

## 論文審査の結果の要旨

氏名 浅尾 泰彦

浅尾泰彦の博士論文では、測地的距離空間のマグニチュードホモロジーについて、その消滅の十分条件を与えるなど、基本的な性質を示すとともに、Vietoris-Rips ホモロジーとの関係を考察した。

マグニチュードは Leinster によって圏論的な視点から定式化された概念であり、特に有限距離空間に対してパラメータ  $t$  についての関数を与える。マグニチュードホモロジーは距離空間  $X$  について定義される二重次数付き加群  $MH_n^\ell(X)$  で、非負の実数  $\ell$  と整数  $n$  を与えるごとに定まる。マグニチュードホモロジーは、マグニチュードの圏化と捉えることができる。距離空間  $X$  が可壊 (crushable) であるとは、距離を小さくするようなホモトピーによって 1 点に潰すことができることである。本論文では、マグニチュードホモロジーの一つのバージョンである  $MH_n^{\leq \ell}(X)$  について考察し、 $X$  が可壊であれば、任意の非負の実数  $\ell$  と正の整数  $n$  に対して、 $MH_n^{\leq \ell}(X) = 0$  が成立することを証明した。また、 $CAT(\kappa)$  に対して、ある正の定数  $D_\kappa$  が存在して、 $0 < \ell < D_\kappa$  ならば、全ての正の整数  $n$  に対して、 $MH_n^\ell(X) = 0$  が成立することを示した。また、半径  $r$  の閉測地線が  $X$  に存在するとき、 $MH_2^r(X) \neq 0$  であることを証明した。Vietoris-Rips ホモロジーについては、パラメータ  $\varepsilon$  が十分小さいとき、特異ホモロジーと同型であることを示した。これらは、マグニチュードホモロジーおよび Vietoris-Rips ホモロジーに関する基本的で重要な性質である。マグニチュードホモロジーは位相的データ解析の視点からも興味を持たれている対象であり、浅尾泰彦の研究はこの方面への展開も期待される。

本論文は、マグニチュードホモロジーおよび Vietoris-Rips ホモロジーについて新しい知見を与えるものであり、位相幾何学分野に大きく貢献する。よって、論文提出者 浅尾泰彦は、博士 (数理科学) の学位を受けるにふさわしい十分な資格があると認める。