

審査の結果の要旨

氏名 浅野 知紘

学位申請論文 **Intersection and displacement energy of rational Lagrangian immersions via sheaf quantization** (層量子化による有理的 Lagrange はめ込みの交叉と分離エネルギーの研究) において浅野知紘氏は余接束の良いクラスの Lagrange はめ込みに対して、超局所層理論を用いた定量的考察を行い、分離エネルギーの評価および、交点数の評価を行った。

シンプレクティック幾何において、Lagrange 部分多様体は基本的な対象であり、これの解析手段として概正則曲線のモジュライを利用する Floer ホモロジーの理論がよく確立されている。Lagrange はめ込みは Lagrange 部分多様体に対して単純な特異性を許したその拡張であり赤穂まなぶ氏によって考察されている。シンプレクティック多様体が余接束であるとき、超局所層理論を用いたアプローチが近年開発されてきた。

超局所層理論は多様体上の層の特異性を解析するための理論であり、層係数コホモロジーのモース理論的取り扱いが可能となることが知られている。特に Tamarkin は余接束内の部分集合の non-displaceability を超局所層理論によって証明する手法を与えた。この先駆的な仕事の後、このおよそ 10 年間、余接束に対するシンプレクティック幾何における主張が超局所層理論を用いて証明および再証明されてきた。

学位申請論文の主定理は池祐一氏との共同研究であり、交点数に関する二種類の評価である。その定式化のために、まず、定義域がコンパクトな余接束への有理的な Lagrange はめ込み $\iota: L \rightarrow T^*M$ に対して、はめ込みの像の中に存在するループ全体を用いて不変量 $e \in [0, \infty]$ を定義する。

第一の定理は Lagrange はめ込みに対してある付帯条件のもとで次が成立する。ハミルトン関数 H のノルムが e よりも小さいと仮定する。また与えられたはめ込みと、それを H の生成するハミルトニアンアイソトピーによって動かしたものが横断的に交わると仮定する。このとき、両者の交点の個数が L の Betti 数の総和以上になることを主張する。

第二の定理では、ある付帯条件と、上と同様の第一の仮定をおく。ただし横断性の仮定を置かない。このとき交点の個数が L のカップ長以上になることを主張する。

学位申請者はすでに参考論文において、Tamarkin, Guillermou 等によって行われた定性的議論を定量的な観点から見直し、余接束における分離エネルギーを層の利用に

より下から 評価する手法を開発していた。しかし、そこでは十分良い評価のための層の存在あるいは構成については未考察であった。学位申請論文において申請者は、与えられた Lagrange はめ込みに対し、層を適切に構成することによって具体的評価を与えた。とくに Floer 理論を用いた評価が超局所層理論によっても得られることを示した。申請者の議論は次のふたつのポイントをもつ。第一に、求める層は、Maslov 指数由来の障害が存在するため、通常の導来圏としての対象としては構成できず、三角軌道圏とよばれる導来圏の任意の対象がそのシフトと同型になるようにした新たな三角圏の対象として構成される。第二に、良い評価を与えるためには、族のパラメータを組み込みながら層を構成した。

これらの結果は、優れた数学的業績であり、大きな学問的貢献であると評価できる。よって、論文提出者浅野 知紘は、博士(数理科学)の学位を受けるにふさわしい十分な資格があると認める。