

博士論文

分布物理量を不等式制約に持つ大規模解析を含む
複合領域最適化に関する研究

森田 直人

東京大学大学院 工学系研究科
航空宇宙工学専攻

目次

第 1 章	序論	11
1.1	はじめに	11
1.2	これまでの研究	13
1.3	本研究の目的	19
1.4	本論文の構成	20
第 2 章	擬スペクトル最適制御	23
2.1	はじめに	23
2.2	擬スペクトル法による連続時間最適制御問題の離散化	24
第 3 章	空力解析手法	29
3.1	低次の湧出・二重湧出パネル法	29
3.2	パネル法抗力係数計算に対する sparseLLT の適用	33
3.3	修正ニュートン流法	35
3.4	NACA0012 矩形翼に対する UNLSI と既存ソルバーの比較	37
3.5	NAL0 次形状に対する UNLSI と風洞実験の比較	44
第 4 章	構造解析手法	55
4.1	三角形パネル要素による準 3 次元有限要素法	55
4.2	NACA0012 を翼断面に持つ矩形翼モデルを用いた精度検証	59
第 5 章	随伴方程式法による複合領域最適化	65
5.1	随伴方程式法	65
5.2	明示・非明示随伴方程式法	66
5.3	MDO フレームワークの実装	68
第 6 章	全翼機形態の電動航空機モデルに対する提案手法の適用と既存手法との比較	77
6.1	はじめに	77

6.2	機体設計	77
6.3	軌道最適化	78
6.4	ペナルティ関数法と明示・非明示随伴方程式法の比較	80
第7章	予冷ターボジェットエンジンを用いた極超音速ビジネスジェットの設計	89
7.1	はじめに	89
7.2	機体形状定義	91
7.3	機体構造材料定義	93
7.4	設計変数の一覧と上下限	93
7.5	予冷ターボジェットエンジン	94
7.6	ペイロードと評価関数	97
7.7	変数とその上下限	97
7.8	運動方程式	98
7.9	軌道制約条件	99
7.10	解析制約条件	102
7.11	予冷ターボジェットエンジンを用いた最長航続距離の解	104
7.12	太平洋横断可能な機体に必要なエンジン重量削減係数	121
第8章	フライバック可能な有翼サブオービタル無人機の設計	131
8.1	はじめに	131
8.2	機体形状定義	131
8.3	ペイロードと評価関数	132
8.4	変数とその上下限	132
8.5	推進機関	134
8.6	運動方程式	134
8.7	軌道制約条件	135
8.8	解析制約条件	138
8.9	機体全長最小化の解	138
第9章	結論	155
	参考文献	161

目次

1.1	サブシステムの関数値のみを入力とするシステム	15
1.2	設計変数とサブシステムの変数を入力とするシステム	16
1.3	設計変数とサブシステム変数の予測情報を入力とするシステム	17
1.4	応答曲面を用いた機体・軌道同時最適化	17
1.5	空力・構造解析のカップリングによる任意形状の取り扱い	20
2.1	状態変数の微分と運動方程式	24
3.1	wake パネルにおける二重湧出強度の決定	31
3.2	A 行列に対するある wake パネルの影響範囲	32
3.3	NACA 矩形翼数値モデル	37
3.4	NACA 矩形翼の CL の値の比較 (マッハ 0.0)	38
3.5	NACA 矩形翼の CD の値の比較 (マッハ 0.0)	39
3.6	NACA 矩形翼の翼根圧力係数の比較 (マッハ 0.0, AoA 5deg)	39
3.7	NACA 矩形翼の UNLSI による圧力係数分布 ((マッハ 0.0 上:上面 下: 下面)	40
3.8	NACA 矩形翼の PANAIR による圧力係数分布 (マッハ 0.0 上:上面 下: 下面)	40
3.9	NACA 矩形翼の CL の値の比較 (マッハ 10)	41
3.10	NACA 矩形翼の CD の値の比較 (マッハ 10)	41
3.11	NACA 矩形翼の翼根圧力係数の比較 (マッハ 10, AoA 5deg)	42
3.12	NACA 矩形翼の CL の値の比較 (マッハ 1.5)	42
3.13	NACA 矩形翼の CD の値の比較 (マッハ 1.5)	43
3.14	NACA 矩形翼の翼根圧力係数の比較 (マッハ 1.5, AoA 5deg)	43
3.15	NAL0 次形状数値モデル	44
3.16	NAL0 次形状の CL の比較 (マッハ 0.5)	45
3.17	NAL0 次形状の CD の比較 (マッハ 0.5)	45

3.18	NAL0 次形状の CL の比較 (マッハ 0.7)	46
3.19	NAL0 次形状の CD の比較 (マッハ 0.7)	46
3.20	NAL0 次形状の CL の比較 (マッハ 0.9)	47
3.21	NAL0 次形状の CD の比較 (マッハ 0.9)	48
3.22	NAL0 次形状の CL の比較 (マッハ 1.5)	48
3.23	NAL0 次形状の CD の比較 (マッハ 1.5)	49
3.24	NAL0 次形状の CL の比較 (マッハ 2)	49
3.25	NAL0 次形状の CD の比較 (マッハ 0.9)	50
3.26	NAL0 次形状の CL の比較 (マッハ 3)	50
3.27	NAL0 次形状の CD の比較 (マッハ 3)	51
3.28	NAL0 次形状の CL の比較 (マッハ 4)	51
3.29	NAL0 次形状の CD の比較 (マッハ 4)	52
3.30	NAL0 次形状の CL の比較 (マッハ 7.1)	52
3.31	NAL0 次形状の CD の比較 (マッハ 7.1)	53
4.1	NACA0012 を翼断面に持つ矩形翼モデル (上: スキン 下: 下面スキンとリブ)	59
4.2	50 倍拡大の変形と Von-Mises 応力/降伏応力	60
4.3	最も粗いメッシュによるたわみの解析解との比較	61
4.4	中間粗さのメッシュによるたわみの解析解との比較	61
4.5	最も密なメッシュによるたわみの解析解との比較	62
4.6	wake 二重湧き出し強度より推算した各断面の CL と sparseLLT による補間	62
5.1	MDO の定式化	68
6.1	機体の空力形状パネル	78
6.2	各手法の評価関数の履歴	83
6.3	各手法の制約条件の絶対値の和の履歴	84
6.4	各手法の設計更新ベクトルの二乗ノルムの履歴	84
6.5	手法 1 による解の上面図	86
6.6	手法 2 による解の上面図	86
6.7	手法 3 による解の上面図	86
6.8	手法 4 による解の上面図	86
6.9	手法 1 による解の等角投影図	87
6.10	手法 2 による解の等角投影図	87
6.11	手法 3 による解の等角投影図	87
6.12	手法 4 による解の等角投影図	87

6.13	各手法による解の循環分布	88
7.1	機体の空力形状パネル	91
7.2	機体の内部構造パネル	92
7.3	翼動結合部の形状設計	92
7.4	ノーズ形状のモーフィングによる定義	93
7.5	ダブルデルタ翼平面系の定義	93
7.6	翼内部構造	94
7.7	胴体内部構造	94
7.8	予冷ターボジェットエンジンの単位入口面積当たりの推力を表す曲面	95
7.9	予冷ターボジェットエンジンの比推力を表す曲面	97
7.10	評価関数と設計更新ベクトルノルムの履歴	104
7.11	評価関数の収束率の履歴	104
7.12	評価関数と設計更新ベクトルノルムの履歴	105
7.13	評価関数と設計更新ベクトルノルムの履歴	105
7.14	最適機体形状	106
7.15	最適機体内部構造	109
7.16	最適機体形状 (上面)	109
7.17	最適機体形状 (正面)	110
7.18	初期解と最適解の翼の循環分布	110
7.19	最適飛行軌道におけるダウンレンジと高度	111
7.20	最適飛行軌道における高度とマッハ数の時間履歴	112
7.21	最適飛行軌道における飛行経路角と機体重量の時間履歴	112
7.22	最適飛行軌道における迎え角とエレボン舵角の時間履歴	113
7.23	最適飛行軌道における重心位置と静安定余裕の時間履歴	113
7.24	最適飛行軌道における軸方向荷重倍数と垂直方向荷重倍数の履歴	114
7.25	最適飛行軌道における揚力係数と抗力係数の時間履歴	114
7.26	最適飛行軌道におけるスロットルパラメータと推力の時間履歴	115
7.27	最適飛行軌道における揚抗比と ISP の時間履歴	115
7.28	最適飛行軌道におけるマッハ数-高度のプロットと動圧の時間履歴	116
7.29	予冷ターボジェットエンジンの単位速度あたりの ISP	116
7.30	マッハ 0.3、迎え角 15deg での圧力係数分布 (上面)	117
7.31	マッハ 0.3、迎え角 15deg での圧力係数分布 (下面)	118
7.32	マッハ 4、迎え角 5deg での圧力係数分布 (上面)	118
7.33	マッハ 4、迎え角 5deg での圧力係数分布 (下面)	119

7.34	マッハ 0.3、迎え角 15deg での Von-Mises 応力/降伏応力	119
7.35	マッハ 4、迎え角 5deg での Von-Mises 応力/降伏応力	120
7.36	エンジンを軽量化した場合の機体形状	122
7.37	エンジンを軽量化した場合の内部構造	123
7.38	エンジンを軽量化した場合の機体形状 (上面図)	123
7.39	エンジンを軽量化した場合の機体形状 (正面図)	124
7.40	最適飛行軌道における高度とマッハ数の時間履歴	124
7.41	最適飛行軌道における迎え角とエレボン舵角の時間履歴	127
7.42	最適飛行軌道における揚力係数と抗力係数の時間履歴	127
7.43	最適飛行軌道におけるスロットルパラメータと推力の時間履歴	128
7.44	最適飛行軌道における揚抗比と ISP の時間履歴	128
7.45	最適飛行軌道におけるマッハ数-高度のプロットと動圧の時間履歴	129
8.1	評価関数の履歴	139
8.2	設計更新ベクトルノルムの履歴	140
8.3	最適機体形状	140
8.4	最適機体内部構造	142
8.5	最適機体形状 (上面)	142
8.6	最適機体形状 (正面)	143
8.7	最適飛行軌道における水平面の軌道	144
8.8	最適飛行軌道における 3 次元飛行軌道	145
8.9	最適飛行軌道における高度とマッハ数の時間履歴	145
8.10	最適飛行軌道におけるダウンレンジとクロスレンジの時間履歴	146
8.11	最適飛行軌道における飛行経路角と飛行方向角の時間履歴	146
8.12	最適飛行軌道における上昇率と機体重量の時間履歴	147
8.13	最適飛行軌道における迎え角とエレボン舵角の時間履歴	147
8.14	最適飛行軌道における重心位置と静安定余裕の時間履歴	148
8.15	最適飛行軌道の軸方向荷重倍数と垂直方向荷重倍数の時間履歴	148
8.16	最適飛行軌道における揚力係数と抗力係数の時間履歴	149
8.17	最適飛行軌道におけるスロットルパラメータと推力の時間履歴	149
8.18	最適飛行軌道における揚抗比と動圧の時間履歴	150
8.19	最適飛行軌道におけるマッハ数-高度プロットと動圧の時間履歴	150
8.20	マッハ 0.3、迎え角 15deg での圧力係数分布 (上面)	151
8.21	マッハ 0.3、迎え角 15deg での圧力係数分布 (下面)	152
8.22	マッハ 4、迎え角 15deg での圧力係数分布 (上面)	152

8.23	マッハ 4、迎え角 15deg での圧力係数分布（下面）	153
8.24	マッハ 0.3、迎え角 15deg での Von-Mises 応力/降伏応力	153
8.25	マッハ 4、迎え角 15deg での Von-Mises 応力/降伏応力	154

第 1 章

序論

1.1 はじめに

1.1.1 日本の航空業界の現在とモデル化された航空機設計

きっかけは小さな世界から始まった。10年前とは比べ物にならないほど日本の航空界は今、可能性に満ち溢れている。リチウムポリマーバッテリーの普及、および MEMS センサの高精度化・低価格化を土台として、2012 年以降急速に普及したマルチコプターは、無人航空機業界に多大な新規プレイヤーの参入をもたらした。急速に発達した無人航空機技術は、従来まで国家レベルの予算規模でしかできなかった実飛行環境実験を、民間レベルでも実施できる領域まで引き込むことに成功した。これにより民間レベルでの無人航空機開発、宇宙輸送機開発、極超音速機開発、特殊航空機開発の機運が高まり、航空宇宙分野以外の出身者までも巻き込んで、日本の大きな流れの一つとなりつつある。

ところが、そうした航空機開発の最も障壁の高い点は、まぎれもなく航空機それ自体の設計である。比較的ダイナミクスの理解のたやすいマルチコプターはその障壁が低いため、多くのプレイヤーが新規参入していった。しかしながら固定翼については、マルチコプターに比較して長い工学の歴史と、空力・構造・制御の相互依存性の高さが災いして、新規プレイヤーの参入を拒んでいるように思われる。加えて実際の設計に必要な解析の量も多いうえ、飛行実験機会の少なさから相互依存を十分に理解した設計者が少なく、ノウハウの集積がなされにくい状況にある。

ノウハウの集積という点について最も効率的な方法は、数式を用いてモデル化することである。確かに人間の感覚はロバストかつ短期的には高品質であるが、その質の個人差が大きいこと、またその感覚をうまく引き継げなかった場合は簡単に散逸するなど、重大な欠点を抱えている。そういった意味では、航空機設計に携わる研究者として、如何にモデルの出力した機体が低品質で「人間の感覚を重視した設計者」から批判に晒されようと、完全な数式表現への努

力は必須の役目であろう。

高度にモデル化された航空機設計のノウハウが一般に浸透すれば、いつか航空学科は消滅し、広く用いられる機械工学の一つの分野として扱われることになるだろう。それが本研究の究極の目的であり、長大な学位論文の中で唯一「壮大な目的」を語ることが許された「序論のはじめに」として書き記してもよいものであらうと考える。

1.1.2 複合領域最適化と航空機設計

本論文が対象とする複合領域最適化 (Multi-Disciplinary Optimization:MDO) は、複数の解析や最適化を組み合わせ、総合的により良い設計を提案する手法である。航空宇宙分野における複合領域最適化は 1985 年頃 [1] から本格的に研究されるようになり、各解析の進歩に伴って多くの定式化や最適化結果の発表がなされるようになった。MDO は複数の解析や最適化を総合的に判断する取り組みであるから、設計におけるノウハウを解析の結果をもちいて記述できば、設計最適化における制約条件として取り扱うことが可能となり、MDO のフレームワークそれ自体が一種のノウハウの集積として人間の感覚を代替することが可能であると考えられる。この学問分野は比較的新しいものであるため、実際の航空機設計に取り入れられたとされる例はあまり多くない。本節では、著者が調べることができた限りでの、日本における航空機開発に対する MDO の適用例をまとめる。

三菱航空機 Space Jet

三菱航空機 Space Jet の前身である環境適応型高性能小型航空機は、2003 年より研究開発が進められた。その要素技術研究開発の一環として多分野統合最適設計システムが挙げられている [2] このシステムでは空力、構造、装備、電装等における分野の設計要求を統合的に扱うシステムとして、主翼のウィングレットの設計に用いられたとの記述がある。

JAXA D-SEND

低ソニックブーム設計概念実証機 D-SEND の設計において、文献 [3] に記されるように、数値流体解析とソニックブームの音場解析、構造重量解析を組み合わせ設計を行ったとの記述がある。MDO の手法自体は、多目的遺伝的アルゴリズムと多目的粒子群最適化の組み合わせであり、比較的単純なカップリングの方法である。D-SEND プロジェクト自体は第 2 フェーズの試験が終了し、機体の滑空試験が行われた。

JAXA HST

JAXA の航空新分野創造プログラムの一環として予冷ターボジェットエンジンを用いた極超音速旅客機の検討 [4] が進められている。この機体の概念設計には応答曲面を用いた

All-At-Once 法による機体・軌道同時最適化 [5] が用いられており、本研究で言及する極超音速ビジネスジェットもこの研究の延長線上にある。

JAXA HIMICO

前出の JAXA HST に関連して極超音速統合制御実験機 (HIMICO) の研究開発が行われている。[6] こちらも応答局面を用いた All-At-Once 法による機体・軌道同時最適化技術が用いられており、エンジン試験に適する主流条件の時間が最長になるよう、機体形状と軌道計画がなされている

PD Aero Space X07

PD Aero Space .Inc は有人サブオービタルプレーンの技術実証として 10m 級の無人サブオービタルプレーンの開発を行っている。その機体設計には複合領域最適化が使用されている。

Space Walker サブオービタルスペースプレーン

九州工業大学および東京理科大学にて開発が行われていた WIRES を母体に有人スペースプレーンの実現を目指す Space Walker 社は、機体形状および飛行軌道設計に応答曲面を用いた All-At-Once 法を応用しているとみられる。ベースとなる手法は本論文でも触れるものであるが、それ以外にも様々な解析を組み合わせている。

上記の例でも見られるように、複合領域最適化が適用される事例は既存の旅客機的设计改善よりも、比較的特殊な用途に用いられる新航空宇宙輸送システムに用いられることが多い。今後複合領域最適化が浸透していくにしたがって、より広範に複合領域最適化技術が利用されるようになるものと考えられる。

1.2 これまでの研究

本節では、機体設計と軌道計算を錬成した MDO に関するこれまでの研究と、その課題について概略を述べ、本研究にて検討する事項を整理する。

1.2.1 複合領域最適化の定式化

複合領域最適化の定式化については、一段階・二段階最適化として分類されることが多いが、近年、様々な手法の提案によりその線引きが曖昧となっている。そこで本論文では設計変数が指定される階層 (システムレベル) での最適化の複雑さによってまとめる。このまとめ方

はその手法の理解のしやすさに直結し、その複雑さが大きければ大きいほど、絡み合った各解析・最適化の階層 (サブシステムレベル) を一元化して取り扱っていると考えてよい。

最も単純な MDO の定式化は、各解析・最適化の出力する関数値のみを入力にして、設計変数を更新する方法である。これは既存のソルバーを用いて最適化を行う際に最も直感的な方法であり、応答曲面を用いる、用いないに関わらず、多くの研究がこのような手法によってなされている。

ここでは、簡単な最適化問題として、

$$\left. \begin{array}{ll} \text{find} & x, u \\ \text{minimize} & I(x, u) \\ \text{subject to} & R(x, u) = 0. \end{array} \right\} \begin{array}{l} (1.1) \\ (1.2) \\ (1.3) \end{array}$$

を例に解説を行う。ここで I を評価関数、 R を解析の支配方程式とし、 x を設計変数、 u を解析の支配方程式 R の変数とする。また、 R は x が決定されれば u について解くことができるものとする。

図 1.1 にあるように最適化ソルバーによって指定された変数がサブシステムレベルに渡され、システムレベルのソルバーはサブシステムレベルより返された関数値から次の設計変数を指定する。システムレベルのソルバーが扱う変数は設計変数だけであり、制約条件の数も他の手法に比べて最小である。例えばメタヒューリスティクスをシステムレベルの最適化に持つ方法 [7]、および整合性制約条件を最適化ループ内に持つ Multi-Disciplinary Feasible 法 [8] 等であれば、この定式化によって MDO を構築できる。この手法は実装および理解が簡単な反面、各解析の情報を関数値からしか得られないため収束精度・収束速度に劣る上、制約条件の数が大きくなるとシステムレベルの最適化が難しくなる。

次にわかりやすいものは、図 1.2 にあるようなサブシステムレベルの解析・最適化の変数もすべて含めてシステムレベルでの最適化を行うことであろう。この手法は All-At-Once 法、もしくは One-Shot 法と呼ばれ、収束速度の面では最も高速であると言われている。しかしながら、厳密な意味での One-Shot 法は、すべての制約条件に対しすべての変数の微分を計算する必要があり、そのようにして計算された巨大な非線形の Jacobian を取り扱う最適化を行わなければならないという点で現実的ではない。従って One-Shot 法と呼ばれる手法においても、部分的には後述の変数予測手法が含まれることが多い。

最後に、サブシステムレベルの解析・最適化の情報を用いて、何らかの形で設計変数からその他の変数の予測を行う手法がある。著名なものとしては Bi-Level Integrated System Syntheses (BLISS) [9] や随伴変数法 [10] が挙げられる。これらの手法は、図 1.3 にあるように、システムレベルでは設計変数の更新を行うが、その更新量を決める際に解析・最適化の変数の応答を予測することで、設計変数更新後のサブシステムの解析・最適化が大幅に破綻する

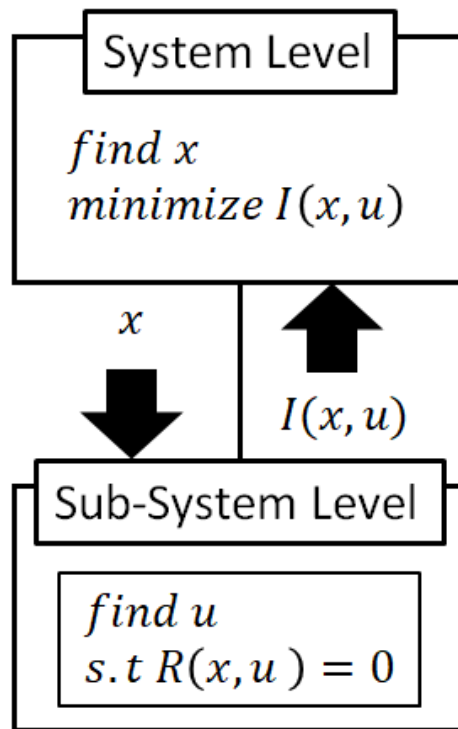


図 1.1 サブシステムの関数値のみを入力とするシステム

ことがないようになっている。具体的に BLISS では Global Sensitivity Matrix と呼ばれる全微分に関する連立方程式を解いて評価関数の全微分を数値的に求めることで、随伴方程式法では随伴方程式と呼ばれる最適性条件に関する連立方程式を解いて系の Lagrangian の勾配を求めることで、設計変数から他の変数の予測を行っている。横山ら [5] による応答曲面を用いた All-At-Once 手法も、事前解析によって設計変数から解析の変数を予測するという意味では厳密に One-Shot 法ではなく、こちらに分類するのが適当であろう。

以上みてきたように、システムレベルもしくはサブシステムレベルのどちらかに負荷が偏ると計算コストの増大もしくは収束性の悪化を招くこととなり、関数の情報を適切に用いて各レベルの負荷を均等化することが重要だと言えよう。したがって MDO の定式化はシステムレベルにおいて設計変数から他の変数を予測する予測器の構築に帰着する。その定式化の仕方が全微分なり随伴変数なりとアプローチは異なっていようとも、最終的なゴールは同じである。重要なのは解くべき問題において特に必要とされている部分に特化して定式化を構築することである。

本論文にて提案する手法は、この予測器の構築において、全微分法と随伴方程式法を組み合わせた手法であり、機体パネルに分布した物理量および軌道最適化に起因する多数の不等式制約を取り扱うことに特化している。また、全微分を用いる BLISS では、「数値誤差の制御が難しく、また設計変数に対する非線形な変化が起こりうる最適化の解に対し数値微分をとる」と

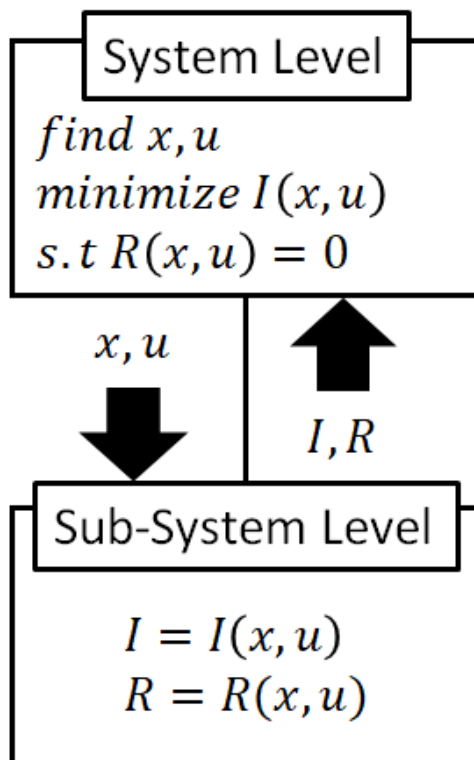


図 1.2 設計変数とサブシステムの変数を入力とするシステム

いう部分を、提案手法は随伴方程式と線形計画法を用いることで回避しており、コンピュータの発達により線形計画法で取り扱える問題の規模が大きくなった現在では、より優れた方法である。

1.2.2 機体・軌道同時最適化の既存研究

機体形状と飛行軌道の同時最適化の研究例は非常に少なく、日本においては土屋ら [11] が定式化した手法とそれを横山 [5]、藤川 [12] らが引き継いだ系譜 (本論文もその系譜に属するが) において研究例がみられるのみである。また、世界においても機体形状と軌道最適化を同時に行っている研究報告は非常に稀であり、NASA の再使用型宇宙往還機 (X-33) の関連研究 [13] や、空気吸い込み式宇宙往還機の研究 [14] に関して複数個論文が散見される程度である。土屋らの系譜による機体・軌道同時最適化は、応答曲面を用いた空力係数予測による機体・軌道同時最適化手法である。本論文の前提となる知識であるため、本章にて簡単に解説する。この手法ではまず、実験計画法によって生成された設計変数群に従い、事前空力解析を実施する。事前空力解析の結果を出力する応答曲面を Radial Basis Function Network [15] を用いて作成する。ここでは例として揚力係数 CL を用いる。事前空力解析は、例えば 5 つの主流条件に対し

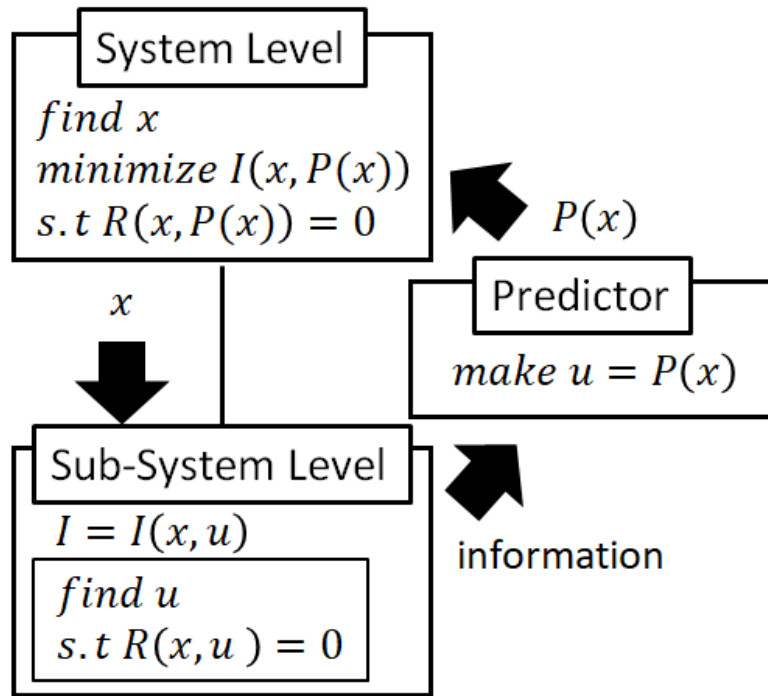


図 1.3 設計変数とサブシステム変数の予測情報を入力とするシステム

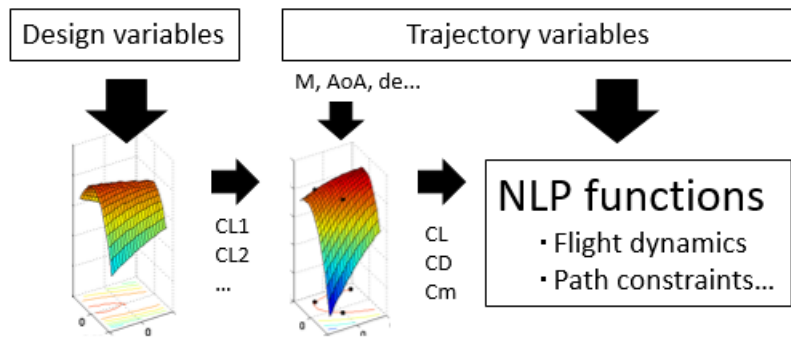


図 1.4 応答曲面を用いた機体・軌道同時最適化

て実施されているとする。

$$\begin{aligned}
 CL_1 &= RBFN_1(x) \\
 CL_2 &= RBFN_2(x) \\
 CL_3 &= RBFN_3(x) \\
 CL_4 &= RBFN_4(x) \\
 CL_5 &= RBFN_5(x)
 \end{aligned}
 \tag{1.4}$$

事前空力解析が完了したら、軌道最適化を行うフェーズに移行する。軌道最適化では任意の

主流条件に対し各種空力係数を得ることが必要であるが、事前空力解析の情報をもとに軌道最適化内で任意主流条件を出力する応答曲面 RS を作成する。すなわち

$$CL = RS(Mach, AoA, de, \dots, CL_1, CL_2, CL_3, CL_4, CL_5) \quad (1.5)$$

$CL_1, CL_2, CL_3, CL_4, CL_5$ の計算には、事前空力解析で作成した RBFN を使用する。これにより、軌道最適化のパラメータとして機体設計変数を含めることで機体形状を考慮した軌道最適化が実行できる。

上記の方法の特徴は、MDO における空力解析変数の求解を RBFN によって代替していることにあり、これによって設計変数と軌道最適化変数のみで機体・軌道同時最適化を実現していることである。これによって収束性がもとの軌道最適化とほぼ変わらないだけでなく、また機体形状の設定に変更がなければ、様々な軌道拘束条件のもと機体・軌道同時最適化が事前空力解析を省略して実行できる。しかしながら、事前空力解析の計算コストが大きいこと、また設計変数の数が増えるにつれて近似精度を保つために必要な事前解析点数が増大することから、設計変数の数を大きくすることが難しい。また機体設計に関する制約条件はその制約条件ごとに RBFN を作成しなければならないため、機体設計に関する制約条件を含めることが難しいという問題があった。

本研究はこの手法を踏まえて、いかにして解析の制約条件を含めるか、という点が出発点である。

1.2.3 空力・構造解析の複合領域最適化の既存研究

空力解析と構造解析を錬成させて最適化問題を解こうとする試みは 1988 年頃から論文発表が成され始めている。初期には Haftka[1] や Sobieszczanski-Sobieski[16] の感度解析から発展し、前章でまとめたように様々な MDO スキームが提案されるに至っている。近年では数値流体力学と有限要素法の組み合わせにより、機体パネルだけではなく場・機体内部の物理量も制約条件・評価関数として取り扱うことが可能となっている。定式化については、流体・構造の支配方程式の数とこれらの変数が一致することから、後述の随伴方程式が陽に解ける形として定式化できるため、随伴方程式法を用いることが主流である。また、非定常空力解析と非定常構造解析を組み合わせるフラッタ解析 [17] を行う研究もおこなわれており、2019 年現在においても新たな手法が活発に提案されている分野である。

1.2.4 MDO の工学的意義

MDO の工学的意義は、既存概念にはなかった新たな解を発見することであり、特に人間には感知しきれないほどに複雑に絡み合ったシステムの最適化により、人類が「気付かなかっ

た」解を発見することが最も大きな工学的意義であると言えよう。そういった意味では、旧知の問題に改めて MDO を行うことで改善のヒントが得られることもあるであろうし、全く新しい問題に対し MDO を適用することで、そもそも実現可能なのか調べることもできる。MDO がクローズアップされる場面としては後者が多く、複雑に絡み合った制約条件により実現可能性の検討が難しかった問題について、MDO が実行可能解を見出すというのは非常によく見る光景である。

航空機における機体・軌道同時最適化は、設計変数から空力係数を取得しなければならないという点で、複合領域最適化による定式化が必要となる。航空宇宙システムで新システムを提案する場合、「新たな飛び方」は必ず求められるものであり、新たな飛び方ありきの機体が求められるのは必然である。そういった点では新航空宇宙システムの提案という分野は複合領域最適化の最も得意とする分野であり、特に軌道最適化を前提として他の解析をいかにうまくカップリングするかが重要となる。その点空力解析と構造解析のカップリングでは既存システムの改善しか取り扱えない、軌道最適化をカップリングして初めて新システムの提案ができる、とまで言い切るのはいき過ぎかもしれないが、軌道最適化を主軸に MDO を考えていくことは、航空のイノベーションを考えるうえで非常に重要だと言えよう。

また、前述の意義に比べれば比較的地味な点ではあるが、MDO は開発の出戻りを抑制し、開発期間を短くできるというメリットがある。事前に必要となる解析を予測し、初めから考慮に入れておくことで、設計要求を満たさない解を検討する時間を節約できる。しかしながらすべての解析を網羅することは難しく、また各解析の隙間を縫うような解が出力されることも多いため、仮に出戻りが発生すると、システム検討のレベルからやり直しとなる恐れもあることは留意しておかなければならない。

1.3 本研究の目的

本研究の目的は軌道最適化を含む複合領域最適化に対し、空力・構造の制約条件として機体パネルの分布物理量を含むような問題に対しても安定的・効率的に解を得られる手法を提案することである。機体・軌道同時最適化の観点から言えば、元来大規模であった軌道最適化の制約条件に、旧来の定式化では不可能であった量の不等式制約を追加したと捉えることもできるし、空力・構造解析の複合領域最適化の観点から言えば、随伴方程式法では今まで扱うことが難しかった不等式制約の取り扱いを旧来の手法に比べて厳密に取り扱うことができるようになったと捉えることもできる。

工学的な観点から本研究の目的を述べると、「機体・軌道同時最適化における任意形状・任意構造の実現」が挙げられる。解析を組み合わせることなく機体・軌道同時最適化を実行しようとする、設計変数から機体の性能を推算するために何らかの統計推算式に頼らざるを得ない。例えば空力係数の推算であれば DATCOM[18] であり、構造重量の推算であれば

WAATS[19] や HASA[20] といった統計推算式を用いるのが妥当であろう。このような統計推算式を用いることは、それはすなわちその統計推算式が想定している機体形状・機体構造の範囲で計算を行わなくてはならないという制限が生じる。数値流体力学や複合材といった近年発展の目覚ましい分野の業績を、統計推算式で捉えることは難しい。そもそも、航空のイノベーションを志向する複合領域最適化が、すでに実現された機体の中から解を探り出そうとするのは矛盾した行為であると言えよう。図 1.5 に示すように軌道最適化に空力解析をカップリングできれば、翼面積やアスペクト比といったパラメータの機体から、任意形状の空力に拡張できる。構造解析をカップリングすれば機体内部のリブ構造やその厚み、材料等の検討も行える。カップリングを行える解析を増やすことは、今まで具体性に乏しかった軌道最適化に形を与える行為であると考えられる。

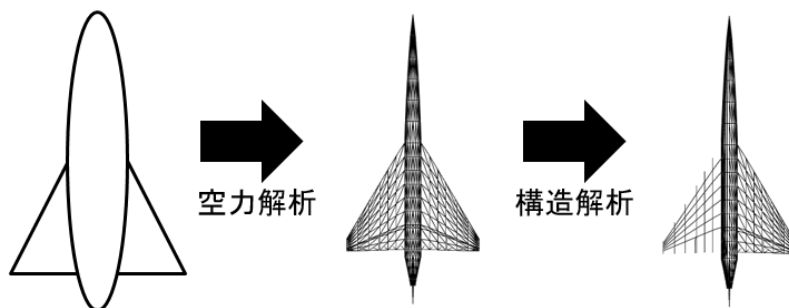


図 1.5 空力・構造解析のカップリングによる任意形状の取り扱い

1.4 本論文の構成

本論文は、第 2 章、第 3 章、第 4 章において、それぞれ大規模解析として組み合わせる軌道最適化・空力解析・構造解析の手法の説明を行う。軌道最適化は擬スペクトル法 [21] により離散化した運動方程式を非線形計画法によって解く。空力解析は低次のパネル法 [22] と修正ニュートン流法 [23] を組み合わせ、全マッハ数域で任意形状の空力解析を実行できる。構造解析は三角形要素の準 3 次元シェル有限要素法 [24] であり、空力解析の結果より構造変位を求めることができる。

続く第 5 章では勾配法を用いた一般的な複合領域最適化の手法である随伴方程式法について解説し、これを拡張した提案手法である「明示・非明示随伴方程式法」について述べる。この手法は従来の随伴方程式法において取り扱うことのできなかった不等式制約を厳密に取り扱うことができる手法である。この明示・非明示随伴方程式法を用いてより安定的に解を求めるため、この手法を補強するいくつかの副次的なアルゴリズムについて説明を行う。

上記アルゴリズムの検証問題として、第 6 章において空力解析・構造解析に関して単純な全翼機設計を用いた設計例題を解く。第 7 章、第 8 章において、本手法を極超音速輸送・宇宙輸

送機に適用した場合の設計解を示す。第 7 章では 2 次元縦質点運動を取り扱った極超音速ビ
ジネスジェットの航続距離最大化問題について、第 8 章では 3 次元質点運動を取り扱った、フ
ライバックを含めたサブオービタル機の設計問題について、提案手法を適用した。

第 2 章

擬スペクトル最適制御

2.1 はじめに

軌道最適化としての最適制御の問題の中で最も古典的であり、最も有名な研究は Bryson ら [25] による最短時間上昇経路問題の最適化であろう。これにより最適化の有用性が知られるようになり、以後様々なミッションへの適用が見られた。

軌道最適化の最も大きな分類は直接法と間接法であり、初期の研究においては間接法が主流であった。間接法は連続時間最適制御問題に対し変分法を適用する方法であり、得られる解は最適性が保証され、高精度であるものの、直観的にわかりにくい共状態変数の取り扱いなど欠点が多く、取り扱いが難しい。直接法は連続時間最適制御問題を離散時間最適制御問題に変換し、変換された問題に対し非線形数値計画法を適用することで解を得る手法である。この手法は直観的にわかりやすい反面、解の精度が数値積分に依存するという欠点がある。

直接法を用いた最適制御問題の定式化において、制約条件に陽に積分が含まれる direct shooting 法 [26] と、陰的に含まれる direct collocation 法 [26] の 2 つに大別される。direct shooting 法は制御変数のみを最適化変数として離散化し、状態変数は制御変数を用いて運動方程式を陽に積分することで値を計算し、評価関数および制約条件に含めるものである。direct shooting 法は制御変数のみの離散化であり、また運動方程式自体は制約条件に明示的に含まれないため、後述の direct collocation 法に比べて非線形計画問題の規模を小さくできる。しかしながら、制約条件と状態変数間の感度が大きく、数値的安定性という点においては direct collocation 法が優れている。direct collocation 法は制御変数、状態変数ともに離散化し、制御変数と状態変数を結びつける拘束条件として運動方程式を明示的に非線形計画法の制約に含ませる手法である。この定式化は問題の規模が大きくなる半面、ロバスト性に優れている。加えて制約条件として運動方程式が明示的に表現されていることから、他の解析をカップリングする際の感度解析が実行しやすいという、重要な利点もある。

直接法の中でも、運動方程式をどのように制約条件へと変換するかによって、いくつかの手

法が存在する。運動方程式

$$\frac{d}{dt}(mv) = F \quad (2.1)$$

をよく観察すると、「左辺 mv の t に関する傾きが右辺の力 F と一致する」という形式になっていることがわかる。このことから連想されるように、運動方程式左辺を数値的に微分し、その値が運動方程式右辺と一致する、という定式化を行えば、運動方程式を明示的に制約条件へと含めることができる。

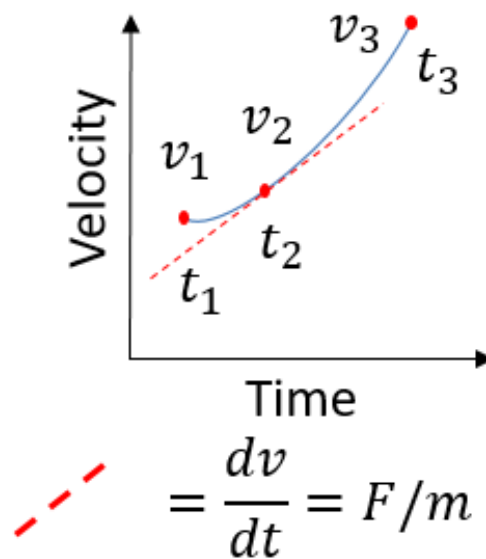


図 2.1 状態変数の微分と運動方程式

この数値的に微分を行うという点で最も直観的な方法は、離散化された状態変数の 2 点を直線で結ぶことであろう。これと同様に考えて一定時数の多項式補間を区分的に適用すれば、その次数にあった微分の精度が得られると考えられた。

ところが、連続時間最適制御問題の最適性を導出する操作と連続時間最適制御問題を離散化する操作が可換ではない [27] ため、多項式補間の次数を増やして精度を向上させようとしても、連続時間最適制御問題の最適解には収束しないことが証明されている。これによって後述の擬スペクトル法が登場するまで低次の多項式補間しか使用できず、direct collocation 法は収束性が低い手法とされていた。

2.2 擬スペクトル法による連続時間最適制御問題の離散化

擬スペクトル法にも定式化方法によっていくつか種類がある [21][28][29] が、基本的な考え方としては、Legendre 多項式の根に沿って配置されたガウス求積ノードを collocation point として利用し、ある区間の状態変数をすべて通る Lagrange 補間として多項式を構成する方法

である。この手法を用いれば、状態変数の微係数は近似多項式の解析的な微分値として求めることができ、解の精度はガウス求積ノードの次数を増やす (すなわち collocation point の数を増やす) に連れて向上することが知られている。また高次の Lagrange 補間では、区間端部に振動が現れる Runge 現象がみられることがあるが、ガウス求積ノードを用いればこれを防ぐことができる。

本節では、Legendre-Gauss 擬スペクトル法による連続時間最適制御問題の離散化を簡単に解説する。取り扱う連続時間最適制御問題の形式は以下の通り。

$$\left. \begin{array}{l} \text{find} \\ \text{minimize} \\ \text{subject to} \end{array} \right\} \begin{array}{l} x(t), u(t), p \\ J = \Phi(x(t_0), x(t_f), u(t_0), u(t_f), p) + \int_{t_0}^{t_f} g(x, u, p) dt \\ \frac{dx}{dt} = f(x, u, p) \\ bou_l < bou(x(t_0), x(t_f), u(t_0), u(t_f), p) < bou_u \\ path_l < path(x, u, p) < path_u \\ para_l < para(p) < para_u \end{array} \quad (2.2)$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{minimize} \\ \text{subject to} \end{array} \right\} \begin{array}{l} J = \Phi(x(t_0), x(t_f), u(t_0), u(t_f), p) + \int_{t_0}^{t_f} g(x, u, p) dt \\ \frac{dx}{dt} = f(x, u, p) \end{array} \quad (2.3)$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{subject to} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \frac{dx}{dt} = f(x, u, p) \\ bou_l < bou(x(t_0), x(t_f), u(t_0), u(t_f), p) < bou_u \end{array} \quad (2.4)$$

$$bou_l < bou(x(t_0), x(t_f), u(t_0), u(t_f), p) < bou_u \quad (2.5)$$

$$path_l < path(x, u, p) < path_u \quad (2.6)$$

$$para_l < para(p) < para_u \quad (2.7)$$

実際の工学上の問題を扱う場合、ウェイポイントのように軌道の途中である状態を満たすべき点を設定する必要がある場合がある。加えて、非線形的な挙動をより精度よくとらえるために、部分的にノードを細かくする必要がある場合もある。そういった状況に対応するため、計算すべき時刻 $t : [t_0, t_f]$ を $[t^{(1)} : [t_0^{(1)}, t_f^{(1)}], t^{(2)} : [t_0^{(2)}, t_f^{(2)}], \dots, t^{(N_p)} : [t_0^{(N_p)}, t_f^{(N_p)}]]$ に分割する。括弧付き上添え字は、その変数および関数が属する区間 (phase) を表す。続いて、時刻 $t^{(i)}$ について以下のように無次元時刻ノード $\tau^{(i)} : [-1, 1]$ を用いて表す。

$$t^{(i)} = \frac{t_f^{(i)} - t_0^{(i)}}{2} \tau^{(i)} + \frac{t_f^{(i)} + t_0^{(i)}}{2} \quad (2.8)$$

ここで、 $\tau^{(i)}$ はガウス求積ノードであり、厳密には以下の Legendre 方程式

$$P_n(x) = \frac{1}{2^n n!} \frac{d^n}{dx^n} [(x^2 - 1)^n] = 0 \quad (2.9)$$

の解であるが、この解を求めるにあたって、幾つかの近似手法が存在する。Gauss-Legendre 擬スペクトル法において、 $\tau^{(i)}$ の端点-1 および 1 については collocation point に含まない。従って $\tau^{(i)}$ の要素数は $N^{(i)} + 2$ となる。

続いて、状態方程式の離散化を行う。一般的には必要な行列の成分を書き下す説明の仕方が多くみられるが、離散化における基本的な考え方を容易く理解するために、多項式近似の側面から解説する。まず $N^{(i)} + 2$ 次の多項式で区間の状態変数をすべて通る補間多項式を以下のように定義する。

$$\begin{aligned}
Pol(\tau) &= w_0 + w_1\tau + w_2\tau^2 + \cdots + w_{N^{(i)}+2}\tau^{N^{(i)}+2} \\
&= \begin{pmatrix} 1 & \tau & \tau^2 & \cdots & \tau^{N^{(i)}+2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} w_0 \\ w_1 \\ w_2 \\ \vdots \\ w_{N^{(i)}+2} \end{pmatrix} \quad (2.10)
\end{aligned}$$

この多項式はすべての状態変数を通るから

$$\begin{aligned}
\begin{pmatrix} X_0 \\ X_1 \\ X_2 \\ \vdots \\ X_{N^{(i)}+1} \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} 1 & \tau_0 & \tau_0^2 & \cdots & \tau_0^{N^{(i)}+1} \\ 1 & \tau_1 & \tau_1^2 & \cdots & \tau_1^{N^{(i)}+1} \\ 1 & \tau_2 & \tau_2^2 & \cdots & \tau_2^{N^{(i)}+1} \\ \vdots & & & & \\ 1 & \tau_{N^{(i)}+1} & \tau_{N^{(i)}+1}^2 & \cdots & \tau_{N^{(i)}+1}^{N^{(i)}+1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} w_0 \\ w_1 \\ w_2 \\ \vdots \\ w_{N^{(i)}+1} \end{pmatrix} \\
&= M_p \begin{pmatrix} w_0 \\ w_1 \\ w_2 \\ \vdots \\ w_{N^{(i)}+1} \end{pmatrix} \quad (2.11)
\end{aligned}$$

このこの連立方程式の左辺の行列は $((N^{(i)} + 2) \times (N^{(i)} + 2))$ の正方行列であるから、この式は解くことができ、重み w が求まる。

他方、この補間多項式 2.10 を τ によって微分する。

$$\frac{dPol(\tau)}{d\tau} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2\tau & \cdots & (N^{(i)} + 1)\tau^{N^{(i)}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} w_0 \\ w_1 \\ w_2 \\ \vdots \\ w_{N^{(i)}+1} \end{pmatrix} \quad (2.12)$$

ここで知りたいのは collocation point における微分であるから

$$\begin{aligned}
\begin{pmatrix} \frac{dPol(\tau)}{d\tau} \Big|_{\tau_1} \\ \frac{dPol(\tau)}{d\tau} \Big|_{\tau_2} \\ \vdots \\ \frac{dPol(\tau)}{d\tau} \Big|_{\tau_{N^{(i)}}} \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2\tau_1 & \cdots & (N^{(i)} + 1)\tau_1^{N^{(i)}} \\ 0 & 1 & 2\tau_2 & \cdots & (N^{(i)} + 1)\tau_2^{N^{(i)}} \\ \vdots & & & & \\ 0 & 1 & 2\tau_{N^{(i)}+1} & \cdots & (N^{(i)} + 1)\tau_{N^{(i)}}^{N^{(i)}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} w_0 \\ w_1 \\ w_2 \\ \vdots \\ w_{N^{(i)}+1} \end{pmatrix} \\
&= M_{dp} \begin{pmatrix} w_0 \\ w_1 \\ w_2 \\ \vdots \\ w_{N^{(i)}+1} \end{pmatrix} \quad (2.13)
\end{aligned}$$

式 2.11 を式 2.13 に代入すると

$$\begin{pmatrix} \frac{dX_1}{d\tau} \Big|_{\tau_1} \\ \frac{dX_2}{d\tau} \Big|_{\tau_2} \\ \vdots \\ \frac{dX_{N^{(i)}}}{d\tau} \Big|_{\tau_{N^{(i)}}} \end{pmatrix} = M_{dp}(M_p)^{-1} \begin{pmatrix} X_0 \\ X_1 \\ X_2 \\ \vdots \\ X_{N^{(i)+1}} \end{pmatrix} = D_G \begin{pmatrix} X_0 \\ X_1 \\ X_2 \\ \vdots \\ X_{N^{(i)+1}} \end{pmatrix} \quad (2.14)$$

τ は最適化変数には含まれないから、 D_G は不変であり、ノード数が決まれば事前に計算しておくことができる。

また $X_{N^{(i)+1}}$ の値については、解の滑らかさを向上させるため、 τ_0 から $\tau_{N^{(i)+1}}$ までの積分によって求める。ガウス求積ノードの場合、数値積分にはガウス積分重み ω_g を利用した重み付き足し合わせによって求めることができる。

$$\begin{aligned} X_{N^{(i)+1}} - X_0 &= \begin{pmatrix} \omega_{g1} & \dots & \omega_{gN^{(i)+1}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{dX_1}{d\tau} \Big|_{\tau_1} \\ \vdots \\ \frac{dX_{N^{(i)}}}{d\tau} \Big|_{\tau_{N^{(i)}}} \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} \omega_{g1} & \dots & \omega_{gN^{(i)+1}} \end{pmatrix} D_G \begin{pmatrix} X_0 \\ X_1 \\ \vdots \\ X_{N^{(i)+1}} \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (2.15)$$

これらの離散化操作によって、解くべき問題は以下のように変換される。

$$\text{find } X_k^{(i)}, U_k^{(i)}, p, t_0^{(i)}, t_f^{(i)} \quad (i = 1, \dots, Np, k = 0, \dots, N^{(i)} + 1) \quad (2.16)$$

$$\text{minimize } J = \Phi(X_0^{(i)}, X_{N^{(i)+1}}^{(i)}, U_0^{(i)}, U_{N^{(i)+1}}^{(i)}, t_0^{(i)}, t_f^{(i)}, p) \quad (2.17)$$

$$+ \sum_{i=1}^{Np} \frac{t_f^{(i)} - t_0^{(i)}}{2} \left(\omega^{(i)} \right)^T \cdot g(X_k^{(i)}, U_k^{(i)}, p, t_0^{(i)}, t_f^{(i)}, p) \quad (2.18)$$

$$\text{subject to } (\text{for all } i = 1, \dots, Np, k = 1, \dots, N^{(i)} + 1) \quad (2.19)$$

$$D_G X^{(i)} - \frac{t_f^{(i)} - t_0^{(i)}}{2} f(X_k^{(i)}, U_k^{(i)}, p, t_0^{(i)}) = 0 \quad (2.20)$$

$$X_{N^{(i)+1}}^{(i)} - X_0^{(i)} - \left(\omega^{(i)} \right)^T \left(D_G X^{(i)} \right) = 0 \quad (2.21)$$

$$bou_l < bou(X_0^{(i)}, X_{N^{(i)+1}}^{(i)}, U_0^{(i)}, U_{N^{(i)+1}}^{(i)}, t_0^{(i)}, t_f^{(i)}, p) < bou_u \quad (2.22)$$

$$path_l < path(X_k^{(i)}, U_k^{(i)}, p, t_0^{(i)}, t_f^{(i)}, p) < path_u \quad (2.23)$$

$$para_l < para(p) < para_u \quad (2.24)$$

この問題は非線形計画問題によって解くことができる。実際の計算においては拘束条件の疎性を利用して効率的に解くことになるが、本論文の論旨からは外れるので、ここで述べるに留める。

第 3 章

空力解析手法

3.1 低次の湧出・二重湧出パネル法

機体パネルに平面的に分布する物理量をもとに機体の圧力分布を解析する境界要素法は、計算メモリが十分に確保することが難しかった 1960 1970 年代に盛んに研究が行われ、定常状態に関するアルゴリズムについては、高精度な計算を行うことができるようになった。より高精度な有限体積法のアルゴリズムの使用が一般的になった現在でも、特に設計問題を解く際には、境界要素法は非常に有用なツールである。境界要素法による流体ソルバーとして著名なものとして Boeing において開発が行われた「PANAIR」[30] があるが、このプログラムは各機体パネルを複数のサブパネルに分割することによって、高精度な圧力分布計算を行えるようになっている。

しかしながら、支配方程式の情報を利用する随伴方程式法による最適化においては、if 文によって分割されたソースコードから解くべき方程式を抽出することが難しいため、既存の境界要素法ソルバーを使用することが難しかった。また、既存のソルバーには高精度化のための場合分けがなされている場合があり、微分可能な支配方程式系を組み立てることも難しい。そこで、解精度の多少の低下を許容し、ロバストかつ微分可能、そして低計算コストな境界要素法ソルバーが必要と考えた。

作成したプログラムの名称は、後述する FEM コードも含めて、「UNLSI」(UNstructured Local Surface Inclination) とする。本名称はこの作成したプログラムを指す言葉として論文内で適宜使用する。

パネル法の支配方程式は非粘性、非圧縮の Laplace 方程式である。

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} = 0 \quad (3.1)$$

このとき、パネル中心座標から任意の点 P への距離を r として、点 P における速度ポテンシャル

ル $\phi(P)$ は,

$$\phi(P) = \frac{1}{4}\pi \int_S \left(\frac{1}{r} \frac{\partial \phi}{\partial n} - \phi \frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{1}{r} \right) \right) dS = 0 \quad (3.2)$$

として求められる. このとき, 境界内部の速度ポテンシャルとして ϕ_i を定義すると, 境界条件は

$$0 = -\frac{1}{4}\pi \int_S \left(\frac{1}{r} \frac{\partial \phi_i}{\partial n} - \phi_i \frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{1}{r} \right) \right) dS \quad (3.3)$$

と表現できる. 式 (2) に式 (3) を足し合わせれば, パネル境界を横切る場合の速度ポテンシャル表現となる.

$$\phi(P) = \frac{1}{4}\pi \int_S \left(\frac{1}{r} \left(\frac{\partial \phi}{\partial n} - \frac{\partial \phi_i}{\partial n} \right) - (\phi - \phi_i) \frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{1}{r} \right) \right) dS \quad (3.4)$$

ここで,

$$\begin{aligned} \mu &= \phi_i - \phi \\ \sigma &= \frac{\partial \phi_i}{\partial n} - \frac{\partial \phi}{\partial n} \end{aligned} \quad (3.5)$$

として二重湧き出し強さ μ と湧き出し強さ σ を定義する. すると境界条件としての Dirichlet 条件は,

$$\frac{1}{4}\pi \int_{S_b} \left(\frac{1}{r} \sigma - \mu \frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{1}{r} \right) \right) dS + \frac{1}{4}\pi \int_{S_w} \left(\frac{1}{r} \sigma - \mu \frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{1}{r} \right) \right) dS = 0 \quad (3.6)$$

式 (7) は唯一解をもたないため, 低次のパネル法では $\sigma = n \cdot V_i n f$ とすることが一般的であり, これを採用する. 以上をパネル表面での二重湧き出し強さ, 湧き出し強さが一定であるとして離散化すると, 解くべき方程式である式 3.7 が得られる.

$$(A_b + A_w)\mu = B\sigma \quad (3.7)$$

実際に影響係数行列 A_b, A_w, B を計算するにあたっては参考文献 [22] および参考文献 [31] を基に作成した.

各機体パネルの法線ベクトルを \mathbf{n} とする. 3 角形を構成する面の法線ベクトルは, 三点の座標から簡単に求められる. また, パネルの中心から, 点 R1, R2 の中点へと向かうベクトルを \mathbf{m} と定義する. さらに \mathbf{n} および \mathbf{m} に直交するベクトル \mathbf{l} を外積演算によって求める. これら求めたベクトルによって, 三角形パネルのローカル座標系 lmn を構成する.

各パネルにおける単位二重湧出が誘導するポテンシャルを各パネルの外縁に対する線積分によって求める. パネルの i 番目の線要素における単位二重湧出による誘導ポテンシャルは

$$A_{jki} = \tan^{-1}(RNUM/DNOM) \quad (3.8)$$

ここで

$$\begin{aligned}
 RNUM &= SM * PN * (B * PA - A * PB) \\
 DNOM &= PA * PB + PN^2 * A * B * SM^2 \\
 PN &= P_{jk} \cdot n_k \\
 P_{jk} &= Rc_j - Rc_k \\
 A &= |a| \\
 B &= |b| \\
 PA &= PN^2 * SL + Al * AM \\
 PB &= PN^2 * SL + Al * BM \\
 SM &= s \cdot m
 \end{aligned} \tag{3.9}$$

また、各パネルの i 番目の線要素における単位湧出が誘導するポテンシャルも同様に、

$$B_{jki} = AL \cdot GL - PN \cdot A_{jki} \tag{3.10}$$

$$\begin{aligned}
 GL &= \frac{1}{s} \left(\log \left| \frac{A+B+s}{A+B-s} \right| \right) \\
 s &= |s|
 \end{aligned} \tag{3.11}$$

上記によって求められた A_{jki}, B_{jki} をすべての線要素 (すなわち i について) 足し合わせると各パネルの単位二重湧出および単位湧出による誘導ポテンシャル行列が求められる。wake パネルにおける単位二重湧出の強度は、その wake パネルの上面に接するパネルの二重湧出強さ μ_u 、下面に接するパネルの二重湧出強さ μ_l を用いて、

$$\mu_w = \mu_u - \mu_l \tag{3.12}$$

と表す。仮に μ_u を p 番目の機体パネルの二重湧出強度、 μ_l を q 番目の機体パネルの二重湧出

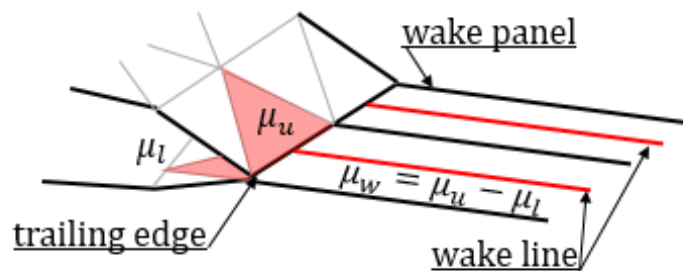


図 3.1 wake パネルにおける二重湧出強度の決定

$$\begin{array}{c}
 \text{Wake-attach panel} \\
 \swarrow \quad \searrow \\
 A = \begin{pmatrix}
 a_{11} & \cdots & a_{1p} & \cdots & a_{1q} & \cdots & a_{1n} \\
 \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\
 \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\
 \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\
 a_{n1} & \cdots & a_{np} & \cdots & q & \cdots & a_{nn}
 \end{pmatrix}
 \end{array}$$

図 3.2 A 行列に対するある wake パネルの影響範囲

強度とすれば、行列 A の図 3.2 に示すような位置に wake の影響が含まれることとなる。

上記の連立方程式を解いて各パネルの二重湧出強度を求めたのち、圧力係数分布を求める為には機体パネルにおける速度ベクトルを求める必要がある。速度ベクトルは二重湧出強度 μ をそれぞれの座標軸に沿って微分することで得られる。

$$\begin{aligned}
 V_x &= \frac{\partial \mu}{\partial x} \\
 V_y &= \frac{\partial \mu}{\partial y} \\
 V_z &= \frac{\partial \mu}{\partial z}
 \end{aligned} \tag{3.13}$$

この偏微分を高精度かつロバストに実行するために、最小二乗法による 3 次元平面近似を用いた。この 3 次元平面近似は、速度ベクトルを計算したいパネルの局所座標系 lmn にて行う。求めたいパネルとその近傍の n 個パネルの中心座標をまとめた行列を以下のように定義する。

$$M_{lmn} = T \begin{pmatrix}
 x_1 - x_1 & y_1 - y_1 & z_1 - z_1 \\
 x_2 - x_1 & y_2 - y_1 & z_2 - z_1 \\
 \vdots & \vdots & \vdots \\
 x_n - x_1 & y_n - y_1 & z_n - z_1
 \end{pmatrix} \tag{3.14}$$

ここで T は xyz 座標系から lmn 座標系への変換行列であり、前出の l,m,n ベクトルを用いて以下のように表現できる。

$$T = \begin{pmatrix} l & m & n \end{pmatrix} \tag{3.15}$$

続いて各パネルの二重湧出強度 $\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_n$ としたとき近似平面

$$\mu_{apx} = al + bm + cn + d \quad (3.16)$$

の係数 a,b,c,d は、Moore-Penrose 疑似逆行列演算 [32] を $\text{pinv}()$ として

$$\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{pmatrix} = \text{pinv}(M_{lmn}) \begin{pmatrix} \mu_1 \\ \mu_2 \\ \vdots \\ \mu_n \end{pmatrix} \quad (3.17)$$

このとき、係数 a,b,c はそれぞれ局所座標系における速度ベクトルの成分と一致する。

$$\begin{pmatrix} V_l \\ V_m \\ V_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} \quad (3.18)$$

速度ベクトルは機体パネルの張る平面に沿うため、局所座標系における速度ベクトルの n 成分は 0 となる。そこで V_n を削除して改めて xyz 座標系にまとめる。以上の操作をまとめて二重湧出強度から xyz 速度を求めると、

$$\begin{pmatrix} V_x \\ V_y \\ V_z \end{pmatrix} = (T^{-1})' \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \text{pinv}(M_{lmn}) \begin{pmatrix} \mu_1 \\ \mu_2 \\ \vdots \\ \mu_n \end{pmatrix} \quad (3.19)$$

ここで $(T^{-1})'$ は T^{-1} から第 3 行を削除したものである。

また、圧縮性の影響については、3次元の Prandtl-Glauert の圧縮性修正 [33] を行うことが望ましいが、主流マッハ数の変化に応じて影響係数行列を再び作成しなければならないため、計算コストに対する影響が大きい。そこで、本計算では 2次元の Prandtl-Glauert の圧縮性修正である

$$C_p = \frac{C_{p_{org}}}{\sqrt{1 - Mach^2}} \quad (3.20)$$

を適用し、マッハ数の影響を近似した。

3.2 パネル法抗力係数計算に対する sparseLLT の適用

一般に、パネル法の圧力係数積分による抗力係数推算の精度は低いと言われている。[31] この問題に対し、パネル法によって求めた二重湧き出しに対し揚力戦理論を適用することで誘導

抗力を得る方法が解決法 [34] の一つとして挙げられる。しかしながら、パネル法に適用される比較的疎な wake 分割に対し、直接揚力線理論を適用すると数値誤差が大きくなるという問題がある。参考文献 [35] には適切なフーリエ級数補間を循環値に施し、疎な循環データから抗力係数を推算する手法が提案されている。そこで、この手法とパネル法を組み合わせ、亜音速解析における抗力係数の精度向上を図った。

フーリエ級数による補間式を以下のように定義する。

$$l(\theta) = \sum_{i=1}^N A_i \sin(i\theta) \quad (3.21)$$

スパン方向位置 y は半径をセミスパンとした弧度法によって表現される

$$\theta = a \cos\left(\frac{y}{b/2}\right) \quad (3.22)$$

wake 地点において放出される渦糸の強さは、wake 上下に接するパネルの二重湧き出しの差に等しい。

$$\Gamma_w = \mu_u - \mu_l = \mu_w \quad (3.23)$$

また、渦糸が放出される地点を、前述のように弧度法によって表現する。

$$\theta_w = a \cos\left(\frac{y_w}{b/2}\right) \quad (3.24)$$

wake における循環の値 Γ_w に対し、滑らかに値を補完するため、補間式においては曲率を最小化するように曲線を構成する。すなわち、ひずみエネルギー

$$e = \int \left(\frac{d^2 l}{d\theta^2} \right)^2 d\theta \quad (3.25)$$

を最小化するように曲線を決定する。左右対称な揚力分布を仮定した場合、三角関数の特性により補間曲線は以下のように簡略化できる。

$$l(\theta) = \sum_{i=1}^N A_{2i-1} \sin((2i-1)\theta) \quad (3.26)$$

この補間曲線は与えられた値を必ず通らなければならない。ひずみエネルギー e を最小化しつつこれらの点を通る曲線を求めるには、ラグランジュの未定乗数法により、 A_{2i-1} とラグランジュ乗数 λ_j について以下の連立方程式を解けばよい。

$$\frac{\pi}{2} (2i-1)^4 A_{2i-1} + \sum_{j=1}^M \lambda_j \sin((2i-1)\theta_j) = 0, \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (3.27)$$

求めたフーリエ級数の係数により、非粘性非圧縮の揚力係数および抗力係数は以下のように求められる。

$$CL = \pi A R A_1 C D i = \pi A R \sum_{i=1}^N (2i - 1) A_{2i-1}^2 \quad (3.28)$$

この手法は、フーリエ級数係数の数 N に任意性がある。少なくともデータ点の数 M よりは大 きな値を用いる必要があるが、あまりに大きくしすぎても高周波数の振動が大きくなってしま い、解精度の低下をもたらす。いくつかの数値実験を行い、 N はデータ点の 2 倍の値とした。

圧縮性の影響は 2 次元の Prandtl-Glauert 変換のアナロジーより、非圧縮性の係数に $1/(\sqrt{1 - M^2})$ を乗じて圧縮性の値とした。

wake の付着した翼のモデルのみであれば sparseLLT によって全機の揚力係数および抗力 係数を求めることができるが、実際には wake の付着していない胴体などのコンポーネントも 同時に存在することが多い。そこで wake の付着している面については sparseLLT を用いて、 それ以外のコンポーネントについては圧力係数の積分により係数を求めて、それらを足し合わ せることによって全機の空力係数とする。

3.3 修正ニュートン流法

極超音速における各パネルの圧力係数分布を近似的に求めることは、亜音速における計算よ りも若干単純である。この理由として、マッハ数が高くなるにしたがって、空気が粒子的な性 質を持つようになることが挙げられる。比較的単純な運動量交換の考え方でも、パネルが受け る力を近似的に求めることができる。極超音速における空力係数の推算は、修正ニュートン流 として米国におけるスペースシャトルの再突入時の空気力を求めるために整備された。修正 ニュートン流法の中でも、二次元斜め衝撃波を通過する流れよりヒントを得た Tanget-Wedge 法、円錐衝撃波を通過する流れよりヒントを得た Tangent-Cone 法 [23] は現在においても簡 易的な性能推算として使用される。

今回の MDO フレームワークにて極超音速における空力係数の計算手法として用いたのは、 圧縮が行われる機体パネルには Tangent-Cone 法 [23] を、膨張が行われる機体パネルには Prandtl-Meyer の膨張扇 [36] を適用した。

まず、機体と主流ベクトルのなす角は、内積演算により簡単に得られる。

$$\delta = \text{acos}\left(\frac{\mathbf{n} \cdot \mathbf{V}_{inf}}{|\mathbf{V}_{inf}|}\right) \quad (3.29)$$

このなす角 $\delta \geq 0$ の場合が圧縮、 $\delta < 0$ の場合が膨張である。 $\delta \geq 0$ の場合、Tangent-

Cone 法を適用する。

$$\begin{aligned} Mas &= Mas = 1.090909M_{inf}\sin(\delta) + \exp(-1.090909M_{inf}\sin(\delta)) \\ Cp &= \frac{2\sin^2(\delta)}{1 - \frac{1}{4}(Mas^2 + 5)/(6Mas^2)} \end{aligned} \quad (3.30)$$

$\delta \leq 0$ の場合、Prandtl-Meyer の膨張扇を適用する。Prandtl-Meyer 関数は

$$\begin{aligned} \nu(M) &= \sqrt{\frac{\kappa+1}{\kappa-1}} \operatorname{atan} \left(\sqrt{\frac{\kappa-1}{\kappa+1}} (M^2 - 1) \right) - \operatorname{atan}(\sqrt{M^2 - 1}) \\ \nu(M_{inf}) &= \nu(M_e) - \delta \end{aligned} \quad (3.31)$$

これを二分法によって解くことで局所マッハ数 M_l を求めることができる。求めた M_l から圧力係数を求めるには、断熱過程より

$$\begin{aligned} \frac{T_e}{T_{inf}} &= \frac{2 + (\kappa + 1)M_{inf}}{2 + (\kappa + 1)M_e^2} \\ \frac{P_e}{P_{inf}} &= \left(\frac{T_e}{T_{inf}} \right)^{\frac{\kappa}{\kappa-1}} \\ Cp &= \left(2 \left(\frac{P_e}{P_{inf}} - 1 \right) \right) / (\kappa M_{inf}) \end{aligned} \quad (3.32)$$

となる。

3.4 NACA0012 矩形翼に対する UNLSI と既存ソルバーの比較

作成した本プログラムの精度検証を行うにあたって、まずは非常に単純な矩形翼に対して計算を行い、その精度を確認した。

比較対象としての既存ソルバーは亜音速については PANAIR[30]、超音速については HYPER[23] を選定した。これらソルバーの詳細は参考文献を参照されたいが、PANAIR はサブパネル分割を利用した高次の湧き出し・二重湧き出しパネル法である。このソルバーは現在においても任意形状の航空機の設計最適化問題に使用されることの多いソルバーであり、ソルバーとして多数の実績 [3] がある。加えて手法としても UNLSI の低次パネル法に対して PANAIR は高次パネル法と、より高級な手法の実装が行われている。したがって亜音速領域において PANAIR の結果を比較として用いることで、UNLSI がどの程度の精度を持つか明らかにできる。HYPER は修正ニュートン流法を実装したソルバーであり、参考論文 [23] 中にて複数の機体形状に対して風洞実験との精度検証が行われている。修正ニュートン流自体は単純な手法であるから、特異な値を出力する機体形状はまず存在しないと考えられ、精度検証自体は行いやすいと思われる。

対象とする矩形翼を図 3.3 に示した。翼型は全スパンにわたって NACA0012 を用い、スパンの値は 6m、翼弦長は 1 である。三角形パネルの総数は 1092 である。解析するマッハ数は

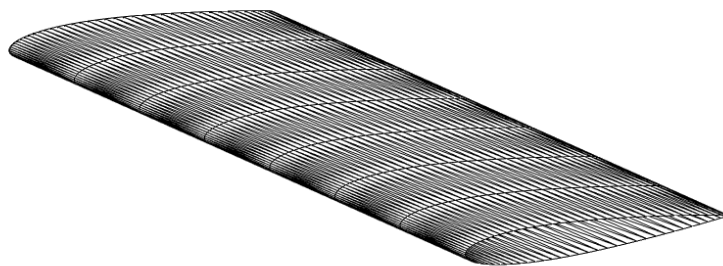


図 3.3 NACA 矩形翼数値モデル

非圧縮を代表して 0、および超音速域を代表して 1.5, および 10 とした。

解析する迎え角は 0deg から 1deg ずつ増やし 15deg までとし揚力係数、抗力係数、および縦揺れモーメント係数を比較した。

図 3.4 にマッハ 0.0 での揚力係数 C_L 、図 3.5 に抗力係数 C_D を示した。また、揚力係数、抗力係数においては、それぞれの空力係数を圧力係数の積分で求めたもの、および sparseLLT によって求めたものも同時に示した。加えて、図 3.4 においては、参考文献 [33] に記された

3次元翼の揚力傾斜の近似式から求めた揚力係数の統計推算値を併記した。図3.5においては、近似された揚力傾斜から求められた揚力係数から、誘導抗力を推算した結果を併記した。すなわち。

$$CDi = \frac{CL^2}{\pi e AR} \quad (3.33)$$

として非粘性における誘導抗力を算出した。オズワルドの飛行機効率 e については、下記の後退角なしの3次元翼に対する亜音速の経験式

$$e = 1.78(1 - 0.045AR^{0.68}) - 0.64 = 0.863 \quad (3.34)$$

を用いた。

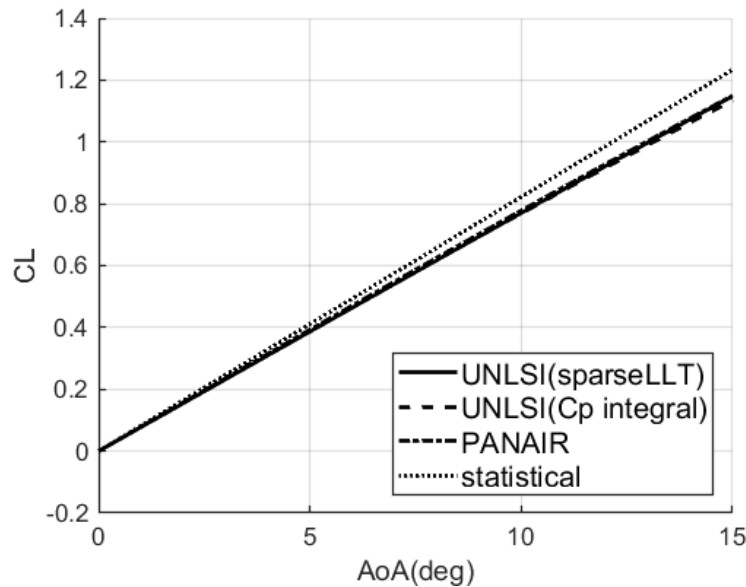


図3.4 NACA 矩形翼の CL の値の比較 (マッハ 0.0)

揚力係数について、UNLSI、PANAIR の計算値と統計推算値は若干の違いは見られるものの統計推算と同等の値を示しており、プログラムの実装および解析モデルに問題がないことが確認できる。PANAIR の計算結果と UNLSI の計算結果はほぼ完全に一致しており、非圧縮性の仮定においては UNLSI は PANAIR と同等程度の精度を有していることが確認された。また、この矩形翼モデルについては、UNLSI における sparseLLT と圧力係数積分がほぼ一致した値を示している。

抗力係数について、こちらも UNLSI の sparseLLT と PANAIR の計算結果はほぼ一致している。しかしながら UNLSI の圧力係数積分については、PANAIR の値よりも若干大きな値を示した。また、圧力係数積分による迎え角 0deg の抗力係数の値は小さな値であるが負となっており、やはり圧力係数積分の精度の低さを示唆している。

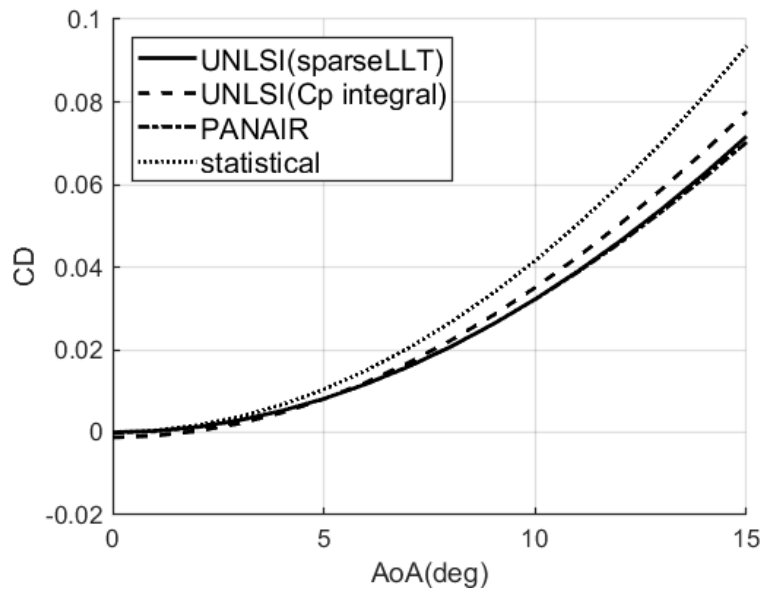


図 3.5 NACA 矩形翼の CD の値の比較 (マッハ 0.0)

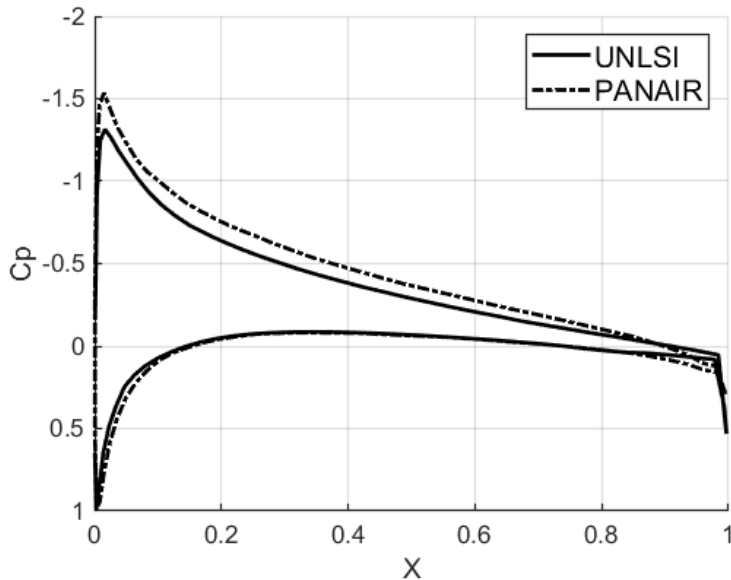


図 3.6 NACA 矩形翼の翼根圧力係数の比較 (マッハ 0.0, AoA 5deg)

図 3.6 に翼根付近断面の圧力係数を示した。UNLSI のスパン方向位置が 0.0667m、PANAIR のスパン方向位置が 0.1m である。完全に翼根ではないのは、翼根にはパネル中心が存在しないため、値の計測ができないためである。従って翼根に最も近いパネルの圧力係数値を示している。このグラフを見ると UNLSI は PANAIR に比べて圧力分布の急峻な減少をとらえきれず、圧力係数のピークが若干鈍くなっている。この違いは PANAIR が高次のパネル法

であり、各パネル内で完結して圧力係数を求めることができることに由来すると考えられる。UNLSI は各パネルの圧力係数を周囲のパネルとの関係性によって求めるため、考慮される範囲が広く、急峻な立ち上がりをとらえることが難しい。

図 3.7 に UNLSI の圧力係数分布を、図 3.8 に PANAIR の圧力係数分布を示した。両者を比較するとほぼ同等の圧力分布を示しているが、PANAIR のほうが若干翼根上面の負圧帯が大きいように思われる。これは図 3.6 にも現れており、こちらも圧力分布の急峻な立ち上がりの捉える能力の差よるものと考えることができる。

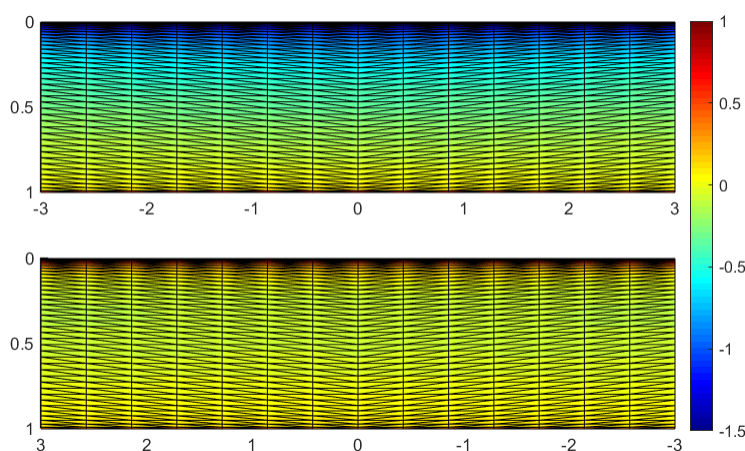


図 3.7 NACA 矩形翼の UNLSI による圧力係数分布 ((マッハ 0.0 上：上面 下：下面)

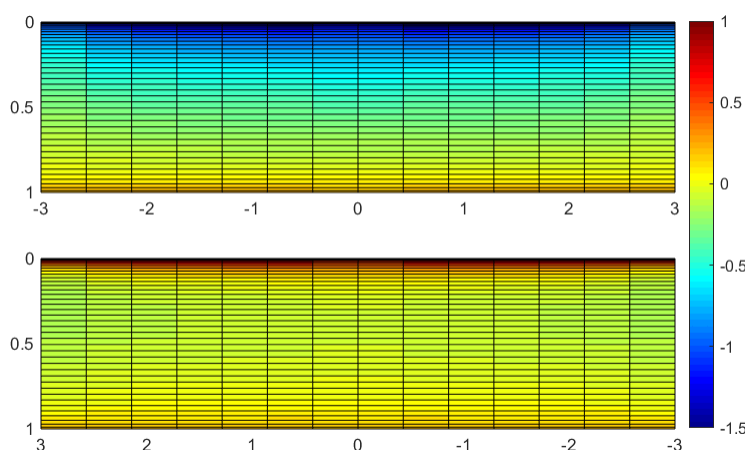


図 3.8 NACA 矩形翼の PANAIR による圧力係数分布 (マッハ 0.0 上：上面 下：下面)

続いて図 3.9 にマッハ 10 での揚力係数を、図 3.10 に抗力係数を示した。修正ニュートン流法はマッハ数が大きくなるほど精度が向上する手法であり、マッハ 10 は十分に大きいと言え

る。これらの曲線はほぼ完全に一致しており、修正ニュートン流法の実装については問題ないものと考えられる。

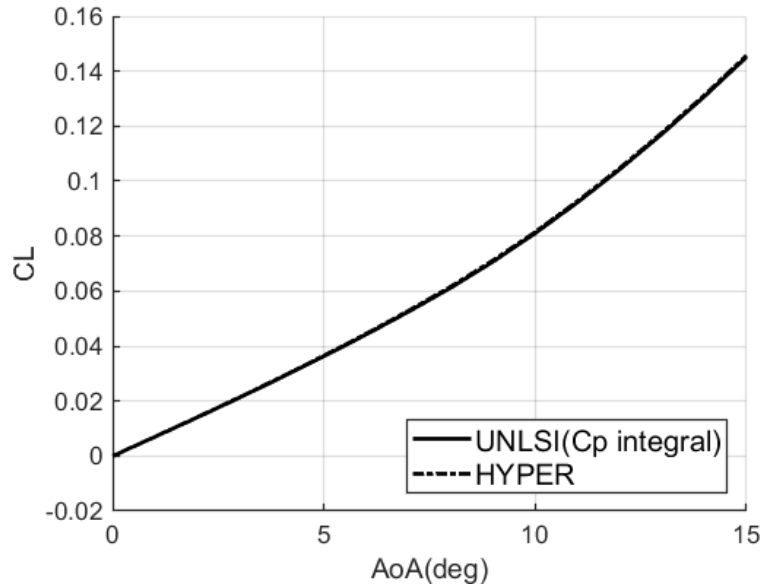


図 3.9 NACA 矩形翼の CL の値の比較 (マッハ 10)

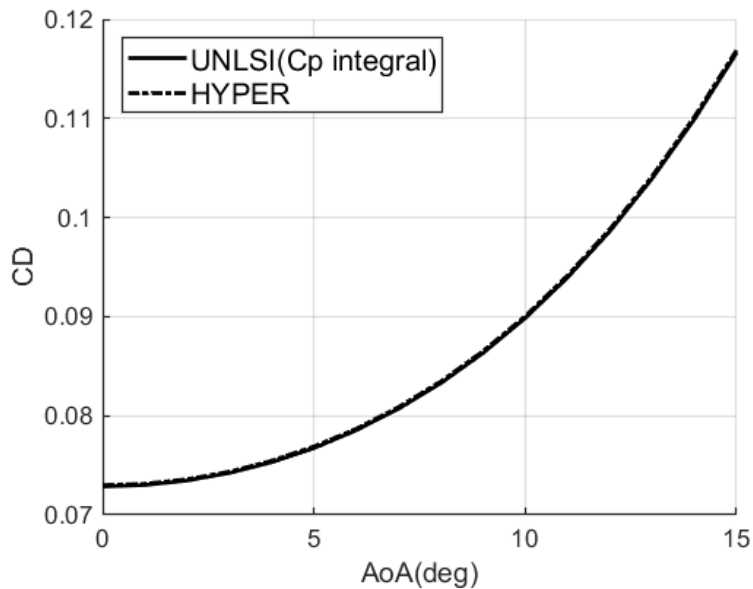


図 3.10 NACA 矩形翼の CD の値の比較 (マッハ 10)

翼根の圧力係数についても、両者はほぼ完全に一致した。

最後に、マッハ 1.5 での揚力係数を図 3.12 に、抗力係数を図 3.13 に示した。修正ニュートン流法は一般にマッハ 1 に近づくほどに精度が低下する。図 3.12 においても二者は比較的大

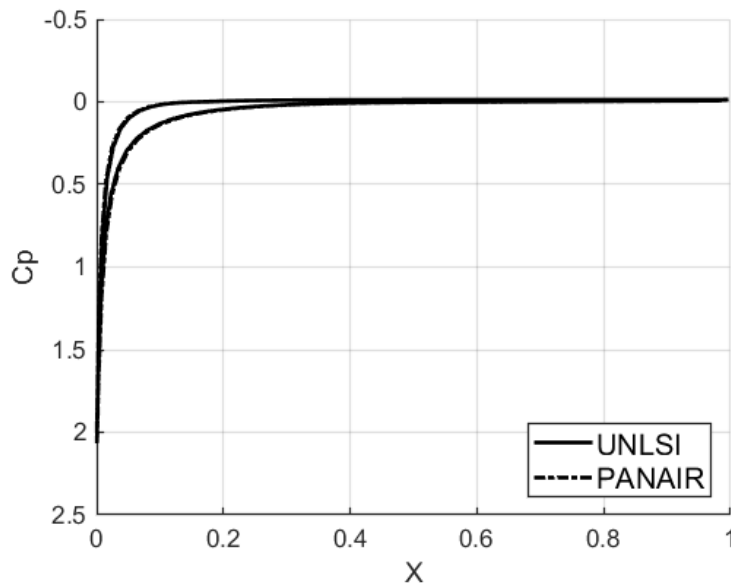


図 3.11 NACA 矩形翼の翼根圧力係数の比較 (マッハ 10, AoA 5deg)

きな差を出力している。しかしながら抗力係数についてはオフセットがあるものの同様の傾向を示している。このオフセットはベース面抗力係数の推算方法の違いによって生じるものと考えられる。

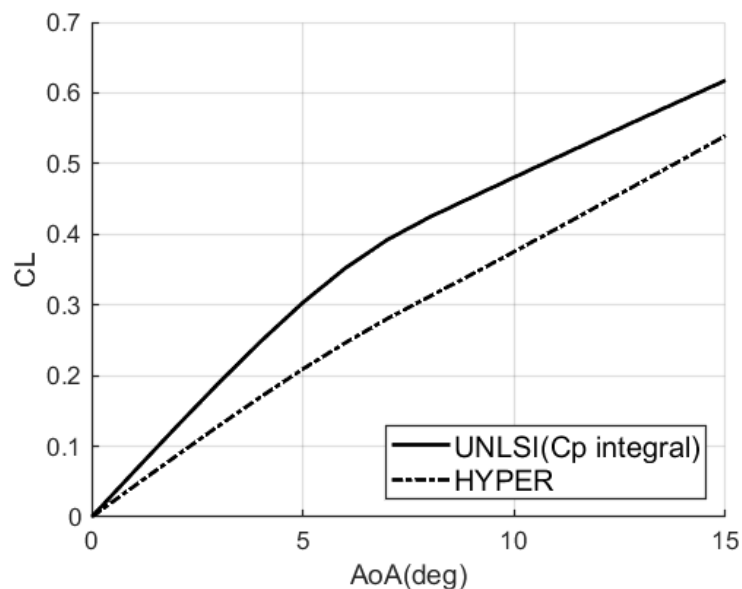


図 3.12 NACA 矩形翼の CL の値の比較 (マッハ 1.5)

続いて図 3.14 に翼根付近断面の圧力係数を示した。これを見るとパネルが圧縮となる領域については比較的一致しているものの、膨張となる領域については差異が生じていることがわ

かる。HYPER のソースコードを確認すると、Prandtl-Meyer の膨張扇によって局所マッハ数を求めた後の処理が UNLSI と異なっていた。UNLSI は単純な断熱過程にて処理を行っているため、ここにその違いが生じているものと考えられる。

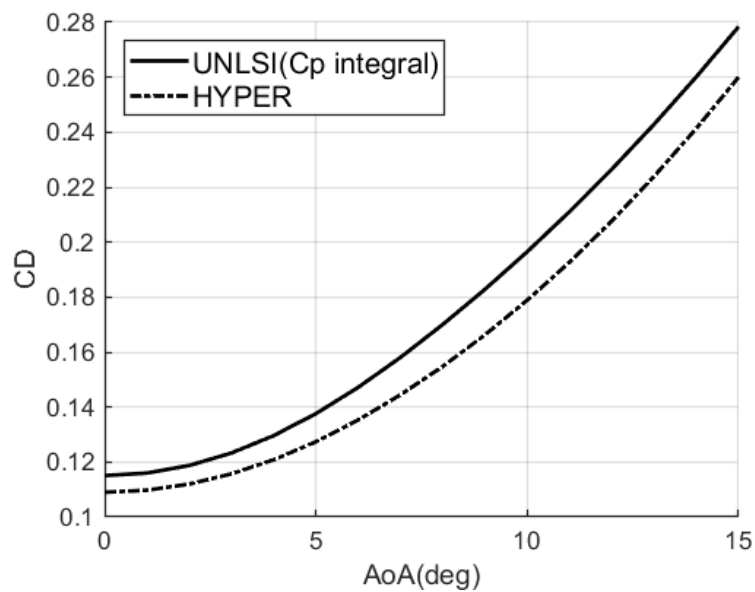


図 3.13 NACA 矩形翼の CD の値の比較 (マッハ 1.5)

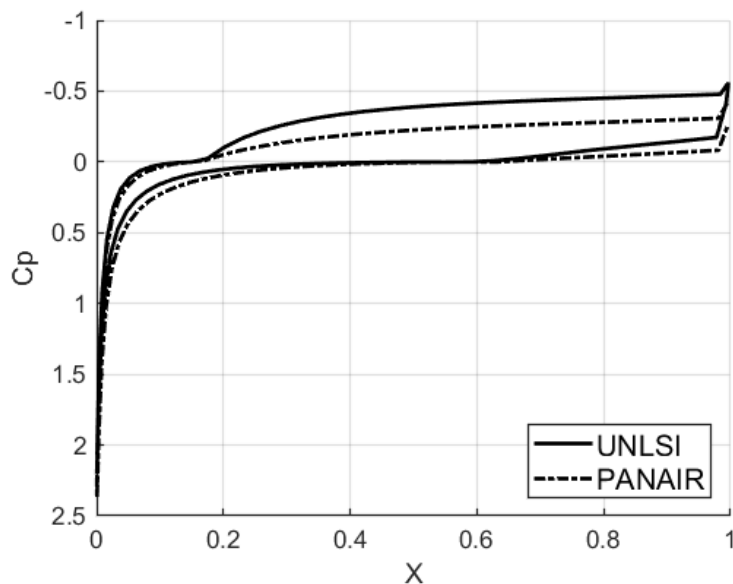


図 3.14 NACA 矩形翼の翼根圧力係数の比較 (マッハ 1.5, AoA 5deg)

3.5 NAL0 次形状に対する UNLSI と風洞実験の比較

今回適用した極超音速航空機に近い形状を持ち、かつ風洞試験データが存在する航空機モデルとして、国立航空研究所が研究を行っていた NAL0 次形状 [37] が挙げられる。この機体は NAL におけるスペースプレーン形状の第 0 次形状として、様々な検討が行われた機体であり、風洞実験模型を用いてマッハ 0.5 からマッハ 7.1 の風洞試験データが公開されている。[37] [38] 本節では、この NAL0 次形状を再現した機体モデルを UNLSI にて解析し、風洞試験データとの比較を行った。

オリジナルの機体は滑らかなオーギー翼を持つが、数値モデル化するにあたってダブルデルタ翼で近似した。また、オリジナルでは 1deg とされていた翼の取り付け角についても、数値モデルでは 0deg とした。図 3.15 に本解析で使用した数値モデルを示す。機体の寸法については、参考文献 [38] より引用した。

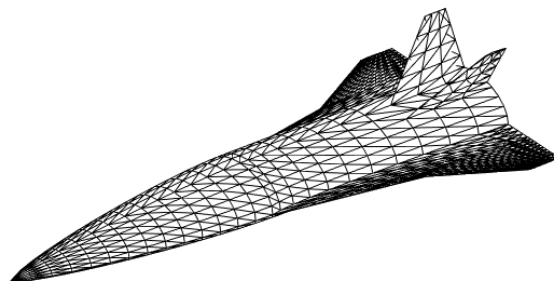


図 3.15 NAL0 次形状数値モデル

解析マッハ数は 0.5, 0.7, 0.9, 1.5, 2.0, 3.0, 4.0, 7.1 の 8 ケースとし、迎え角は 0deg, 5deg, 10deg, 15deg とする。

また、手法による空力係数の違いを比較するため、UNLSI においても、すべて圧力係数の積分で空力係数を求めたもの、および翼については sparseLLT を用いたもの (その他は圧力係数の積分) の 2 種類において結果を併記した。

図 3.16 から図 3.17 に、マッハ 0.5 の揚力係数および抗力係数を示した。図 3.16 に示された通り、揚力係数については圧力係数積分よりも sparseLLT のほうがより風洞試験データに

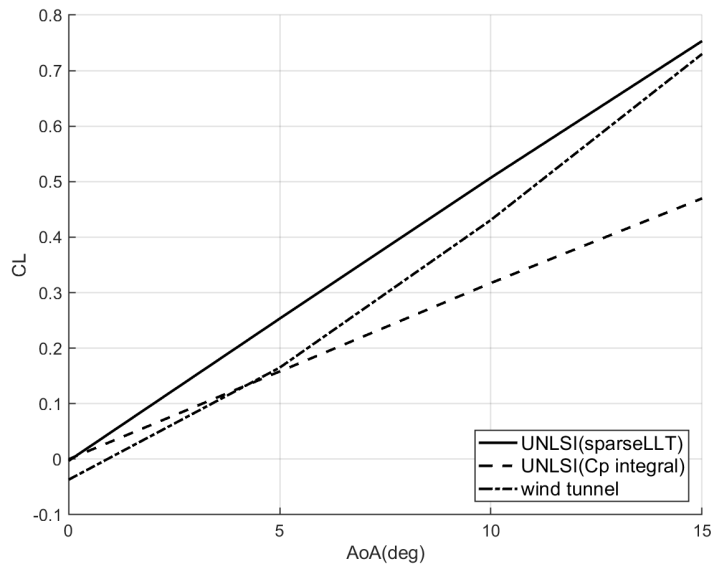


図 3.16 NAL0 次形状の CL の比較 (マッハ 0.5)

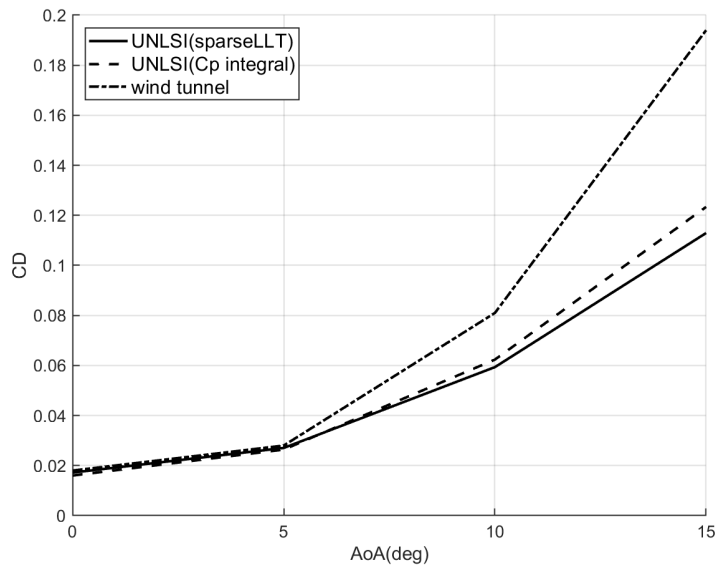


図 3.17 NAL0 次形状の CD の比較 (マッハ 0.5)

近い傾向を示した。ただし、抗力係数については二者ともほぼ同等の値を示し、またその値は風洞実験データからある程度の誤差を持っている。圧力係数積分による揚力係数、抗力係数の風洞実験データからの誤差の理由として、NAL0 次形状の持つ大きな前縁後退角による渦揚力をパネル法が捉えられないことが考えられるが、本来 sparseLLT においてもこの渦揚力は捉えられないはずであり、統一的な説明ができない。マッハ 0.7 およびマッハ 0.9 においては、

sparseLLT は揚力傾斜を過大に見積もっていることから、マッハ 0.5 においては、偶然に風洞実験データに近い値が出力されたと考えるのが妥当であろう。圧縮性流体の仮定の下、NAL0 次形状のような胴体にて大きな揚力を発生するような機体については sparseLLT の適用を慎重に考える必要がある。

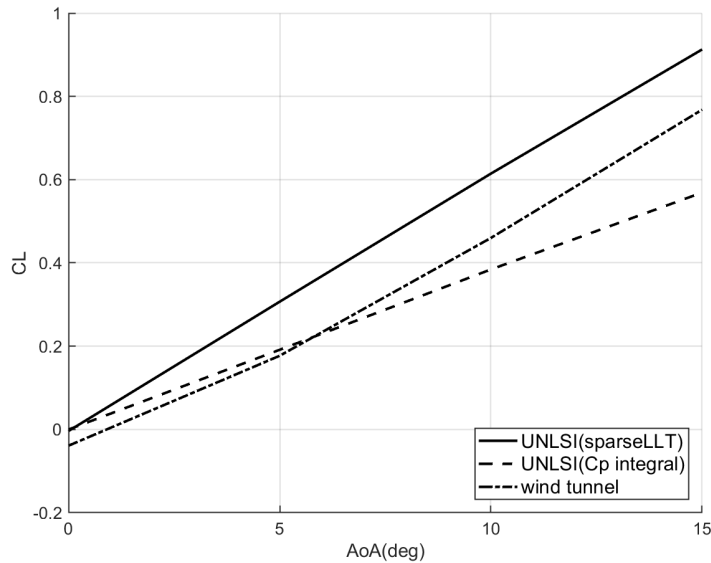


図 3.18 NAL0 次形状の CL の比較 (マッハ 0.7)

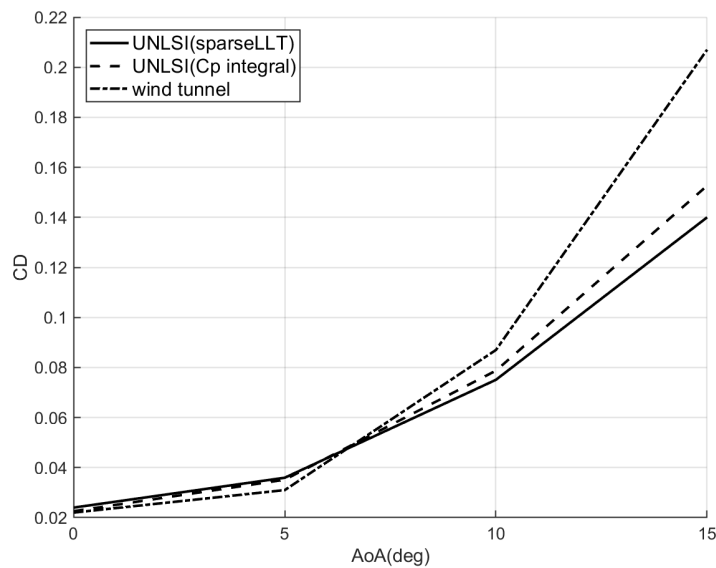


図 3.19 NAL0 次形状の CD の比較 (マッハ 0.7)

図 3.18 から図 3.21 に、マッハ 0.7 からマッハ 0.9 の揚力係数および抗力係数を示した。こ

これらのグラフの揚力係数を見ると、sparseLLT は値を大きく外しており、圧力係数積分のほうがよりよい結果を与えている。これは sparseLLT における圧縮性修正の精度が低いためであり、特に飛行性能を大きく左右する揚力係数の推算において、高亜音速で sparseLLT を使用することについては慎重に考慮する必要がある。他方、抗力係数の推算については sparseLLT および圧力係数積分の値は一致した傾向を示しており、抗力係数については高亜音速で使用しても問題がないものと考えられる。そ

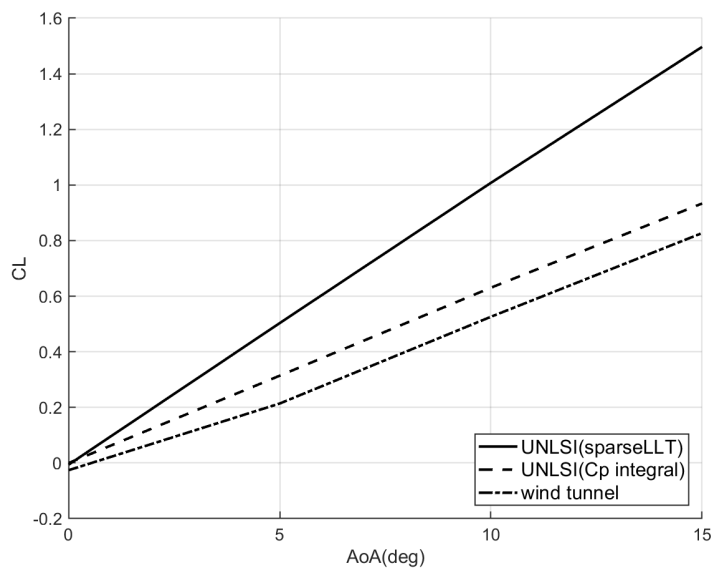


図 3.20 NAL0 次形状の CL の比較 (マッハ 0.9)

超音速については修正ニュートン流法が精度向上するマッハ 3 付近から、揚力係数および抗力係数により傾向の一致が見られる。マッハ数 4,7.1 において、迎え角 5deg,10deg のそれぞれの抗力係数を見ると、およそ 1000 カウントほど UNLSI が値を小さく評価している。この値の誤差のオーダーは造波抵抗のオーダーと一致するが、マッハ 4 の 0deg においてはこの差がみられないなど、誤差の原因が造波抵抗にあると言い切ることはできない。また、風洞実験データのスティング支持に関する処理が不明であるため、支持機構による値の差異と言い切ることも難しい。

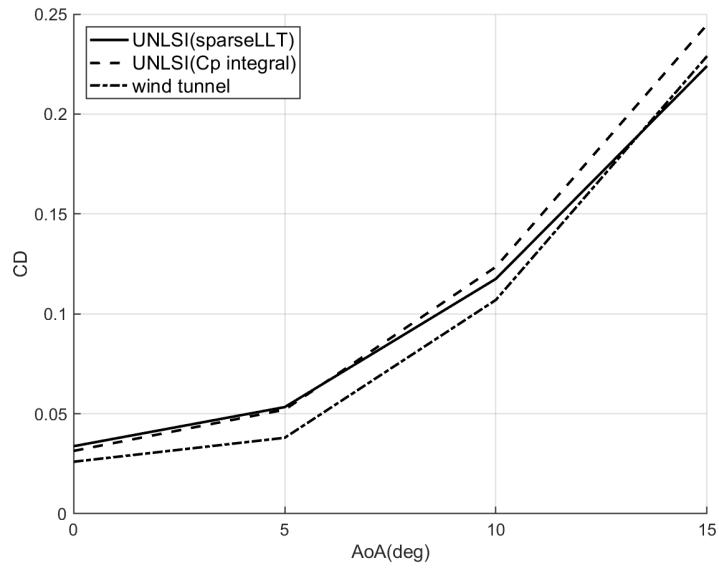


図 3.21 NAL0 次形状の CD の比較 (マッハ 0.9)

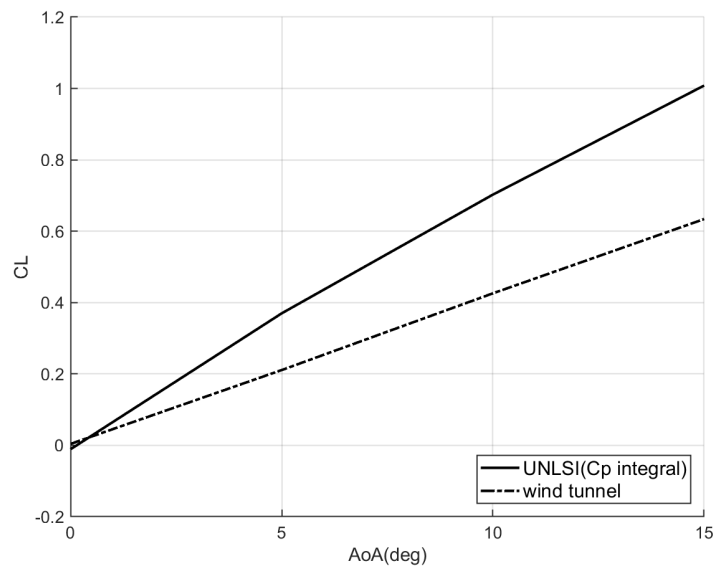


図 3.22 NAL0 次形状の CL の比較 (マッハ 1.5)

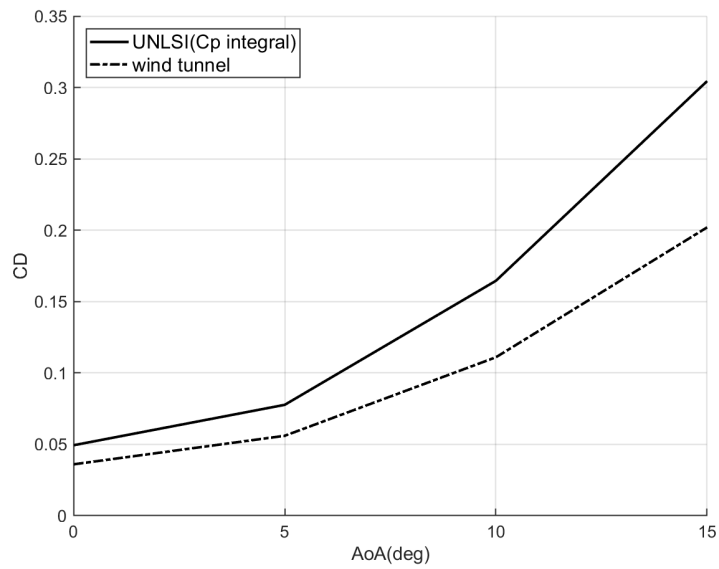


図 3.23 NAL0 次形状の CD の比較 (マッハ 1.5)

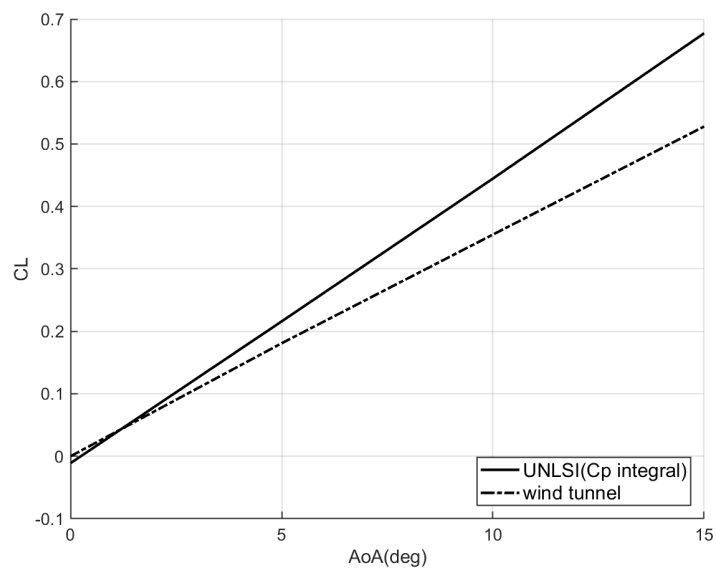


図 3.24 NAL0 次形状の CL の比較 (マッハ 2)

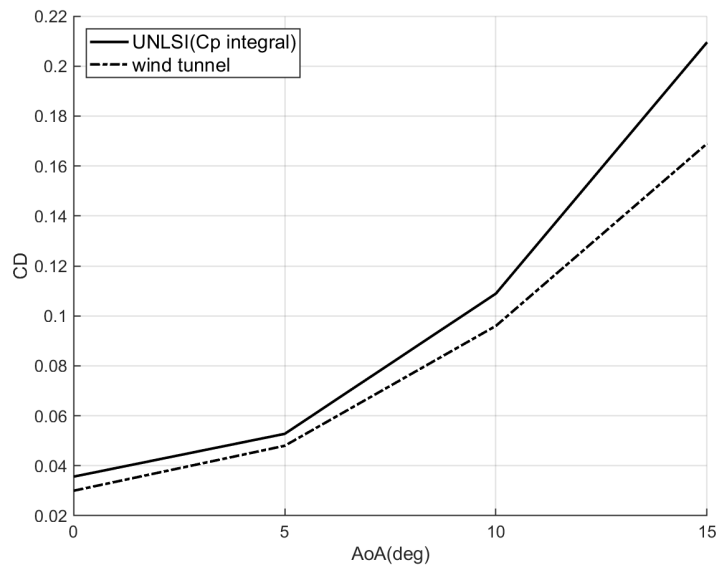


図 3.25 NAL0 次形状の CD の比較 (マッハ 0.9)

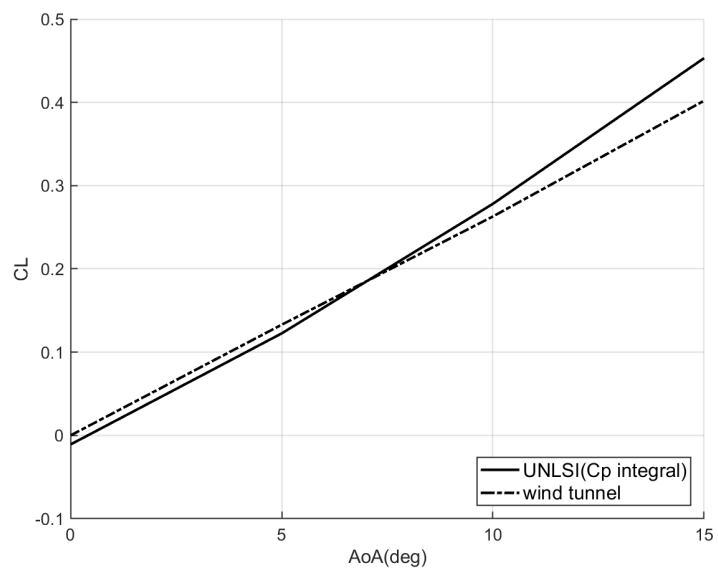


図 3.26 NAL0 次形状の CL の比較 (マッハ 3)

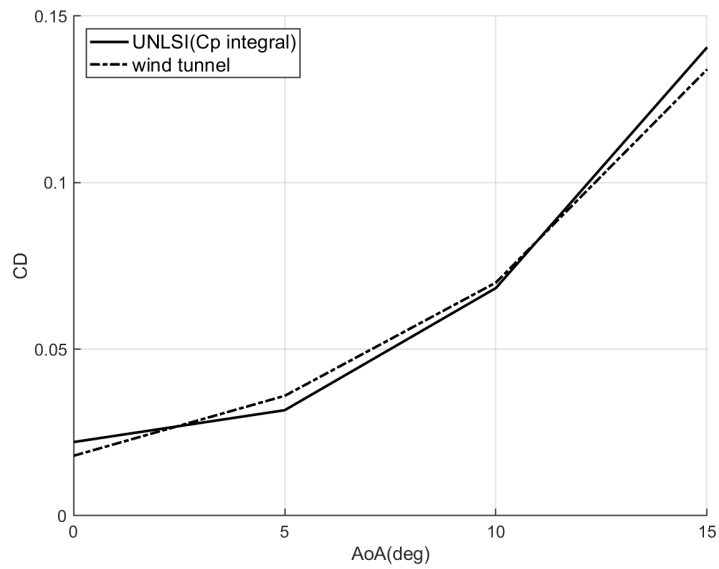


図 3.27 NAL0 次形状の CD の比較 (マッハ 3)

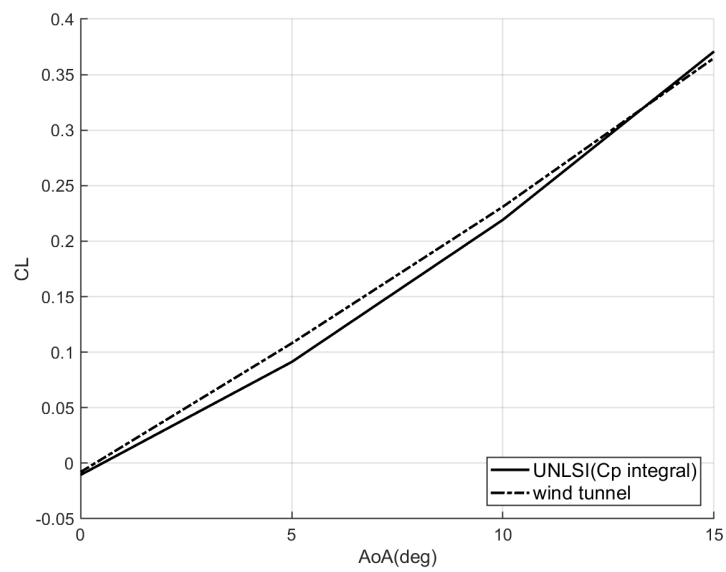


図 3.28 NAL0 次形状の CL の比較 (マッハ 4)

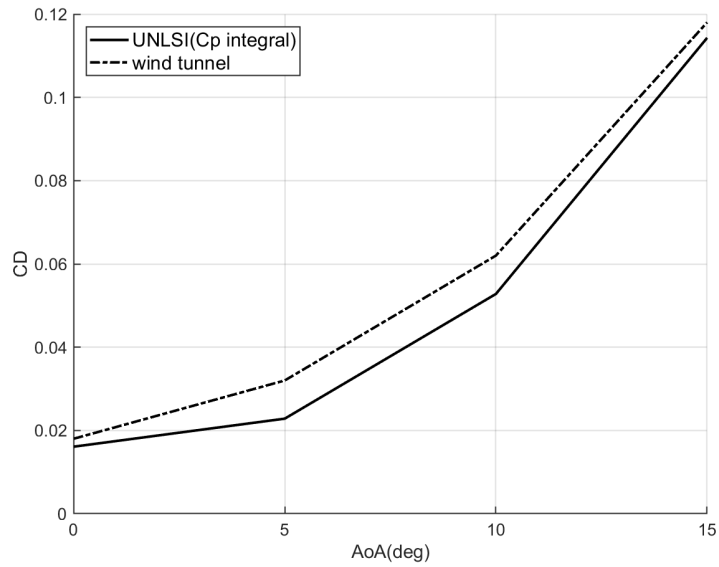


図 3.29 NAL0 次形状の CD の比較 (マッハ 4)

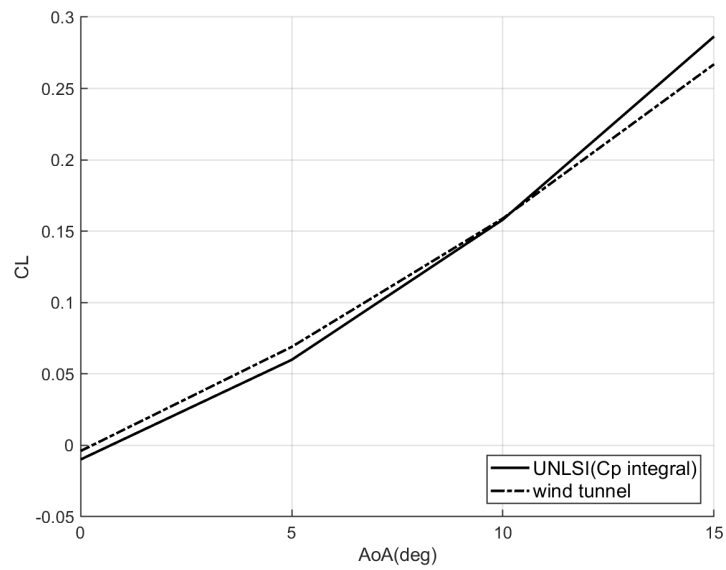


図 3.30 NAL0 次形状の CL の比較 (マッハ 7.1)

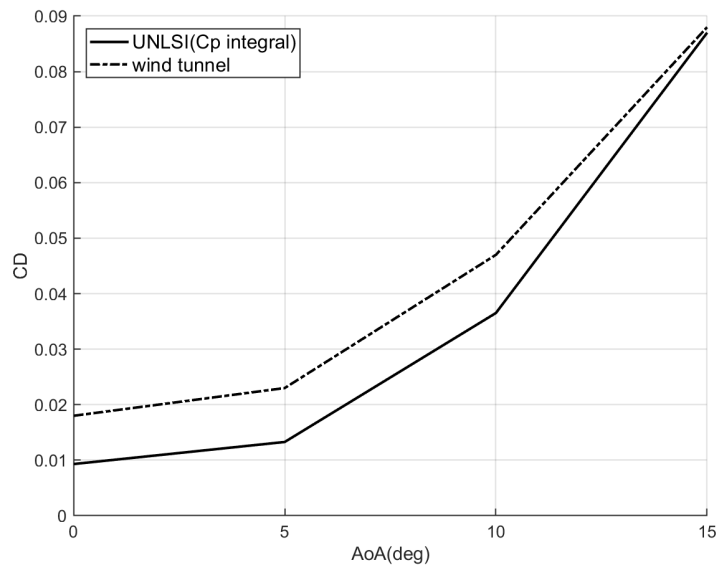


図 3.31 NAL0 次形状の CD の比較 (マッハ 7.1)

第 4 章

構造解析手法

4.1 三角形パネル要素による準 3 次元有限要素法

薄板を湾曲させたシェル構造は、軽量高剛性な構造を実現させる構造様式として、至る所で利用されている [39]。特にセミ・モノコック構造が多く用いられる航空分野においては、薄板の集合として構造をモデル化することで十分に大きな計算資源を用いなくても比較的高精度に応力分布を推算できるものと考えられる。ここでは、前述の空力解析プログラムで用いた三角形メッシュをそのまま用いて、空力荷重・待機荷重に対応した準三次元有限要素法について解説する。

構造解析についても、随伴方程式法による MDO へのカップリングを実現するためには、支配方程式の微分情報を取得する必要がある。低次の準三次元有限要素法であれば、機体パネルと構造パネルとしてモデル化した機体に対し、線形の連立方程式系として支配方程式を記述できるため、MDO との親和性が高い。この構造解析をカップリングすることで、MDO において具体的な機体構造様式および使用材料の検討を行うことができるようになる。

有限要素法は、元来接合点の数が無限大である連続弾性体を有限の接合点で代表させることで、数値的な近似解を得ようとする試みである。したがって有限要素法の定式化を行う上では、連続弾性体としてのふるまいと有限個の節点としてのふるまいを交互に行き来して理解することが重要である。

解説を行うにあたって、三角形要素・平面応力状態を仮定する。

まず、三角形要素の各節点の変位 δ から、要素内の任意の位置における変位 f を求める行列を考える。

$$f = N\{\delta\}^e = \left(N_1 \quad N_2 \quad \dots \quad N_n \right) \begin{pmatrix} \delta_1 \\ \delta_2 \\ \vdots \\ \delta_n \end{pmatrix} \quad (4.1)$$

N_i は関数であり、節点変位から要素内の任意の場所の変位を表す関数 f を出力するものである。注意すべきなのは f および N は関数であり、具体的な行列として書き下すことはできない。

三角形要素の任意の位置の変位がすべて与えられていれば、任意の点のひずみ ϵ は以下の関係式より求められる。

$$\begin{pmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} \\ \frac{\partial v}{\partial y} \\ \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \end{pmatrix} = B\{\delta\}^e \quad (4.2)$$

B 行列との積がとられているベクトルが節点変位 $\{\delta\}^e$ であることからわかるように、B 行列は N_i などの関数の偏微分により求められるものである。

また、応力はフックの法則によりひずみと線形の関係で結び付けられる。

$$\sigma = D(\epsilon - \epsilon_0) \quad (4.3)$$

続いて、物体内部に働く境界上の応力及び要素内の分布荷重である物体力と等価な、節点に働く節点力を求めることを考える。これを求めるうえで最も簡単な方法は熱力学第二法則と同様に考えて、エネルギー保存の法則からアプローチすることである。節点に仮想変位 $\{\delta^*\}^e$ を与えると要素内の任意の位置の仮想変位 f^* とひずみ ϵ^* の値は以下のように計算できる。

$$\begin{aligned} f^* &= N\{\delta^*\}^e \\ \epsilon^* &= B\{\delta^*\}^e \end{aligned} \quad (4.4)$$

節点力のなす仕事は力×距離であらわされるから。

$$(\{\delta^*\}^e)^T \{F^*\}^e \quad (4.5)$$

物体力を p とすると要素内の任意の点に働く分布仕事は

$$(\epsilon^*)^T \sigma - (f^*)^T p \quad (4.6)$$

要素内に働く応力及び物体力の沿う仕事量は、要素内全容積にわたる積分として表される。したがってこれらの内部仕事と外部仕事が等値であるから

$$\begin{aligned} (\{\delta^*\}^e)^T \{F^*\}^e &= \int ((\epsilon^*)^T \sigma - (f^*)^T p) dV = (\{\delta^*\}^e)^T \left(\int (B^T \sigma - N^T p) dV \right) \\ &= (\{\delta^*\}^e)^T \left(\int (B^T DB) dV - \int B^T D\epsilon_0 dV - \int N^T p dV \right) \end{aligned} \quad (4.7)$$

この関係は任意の変位に対し成立するので、等価な節点力は

$$\{F^*\}^e = \left(\int (B^T DB) dV \right) \{\delta^*\}^e - \int B^T D\epsilon_0 dV - \int N^T p dV \quad (4.8)$$

となる。ここで、剛性マトリクスを

$$K^e = \int (B^T DB) dV \quad (4.9)$$

物体力と等価な節点力を

$$F_p^e = - \int N^T p dV \quad (4.10)$$

初期ひずみによる節点力を

$$F_{\epsilon_0}^e = - \int B^T D \epsilon_0 dV \quad (4.11)$$

とすると、最終的に境界要素法は各節点の辺に関する連立方程式に帰着させることができる。初期ひずみは取り扱わないので、解くべき連立方程式は以下の形となる。

$$K_e \{\delta^*\}^e = \{F\}_p^e \quad (4.12)$$

今回の有限要素法解析にて取り扱う圧力、および重力はパネルに均一に働く物体力である。三角形要素に均一に働く物体力の場合、等価な節点力は

$$\{F_1\}_p = \{F_2\}_p = \{F_3\}_p = \frac{1}{3} p \Delta A \quad (4.13)$$

となることが知られている。今回のように初期ひずみを想定しない状況においては、シェルFEMの問題はどのように剛性マトリクスを構成するかに帰着される。

具体的な剛性マトリクス K の構築については、参考文献 [24] をもとにプログラムを作成した。最終的に構造解析の支配方程式は以下のように記述できる。

$$\text{ばねる } S = K_g \delta - F_g = 0 \quad (4.14)$$

δ は各節点における変位と変位角であり、複合領域最適化においては変位角は一般に用いない。そこで、求められた変位をもとに、構造破壊の基準を求める。材料破壊の基準値は参考 [40] に示される通り複数存在する。大まかに分けて各軸の最大応力を基準に用いる最大応力説、同様に各軸の最大ひずみを基準に用いる最大ひずみ説、応力とひずみの相互干渉を考慮した相互作用説の3種が提案されており、その中でもいくつかの応力成分が付加された状態を想定した相互作用説が一般に用いられることが多い。今回の解析においては、金属系の降伏判定に一般的に用いられ、かつ計算が簡単、微分可能なスカラー値である Von-Mises 応力を降伏判定に用いる。

Von-Mises 応力はパネルのローカル座標上における各軸の応力を用いて、以下のように計算できる。

$$\sigma_{VM} = \sqrt{\frac{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + \sigma_x^2 + \sigma_y^2 + 6\tau_{xy}^2}{2}} \quad (4.15)$$

Von-Mises 応力が材料の降伏応力値を上回った時、構造破壊が起こることとした。航空機設計における構造の強度設計においては、想定される最大荷重の 1.5 倍の荷重がかかった場合を終局荷重として、終局荷重に 3 秒以上耐えられることが要求される。[33] そこで想定される最大荷重を生み出す主流条件における最大 Von-Mises 応力を基準に、これと降伏応力の比が 1.5 を超えないことを解析の制約条件に課すこととする。すなわち

$$\frac{\sigma_{VM}}{\sigma_{yield}} \leq \frac{1}{1.5} \quad (4.16)$$

を構造に関する基準とする。

4.2 NACA0012 を翼断面に持つ矩形翼モデルを用いた精度検証

この FEM コードが正常に動作するか確かめるため、またどの程度の精度で解析が行えるのか確かめるため、近い解析解が存在するような単純なモデルを用いて解析を実行した。

モデルは空力解析における精度検証にて使用した NACA0012 を翼断面に持つ矩形翼モデルを用い、メッシュ粗さについては前章と同等のもの、スパン方向の分割数を 2 倍にしたもの、3 倍にしたものの 3 つを用意した。構造はリブとスキンのみを持つシェル構造とし、スパーは用いない。図 4.1 に最も粗いメッシュのスキンと内部構造を示した。今回リブを用いたのは、曲げ変位に伴う断面変形を小さくするためであり、解析解との整合を図るため必要と判断した。

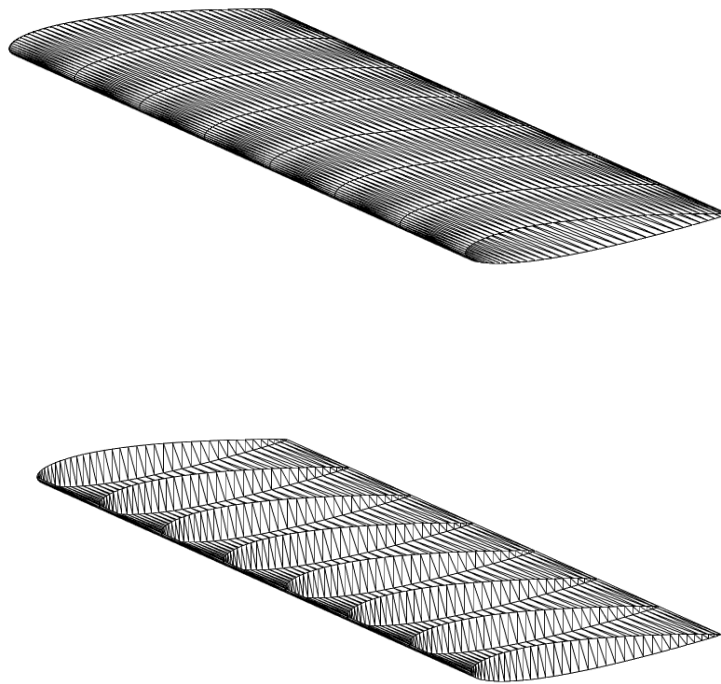


図 4.1 NACA0012 を翼断面に持つ矩形翼モデル (上：スキン 下：下面スキンとリブ)

材料物性は A2000 系のアルミニウムを想定し、表 4.1 のように設定した。スキンおよびリブの肉厚は 0.1mm とした。非粘性解析の場合、動圧が決まれば荷重が決定できるため、動圧は地上高において 10m/s での飛行を想定し 61.3Pa とした。

比較対象として、等荷重分布を受ける片持ち梁の解析解を想定した。各断面の合成については、翼型の表面 (スキン) にのみ指定の厚さの材料が分布するとして断面二次モーメントを求め、物体のヤング率を乗じて算出した。加える荷重としては、空力解析によって得られた 3

表 4.1 想定した材料の物性

物性値	値	単位
ヤング率	73.5	GPa
降伏応力	470	MPa

次元矩形翼モデルの揚力係数の値が任意のスパンにおける翼断面の揚力係数であると仮定し、加える荷重分布値を求めた。この仮定では翼端における揚力係数を過大に見積もることが想定されるため、本プログラムによって得られた最大たわみ値は、片持ち梁における最大たわみ値よりも小さくなることが予想される。

等分布荷重を受ける片持ち梁のたわみ曲線は解析的に以下のように計算できる。

$$\delta_c(y) = \frac{w_c}{24EI} (3(b/2) - 4(b/2)^3(b/2 - y) + (b/2 - y)^4) \quad (4.17)$$

$$w_c = \frac{1}{2} \rho v^2 CL$$

以下、結果を記述する。図 4.2 に 50 倍拡大の変形の様子と、Von-Mises 応力と降伏応力の比を示した。応力の高い領域は翼根付近かつ最大翼厚点付近に存在し、一般的な物理的挙動から大きく外れていない。また、大きな振りや断面変形も見られず、片持ち梁との比較が妥当であると判断できる。

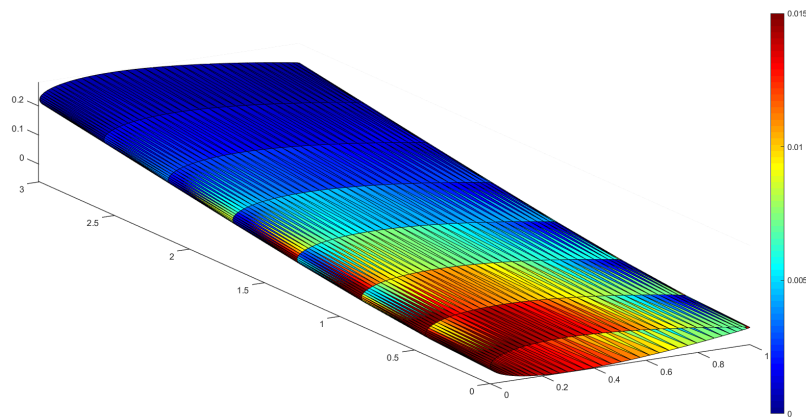


図 4.2 50 倍拡大の変形と Von-Mises 応力/降伏応力

図 4.3 に最も粗いメッシュにおける前縁のたわみ値と、等分布荷重を受ける片持ち梁の解析解を示した。計算結果と解析解は翼端における値で 25% 程度の精度で一致しており、プログラムの実装自体に大きな問題はないと考えられる。

本プログラムにおけるたわみ値は片持ち梁の解析解よりも若干値を小さく見積もっている。

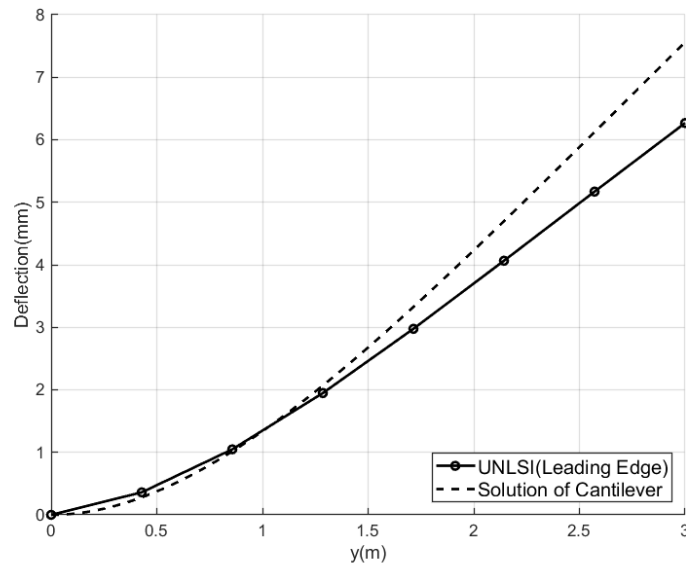


図 4.3 最も粗いメッシュによるたわみの解析解との比較

この原因が揚力分布の仮定の問題なのか、メッシュの粗さの問題なのか切り分けることができなかったため、図 4.4 と図 4.5 にそれぞれスパン方向の分割数を 2 倍、3 倍したモデルの解析結果を示す。

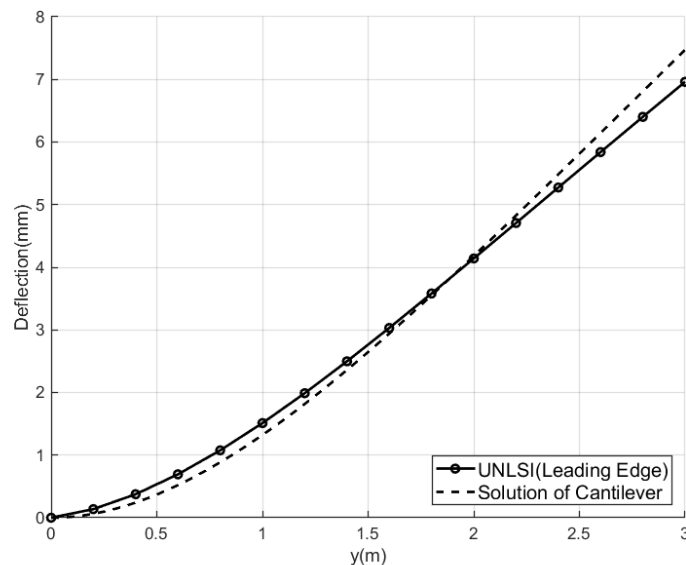


図 4.4 中間粗さのメッシュによるたわみの解析解との比較

これらのグラフを見ると、図 4.3 の結果よりも解析解に近づいているものの、依然として最大たわみ値が解析解よりも小さくなった。中間粗さと最密なメッシュの最大たわみ値はほぼ一

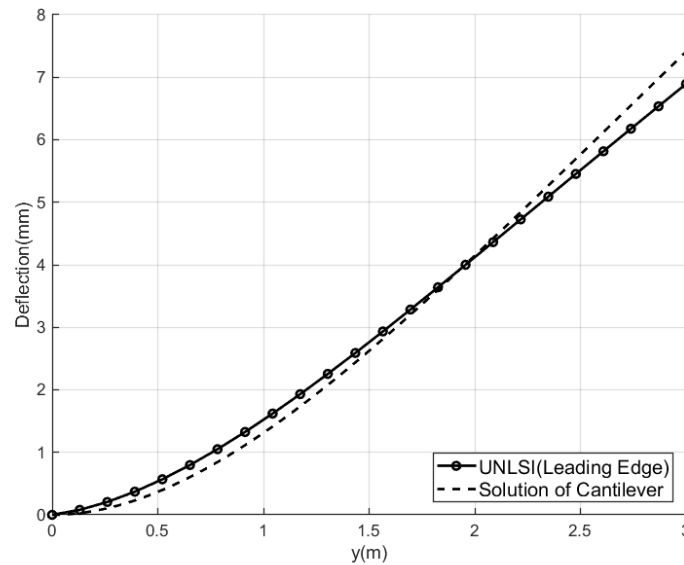


図 4.5 最も密なメッシュによるたわみの解析解との比較

致しており、最密なメッシュの最大たわみ値の誤差は解析解を基準として 6.8% であった。

この誤差の原因が揚力分布の過程にあるのか確かめるため、翼の各断面の揚力係数を wake の二重湧き出し強度より推算し、図 4.6 に示した。

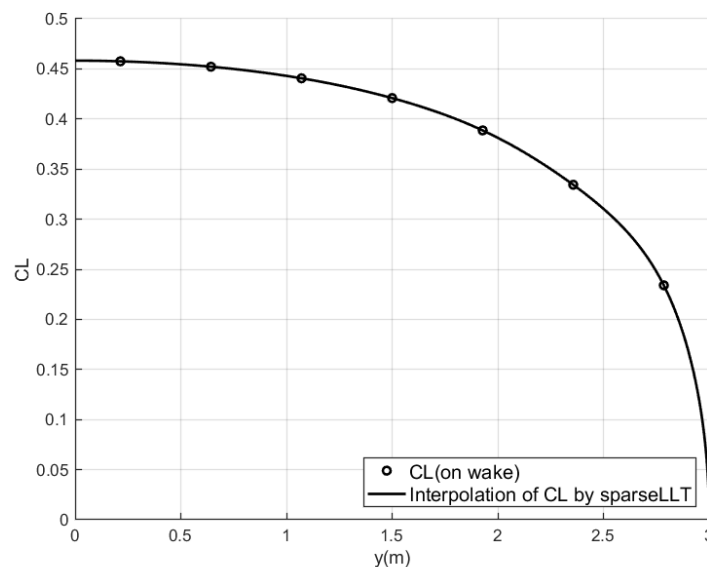


図 4.6 wake 二重湧き出し強度より推算した各断面の CL と sparseLLT による補間

この図を見ると、翼根の CL は翼端の CL よりも高く、誘導迎角による翼端での揚力係数低下が確認できる。従って最大たわみ値の大小は揚力分布の仮定に原因があると考えられる。

以上をまとめると、本プログラムの計算結果は計算メッシュの粗密に影響を受けること、等分布荷重を受ける片持ち梁と比較して 6.8% 程度の誤差で解を予測できることが分かった。矩形翼の揚力分布の非一様性を加味すると一層計算結果と解析解が近づくことが予想され、本プログラムは航空機の概念検討においては十分に実用できる精度を持った解析が実行できると考えられる。

第 5 章

随伴方程式法による複合領域最適化

5.1 随伴方程式法

随伴方程式を用いた複合領域最適化の定式化は、いかにして随伴変数を求めるかという問題に帰着する。簡単な以下の問題を例に、随伴方程式法による複合領域最適化の定式化を説明する。評価関数を I 、設計変数を x 、解析の支配方程式 R の変数を u とする。解析の支配方程式 $R = 0$ は x が決定すれば一意に解 u が求まるものとする。

$$\left\{ \begin{array}{ll} \text{find} & x, u \\ \text{minimize} & I(x, u) \\ \text{subject to} & R(x, u) = 0. \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} (5.1) \\ (5.2) \\ (5.3) \end{array}$$

この問題の Lagrangian は随伴変数 λ_R を導入して以下のように書ける。

$$L = I(x, u) + \lambda_R R(x, u) \quad (5.4)$$

L が局所的な極小値を持つときの x を複合領域最適化の局所最適解、 L が大域的な最小値を持つときの x を複合領域最適化の大域的最適解と呼ぶ。 L の極小値を求めるにあたって、制約付き最適化問題の一次最適性の必要十分条件である KKT 条件は以下のように表される。

$$\begin{aligned} \frac{\partial L}{\partial x} &= \frac{\partial I}{\partial x} + \lambda_R \frac{\partial R}{\partial x} = 0 \\ \frac{\partial L}{\partial u} &= \frac{\partial I}{\partial u} + \lambda_R \frac{\partial R}{\partial u} = 0 \\ R(x, u) &= 0 \end{aligned} \quad (5.5)$$

随伴方程式法は KKT 条件を明示的に解くことで L の x 勾配を求めて、解を更新する手法である。まず x を固定して $R(x, u) = 0$ を解く。続いてその解の近傍において、 $\frac{\partial I}{\partial u}$, $\frac{\partial R}{\partial u}$ を求める。そののち

$$\frac{\partial L}{\partial u} = \frac{\partial I}{\partial u} + \lambda_R \frac{\partial R}{\partial u} = 0 \quad (5.6)$$

を λ_R について解くことで随伴変数を求めることができる。この操作を随伴方程式を解くという。求めた随伴変数を用いて Lagrangian に関する設計変数 x の勾配を求める。

$$\frac{\partial L}{\partial x} = \frac{\partial I}{\partial x} + \lambda_R \frac{\partial R}{\partial x} \quad (5.7)$$

上記の流れに沿って求められた $\frac{\partial L}{\partial x}$ を用いて、何らかの手法 (勾配法とは限らない) によって x を更新することで、最適化を進めることができる。

しかしながら上記の問題に対し、不等式制約が加えられた場合、上記の方法では随伴方程式の左辺の行列が正方行列とならないため、随伴変数を求めることができない。

$$\left. \begin{array}{l} \text{find} \quad x, u \\ \text{minimize} \quad I(x, u) \\ \text{subject to} \quad R(x, u) = 0. \\ \quad \quad \quad C(x, u) \leq 0. \end{array} \right\} \begin{array}{l} (5.8) \\ (5.9) \\ (5.10) \\ (5.11) \end{array}$$

上記の問題の KKT 条件は以下の通り。

$$\begin{aligned} \frac{\partial L}{\partial x} &= \frac{\partial I}{\partial x} + \lambda_R \frac{\partial R}{\partial x} + \lambda_C \frac{\partial C}{\partial x} = 0 \\ \frac{\partial L}{\partial u} &= \frac{\partial I}{\partial u} + \lambda_R \frac{\partial R}{\partial u} + \lambda_C \frac{\partial C}{\partial u} = 0 \\ R(x, u) &= 0, C(x, u) \leq 0 \\ \lambda_{C,i} C_i &= 0 \end{aligned} \quad (5.12)$$

本研究の最も重要な点は上記の随伴方程式を如何にして解くかという点に集約される。

5.2 明示・非明示随伴方程式法

提案手法である明示・非明示随伴方程式法は、随伴方程式を直接解くのではなく、反復法を用いて解く方法である。最も直感的な方法としては、前出の最適化問題を線形化した問題を解く方法が考えられる。

$$\left. \begin{array}{l} \text{find} \quad dx, du \\ \text{minimize} \quad \frac{\partial I}{\partial x} dx + \frac{\partial I}{\partial u} du \\ \text{subject to} \quad R_0 + \frac{\partial R}{\partial x} dx + \frac{\partial R}{\partial u} du = 0. \\ \quad \quad \quad C_0 + \frac{\partial C}{\partial x} dx + \frac{\partial C}{\partial u} du \leq 0. \end{array} \right\} \begin{array}{l} (5.13) \\ (5.14) \\ (5.15) \\ (5.16) \end{array}$$

この最適化問題は線形計画法によって解くことができ、得られた随伴変数は KKT 条件を満足する。問題をよく見てみると、制約条件 R については明示的に解くことが可能である。そこで、

$$R_0 + \frac{\partial R}{\partial x} dx + \frac{\partial R}{\partial u} du = 0. \quad (5.17)$$

については事前に解き、その情報を最適化問題に入れ込むことで、問題の規模の縮小化を図る。まず $R_0 = 0$ を解き、求められた u について全微分の方程式 5.17 を du について解くと以下のようなになる。

$$du = - \left(\frac{\partial R}{\partial u} \right)^{-1} \frac{\partial R}{\partial x} dx = M_{ex} dx \quad (5.18)$$

この行列 M_{ex} を用いることで、線形化された最適化問題は以下のように規模の縮小が行われる。

$$\left. \begin{array}{l} \text{find} \\ \text{minimize} \\ \text{subject to} \end{array} \right\} \begin{array}{l} dx \\ \left(\frac{\partial I}{\partial x} + \frac{\partial I}{\partial u} M_{ex} \right) dx \\ C_0 + \left(\frac{\partial C}{\partial x} + \frac{\partial C}{\partial u} M_{ex} \right) dx \leq 0 \end{array} \quad (5.19)$$

$$\left(\frac{\partial I}{\partial x} + \frac{\partial I}{\partial u} M_{ex} \right) dx \quad (5.20)$$

$$C_0 + \left(\frac{\partial C}{\partial x} + \frac{\partial C}{\partial u} M_{ex} \right) dx \leq 0 \quad (5.21)$$

$$(5.22)$$

これを線形計画法を用いて解くことで、解析の制約条件に対する随伴変数 λ_C を求めることができる。ここで式 5.12 の L の u に対する停留条件

$$\frac{\partial L}{\partial u} = \frac{\partial I}{\partial u} + \lambda_R \frac{\partial R}{\partial u} + \lambda_C \frac{\partial C}{\partial u} = 0 \quad (5.23)$$

に着目すると、既知の値を用いて λ_R を求めることができることがわかる。従って

$$\lambda_R = \left(\frac{\partial R}{\partial u} \right)^{-1} \left(-\frac{\partial I}{\partial u} - \lambda_C \frac{\partial C}{\partial u} \right) \quad (5.24)$$

これより、線形計画法によって求めた解析の制約条件に関する随伴変数を用いて、解析の支配方程式に関する随伴変数を復元できた。

この手法は全微分を用いて、ある変数の変動から別の変数を求める方法と、感度解析として KKT 条件から随伴変数を求める手法の混合であると言える。この手法によって、解くべき線形計画法のサイズを最小限に抑えながら、すべての随伴変数の値を計算することができる。

この手法は明示部分として全微分による設計変数 x から解析変数 u を予測する部分と、非明示部分である得られた随伴変数 λ_C から λ_R を復元する部分が存在する。この 2 者を繰り返して収束解を得ようとするため、明示・非明示随伴方程式法と名付けた。

加えて、すべての随伴変数が計算できることから、問題全体の Lagrangian の勾配を求めることが可能である。これにより、準ニュートン法の枠組みである Hessian 近似を使用することができ、収束の加速が期待できる。

5.3 MDO フレームワークの実装

本節では、実際に機体設計・軌道最適化と空力・構造の解析をカップリングした問題の解法について解説する。

5.3.1 問題の定式化

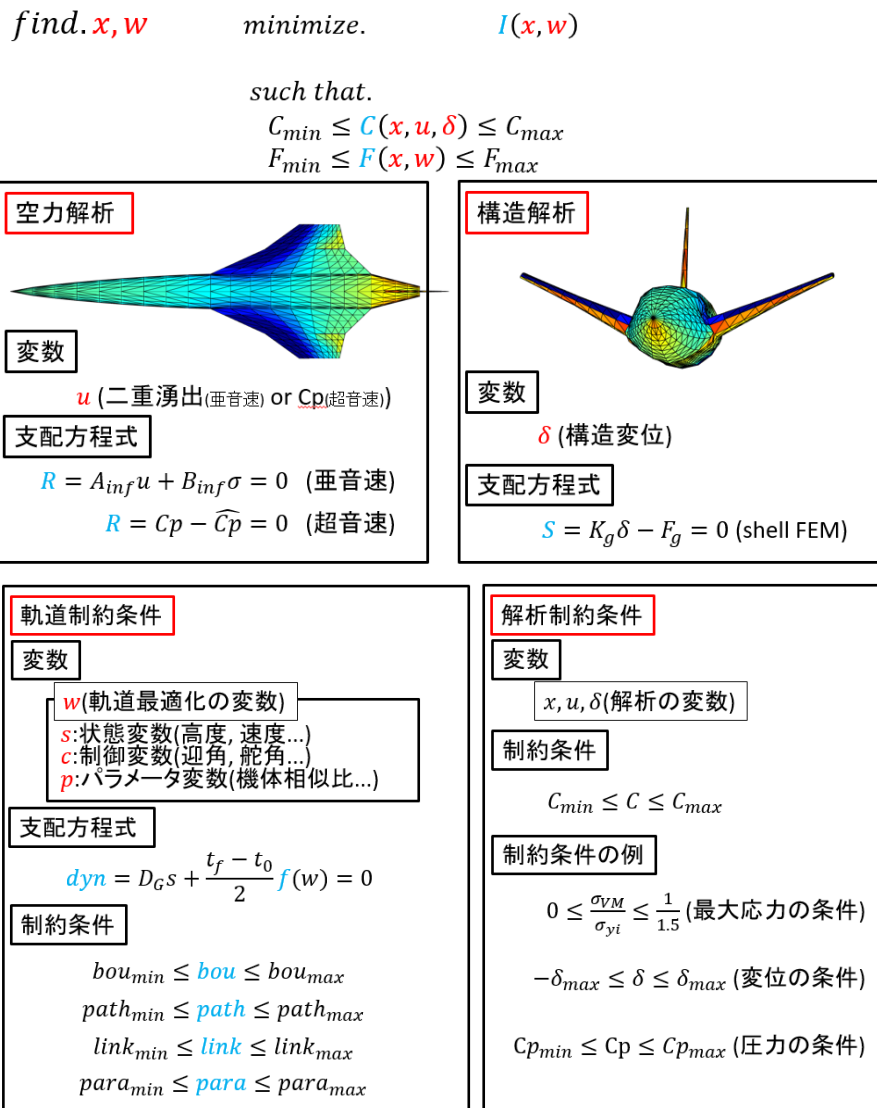


図 5.1 MDO の定式化

表 5.1 評価関数と制約条件の表すもの

記号	意味
$I(x,w)$	評価関数
$R(x,u)$	空力解析の支配方程式
$S(x,u,\delta)$	構造解析の支配方程式
$F(x,w)$	軌道最適化の制約条件
$C(x,u,\delta)$	解析の制約条件

図 5.1 に取り扱う最適化問題の概略を示した。改めて式で示すと以下となる。空力の解析変数 u および構造の解析変数 δ は x が決定されれば、一意に決定されることに留意する。

$$\left. \begin{array}{l} \text{find} \end{array} \right\} \begin{array}{l} x, w \end{array} \quad (5.25)$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{minimize} \end{array} \right\} \begin{array}{l} I(x, w) \end{array} \quad (5.26)$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{subject to} \end{array} \right\} \begin{array}{l} R(x, u) = 0 \end{array} \quad (5.27)$$

$$\begin{array}{l} S(x, u, \delta) = 0 \end{array} \quad (5.28)$$

$$F_{min} \leq F(x, w) \leq F_{max} \quad (5.29)$$

$$C_{min} \leq C(x, u) \leq C_{max}. \quad (5.30)$$

実際の複合領域最適化であるので、それぞれの制約条件には意味がある。表 5.1 にそれらの定義を示す。

また最適化問題の Lagrangian を式 5.31 に示す。

$$\begin{aligned} L = & I(x, w) + \lambda_F F(x, w) + \lambda_R R(x, u) + \lambda_S S(x, u, \delta) \\ & + \lambda_{Cl}(C_{min} - C(x, u)) + \lambda_{Cu}(C(x, u) - C_{max}) \end{aligned} \quad (5.31)$$

このときの KKT 条件を式 5.32 に示す。

$$\begin{aligned} \frac{\partial L}{\partial x} = \frac{\partial I}{\partial x} + \lambda_F \frac{\partial F}{\partial x} + \lambda_R \frac{\partial R}{\partial x} + \lambda_S \frac{\partial S}{\partial x} + \lambda_C \frac{\partial C}{\partial x} &= 0 \\ \frac{\partial L}{\partial w} = \frac{\partial I}{\partial w} + \lambda_F \frac{\partial F}{\partial w} &= 0 \\ \frac{\partial L}{\partial u} = \lambda_R \frac{\partial R}{\partial u} + \lambda_S \frac{\partial S}{\partial u} + \lambda_C \frac{\partial C}{\partial u} &= 0 \\ \frac{\partial L}{\partial \delta} = \lambda_S \frac{\partial S}{\partial \delta} + \lambda_C \frac{\partial C}{\partial \delta} &= 0 \end{aligned} \quad (5.32)$$

$$\begin{aligned} R(x, u) = 0, S(x, u, \delta) = 0, F_{min} \leq F(x, w) \leq F_{max}, C_{min} \leq C(x, u, \delta) \leq \\ \lambda_{F,i} F_i = 0, \lambda_{F,i} F_i = 0 \end{aligned}$$

最終的にこの KKT 条件を満たす設計解の探索が目標となる。実装においては設計更新ベクトルのノルムが十分に小さい値となった場合に最適化を終了するものとした。

5.3.2 各種勾配情報の取得

最適化を実行するうえで必須となる、評価関数と制約条件の勾配情報については、2種類の方法で取得した。解析的に取得できるものについては支配方程式等を直接用いて取得した。具体的には以下の2つである。

$$\frac{\partial R}{\partial u}, \frac{\partial S}{\partial \delta} \quad (5.33)$$

それ以外の勾配情報については、微小摂動を変数に与えたうえで差分を取る数値前進微分によって勾配情報を求めた

5.3.3 明示・非明示随伴方程式法における解くべき数理計画問題

取り扱う問題のうち、明示的に解くことができる制約条件は空力解析の支配方程式である R および構造解析の支配方程式である S である。これらを一次 Taylor 展開した方程式を連立し、それぞれの微小変動量について解くと、

$$\begin{bmatrix} du \\ d\delta \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \frac{\partial R}{\partial u} & \frac{\partial R}{\partial \delta} \\ \frac{\partial S}{\partial u} & \frac{\partial S}{\partial \delta} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \frac{\partial R}{\partial x} \\ \frac{\partial S}{\partial x} \end{bmatrix} dx = M_{ex} dx \quad (5.34)$$

となる。これを用いて、以下の線形計画問題を解く。

$$\left. \begin{array}{l} \text{find} \\ \text{minimize} \\ \text{subject to} \end{array} \right\} \begin{array}{l} dx, du \\ \left(\frac{\partial I}{\partial x} + \begin{bmatrix} \frac{\partial I}{\partial u} & \frac{\partial I}{\partial \delta} \end{bmatrix} M_{ex} \right) dx + \frac{\partial I}{\partial w} dw \\ F_{min} \leq F_0 + \frac{\partial F}{\partial x} dx + \frac{\partial F}{\partial w} dw \leq F_{max} \\ C_{min} \leq C_0 + \left(\frac{\partial C}{\partial x} + \begin{bmatrix} \frac{\partial C}{\partial u} & \frac{\partial C}{\partial \delta} \end{bmatrix} M_{ex} \right) dx \leq C_{max} \end{array} \quad (5.35)$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{minimize} \\ \text{subject to} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \left(\frac{\partial I}{\partial x} + \begin{bmatrix} \frac{\partial I}{\partial u} & \frac{\partial I}{\partial \delta} \end{bmatrix} M_{ex} \right) dx + \frac{\partial I}{\partial w} dw \\ F_{min} \leq F_0 + \frac{\partial F}{\partial x} dx + \frac{\partial F}{\partial w} dw \leq F_{max} \end{array} \quad (5.36)$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{subject to} \end{array} \right\} \begin{array}{l} F_{min} \leq F_0 + \frac{\partial F}{\partial x} dx + \frac{\partial F}{\partial w} dw \leq F_{max} \\ C_{min} \leq C_0 + \left(\frac{\partial C}{\partial x} + \begin{bmatrix} \frac{\partial C}{\partial u} & \frac{\partial C}{\partial \delta} \end{bmatrix} M_{ex} \right) dx \leq C_{max} \end{array} \quad (5.37)$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{subject to} \end{array} \right\} \begin{array}{l} C_{min} \leq C_0 + \left(\frac{\partial C}{\partial x} + \begin{bmatrix} \frac{\partial C}{\partial u} & \frac{\partial C}{\partial \delta} \end{bmatrix} M_{ex} \right) dx \leq C_{max} \end{array} \quad (5.38)$$

この問題の解は線形化された最適化問題に対し、KKT 条件を満足する。したがってこの手法により求められた随伴変数は最適化ソルバーの許容誤差範囲において厳密であり、後述の Hessian 近似への利用等が可能である。

しかしながら、より効率的に解を得るため、準ニュートン法の考え方を応用し、Hessian 近似を用いて二次計画問題に拡張する。

$$\text{find } dx, dw \quad (5.39)$$

$$\text{minimize } \frac{1}{2} dx^T B dx + \left(\frac{\partial I}{\partial x} + \left[\frac{\partial I}{\partial u} \quad \frac{\partial I}{\partial \delta} \right] M_{ex} \right) dx + \frac{\partial I}{\partial w} dw \quad (5.40)$$

$$\text{subject to } F_{min} \leq F_0 + \frac{\partial F}{\partial x} dx + \frac{\partial F}{\partial w} dw \leq F_{max} \quad (5.41)$$

$$C_{min} \leq C_0 + \left(\frac{\partial C}{\partial x} + \left[\frac{\partial C}{\partial u} \quad \frac{\partial C}{\partial \delta} \right] M_{ex} \right) dx \leq C_{max} \quad (5.42)$$

この問題の解の一部である dx を用いて、各 iteration における設計更新ベクトルを求める。

5.3.4 Hessian 近似の更新

Hessian 近似の更新には直近二つの設計更新ベクトルと、上述の線形最適化問題に用いられた Lagrangian の勾配情報が必要である。式 5.32 における Lagrangian の勾配は、求めた随伴変数を用いて以下のように記述できる。まず、Lagrangian の純粋な偏微分は以下の通り。

$$\begin{aligned} \frac{\partial L}{\partial x} &= \frac{\partial I}{\partial x} + \lambda_F \frac{\partial F}{\partial x} + \lambda_R \frac{\partial R}{\partial x} + \lambda_S \frac{\partial S}{\partial x} + \lambda_C \frac{\partial C}{\partial x} \\ \frac{\partial L}{\partial w} &= \frac{\partial I}{\partial w} + \lambda_F \frac{\partial F}{\partial w} \\ \frac{\partial L}{\partial u} &= \lambda_R \frac{\partial R}{\partial u} + \lambda_S \frac{\partial S}{\partial u} + \lambda_C \frac{\partial C}{\partial u} \\ \frac{\partial L}{\partial \delta} &= \lambda_S \frac{\partial S}{\partial \delta} + \lambda_C \frac{\partial C}{\partial \delta} \end{aligned} \quad (5.43)$$

これを式 5.34 を用いて全微分情報を組み合わせると

$$\frac{dL'}{dx} = \frac{\partial L}{\partial x} dx + \left[\frac{\partial L}{\partial u}, \frac{\partial L}{\partial \delta} \right] M_{ex} dx \quad (5.44)$$

となる。Hessian 近似の更新の際には式 5.44 の値を更新に用いる。ここで式 5.44 には w の情報が含まれていないため、完全な全微分にはならないことに留意する。 w を加えて完全な全微分としたとき、 u と δ 、 w をまたぐスケールリングを統一するのが困難であり、また w の数が x に比べて十分に大きいため、設計更新ベクトルが小さくなる傾向が表れるためである。

Hessian 近似には BFGS 法を用いた [41]。BFGS 法は準ニュートン法において最も一般的に用いられる Hessian 近似手法であり、いくつかの派生型がある [42]。今回は純粋な BFGS 法を Hessian 近似に用いた。

BFGS 法は、正定である更新前行列に対し、正定値性を保証しつつ行列を更新する。ここで、更新前後の $\frac{dL'}{dx}$ を用いて、

$$s = \frac{dL'}{dx}_{i+1} - \frac{dL'}{dx}_i \quad (5.45)$$

を定義すると、更新後の Hessian が満たすべきセカント条件は

$$B_{i+1}dx = s \quad (5.46)$$

BFGS 法は、式 5.46 を満たしつつ、更新後と更新前の Hessian の成分の差分行列の二乗行列ノルムが最小となるように Hessian を更新する。曲率条件である $s^T y > 0$ を満たすとき、更新後の Hessian は更新前の Hessian を用いて式 5.47 のように陽に書き下すことができる。

$$B_{i+1} = B_i - \frac{B_i s (B_i s)^T}{(s^T B_i s)} + \frac{y y^T}{s^T y} \quad (5.47)$$

また、設計更新ベクトルのノルムが小さくなりすぎないようにサイジング [43] を行う。

$$0 \leq Coe_B = \frac{s^T y}{s^T B_{i+1} s} \leq 1 \quad (5.48)$$

を満たすとき、

$$B'_{i+1} = Coe_B B_{i+1} \quad (5.49)$$

とする。

Hessian の更新は初回のイテレーションから常に更新を行ってもよいが、不等式の活性・不活性の切り替わりなど Hessian に大きな変化が予想される場面において、変化前の情報を最後まで保存してしまうことが考えられる。したがって随伴方程式法のような手法においては、一定期間以前の情報は忘却し、直近の情報を用い Hessian の更新を行ったほうがよいと考えられる。BFGS 法の省メモリ化を実現する L-BFGS 法 [44] は、この効果が認められるといわれており、今回の実装においては L-BFGS 法を採用した。しかしながら、今回の定式化において L-BFGS 法の特徴である省メモリ性を活かす必要がないことから、各イテレーションの設計更新ベクトル dx と s の値を保存し、必要な期間だけそれらを抽出してそれぞれ初期行列 (サイジングされた単位行列) から BFGS 法を適用することで Hessian 近似を行った。

5.3.5 設計更新ベクトルの評価

設計更新ベクトルの評価には、4 種の方法が考えられる。1 つめが評価を行わずに設計更新ベクトルを受け入れる方法、2 つめが更新後の評価関数値によって評価する方法、3 つめが更新値を使った Lagrangian の大小によって評価する方法、最後に Lagrangian にペナルティ項を加えたメリット関数 [45] を用いる方法である。

1 つめの方法は一般の非線形最適化問題において直線探索や信頼領域による処理を行わないことと同義であり、解の振動や実行不可能領域への深い侵入を許してしまう可能性が高い。

2 つめの方法である評価関数値による評価は、設計更新ベクトルのほかに軌道変数の微小変動ベクトル dw を用いて評価することとなるが、軌道制約条件には強い非線形性があるため、

dw には多分に誤差がある。線形化された最適化問題においては、多くのケースで評価関数値は改善すると評価されるため、事実上 1 つめの評価を行わないことと似たような状況となる。

3 つめの方法である Lagrangian による評価は、手法としては最も理想的なものである。しかしながら、随伴変数の変動および誤差の状況によっては、解析制約条件を大きく違反してしまう可能性がある。今回の実装においては解析制約条件の違反量を小さくするフェーズを設けていないため、解析制約条件の境界で振動する場合がみられた。

4 つめの方法であるメリット関数を用いる方法である。この方法はペナルティ項として以下を Lagrangian に追加する。

$$\rho_p \sum \max(\max((C_{Min} - tol) - C, 0), \max(C - (C_{Max} + tol), 0)); \quad (5.50)$$

メリット関数のペナルティ項は全領域にわたって微分可能である必要がない [45] ため、最大値をとる関数 \max を使用することができる。このメリット関数を用いることで、解析制約条件の実行可能領域に引き戻そうとする引力を強めることができ、最適化の安定化に寄与する。

今回の実装では 3 つめの方法と 4 つめの方法を混合して使用した。設計を更新する前の解のペナルティ項 5.50 の値が 0 であった場合は 3 の方法である Lagrangian を比較に使い、0 でなかった場合には 4 つめのメリット関数を用いた。このようにすることで、実行可能領域にいる場合には比較的広い範囲を探索することができ、実行不可能領域にいる場合には、強く実行可能領域に戻るよう解を更新する。次章にて検証を行うが、Hessian の近似が十分になされた最適化後半においては、オリジナルの Lagrangian でも十分に解を実行可能領域にとどめることができ、最適化の高速化を行うことができる。

5.3.6 正規化パラメータによる設計ベクトル更新量の制限

設計更新ベクトルを求めるにあたって、明示・非明示随伴方程式法では線形計画問題への変換が行われる。この線形計画問題を直接解いても理論的には設計更新ベクトルが得られるはずであるが、線形化誤差の影響により、設計更新ベクトルのノルムが非常に大きくなる傾向にある。そこで、何らかの方法によって誤差が十分に大きくなならない範囲で設計更新ベクトルのノルムを制限する必要がある。設計更新を行う最適化問題を解くにあたって、ノルムの上限値を陽に制約条件に追加してもよいが、何らかの原因によって軌道制約条件もしくは解析制約条件が実行不可能な領域に侵入してしまった場合、設計更新ベクトルのノルム制限によって実行可能領域に戻れない可能性がある。今回の実装においては、評価関数に設計更新ベクトルの移動量に関する罰則、すなわち正規化パラメータ Ω を導入することで、このノルム制限を行うこととした。E を単位行列として、評価関数において加えられる Hessian 項と、ノルム制限の項を足し合わせると以下ようになる。

$$dx^T B dx + dx^T (\Omega E) dx \quad (5.51)$$

すなわち、Hessian 近似によって求められた行列 B_i に対し、任意の値 Ω を乗じた単位行列を足し合わせることで、これが実現できる。

$$B' = B + \Omega E \quad (5.52)$$

最適化が進むにつれて、この正規化パラメータ Ω を適切な値に調整する必要がある。この値が小さすぎると設計更新ベクトルのノルムが大きくなり、場合によっては深く実行不可能領域に侵入してしまう可能性がある。しかしながら正規化パラメータが大きすぎる状態でも、最適化の進行を大幅に減速させてしまう。そこで、正規化パラメータの値はひとつ前のイテレーションにて使用した値に 0.1 を乗じた値をそのイテレーションの初期値とし、設計更新ベクトルの評価によってその設計更新ベクトルが不適であると判断されるごとに 10 を乗じていくこととした。これにより、各イテレーションの中で幾つかの設計更新ベクトルが試されるにつれて、ノルムを小さくしようとする引力は大きくなるが、制約条件は必ず満たすように設計更新ベクトルが選ばれる。

この操作は一般的な非線形計画法に実装される信頼領域法や直線探索法 [45] に相当し、この操作の実装について、提案手法特有の方法ではないことに留意されたい。

5.3.7 軌道最適化変数の残差の処理

軌道制約条件は非常に強い非線形性を持つ。理論上、明示・非明示随伴方程式法においては、制約条件の残差の処理を行う必要はないが、実装上これが必要となる。わかりやすいたとえば、この処理を行わない場合、「軌道が適切になる前に機体が不適切になる」と述べることができる。これは、線形化によって随伴変数を求めるためであり、軌道制約条件については早急に残差を減少させる必要がある。この処理は、設計を固定した純粋な軌道最適化問題を解くこととする。[12] 具体的には以下の非線形計画問題を解く。

$$\left. \begin{array}{l} \text{find} \\ \text{minimize} \end{array} \right\} \begin{array}{l} w \\ I(w) \end{array} \quad (5.53)$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{subject to} \end{array} \right\} F_{min} \leq F \leq F_{max} \quad (5.54)$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{subject to} \end{array} \right\} F_{min} \leq F \leq F_{max} \quad (5.55)$$

この問題を非線形最適化ソルバによって解くことで、軌道最適化が実行できる。

5.3.8 フレームワーク全体の流れ

実装した明示・非明示随伴方程式法によるフレームワークの流れは以下のようになっている。

1. 初期形状の定義と解析実行
2. 初期形状の軌道制約条件残差の処理

3. w に対する評価関数と制約条件の勾配取得
4. u に対する評価関数と制約条件の勾配取得
5. δ に関する評価関数と制約条件の勾配取得
6. x に関する評価関数と制約条件の勾配取得
7. M_{ex} の作成・更新
8. 線形計画問題による随伴変数の取得
9. Hessian 近似の更新
10. Hessian を用いた二次計画問題による設計更新ベクトルの計算
11. 設計更新ベクトルの評価。更新できなかった場合 10 正規化パラメータを更新してに戻る。
12. 軌道制約条件の残差の処理。処理終了後、Lagrangian の更新もしくは評価関数値の更新がなかった場合、正規化パラメータを更新して 10 に戻る。
13. 評価関数値・制約条件値等を更新して 3 に戻る。以降繰り返す。

まず最初に、初期形状に対し必要な空力解析等を実行し、また初期の軌道最適化によって軌道制約条件の残差をできる限り小さくする。この時、解があまりに深く実行不可能領域に侵入していると、その後得られる随伴変数の精度が低下するため、feasible strategy 等 [5] を用いて、実行可能解にある程度近づけておく必要がある。残差の処理が終了したのち、各種変数の勾配を取得する。取得した勾配に対し、明示・非明示随伴方程式法を用いて不等式制約の随伴変数を取得する。この時線形計画問題の解である設計更新ベクトルも得られるが、このベクトルは使用しない。得られた随伴変数を用いて Hessian 近似の更新を行い、二次計画問題を解いて設計更新ベクトルを得る。得られた設計更新ベクトルの評価を行った後、これに改善の見込みがあれば軌道制約条件の残差処理を行い、再びメリット関数を比較する。メリット関数が改善していれば、再び勾配取得のフェーズに移る。以上のような流れでフレームワークは進む。設計ベクトルを得るフェーズにおいて評価によって得られたベクトルがはじかれた場合、正規化パラメータを増加させて再び設計パラメータを得る操作を行う。

以上が、本論文で提案する、明示・非明示随伴方程式法を実装した複合領域最適化のアルゴリズムである。

第6章

全翼機形態の電動航空機モデルに対する提案手法の適用と既存手法との比較

6.1 はじめに

本章では、主翼のみをもつ機体設計を題材に、提案するアルゴリズムである明示非明示随伴方程式の有用性を示す。既存の手法として、ペナルティ関数法による定式化を複数示し、これらと明示・非明示随伴方程式法による定式化の結果を比較する。

6.2 機体設計

想定する機体は二段テーパの主翼のみを持つ全翼機である。各セクションの翼型・翼弦長・取付角・前縁オフセットを与え、その間は線形に補間する。翼型の厚み分布はNACA4系列の厚み分布 [33] を用い、キャンバー曲線は PARSEC 法 [46] を応用した多項式によって作成する。今回の最適化においては、軌道最適化に機体相似比を含めないため、機体のサイズを含めて設計変数が設定されている。

電動航空機を想定し、飛行に要した総エネルギーが設定値を超えたところでモーターが回らなくなるとする電池のモデルを採用した。電池のエネルギー密度 ρ_e は 150Wh/kg し、機体の推進効率 η は飛行速度、高度によらず 0.5 とした。ペイロードは 0.5kg とし、機体重量 m は 3kg 固定とした。バッテリー重量 m_B は 3kg から機体パネルの重量の足し合わせとペイロード重量を引いたものとした。

表 6.1 に設計変数の上下限と初期値を示した。

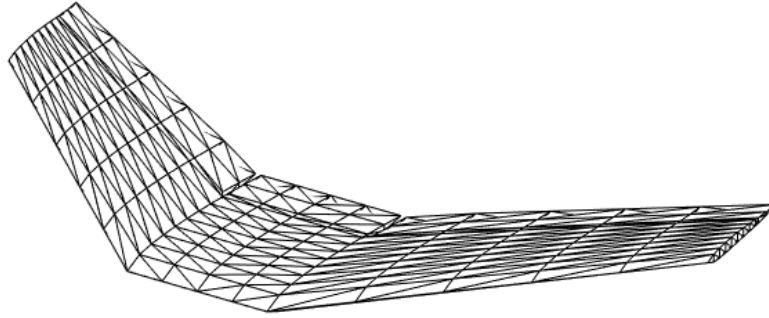


図 6.1 機体の空力形状パネル

6.3 軌道最適化

運動方程式は航空機の縦長周期運動のみを取り扱った二次元質点運動方程式 [47] である。表 6.2 に軌道最適化変数の記号と意味を示した。

$$\begin{aligned}
 \frac{dh}{dt} &= v \sin(fpa) \\
 \frac{dv}{dt} &= (T \cos(\alpha) - D)/m - g \sin(fpa) \\
 \frac{dfpa}{dt} &= (L + T \sin(\alpha))/(mv) - g \cos(fpa)/v \\
 \frac{dR_D}{dt} &= v \cos(fpa) \\
 \frac{dR_B}{dt} &= -W
 \end{aligned} \tag{6.1}$$

ここで R_B はバッテリーの残量割合、 W は飛行に必要なモーターのパワーとする。必要パワー W は以下の式により計算する

$$W = T_{max} T P v / \eta_{prop} \tag{6.2}$$

ここで η_{prop} は推進効率であり、高度によらず 0.3 と設定した。また推力の最大値 T_{max} は 1.5kgg に設定した。

定式化の比較のため、軌道は単純な飛行経路を想定し、制約条件を設定する。

フェーズは飛行全体を 3 つの部分に分割し、初めを上昇フェーズ、次に巡航フェーズ、最後に着陸フェーズとする。評価関数は高度変化を 0m/s に制約する巡航フェーズの飛行距離最大化とした。上昇フェーズにおいては、初期飛行高度を 10m、初期速度を 15m/s、初期経路角

表 6.1 設計変数の一覧と上下限

記号	意味	初期値	下限	上限
SS	セミスパン	0.9	0.7	1.5
SD	内翼外翼分割点	0.5	0.2	0.9
C1	翼根翼弦長	1.2	0.5	5.0
T1	内翼テーパー比	0.7	0.3	1.0
T2	外翼テーパー比	0.4	0.3	1.0
AA1	翼根取付角	0	-5	5
AA2	内外分割点取付角	0	-5	5
AA3	翼端取り付け角	0	-5	5
OF1	内外分割点オフセット	0.4	0.0	1.5
OF2	翼端オフセット	0.7	0.0	1.5
THN1	翼根翼型翼厚	0.04	0.01	0.10
THN2	内外分割点翼型翼厚	0.03	0.01	0.10
THN3	翼端翼型翼厚	0.03	0.01	0.10
CAY1	翼根翼型最大キャンバー	0.00	-0.04	0.04
CAY2	翼根翼型最大キャンバー	0.00	-0.04	0.04
CAY3	翼端翼型最大キャンバー	0.00	-0.04	0.04
TEA1	翼根翼型後縁角	0	-20	20
TEA2	翼根翼型後縁角	0	-20	20
TEA3	翼端翼型後縁角	-10	-20	20
STHN	材料厚さ	5.0	0.1	10

fpa を 0deg とした。これをまとめると

$$\begin{aligned}
 h_0 &= 10 \\
 v_0 &= 15 \\
 fpa_0 &= 0
 \end{aligned}
 \tag{6.3}$$

また、離陸に関する条件として、初期垂直方向荷重を 1G 以上 10G 以下とした。

$$1 \leq nlf_0 \leq 10 \tag{6.4}$$

経路制約条件として、縦トリム条件、静安定余裕の条件、上昇率の条件を課した。静安定余裕の値は 20% から 40% に、上昇率は上昇フェーズに 0m/s から 5m/s、着陸フェーズに -5m/s

表 6.2 軌道最適化変数の記号と意味

	記号	意味
	h	高度
	v	速度
状態変数	fpa	飛行経路角
	R_D	ダウンレンジ
	R_B	バッテリー残量
制御変数	α	迎角
	δe	エレボン舵角
	TP	スロットリングパラメータ
パラメータ変数	cgx	機体重心位置

から 0 の範囲内に制限した

$$\begin{aligned} C m_{cg} &= 0 \\ 0.2 &\leq H_{margin} \leq 0.4 \end{aligned} \quad (6.5)$$

$$\begin{aligned} 0 &\leq \frac{dh}{dt} \leq 5 \quad (\text{上昇フェーズ}) \\ \frac{dh}{dt} &= 0 \quad (\text{巡航フェーズ}) \\ -5 &\leq \frac{dh}{dt} \leq 0 \quad (\text{着陸フェーズ}) \end{aligned} \quad (6.6)$$

6.4 ペナルティ関数法と明示・非明示随伴方程式法の比較

6.4.1 比較する手法の定式化

今回の定式化においては、5つの定式化の結果を比較する。表 6.3 に比較する4つの手法を示す。

提案手法における新規要素として、全微分による設計変数から解析変数を予測する予測器の構築と、予測器を用いた線形計画法による随伴変数の推定がある。今回の比較における対象は後者の随伴変数の推定についてとした。予測器を構築して最適化における拘束条件数と変数の数を削減することは、一般的に考えて明らかに効果のある方法である。この予測器の有り無しに対して比較を行うことは難しく、できたとしても線形計画法のソルバの精度によるところが大きくなってしまう。そこで、今回は、手動設定された重みによるペナルティ法と、実質的に

表 6.3 比較する手法の特徴

手法番号	軌道制約条件 F の重み	解析制約条件 C の重み	Hessian 近似
1	ペナルティ項	ペナルティ項	なし
2	随伴変数	ペナルティ項	なし
3	制約条件	制約条件	なし
4(提案手法)	制約条件	制約条件	あり

は重みが自動設定されたペナルティ法となる提案手法を比較することで、不等式制約条件を扱う際の提案手法の優位性を示すものとした。ペナルティ関数法についてはスラック変数 s_f, s_c を適宜用いて、不等式制約を等式制約に変換することでペナルティ関数を適用する。

また、手法 3 と手法 4 は二階微分の近似の有無によって収束性がどのように変化するかをみるためであり、提案手法の随伴変数法として Lagrangian の勾配を推定することの優位性を示すためのものである。提案手法は設計更新ベクトルを Lagrangian の設計変数勾配から直接求めるものではないが、この Hessian 近似の有無により最終的な収束性が異なってくることを示す。

手法番号 1 においては以下のような最適化問題を解き、設計更新ベクトルを得る。

$$\left. \begin{array}{l} \text{find} \\ \text{minimize} \\ \text{subject to} \end{array} \right\} \begin{array}{l} dx, dw, s_f, s_c \\ \frac{1}{2} dx^T (\Omega E) dx + \left(\frac{\partial I}{\partial x} + \frac{\partial I}{\partial u} M_{ex} \right) dx + \frac{\partial I}{\partial w} dw \\ + (\rho_p (F - s_f))^2 + (\rho_p (C - s_c))^2 \\ F_{min} \leq s_f \leq F_{max} \\ C_{min} \leq s_c \leq C_{max} \end{array} \quad \begin{array}{l} (6.7) \\ (6.8) \\ (6.9) \\ (6.10) \end{array}$$

各 Ω は設計更新が失敗するごとに増加するようにした。ペナルティ項の重み ρ_p は軌道制約条件については 1、解析制約条件については 0.01 とした。

手法番号 2 においては、以下のような最適化問題を解く

$$\left. \begin{array}{l} \text{find} \\ \text{minimize} \\ \text{subject to} \end{array} \right\} \begin{array}{l} dx, dw, s_c \\ \frac{1}{2}dx^T(\Omega E)dx + \left(\frac{\partial I}{\partial x} + \frac{\partial I}{\partial u}M_{ex}\right)dx + \frac{\partial I}{\partial w}dw \\ + (\rho_p(C - s_c))^2 \\ F_{min} \leq F_0 + \frac{\partial F}{\partial x}dx + \frac{\partial F}{\partial w}dw \leq F_{max} \\ C_{min} \leq s_c \leq C_{max} \end{array} \quad (6.11)$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{minimize} \\ \text{subject to} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \frac{1}{2}dx^T(\Omega E)dx + \left(\frac{\partial I}{\partial x} + \frac{\partial I}{\partial u}M_{ex}\right)dx + \frac{\partial I}{\partial w}dw \\ + (\rho_p(C - s_c))^2 \\ F_{min} \leq F_0 + \frac{\partial F}{\partial x}dx + \frac{\partial F}{\partial w}dw \leq F_{max} \\ C_{min} \leq s_c \leq C_{max} \end{array} \quad (6.12)$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{subject to} \end{array} \right\} \begin{array}{l} F_{min} \leq F_0 + \frac{\partial F}{\partial x}dx + \frac{\partial F}{\partial w}dw \leq F_{max} \\ C_{min} \leq s_c \leq C_{max} \end{array} \quad (6.13)$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{subject to} \end{array} \right\} \begin{array}{l} C_{min} \leq s_c \leq C_{max} \end{array} \quad (6.14)$$

Ω は比較のため手法番号1と同様とした。解析制約条件の重み ρ_p は100とした。手法番号1との違いは、軌道制約条件が最適化の制約条件に含まれており、軌道制約条件についてはソルバーが推定した随伴変数を用いて最適化が進む点である。手法番号1と比べて指定しなければならないパラメータの数が少なく、定式化としてはより厳密な方法となる。

手法番号3はほぼ提案手法と同等であるが、Hessian近似の情報を用いておらず、ノルム制限のための正規化項のみが付与されている。これにより、二次収束が期待できる提案手法に比べて収束が遅くなることが予想される。解くべき問題は以下の通り。

$$\left. \begin{array}{l} \text{find} \\ \text{minimize} \\ \text{subject to} \end{array} \right\} \begin{array}{l} dx, dw \\ \frac{1}{2}dx^T(\Omega E)dx + \left(\frac{\partial I}{\partial x} + \frac{\partial I}{\partial u}M_{ex}\right)dx + \frac{\partial I}{\partial w}dw \\ F_{min} \leq F_0 + \frac{\partial F}{\partial x}dx + \frac{\partial F}{\partial w}dw \leq F_{max} \\ C_{min} \leq C_0 + \left(\frac{\partial C}{\partial x} + \left[\frac{\partial C}{\partial u}, \frac{\partial C}{\partial \delta}\right]M_{ex}\right)dx \leq C_{max} \end{array} \quad (6.15)$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{minimize} \\ \text{subject to} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \frac{1}{2}dx^T(\Omega E)dx + \left(\frac{\partial I}{\partial x} + \frac{\partial I}{\partial u}M_{ex}\right)dx + \frac{\partial I}{\partial w}dw \\ F_{min} \leq F_0 + \frac{\partial F}{\partial x}dx + \frac{\partial F}{\partial w}dw \leq F_{max} \\ C_{min} \leq C_0 + \left(\frac{\partial C}{\partial x} + \left[\frac{\partial C}{\partial u}, \frac{\partial C}{\partial \delta}\right]M_{ex}\right)dx \leq C_{max} \end{array} \quad (6.16)$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{subject to} \end{array} \right\} \begin{array}{l} F_{min} \leq F_0 + \frac{\partial F}{\partial x}dx + \frac{\partial F}{\partial w}dw \leq F_{max} \\ C_{min} \leq C_0 + \left(\frac{\partial C}{\partial x} + \left[\frac{\partial C}{\partial u}, \frac{\partial C}{\partial \delta}\right]M_{ex}\right)dx \leq C_{max} \end{array} \quad (6.17)$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{subject to} \end{array} \right\} \begin{array}{l} C_{min} \leq C_0 + \left(\frac{\partial C}{\partial x} + \left[\frac{\partial C}{\partial u}, \frac{\partial C}{\partial \delta}\right]M_{ex}\right)dx \leq C_{max} \end{array} \quad (6.18)$$

手法番号4は提案手法であり前述の明示・非明示随伴方程式法に沿って設計更新ベクトルを得る。最適化問題を再掲すると以下の通り。

$$\left. \begin{array}{l} \text{find} \\ \text{minimize} \\ \text{subject to} \end{array} \right\} \begin{array}{l} dx, dw \\ \frac{1}{2}dx^T B dx + \left(\frac{\partial I}{\partial x} + \frac{\partial I}{\partial u}M_{ex}\right)dx + \frac{\partial I}{\partial w}dw \\ F_{min} \leq F_0 + \frac{\partial F}{\partial x}dx + \frac{\partial F}{\partial w}dw \leq F_{max} \\ C_{min} \leq C_0 + \left(\frac{\partial C}{\partial x} + \left[\frac{\partial C}{\partial u}, \frac{\partial C}{\partial \delta}\right]M_{ex}\right)dx \leq C_{max} \end{array} \quad (6.19)$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{minimize} \\ \text{subject to} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \frac{1}{2}dx^T B dx + \left(\frac{\partial I}{\partial x} + \frac{\partial I}{\partial u}M_{ex}\right)dx + \frac{\partial I}{\partial w}dw \\ F_{min} \leq F_0 + \frac{\partial F}{\partial x}dx + \frac{\partial F}{\partial w}dw \leq F_{max} \\ C_{min} \leq C_0 + \left(\frac{\partial C}{\partial x} + \left[\frac{\partial C}{\partial u}, \frac{\partial C}{\partial \delta}\right]M_{ex}\right)dx \leq C_{max} \end{array} \quad (6.20)$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{subject to} \end{array} \right\} \begin{array}{l} F_{min} \leq F_0 + \frac{\partial F}{\partial x}dx + \frac{\partial F}{\partial w}dw \leq F_{max} \\ C_{min} \leq C_0 + \left(\frac{\partial C}{\partial x} + \left[\frac{\partial C}{\partial u}, \frac{\partial C}{\partial \delta}\right]M_{ex}\right)dx \leq C_{max} \end{array} \quad (6.21)$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{subject to} \end{array} \right\} \begin{array}{l} C_{min} \leq C_0 + \left(\frac{\partial C}{\partial x} + \left[\frac{\partial C}{\partial u}, \frac{\partial C}{\partial \delta}\right]M_{ex}\right)dx \leq C_{max} \end{array} \quad (6.22)$$

6.4.2 収束状況の比較

上記手法番号1から4の最適化を実行し、それぞれの解を得た。終了条件は設計更新ベクトルの二乗ノルムが0.0001以下になることとした。まず、それぞれの手法の最終的な評価関数

表 6.4 それぞれの手法の評価関数値と制約条件の絶対値の和

手法番号	評価関数値	解析制約条件の絶対値の和
1	-0.0505	51.0653
2	-0.1450	0
3	-0.1752	0.6057
4	-0.1754	0

の値を表 6.4 に示す。制約条件の充足量を単一の値で表現するのは難しいが、収束の状況を分かりやすく示すため、解析制約条件の絶対値の和を取り、示すこととする。この値は制約条件のスケールリングによって左右されるため、参考値としかならないことに留意する。

表 6.4 を見ると、ペナルティ項の使用が少なくなるほど最終的な評価関数の値は改善した。3 と 4 を比較しても Hessian 近似を用いたほうが評価関数の値がよくなっていることから、局所解からの脱出能力が最終的な評価関数の値の大きさを左右しているものと考えられる。図 6.2 にそれぞれの手法の各イテレーションの評価関数の値を、図 6.3 に制約条件の絶対値の和を、図 6.4 に設計更新ベクトルのノルムを示した。

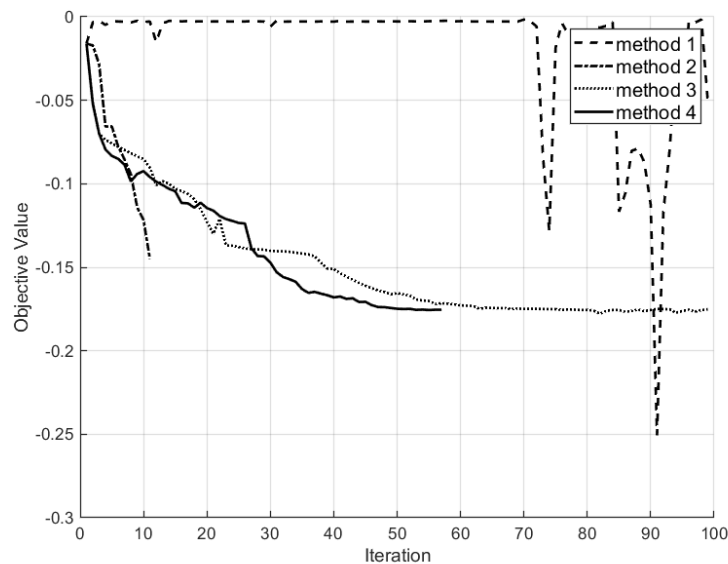


図 6.2 各手法の評価関数の履歴

1 のすべての制約条件をペナルティ項として扱う手法は、初期解からほとんど値が改善していない。これは特定の制約条件の勾配に評価関数の勾配が埋もれてしまっているためであり、ペナルティ関数の重み調整の難しさの証左である。この状態では、特定の制約条件を満たした

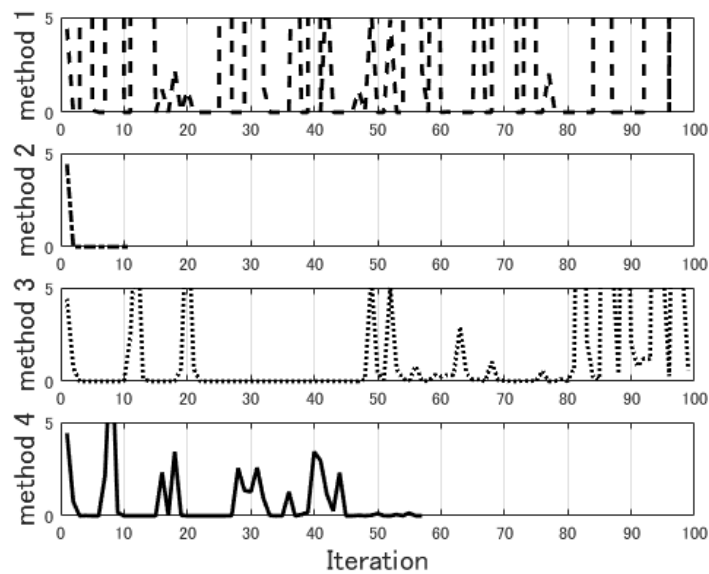


図 6.3 各手法の制約条件の絶対値の和の履歴

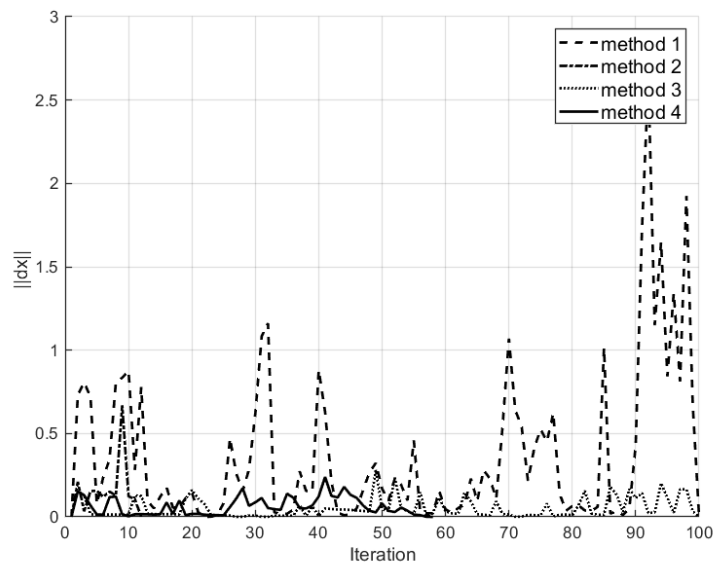


図 6.4 各手法の設計更新ベクトルの二乗ノルムの履歴

状態での探索となり、最適化が実行できているとは言い難い。

他方解析制約条件のみペナルティ項とした2の手法は、ある程度のところまで最適化が進行している。1に比べてペナルティ項が減ったため、さらに軌道制約条件が適正な重みで運用されているため、大きな破綻が起きにくく、最適化を進めることができたものと考えられる。しかしながら、2の手法は他の手法に比べて著しく短いイテレーションで最適化が終了している。これは制約条件とペナルティ項の相互干渉により、更新ができなくなってしまったものと

考えられる。これは最適化において、制約条件は違反が許されないのに対し、ペナルティ項は違反が許されることが原因である。すなわち、制約条件に若干の違反がある解に更新された後の設計更新の最適化において、制約条件充足のために設計更新ベクトルが0ベクトルになることは許されないが、それによって得られた解がペナルティ項に違反し、解の改善ができなくなってしまうことから、正規化パラメータが大きくなっていき、最終的に早い段階で解更新が止まってしまう。この現象は提案手法においても起こりうる現象であるが、軌道制約条件と解析制約条件をともに最適化の制約条件として扱うことで、この現象は起こりにくくなっている。加えて、提案手法では、厳密なメリット関数を用いることで、少しでも制約条件の改善が見られた場合には解が更新できるよう工夫してある。

2と3を比較すると、最終的な評価関数値に違いがある。一般にペナルティ関数法では、感度の大きい制約条件を満たすように収束すると言われており、今回の結果もこれを支持していると考えられる。

3と4の比較において、4はL-BFGS法によって制約条件の二階微分まで考慮されており、制約条件の取扱いにおいて3より高い精度を持つものと考えられる。制約条件を高精度にとられえることができていることから、3の手法は最適化終盤において解が振動してしまっており、二階微分の近似による制約条件の高精度な取り扱いが最終的な収束速度に影響しているのは間違いない。

ペナルティ関数法はうまくパラメータの調整を行えば2のようにある程度優秀な解を得ることも可能であるが、3,4の定式化には必要のないペナルティ関数の重み調整が必要である等デメリットが多く、可能であれば随伴変数法によって厳密かつ自動的にパラメータを求めていくのが良いものと考えられる。

図6.5から図6.12にそれぞれの手法で得られた解の形状を示した。

ここで、マッハ0.3、迎角5degでの解析結果より考察を進めてみる。より深く考察をするために、sparseLLTを用いて、揚力線理論による揚力係数・抗力係数の推算と循環分布の図示を行った。これを表6.5に示す。図6.13を見ると、ある程度良い解が得られた手法2から手法4までの循環分布は比較的一致した分布を示しており、ある循環分布に向かって最適化が進んでいったものとみられる。表6.5を見ると、手法番号が大きくなるにつれて飛行機効率が改善しており、より楕円循環分布に近づける方向で最適化が進んでいったことは間違いない。また、巡航フェーズの揚抗比の時間平均、およびバッテリー重量についても手法番号が大きくなるにつれて大きくなっており、手法番号の大きさと最適化の進行度は比例していると考えられる。

考察のため、簡単な解析モデルを用いて、揚抗比 L/D やバッテリー重量 m_B から航続距離 R_D を求めてみる。エネルギー総量 E と抗力 D による外力仕事は等しいから

$$E = DR_D/\eta_{prop} \quad (6.23)$$

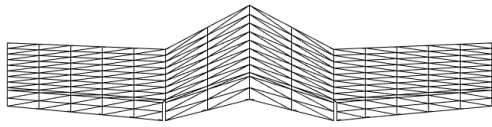


図 6.5 手法 1 による解の上面図

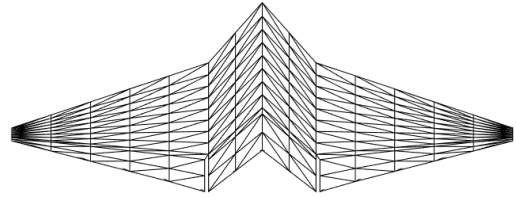


図 6.6 手法 2 による解の上面図

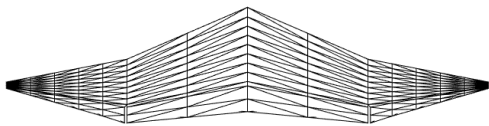


図 6.7 手法 3 による解の上面図

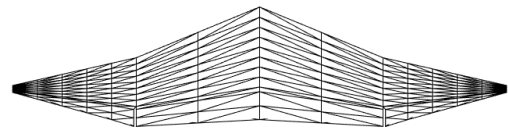


図 6.8 手法 4 による解の上面図

エネルギー総量はバッテリー重量に比例するから

$$E = \rho_e m_B \tag{6.24}$$

水平飛行を仮定した際の抗力は揚抗比を用いて表現できるから

$$DR_D / \eta_{prop} = \frac{mgR_D}{(L/D)\eta_{prop}} \tag{6.25}$$

したがって航続距離 R_D は

$$R_D = \frac{(L/D)\eta_{prop}\rho_e}{g} \left(\frac{m_B}{m} \right) \tag{6.26}$$

これより、航続距離は揚抗比とバッテリー重量の積に比例する。したがってこれらの積の値が最も大きくなる手法番号 4 は、解析的に見ても最適化がよく進んでいることがわかる。

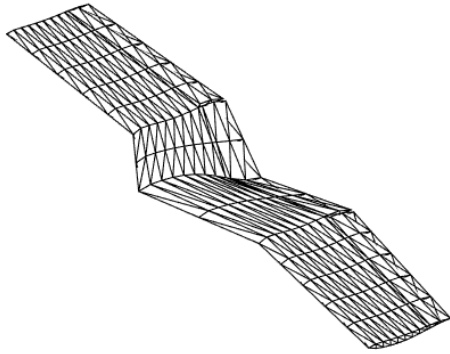


図 6.9 手法 1 による解の等角投影図

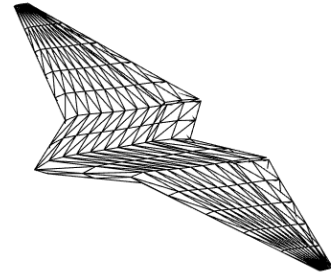


図 6.10 手法 2 による解の等角投影図

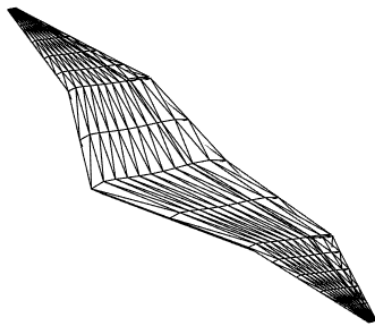


図 6.11 手法 3 による解の等角投影図

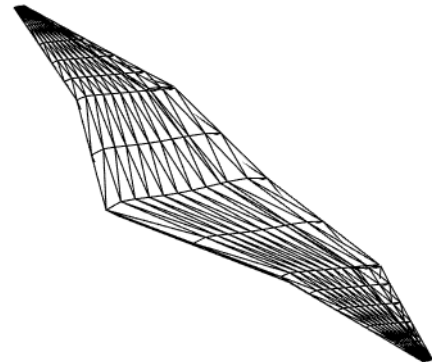


図 6.12 手法 4 による解の等角投影図

表 6.5 それぞれの手法の評価関数値と制約条件の絶対値の和

手法番号	飛行機効率	巡航フェーズの揚抗比時間平均	バッテリー重量 (kg)
1	0.8694	15.0840	0.6337
2	0.9686	14.4127	1.9475
3	0.9832	15.6294	2.2008
4	0.9845	15.6604	2.2115

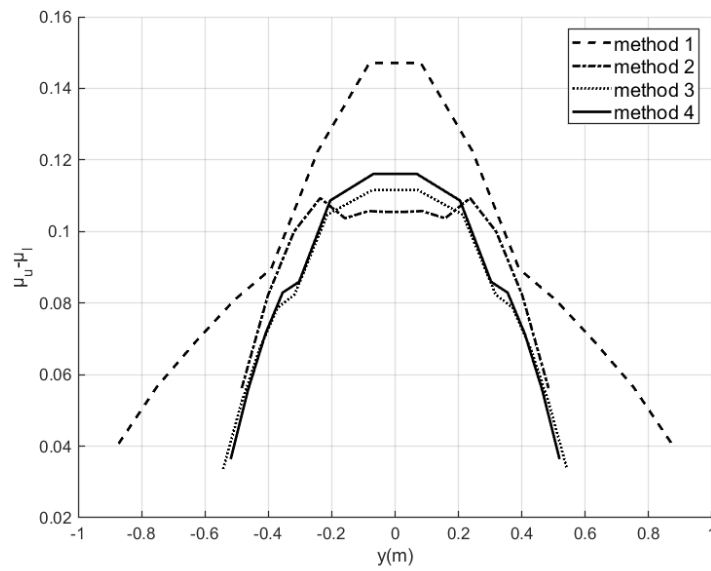


図 6.13 各手法による解の循環分布

第7章

予冷ターボジェットエンジンを用いた極超音速ビジネスジェットの設計

7.1 はじめに

東京にいるあなたは、早朝に家のドアを開け、空港に向かう。モノレールの車窓から、細長い扁平な機体が、滑走路を蹴って離陸するのを見るだろう。ターミナルでチェックインし、機体に乗れば、10時にはサンフランシスコに降り立っている。仕事を済ませ、5時にサンフランシスコを出れば、何とか夕食には間に合うだろう。こんな慌ただしい出張を、極超音速旅客機は可能にする。大西洋横断・太平洋横断を2時間から3時間で実現する極超音速旅客機は、時間と価格のうち、時間を重視する顧客に向けたソリューションであり、今まで不可能であったことを実現するという意味では、社会に大きな変革をもたらさうる技術である。極超音速旅客機の実現のためには、極超音速巡行における揚抗比の改善のほか、離着陸の容易さ、軽量の構造・熱防護の実現など、クリアしなければならない技術的課題は多い。特にこれらの技術的課題は複雑に連成しており、一つ一つに特化した設計解では全く成り立たない。そういった意味で極超音速旅客機は複合領域最適化の最良の適用例であり、この章では、提案する複合領域最適化のベンチマークとして、そして極超音速機の機体設計として、これら二つの側面からアプローチする。

7.1.1 極超音速航空機における燃料の選定

今回の最適化では燃料の種別として液化天然ガス (LNG) を用いることを想定する。しかしながら、極超音速航空機の燃料種別の選定は、機体形状やエンジン種類と同等かそれ以上に重要な要素である。ここで、代表的な3種の燃料について、特徴をまとめておく。

表 7.1 各種燃料の物性値

燃料種別	密度 (kg/m ³)	低位発熱量 (MJ/kg)	タンク圧力 (MPa)
液体水素	70.8	120	0.5
炭化水素 (ケロシン)	807	44	0.1
液化天然ガス	470	46	0.3

液体水素燃料

極超音速航空機にて想定される燃料種別で最も一般的なものは液体水素燃料 [48] であろう。液体水素燃料は燃料密度が小さく、かつ重量エネルギー密度が大きいため、エンジンの比推力が非常に大きくなるという特徴がある。特に水平離陸を行う必要のある極超音速航空機においては、燃料の密度が小さいことによる機体サイズの大型化が離陸の制約条件を緩和する方向となるため、垂直離陸のロケット等に比べてデメリットが大きくない。ところが、液体水素燃料は保管・取り扱い・入手性に問題があり、後述の炭化水素燃料に比べて液体水素供給のインフラが整っているとは言い難い。

炭化水素燃料

炭化水素燃料は現在において最も一般的な航空燃料であり、取扱の容易さ、タンク設計の自由度、燃料密度の大きさどれをとっても扱いやすい燃料であるといえる。ところが極超音速航空機においては、燃料密度の増大によって離陸制約が厳しくなる他、重量エネルギー密度が液体水素に比べて小さく、エンジンの比推力は小さくなる傾向にある。これにより機体の航続距離は一般に液体水素燃料を用いた場合よりも短くなる。

液化天然ガス燃料

液化天然ガス燃料は、液体水素燃料と炭化水素燃料のほぼ中間の性質を持つといってよい。ただし、液化天然ガスも液体水素と同様に高圧のタンク設計を行わなければならない、取扱の面では炭化水素燃料に劣る。

表 7.1 に燃料の物性値を比較した。今回の最適化においては液化天然ガスを想定したが、これは性能と取り扱いのたやすさの妥協点だからである。性能的に炭化水素燃料での実現の見通しが立てば、炭化水素燃料を用いるのが最良であろう。

7.2 機体形状定義

図 7.1 に機体の空力形状パネルを、図 7.2 に機体の内部構造のパネルを示す。

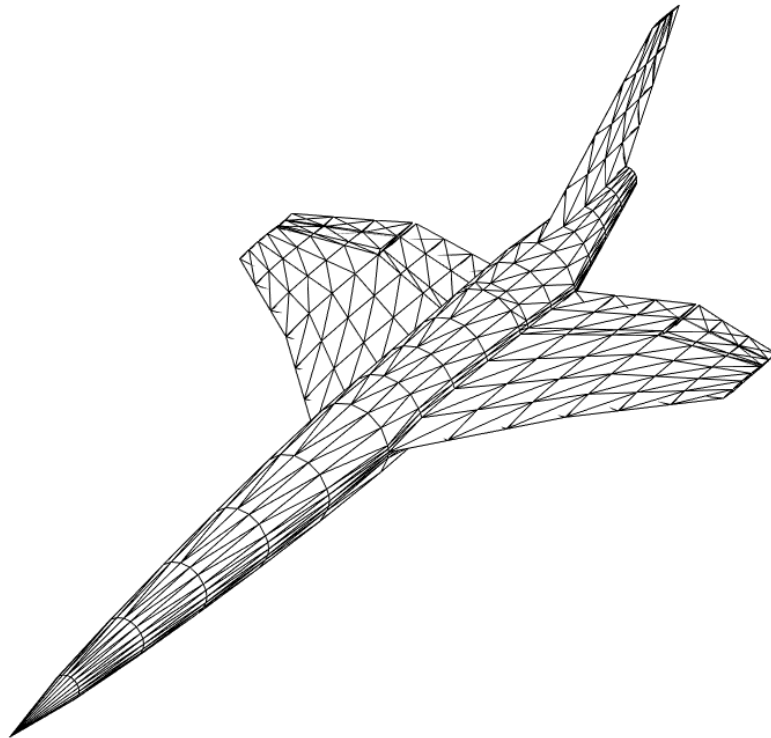


図 7.1 機体の空力形状パネル

機体の空力形状はおよそ LV-Haack 形状 [49] をノーズコーンに持つ円筒胴体と、ダブルデルタ翼の組み合わせによって設計する。ただし、胴体形状は厳密に円筒胴体ではない。図 7.3 にあるように翼根の翼断面と胴体の接続には、円の接線を用いて形状を定義する。

また、翼根前縁部の位置と胴体の半径が一致しない場合、LV-Haack ノーズから離れるが、図 7.4 のように機首に向かって円形断面にモーフィングさせることで、ノーズ形状を定義する。

翼形状はダブルデルタ翼であり、図 7.5 のように翼弦長の変化するスパン方向位置での翼型・翼弦長・取付角を指定することで定義する。指定した翼断面以外は線形補間によって定義される。

翼型は NACA 4digit 系列の翼厚分布と 5 次多項式によって定義されるキャンバーの足し合わせによって表現する。翼厚分布を表現する式は NACA4 系列の翼厚分布を用い、キャンバーを定義する多項式は、PARSEC 法 [46] を応用した手法により定義した。

翼の構造は、スキンのほかにリブおよびスパーを用いて構造を構成する。エレボンを設ける

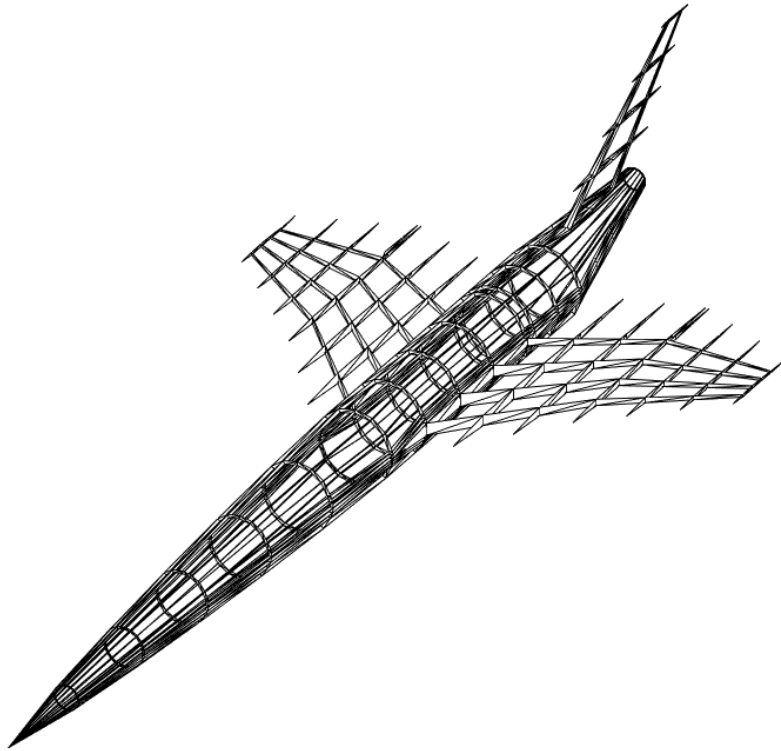


図 7.2 機体の内部構造パネル

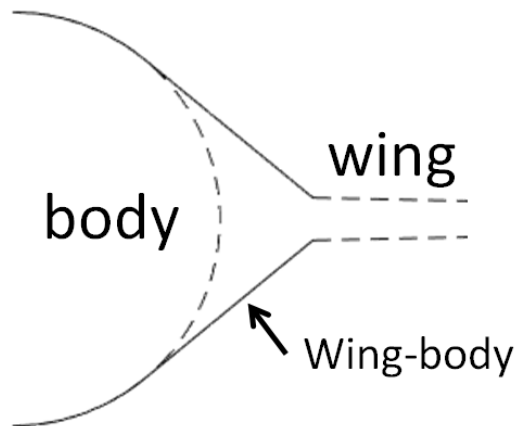


図 7.3 翼動結合部の形状設計

ための切り欠きは、内翼と外翼の境目に設けることとした。

胴体の構造は、スキンのほかストリンガーとリブを設けた。ストリンガーとリブの幅はその断面での胴体直径に比例するとしてモデル化を行った。

構造解析の境界条件としては機体の対称面に存在する節点の変位を固定することとした。本来であれば重心において変位を固定し、機軸方向のたわみや応力も考慮すべきであるが、今回

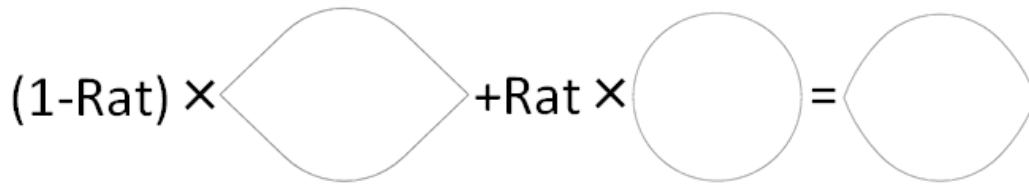


図 7.4 ノーズ形状のモーフィングによる定義

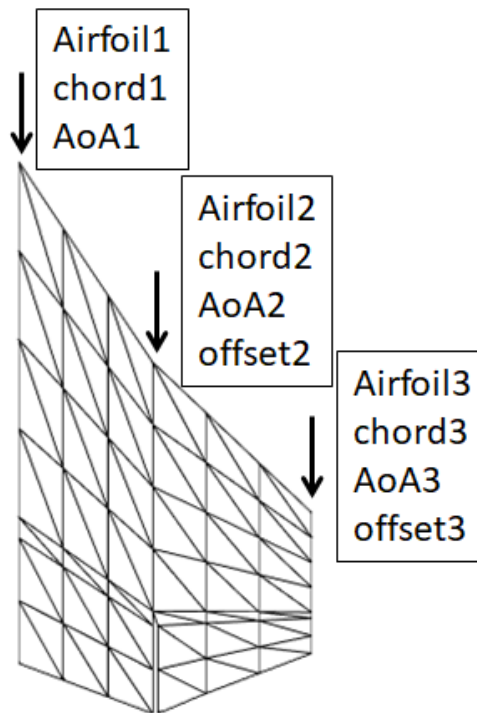


図 7.5 ダブルデルタ翼平面系の定義

は翼における揚力の変位が支配的と考えられるため、この境界条件を用いて計算を行った。

7.3 機体構造材料定義

機体構造には、炭素繊維強化プラスチックを想定し、材料物性を設定した。表 7.2 に設定した物性値を示す。

7.4 設計変数の一覧と上下限

表 7.3 に設計変数の一覧と上下限を示す。これらの設計変数は、胴体径を 0.14 と固定した場合における各種定義に必要な値を記している。機体全体の相似比については軌道最適化変数

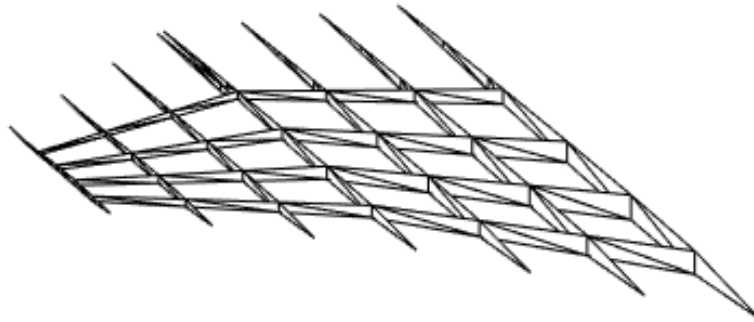


図 7.6 翼内部構造

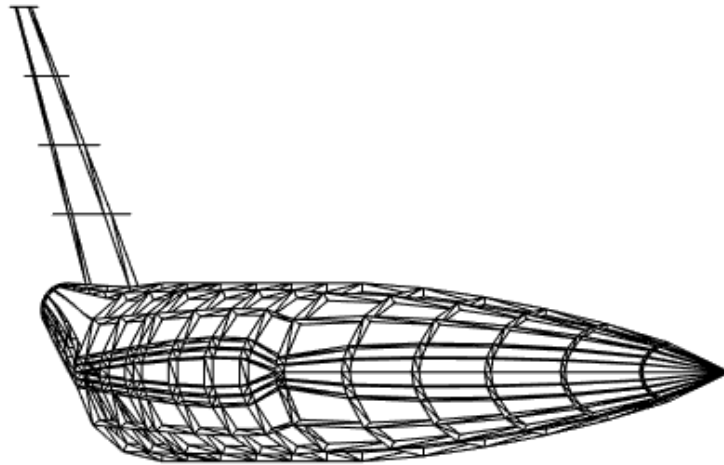


図 7.7 胴体内部構造

の中に機体相似比として定義されている。

7.5 予冷ターボジェットエンジン

予冷ターボジェットエンジン [50] はインテークにて圧縮した気流をコアとなるターボジェットエンジンに導入する前に、液体水素 (燃料) 等の低温流体を用いた予冷却器を通すことで高温の圧縮気流を冷却する極超音速向けエンジンである。一般にエンジンの限界マッハ数はコンプレッサーストールとタービンの熱的限界によって決定されるが、予冷却を行うとタービンの熱負荷を抑えることができ、作動限界マッハ数を向上させることができる。今回の計算に用いた予冷ターボジェットエンジンは、高度の制限はあるもののマッハ 6 まで使用できる。

使用する燃料は液化天然ガス (LNG) を想定した。

表 7.2 想定した材料の物性

物性値	値	単位
ヤング率	215.7	GPa
密度	1600	kg/m ³
降伏応力	1667	MPa

エンジンの推力の値は近似的にはインテーク入口面積に比例する。従って事前に計算された推力/インテーク入口面積比と比推力の値を用いて、RBFN により応答曲面を作成し、軌道最適化に導入することとした。図 7.8 と図 7.9 に用いた予冷ターボジェットエンジンの性能に関する応答曲面を記した。また、インテークの入口面積は $1.68m^2$ に固定した。

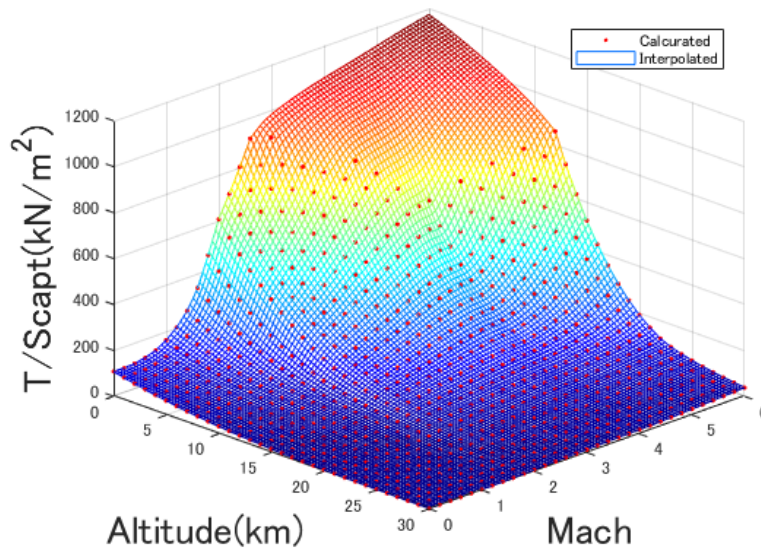


図 7.8 予冷ターボジェットエンジンの単位入口面積当たりの推力を表す曲面

今回の複合領域最適化においては、この予冷ターボジェットエンジンを 2 発搭載する。エンジンの搭載位置は主翼翼根の前縁と後縁を基準に、その中間点に各エンジンの重心が一致するとした。

また、予冷ターボジェットエンジンの重量推算については、以下のモデル [5] を使用して、

表 7.3 設計変数の一覧と上下限

記号	意味	初期値	下限	上限
NL	ノーズ長さ	2.2	1.0	5.0
SS	セミスパン	0.9	0.7	1.5
SD	内翼外翼分割点	0.5	0.2	0.9
C1	翼根翼弦長	1.2	0.5	5.0
T1	内翼テーパー比	0.7	0.3	1.0
T2	外翼テーパー比	0.4	0.3	1.0
AA1	翼根取付角	0	-5	5
AA2	内外分割点取付角	0	-5	5
AA3	翼端取り付け角	0	-5	5
OF1	内外分割点オフセット	0.4	0.0	1.5
OF2	翼単オフセット	0.7	0.0	1.5
DH	翼取付高さ	0.0	-0.06	0.06
THN1	翼根翼型翼厚	0.04	0.01	0.10
THN2	内外分割点翼型翼厚	0.03	0.01	0.10
THN3	翼端翼型翼厚	0.03	0.01	0.10
CAY1	翼根翼型最大キャンバー	0.00	-0.04	0.04
CAY2	翼根翼型最大キャンバー	0.00	-0.04	0.04
CAY3	翼端翼型最大キャンバー	0.00	-0.04	0.04
TEA1	翼根翼型後縁角	0	-20	20
TEA2	翼根翼型後縁角	0	-20	20
TEA3	翼端翼型後縁角	-10	-20	20
BSTR	胴体中空径/胴体径	0.90	0.60	0.95
STHN	材料厚さ	5.0	0.1	10

インテーク入口面積からエンジンの重量を求められるようにした。

$$\begin{aligned}
 m_{duct} &= 231.9S_{capt}^{0.5834} \\
 m_{ramp} &= 39.72S_{capt}^{0.294} \\
 m_{noz} &= 30.28S_{capt}^{0.985} \\
 m_{pc} &= 772.7S_{capt} \\
 m_{core} &= 928.6S_{capt} \\
 m_{pte} &= rf(m_{duct} + m_{ramp} + m_{noz} + m_{pc} + m_{core})
 \end{aligned} \tag{7.1}$$

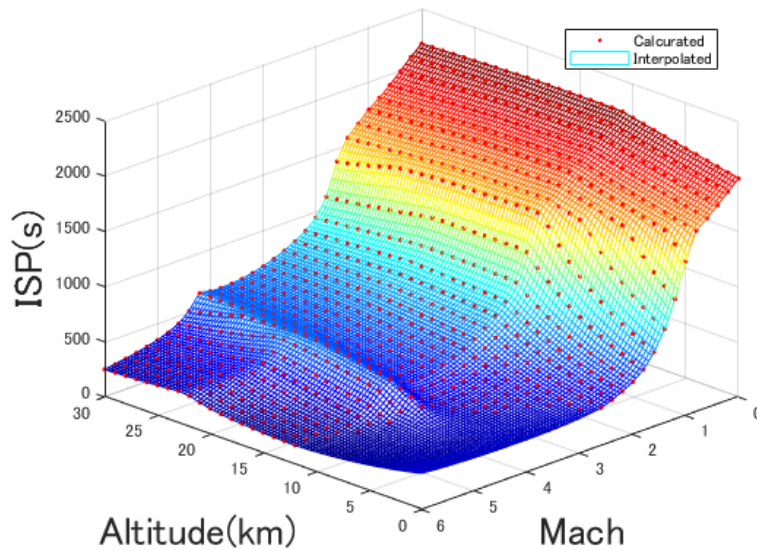


図 7.9 予冷ターボジェットエンジンの比推力を表す曲面

rf の値は入口面積が $0.42m^2$ であった場合の予冷ターボジェットエンジンの重量が 1323kg であるという設計結果があるため、その値に合うように定める。これに従って、rf の値は 1.4733 とした。インテークの入口面積は $1.68m^2$ であるから 1 発あたりのエンジン重量は 4816kg である。

また、使用燃料が液化天然ガスであるため、燃料タンクを加圧し、液化状態を保たなければならない。今回の最適化においては燃料タンクの圧力を 3 気圧に保つとし、圧力容器の設計法 [51] を参考にタンクの肉厚を決定した。

7.6 ペイロードと評価関数

ペイロードは、平均的な体重の人間をキャビンに 10 人搭載することを想定し、シート等の重量も含めて 1000kg とした。ペイロードの重心はキャビンの重心と一致するとし、キャビンの重心はキャビン位置における中心点とした。

評価関数は、航続距離の最大化とする。すなわち、軌道最適化開始時刻から終端時刻まで飛行した総距離である。

7.7 変数とその上下限

表 7.4 に軌道最適化における変数とその上下限を示す。

表 7.4 軌道最適化変数の記号と意味

	記号	意味
状態変数	h	高度
	v	速度
	fpa	飛行経路角
	R_D	ダウンレンジ
	m_i	i 番目の燃料タンク重量
制御変数	α	迎角
	δe	エレボン舵角
	TP	スロットリングパラメータ
	Gt_i	i 番目の燃料タンクの燃料流量割合
パラメータ変数	HR	機体相似比
	m_{dry}	機体ドライ重量
	T_{max}	一発あたりの最大推力
	$m_{fuelto0}$	離陸時の搭載燃料
	X_{tank_i}	i 番目の燃料タンクの区切り位置

7.8 運動方程式

運動方程式は航空機の縦長周期運動のみを取り扱った二次元質点運動方程式 [47] である。

$$\begin{aligned}
 \frac{dh}{dt} &= v \sin(fpa) \\
 \frac{dv}{dt} &= (T \cos(\alpha) - D)/m - g \sin(fpa) \\
 \frac{dfpa}{dt} &= (L + T \sin(\alpha))/(mv) - g \cos(fpa)/v \\
 \frac{dR_D}{dt} &= v \cos(fpa) \\
 \frac{dm_i}{dt} &= -G_i
 \end{aligned} \tag{7.2}$$

ここで m_i は各燃料タンクの質量、 G_i は各燃料タンクの燃料使用量とする。今回の最適化のように、軌道計画を取り扱うような問題の場合、縦の短周期運動を取り扱っていると、問題が stiff になり、収束性が著しく悪化する。これは軌道計画問題と縦短周期運動のタイムスケールが大幅

に異なることが原因である。[52] 縦短周期運動についてはモーメントのつり合い条件と静的トリム条件を制約条件に加えることで、運動を凍結して取り扱うものとする。

7.9 軌道制約条件

7.9.1 フェーズ分割

1:離陸フェーズ

離陸フェーズは離陸から 10 分以内とし、マッハ数は 1 以下とした。またこのフェーズにおいては、迎え角を 0deg から 10deg までとることができる。

2:巡航フェーズ

巡航フェーズは区間の飛行時間を 120 分以内とし、マッハ数の制限はない。またこのフェーズにおいては、迎え角を 0deg から 5deg に制限されている。これは後述する構造解析の主流条件によるもので、極超音速域で高迎角飛行を行わないことで構造の制約条件を緩和している。

3:着陸フェーズ

着陸フェーズは区間の飛行時間を 10 分以内とし、終端時刻を 120 分以内に制限している。マッハ数は 1 以下に制限されている。またこのフェーズにおいては、再び迎え角を 0deg から 15deg まで取ることができる。このフェーズの終端飛行距離が評価関数である航続距離とする。

7.9.2 キャビン・燃料タンクに関する制約

燃料タンクは 4 個に分割され、前述のように各燃料タンクの流量割合が制御される。これらにキャビン想定 of 仮想タンクを加えた 5 つのタンクの開始位置・区切り位置・終了位置がパラメータ変数として含まれている。このときタンクの開始位置は機体全長の 5% より後方、終了位置は 95% より前方になるよう、制約条件を課した。また、キャビン想定 of タンクの容積が 30 m³ 以上、タンク直径が 2.5m 以上になるように制約条件を課した。また、タンクの容積が負にならないような制約も課している。これらをまとめると

$$\begin{aligned}
 X_{tank_1} &\geq 0.05 \\
 X_{tank_5} &\leq 0.95 \\
 Vol_{cabin} &\geq 30 \\
 Dia_{cabin} &\geq 2.5 \\
 diff(X_{tank}) &\geq 0
 \end{aligned} \tag{7.3}$$

7.9.3 離陸・巡航・着陸に関する制約

離陸条件としてマッハ 0.3 以下において荷重倍数 1 以上を実現することを課した。着陸は高度 100m にてマッハ 0.3 以下となることとした。前述のとおり飛行時間の制約条件として、離陸から着陸までの時間を 120 分に制限した。これらをまとめると

$$\begin{aligned}
 h_0^{(1)} &= 0 \\
 Mach_0^{(1)} &\leq -0.3 \\
 nlf_0^{(1)} &\geq 1 \\
 h_f^{(3)} &= 100 \\
 Mach_f^{(3)} &\leq -0.3 \\
 (t_f^{(1)} - t_1^{(2)})/60 &\leq 10 \\
 (t_f^{(2)} - t_0^{(2)})/60 &\leq 120 \\
 (t_f^{(3)} - t_3^{(2)})/60 &\leq 10 \\
 t_f^{(3)}/60 &\leq 120
 \end{aligned} \tag{7.4}$$

また、飛行高度は予冷ターボジェットエンジンの使用高度制限から、飛行中は高度 30km を超過しないように制約を加えた。

$$0 \leq h \leq 30000 \tag{7.5}$$

7.9.4 機体の安定性に関する制約

機体の安定性については、タンクや機体、各コンポーネントの重量から求められる重心位置まわりにおいて、縦揺れモーメント係数の値が 0、静安定余裕 H_{margin} となる条件を課した。静安定余裕を求めることに使用する空力係数の微係数は空力係数応答曲面の微係数を解析的に求めることによって計算した。

$$\begin{aligned}
 Cm_{cg} &= 0 \\
 H_{margin} &= \frac{-Cma_{le}}{CLa} \geq 0
 \end{aligned} \tag{7.6}$$

7.9.5 荷重倍数に関する制約

荷重倍数に関する制約は、飛行経路において軸方向の荷重倍数、垂直方向の荷重倍数ともに $\pm 0.5G$ を超えないことを制約とした。すなわち

$$\begin{aligned} -0.5 &\leq n_{ga} \leq 0.5 \\ 0.5 &\leq n_{lf} \leq 1.5 \end{aligned} \quad (7.7)$$

7.9.6 エンジンに関する制約

飛行経路において動圧が 50kPa、1 発あたりの推力が最大推力値 T_{max} を超えないことを制約条件として課した。 T_{max} は推力支持構造の重量を推算する際に使用され、その重量は T_{max} に比例する。従ってその軌道中のエンジンの最大推力に合わせて T_{max} が設定され、推力支持構造の重量推算に使用される。

$$\begin{aligned} Q &\leq 50000 \\ T &\leq T_{max} \end{aligned} \quad (7.8)$$

7.9.7 機体構造重量に関する制約

機体構造重量の推算は、機体形状については各パネルの密度と面積の積を積分したものをを用いた。すなわち

$$m_{af} = \int \rho_m dA \quad (7.9)$$

また、それ以外のコンポーネントについては HASA[20] を参考に重量推算を行った。推力支持構造の重量は

$$m_{thrua} = (0.00625 \frac{T_{max}}{2g_0} + 31.3) N_{engine} \quad (7.10)$$

脚重量は

$$m_{gear} = 0.0101 m_{to}^{1.124} \quad (7.11)$$

装備品重量は

$$m_{equip} = 0.01 m_{to} \quad (7.12)$$

電装品重量は

$$m_{gear} = 1.058 (m_{to}^{0.5} C_{ref}^0)^{.25} \quad (7.13)$$

アビオニクス重量は、近年のコンピュータおよび MEMS センサの急速な発達を鑑み、HASA による統計推算式を用いるのではなく固定値として

$$m_{avics} = 50 \quad (7.14)$$

とした。上記の重量とエンジン重量、ペイロード重量を足し合わせたものがドライ重量となる。

$$m_{dry} = m_{af} + m_{thrua} + m_{gear} + m_{equip} + m_{avics} + m_{engine} \quad (7.15)$$

機体構造重量の重心位置は、各パネルの中心位置を用いて

$$cg_{af} = \frac{\int \rho_m r dA}{m_{af}} \quad (7.16)$$

と計算できる。

エンジンと推力支持構造の重心位置は、翼根翼断面の中心に設定した。また、燃料タンクの重心位置はその位置における中心に設定した。それ以外の重心位置は、機体構造とエンジン・推力支持構造、燃料タンクによって求めた重心位置にあるものとした。

7.10 解析制約条件

提案するアルゴリズムの特徴として、機体に分布した物理量を複合領域最適化の制約条件に含めることができる。今回の最適化では、表 7.5 にまとめた主流条件において、各パネルの Von-Mises 応力と材料降伏応力の比が 1/1.5 となることを課す。

すなわち

$$\frac{\sigma_{VM}^{(i,j)}}{\sigma_{yield}} \leq \frac{1}{1.5} \quad (i = 1, 2(\text{主流条件}), j = 1, 2, \dots, N_{panel}) \quad (7.17)$$

主流条件は最大荷重が機体に付加されるであろう条件として設定しており、それぞれ離陸時、マッハ 4 での高迎角飛行時を想定している。特に後者については、軌道制約条件においてもマッハ 4 での飛行はこの主流条件より厳しい条件にならないよう制約が課されている。一般に設計基準として、想定される最大荷重の 1.5 倍の荷重を終局荷重としてこれに 3 秒間耐えられる設計 [33] を行うが、今回の設定では、終局荷重状態において最大 Von-Mises 応力と降伏応力が一致するとした。

また、最大 Von-Mises 応力を材料の破壊基準に選定したが、特に炭素繊維複合材量を材料に選んだ場合、複数の破壊基準 [40] が存在する。炭素繊維複合材量の破壊基準として最も一般的な基準は Thai-Wu の破壊基準とされているが、今回の最適化においては、より汎用的な材料の破壊基準である最大 Von-Mises 応力基準を用いて最適化を行った。

表 7.5 解析制約条件における主流条件

解析想定ケース	マッハ数	迎え角 (deg)	静圧 (Pa)	静温 (K)
離陸時	0.3	15	101000	300
高高度巡航時	4	5	4464(動圧 50kPa)	216

7.11 予冷ターボジェットエンジンを用いた最長航続距離の解

7.11.1 収束状況

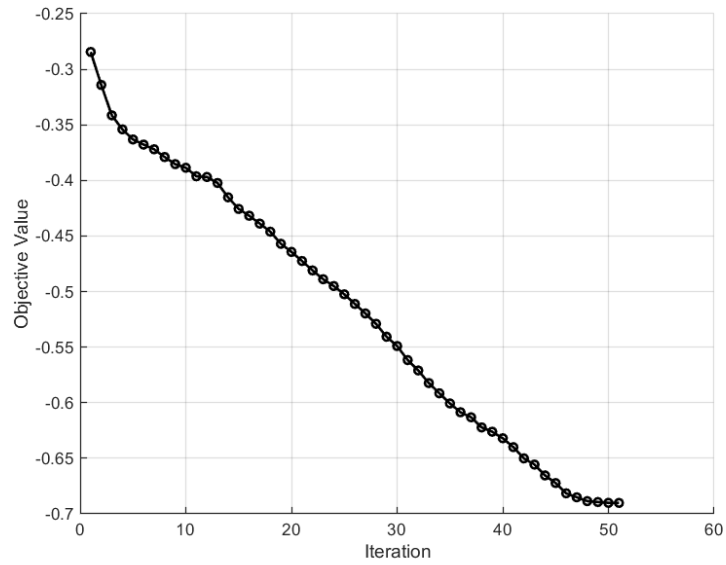


図 7.10 評価関数と設計更新ベクトルノルムの履歴

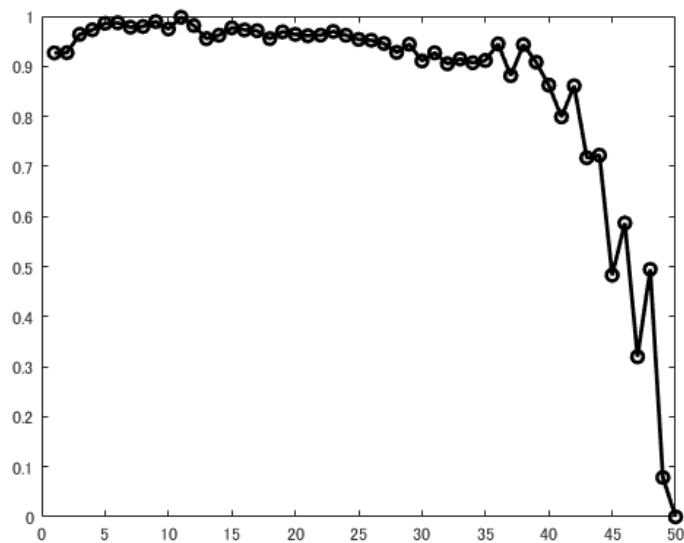


図 7.11 評価関数の収束率の履歴

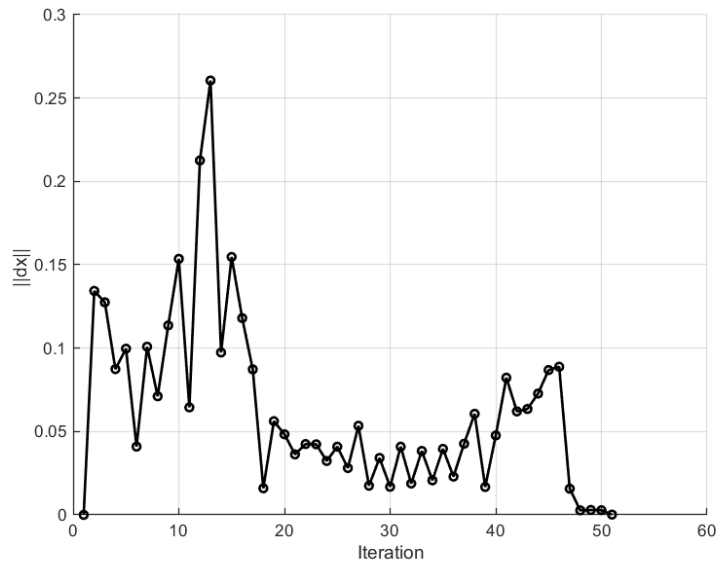


図 7.12 評価関数と設計更新ベクトルノルムの履歴

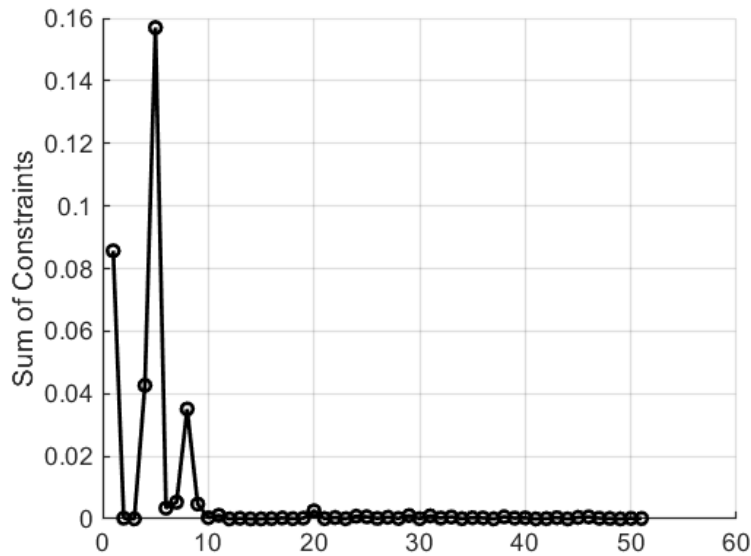


図 7.13 評価関数と設計更新ベクトルノルムの履歴

図 7.10 に評価関数の履歴を示す。51 回目の繰り返しにて、設計変数更新ベクトルのノルムが規定値である 0.0001 以下となり、最適化が完了したものとみなした。図 7.11 に示した収束率の様子を見ると、評価関数値は繰り返しに対して最適化の初期はほぼ線形に減少しているものの、最適化の終盤では超一次的な収束状況を示している。制約条件の違反量は早期に 0 付近に収束しており、明示・非明示随伴方程式法の不等式対処能力が示されている。

7.11.2 最適機体形状と飛行軌道

表 7.6 に最終的に得られた設計変数の値を示す。得られた評価関数値、すなわち航続距離は 6902km であった。

得られた解を見ると内翼テーパー比及び外翼テーパー比が下限値となっており、構造の負担を軽くしようとする傾向が見受けられる。また内外翼分割点の翼型の翼厚が下限値付近におり、分割点においてはできる限り薄翼を目指そうとしていたことがうかがえる。それ以外のパラメータについては範囲の制約条件に抵触しておらず、設定した解の範囲で最適解が得られている。

図 7.14 から図 7.17 に得られた機体形状を示した。

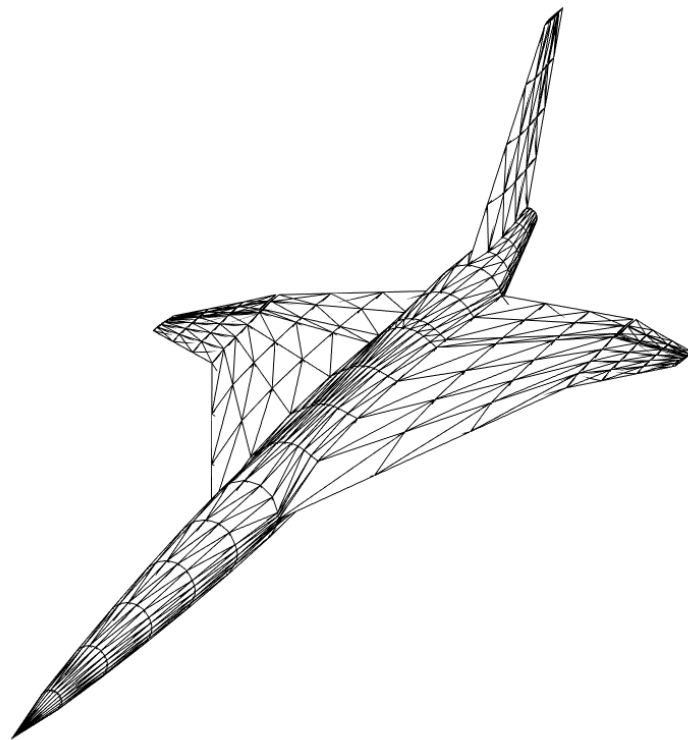


図 7.14 最適機体形状

続いて、表 7.7 に機体重量とその内訳を示した。

また各種サイズを表 7.8 に示す。

図 7.19 から図 7.28 に最適飛行軌道を示した。

機体は大きな翼根翼弦長を持つデルタ翼のような翼を持っており、外翼部分に小さな操舵翼をもつ機体である。形状としては、マッハ 4 での巡航の時間が大きいため、前縁後退角の大きいデルタ翼になっていったものと考えられる。他方極超音速機としては翼面積が大きく、この

表 7.6 最適設計変数

記号	意味	最適値	下限	上限
NL	ノーズ長さ	3.62	1.0	5.0
SS	セミスパン	1.08	0.7	1.5
SD	内翼外翼分割点	0.636	0.2	0.9
C1	翼根翼弦長	3.475	0.5	5.0
T1	内翼テーパー比	0.300	0.3	1.0
T2	外翼テーパー比	0.300	0.3	1.0
AA1	翼根取付角	-0.567	-5	5
AA2	内外分割点取付角	-0.841	-5	5
AA3	翼端取り付け角	3.526	-5	5
OF1	内外分割点オフセット	0.646	0.0	1.5
OF2	翼単オフセット	0.751	0.0	1.5
DH	翼取付高さ	0.002	-0.06	0.06
THN1	翼根翼型翼厚	0.033	0.01	0.10
THN2	内外分割点翼型翼厚	0.011	0.01	0.10
THN3	翼端翼型翼厚	0.042	0.01	0.10
CAY1	翼根翼型最大キャンバー	0.010	-0.04	0.04
CAY2	翼根翼型最大キャンバー	0.003	-0.04	0.04
CAY3	翼端翼型最大キャンバー	-0.006	-0.04	0.04
TEA1	翼根翼型後縁角	1.314	-20	20
TEA2	翼根翼型後縁角	6.608	-20	20
TEA3	翼端翼型後縁角	-3.851	-20	20
BSTR	胴体中空径/胴体径	0.761	0.60	0.95
STHN	材料厚さ	0.752	0.1	10

機体においても離陸と巡航のトレードオフがあるものと思われる。

設計変数を見てみると、翼にはねじり上げおよびねじり下げがある独特の翼設計が行われている。図 7.18 にマッハ 0.3、迎え角 15deg での初期解および最適解の循環分布を示した。初期解に比べて最適解は循環値が大きく、翼で大きな揚力を発生させていることがわかる。また、表 7.9 に初期解と最適解の飛行機効率を示した。初期解から最適解にかけて飛行機効率が改善しており、循環分布の改善のモチベーションが存在していることがわかる。

表 7.7 総重量と各コンポーネントの重量内訳

名称	重量 (ton)
離陸重量	81.82
ドライ重量	14.06
燃料重量	66.53
機体構造	3.11
エンジン (2 発)	9.63
脚	0.51
推力支持構造	0.2
電装品	0.4
アビオニクス	0.05
タンク	0.32
装備品	0.15

表 7.8 機体の各種サイズ

名称	値	単位
サイジング係数	11.04	-
主翼面積	386.37	m^2
全長	88.53	m
スパン	23.87	m
構造部材肉厚	0.83	mm
インテーク入口面積	$1.68m^2$	

表 7.9 初期解と最適解の飛行機効率

解の種類	主翼飛行機効率
初期解	0.946
最適解	0.962

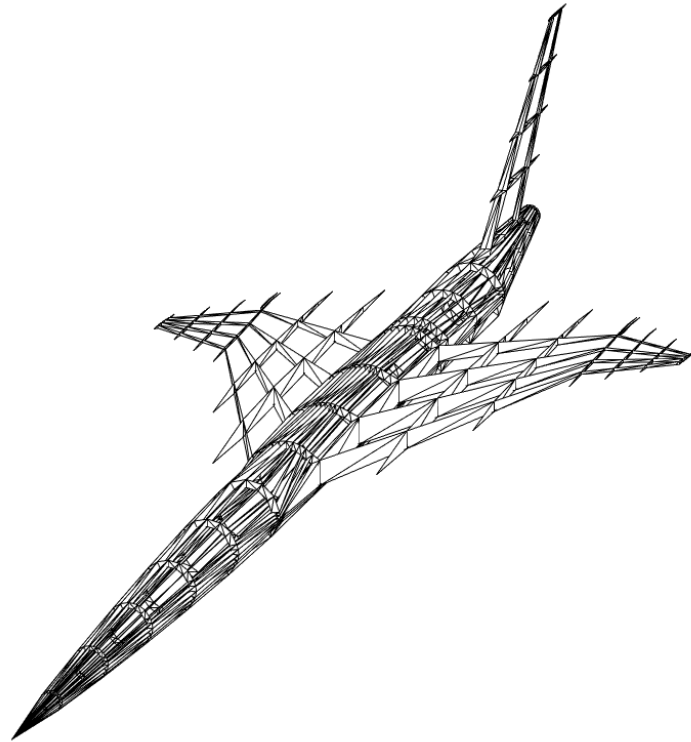


図 7.15 最適機体内部構造

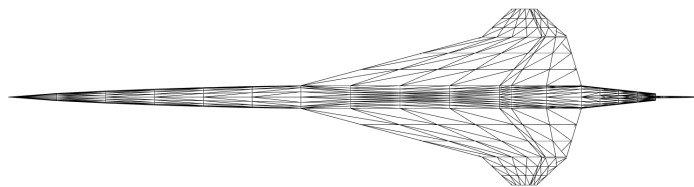


図 7.16 最適機体形状 (上面)

機体重量の内訳をみると、離陸重量のうちほとんどが燃料重量となっており、超音速巡航のための燃料を高空へ運ぶような機体となっている。図 7.21 を見ても燃料消費は極超音速巡航がほとんどを占めており、離陸・着陸のための燃料はあまり使用されていない。機体ドライ重量の重量内訳をみると、その 68% をエンジンが占めている。表 7.8 に示したインテーク入口面積は $1.68m^2$ となっており、比較的大きなエンジンを搭載している。揚力を稼ぐため特に離陸の際に大きなエンジン推力が必要となる。また、機体重量が大きいため、機体が発生する抗力に対抗してマッハ 4 まで加速させる必要があることから、エンジンに翼がついたような機体構成となっている。

続いて機体構造、脚と続いている。表 7.8 に構造部材の肉厚を示した。この値は 0.83mm となっており、一般的なプリプレグを用いた CFRP 機体製作においては約 4 から 5ply であり、

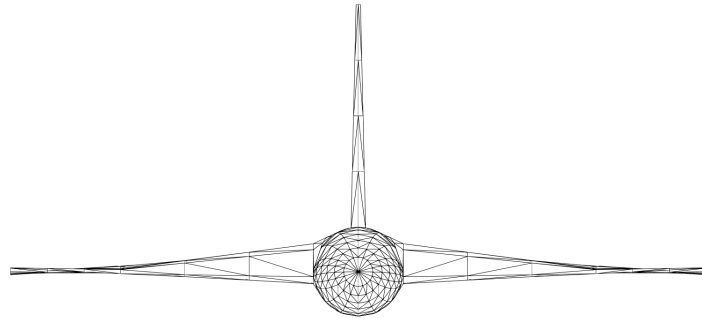


図 7.17 最適機体形状 (正面)

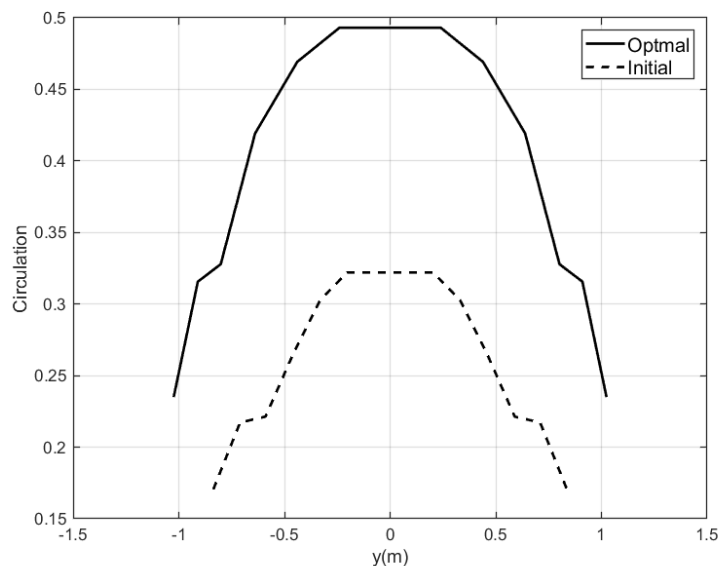


図 7.18 初期解と最適解の翼の循環分布

設計の相場から大きく外れていない。

軌道を具体的に見てみる。図 7.20 を見ているとマッハ 4 での巡航ののち、マッハ 1.8 での巡航を行う二段階巡航を行っている。これは巡航中の高度の制限が活性になっているためにおこる現象であろうと考えられる。燃料の消費によって徐々に軽くなっていく機体において、高度制限を満たすために巡航中には少しずつ機首を下げている。機首下げが大きくなり揚抗比が低下してくると、高度と速度を落とし、もう一度機首を上げて巡航に入る。

図 7.29 に単位速度 (単位時間当たりの距離) あたりの ISP (単位推力当たりの燃料消費量) を示した。このグラフは実際には x 軸をマッハ数、y 軸を高度、z 軸を ISP/v とした 3 次元グラフであり、そのグラフをマッハ数の軸である x 軸から見ている。 ISP/v は単位時間に進む距離あたりの燃料消費率に関する値であり、この値が高いほど燃料消費が少なく効率的に距離を稼ぐことができる。この図を見るとマッハ 4 付近に頂点があり、120 分という飛行時間の制限が

あることを鑑みると、このマッハ数で巡航をできる限り維持することが飛行距離を延ばすうえで重要だと判断できる。

図 7.28 を見ると、離陸時と巡航時において動圧に大きな開きがある。一般に極超音速では高動圧での飛行を行ったほうが機体サイズを小さくでき。有利である。しかしながら不利な選択をあえて行っているところを見ると、やはり離陸と巡航のトレードオフの結果が今回の最適解となったと言える。

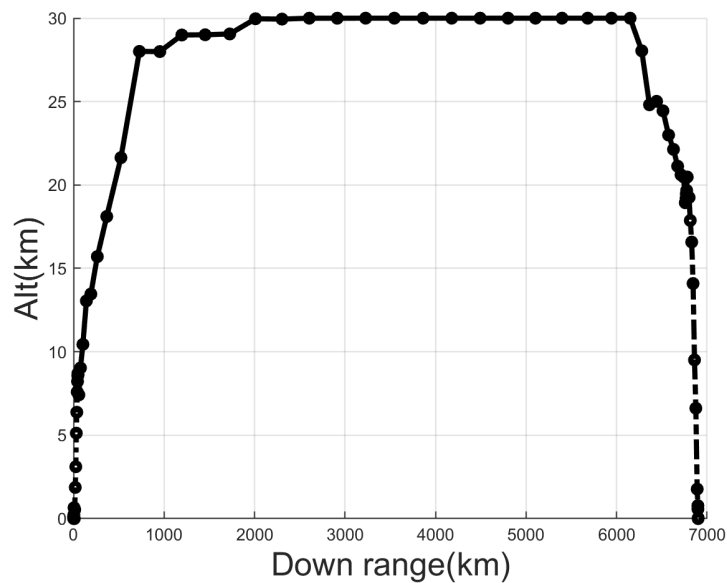


図 7.19 最適飛行軌道におけるダウンレンジと高度

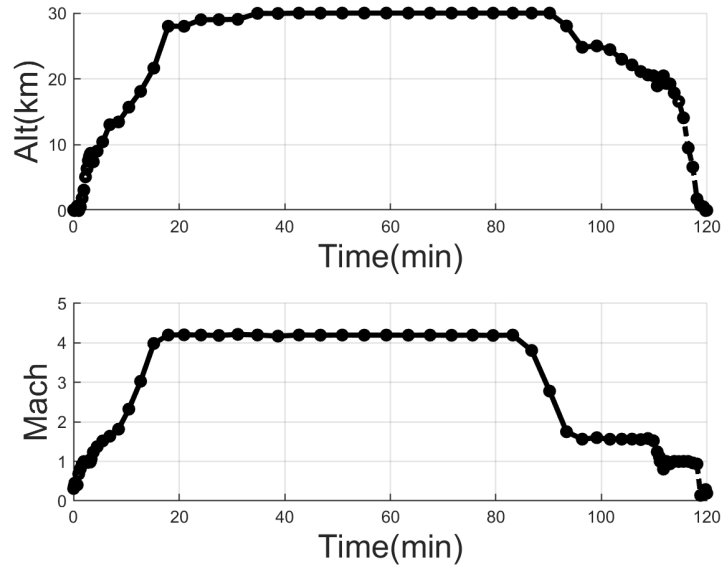


図 7.20 最適飛行軌道における高度とマッハ数の時間履歴

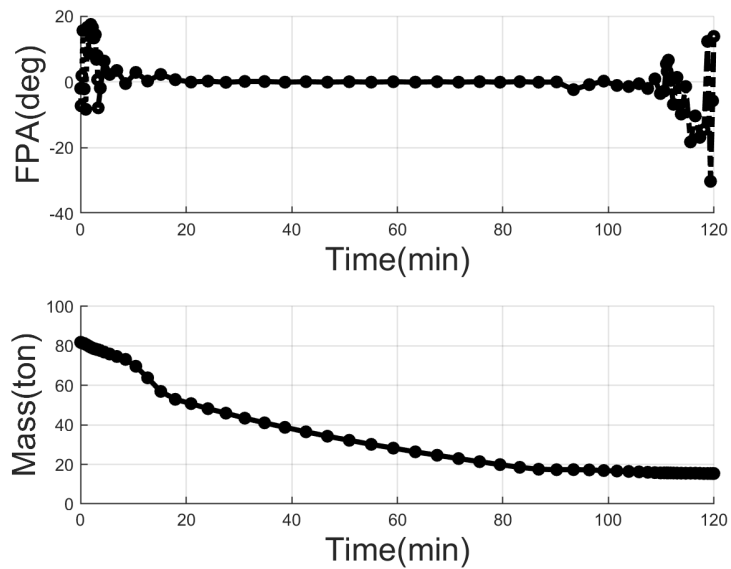


図 7.21 最適飛行軌道における飛行経路角と機体重量の時間履歴

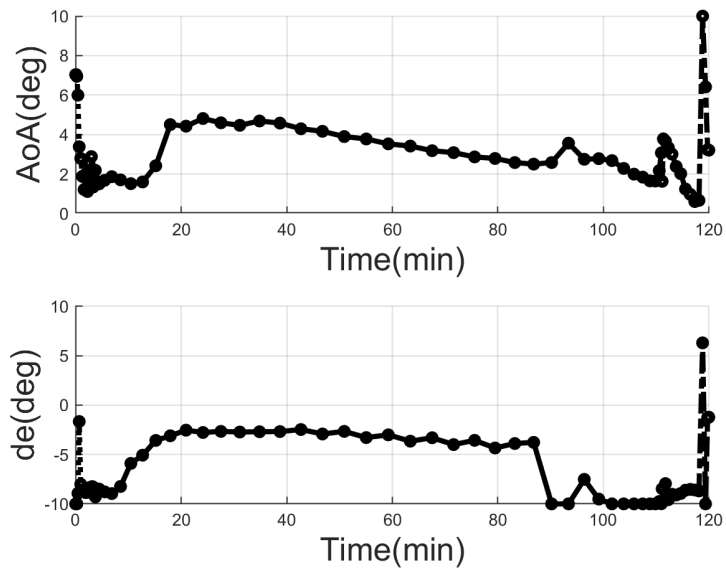


図 7.22 最適飛行軌道における迎え角とエレボン舵角の時間履歴

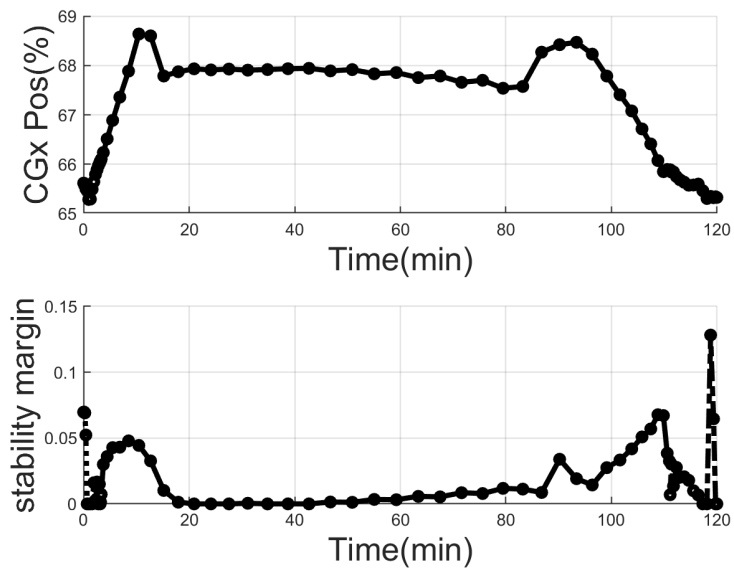


図 7.23 最適飛行軌道における重心位置と静安定余裕の時間履歴

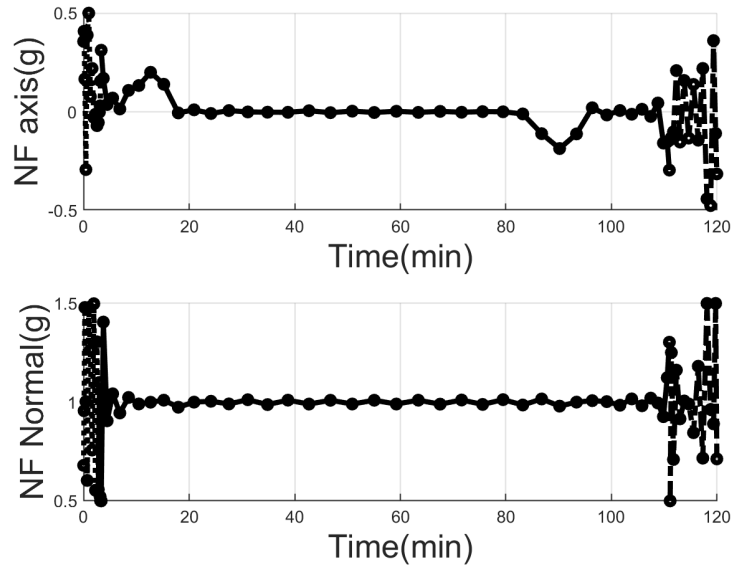


図 7.24 最適飛行軌道における軸方向荷重倍数と垂直方向荷重倍数の履歴

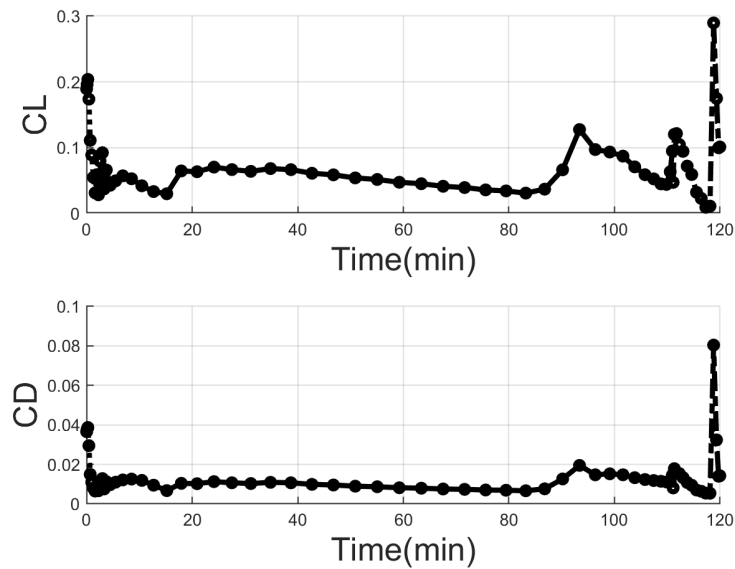


図 7.25 最適飛行軌道における揚力係数と抗力係数の時間履歴

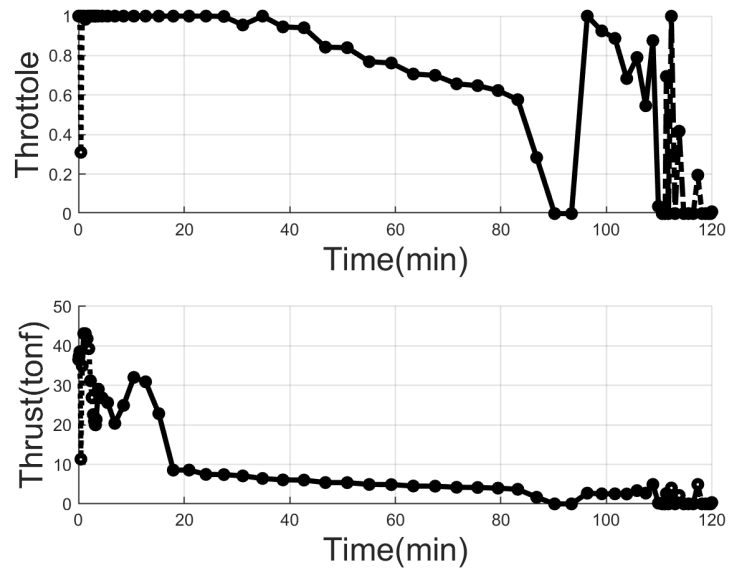


図 7.26 最適飛行軌道におけるスロットルパラメータと推力の時間履歴

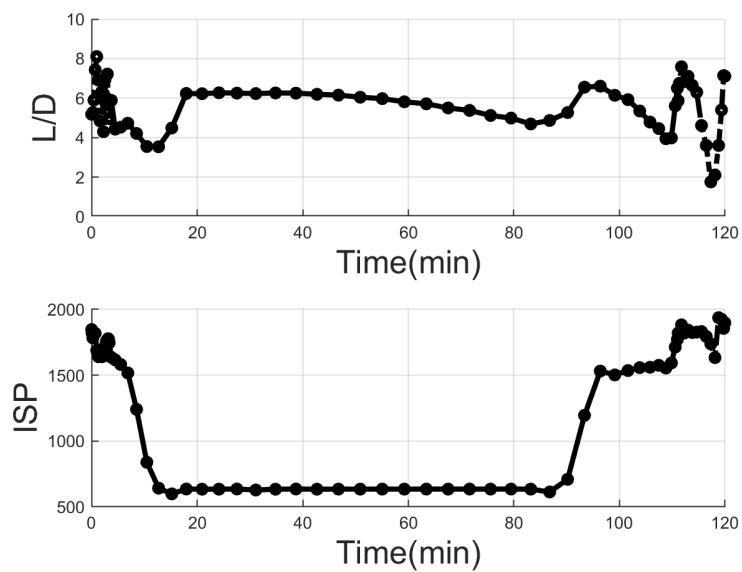


図 7.27 最適飛行軌道における揚抗比と ISP の時間履歴

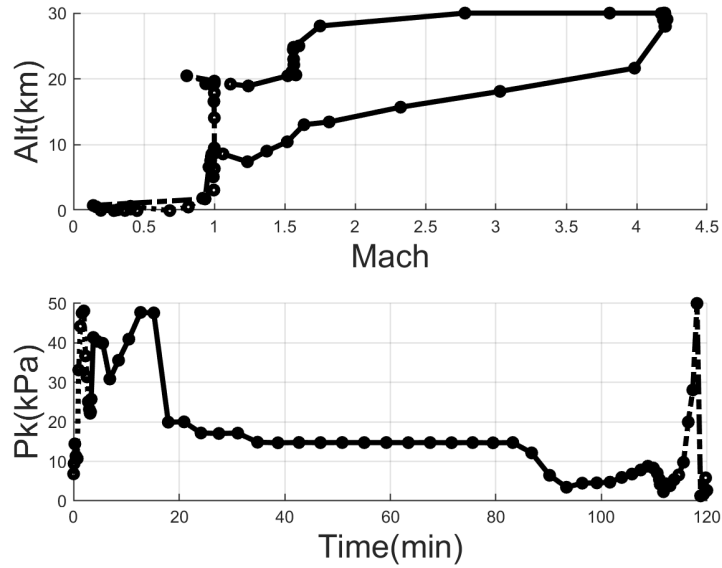


図 7.28 最適飛行軌道におけるマッハ数-高度のプロットと動圧の時間履歴

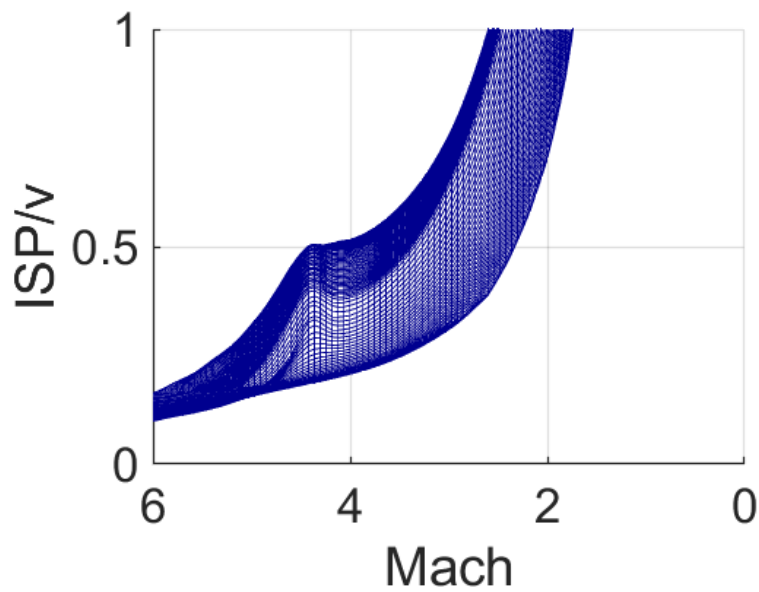


図 7.29 予冷ターボジェットエンジンの単位速度あたりの ISP

7.11.3 連成解析の結果

図 7.30 と 図 7.31 に連成したマッハ 0.3、迎角 15deg での圧力係数分布を、図 7.32 と 図 7.32 に連成したマッハ 4、迎角 5deg での圧力係数分布を示した。これらの図の圧力係数分布に特異な点は見受けられなかった。

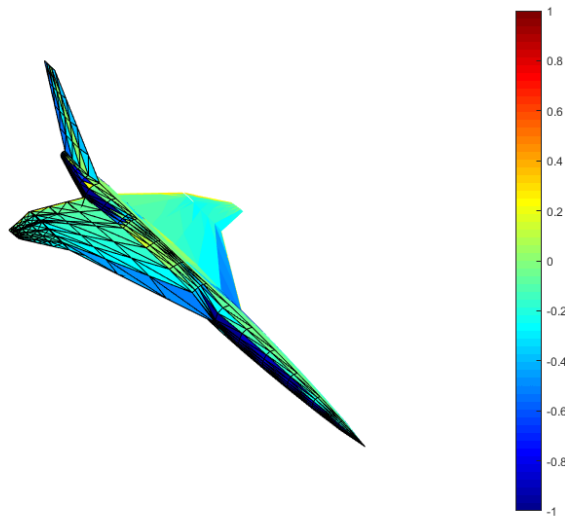


図 7.30 マッハ 0.3、迎え角 15deg での圧力係数分布（上面）

図 7.34 にマッハ 0.3、迎え角 15deg での Von-Mises 応力/降伏応力を、図 7.35 にマッハ 4、迎え角 5deg での Von-Mises 応力/降伏応力を示した。この図を見ると、両者ともに翼根後縁側の胴体フレームに最大応力が表れており、この部分が構造的に最も負荷の大きい場所であると考えられる。それ以外に応力の高い点は内翼と外翼の分割点であるが、翼根ほど高くはならなかった。

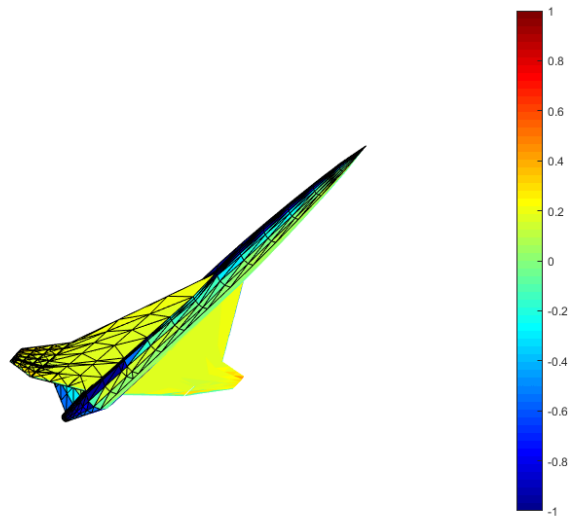


図 7.31 マッハ 0.3、迎え角 15deg での圧力係数分布（下面）

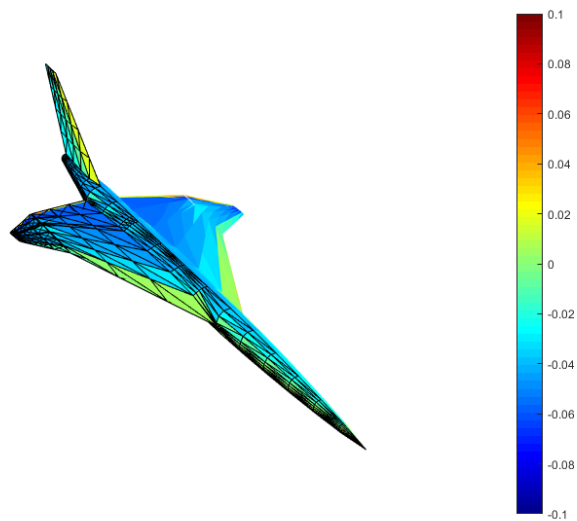


図 7.32 マッハ 4、迎え角 5deg での圧力係数分布（上面）

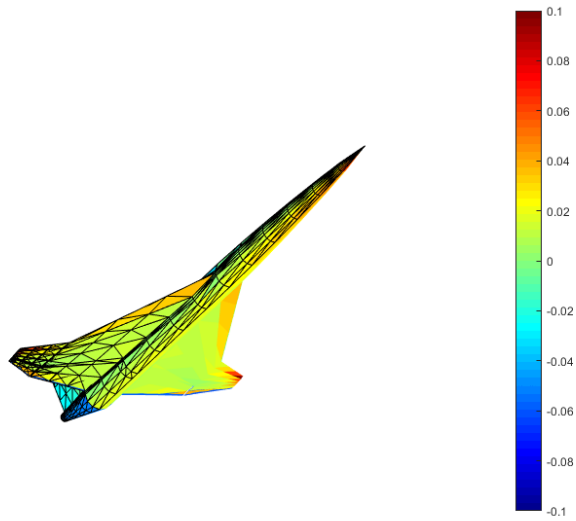


図 7.33 マッハ 4、迎え角 5deg での圧力係数分布（下面）

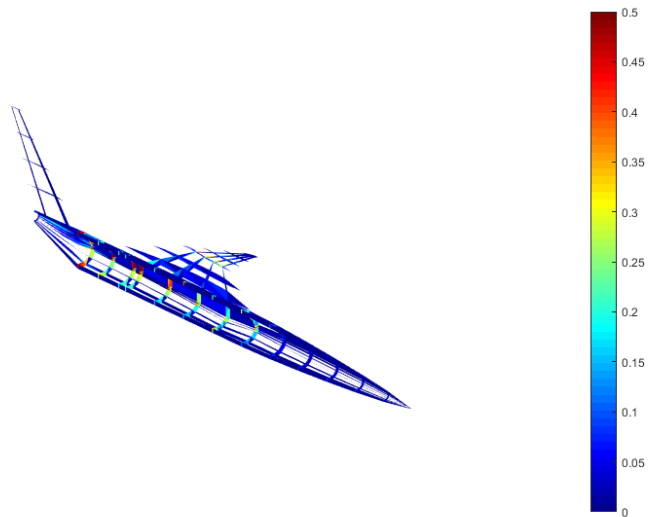


図 7.34 マッハ 0.3、迎え角 15deg での Von-Mises 応力/降伏応力

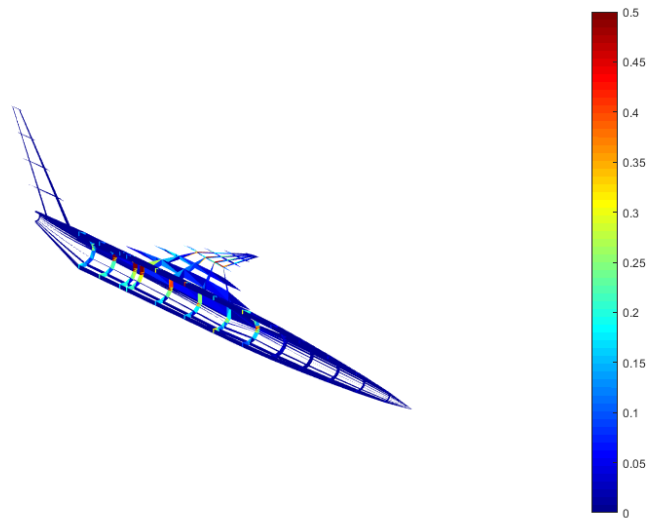


図 7.35 マッハ 4、迎え角 5deg での Von-Mises 応力/降伏応力

7.12 太平洋横断可能な機体に必要なエンジン重量削減係数

極超音速ビジネスジェットは航続距離が長ければ長いほど、その移動時間の短縮効果は大きくなり、より多くの需要を掘り起こすことができるものと考えられる。そういった意味では、十分な需要のあると思われる都市の間を直通できる航続距離を備えたビジネスジェットの設計が重要であろうと考える。

特にビジネスジェットの航続距離として考慮すべき都市間距離は、ロンドン-ニューヨーク間、東京-アンカレッジ間の約 5500km、そして東京-サンフランシスコ間の約 8200km が挙げられる。今回の最適化において得られた約 6900km の航続距離は前者を十分に満たすため、一定の需要があるものと考えられるが、より需要があると考えられる東京-サンフランシスコ間も十分に余裕をもって飛行できる機体はどの程度技術が進歩すれば実現できるのか最適化によって明らかにしてみる。

技術の進歩のパラメータとして、エンジンの重量軽減係数 EWR を選んだ。このパラメータを選んだ理由としては、係数の大小が直観的にイメージしやすいこと、機体の重量軽減係数よりも機体重量内訳に占める割合が大きいため、その感度が大きいと予想できることが挙げられる。

初期解は、今回の航続距離最大化によって得られた機体設計変数とした。また、軌道最適化における変更点として、評価関数を以下のように設定した。

$$I = -EWR \quad (7.18)$$

また制約条件については、航続距離が 8200km となることを追加した

$$R_D^{(3)} = 8200000 \quad (7.19)$$

今回の計算に用いるエンジン重量 m'_{pte} は EWR を用いて以下のように表す。

$$m'_{pte} = EWR m_{pte} \quad (7.20)$$

得られた機体形状を図 7.36 から図 7.39 に示す。この時のエンジン重量削減係数は 0.644 であった。

EWR が 0.64、すなわち現行の重量から約 35% の削減を行うためには、エンジンの材料や構造に革新的な改善が発生する必要があると考えられる。この値を見るに、現状のエンジン性能においては、太平洋を横断可能な極超音速ビジネスジェットの実現は未だ遠いところにあると考えざるを得ない。

設計変数の初期解からの変化を以下に示した

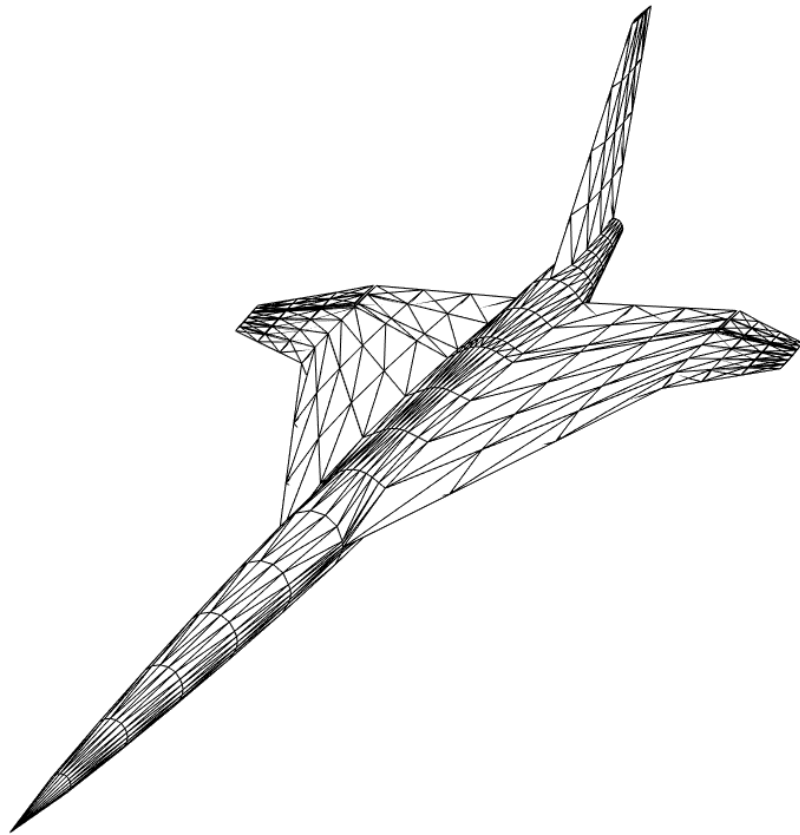


図 7.36 エンジンを軽量化した場合の機体形状

また各種サイズを表 7.8 に示す。

機体形状として、エンジンが軽くなった分燃料を搭載し、機体のサイズとしては航続距離最大化解よりも大きくなっている。また全長が大きくなり伸びており、また翼の後退角も大きくなっていることから、軽いエンジンの搭載位置を後ろに下げてノーズをより伸ばしていく傾向が出ているものと考えられる。

飛行軌道を図 7.40 から図 7.45 に示す。

航続距離最大化解と比較して、二段階巡航ではなく高度 30km、マッハ数 4.2 をほぼ維持する軌道となっていることが確認できる。これは機体の規模拡大によりより低い CL でも巡航が可能になったためと考えられ、また巡航中は機首を少しずつ下げ続けながら飛行を行っている。巡航中は機首を下げ続け、かつスロットルも徐々に絞っていくことから、やはり機体構造軽減による燃料搭載量の増大が、多少の不経済性に打ち勝って高速度巡航を行うモチベーションを生み出したのだと考えられる。この点を考察するに、航続距離最大化解においても、離着陸の制約条件を緩和できれば、同様に燃料搭載量を増やして高速度巡航を行い続けることができる可能性を示唆しており、高揚力装置の導入を検討することで実現性に関してまた異なっ

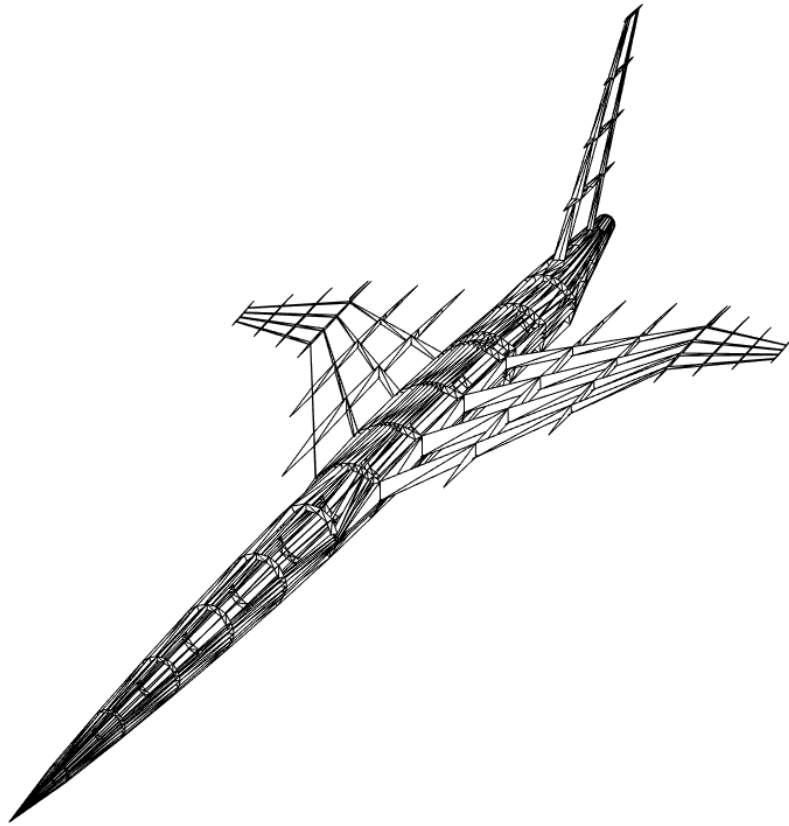


図 7.37 エンジンを軽量化した場合の内部構造

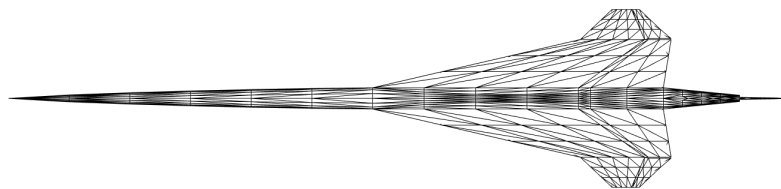


図 7.38 エンジンを軽量化した場合の機体形状 (上面図)

た結論が生まれる可能性がある。

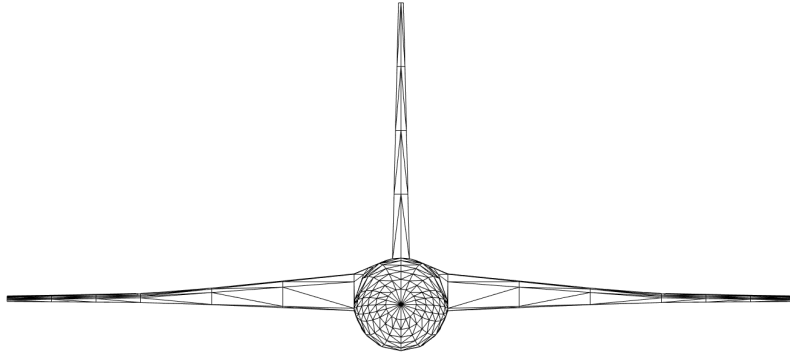


図 7.39 エンジンを軽量化した場合の機体形状 (正面図)

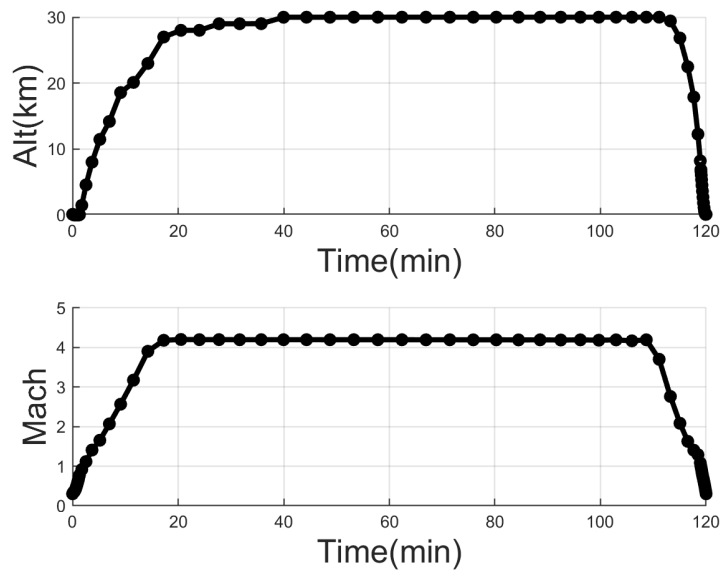


図 7.40 最適飛行軌道における高度とマッハ数の時間履歴

表 7.10 エンジン重量軽減の解と航続距離最大の解の比較

記号	意味	航続距離最大の解	エンジン重量軽減の解
NL	ノーズ長さ	3.62	4.834
SS	セミスパン	1.08	1.175
SD	内翼外翼分割点	0.636	0.616
C1	翼根翼弦長	3.475	3.859
T1	内翼テーパー比	0.300	0.312
T2	外翼テーパー比	0.300	0.300
AA1	翼根取付角	-0.567	-0.853
AA2	内外分割点取付角	-0.841	-1.092
AA3	翼端取り付け角	3.526	-2.574
OF1	内外分割点オフセット	0.646	0.7146
OF2	翼単オフセット	0.751	0.824
DH	翼取付高さ	0.002	0.017
THN1	翼根翼型翼厚	0.033	0.024
THN2	内外分割点翼型翼厚	0.011	0.010
THN3	翼端翼型翼厚	0.042	0.0100
CAY1	翼根翼型最大キャンバー	0.010	0.009
CAY2	翼根翼型最大キャンバー	0.003	0.003
CAY3	翼端翼型最大キャンバー	-0.006	-0.004
TEA1	翼根翼型後縁角	1.314	1.137
TEA2	翼根翼型後縁角	6.608	3.202
TEA3	翼端翼型後縁角	-3.851	2.928
BSTR	胴体中空径/胴体径	0.761	0.789
STHN	材料厚さ	0.752	0.9133

表 7.11 総重量と各コンポーネントの重量内訳

名称	重量 (ton)
離陸重量	83.63
ドライ重量	10.81
燃料重量	71.49
機体構造	3.47
エンジン (2 発)	6.21
脚	0.39
推力支持構造	0.2
電装品	0.37
アビオニクス	0.05
タンク	0.33
装備品	0.12

表 7.12 機体の各種サイズ

名称	値	単位
サイジング係数	10.25	-
主翼面積	404.20	m^2
全長	99.47	m
スパン	24.08	m
構造部材肉厚	0.94	mm
インテーク入口面積	$1.68m^2$	

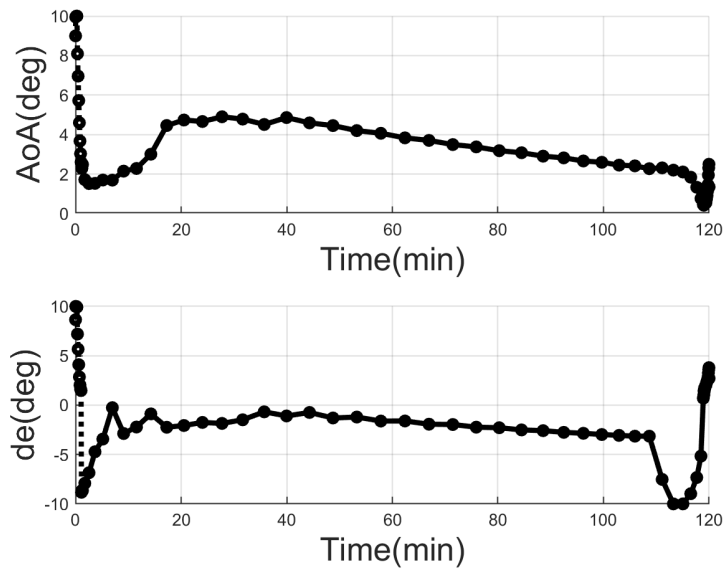


図 7.41 最適飛行軌道における迎え角とエレボン舵角の時間履歴

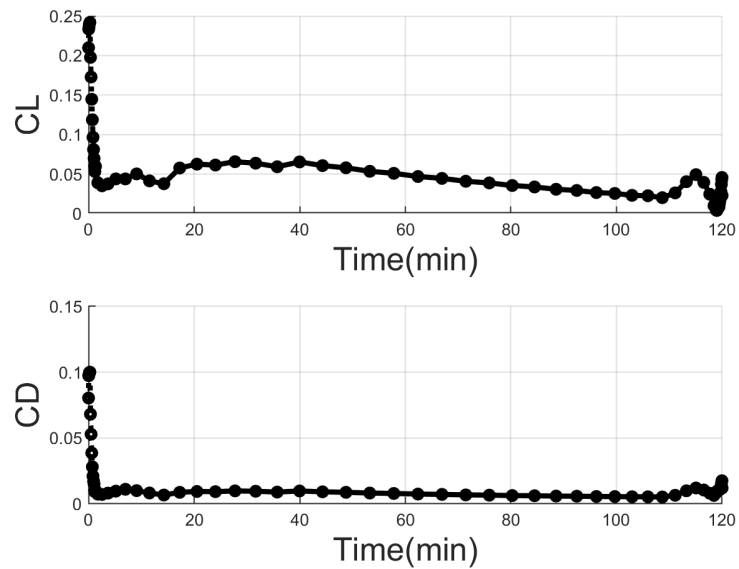


図 7.42 最適飛行軌道における揚力係数と抗力係数の時間履歴

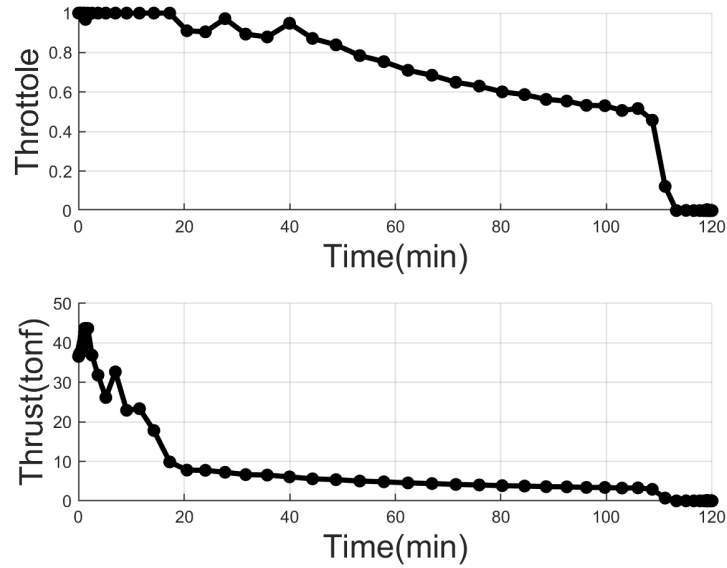


図 7.43 最適飛行軌道におけるスロットルパラメータと推力の時間履歴

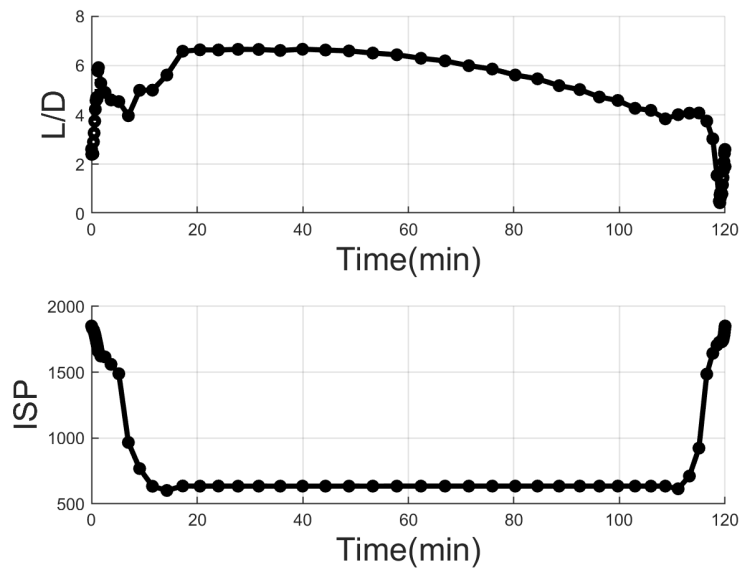


図 7.44 最適飛行軌道における揚抗比と ISP の時間履歴

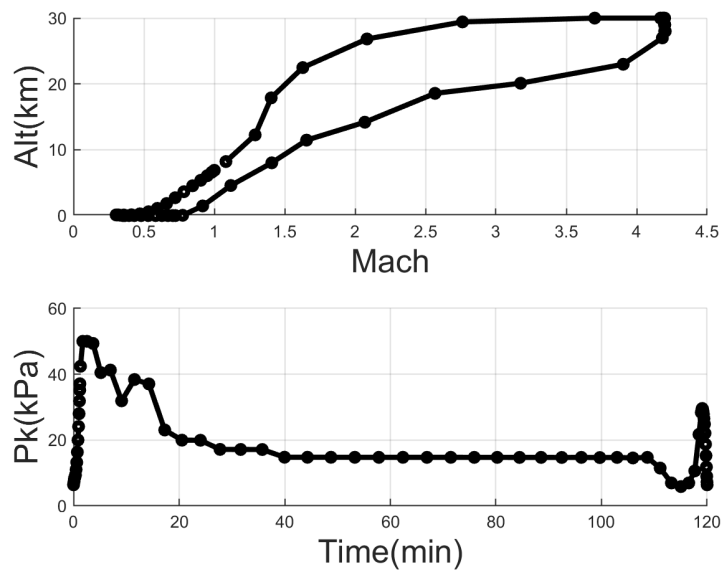


図 7.45 最適飛行軌道におけるマッハ数-高度のプロットと動圧の時間履歴

第 8 章

フライバック可能な有翼サブオービタル無人機的设计

8.1 はじめに

2010 年代後半より日本において、複数の企業が有翼のサブオービタル機による宇宙観光旅行ビジネスを目的として研究開発を開始した。機体が再利用可能であれば 1 回あたりの運航にかかる機体費用を償却でき、フライバック可能であれば、着陸後の乗客の運送コストもかからない。しかしながら有翼のサブオービタル機は亜音速での巡航と超音速での加速・再突入と幅広い飛行レンジを要求されるため機体設計が難しく、その機体設計も軌道設計と密接に連動している。そういった意味で機体・軌道同時最適設計の最も適した題材の一つであるといえよう。しかしながら、離陸の可否、目標高度到達の可否、フライバックの可否と強い制約条件を陽に満たし、実行可能な機体設計を維持しながら最適化を進めるためには、若干の工夫が必要となる。そこで本章では、フライバック可能な有翼サブオービタル機の複合領域最適化の定式化を示し、提案手法が複雑化した評価関数と制約条件設定においても動作することを示す。

8.2 機体形状定義

機体形状の定義については前章にて示した機体形状定義を利用したダブルデルタ翼を持つ機体設計とする。機体構造についても前章の機体設計と同様にリブ、スパー及びストリンガーを配置する。

機体を構成する材料についても、前章と同様に CFRP を想定した物性値を設定した。

表 8.1 想定した材料の物性

物性値	値	単位
ヤング率	215.7	GPa
密度	1600	kg/m ³
降伏応力	1667	MPa

8.3 ペイロードと評価関数

評価関数は計算を安定して進めるため、なるべく実行不可能になる領域が小さくなるように設定した。特に到達高度の条件については、ある程度機体の改善が進まないと目標高度への到達ができないため、制約条件に陽に含めることは難しい。そこで初期の機体では実行不可能になりやすい項目については、評価関数に比較的大きな重みをつけて追加し、制約条件には目標値を境界とする範囲制約条件を課した。到達高度を例に説明すると、最適化の初期には高度の最大化問題となり、最適化が進んで目標高度に到達すると、制約条件が活性となり、到達高度に対する勾配が0に近づく。これによって本来の評価関数の改善が優位となり、改めて最適化が進むこととなる。

式 8.1 に評価関数を示した。

$$I = h_f^{(4)} / 110000 + CREF * HR / 1000 \quad (8.1)$$

これはすなわち緩和した高度の制約条件を含む、機体全長の最小化を意味する。最終的には評価関数の第1項が頭打ちとなるため、全長の最小化が実行される。

また制約条件として、以下の境界条件

$$0 \leq h_f^{(4)} \leq 110000 \quad (8.2)$$

を追加する。

これにより、最適化の初期は高度 110km への到達が優先して行われ、到達後全長の最小化が行われる。この方法では、厳密に高度が 110km に到達する保証はできない。しかしながら実用上においては問題なく使用できる軌道が得られる。

8.4 変数とその上下限

各種の設計変数は前章と同様であるが、初期値と上下限設定が異なるため、改めて表 8.2 に設計変数を示す。

表 8.2 設計変数の一覧と上下限

記号	意味	初期値	下限	上限
NL	ノーズ長さ	2.2	1.0	5.0
SS	セミスパン	0.9	0.7	1.5
SD	内翼外翼分割点	0.5	0.2	0.9
C1	翼根翼弦長	1.2	0.5	5.0
T1	内翼テーパー比	0.7	0.3	1.0
T2	外翼テーパー比	0.4	0.3	1.0
AA1	翼根取付角	0	-5	5
AA2	内外分割点取付角	0	-5	5
AA3	翼端取り付け角	0	-5	5
OF1	内外分割点オフセット	0.4	0.0	1.5
OF2	翼端オフセット	0.7	0.0	1.5
DH	翼取付高さ	-0.06	-0.09	-0.04
THN1	翼根翼型翼厚	0.04	0.01	0.10
THN2	内外分割点翼型翼厚	0.03	0.01	0.10
THN3	翼端翼型翼厚	0.03	0.01	0.10
CAY1	翼根翼型最大キャンバー	0.00	-0.04	0.04
CAY2	翼根翼型最大キャンバー	0.00	-0.04	0.04
CAY3	翼端翼型最大キャンバー	0.00	-0.04	0.04
TEA1	翼根翼型後縁角	0	-20	20
TEA2	翼根翼型後縁角	0	-20	20
TEA3	翼端翼型後縁角	-10	-20	20
BSTR	胴体中空径/胴体径	0.90	0.60	0.95
STHN	材料厚さ	5.0	0.1	10

前章との変更点は翼の取り付け高さ DH である。この機体は宇宙空間からの再突入を行うため、高迎え角で高動圧に晒されることが予想される。その際に下面はできる限りクリーンであるほうが望ましい。最適化においては翼厚と胴体の設計の都合上、この DH を固定値にすることは難しい。そこで中心線よりも翼取り付け位置が下になるようにパラメータを調整した。また、材料厚さのパラメータについては、機体サイズに合わせて設計パラメータを調整しており、前章の材料厚さに比べて 10/3 倍となっている。これは軌道計算における材料の厚さがサ

表 8.3 複合サイクルエンジンの設定値

モード	推力 (N)	比推力 (s)
ロケットモード	4000	270
ジェットモード	1000	2700

イジング係数 HR に影響を受けるためである。それ以外の設計変数は範囲、初期値ともに前章と同一であるため、初期形状の図は省略する。

8.5 推進機関

推進機関はロケットエンジンとジェットエンジンを切り替えることができる複合サイクルエンジンを想定した。エンジン自体のモデル化は比較的単純なものとし、推力と比推力のみ固定値で与えた。今回の最適化では、このエンジンを 2 発搭載する。エンジン 1 発あたりの重量は 350kg とした。

8.6 運動方程式

運動方程式は前章で用いた質点系の運動方程式を 3 次元に拡張したものをを用いた。[47]3 次元の質点運動方程式は、横方向についてはロール角を制御入力とし、横方向位置および飛行方向角 (Flight Direction Angle) を状態変数に持つ。したがって 3 次元の軌道は得られるものの、航空機としては縦方向のみの運動であり、横方向の運動である横滑り安定やダッチロール運動等は考慮しない。

$$\begin{aligned}
 \frac{dh}{dt} &= v \sin(fpa) \\
 \frac{dv}{dt} &= (T \cos(\alpha) - D)/m - g \sin(fpa) \\
 \frac{dfpa}{dt} &= (L + T \sin(\alpha)) \cos(\Phi)/(mv) - g \cos(fpa)/v \\
 \frac{dfda}{dt} &= (L + T \sin(\alpha)) \sin(\Phi)/(mv \cos(fpa)) \\
 \frac{dR_D}{dt} &= v \cos(fpa) \cos(fpa) \cos(fda) \\
 \frac{dR_C}{dt} &= v \cos(fpa) \cos(fpa) \sin(fda) \\
 \frac{dm_i}{dt} &= -G_i
 \end{aligned} \tag{8.3}$$

表 8.4 に軌道最適化における変数とその上下限を示す。

表 8.4 軌道最適化変数の記号と意味

	記号	意味
状態変数	h	高度
	v	速度
	fpa	飛行経路角
	fda	飛行方位角
	R_D	ダウンレンジ
	R_C	クロスレンジ
	m_i	i 番目の燃料タンク重量
制御変数	α	迎角
	δe	エレボン舵角
	Φ	ロール角
	TP	スロットリングパラメータ
	Gt_i	i 番目の燃料タンクの燃料流量割合
パラメータ変数	HR	機体相似比
	m_{dry}	機体ドライ重量
	T_{max}	一発あたりの最大推力
	$m_{fuelto0}$	離陸時の搭載燃料
	X_{tank_i}	i 番目の燃料タンクの区切り位置

8.7 軌道制約条件

8.7.1 フェーズ分割

軌道設計において、フェーズを 6 フェーズに分割する。

1: 離陸フェーズ (フェーズの色: 赤色)

このフェーズにおいては、ロケットエンジンを用いて短距離離陸を行う。軌道初めの 6 秒は必ずこのフェーズに入る。次のフェーズへの切り替えタイミングは 6 秒以降任意であるが、ジェットエンジンのほうが比推力が高いため、すぐに次のフェーズに切り替わる。

2:亜音速巡航フェーズ (フェーズの色: 青色)

このフェーズにおいては、ジェットエンジンを用いてマッハ 0.8 以下の巡航を行う。また上昇のみを許可し、下降は禁じる。加えて、飛行高度は 20km 以下。

$$\begin{aligned} 0.2 &\leq Mach \leq 0.8 \\ 0 &\leq \frac{dh}{dt} \leq 20000 \\ 0 &\leq h \leq 20000 \end{aligned} \quad (8.4)$$

3:上昇フェーズ (フェーズの色: 緑色)

このフェーズでは、ロケットエンジンを用いて高度 110km への上昇の加速を行う。このフェーズでも上昇のみが許可される。高度制限は解除され、110km 以下であればどの高度を飛行してもよい。

$$\begin{aligned} 0 &\leq \frac{dh}{dt} \leq 20000 \\ 0 &\leq h \leq 110000 \end{aligned} \quad (8.5)$$

4:コースティングフェーズ (フェーズの色: 黒色)

このフェーズでは、エンジンを使用せず、無推力で高度 110km への到達を目指す。このフェーズの終端高度がミッション全体として最優先事項となる制約条件である。このフェーズでも上昇のみが許可される。

$$0 \leq \frac{dh}{dt} \leq 20000 \quad (8.6)$$

5:再突入フェーズ (フェーズの色: 黄色)

このフェーズでもエンジンを使用せず、再突入を行う。

6:帰還フェーズ (フェーズの色: 水色)

このフェーズでは、ジェットエンジンを使用して離陸地点への帰還を目指す。このフェーズでは高度が 20km 以下、マッハ数が 0.8 以下という制約条件が付加される。

$$\begin{aligned} 0.2 &\leq Mach \leq 0.8 \\ 0 &\leq h \leq 20000 \end{aligned} \quad (8.7)$$

8.7.2 燃料タンク、LOX タンクに関する制約

燃料タンクは 4 個に分割され、各燃料タンクの流量割合が制御される。これらに酸化剤である LOX タンクを加えた 5 つのタンクの開始位置・区切り位置・終了位置がパラメータ変数に

含まれる。LOX タンクは前から数えて 3 番目のタンクとする。タンクの開始位置は機体全長の 5% より後方、終了位置は 95% より前方になるよう、制約条件を課した。また、タンクの容積が負にならないような制約も課している。これらをまとめると

$$\begin{aligned} X_{tank_1} &\leq 0.05 \\ X_{tank_5} &\leq 0.95 \\ Vol_{tank}^{(i)} &\geq 0 \end{aligned} \quad (8.8)$$

8.7.3 離陸・着陸に関する制約

離陸条件としてマッハ 0.3 以下において荷重倍数 1 以上を実現することを課した。着陸は高度 100m にてマッハ 0.3 以下となることとした。これらをまとめると

$$\begin{aligned} h_0^{(1)} &= 100 \\ Mach_0^{(1)} &\leq -0.3 \\ nlf_0^{(1)} &\leq 1 \\ h_f^{(6)} &= 100 \\ Mach_f^{(3)} &\leq -0.3 \end{aligned} \quad (8.9)$$

加えて、フライバックを行う関係上、帰還フェーズの終端ダウンレンジ R_D とクロスレンジ R_C が 0 となる制約条件が加えられる。

$$\begin{aligned} R_{Df}^{(6)} &= 0 \\ R_{Cf}^{(6)} &= 0 \end{aligned} \quad (8.10)$$

8.7.4 機体の安定性に関する制約

前章と同様に、機体の安定性については、タンクや機体、各コンポーネントの重量から求められる重心位置まわりにおいて、縦揺れモーメント係数 Cm_{cg} の値が 0、正安定余裕正 $Stab_{margin}$ となる条件を課した。静安定余裕を求めることに使用する空力係数の微係数は空力係数応答曲面の微係数を解析的に求めることによって計算した。

$$\begin{aligned} Cm_{cg} &= 0 \\ Stab_{margin} &= \frac{-Cma_{le}}{CLa} \geq 0 \end{aligned} \quad (8.11)$$

8.7.5 荷重倍数に関する制約

荷重倍数に関する制約は、飛行経路において軸方向の荷重倍数 n_{ga} 、垂直方向の荷重倍数 n_{lf} とともに $\pm 3.46G$ を超えないことを制約とした。3.46G とは、軸方向、垂直方向ともにこの

Gがかかった時に合計の荷重倍数が約6Gとなる値である。すなわち

$$\begin{aligned} -3.46 &\leq n_{ga} \leq 3.46 \\ -2.46 &\leq n_{lf} \leq 4.46 \end{aligned} \quad (8.12)$$

8.7.6 動圧に関する制約

機体にかかる最大動圧 P_k は 50kPa とした。一般の航空機よりは高い飛行動圧となるが、再突入を行う機体としては低めの動圧である。これはこの機体設計が航空機の延長であり、超高動圧飛行や、高迎え角飛行を行わないことで機体開発にかかるリスクを小さくしようとした結果である。

$$0 \leq P_k \leq 50000 \quad (8.13)$$

8.7.7 機体構造重量に関する制約

機体構造重量の推算については、前章で使用した方法を用いたため、ここでは省略する。

8.8 解析制約条件

解析制約条件も、前章と同様に Von-Mises 応力と降伏応力の比を用いた。

主流条件については、離陸を想定したマッハ 0.3 迎え角 15deg(地上大気条件) と、再突入を想定したマッハ 4 迎え角 15deg(動圧 50kPa) を設定した。

表 8.5 解析制約条件における主流条件

解析想定ケース	マッハ数	迎え角 (deg)	静圧 (Pa)	静温 (K)
離陸時	0.3	15	101000	300
再突入時	4	15	4464(動圧 50kPa)	216

8.9 機体全長最小化の解

8.9.1 収束状況

図 8.1 に評価関数履歴を示した。このグラフより、13 回目のイテレーションにより頂点高度が 110km に到達し、機体全長の最小化項が優位に立ったとみられる。

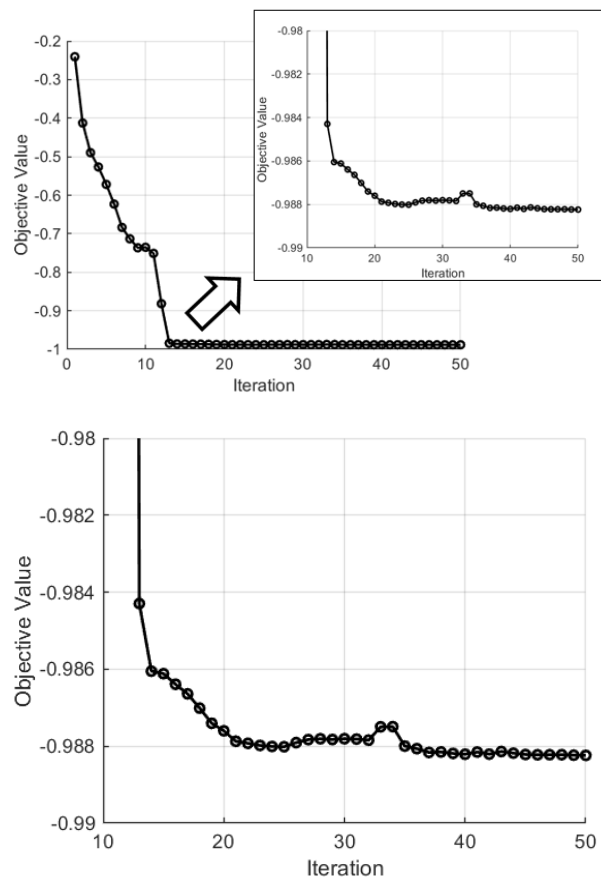


図 8.1 評価関数の履歴

図 8.2 に設計更新ベクトルのノルムを示した。評価関数が疑似的に切り替わるような状況でも、ノルムを大きく維持して、最適化を進めることができていることが見て取れる。

8.9.2 最適機体形状と飛行軌道

表 8.6 に最終的に得られた設計変数の値を示す。いくつかの値が上下制限約に抵触しており、機体としてはより極端な設計を望んだものと考えられる。特に翼根の翼弦長は下限値となっており、さらにアスペクト比の大きな設計が評価関数の改善は効果があると考えられるが、あまりに大きなアスペクト比は、本解析で考慮できない失速特性が大きく悪化する可能性があり、望ましくない。加えて翼型の後縁角についても翼根から内翼外翼分割点にかけて急激に変化しており、翼においてより強い静安定を獲得する方向に最適化が進んでいることがわかる。

図 8.3 から図 8.6 に得られた機体形状を示した。

前章の機体とは対照的に、今回の最適解は強い後退角を持つ機体であり、デルタ翼とならなかった。これは離陸地点への帰還を実現するために、亜音速巡航フェーズにて長時間「位置取

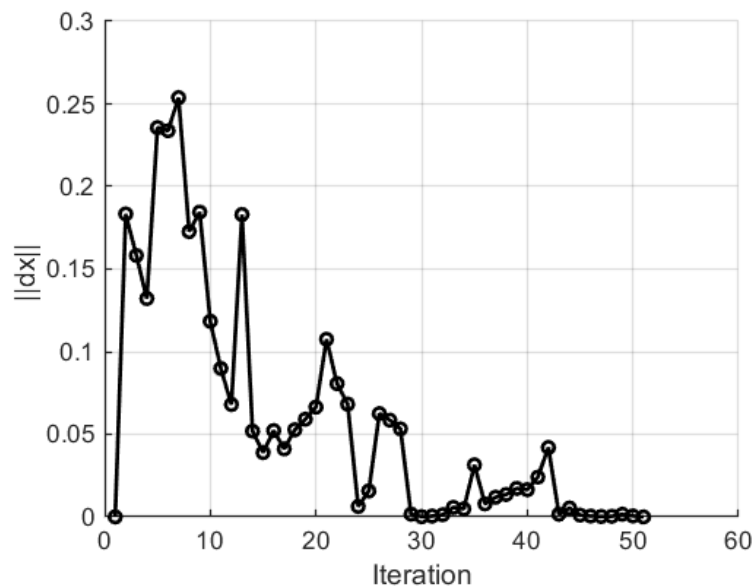


図 8.2 設計更新ベクトルノルムの履歴

り」を行うためであり、この位置取りの際に有利となるよう、アスペクト比の大きい翼が設計解となったと考えられる。強い後退角については静安定余裕に関する制約が影響しているものと考えられ、評価関数としては胴体長を小さくしたいが、静安定余裕の制約を満たすために翼の正安定余裕を強くして対応した結果だと考えられる。

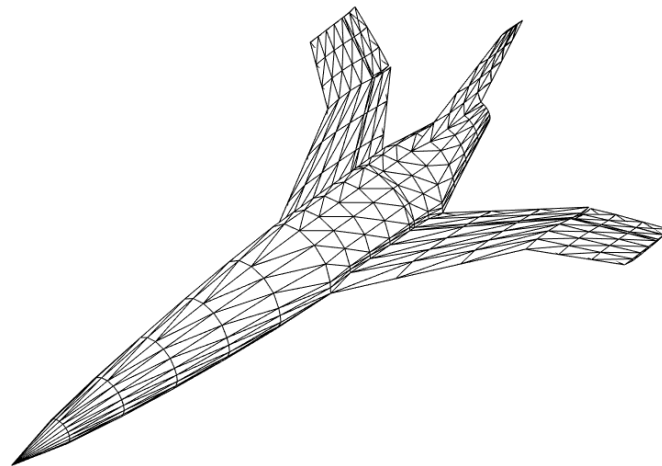


図 8.3 最適機体形状

続いて、表 8.7 に機体重量とその内訳を示した。重量内訳をみると、前章の機体と同様に燃料重量の割合が大きい。それ以外のコンポーネントについてみてみると、機体の構造重量が非常に小さいことがわかる。この要因として、翼の翼厚が考えられる。亜音速での巡航が長く、

表 8.6 最適設計変数

記号	意味	最適値	下限	上限
NL	ノーズ長さ	1.29	1.0	5.0
SS	セミスパン	0.702	0.7	1.5
SD	内翼外翼分割点	0.538	0.2	0.9
C1	翼根翼弦長	0.5	0.5	5.0
T1	内翼テーパー比	0.563	0.3	1.0
T2	外翼テーパー比	0.711	0.3	1.0
AA1	翼根取付角	-0.500	-5	5
AA2	内外分割点取付角	2.29	-5	5
AA3	翼端取り付け角	-4.888	-5	5
OF1	内外分割点オフセット	1.137	0.0	1.5
OF2	翼端オフセット	1.500	0.0	1.5
DH	翼取付高さ	-0.400	-0.09	0.04
THN1	翼根翼型翼厚	0.100	0.01	0.10
THN2	内外分割点翼型翼厚	0.097	0.01	0.10
THN3	翼端翼型翼厚	0.042	0.047	0.10
CAY1	翼根翼型最大キャンバー	0.006	-0.04	0.04
CAY2	翼根翼型最大キャンバー	0.006	-0.04	0.04
CAY3	翼端翼型最大キャンバー	-0.036	-0.04	0.04
TEA1	翼根翼型後縁角	18.876	-20	20
TEA2	翼根翼型後縁角	-19.876	-20	20
TEA3	翼端翼型後縁角	-19.866	-20	20
BSTR	胴体中空径/胴体径	0.778	0.60	0.95
STHN	材料厚さ	0.266	0.1	10

超音速における抗力の評価関数に対する感度はあまり大きくないことが機体形状および軌道から推察できる。このため、亜音速においても効果のある重量軽減を重視し、厚翼が採用されていると考えられる。翼根翼厚および内外分割点翼厚はともに 10% 程度となっており、超音速機としては厚翼であることが確認できる。

また各種サイズを表 8.8 に示す。

図 8.7 から図 8.17 に最適飛行軌道を示した。

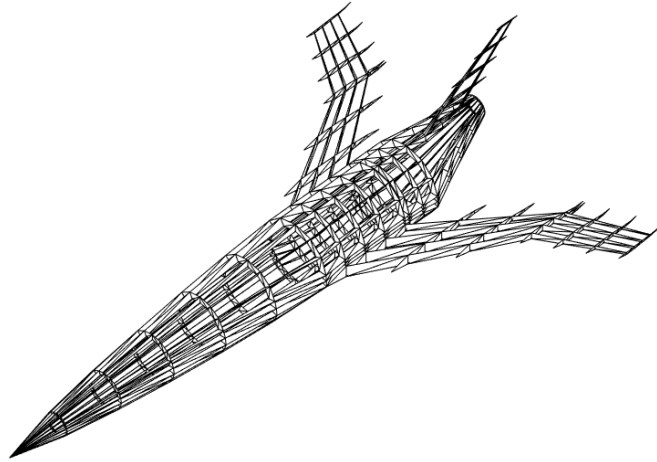


図 8.4 最適機体内部構造

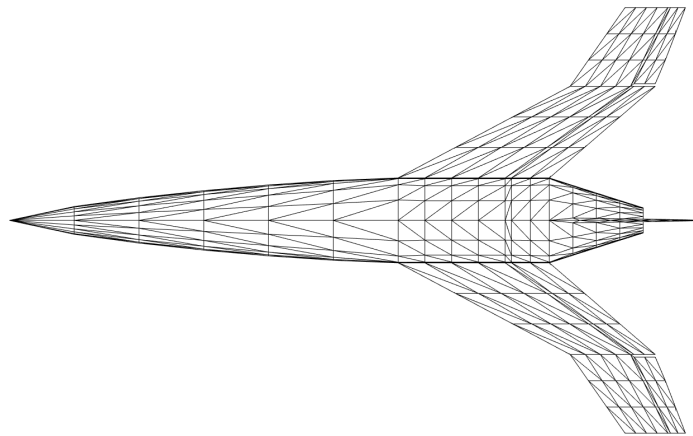


図 8.5 最適機体形状 (上面)

軌道を具体的にみると、図 8.9 にあるように、サブオービタル機としては非常に大きな頂点水平速度を持っていることがわかる。これは再突入における制約条件を満たすための解であると考えられる。この機体は 15deg 以上の高迎え角飛行や、50kPa 以上の高動圧飛行が制約条件によって禁じられている。頂点の水平速度が小さくなると、再突入の際の大気への進入角度が過大に深くなるため、大気密度が大きな領域に高速で侵入してしまう。これを防ぐためにはより高い高度から引き起こしを行う必要があり、そのためには比較的高空で動圧を高く保つ必要がある。このため、必要なエネルギーや飛行総距離が大きくなっても、再突入の制約を満たすために上昇フェーズで大きく加速し、頂点での水平速度を大きく保っていることが考えられる。しかしながら、この大きな水平速度によりサブオービタル飛行でのダウンレンジが非常に大きくなり、帰還の制約条件を満たすことが難しくなっていると考えられる。今回、水平面方

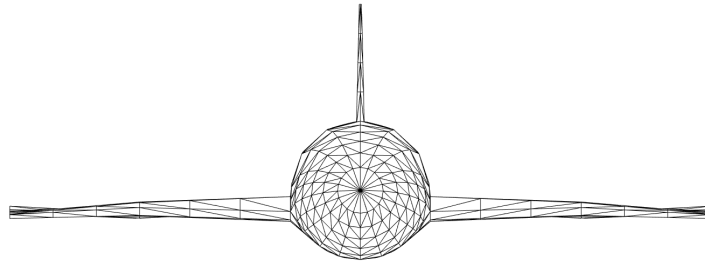


図 8.6 最適機体形状 (正面)

表 8.7 総重量と各コンポーネントの重量内訳

名称	重量 (ton)
離陸重量	3.19
ドライ重量	1.14
燃料重量	2.04
機体構造	0.10
エンジン (2 発)	0.7
脚	0.07
推力支持構造	0.07
熱防護材	0.01
電装品	0.11
アビオニクス	0.05
タンク	0.02
装備品	0.03

向の距離 x 、 y をそれぞれ 0 から 200km、-200km から 200km に制限したため、この制限の中で長大なダウンレンジのサブオービタル飛行を行おうとする傾向がみられた。本来であれば帰還フェーズにおいては滑空のみで帰還するのがよいと思われるが、今回の軌道においては帰還フェーズにおいても若干エンジンを始動させて飛行距離を伸ばしている。

表 8.8 機体の各種サイズ

名称	値	単位
サイジング係数	5.61	-
主翼面積	11.38	m^2
全長	11.76	m
スパン	7.88	m
構造部材肉厚	0.5	mm

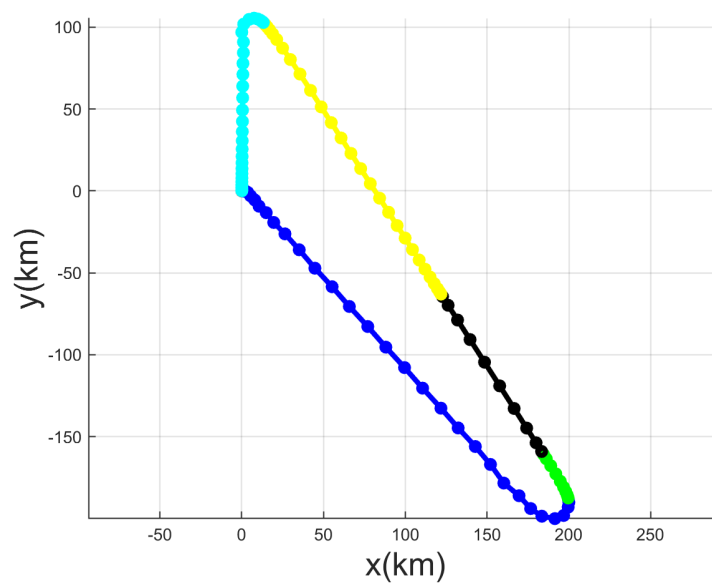


図 8.7 最適飛行軌道における水平面の軌道

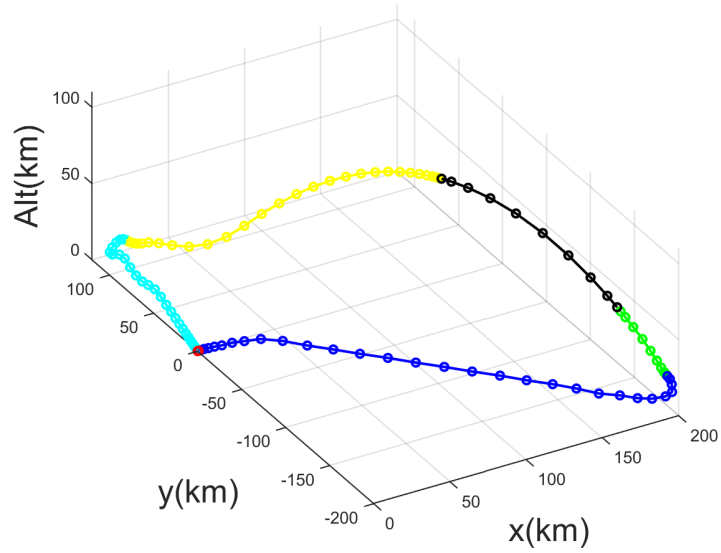


図 8.8 最適飛行軌道における 3 次元飛行軌道

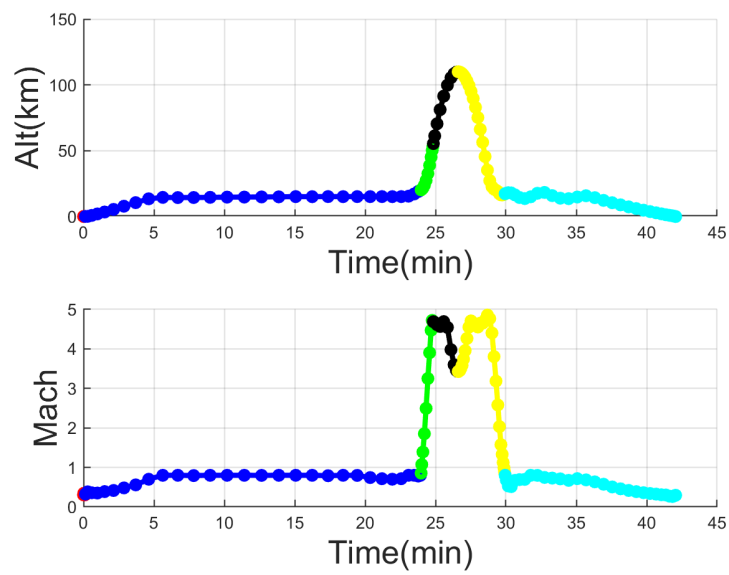


図 8.9 最適飛行軌道における高度とマッハ数の時間履歴

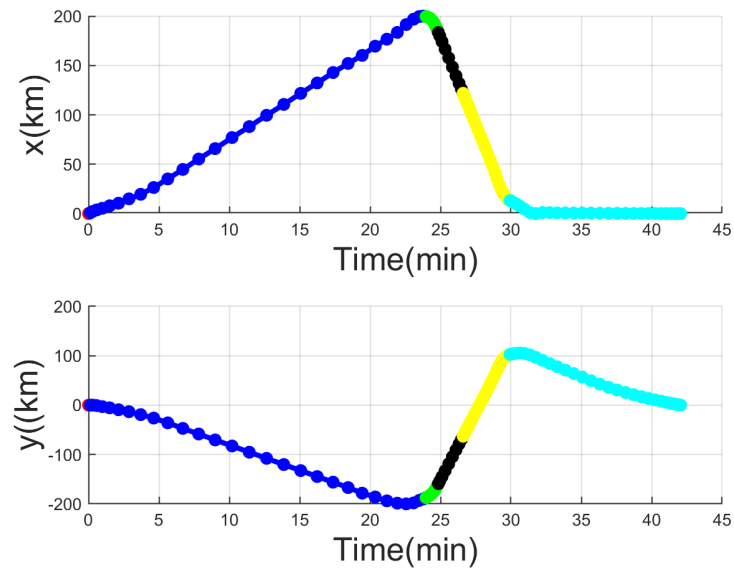


図 8.10 最適飛行軌道におけるダウンレンジとクロスレンジの時間履歴

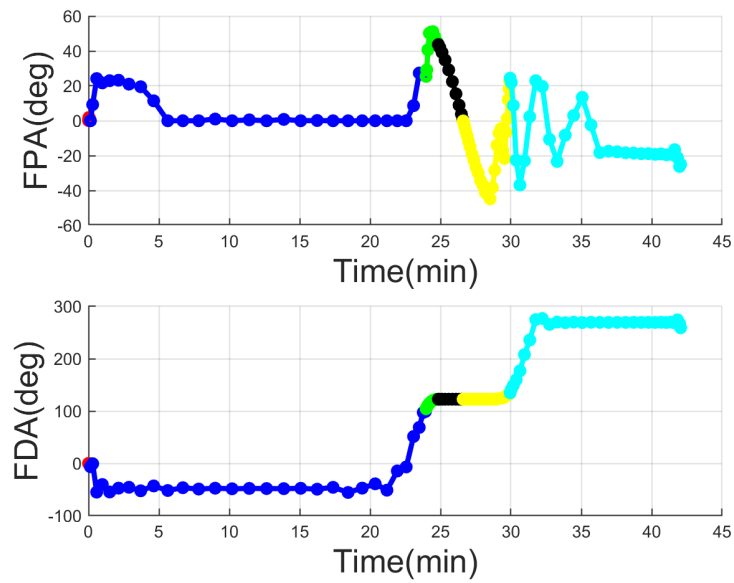


図 8.11 最適飛行軌道における飛行経路角と飛行方向角の時間履歴

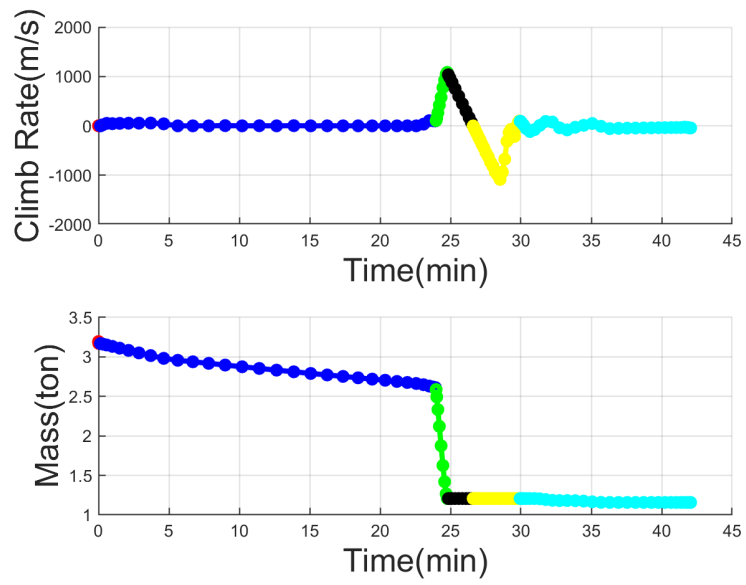


図 8.12 最適飛行軌道における上昇率と機体重量の時間履歴

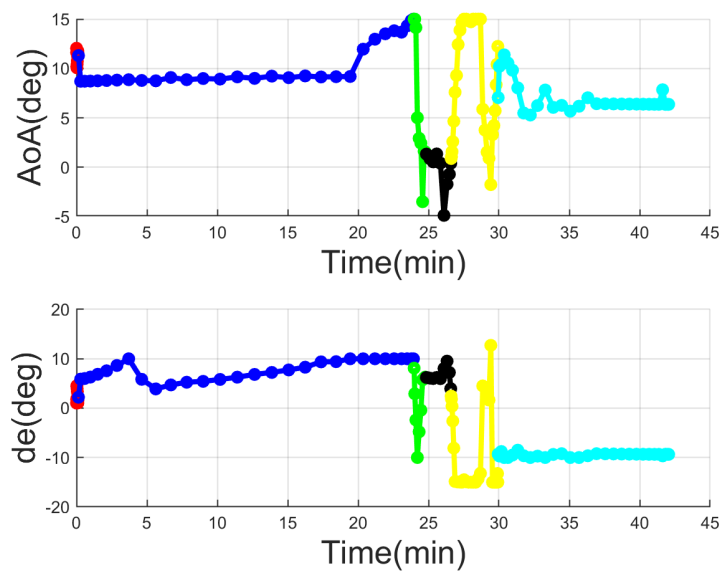


図 8.13 最適飛行軌道における迎え角とエレボン舵角の時間履歴

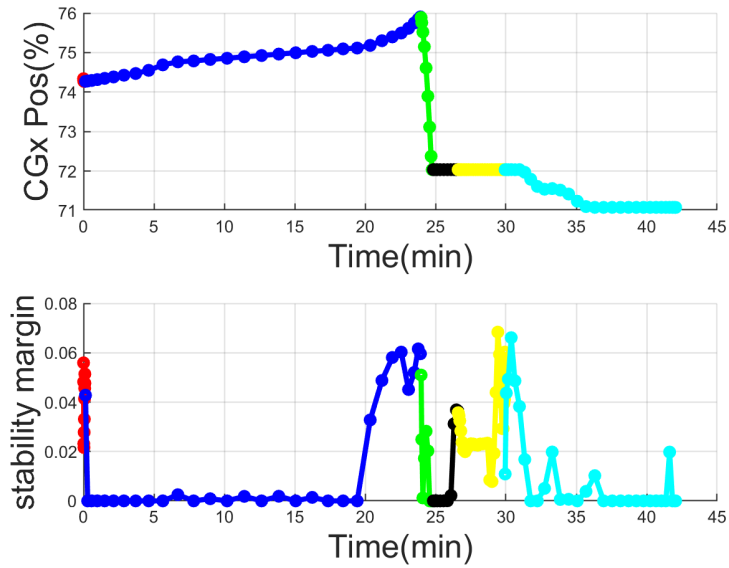


図 8.14 最適飛行軌道における重心位置と静安定余裕の時間履歴

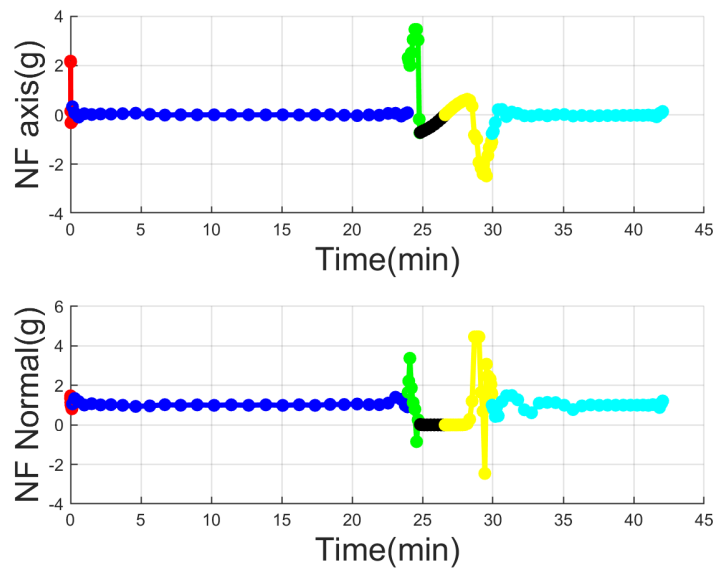


図 8.15 最適飛行軌道の軸方向荷重倍数と垂直方向荷重倍数の時間履歴

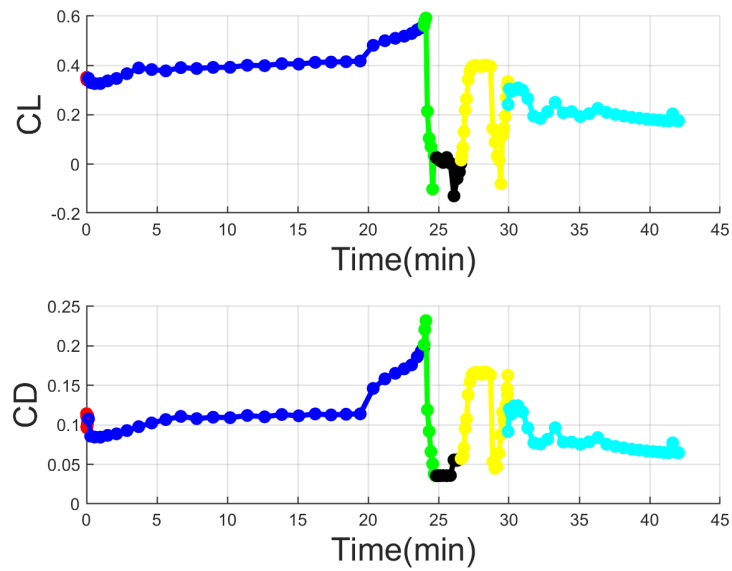


図 8.16 最適飛行軌道における揚力係数と抗力係数の時間履歴

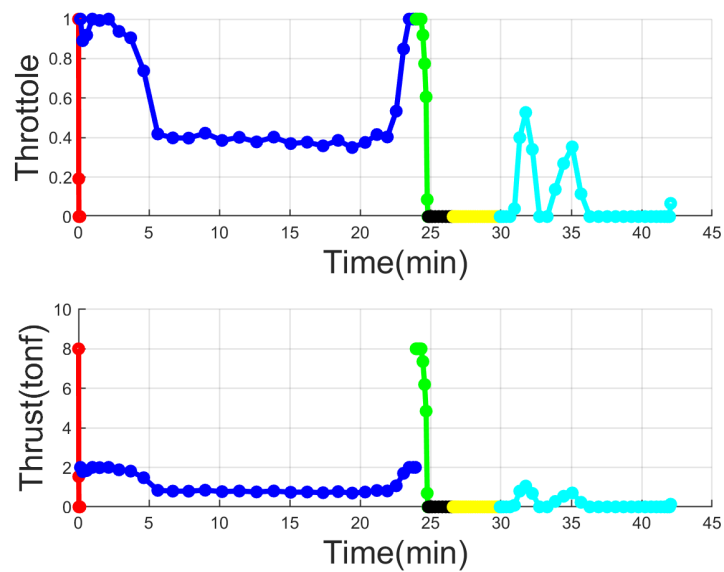


図 8.17 最適飛行軌道におけるスロットルパラメータと推力の時間履歴

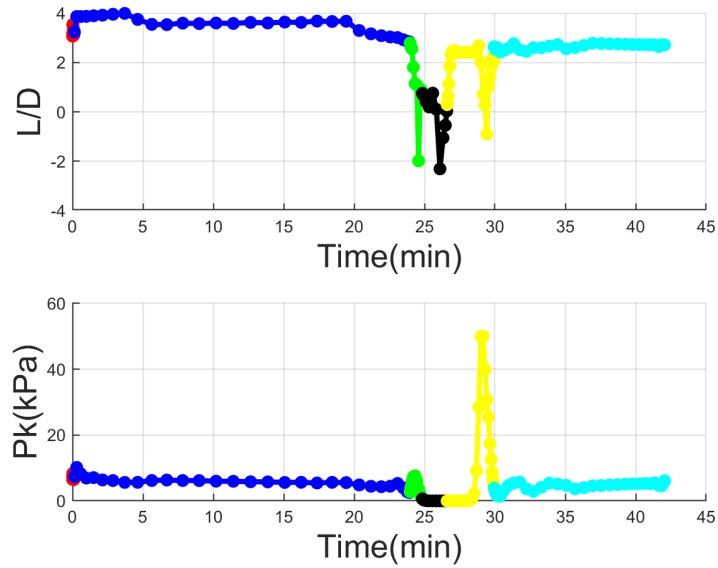


図 8.18 最適飛行軌道における揚抗比と動圧の時間履歴

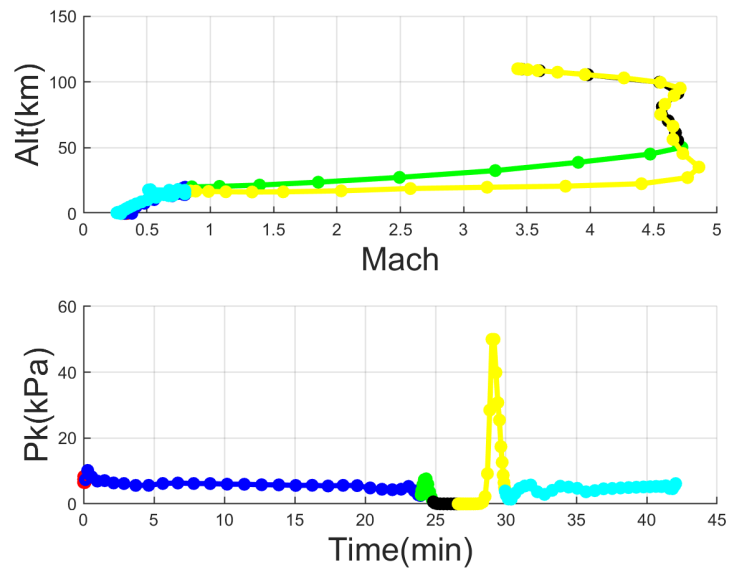


図 8.19 最適飛行軌道におけるマッハ数-高度プロットと動圧の時間履歴

8.9.3 連成解析の結果

図 8.20 と 図 8.21 に連成したマッハ 0.3、迎角 15deg での圧力係数分布を、図 8.22 と 図 8.22 に連成したマッハ 4、迎角 15deg での圧力係数分布を示した。こちらも圧力分布に特異な点は見られず、空力解析ソルバが安定して動作していることが見て取れる。

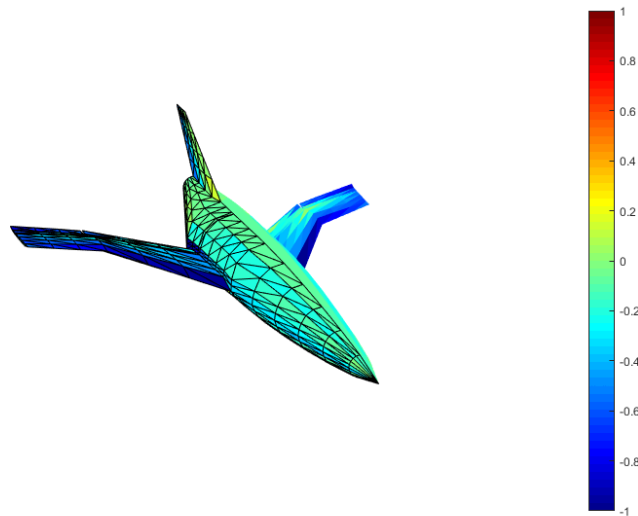


図 8.20 マッハ 0.3、迎え角 15deg での圧力係数分布（上面）

図 8.24 にマッハ 0.3、迎え角 15deg での Von-Mises 応力/降伏応力を、図 8.25 にマッハ 4、迎え角 5deg での Von-Mises 応力/降伏応力を示した。これらの図を見ると、前章の機体同様翼根での応力が非常に高くなっているが、離陸時であるマッハ 0.3 迎え角 15deg と再突入時であるマッハ 4 迎え角 15deg では明らかに後者のほうが厳しい荷重条件となっている。この機体においては、再突入における制約がやはり厳しく、再突入において構造破壊を起こさないように機体設計を進める必要があるものと考えられる。

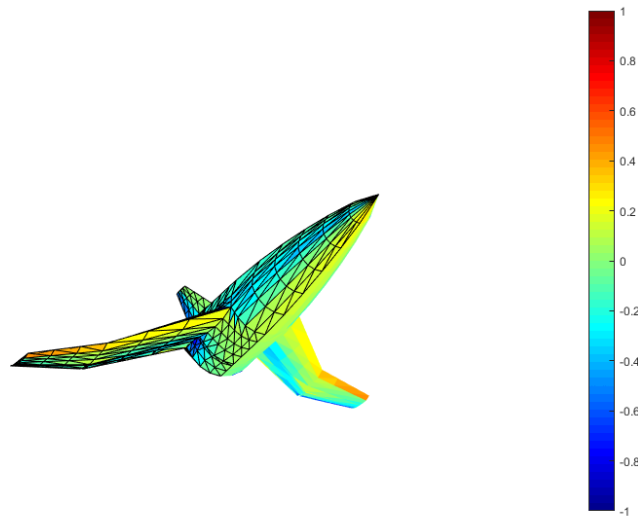


図 8.21 マッハ 0.3、迎え角 15deg での圧力係数分布（下面）

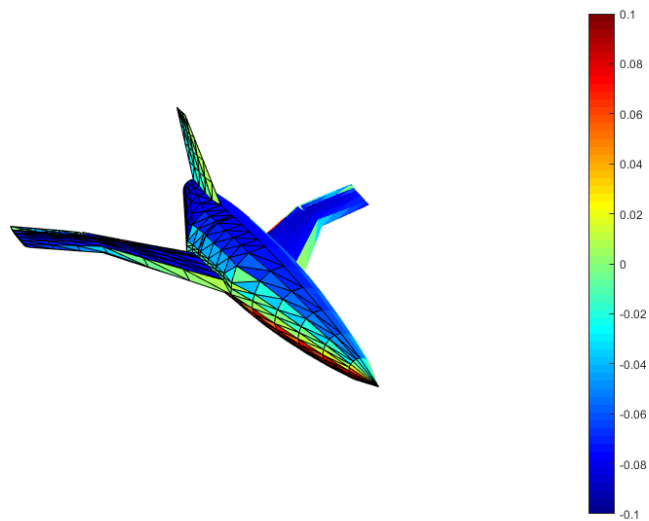


図 8.22 マッハ 4、迎え角 15deg での圧力係数分布（上面）

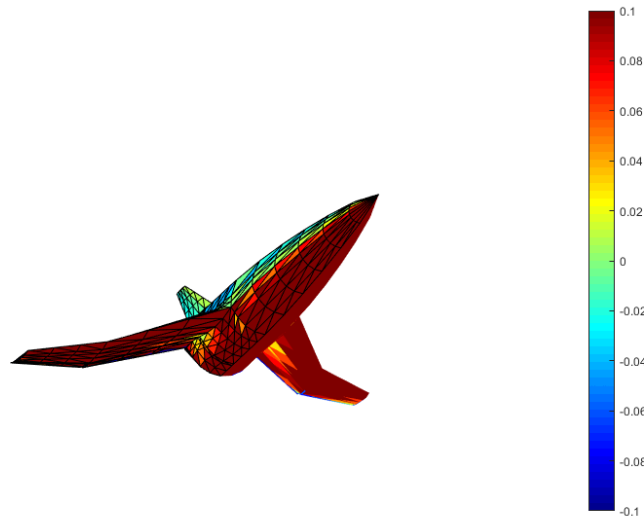


図 8.23 マッハ 4、迎え角 15deg での圧力係数分布（下面）

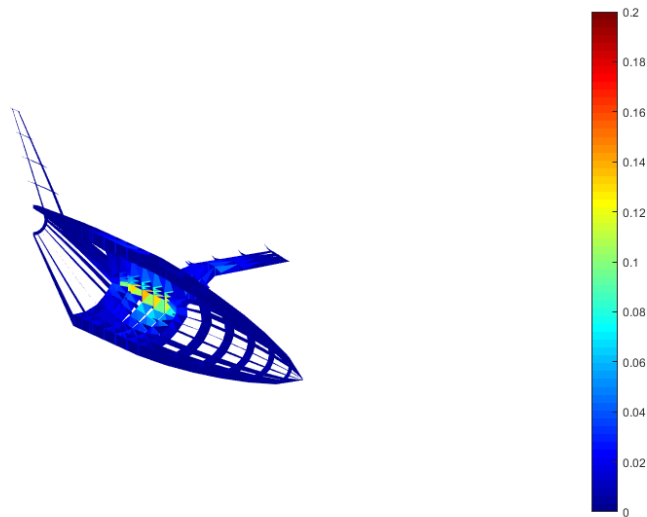


図 8.24 マッハ 0.3、迎え角 15deg での Von-Mises 応力/降伏応力

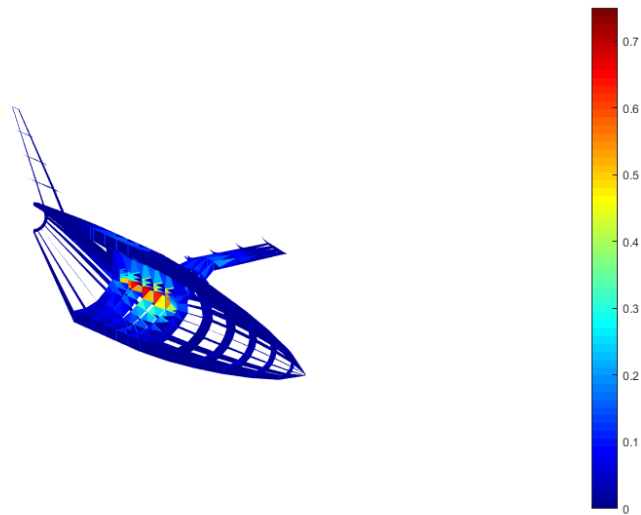


図 8.25 マッハ 4、迎え角 15deg での Von-Mises 応力/降伏応力

第9章

結論

本論文では、複合領域最適化について新たな手法を提案し、その動作確認と実設計問題への適用を行った。加えてこれの実行に適した空力解析プログラム、構造解析プログラムの作成と精度検証を行い、今後多様な実設計問題に適用できるよう、環境を整備した。

複合領域最適化において、複数の解析を組み合わせるという観点から、軌道最適化と、構造変位・応力値などの機体パネルの物理量に対する不等式制約を持つ解析を組み合わせることは非常に有用である。旧来の複合領域定式化においては、機体表面のパネル1つ1つに不等式制約をかけることは現実的ではなく、加えて軌道最適化の持つ軌道制約条件も大規模に不等式制約が含まれるため、解を求めることが難しかった。このため、複合領域最適化によって得られた解に対し追加の解析を行わなければならない、解の出戻りが発生することが開発の現場で見られていた。

第2章において、今回提案するアルゴリズムに組み合わせる最適制御問題について説明を行った。direct collocation法によって定式化された最適制御問題は、運動方程式を陽に制約に持っていることから、複合領域最適化への親和性が高いことを確認した。

第3章において、提案手法に適した空力解析アルゴリズムの作成とその精度検証を行った。提案手法が勾配法を用いることから、空力解析についても設計変数に対して微分可能でなければならない。この点に留意しながら湧出・二重湧出の低次パネル法と修正ニュートン流法を実装し、空力解析プログラムとした。作成した空力解析プログラム「UNLSI」において、NACA0012対称翼を持つ3次元矩形翼とNAL0次形状に対し解析を行い、実用に十分な精度を持っていることを確認した。

第4章については、第3章で作成した空力解析プログラムの結果を用いて構造変位を求めることができる準2次元の境界要素法構造解析プログラムの作成と精度検証を行った。こちらも空力解析と同様に、結果が設計変数に対し微分可能である必要があった。精度検証においては第3章にて用いたNACA0012を翼型に持つ矩形翼に対し計算を行い、等荷重分布の片持ち梁の解析解との比較を行った。解はメッシュの分割数を増やすほど解析解に近づいた。また

UNSLI による荷重分布が解析解の仮定である厳密な等荷重分布ではないが、それを考慮したうえで定性的かつ定量的に良い結果の一致を得た。

第5章においては、提案手法である「明示・非明示随伴方程式法」について定式化を行った。提案手法は、複合領域最適化における随伴方程式法に基礎をおいているが、旧来の随伴方程式法では随伴方程式が非正方行列となる不等式制約を持つ状態においては随伴変数を得ることが難しかった。そこで制約条件と変数の数が一致する解析の支配方程式については線形近似による全微分をとることで設計変数から解析変数の予測器を作成するとともに、作成した予測器を用いて変数削減した線形最適化問題を解くことによって、解析の不等式制約および軌道制約条件に関する随伴変数を取得するようにした。得られた随伴変数から再び予測器を用いることで、解析の支配方程式に関する随伴変数を求めることが可能であり、Lagrangian の二階微分を近似する Hessian 近似法の適用が可能となった。

第6章では、提比較的空力解析や構造解析が適用しやすい形状である翼のみの機体、すなわち全翼機の機体設計を用いた電動航空機モデルに適用し、既存手法であるペナルティ関数法との比較を行った。ペナルティ関数を用いた場合においては、評価関数が改善しないもしくは改善しても短いイテレーションで設計変数の更新ができなくなってしまったのに対し、提案手法ではペナルティ関数法に比べてより良い評価関数値となる解を出力した。提案手法を用いたものにおいても Hessian 近似を用いたものと用いなかったものを用意し、その結果を比較すると、わずかではあるが Hessian 近似を用いたもののほうが評価関数値が良く、さらに最適化終盤の解の振動も見られなかった。この検証によって、Hessian 近似を用いる明示・非明示随伴方程式法が機体パネルに不等式制約を持つ機体・軌道同時最適化問題において、既存手法より優れた解を出力できることが確認された。

第7章では、予冷ターボジェットエンジンを搭載した極超音速ビジネスジェットの設計問題に対し、提案手法を適用した。最終的に構造に関する最大応力の制約を満たした、航続距離 6902km の極超音速ビジネスジェットの解が得られた。構造解析を組み合わせたことで、従来の機体・軌道同時最適化では難しかった先進材料である CFRP の適用や、機体構造の考慮を行うことができた。また、太平洋を横断可能な航続距離を持つ機体を実現するためには、どの程度エンジン重量を削減するべきかを、初期値を航続距離最大化の解として設定した状態で提案手法によって求めた。この問題に対し実用上有用な解を得られたことで、提案手法が実設計問題に対しても適用できることが示された。

第8章では、より複雑なかつ強い軌道制約条件もつフライバックを想定したサブオービタルプレーンに対し提案手法を適用し、この解を得た。この問題設定においては、飛行途中に高度 110km への到達を実現する必要があるが、設計の改善がある程度進まなければこの制約条件を満たすことができない。そこで評価関数と制約条件を組み合わせると疑似的に評価関数を切り替えることで、この問題を解決した。このような強い非線形性を持つ場合においても提案手法は動作しており、高度 110km へ到達する全長約 12m の機体を得られた。

以上が本論文の総括である。提案手法、および作成した空力解析・構造解析は、完全に内製であるが故に高い拡張性を持ち、今後の研究を進めていくうえで非常に有用なツールとなることが期待できる。また随伴方程式法が流体解析における有限体積法の研究によって発達してきた背景があり、そもそも提案手法は高精度・大規模な流体解析・構造解析・熱伝導解析等に親和性が高い。事前解析の膨大なコストを省くことに成功した本手法は、計算コストの観点からもより複数の解析をカップリングすることによってより有用性を高めることができ、今回考慮できなかった機体周囲流や排気流などを考慮できるようにするなど、具体的に可能になった将来研究も多い。小さな小さな機体パネルの不等式制約を大量に追加することを可能にするこの手法が開いた扉の先は、非常に大きな世界であったと言えよう。

謝辞

本研究を行うにあたり、多くの方々のご指導、ご支援をを賜りました。この項では、特にお世話になった方々に謝意を表したいと思います。

指導教員である土屋武司教授には、快適な研究環境を整えていただき、研究・学外活動と多様な機会を与えていただきました。自由奔放に進んでいく私の研究に対して、時に適切な方向に修正をいただき、時に先へと進むご助言を下さり、とても丁寧にご指導いただきました。研究に関しても、無人航空機研究等の博士研究以外に関しても数多くの機会を与えていただき、それに挑戦するたびに成長することができました。少々失礼な表現かもしれませんが、お互いの信頼感を感じられたからこそ、ここまでこれたのだと考えています。

また、東京大学の名誉教授になられた鈴木真二先生にも、研究に対する多くのご助言、および学外での活動の機会を与えてくださいました。先生の航空業界全体をとらえた視点からのご助言は、狭くなりがちな視野を大きく保つことができました。また、宇宙航空研究開発機構の大山聖准教授、防衛大学の横山信宏准教授、東京大学の中須賀真一教授、今村太郎准教授にも本論文の審査を快諾していただきました。先生方と様々に議論ができましたこと、非常に光栄に思っております。

宇宙航空研究開発機構の田口秀之氏には、早稲田大学に在学中からお世話になり、また宇宙航空研究開発機構の研修生として私を引き受けていただいただけでなく、エンジンデータの提供や発表の構成など、研究全般にわたってご指導いただきました。早稲田大学、東京大学、宇宙航空研究開発機構と複数の視点を通して航空業界を見ることができたのは田口氏のおかげです。

共同で研究をさせていただいた PD エアロスペース株式会社の緒川修治様、Anssi Kaakkomaki 様、刺刀一匡様には、機体設計の検討を行う上で貴重な議論をさせていただきました。外部の研究者という立場ながら、実機開発に関わらせていただいたことは、私の誇りの一つです。

松永大一郎技官には、快適な研究環境の整備にご尽力いただいただけでなく、試験飛行の際の引率や飛行ロボット講義など、研究生活における多種多様なことをサポートいただきました。松永技官のおかげで、非常に楽しい研究生活を送ることができました。

東京理科大学の藤川貴弘助教には、研究室の先輩として、また最適軌道という同じ分野で研究を行う研究者として、はたまた飲み仲間として、多大なご支援をいただきました。藤川助教との専門的な議論は非常に興味深く、また今後の糧となるものばかりでした。学会等でお会いした際には、深夜まで議論していたこと、鮮明に覚えています。

鈴木・土屋研究室における修士時代の同期、および博士後期課程における同期とは、楽しい研究室生活を共に過ごすことができました。時に真剣な議論を、時に遊びを一緒にできたことは、大学生活の宝物の一つです。また僕とかかわった先輩、後輩、そして飛行ロボットの受講生たちからも、多くの助言と激励をいただきました。

私の支えであり、たくさんの激励をくれた妻と、新たに家族に加わった息子に、最大限の感謝を示します。この博士論文を仕上げられたのも、妻とすくすく育てていく息子のおかげです。

最後に、この論文を飛行機設計を夢見始めた中学二年生の自分にも捧げて、本論文の結びとします。

参考文献

- [1] Raphael T Haftka. Simultaneous analysis and design. *AIAA journal*, 23(7):1099–1103, 1985.
- [2] 戸上健治. 環境適応型高性能小型航空機 (呼称, mrj) の開発における要素技術研究. *日本航空宇宙学会誌*, 55(646):288–291, 2007.
- [3] 牧本卓也 牧野好和. 超音速機概念設計ツール capas の開発. In *title JAXA special publication: Proceedings fo 40th Fluid Dynamics Conference/Aerospace Numerical Simulation Symposium 2008* 宇宙航空研究開発機構特別資料: 第 40 回流体力学講演会/航空宇宙数値シミュレーション技術シンポジウム 2008 論文集, 2009.
- [4] Hideyuki Taguchi, Akira Murakami, Tetsuya Sato, and Takeshi Tsuchiya. Conceptual study on hypersonic airplanes using pre-cooled turbojet. In *15th AIAA International Space Planes and Hypersonic Systems and Technologies Conference*, page 2503, 2008.
- [5] 横山信宏. 複合領域最適化およびその宇宙往還機概念設計への応用に関する研究. PhD thesis, 東京大学大学院, 2004.
- [6] 土屋武司 田口秀之 藤川貴弘, 要田大輔. 観測ロケットを利用した極超音速統合制御実験 (himico) その 2[~] 飛行軌道および誘導制御系の検討. In *title 平成 25 年度宇宙輸送シンポジウム: 講演集録 Proceedings of Space Transportation Symposium FY2013*, 2014.
- [7] Takayasu Kumano, Shinkyu Jeong, Shigeru Obayashi, Yasushi Ito, Keita Hatanaka, and Hiroyuki Morino. Multidisciplinary design optimization of wing shape for a small jet aircraft using kriging model. In *44th AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit*, page 932, 2006.
- [8] Srinivas Kodiyalam. Evaluation of methods for multidisciplinary design optimization (mdo). phase 1. 1998.
- [9] Jaroslaw Sobieszczanski-Sobieski, Jeremy Agte, and Robert Sandusky, Jr. Bi-level integrated system synthesis (bliss). In *7th AIAA/USAF/NASA/ISSMO Symposium on Multidisciplinary Analysis and Optimization*, page 4916, 1998.
- [10] Nicolas R Gauger. Adjoint approaches in aerodynamic shape optimization and mdo

- context. 2006.
- [11] 森隆茂 土屋武司. Atrex エンジンを搭載した 2 段式スペースプレーンの概念設計に対する最適化手法の適用. 日本航空宇宙学会論文集, 51(592):220–227, 2003.
 - [12] 藤川貴弘. 擬スペクトル最適制御のためのメッシュ細分化法とそれを用いた極超音速実験機の軌道検討, 2013.
 - [13] John R Olds. Results of a rocket-based combined-cycle ssto design using parametric mdo methods. *SAE transactions*, pages 154–173, 1994.
 - [14] SL Padula, JJ Korte, HJ Dunn, and AO Salas. Multidisciplinary optimization branch experience using isight software. 1999.
 - [15] David S Broomhead and David Lowe. Radial basis functions, multi-variable functional interpolation and adaptive networks. Technical report, Royal Signals and Radar Establishment Malvern (United Kingdom), 1988.
 - [16] Jaroslaw Sobieszczanski-Sobieski. Sensitivity analysis and multidisciplinary optimization for aircraft design-recent advances and results. *Journal of Aircraft*, 27(12):993–1001, 1990.
 - [17] DJ Neill, EH Johnson, and R Canfield. Astros-a multidisciplinary automated structural design tool. *Journal of Aircraft*, 27(12):1021–1027, 1990.
 - [18] John E Williams and Steven R Vukelich. The usaf stability and control digital datcom. volume ii. implementation of datcom methods. Technical report, MCDONNELL DOUGLAS ASTRONAUTICS CO ST LOUIS MO, 1979.
 - [19] CR Glatt. Waats: A computer program for weights analysis of advanced transportation systems. 1974.
 - [20] Gary J Harloff and Brian M Berkowitz. Hasa: Hypersonic aerospace sizing analysis for the preliminary design of aerospace vehicles. 1988.
 - [21] Gamal N Elnagar and Mohammad A Kazemi. Pseudospectral chebyshev optimal control of constrained nonlinear dynamical systems. *Computational Optimization and Applications*, 11(2):195–217, 1998.
 - [22] B Maskew. Program vsaero: A computer program for calculating the non-linear aerodynamic characteristics of arbitrary configurations: User’s manual. 1982.
 - [23] Arvel E Gentry, Douglas N Smyth, and Wayne R Oliver. The mark iv supersonic-hypersonic arbitrary-body program. volume i. user’s manual. Technical report, DOUGLAS AIRCRAFT CO LONG BEACH CA, 1973.
 - [24] Stephan Herb. Development of a fem code for fluid-structure coupling, 2015.
 - [25] Arthur Earl Bryson. *Applied optimal control: optimization, estimation and control*. Routledge, 2018.

-
- [26] JT Betts and I Kolmanovsky. Practical methods for optimal control using nonlinear programming. *Applied Mechanics Reviews*, 55:B68, 2002.
- [27] William W Hager. Runge-kutta methods in optimal control and the transformed adjoint system. *Numerische Mathematik*, 87(2):247–282, 2000.
- [28] Gamal Elnagar, Mohammad A Kazemi, and Mohsen Razzaghi. The pseudospectral legendre method for discretizing optimal control problems. *IEEE transactions on Automatic Control*, 40(10):1793–1796, 1995.
- [29] Divya Garg, Michael Patterson, William W Hager, Anil V Rao, David A Benson, and Geoffrey T Huntington. A unified framework for the numerical solution of optimal control problems using pseudospectral methods. *Automatica*, 46(11):1843–1851, 2010.
- [30] Michael A Epton and Alfred E Magnus. Pan air: A computer program for predicting subsonic or supersonic linear potential flows about arbitrary configurations using a higher order panel method. volume 1: Theory document (version 3.0). 1990.
- [31] Christopher R Satterwhite. Development of cpanel, an unstructured panel code, using a modified tls velocity formulation. 2015.
- [32] Roger Penrose. A generalized inverse for matrices. In *Mathematical proceedings of the Cambridge philosophical society*, volume 51, pages 406–413. Cambridge University Press, 1955.
- [33] 李家賢一. 航空機設計法: 軽飛行機から超音速旅客機概念設計まで. コロナ社, 2011.
- [34] Edward Albano and William P Rodden. A doublet-lattice method for calculating lift distributions on oscillating surfaces in subsonic flows. *AIAA journal*, 7(2):279–285, 1969.
- [35] JL Lundry. Calculation of lift and induced drag from sparse span loading data. *Journal of Aircraft*, 14(3):309–311, 1977.
- [36] 永田雅人. 高速流体力学—圧縮性流体力学の基礎. 森北出版, 2010.
- [37] SHIGEYA WATANABE, KOUICHI HOZUMI, AKIRA YOSHIKAWA, TADAO KOYAMA, and SHOUICHI TSUDA. Hypersonic aerodynamic characteristics of ssto-type aerospace planes. part 1: The nal 0-th configuration(supesupuren no goku-chouonsoku kuuriki tokusei shiken: Dai 0-ji keijou). 1992.
- [38] 吉沢昭 小山忠勇 津田尚一 渡辺重哉, 穂積弘一. スペースプレーンの極超音速空力特性試験 (その 1): 第 0 次形状. Technical report, 1992.
- [39] OC Zienkiewicz and RL Taylor. マトリックス有限要素法. キョドテックス, 1996.
- [40] 倉敷哲生 座古勝. 複合材料力学入門. 日本複合材料学会誌, 23(4):144–150, 1997.
- [41] David F Shanno. Conditioning of quasi-newton methods for function minimization. *Mathematics of computation*, 24(111):647–656, 1970.

- [42] Mehiddin Al-Baali*, Antonio Fuduli, and R Musmanno. On the performance of switching bfgs/sr1 algorithms for unconstrained optimization. *Optimization Methods and Software*, 19(2):153–164, 2004.
- [43] M Contreras and RA Tapia. Sizing the bfgs and dfp updates: numerical study. *Journal of Optimization Theory and Applications*, 78(1):93–108, 1993.
- [44] Dong C Liu and Jorge Nocedal. On the limited memory bfgs method for large scale optimization. *Mathematical programming*, 45(1-3):503–528, 1989.
- [45] 矢部博. 工学基礎 最適化とその応用. 数理工学社, 2006.
- [46] 四谷智義 金崎雅博. 修正 parsec 翼型表現法の提案と実問題による性能検証. 日本流体力学学会講演論文集 2011, pages 1–4, 2011.
- [47] 富田信之. 宇宙システム入門, 1993.
- [48] Laurie Marshall, Catherine Bahm, Griffin Corpening, and Robert Sherrill. Overview with results and lessons learned of the x-43a mach 10 flight. In *AIAA/CIRA 13th International Space Planes and Hypersonics Systems and Technologies Conference*, page 3336, 2005.
- [49] W Haack. Geschossformen kleinsten wellenwiderstandes. *Bericht der Lilienthal-Gesellschaft*, 136(1):14–28, 1941.
- [50] Hideyuki Taguchi, Hisao Futamura, Ryoji Yanagi, and Masataka Maita. Analytical study of pre-cooled turbojet engine for tsto spaceplane. In *10th AIAA/NAL-NASDA-ISAS International Space Planes and Hypersonic Systems and Technologies Conference*, page 1838, 2001.
- [51] 岡村弘之 鵜戸口英善. 高圧円筒容器胴体の肉厚設計基準式について. 高圧力, 3(3):476–487, 1965.
- [52] 横山信宏. 宇宙往還機のマルチタイムスケール最適飛行制御に関する研究, 2002.