切断：許可」となっている。体積とひずみエネルギーの関係において、面を設計変数とした方がひずみエネルギーが小さいという結果が得られており、その影響が製造距離とひずみエネルギーの関係にも表れている。

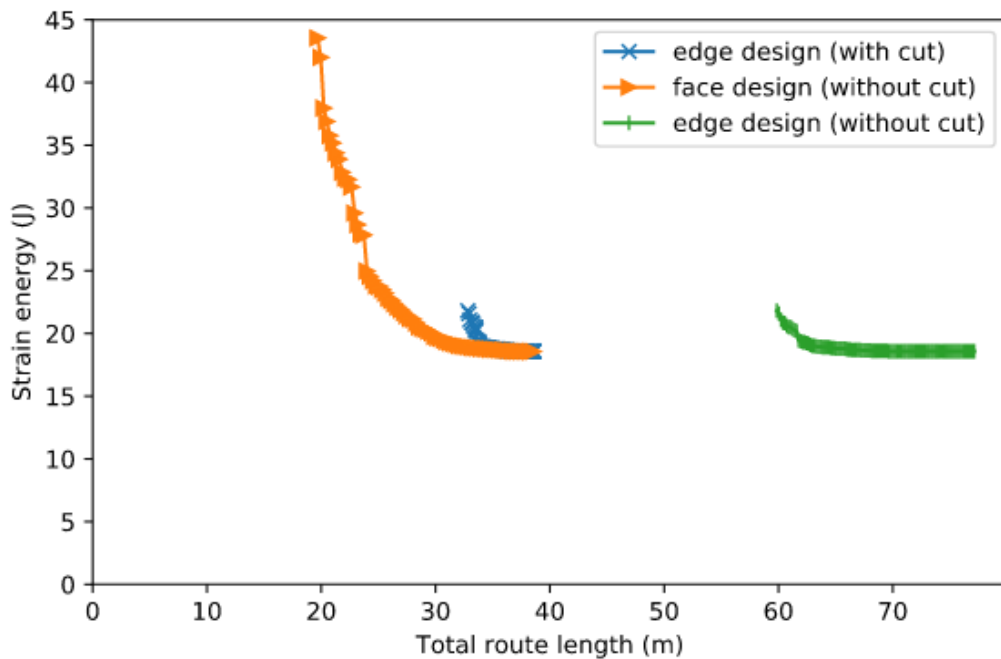


Fig. 4.7 Strain energy vs. total route length

4.3.2 実験 2：頂点の寄与度に基づく設計更新

4.3.2.1 問題設定

実験 1 の結果が示すように，無限小剛性の制約によって，特に辺単位で設計する場合には体積が大きく減じられにくい．ここで設計更新の基準を，辺のひずみエネルギーから，それを頂点に集めた頂点の寄与度に変更した場合について同様の数値実験を行った．

4.3.2.2 結果と議論

■体積とひずみエネルギーの関係 最適化の結果得られた，体積とひずみエネルギーの関係を Fig. 4.8 に示す．

実験 2 のように頂点の寄与度を基準にした場合は，実験 1 と異なり，辺単位で設計した方が，同一の体積に対しひずみエネルギーが小さいという，第 2 章と同様の結果が得られている．

面単位で設計した場合は，第 2 章の結果との差が極めて小さい体積とひずみエネルギーの関係が得られている．

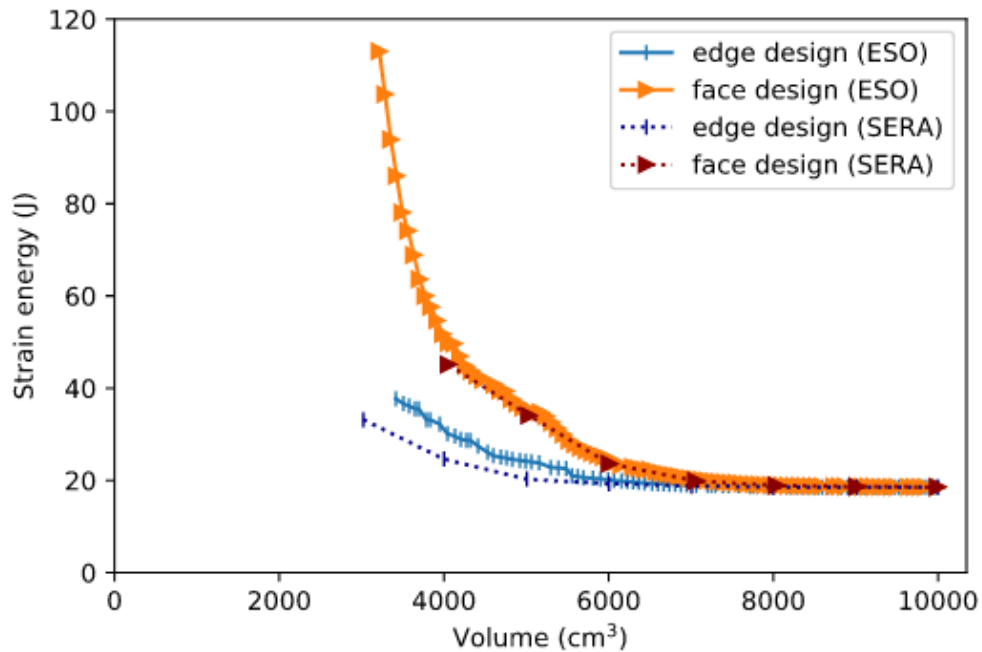


Fig. 4.8 Strain energy vs. volume

■網目構造と応力分布 最適化の結果得られた網目構造と応力分布を Fig. 4.9 に示す。結果として、やはり支持点と荷重点の周りに要素が集まるような解になっている。

Fig. 4.9 下の左から 2 列目は、辺単位で設計しつつ、頂点の寄与度を基準に設計更新した場合の結果である。実験 1 と異なり、外枠のようなものは見られない。また、残っている辺は荷重に対して有効に働いている。つまり、無限小剛性の制約を満たしながらも、外枠のような過剰に制限された設計となることを避けることができている。

実験 2 のように頂点の寄与度を基準に設計更新する場合は、Fig. 4.10 のように、辺単位で設計する場合も、外側にある辺を除去することが可能である。これは実験 1 で生じた Fig. 4.6 のような問題を取り除く。

以上の考察、および第 2 章との差が小さい体積とひずみエネルギーの関係が得られているということから、頂点の寄与度を基準に設計更新することが、無限小剛性の制約を適当な強さに調整するのに有効であることが分かる。

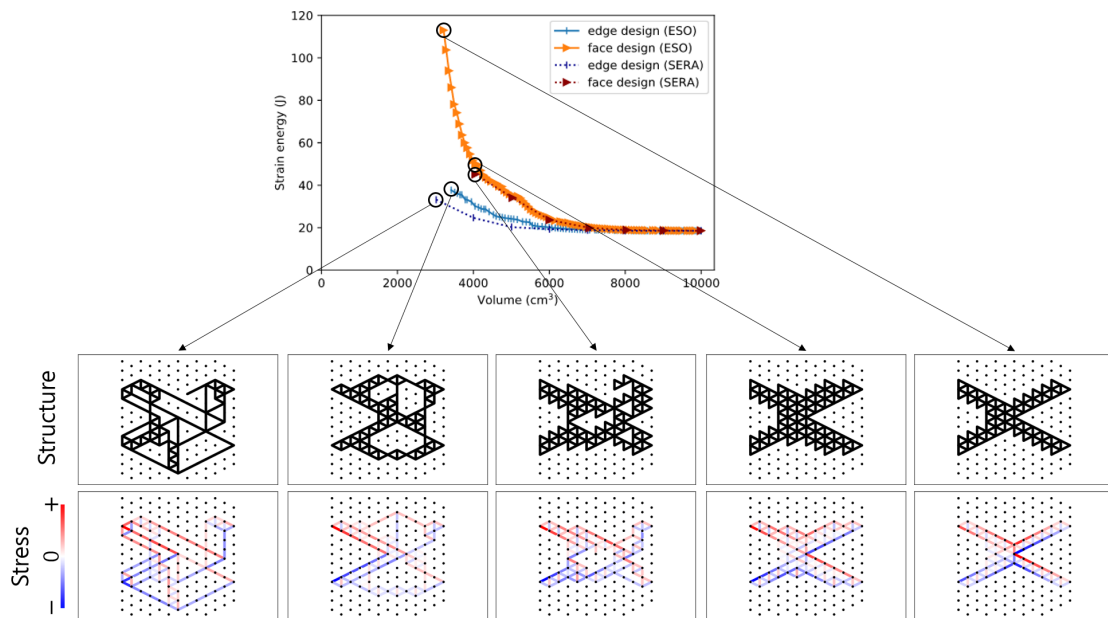


Fig. 4.9 Resulted structure and stress



Fig. 4.10 Vertex-based design update under the constraint of infinitesimal rigidity

■製造距離とひずみエネルギーの関係 製造距離について、実験1と同様に、第3章で示した方法で評価を行った。Fig. 4.11にその結果を示す。同一のひずみエネルギーに対して、製造距離は「設計変数：辺，切断：許可」<「設計変数：面，切断：禁止」<「設計変数：辺，切断：禁止」という、第3章と同じ結果が得られている。

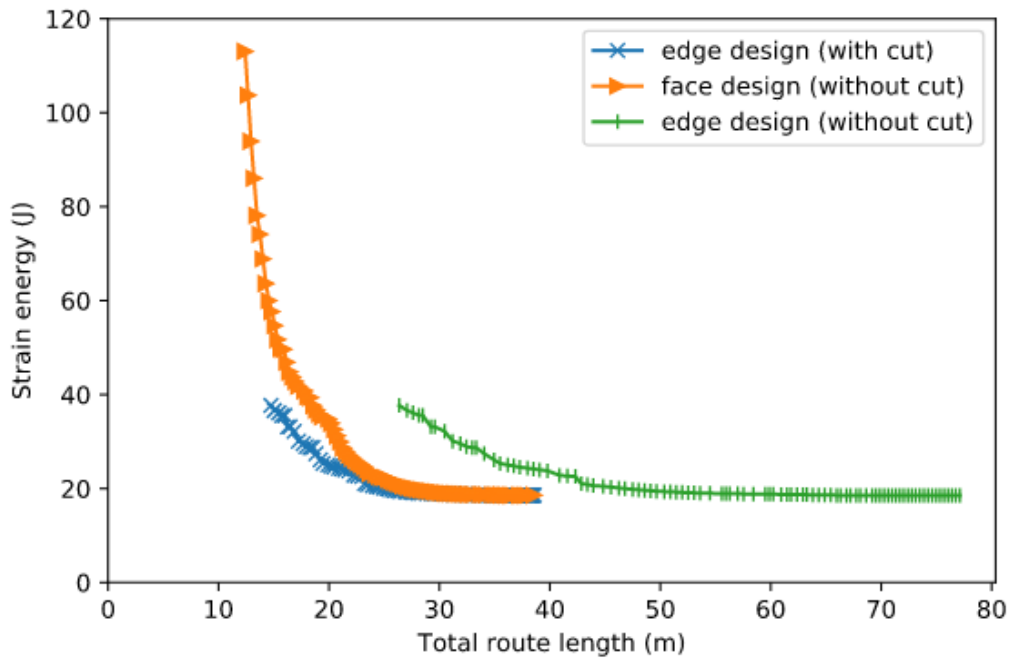


Fig. 4.11 Strain energy vs. total route length

4.3.3 実験 3：設計変数の 3 段階化

4.3.3.1 問題設定

設計変数の多段階化に関する影響を調べるため，設計変数 s_i を

$$s_i \in \{\varepsilon^{\text{offset}}, 0.5, 1\} \quad (4.20)$$

のように 3 段階にして実験 2 と同様の数値実験を行った。

4.3.3.2 結果と議論

■体積とひずみエネルギーの関係 最適化の結果得られた，体積とひずみエネルギーの関係を Fig. 4.12 に示す．実験 2 と比べ，最小体積が小さくなっている．これは，設計変数が 2 段階から 3 段階に変わっているためである．設計変数が多段階であるとき，辺を存在させたまま，辺の断面の幅を狭めることで，体積を減少させることができる．したがって，体積を減少させることは，必ずしも辺を除去することに対応しない．設計変数が 2 段階のときには無限小剛性の制約に阻まれるような設計状態からで

も、設計変数が3段階あれば、辺の断面の幅を狭めることで、さらに体積を減少させることができる。

面単位で設計した場合は、第2章の結果との差が極めて小さい体積とひずみエネルギーの関係が得られている。

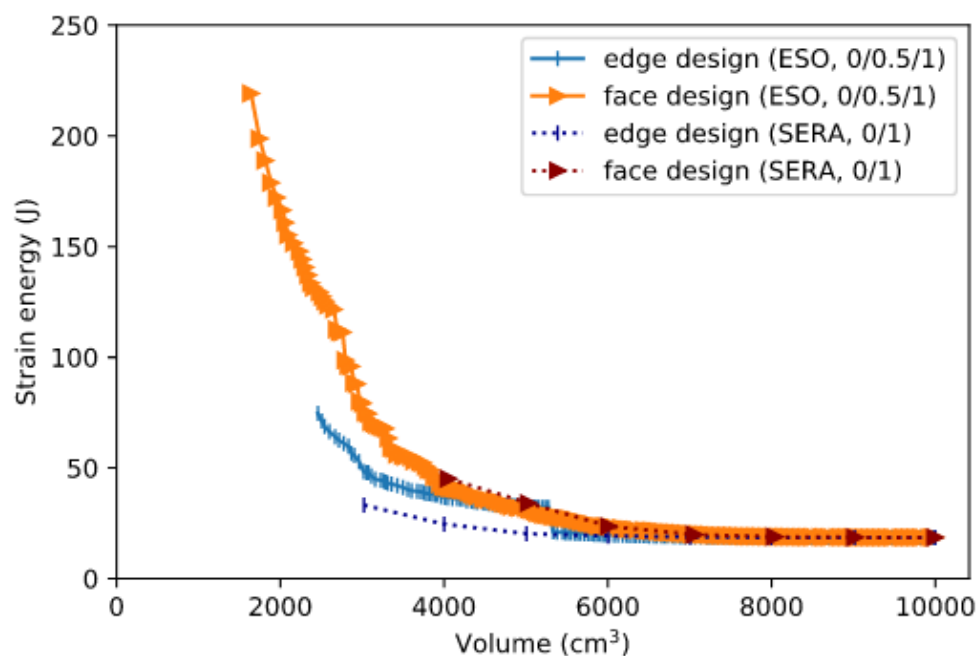


Fig. 4.12 Strain energy vs. volume

■網目構造 最適化の結果得られた網目構造と応力分布を Fig. 4.13 に示す。結果として、やはり支持点と荷重点の周りに要素が集まるような解になっている。

面単位で設計する場合は、実験2と同様の領域で辺が有効になっている。

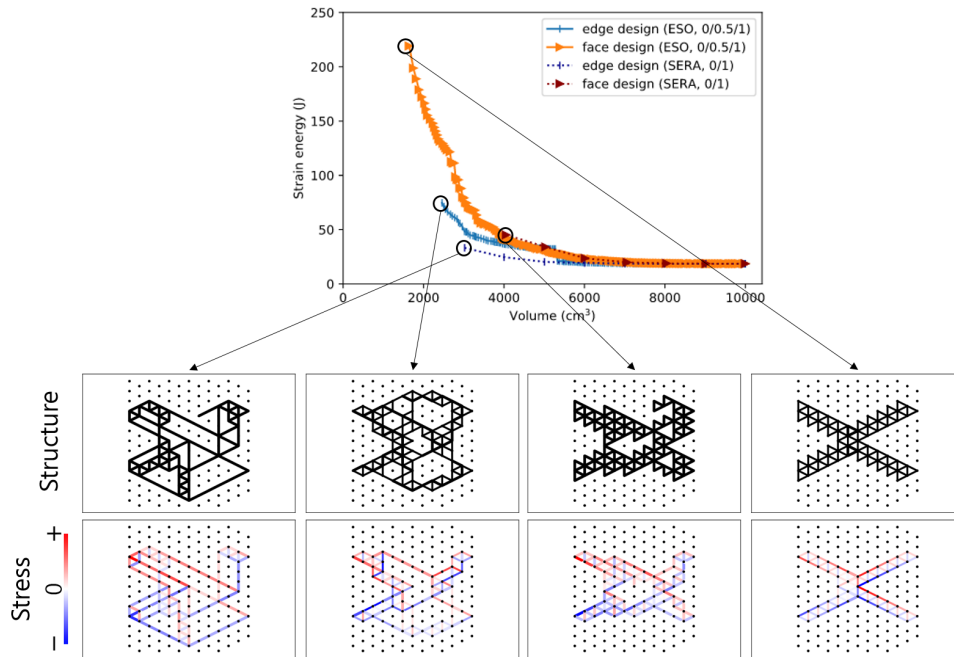


Fig. 4.13 Resulted structure and stress

辺単位で設計した場合は、ひずみエネルギーの増加が大きい設計更新が見られる。その設計更新前後の網目構造と応力分布を Fig. 4.14 に示す。この設計更新時にターゲットとなった頂点は、構造内部の外周寄りで、2つ空いた穴の近くに位置しており、5本の細い辺が接続されている。応力は、最適化前の状態から構造中心と外周で大きく、これは2つ穴が空くように設計変更されていることに表れている。ターゲットとなった頂点は、確かに周囲の辺の寄与度の合計が小さく、頂点の寄与度を基準にした場合に除去されるべき頂点である。

一方、この設計更新による応力分布の変化は大きく、紙面上側から中心へと力の流れが変わっている。今回見られたひずみエネルギーの大幅な増加は、構造外部と内部にある、辺が無効化された領域が、実質的に繋がることで起きていると考えられる。構造外部と内部を壁のように分けている、有効になっている辺にとっては、構造外部でも内部でも、辺が無効になっている領域との境界は外周である。外周にある頂点は、接続する辺の数が少ないため、寄与度は低く評価されやすい。今回の場合、設計変数が3段階であることによって、上述の壁の近くは断面幅の狭い辺が分布する。これら

の辺の存在のため、壁が伝える力は分散しやすい。そのような状態では、壁の外周を構成する頂点の寄与度はさらに低く評価されやすく、設計更新のターゲットとなりやすい。このことによって、壁の内外が実質的に繋がるような、ひずみエネルギーが大幅に増加する設計更新が起こっているものと考えられる。

面単位で設計する場合は、頂点の寄与度に組み入れる辺の数が多く、構造内部の頂点の寄与度が大きく評価されるため、外周にある頂点ばかりが除去され、結果的にこのような現象が起こらないと考えられる。

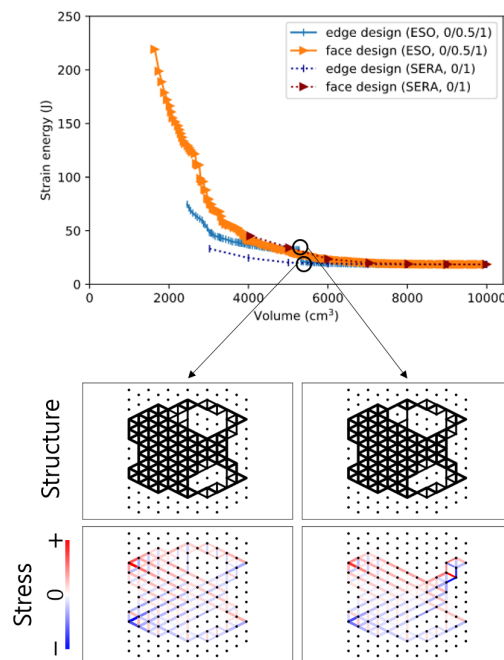


Fig. 4.14 Resulted structure and stress

■製造距離とひずみエネルギーの関係 製造距離について、実験 1, 2 と同様に、第 3 章に示した方法で評価を行った。Fig. 4.11 にその結果を示す。この場合は、同一のひずみエネルギーに対して、製造距離は「設計変数：辺，切断：許可」≡「設計変数：面，切断：禁止」となっている。ひずみエネルギーの増加が大きい設計更新が存在することが、製造距離の評価にも影響している。

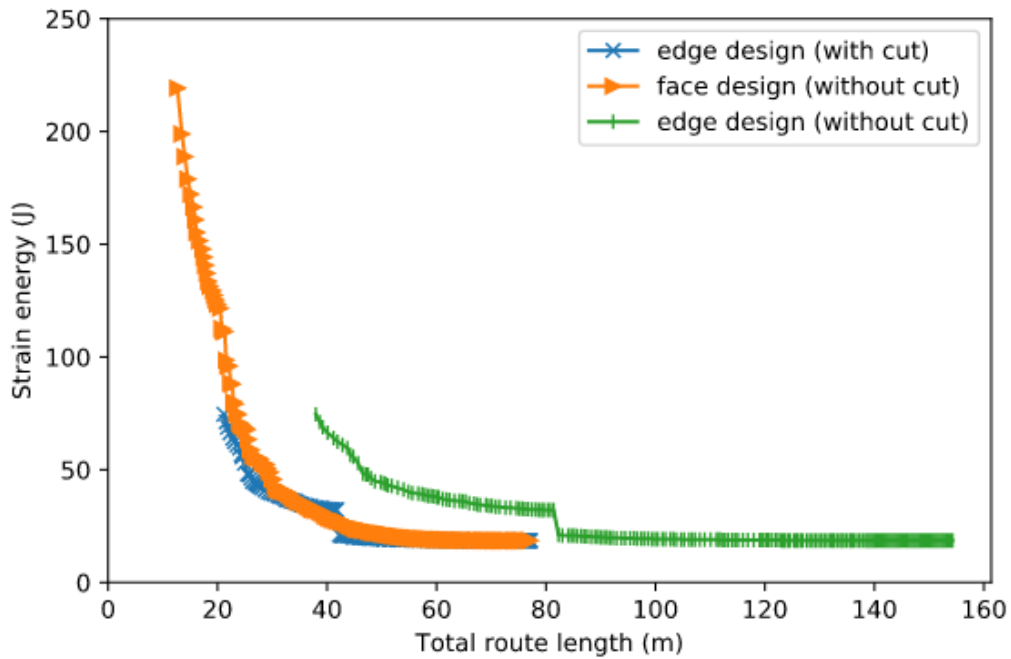


Fig. 4.15 Strain energy vs. total route length

4.3.4 実験 4：応力制約

4.3.4.1 問題設定

応力制約を課した問題について，実験 2 と同様の数値実験を行った．強度は $\sigma_Y = 1.5 \text{ GPa}$ とした．境界条件は Fig. 2.23 に示した支持・荷重位置とし，荷重の大きさを 100 kN とした．

4.3.4.2 結果と議論

■体積とひずみエネルギーの関係 最適化の結果得られた，体積とひずみエネルギーの関係を Fig. 4.16 に示す．最終的な体積は，応力制約が無い実験 2 の場合よりも大きくなっている．これは，応力制約が有効であるためであると考えられる．1 つの辺が発揮できる応力が小さいとき，荷重に抵抗するためには多くの辺が存在する必要がある．

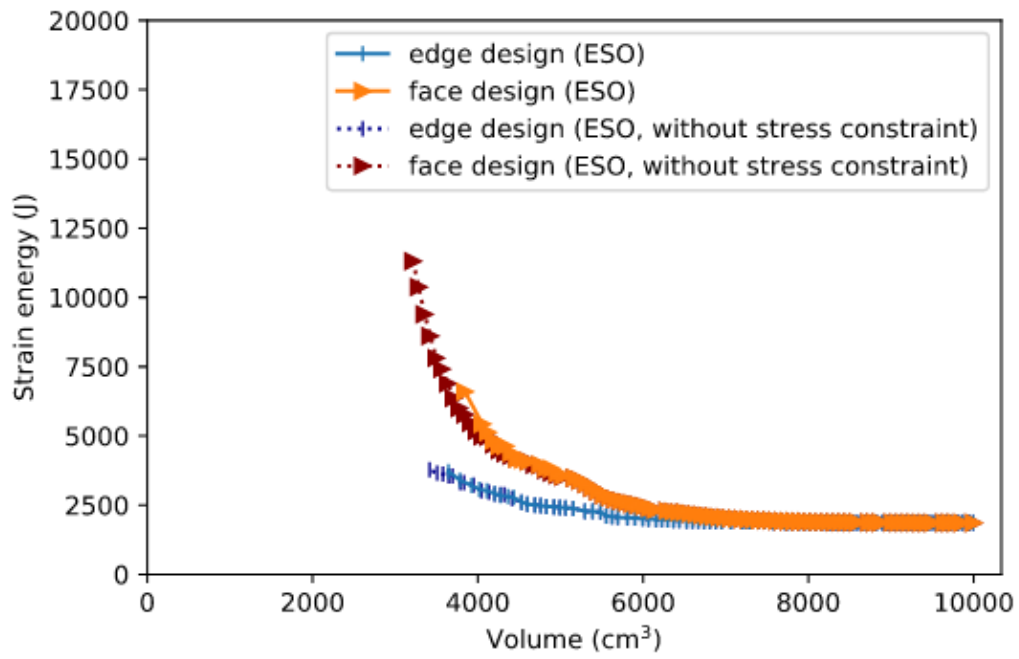


Fig. 4.16 Strain energy vs. volume

■網目構造 最適化の結果得られた構造を Fig. 4.17 に示す。構造の形状は、応力制約が無い実験 2 の場合と同様である。

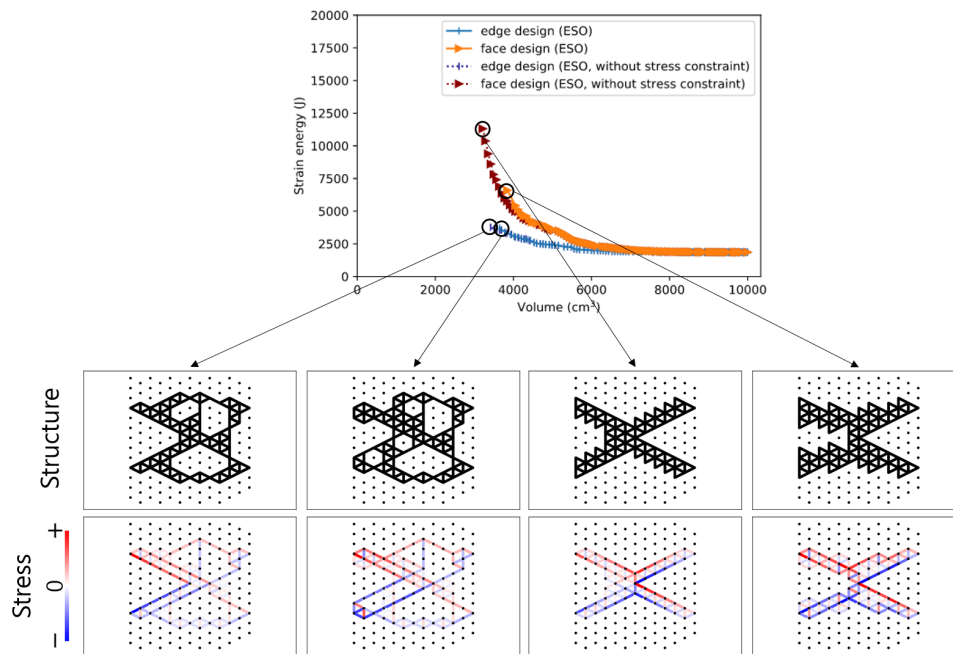


Fig. 4.17 Resulted structure and stress

■製造距離とひずみエネルギーの関係 製造距離について、第3章に示した方法で評価を行った。その結果を Fig. 4.18 に示す。変化の挙動は、応力制約がない場合である実験2と同様となっている。ただし、荷重を実験2の10倍としたため、エネルギーの値は $10^2 = 100$ 倍となっている。

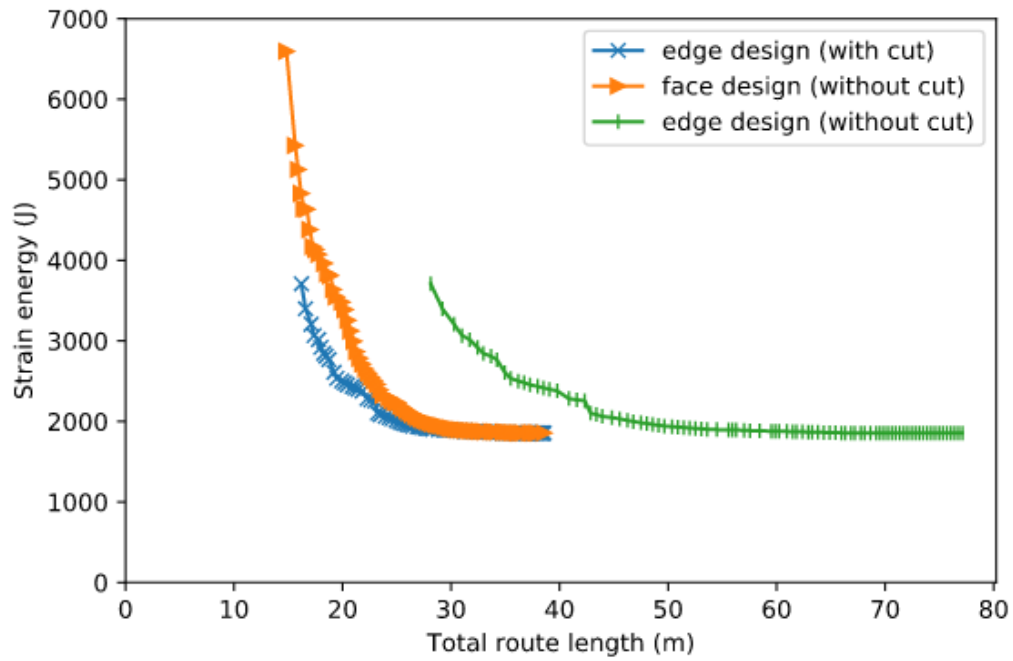


Fig. 4.18 Strain energy vs. total route length

■ 応力の履歴 応力の履歴を Fig. 4.19 に示す．表示しているのは，応力の絶対値の，全辺の最大値である．値は，制約である 1.5 GPa を超えないように推移している．値が 1.5 GPa 付近で頭打ちになる点は制約が有効になる点である．したがってこの点は，Fig. 4.16 に示したひずみエネルギーと体積の関係において，第 2 章の結果からずれていく点と一致している．

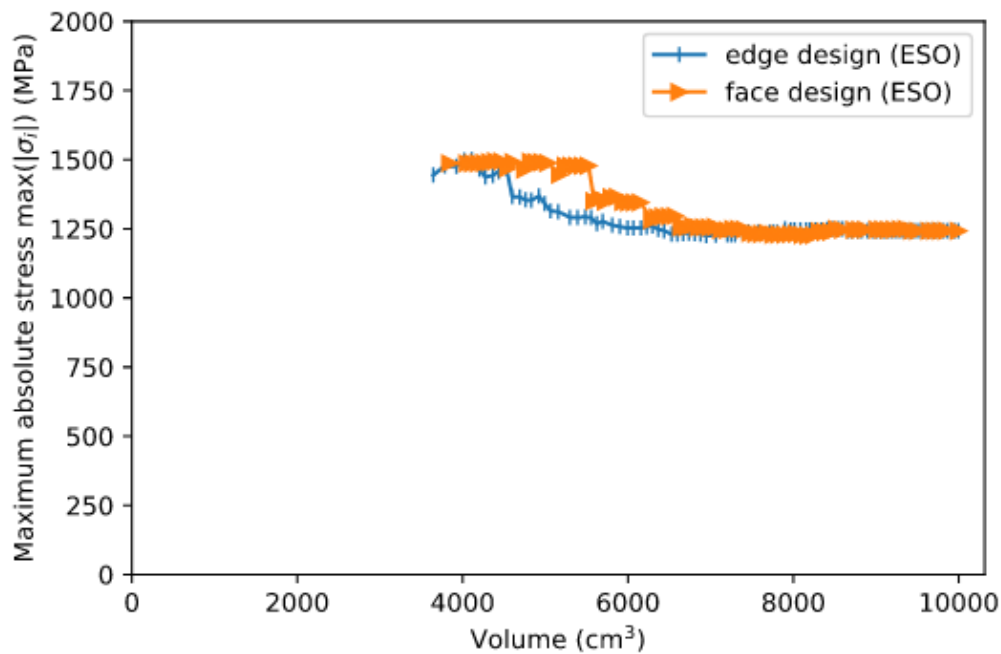


Fig. 4.19 History of maximum absolute stress

4.4 第4章のまとめ

第4章では、第2章で提案した方法の拡張として、トラスとしての安定性を保証する、逐次除去型の設計更新を行う最適化法を示した。

また、体積を大きく減少可能とするため、頂点の寄与度を基準とした設計更新法も示した。

さらに、設計変数の多段階化への対応や、応力の制約を考慮する方法も示した。

数値実験によって、製造性を含めた最適化結果の評価が行われ、本章で示した手法が有効に機能することが示された。

第 5 章

結論

本研究の結論を述べる。

第 2 章では，製造時に繊維の切断と交差を回避可能な網目構造を得るための最適化法を示した。

第 3 章では，得られた構造の製造性を評価する方法を示した。

第 4 章では，最適化法を拡張し，手法の実用性を高める方法を示した。

結果として，第 2 章で提案した最適化法が，質量が小さく硬い，製造時に繊維の切断と交差を回避可能な網目構造を得るのに有効であることが示された。

また，第 3 章で示した方法により，提案手法で得られた網目構造は，切断を回避するときは常に製造時間を短縮し，切断を回避しないときでも製造時間を短縮し得る設計が存在することが示された。

さらに，第 4 章で示した拡張により，提案手法が実用性のある方法として用いることができることが示された。

本研究の提示した手法や得られた知見の応用としては，センサーの埋め込みや，高速生産，高品質な内部構造を指向した網目構造が考えられる。

センサーでは，光，電流，流体といった，伝達経路が途切れることが許されない媒体を用いるものが多い。本研究の手法と知見を活かせば，そのようなセンサーを埋め込みながら，構造性能の高い構造を製造できると期待される。

高速生産においては，製造装置の空走を減らすことが望まれる。切断を回避可能な

構造設計には、製造時間を短縮し得るものが存在する。

繊維の交差を効率的に回避できる設計は、均質な内部構造を持つ網目構造の自動製造を用意することが期待される。

本研究の発展形としては、剛性最大化（コンプライアンス最小化、ひずみエネルギー最小化）以外の問題に対する最適化や、遺伝的アルゴリズムや蟻コロニー最適化等の他の最適化手法を用いるといった試みが考えられる。本研究の枠組みは種々の問題に適用可能であり、さらに知見を深めるための研究の基礎付けとなることが期待される。

参考文献

- [1] Donnet, J.-B. and Bansal, R. C. *Carbon fibers*. Crc Press, 1998.
- [2] Gurdal, Z. and Olmedo, R. Composite laminates with spatially varying fiber orientations-’variable stiffness panel concept’. In *33rd Structures, Structural Dynamics and Materials Conference*, p. 2472, 1992.
- [3] Gurdal, Z. and Olmedo, R. In-plane response of laminates with spatially varying fiber orientations-variable stiffness concept. *AIAA journal*, Vol. 31, No. 4, pp. 751–758, 1993.
- [4] Abdalla, M. M., Setoodeh, S., and Gürdal, Z. Design of variable stiffness composite panels for maximum fundamental frequency using lamination parameters. *Composite structures*, Vol. 81, No. 2, pp. 283–291, 2007.
- [5] Setoodeh, S., Abdalla, M. M., IJsselmuiden, S. T., and Gürdal, Z. Design of variable-stiffness composite panels for maximum buckling load. *Composite structures*, Vol. 87, No. 1, pp. 109–117, 2009.
- [6] Ijsselmuiden, S. T., Abdalla, M. M., and Gurdal, Z. Optimization of variable-stiffness panels for maximum buckling load using lamination parameters. *AIAA journal*, Vol. 48, No. 1, pp. 134–143, 2010.
- [7] Duran, A. V., Fasanella, N., Sundararaghavan, V., and Waas, A. M. Optimization of composite plates with spatially varying fiber paths for thermal buckling. In *56th AIAA/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference*, p. 0454, 2015.

- [8] Passos, A., Luersen, M., and Steeves, C. Optimal curved fibre orientations of a composite panel with cutout for improved buckling load using the efficient global optimization algorithm. *Engineering Optimization*, Vol. 49, No. 8, pp. 1354–1372, 2017.
- [9] Blom, A. W., Stickler, P. B., and Gürdal, Z. Optimization of a composite cylinder under bending by tailoring stiffness properties in circumferential direction. *Composites Part B: Engineering*, Vol. 41, No. 2, pp. 157–165, 2010.
- [10] Rouhi, M., Ghayoor, H., Hoa, S. V., and Hojjati, M. Effect of structural parameters on design of variable-stiffness composite cylinders made by fiber steering. *Composite structures*, Vol. 118, pp. 472–481, 2014.
- [11] Rouhi, M., Ghayoor, H., Hoa, S. V., and Hojjati, M. Multi-step design optimization of variable stiffness composite cylinders made by fiber steering. In *Proceedings of the American Society for Composites-29th Technical Conference, La Jolla, CA, USA*, 2014.
- [12] Rouhi, M., Ghayoor, H., Hoa, S. V., and Hojjati, M. Multi-objective design optimization of variable stiffness composite cylinders. *Composites Part B: Engineering*, Vol. 69, pp. 249–255, 2015.
- [13] Rouhi, M., Ghayoor, H., Hoa, S. V., Hojjati, M., and Weaver, P. M. Stiffness tailoring of elliptical composite cylinders for axial buckling performance. *Composite Structures*, Vol. 150, pp. 115–123, 2016.
- [14] Matsuzaki, R., Ueda, M., Namiki, M., Jeong, T.-K., Asahara, H., Horiguchi, K., Nakamura, T., Todoroki, A., and Hirano, Y. Three-dimensional printing of continuous-fiber composites by in-nozzle impregnation. *Scientific reports*, Vol. 6, p. 23058, 2016.
- [15] Li, N., Li, Y., and Liu, S. Rapid prototyping of continuous carbon fiber reinforced polylactic acid composites by 3d printing. *Journal of Materials Processing Technology*, Vol. 238, pp. 218–225, 2016.
- [16] Gliesche, K., Hübner, T., and Orawetz, H. Application of the tailored fibre

- placement (tfp) process for a local reinforcement on an “open-hole” tension plate from carbon/epoxy laminates. *Composites Science and Technology*, Vol. 63, No. 1, pp. 81–88, 2003.
- [17] *Tailored Fiber Placement*. LayStitch Technologies LLC, Tommy Fristedt Michigan, USA.
- [18] Kim, B. C., Weaver, P. M., and Potter, K. Manufacturing characteristics of the continuous tow shearing method for manufacturing of variable angle tow composites. *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing*, Vol. 61, pp. 141–151, 2014.
- [19] Kim, B. C., Potter, K., and Weaver, P. M. Continuous tow shearing for manufacturing variable angle tow composites. *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing*, Vol. 43, No. 8, pp. 1347–1356, 2012.
- [20] Vasiliev, V., Barynin, V., and Rasin, A. Anisogrid lattice structures - survey of development and application. *Composite Structures*, Vol. 54, No. 2, pp. 361 – 370, 2001. Third International Conference on Composite Science and Technology.
- [21] Vasiliev, V. and Razin, A. Anisogrid composite lattice structures for spacecraft and aircraft applications. *Composite Structures*, Vol. 76, No. 1, pp. 182 – 189, 2006. Fifteenth International Conference on Composite Materials.
- [22] Vasiliev, V., Barynin, V., and Razin, A. Anisogrid composite lattice structures - development and aerospace applications. *Composite Structures*, Vol. 94, No. 3, pp. 1117 – 1127, 2012.
- [23] Totaro, G. and Nicola, F. D. Recent advance on design and manufacturing of composite anisogrid structures for space launchers. *Acta Astronautica*, Vol. 81, No. 2, pp. 570 – 577, 2012.
- [24] Totaro, G. and Gürdal, Z. Optimal design of composite lattice shell structures for aerospace applications. *Aerospace Science and Technology*, Vol. 13, No. 4-5, pp. 157–164, 2009.

- [25] Totaro, G. Optimal design concepts for flat isogrid and anisogrid lattice panels longitudinally compressed. *Composite Structures*, Vol. 129, pp. 101 – 110, 2015.
- [26] Belardi, V., Fanelli, P., and Vivio, F. Structural analysis and optimization of anisogrid composite lattice cylindrical shells. *Composites Part B: Engineering*, Vol. 139, pp. 203–215, 2018.
- [27] Dunlavey, M. R. Efficient polygon-filling algorithms for raster displays. *ACM Transactions on Graphics (TOG)*, Vol. 2, No. 4, pp. 264–273, 1983.
- [28] Park, S. C. and Choi, B. K. Tool-path planning for direction-parallel area milling. *Computer-Aided Design*, Vol. 32, No. 1, pp. 17–25, 2000.
- [29] Rajan, V., Srinivasan, V., and Tarabanis, K. A. The optimal zigzag direction for filling a two-dimensional region. *Rapid Prototyping Journal*, 2001.
- [30] Wasser, T., Jayal, A. D., and Pistor, C. Implementation and evaluation of novel buildstyles in fused deposition modeling (fdm). In *1999 International Solid Freeform Fabrication Symposium*, 1999.
- [31] Dwivedi, R. and Kovacevic, R. Automated torch path planning using polygon subdivision for solid freeform fabrication based on welding. *Journal of Manufacturing Systems*, Vol. 23, No. 4, pp. 278–291, 2004.
- [32] Ding, D., Pan, Z. S., Cuiuri, D., and Li, H. A tool-path generation strategy for wire and arc additive manufacturing. *The international journal of advanced manufacturing technology*, Vol. 73, No. 1-4, pp. 173–183, 2014.
- [33] Li, H., Dong, Z., and Vickers, G. W. Optimal toolpath pattern identification for single island, sculptured part rough machining using fuzzy pattern analysis. *Computer-Aided Design*, Vol. 26, No. 11, pp. 787–795, 1994.
- [34] Farouki, R., Koenig, T., Tarabanis, K., Korein, J., and Batchelder, J. Path planning with offset curves for layered fabrication processes. *Journal of Manufacturing Systems*, Vol. 14, No. 5, pp. 355–368, 1995.
- [35] Yang, Y., Loh, H. T., Fuh, J., and Wang, Y. Equidistant path generation for

- improving scanning efficiency in layered manufacturing. *Rapid Prototyping Journal*, 2002.
- [36] Wang, H., Jang, P., and Stori, J. A. A metric-based approach to two-dimensional (2d) tool-path optimization for high-speed machining. *J. Manuf. Sci. Eng.*, Vol. 127, No. 1, pp. 33–48, 2005.
- [37] Ren, F., Sun, Y., and Guo, D. Combined reparameterization-based spiral toolpath generation for five-axis sculptured surface machining. *The international journal of advanced manufacturing technology*, Vol. 40, No. 7-8, pp. 760–768, 2009.
- [38] Kerbrat, O., Mognol, P., and Hascoet, J.-Y. A new dfm approach to combine machining and additive manufacturing. *Computers in Industry*, Vol. 62, No. 7, pp. 684 – 692, 2011.
- [39] Liu, J. and Ma, Y. A survey of manufacturing oriented topology optimization methods. *Advances in Engineering Software*, Vol. 100, pp. 161–175, 2016.
- [40] Langelaar, M. Topology optimization of 3d self-supporting structures for additive manufacturing. *Additive Manufacturing*, Vol. 12, pp. 60 – 70, 2016.
- [41] Liu, J. and Ma, Y.-S. 3d level-set topology optimization: a machining feature-based approach. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, Vol. 52, No. 3, pp. 563–582, 2015.
- [42] Liu, J., Chen, Q., Liang, X., and To, A. C. Manufacturing cost constrained topology optimization for additive manufacturing. *Frontiers of Mechanical Engineering*, Vol. 14, No. 2, pp. 213–221, Jun 2019.
- [43] Nik, M. A., Fayazbakhsh, K., Pasini, D., and Lessard, L. Optimization of variable stiffness composites with embedded defects induced by automated fiber placement. *Composite Structures*, Vol. 107, pp. 160 – 166, 2014.
- [44] 山崎肇. ラテイス円筒構造の圧縮座屈. Master’s thesis, 東京大学大学院, 2013.
- [45] Euler,. Solutio problematis ad geometriam situs pertinentis. *Commentarii academiae scientiarum Petropolitanae*, Vol. 8, pp. 128–140, 1741.

- [46] Newman, J. R. *The world of mathematics*, Vol. 1. Ripol Classic, 1956.
- [47] Biggs, N., Lloyd, E. K., and Wilson, R. J. *Graph Theory, 1736-1936*. Oxford University Press, 1986.
- [48] Hierholzer, C. and Wiener, C. Ueber die möglichkeit, einen linienzug ohne wiederholung und ohne unterbrechung zu umfahren. *Mathematische Annalen*, Vol. 6, No. 1, pp. 30–32, mar 1873.
- [49] Michell, A. G. M. The limits of economy of material in frame-structures. *The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science*, Vol. 8, No. 47, pp. 589–597, 1904.
- [50] Dorn, W., Gomory, R., and Greenberg, H. Automatic design of optimal structures. *J. de Mécanique*, Vol. 3, No. 1, pp. 25–52, 1964.
- [51] Xie, Y. M. and Steven, G. P. A simple evolutionary procedure for structural optimization. *Computers & structures*, Vol. 49, No. 5, pp. 885–896, 1993.
- [52] Querin, O., Steven, G., and Xie, Y. Evolutionary structural optimisation (eso) using a bidirectional algorithm. *Engineering computations*, Vol. 15, No. 8, pp. 1031–1048, 1998.
- [53] Querin, O., Young, V., Steven, G., and Xie, Y. Computational efficiency and validation of bi-directional evolutionary structural optimisation. *Computer methods in applied mechanics and engineering*, Vol. 189, No. 2, pp. 559–573, 2000.
- [54] Querin, O., Steven, G., and Xie, Y. Evolutionary structural optimisation using an additive algorithm. *Finite elements in Analysis and Design*, Vol. 34, No. 3-4, pp. 291–308, 2000.
- [55] Rozvany, G., Querin, O., and Logo, J. Sequential element rejection and admission (sera) method: Application to multiconstraint problems. In *10th AIAA/ISSMO Multidisciplinary Analysis and Optimization Conference*, p. 4523, 2004.
- [56] Grünbaum, B., Soifer, A., Johnson, P., and Rousseau, C. *The Mathematical*

Coloring Book: Mathematics of Coloring and the Colorful Life of its Creators.

Mathematics and Statistics. Springer New York, 2008.

- [57] Iri, M., Murota, K., and Matsui, S. Heuristics for planar minimum-weight perfect matchings. *Networks*, Vol. 13, No. 1, pp. 67–92, 1983.
- [58] Reingold, E. M. and Tarjan, R. E. On a greedy heuristic for complete matching. *SIAM Journal on Computing*, Vol. 10, No. 4, pp. 676–681, 1981.
- [59] Dreifus, G., Goodrick, K., Giles, S., Patel, M., Foster, R. M., Williams, C., Lindahl, J., Post, B., Roschli, A., Love, L., and others,. Path optimization along lattices in additive manufacturing using the chinese postman problem. *3D Printing and Additive Manufacturing*, Vol. 4, No. 2, pp. 98–104, 2017.
- [60] Kim, S., Dreifus, G. D., Beard, B. T., Glick, A., Messing, A. K., Hassen, A. A., Lindahl, J. M., Liu, P., Smith, T., Failla, J. A., and others,. Graded infill structure of wind turbine blade accounting for internal stress in big area additive manufacturing. Technical report, Oak Ridge National Lab.(ORNL), Oak Ridge, TN (United States), 2018.
- [61] Kwan, M.-K. Programming method using odd or even points. *Acta Mathematica Sinica*, Vol. 10, pp. 263–266, 1960. (in Chinese).
- [62] Kwan, M.-K. Graphic programming using odd or even points. *Chinese Mathematics*, Vol. 1, pp. 273–277, 1962.
- [63] Black, P. E. Chinese postman problem. In *Algorithms and Theory of Computation Handbook*, Dictionary of Algorithms and Data Structures [online]. CRC Press LLC, 12 august 2019 edition, 1999. Available from: <https://www.nist.gov/dads/HTML/chinesePostman.html>.
- [64] Grötschel, M. and Yuan, Y.-x. Euler, mei-ko kwan, königsberg, and a chinese postman. *Documenta Mathematica*, Vol. Optimization stories: 21st International Symposium on Mathematical Programming, pp. 43–50, 2012.
- [65] Edmonds, J. and Johnson, E. L. Matching, euler tours and the chinese postman. *Mathematical programming*, Vol. 5, No. 1, pp. 88–124, 1973.

- [66] Edmonds, J. Maximum matching and a polyhedron with 0, 1-vertices. *Journal of research of the National Bureau of Standards B*, Vol. 69, No. 125-130, pp. 55–56, 1965.
- [67] Edmonds, J. Paths, trees, and flowers. *Canadian Journal of mathematics*, Vol. 17, pp. 449–467, 1965.
- [68] Cook, W. and Rohe, A. Computing minimum-weight perfect matchings. *INFORMS journal on computing*, Vol. 11, No. 2, pp. 138–148, 1999.
- [69] Hagberg, A., Swart, P., and S Chult, D. Exploring network structure, dynamics, and function using networkx. Technical report, Los Alamos National Lab.(LANL), Los Alamos, NM (United States), 2008.
- [70] Galil, Z. Efficient algorithms for finding maximum matching in graphs. *ACM Computing Surveys (CSUR)*, Vol. 18, No. 1, pp. 23–38, 1986.
- [71] Xie, Y. and Steven, G. Eso for pin-and rigid-jointed frames. In *Evolutionary Structural Optimization*, pp. 93–125. Springer, 1997.
- [72] Ikonen, T. J. and Sobester, A. Ground structure approaches for the evolutionary optimization of aircraft wing structures. In *16th AIAA Aviation Technology, Integration, and Operations Conference*, p. 3286, 2016.
- [73] 高坂憲治, 藤井大地. Eso 法を用いた建築骨組構造物の形態創生. 日本建築学会中国支部研究報告集, No. 38, pp. 89–92, 2015.
- [74] 山崎進一, 藤井大地, 高坂憲治. Eso 法を用いた制震ダンパーの最適配置. 日本建築学会中国支部研究報告集日本建築学会中国支部 編, Vol. 38, pp. 97–100, 2015.
- [75] 高坂憲治, 松本慎也, 藤井大地. Eso 法とグラウンドストラクチャ法を用いた骨組構造物の位相最適化. 日本建築学会構造系論文集, Vol. 81, No. 721, pp. 547–553, 2016.
- [76] 山崎進一, 松本慎也, 藤井大地. Eso 法を用いた骨組構造物のダンパー配置. 日本建築学会中国支部研究報告集, No. 39, pp. 81–84, 2016.
- [77] 野村将貴, 松本慎也, 崎野良比呂, 藤井大地. Eso 法を用いた高層ビルの制振ダンパー構面配置の最適化. 日本建築学会構造系論文集, Vol. 82, No. 742, pp.

1885–1891, 2017.

- [78] 永岡伊玖磨, 松本慎也, 藤井大地. Eso 法を用いた木造骨組における接合部装着型ダンパーの最適配置問題. 近畿大学工学部研究報告, No. 52, pp. 33–37, 2018.
- [79] 小池雄介, 牛島邦晴, 加藤準治. グランドストラクチャ法に基づくサンドイッチラティス梁の最適化設計に関する研究. 日本計算工学会論文集, Vol. 2019, pp. 20190006–20190006, 2019.
- [80] Asimow, L. and Roth, B. The rigidity of graphs, ii. *Journal of Mathematical Analysis and Applications*, Vol. 68, No. 1, pp. 171–190, 1979.
- [81] Alfakih, A. *Euclidean Distance Matrices and Their Applications in Rigidity Theory*. Springer International Publishing, 2018.
- [82] Alonso, C., Ansola, R., and Querin, O. M. Topology synthesis of multi-material compliant mechanisms with a sequential element rejection and admission method. *Finite Elements in Analysis and Design*, Vol. 85, pp. 11 – 19, 2014.

業績一覽

■研究発表

- ・ 下中淳史, 横関智弘, 青木隆平, "付加製造に向けた網目構造に関する最適化問題", 第44回 複合材料シンポジウム, 岡山 (2019年9月6日)
- ・ Shitanaka, A., Aoki T., Yokozeki, T., "Comparison of Buckling Loads of Hyperboloidal and Cylindrical Lattice Structures," *Composite Structures*, 207, pages 877-888, <http://dx.doi.org/10.1016/j.compstruct.2018.09.052>
- ・ Shitanaka, A., Aoki T., Yokozeki, T., "Effect of Axisymmetric Geometrical Imperfection on Buckling Loads of Lattice Structure", the 11th Japan - Korea Joint Symposium on Composite Material, Sendai, Japan (14 September 2017)
- ・ Shitanaka, A., Aoki T., Yokozeki, T., "Buckling Load Comparison of Cylindrical and Hyperboloidal Lattice Structures", 20th International Conference on Composite Structures, Paris, France (7 September 2017)
- ・ 下中淳史, 青木隆平, 横関智弘, "曲げ及びねじり荷重を受けるラティス円筒構造の力学特性", 第59回 構造強度に関する講演会, 福井 (2017年8月3日)
- ・ 下中淳史, 青木隆平, 横関智弘, "鼓形軸対称ラティス構造の圧縮座屈に対する周方向部材の影響", 第58回 構造強度に関する講演会, 札幌 (2016年8月3日)
- ・ Shitanaka, A., Aoki T., Yokozeki, T., "Effectiveness of Circumferential Members on Buckling Load of Bulged Axisymmetric Lattice Structure", 17th US-Japan Conference on Composite Materials, Sapporo, Japan (2 Au-

gust 2016)

- ・ 下中淳史, 青木隆平, 横関智弘, "鼓形軸対称ラティス構造の座屈荷重への絞り量の影響", 第 47 期定時社員総会および年会講演会, 東京 (2016 年 4 月 15 日)
- ・ 下中淳史, 青木隆平, 横関智弘, "軸対称 Kagome ラティス構造のくびれが座屈荷重に及ぼす影響", 第 7 回 日本複合材料会議, 京都 (2016 年 3 月 17 日)
- ・ Shitanaka, A., Aoki T., Yokozeki, T., "Comparison of Buckling Loads Between Cylindrical and Hyperboloidal Lattice Structures, 14th Japan International SAMPE Symposium, Kanazawa, Japan (9 December 2015)
- ・ Shitanaka, A., Yosuke Shimizu, "Composite Lattice Structures", India-Japan Workshop: Advanced Carbon Fiber Polymer Composites and its Applications, New Delhi, India (28 October 2015)
- ・ 古賀将哉, 松下将典, 河尻翔太, 長洲孝, 鈴木聡太, 俵京佑, 宮里和良, 太田佳, 下中淳史, Hao Ting, Kim EuGene, 木村真一, 谷津陽一, 松永三郎, "小型衛星開発プログラム活動報告", 第 15 回宇宙科学シンポジウム, 相模原 (ポスター) (2015 年 1 月 6-7 日)
- ・ 松下 将典, 河尻 翔太, 長洲 孝, 宮里 知良, 鈴木 聡太, 俵 京佑, キム ユージン, 太田 佳, 古賀 将哉, 下中 淳史, カク テイ, 栗田 真, 森山 長久, 有元 誠, 谷津 陽一, 木村 真一, 松永 三郎, "超小型衛星 TSUBAME のフライトモデル開発とクリティカルフェーズ運用", 5th UNISEC Space Takumi Conference, UNISEC 2014-003, 相模原 (2014 年 12 月 26 日)

■受賞歴

- ・ Japan Society for Composite Materials: Excellent Presentation Award (2017)
- ・ 日本航空宇宙学会: 構造強度に関する講演会 若手奨励賞 (2016 年)
- ・ 日本複合材料学会 日本材料学会: 日本複合材料会議 優秀講演賞 (2016 年)

■競争的資金等

- ・ 日本学術振興会 特別研究員 DC1 (2017 年)
- ・ 日本学術振興会 博士課程教育リーディングプログラム 東京大学大学院 社会構
想マネジメントを先導するグローバルリーダー養成プログラム (2016 年)

謝辞

本研究の一部は JSPS 科研費 JP17J04891 の助成を受けたものです。ご支援いただきました日本学術振興会に感謝いたします。

また、お世話になりました皆様に心より感謝申し上げます。

まず、研究室で長きにわたりお世話になりました、青木隆平先生、横関智弘先生に感謝申し上げます。研究発表や輪講をはじめ、ご指導の折いつも質問・コメントから大いに学び、研究者として成長することができたと感じております。

また、審査員を務めていただきました藤本浩司先生、峯杉賢治先生、青木雄一郎先生に感謝申し上げます。研究に対し関心を寄せていただき、また建設的なコメントをしていただき、ありがとうございました。

東京農工大学の小笠原俊夫先生、JAXA 平野義鎮先生には研究室合同の研究発表会を初め、機会の折いつも積極的な質問・コメントをしていただき、ありがとうございました。

研究室では、樋口諒助教には、身近な先輩研究者として学ばせていただきました。小林やよい技官には、物品の発注をはじめとする事務的な手続きで大いに援助していただきました。学生には、議論を通じて研究に関する理解を深める機会をいただきました。皆様ありがとうございました。

最後に、これまで支えてくれた家族に感謝の意を表し、謝辞といたします。