

審査の結果の要旨

氏名 坂本 龍太郎

坂本氏は総実代数体に対して高階 Euler 系を構成し、同変岩澤加群の高次 Fitting イデアルを p 進 L 関数で表す公式を証明した。

代数体のイデアル類群、楕円曲線や保型形式に伴うセルマー群と L 関数の関係を調べる岩澤理論では、1990 年頃に Kolyvagin により導入された Euler 系を用いる手法と、Ribet や Mazur と Wiles により導入された尖点形式と Eisenstein 級数の合同関係式を用いる二つの異なる手法が知られている。Euler 系を用いる手法は、一度 Euler 系が得られれば極めて有効な研究手段となるが、残念ながら、合同関係式の手法に比べ限られた場合にしか Euler 系が構成されていない。2000 年代以降、Mazur と Rubin により、ガロア表現に対する Euler 系の一般論が Kolyvagin 系、Stark 系の理論などを導入しつつ整備され、従来の Euler 系を一般化した高階 Euler 系も導入された。特にこの高階 Euler 系の具体例はほとんど知られていない。

坂本氏は、総実代数体のイデアル類群に関する岩澤理論において、Wiles により証明された岩澤主予想（総実代数体の岩澤理論における基本定理、保型形式の合同関係式を用いる手法で 1990 年に証明された）を用いて、高階 Euler 系を構成することに成功した。さらに、この高階 Euler 系を用いて、岩澤主予想をより精密化した「総実代数体の同変岩澤加群の高次 Fitting イデアルを p 進 L 関数で完全に記述する公式」を μ 不変量が 0 などの条件のもとで証明した。同変岩澤加群を有限指標ごとに分解してから考える従来の岩澤加群では、同様の公式が、2012 年に栗原将人氏（慶應大学）により、異なる手法で、やはり岩澤主予想を用いて、証明されていた。坂本氏の定理は、指標分解を取らないより精密な結果である。またその証明は、Gorenstein 環係数の Stark 系の一般論に関する自身の先行研究及び Gorenstein 環係数の Stark 系、Kolyvagin 系、Euler 系に関する Burns 氏、佐野氏との共同研究の手法を、構成した高階 Euler 系に適用するもので、系統的な見通しのよいものとなっている。

有理数体の場合は、Euler 系は円単数から構成でき、局所ガロア・コホモロジーを通して p 進 L 関数を与えることが知られていた。坂本氏は、岩澤主予想を用いて、逆に総実代数体の p 進 L 関数から総実代数体の (高階) Euler 系を構成した。アイデアは素朴であるが、岩澤主予想で用いられている特性イデアルの理論が、Euler 系の理論で現れてくる正則でない環には適用できない点が大きな困難となっていた。坂本氏は、上記の Gorenstein 環係数の Stark 系等の研究で重要な道具となっていた exterior bidual を用いると、特性イデアルの理論を正則でない環へ拡張できることを発見し、この困難を克服した。

総実代数体の同変岩澤理論を精密化する優れた研究であり、また「拡張された特性イデアルの理論」を用いる手法は汎用性が高いと思われ、今後他の岩澤理論の研究に応用されていくことが大いに期待される。よって、論文提出者 坂本龍太郎は、博士（数理科学）の学位を受けるにふさわしい十分な資格があると認める。