

博士論文

論文題目 自己組織化により磁化プラズマの電子乱流に生じる構造
形成の機構解明に関する研究

(The mechanism of structure formation through self-organization
in electron-scale magnetized plasma turbulence)

氏 名 河合 智賀

目次

第 1 章	はじめに	1
1.1	核融合プラズマの乱流輸送と閉じ込め改善	1
1.2	自己組織化:2次元乱流の構造形成	5
1.3	本研究の構成	5
第 2 章	ジャイロ運動論	6
2.1	Vlasov-Maxwell 方程式	6
2.2	ジャイロ運動論的オーダーリング	7
2.3	ジャイロ運動論的方程式系	8
2.4	線形不安定性:スラブ/トロイダル ETG モード	12
2.5	H-M 方程式	14
第 3 章	2次元乱流における大域的な構造の形成:H-M 方程式による考察	16
3.1	H-M 方程式の保存則	17
3.2	2次元乱流におけるエネルギー逆カスケード	17
3.3	Rhines スケールと断熱スケール:渦構造の形成を特徴づけるもの	19
3.4	変調不安定性	22
第 4 章	スラブ ETG 乱流の自己組織化	24
4.1	シミュレーションモデルと設定	24
4.2	減衰乱流シミュレーション	27
4.3	ETG 乱流計算	35
第 5 章	トロイダル ETG 乱流の自己組織化	48
5.1	シミュレーションモデルと設定	48
5.2	トロイダル ETG モードの線形解析	52
5.3	減衰乱流シミュレーション	53
5.4	減衰乱流計算	55
5.5	ETG 乱流シミュレーション	57

第 6 章	まとめ	69
	謝辞	73
	参考文献	74
付録 A	発表リスト	78

目次

1.1	DIII-D、L-H 遷移前後での (a) 電場、(b) イオン温度、(c) 電子温度、(d) 電子密度分布。周辺部において急峻な密度/温度勾配が形成される。	2
1.2	JT-60U、負磁気シア放電における内部輸送障壁 (ITB) の形成。イオン温度、電子温度、電子密度 (左図) と熱輸送係数 (右図) の径方向分布から、網かけした領域における ITB 領域における熱輸送の低減が見られる。	2
1.3	ジャイロ運動論的 ITG 乱流シミュレーションにおいて、ZF が乱流構造に与える影響。	3
1.4	ヘリカル装置 CHS における ZF の実験的検証。	4
1.5	ジャイロ運動論的トロイダル ETG 乱流シミュレーションにおける静電ポテンシャル構造。	4
4.1	スラブ配位の座標系	24
4.2	スラブ配位減衰乱流計算:静電ポテンシャル $e\phi/T_e$ の実空間構造。	28
4.3	エネルギーの時間推移 ($L_n/\rho_{Te} = 1.5 \times 10^3$)。	29
4.4	エネルギー $E(t)$ とエンストロフィー $W(t)$ の時間推移 $L_n/\rho_{Te} = 1.5 \times 10^3$	29
4.5	乱流場エネルギーの時間推移、 L_n スキャンにおける $\Theta \equiv \frac{k_{\parallel} L_n}{k_y \rho_{Te}} \rightarrow 0$ の流体極限で Landau 減衰の効果が弱まる。	29
4.6	減衰乱流シミュレーション:密度勾配スキャンにおける ZF 波数 k_{ZF} と Rhines スケール k_c との比較	30
4.7	実周波数の比較:流体モデルとジャイロ運動論モデル	31
4.8	減衰乱流計算:乱流場平均速度 U の時間発展の比較	32
4.9	減衰乱流計算の各ケースにおける 2 次元エネルギースペクトル $E(k_x, k_y)$	33
4.10	乱流渦構造の特徴スケール $k_E(t)$ の時間発展を GK モデルの小振幅/大振幅ケースについてプロットした。 $k < k_{\lambda}$ におけるエネルギーの逆カスケードは $k_E(t) \propto t^{-3/8}$ によって特徴づけられる。	34
4.11	スラブ配位における減衰乱流計算の各ケースにおける線形分散の実周波数 ω_r と非線形相関時間 ω_t の比の 2 次元スペクトル空間 (k_x, k_y) 上のプロット。図中黒線は $\omega_r = \omega_t$ となる Rhines スケール k_c を、白線は断熱スケール k_{λ} を表す。	35
4.12	ETG 乱流計算: 静電ポテンシャル $q_e\phi/T_e$ の実空間構造。	37

4.13	ETG 乱流計算:電子熱輸送係数 χ_e の時間発展を示す。小振幅/大振幅それぞれについて時間は最も不安定な ETG モードの線形成長率 γ で規格化した。	38
4.14	静電ポテンシャル ϕ と圧力揺動 \bar{p} のクロスフェーズ (規格化時間 $t\gamma \sim 20$)	38
4.15	減衰乱流計算の各ケースにおける 2 次元エネルギースペクトル $E(k_x, k_y)$	39
4.16	スラブ ETG 乱流計算の各ケースにおける線形分散の実周波数 ω_r と非線形相関時間 ω_t の比,2 次元スペクトル空間 (k_x, k_y) 上のプロット。図中黒線は $\omega_r(\mathbf{k}_c) = \omega_t(\mathbf{k}_c)$ となる Rhines スケール \mathbf{k}_c を表す。	39
4.17	乱流場の 1 次元シェル平均エネルギースペクトル $E_f(k_\perp)$ とエネルギー変化率 $ \Gamma_k $ を乱流の準定常状態 $t\gamma \sim 50$ の段階で時間平均幅 $\Delta t\gamma \sim 2$ で平均化したもの。図中青点 (+) はエネルギーの注入を、緑点 (×) は散逸を示す。	41
4.18	スラブ ETG モードの温度勾配パラメータ η_e スキャンにおける実周波数 ω_r と成長率 γ の比較。	42
4.19	スラブ ETG 乱流計算の η_e スキャンにおける乱流場の特徴パラメータの時間発展。	43
4.20	スラブ ETG 乱流計算の η_e スキャンにおける流れの非等方度 c_y と臨界パラメータ k_c/k_λ の対応。	43
4.21	乱流渦構造の特徴スケール $k_E(t)$ の時間発展を GK モデルの小振幅/大振幅ケースについてプロットした。 $k < k_\lambda$ におけるエネルギーの逆カスケードは $k_E(t) \propto t^{-3/8}$ によって特徴づけられる。	44
4.22	乱流構造が非線形飽和に至る前後での 2 次元エネルギースペクトル E_{k_x, k_y} 。いずれのケースにおいても、 $k_y \sim 0$ の ZF が直接的に励起されている。	45
4.23	波数 $(k_x, k_y) = (k_q, 0)$ の ZF を励起する変調不安定性の成長率の q 依存性。ポンプ波の波数は図 4.18 に基づき $(k_x, k_y) = (0, 0.35\rho_{Te}^{-1})$ とした。	46
4.24	非線形飽和の初期 $t\gamma = 12$ における線形 ETG モードと ZF のバイコヒーレンス $b(\omega_1, \omega_2)$ 。	46
5.1	トロイダル系の座標系。	49
5.2	トロイダル系磁場配位として用いた安全係数 $q(r)$ と磁気シア $s(r)$ 。	49
5.3	GT5D コードで計算した $r = 0.5a_0$ 磁気面上における静電ポテンシャルのポロイダル-トロイダルモードスペクトル $\phi(m, n)$ 。	51
5.4	トロイダル ETG モードの線形周波数 ω_r 、および成長率 γ のトロイダルモード数依存性。	53
5.5	各トロイダルモード数 n に対する $k_\theta \rho_{Te}$ の径方向依存性。	53
5.6	線形固有関数の静電ポテンシャル構造 $\phi(\mathbf{r})$	54
5.7	減衰乱流計算の初期条件における静電ポテンシャルのポロイダル断面構造 $\phi(\mathbf{r})$ 。	55
5.8	減衰乱流計算:静電ポテンシャルのポロイダル断面構造 $\phi(\mathbf{r})$ 。	56
5.9	減衰乱流計算における各トロイダルモード数成分の静電場エネルギー $E_f(n)$ の時間発展。 N_w は各ケースにおけるトロイダル方向のウェッジ幅の逆数。	57
5.10	アスペクト比スキャンにおける ETG モードの線形周波数 ω_r 、成長率 γ の比較。	58

5.11	トロイダル ETG 乱流のアスペクト比スキャンで観測された静電ポテンシャルのポロイダル断面構造 $\phi(\mathbf{r})$ 。	59
5.12	ETG 乱流計算における各トロイダルモード数成分の静電場エネルギー $E_f(n)$ の時間発展。	59
5.13	ETG 乱流計算のアスペクト比スキャンにおける乱流場の特徴パラメータの時間発展。	60
5.14	トロイダル ETG 乱流計算における小振幅/温度比スキャンで観測した静電場エネルギーの時間発展。	61
5.15	トロイダル ETG 乱流計算における小振幅/温度比スキャンで観測した静電ポテンシャルのポロイダル断面構造 $\phi(\mathbf{r})$ 。	62
5.16	トロイダル ETG 乱流計算における小振幅/温度比スキャンで観測した 2 次元エネルギースペクトル $E_f(k_r, k_\theta)$ 。	62
5.17	トロイダル ETG 乱流計算における小振幅/温度比スキャンで観測した流れの非等方度 c_y の時間発展。	63
5.18	トロイダル ETG 乱流計算における小振幅/温度比スキャンで観測した各スケールの時間発展。	63
5.19	トロイダル ETG 乱流計算における大振幅/温度比スキャンで観測した静電場エネルギーの時間発展。	64
5.20	トロイダル ETG 乱流計算における大振幅/温度比スキャンで観測した静電ポテンシャルのポロイダル断面構造 $\phi(\mathbf{r})$ 。	64
5.21	トロイダル ETG 乱流計算における大振幅/温度比スキャンで観測した 2 次元エネルギースペクトル $E_f(k_r, k_\theta)$ 。	65
5.22	トロイダル ETG 乱流計算における小振幅/温度比スキャンで観測した流れの非等方度 c_y の時間発展。	65
5.23	トロイダル ETG 乱流計算における小振幅/温度比スキャンで観測した各スケールの時間発展。	66
5.24	トロイダル ETG 乱流計算の $\tau = 0.3$ 、小振幅/大振幅における線形分散の実周波数 ω_r と非線形相関時間 ω_t の比の 2 次元スペクトル空間 (k_x, k_y) 上のプロット。 図中黒線は $\omega_r(\mathbf{k}_c) = \omega_t(\mathbf{k}_c)$ となる Rhines スケール k_c 、紫太線は断熱スケール k_λ を示す。	67
5.25	ETG 乱流計算における $\tau = 0.3$ 、小振幅/大振幅ケースで観測した電子熱輸送係数 χ_e の時間発展を示す。小振幅/大振幅それぞれについて時間は最も不安定な ETG モードの線形成長率 γ で規格化した。	68

表目次

4.1	スラブ配位:シミュレーションの波数空間解像度	25
4.2	減衰乱流計算:パラメータ設定	27
4.3	減衰乱流計算:図 4.9(b)-(d) の各ケースにおける乱流場平均速度 U 、ZF 波数 k_{ZF} 、流れの 非等方度 c_y	33
4.4	ETG 乱流計算:パラメータ設定	36
5.1	実空間解像度	50
5.2	トロイダル ETG 乱流計算で用いたプラズマ平衡パラメータ。	50
5.3	トロイダル ETG 乱流計算におけるアスペクト比スキャンの設定。	58
5.4	振幅/温度比スキャン	60

第 1 章

はじめに

1.1 核融合プラズマの乱流輸送と閉じ込め改善

トーラス型の磁場閉じ込め核融合プラズマでは、外部から印加された磁場によって閉じた磁力線が形成され、その回りを荷電粒子が巻き付くように運動する (ジャイロ運動) ことで高温のプラズマを保持する [1]。一方、実際の放電では様々な過程を通じてプラズマ中の粒子や熱は内から外へと漏れ出していく。核融合を実現する上ではこのような輸送を低減し高性能なプラズマ閉じ込めを達成することが重要である。これらの輸送現象のうち、磁場に巻きついたジャイロ運動をする荷電粒子同士の Coulomb 衝突に起因するものとして古典輸送、あるいはトーラス型装置におけるトロイダル効果を考慮した新古典輸送が知られている [2]。

しかしながら密度・温度勾配がある径方向への輸送係数は、実験的にはほとんど常に (新) 古典輸送係数を大きく上回る値が観測されている [3, 4]。これらの高い輸送係数は、プラズマ中に励起される様々な不安定性が駆動する電磁的な揺らぎ (乱流) が原因であると考えられており、「乱流輸送」として知られている [5]。乱流状態は幅広いスケールに渡る大きさの渦が相互作用する非線形な系であり、3 次元一様等方乱流において明らかにされたエネルギースペクトルのカスケードによるべき乗則のような構造を持つ [6, 7]。プラズマ乱流では、揺動電場によって生じる $\mathbf{E} \times \mathbf{B}$ ドリフトや揺動磁場に沿った熱運動によって熱/粒子が対流されることで輸送が促進される。プラズマは荷電粒子の集団的な運動が電磁場と相互作用を持つため、閉じ込め磁場の配位や平衡パラメータに応じて様々な固有周波数のモードが存在する [8]。これらのうち不安定なモードは乱流を駆動するエネルギー源となるため、どのような種類の固有モードによって駆動されるかによってプラズマ乱流の性質も変化する。

一方、乱流輸送が支配的なプラズマにおいてもある条件の放電においては輸送係数が低減されるような領域が存在することが知られている。ASDEX トカマクにおいて、中性粒子ビーム入射 (NBI, Neutral Beam Injection) 加熱パワーの上昇に伴って閉じ込め磁場による磁力線構造の最外部であるセパトロクス付近で輸送係数が突然減少し、それに伴いプラズマ内部の温度が上昇する現象が発見された [9]。この現象は L-H 遷移として知られる。図 1.1 は D-IIID の放電における周辺プラズマの径方向分布をとらえたもので、プラズマ境界のすぐ内側で電子温度や電子密度の勾配が急峻になる [10]。また、特定の磁場配位のもとでトカマク炉心部における輸送係数が減少する現象は内部輸送障壁 (ITB, Internal Transport Barrier) として知られている [11, 12]。ITB は弱/負磁気シア領域付近に輸送改善の領域が局在化し、その領域内で径電場シ

アが大きくなっていることから、背景磁場構造や $E \times B$ シア流によるプラズマ輸送抑制効果が示唆される (図 1.2)。

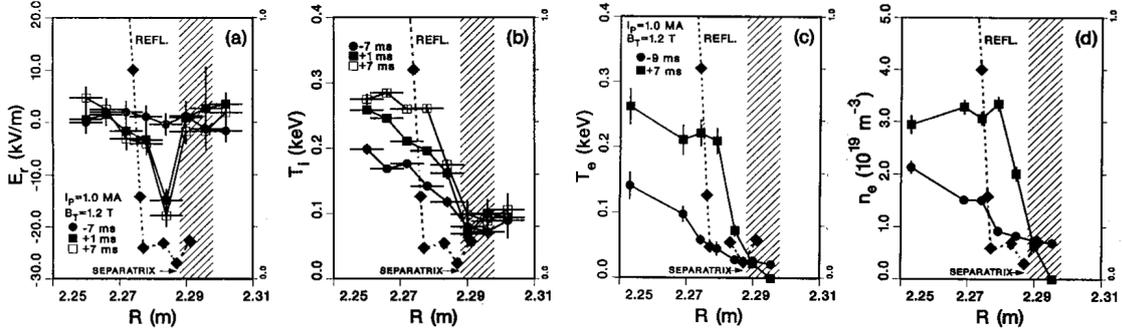


図 1.1: DIII-D、L-H 遷移前後での (a) 電場、(b) イオン温度、(c) 電子温度、(d) 電子密度分布。周辺部において急峻な密度/温度勾配が形成される [10]。

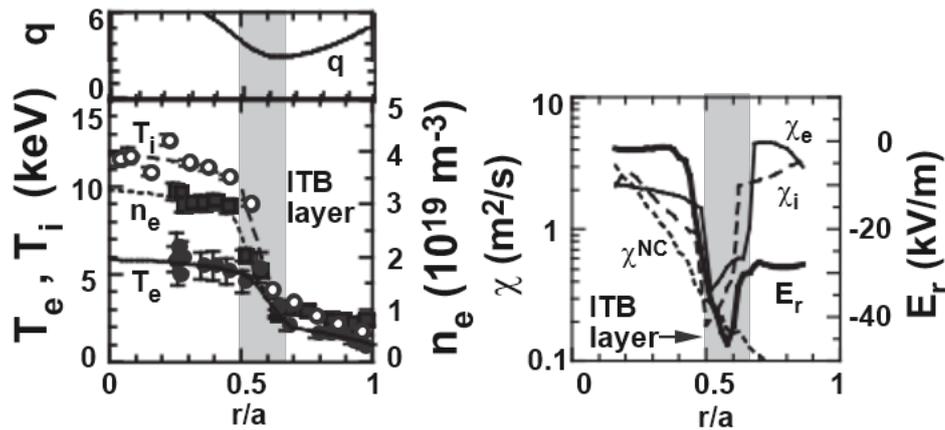
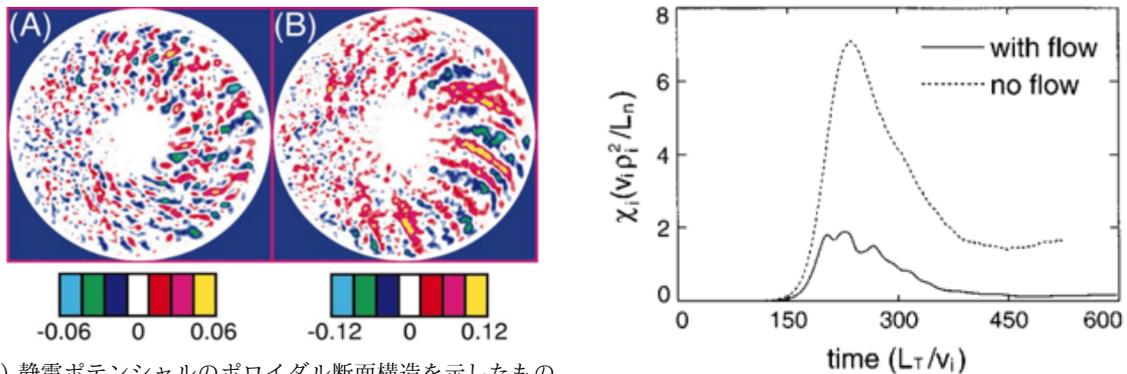


図 1.2: JT-60U、負磁気シア放電における内部輸送障壁 (ITB) の形成。イオン温度、電子温度、電子密度 (左図) と熱輸送係数 (右図) の径方向分布から、網かけした領域における ITB 領域における熱輸送の低減が見られる [12]。

トカマクなどのトーラス型装置においてイオン系/電子系プラズマ乱流を駆動する不安定性として、トーラスの径方向にある密度/温度勾配によって励起されるドリフト波のひとつであるイオン/電子温度勾配不安定性 (ITG/ETG モード)[13] が有力視されており、その性質が盛んに研究されている。これらのモードが持つ特徴的な周波数はプラズマ中の荷電粒子のジャイロ運動周波数よりずっと小さく、また特徴的な波数スケールについてはジャイロ半径程度の短波長であり、イオンと電子で時空間の特徴的なスケールに大きな隔り ($\propto \sqrt{m_i/m_e} \sim 60$ 倍) がある。プラズマ乱流の構造はどちらの粒子種に着目するかによって、以下のように異なる性質を示す。

1.1.1 イオンスケール乱流の構造: 帯状流の形成

イオンスケールの運動に着目するとき、電子はイオンと比べて磁力線方向に十分速く運動するため、揺動電子密度は静電ポテンシャル揺動に対して断熱的に応答すると仮定できる。一方で、磁気面上で一様なポテンシャルについては磁力線方向への電場がなくなるため、このような構造に対しては電子断熱応答が消失する。このようなポロイダル・トロイダル方向に一様なポテンシャル構造は帯状流 (ZF, Zonal Flow) と呼ばれるが、イオンスケール乱流においては電子断熱応答の影響により ZF が励起されやすい。ZF の形成過程としては、主に変調不安定性による過程によると考えられている [14, 15] ZF による $\mathbf{E} \times \mathbf{B}$ ドリフトは径方向成分が存在せず、それ自身が乱流の渦構造を細長く引きちぎって径方向への相関長を縮小する効果があるため、乱流輸送の低減に寄与する効果が数値計算による研究から指摘された (図 1.3)。ZF 構造の存在は実験的にも検証された (1.4)。



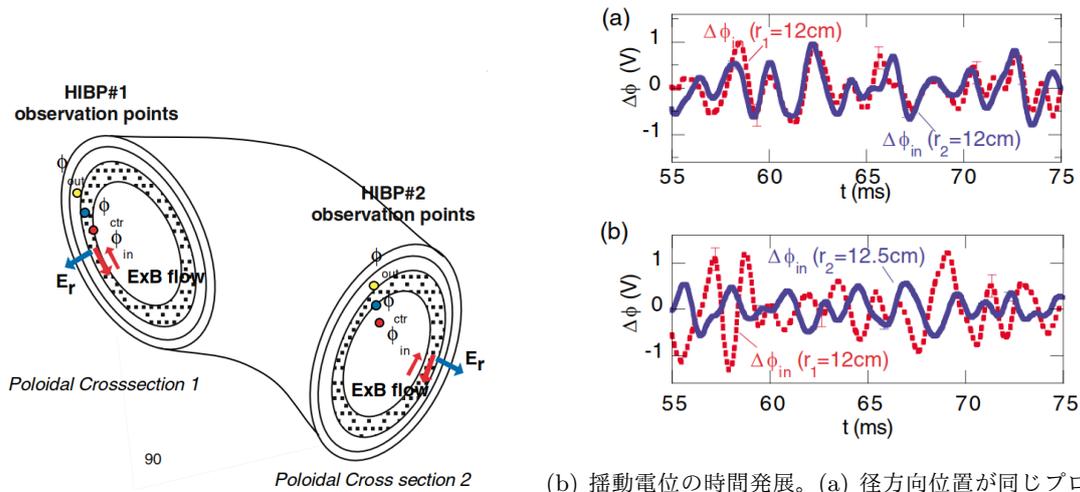
(a) 静電ポテンシャルのポロイダル断面構造を示したものの。

計算される方程式系から帯状流成分を除いた系 (B) では、(b) 2つのケースについてイオン熱輸送係数の時間発展を全てのモードを解いた場合 (A) と比較して径方向に細長く比較すると、no flow(B)と比較して with flow(A)では輸送係数が大きく低減している。

図 1.3: ジャイロ運動論的 ITG 乱流シミュレーションにおいて、ZF が乱流構造に与える影響 [16]。

1.1.2 電子スケール乱流の構造

電子スケール乱流に着目する場合、電子ドリフト波の特徴的な周波数がイオンのジャイロ周波数より十分小さいため、イオンの運動は近似的に静電ポテンシャル揺動に対して断熱的に応答すると見なせる。このとき断熱応答の物理的な機構がイオンスケール乱流と異なり、イオン断熱応答は磁力線方向にポテンシャルが一様である帯状流に対しても残る。従って、ETG 乱流においては ITG 乱流と異なり ZF が励起されにくいと考えられる。トーラス型磁化プラズマにおける ETG 乱流の構造はプラズマ平衡パラメータや閉じ込め磁場の構造に大きく影響を受ける。正磁気シア領域のトロイダル ETG 乱流は、渦構造が径方向に細長く伸びたストリーマ構造を形成するため、電子熱輸送の促進に寄与する [18, 19](図 1.5(a))。これとは対照的に、弱/負磁気シア領域ではトロイダルカップリングの影響が小さく、揺動の構造が 2次元系で特徴付



(a) トロイダル方向に離れた2ヶ所において、重イオンビームプローブによる電位の径方向分布が計測された。

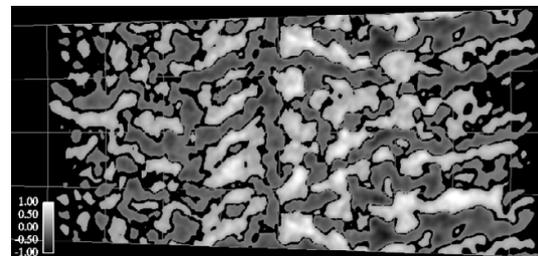
(b) 揺動電位の時間発展。(a) 径方向位置が同じプローブは、トロイダル方向に離れていても位相の揃った振動を計測する。(b) トロイダル方向が同一かつ径方向位置がZFの半波長ほどずれた位置のプローブは位相が反転したような揺動を計測する。

図 1.4: ヘリカル装置 CHS における ZF の実験的検証 [17]。

けられるものとなるため、乱流構造はスラブ ETG 乱流に近い特徴を持つようになる [20]。スラブ ETG 乱流の数値シミュレーションにおいて、電子スケールの ZF が形成されることで電子熱輸送が低減されるという結果が報告されている [21, 22](図 1.5(b))。



(a) 正磁気シアの flux-tube コード (磁気シア $s = 0.8$) では径方向に細長く伸びたストリーマ構造が維持される [19]。



(b) 反転磁気シア配位のグローバルコードではゼロ磁気シア領域付近に電子スケールの ZF 構造が励起される [20]。

図 1.5: ジャイロ運動論的トロイダル ETG 乱流シミュレーションにおける静電ポテンシャル構造。

ETG 乱流における ZF の形成と飽和について、ポンプ波から駆動される変調不安定性 [14, 23]、ストリーマ構造の径方向シア流から励起される Kelvin-Helmholtz(K-H) 不安定性 [18, 24] や K-H 不安定性による ZF の飽和 [21] といった物理機構から議論された。これらの不安定性を元にした議論とは異なる過程として、2次元回転乱流における自己組織化現象が示された [25]。

1.2 自己組織化:2次元乱流の構造形成

2次元系の乱流においては乱流を駆動するスケールよりも長波長側の構造へとエネルギーが輸送される、いわゆる逆カスケードによって大域的な構造が自発的に形成される現象が知られており、自己組織化現象と呼ばれる [26]。これまでイオンスケール乱流について、その2次元構造に着目した流体近似である Hasegawa-Mikhailovskii (H-M) 方程式による記述が議論されてきた [27, 28]。本研究では、この定式化を電子スケール乱流の定式化に拡張してイオン系と類似の H-M 方程式を新たに導出し、これを元にして ETG 乱流における構造形成を検討する。

自己組織化の描像では、

1. 波のモード間での非線形結合によるエネルギーの逆カスケード
2. 線形分散によるカスケードの抑制

という2つの競合する過程から構造形成が決まる。これらの過程による寄与の効果はそれぞれエネルギーの非線形移送率 (を渦構造の回転周波数で代表させた) ω_t 、線形モードの周波数 ω_r でそれぞれ代表される。逆カスケードが $\omega_t \sim \omega_r$ となる波数領域である Rhines スケール k_c で留まるとき、エネルギーは Rhines スケールの持つ非等方な構造によって ZF に集中し、ZF 構造が卓越する [29, 28]。

一方、(ETG 乱流 (あるいはその流体モデルである H-M 方程式でのドリフト波乱流) にはこれとは異なる過程による構造形成が存在する。これらの系では断熱応答項に由来する特徴的な波長である断熱スケール k_λ を境として、これより長波長側では短波長側と比較して逆カスケードが遅延する。エネルギーの逆カスケードが断熱スケールによって決まるとき渦構造は結晶化し、等方的な構造が保たれる [30]。

1.3 本研究の構成

本研究では、電子スケールのプラズマ乱流についてジャイロ運動論に基づく数値シミュレーションを実施し、

1. ゼロ磁気シア領域における乱流構造の形成とその乱流輸送に与える影響
2. スラブ/トロイダル配位での一致点と相違点

について自己組織化の観点から明らかにすることを試みた。

第2章では高温プラズマの運動を記述するジャイロ運動論による定式化を導入し、これによって得られたジャイロ運動論的 Vlasov-Poisson 方程式について流体近似を取ることで2次元回転流体乱流を記述する H-M 方程式が得られることを示す。2次元回転乱流における自己組織化現象と ZF のような構造形成の機構、およびそれらとプラズマ平衡パラメータの関連について第3章で議論した後、続く第4章と第5章でこの描像が実際に ETG 乱流の構造形成について当てはまるかをスラブ/トロイダル配位の系のジャイロ運動論的シミュレーションによって検討する。これらの結果から、電子スケールのプラズマ乱流における自己組織化の描像を第6章にまとめた。

第 2 章

ジャイロ運動論

プラズマの運動とその性質を議論するための枠組みとして、大きく 2 つの手法がある。1 つは流体モデルによるもの、もう 1 つは運動論モデルによるものである。原理的にはプラズマに含まれる粒子すべての位置と速度が求まればプラズマ全体の運動が決まるが、膨大な数にのぼる粒子すべての運動を解くことは現実的ではない。このような系を記述するためには何らかの統計的な描像が必要となる。

プラズマを構成する個々の粒子は電磁的相互作用を通じてお互いの運動に影響を及ぼすが、その効果は Debye 長よりも大きなスケールにおいては 1 点分布関数によって決定される電磁場を通じた集団的なものとなる。したがって、粒子間の電磁的相互作用を 1 対 1 で考慮する必要はなく、1 点分布関数の運動論方程式と電磁場の Maxwell 方程式を連立してその運動を解くことによってその運動が記述される。

本章では、高温プラズマのダイナミクスを記述する運動論モデルである Vlasov-Poisson 方程式系と、そこから解析や数値計算に適した形式となるように縮約を取ったジャイロ運動論モデルについて触れる。また、これを元に更に縮約した流体モデルである H-M 方程式を示し、第 3 章における乱流構造の議論に繋げる。

2.1 Vlasov-Maxwell 方程式

プラズマを構成する粒子の運動は原理的には Klimontovich 方程式系によって完全に記述される。これは全ての粒子の個々の運動について 1 対 1 で相互作用を解くことと等価なモデルである。しかし、核融合プラズマにおいては系に含まれる粒子数は $\sim 10^{20} m^{-3}$ にもなる膨大なものであり、その運動全てを解くことは現実的ではないため、何らかの統計的な記述がなされる。このような場合に用いられるのが Vlasov 方程式である [8]。

プラズマ粒子の分布関数 $F(\mathbf{q}, \mathbf{p})$ は 6 次元位相空間 (\mathbf{q}, \mathbf{p}) 上のある領域 $[\mathbf{q} : \mathbf{q} + d\mathbf{q}], [\mathbf{p} : \mathbf{p} + d\mathbf{p}]$ に含まれる粒子の数が $F(\mathbf{q}, \mathbf{p})d\mathbf{q}d\mathbf{p}$ で与えられるような関数である。ただし (\mathbf{q}, \mathbf{p}) は正準座標系に取る。粒子種 s についての分布関数 F_s は以下に示される Vlasov 方程式に従い時間発展する。

$$\frac{DF_s}{Dt} \equiv \frac{\partial F_s}{\partial t} + \{F_s, H_s\} = 0 \quad (2.1)$$

ただし $\{\cdot, \cdot\}$ は正準座標系 (\mathbf{q}, \mathbf{p}) における Poisson 括弧

$$\{F, G\} = \frac{\partial F}{\partial q_i} \frac{\partial G}{\partial p_i} - \frac{\partial F}{\partial p_i} \frac{\partial G}{\partial q_i} \quad (2.2)$$

$H_s(\mathbf{q}, \mathbf{p})$ は粒子種 s についての正準座標系における 1 粒子 Hamiltonian

$$H(\mathbf{q}, \mathbf{p}) = \frac{1}{2m_s} \left| \mathbf{p} - \frac{q_s}{c} \mathbf{A} \right|^2 + q_s \phi \quad (2.3)$$

q_s と m_s は粒子種 $s = i, e$ (イオン、電子) の電荷と質量、 c は光速、 ϕ は静電ポテンシャル、 \mathbf{A} はベクトルポテンシャルである。また、ここでは衝突周波数が十分小さく 2 体以上の相関からの寄与については無視している。

この方程式を閉じるためには静電ポテンシャルとベクトルポテンシャル (ϕ, \mathbf{A}) を分布関数 F_s から求める必要がある。正準座標系 (\mathbf{q}, \mathbf{p}) おいて粒子密度 n_s と電流 \mathbf{j}_s は以下のように求められる。

$$n_s = \int F_s d^3p \quad (2.4)$$

$$\mathbf{j}_s = q_s \int \mathbf{v} F_s d^3p \quad (2.5)$$

ただし $\mathbf{v} = \frac{1}{m_s} (\mathbf{p} - \frac{q_s}{c} \mathbf{A})$ は正準運動量から求められた粒子速度である。 n_s と \mathbf{j}_s から電磁場 \mathbf{E}, \mathbf{B} は次のような Maxwell 方程式で導出される。

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (2.6)$$

$$\nabla \times \mathbf{B} = \frac{4\pi}{c} \sum_s \mathbf{j}_s + \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \quad (2.7)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = 4\pi \sum_s q_s n_s \quad (2.8)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (2.9)$$

本論文では上述の

Vlasov-Maxwell 方程式系は幅広い時空間に渡る無衝突プラズマの運動に関する全ての情報を持つ厳密な表現だが、プラズマ中における運動の特徴的な時空間スケールの隔りは非常に大きく、この方程式系を数値的に直接解くことは困難である。従って、系の特徴に着目した簡約化が必要となる。

2.2 ジャイロ運動論的オーダーリング

プラズマにおける微視的乱流の特徴として

- 周波数は粒子のジャイロ周波数より十分遅い
- 磁力線と垂直方向の波数は粒子のジャイロ半径と同程度の短波長
- 磁力線に沿った方向の波数は装置のスケール長と同程度の長波長
- 密度揺動の振幅は平衡密度と比較して十分小さい

という構造を持つ。このようなモード構造を踏まえ、ジャイロ運動論的オーダーリングとして、考察の対象とする乱流について次のようなものを仮定する。

$$\frac{k_{\parallel}}{k_{\perp}} \sim \frac{\omega}{\omega_{cs}} \sim \left| \frac{q_s \phi}{T} \right| \sim \frac{\rho_{T_s}}{L_n} \sim \frac{v_{E \times B}}{v_{T_e}} \sim \frac{\delta n_s}{n_0} \sim O(\epsilon_g) \quad (2.10)$$

ここで ω と ω_{cs} は波の特徴的な周波数とジャイロ周波数、 k_{\parallel} と k_{\perp} は磁力線に対して平行/垂直方向への波数、 ρ_s と $L_n \equiv |\nabla \ln n_s(\mathbf{q})|$ はジャイロ半径と密度勾配長、 $v_{E \times B}$ と v_{T_s} は $\mathbf{E} \times \mathbf{B}$ ドリフト速度 $\mathbf{v}_{E \times B} = \frac{c}{B_0} (\mathbf{b} \times \nabla \phi)$ の大きさと熱速度 $\sqrt{T_s/m_s}$ 、 B_0 は閉じ込め磁場強度、 T_s は粒子種 $s = i, e$ の温度、 δn_s と n_0 は粒子分布の揺動/平衡部分、 ϵ_g は摂動展開パラメータである。

このスケーリングのもとで、Vlasov-Maxwell 方程式系を粒子位置の正準座標 (\mathbf{q}, \mathbf{p}) からジャイロ位相に依存しない新しい座標系 $(\mathbf{R}, v_{\parallel}, \mu)$ (ジャイロ中心座標系) に変換することにより、着目する乱流より速いジャイロ運動について平均化され、速度空間依存性が1次元落ちたジャイロ運動論的方程式系を得る。

2.3 ジャイロ運動論的方程式系

ドリフト波乱流のような揺動は、第2.2節で見たような時空間スケールのオーダーリングが適用できる。このような系では粒子のジャイロ運動は、ドリフト波のような着目している揺動より十分速い運動としてオーダーリングパラメータ ϵ_g で分離することができる。これによって得られる方程式はジャイロ位相に依存しない形となり、Vlasov-Maxwell 方程式系を5次元空間(空間3次元、速度2次元)に縮約できる。このようにして元の形式より解析的・数値的に取り扱いしやすくした形式をジャイロ運動論的方程式系という[31, 32]。

ジャイロ運動論的 Vlasov-Maxwell 方程式系では、元の方程式系が持っていた運動論的な効果や保存則を満たすように問題をジャイロ中心座標系に変換する。近年の定式化では Lie 変換法を用いることで、 ϵ_g の任意のオーダーまで Lagrangean と Poisson 括弧の構造が保たれるような変換が定式化されている。本節ではジャイロ運動論的 Vlasov 方程式が具体的にどのような構造を持つかについて議論する。なお、本研究ではプラズマベータ値 β が十分小さい ($\beta < \sqrt{m_e/m_i} \sim 1\%$) ような揺動を対象とするため、以下では磁場揺動について無視する静電近似を仮定する。

2.3.1 ジャイロ運動論的 Vlasov 方程式

Lie 変換法による粒子位置座標 $\mathbf{X} = (\mathbf{q}, \mathbf{v})$ からジャイロ中心座標系への変換は以下のように施される。

案内中心 (Guiding-Center, GC) 座標系 $\mathbf{Z}_{gc} = (\mathbf{R}, v_{\parallel}, \mu, \alpha)$ への座標変換

ただし $\mathbf{R} \equiv \mathbf{q} - \boldsymbol{\rho}$ はジャイロ中心、 $\boldsymbol{\rho} \equiv \mathbf{b} \times \mathbf{v}/\omega_{cs}$ は粒子種 s 、速度 \mathbf{v} における粒子のジャイロ半径、 \mathbf{b} は磁力線方向の単位ベクトル、 $\mu \equiv \frac{m_s v_{\perp}^2}{2B_0}$ は磁気モーメント、 α はジャイロ運動の位相角である。非正準座標系に対する Lie 変換法を用いて \mathbf{Z}_{gc} へ座標変換することで、案内中心座標系による分布関数 $F(\mathbf{Z}_{gc})$ に関する Vlasov-Maxwell 方程式系を得る。

揺動成分のジャイロ位相角依存性を消去

案内中心座標系で表わされた方程式系について、分布関数やポテンシャルの揺動成分を考慮すると

α 依存性が陽に現れる。これを除去するため、方程式系をジャイロ中心 (Gyro-Center, GY) 座標系 $\mathbf{Z}_{gy} = (\bar{\mathbf{R}}, \bar{v}_{\parallel}, \bar{\mu}, \bar{\alpha})$ へと変換する。案内中心座標系からジャイロ中心座標系への変換を誘導する母関数 S は、ポテンシャル揺動の α 依存成分から導出される。

本稿ではその詳細の証明は [31] に譲る。Poisson 括弧 (式 (2.2)) と Hamiltonian (式 (2.3)) はジャイロ中心座標系ではそれぞれ以下のように表される。

$$\{F, G\} \equiv \frac{\omega_{cs}}{B_0} \left(\frac{\partial F}{\partial \bar{\alpha}} \frac{\partial G}{\partial \bar{\mu}} - \frac{\partial F}{\partial \bar{\mu}} \frac{\partial G}{\partial \bar{\alpha}} \right) + \frac{\mathbf{B}^*}{m_s B_{\parallel}^*} \left(\frac{\partial F}{\partial \bar{\mathbf{R}}} \frac{\partial G}{\partial \bar{v}_{\parallel}} - \frac{\partial F}{\partial \bar{v}_{\parallel}} \frac{\partial G}{\partial \bar{\mathbf{R}}} \right) - \frac{c}{q_s B_{\parallel}^*} \mathbf{b} \cdot \frac{\partial F}{\partial \bar{\mathbf{R}}} \times \frac{\partial G}{\partial \bar{\mathbf{R}}} \quad (2.11)$$

$$\bar{H}_s = \frac{m_s}{2} \bar{v}_{\parallel}^2 + \bar{\mu} B_0 + q_s \langle \phi \rangle_{\bar{\alpha}} \quad (2.12)$$

ここで $\mathbf{B}^* \equiv \mathbf{B} + \frac{v_{\parallel}}{\omega_{cs}} \nabla \times \mathbf{B}$, $B_{\parallel}^* = \mathbf{b} \cdot \mathbf{B}^*$, $\langle \cdot \rangle_{\alpha} \equiv (2\pi)^{-1} \int (\cdot) d\alpha$ はジャイロ位相角による平均操作を意味する。

これらの表式を用いて、ジャイロ中心座標系上の分布関数 $\bar{F}_s(\bar{\mathbf{R}}, \bar{v}_{\parallel}, \bar{\mu})$ が従うジャイロ運動論的 Vlasov 方程式が以下のように得られる。

$$\begin{aligned} \frac{D\bar{F}_s}{Dt} &\equiv \frac{\partial \bar{F}_s}{\partial t} + \{\bar{F}_s, \bar{H}_s\} \\ &= \frac{\partial \bar{F}_s}{\partial t} + \frac{d\bar{\mathbf{R}}}{dt} \cdot \frac{\partial \bar{F}_s}{\partial \bar{\mathbf{R}}} + \frac{d\bar{v}_{\parallel}}{dt} \cdot \frac{\partial \bar{F}_s}{\partial \bar{v}_{\parallel}} = 0 \end{aligned} \quad (2.13)$$

ただし、ジャイロ中心座標系における運動論方程式は次のように表される。

$$\begin{aligned} \frac{d\bar{\mathbf{R}}}{dt} &\equiv \frac{\mathbf{B}^*}{m_s B_{\parallel}^*} \frac{\partial \bar{H}_s}{\partial \bar{v}_{\parallel}} + \frac{c}{q_s B_{\parallel}^*} \mathbf{b} \times \bar{H}_s \\ &= \bar{v}_{\parallel} \mathbf{b} + \frac{c}{q_s B_{\parallel}^*} \mathbf{b} \times (q_s \nabla \langle \phi \rangle_{\bar{\alpha}} + m_s \bar{v}_{\parallel}^2 \mathbf{b} \cdot \nabla \mathbf{b} + \bar{\mu} \nabla B_0), \end{aligned} \quad (2.14)$$

$$\begin{aligned} \frac{d\bar{v}_{\parallel}}{dt} &= -\frac{\mathbf{B}^*}{m_s B_{\parallel}^*} \cdot \nabla \bar{H}_s \\ &= -\frac{\mathbf{B}^*}{m_s B_{\parallel}^*} \cdot (q_s \nabla \langle \phi \rangle_{\bar{\alpha}} + \bar{\mu} \nabla B_0), \end{aligned} \quad (2.15)$$

$$\frac{d\bar{\mu}}{dt} = 0 \quad (2.16)$$

ジャイロ中心座標系の運動論方程式における磁気モーメント $\bar{\mu}$ は運動の恒量となり、分布関数は共役な座標であるジャイロ位相には依存しない。このような座標系へ変数変換することで、 ω_{cs} のオーダーの速い運動を系から除去し、ジャイロ運動論的オーダーリングで仮定したような十分ゆっくりとした波動の取り扱いについて運動論的効果を正しく取り入れたものを扱うことができる。以下では簡単のため、特に区別の必要がない限りジャイロ中心座標系の関数であることを意味する上付きバーを省略する。

2.3.2 ジャイロ運動論的 Poisson 方程式

磁化プラズマ中における揺動の代表的な時空間スケールとして、密度勾配長 L_n と粒子種 s についての熱速度 v_{T_s} の比 L_n/v_{T_s} と、熱速度で評価したジャイロ半径 $\rho_{T_s} = v_{T_s}/\omega_{cs}$ を考えると、イオンと電子ではその特徴的な時空間スケールに $\sqrt{m_i/m_e}$ 程度の違いが生じる。双方の時空間スケールを同時に含む解析は数値的に非常に負荷が大きい。そこで、解析的により単純化して問題を扱いやすくするために、特定の粒子種にのみ着目して他の粒子種については近似的な応答を仮定する手法が広く用いられる。

粒子位置での Poisson 方程式は Maxwell 方程式 (2.9) から

$$-\nabla^2\phi = 4\pi \sum_s q_s n_s \quad (2.17)$$

から得られる。Poisson 方程式 (2.17) の右辺にある粒子位置での密度分布をジャイロ中心座標系の分布関数 $\bar{F}(\bar{\mathbf{R}}, \bar{v}_{\parallel}, \bar{\mu})$ から求める際には以下のような手続きが必要となる。以下では揺動密度分布について Poisson 方程式を議論するため、平衡密度分布 n_{s0} と揺動密度分布 δn_s を求める。これは以下のような手続きで定まる。

分布関数の平衡分布と摂動分布への分離

- 分布関数 \bar{F}_s を分離: $\bar{F}_s = \bar{F}_{s0} + \delta\bar{F}_s$
- 平衡分布関数 \bar{F}_{s0} は Maxwell 分布 F_M を仮定:

$$\bar{F}_M = \frac{n_{s0}}{(2\pi m_s T_s)^{3/2}} \exp\left[-\frac{v^2}{2T_s/m_s}\right] \quad (2.18)$$

- 揺動分布関数 $\delta\bar{F}_s$ は次のように求める。

分布関数をジャイロ中心座標系から案内中心座標系へと Pull-Back 変換

ジャイロ運動論的 Vlasov 方程式 (2.13) から得たジャイロ中心座標系の分布関数 $\bar{F}_s(\bar{\mathbf{R}}, \bar{v}_{\parallel}, \bar{\mu})$ を案内中心座標系の分布関数に変換するため、Lie 変換によって定まる Pull-Back 変換を用いる。

$$\begin{aligned} F_s &= (1 + g^j \partial_j) \bar{F}_s \\ &\sim \bar{F}_M + \delta\bar{F}_s + g^j \partial_j \bar{F}_M + O(\epsilon_g^2) \end{aligned} \quad (2.19)$$

ただしここで g^j は Lie 変換を誘導する生成ベクトルである。また、2 行目に移るときに高次の微小項を無視する線形近似をとった。

案内中心座標系の分布関数から粒子位置座標の密度を計算

このとき有限ジャイロ半径効果を取り入れるため、6次元位相空間上で次のように計算する。

$$n_s(\mathbf{q}) = \int F_s \delta([\mathbf{R} + \boldsymbol{\rho}] - \mathbf{q}) d^6 \mathbf{Z} \quad (2.20)$$

ここに Pull-Back 変換における分極密度の線形近似 (式 (2.19)) を代入すると、以下のような表式を

得る。

$$n_{s0} = \int \bar{F}_M \delta([\mathbf{R} + \boldsymbol{\rho}] - \mathbf{q}) d^6 \mathbf{Z} \quad (2.21)$$

$$\delta n_s = \int \delta \bar{F} \delta([\mathbf{R} + \boldsymbol{\rho}] - \mathbf{q}) d^6 \mathbf{Z} - n_0 \sum_k (1 - \Gamma_0) \frac{e\phi_k}{T_s} \exp[i\mathbf{k} \cdot \mathbf{q}] \quad (2.22)$$

ただし $\Gamma_0(k_{\perp}^2 \rho_{Ts}^2) = I_0(k_{\perp}^2 \rho_{Ts}^2) \exp[-k_{\perp}^2 \rho_{Ts}^2]$, とし、 I_0 はゼロ次の変形 Bessel 関数である。準中性条件から $n_{i0} = n_{e0}$ となるため、以下では $n_{s0} = n_0$ と表記する。

ϕ_k は静電ポテンシャルの波数空間表示である。

$$\phi(\mathbf{k}) \equiv \frac{1}{(2\pi)^3} \int d^3 \mathbf{q} \exp[-i\mathbf{k} \cdot \mathbf{q}] \phi(\mathbf{q}) \quad (2.23)$$

電子乱流の空間スケール $k_{\perp} \rho_{Te} \sim 1$ に着目する場合、電子乱流の位相速度 $\omega/k_{\parallel} \sim v_{Te}$ とイオン熱速度 v_{Ti} の乖離によりイオンの運動論的な応答を無視すると、イオン分極密度が $\Gamma_0 \sim 0$ となりイオン断熱応答が得られる。この結果、イオンの密度変化について Boltzmann 分布

$$n_i(\mathbf{q}) = n_0 \left[1 - \frac{q_i \phi}{T_i} \right] \quad (2.24)$$

で近似できる。

本研究では長波長領域における電子スケールの構造形成について議論するため $k_{\perp} \rho_{Te} < 1$ の長波長近似を仮定する。電子分極密度を展開して $k_{\perp}^2 \rho_{Te}^2$ について 1 次の項まで考慮すると、 $\Gamma_0(k_{\perp}^2 \rho_{Te}^2) \sim 1 - k_{\perp}^2 \rho_{Te}^2$ となる。これを実空間で表示すると、Poisson 方程式は

$$\begin{aligned} & - \left(\nabla^2 + \nabla_{\perp} \cdot \left(\frac{\rho_{Te}^2}{\lambda_{De}^2} \nabla_{\perp} \right) \right) \phi + \frac{1}{\lambda_{Di}^2} \phi \\ & = 4\pi \left(q_e \int F_e(\mathbf{R}, \mu, v_{\parallel}, t) \delta[(\mathbf{R} - \boldsymbol{\rho}) - \mathbf{q}] d^6 \mathbf{Z} + q_i n_0 \right) \end{aligned} \quad (2.25)$$

と表される。

一方、イオン乱流の空間スケール $k_{\perp} \rho_{Ti} \sim 1$ に着目する場合、 $k_{\perp} \rho_{Te} \ll 1$ より $\Gamma(k_{\perp}^2 \rho_{Te}^2) \sim 1$ なので電子分極密度は無視できる。ここでイオンに比べて電子の運動は十分速く磁力線方向に移動できると考えると、電子密度について断熱応答を仮定する扱いが妥当となる。ただし、電子は磁気面上で一定となる ZF ポテンシャルに対しては $k_{\parallel} = 0$ となるため電場を感じず応答できないので、Poisson 方程式は次のように修正される。

$$\begin{aligned} & - \left(\nabla^2 + \nabla_{\perp} \cdot \left(\frac{\rho_{Ti}^2}{\lambda_{Di}^2} \nabla_{\perp} \right) \right) + \frac{1}{\lambda_{De}^2} (\phi - \langle \phi \rangle_f) \\ & = 4\pi \left(q_i \int F_i(\mathbf{R}, \mu, v_{\parallel}, t) \delta[(\mathbf{R} - \boldsymbol{\rho}) - \mathbf{q}] d^6 \mathbf{Z} + q_e n_0 \right) \end{aligned} \quad (2.26)$$

ここで $\langle \bullet \rangle_f$ は磁気面平均である。

イオンを運動論的に扱い、電子を断熱応答と仮定して Vlasov-Poisson 方程式系を解く場合は、このような ZF モードとそれ以外のモードに対する電子断熱応答の差異によって静電ポテンシャルの ZF 成分が発達

しやすいと考えられる。一方、電子を運動論的に扱いイオンを断熱応答と仮定する場合はこのような機構が存在しないため、イオン系乱流と比べて ZF の形成にかかる物理機構は異なったものが予想される。

2.3.3 ジャイロ運動論的方程式系における保存則

ジャイロ中心座標系への座標変換は、元の Vlasov-Poisson 方程式系が持っていた保存則を満たすように定義されている。ジャイロ運動論的 Vlasov 方程式に関して、上記 Poisson 方程式における ϕ の表式を用いて (イオンについて断熱応答近似を仮定して) 速度空間で Hamiltonian $H = \frac{1}{2}m_e v_{\parallel}^2 + \mu B_0 + q_e \langle \phi \rangle_{\alpha}$ のモーメントを取ると実空間におけるエネルギー保存則が誘導される。

$$\frac{dE_{total}}{dt} \equiv \int H_e \frac{\partial F_e}{\partial t} d^6 \mathbf{Z} = \frac{dE_{kin}}{dt} + \frac{dE_f}{dt} = 0 \quad (2.27)$$

$$E_{kin} = \int \left(\frac{1}{2} m v_{\parallel}^2 + \mu B_0 \right) F_e d^6 \mathbf{Z} \quad (2.28)$$

$$E_f = \int (q_e \langle \phi \rangle_{\alpha}) F_e D d^6 \mathbf{Z} \quad (2.29)$$

$$= \frac{1}{8\pi} \int \left(|\nabla \phi|^2 + \frac{\rho_{Te}^2}{\lambda_{De}^2} |\nabla_{\perp} \phi|^2 + \frac{1}{\lambda_{Di}^2} |\phi|^2 \right) d^3 \mathbf{q} \quad (2.30)$$

上式を導出する際、分布関数 F_e の境界条件として

- Dirichlet 条件: 径方向、速度空間
- 周期境界条件: ポロイダル方向、トロイダル方向

を、また静電ポテンシャル ϕ については

- Dirichlet 条件: 径方向
- 周期境界条件: ポロイダル方向、トロイダル方向

を課した。非線形相互作用が支配的な乱流状態においてもこれらは厳密に保存するため、これらの量についての保存則を検討することは非線形シミュレーションを行う上で重要である。

2.4 線形不安定性:スラブ/トロイダル ETG モード

磁場閉じ込め核融合プラズマにおける乱流輸送を考える上で、系が持つ様々な波動や不安定性を理解することは重要である。特に高温のコア領域においては密度/温度勾配によって励起される微視的不安定性が乱流を駆動する主要な原因と考えられているため、その性質が乱流輸送に大きく影響する。そのなかでもトカマクなどのトーラスプラズマにおいて乱流を駆動する主要な微視的不安定性として、イオン/電子温度勾配不安定性 (ITG/ETG モード) が着目されている。なお ITG モードを記述する方程式において時空間スケールの規格化をイオンジャイロ半径、イオンジャイロ周波数から電子ジャイロ半径、電子ジャイロ周波数に置き換えると電子熱輸送の原因となる ETG モードが得られるため、両者を統一的に扱う。

ここでは Frieman-Chen の表式に従い、ジャイロ運動論的 Vlasov 方程式 (2.13) を線形化したときの撰

動分布関数 δF_e について

$$\delta F_e = -\frac{q_e \phi}{T_e} F_M + h \exp[-i\mathbf{k} \cdot \boldsymbol{\rho}] \quad (2.31)$$

のように断熱応答部分と非断熱応答部分に分け、後者についての線形分散関係を解くことを考える [33]。ジャイロ中心座標系の分布関数 F と非断熱応答項 h の関係は [31] に詳細を譲る。また、本節では座標系の表示として (r, θ, ζ) をそれぞれ径方向、ポロイダル方向、トロイダル方向にとる。

電子系についての線形分散を解くため、ジャイロ運動論的 Vlasov 方程式 (2.13) について $s \rightarrow e$ として線形化する。分布関数 h について波数空間表示

$$h(\mathbf{k}, \mathbf{v}) \equiv \frac{1}{(2\pi)^3} \int d^3\mathbf{q} \exp[-i\mathbf{k} \cdot \mathbf{q}] h(\mathbf{q}, \mathbf{v}) \quad (2.32)$$

から空間微分を $\nabla \rightarrow i\mathbf{k}$ とし、ジャイロ運動論的オーダーリングより ϵ_g について 1 次の項を残すと次式が得られる。

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + ik_{\parallel} v_{\parallel} - i\omega_D \right) h = \left(\frac{\partial}{\partial t} + i\omega_{*T} \right) \frac{q_e \phi}{T_e} J_0(k_{\perp} \rho) F_M \quad (2.33)$$

ただし

$$\omega_D \equiv \mathbf{k} \cdot \mathbf{v}_D = \frac{1}{\omega_{ce}} \left(\frac{v_{\perp}^2}{2} + v_{\parallel}^2 \right) \mathbf{k} \cdot \mathbf{b} \times \nabla \ln B \quad (2.34)$$

は磁気ドリフト周波数、

$$\omega_{*T} = \omega_{*e} \left(1 + \eta_e \left[\left(\frac{v}{v_{Te}} \right)^2 - \frac{3}{2} \right] \right) \quad (2.35)$$

は密度・温度勾配によるドリフト周波数、 $\eta_e \equiv d \ln T_e / d \ln n_e$ は電子の密度/温度勾配長の比、 $\omega_{*e} \equiv ck_{\theta} T_e / (q_e B_0 L_n)$ 、 k_{θ} はポロイダル波数を意味する。

分散関係式を導出するために準中性条件 $n_i = n_e$ に式 (2.33) から得られた電子密度揺動を代入するが、ここで次のような仮定を置く。

イオン密度は静電ポテンシャル揺動に対して断熱応答する

これは式 (2.24) の定義を用いる。

時空間依存性について平面波解とする

これは式 (2.32, 2.23) のような形を用い、時空間の微分について $\partial/\partial t \rightarrow -i\omega$, $\nabla \rightarrow i\mathbf{k}$ と置き換えることに相当する。

電子密度擾乱は式 (2.33) から分布関数の非断熱応答項 h を得て、式 (2.31) によって得た揺動分布関数 δF_e を速度積分して得られる。このようにして次のような分散関係式を得る。

$$D(\mathbf{k}, \omega) = 1 + \frac{T_e}{T_i} - \int d^3\mathbf{v} \frac{\omega - \omega_{*T}}{\omega - \omega_D - k_{\parallel} v_{\parallel}} J_0^2(k_{\perp} \rho) F_M = 0 \quad (2.36)$$

式 (2.36) の分母に見られる磁力線方向移流項 $k_{\parallel} v_{\parallel}$ と磁気ドリフト項 ω_D の寄与の大小によって、分散関係のブランチはスラブ/トロイダル ETG モードにそれぞれ分かれる。

ここで長波長近似 $k_{\perp}\rho_{Te} \ll 1$ 、また熱速度が十分遅いとして $|\omega/k_{\parallel}| \gg v_{Te}$ として運動論的效果を無視すると以下のような流体近似の分散関係式を得る。

$$D(\mathbf{k}, \omega) = 1 - \frac{\omega_{*e}}{\omega} - \frac{k_{\parallel}^2 v_{Te}^2}{\omega^2} \left(1 - \frac{\omega_{*pe}}{\omega}\right) \quad (2.37)$$

$$+ \left(k_{\perp}^2 \rho_{Te}^2 - \frac{\omega_{De}}{\omega}\right) \left(1 - \frac{\omega_{*pe}}{\omega}\right) \quad (2.38)$$

ただし $\omega_{*pe} = ck_{\theta}(dp_e/dr)/(q_e B_0 n_0)$ 、 $\omega_{De} = 2k_{\theta}cT_e \cos\theta/(q_e B_0 R_0)$ は熱速度で評価した磁気ドリフト周波数である。スラブ配位では磁場は一様 ($\nabla \mathbf{B}_0 = 0$) であり、磁気ドリフトは無視できる ($\omega_{De} = 0$)。さらに簡単のため密度勾配を無視する極限 ($\omega_{*e} = 0$) を置くと式 (2.38) は次のようなスラブ ETG モードの流体近似における分散関係を得る。

$$\omega = (k_{\perp}^2 \rho_{Te}^2 |\omega_{*pe}|)^{1/3} \frac{-1 + \sqrt{3}i}{2} \quad (2.39)$$

スラブ ETG モードは磁力線方向への流れの圧縮性によって不安定化されるドリフト波のブランチであり、 $k_{\parallel} \neq 0$ のときに線形不安定なモードが存在する。一方、磁気ドリフト項を残して密度勾配と磁力線方向波数無視する極限を取る ($\omega_{*e} = 0, k_{\parallel} = 0$) と、次のようなトロイダル ETG モードの分散式を得る。

$$\omega^2 = \frac{\omega_{*pe}\omega_{De}}{1 + k_{\perp}^2 \rho_{Te}^2} \quad (2.40)$$

トロイダル ETG モードは磁気ドリフトと電子温度勾配の相乗効果によって励起され、 $\omega_{*e}\omega_{De} > 0$ 、あるいは $\nabla p_e \nabla B_0 > 0$ となるときに不安定化される。この条件はトカマクプラズマにおいてはトラス外側の”悪い曲率”となる領域に対応し、固有モード構造はトラス外側に有限の振幅を持つようなバルーニング構造を持つ。

$\omega_D \rightarrow 0$ のスラブ配位の極限における式 (2.36) の解析的な評価は、第4章で次節の H-M 方程式におけるドリフト波の線形分散と比較された。一方、トロイダル ETG モードの分散関係は第5章で数値計算によって計算した。

2.5 H-M 方程式

十分高温で衝突周波数が小さい系では、プラズマのダイナミクスを考える上で運動論的な効果 (Landau 減衰、有限ジャイロ半径効果、他) が影響を及ぼす。一方、乱流が引き起こす現象に着目したときはより簡便な流体モデルに基づき解析的な議論を進めたほうが見通しがよい。本章では、ジャイロ運動論的 Vlasov-Poisson 方程式系 (2.13, 2.25) について速度空間方向への縮約を取り準 2 次元系プラズマ乱流の最も単純なモデルである H-M 方程式を導出し、自己組織化現象の理論的な枠組みを議論する。

まずジャイロ運動論的 Vlasov-Poisson 方程式 (2.13, 2.25) について以下のような近似を仮定する。

一様な背景磁場を仮定

トロイダル効果や磁気シアによる影響を無視する。

2次元乱流として取り扱う

$k_{\parallel} \rightarrow 0$ とすることで、磁力線方向のダイナミクスを無視する。

有限ジャイロ半径効果を無視

$\langle \phi \rangle_\alpha \rightarrow \phi$ とする。

速度空間分布について Maxwell 分布を仮定

このような近似を置くことで、Vlasov 方程式について速度空間積分を取ると案内中心座標密度 $N_e(\mathbf{R})$ についての連続の式

$$\frac{\partial N_e}{\partial t} + \frac{c}{B_0} \mathbf{b} \times \nabla \phi \cdot \nabla N_e = 0 \quad (2.41)$$

を得る。 N_e はジャイロ運動論的 Poisson 方程式 (2.25) から与えられ、

$$N_e = \frac{1}{4\pi q_e} \left[\left(1 + \frac{\rho_{Te}^2}{\lambda_{De}^2} \right) \nabla^2 \phi - \frac{1}{\lambda_{Di}} \phi \right] + n_{i0} \quad (2.42)$$

という表式を得る。これを連続の式 (2.41) に代入して H-M 方程式

$$\frac{\partial}{\partial t} \left[\left(1 + \frac{\rho_{Te}^2}{\lambda_{De}^2} \right) \nabla^2 \phi - \frac{1}{\lambda_{Di}} \phi \right] + \frac{c}{B_0} \mathbf{b} \times \nabla \phi \cdot \nabla \left[\left(1 + \frac{\rho_{Te}^2}{\lambda_{De}^2} \right) \nabla^2 \phi \right] + \frac{\omega_{pe}^2}{\omega_{ce}} \mathbf{b} \times \nabla \phi \cdot \nabla \ln n_0 = 0 \quad (2.43)$$

を得る。

H-M 方程式 (式 (2.43)) について、以下のような規格化を導入する。

$$\hat{x} \equiv x/\rho_{Te}, \quad \hat{t} \equiv t\omega_{ce}, \quad \hat{n} = n/n_0, \quad \hat{\phi} = q_e \phi/T_e \quad (2.44)$$

これにより、式 (2.43) は次のように規格化される。

$$\frac{\partial}{\partial \hat{t}} (\rho_s^2 \hat{\nabla}_\perp^2 \hat{\phi} - \tau \hat{\phi}) + (\mathbf{b} \times \hat{\nabla} \hat{\phi}) \cdot \hat{\nabla} (\rho_s^2 \hat{\nabla}^2 \hat{\phi} + \ln \hat{n}_0) = 0 \quad (2.45)$$

ここで $\tau \equiv T_e/T_i$ は電子とイオンの温度比、 $\rho_s^2 \equiv 1 + \lambda_{De}^2/\rho_{Te}^2$ は電子 Debye 長と電子ジャイロ半径の比を表わすパラメータである。式 (2.45) は電子の運動に着目した定式化で得られたものであり、イオンの運動について流体近似の縮約から得られる通常の H-M 方程式と異なり、 ρ_s の定義に表われるように電子 Debye 長の影響を含む。H-M 方程式は磁化プラズマ中におけるドリフト波乱流の最も単純な流体モデルであり、本研究では以降の自己組織化現象を議論する基礎方程式となる。

第 3 章

2次元乱流における大域的な構造の形成:H-M 方程式による考察

乱流は系を支配する強い非線形性に起因して多様な現象を内包する反面、その物理についての理解は十分には得られていない。本研究では、自発的に大域的な構造が作られる「自己組織化」の観点から核融合プラズマ乱流における構造形成を議論した。

非線形相互作用により十分発達した乱流の物理を厳密に記述することはその強い非線形性・非平衡性により困難であり、統計的な記述が広く用いられる。その一例として、Kolmogorov による乱流場エネルギースペクトルの $-5/3$ 乗則のような結果が知られている。これは一様等方な乱流構造において波の非線形相互作用が波数空間上で局所的におこるとき、エネルギーの外部からの注入も散逸もなく短波長モードに輸送されるだけのいわゆる慣性領域におけるエネルギースペクトル分布を表したものである。このような 3次元乱流においては、長波長の構造が励起されることで駆動される乱流構造は渦同士が相互作用することでお互いを引きちぎり短波長の構造を次々と生みだし、最終的に十分短波長な領域 (Kolmogorov スケール) で粘性によって散逸する。近いスケールの渦同士の相互作用の連鎖による波数空間における物理量 (ここではエネルギー) の輸送を「カスケード」と呼ぶ。

一方、2次元系においてはエネルギーに加えてエンストロフィー (渦度 $\nabla \times \boldsymbol{v}$ の 2 乗で特徴づけられる物理量) の保存則が加わるため、カスケードの描像はより複雑になる。そのうち最も顕著なものが、自己組織化による大域的な構造の自発的生成である。これは 2次元乱流に見られるエネルギーの逆カスケード (乱流の駆動スケールより長波長スケールへのカスケード) とその阻害の機構の競合によって特定の波長スケールの構造が卓越する現象である。H-M 方程式においては、自己組織化により形成される構造の特徴スケールについて、これを決定する異なる 2つの機構があることが知られている。

1つは波の線形分散によるもので、木星などの惑星表面における大気が帯状ジェット構造を形成する原因などがこれによって説明される [29, 34, 28]。もう 1つは H-M 方程式に特有の”渦の結晶化”と呼ばれる機構で、これらは 2次元 Navier-Stokes 方程式のような中性流体には見られない特徴である [35, ?, 30]。本研究では、これら 2つの効果の競合が乱流構造の自己組織化に与える影響を議論し、その過程が磁場閉じ込めプラズマ中の乱流における構造形成とどのように関わってくるかを検討する。

3.1 H-M 方程式の保存則

前章で、規格化された H-M 方程式 (2.45) を得た。簡単のため、以下の記述では規格化を意味するハットを省略する。

H-M 方程式 (2.45) を波数空間で表示すると次のようになる。

$$-\frac{\partial}{\partial t}(\tau + k_{\perp}^2 \rho_s^2) \phi_k + \sum_{k=k'+k''} \Lambda_{k',k''}^k \phi_{k'} \phi_{k''} + iL_n^{-1} k_y \phi_k = 0 \quad (3.1)$$

$$\Lambda_{k',k''}^k = \frac{1}{2} \rho_s^2 [\mathbf{b} \cdot (k' \times k'') (k'^2 - k''^2)] \quad (3.2)$$

ここで密度勾配に由来する線形項 $\nabla \ln n_0$ について、密度勾配の向きを x 軸方向に、それに対して垂直方向を y 軸方向にとり、電子反磁性ドリフトの向きを正にとり、さらに \mathbf{b} を z 方向にとった。上式の左辺第 2 項は非線形相互作用項、第 3 項は密度勾配に由来する線形項である。H-M 方程式について短波長極限をとり慣性項の中の断熱応答項と線形項を無視すると、中性流体の運動を記述するものとしてよく知られた 2 次元 Navier-Stokes 方程式に帰着されることに注意する (第 3.2 節参照)

式 (2.45) に従う 2 次元系の乱流について ϕ と $\nabla \phi$ を掛けて積分すると以下のような形式を得る。

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t} \frac{1}{2} \iint [\tau |\phi|^2 + \rho_s^2 |\nabla \phi|^2] dx dy \\ & + \oint \left[-\phi (\mathbf{b} \times \nabla \phi) \ln n_0 + \phi \frac{\partial}{\partial t} \rho_s^2 \nabla \phi - \phi \rho_s^2 \nabla^2 \phi (\mathbf{b} \times \nabla \phi) \right] \cdot d\mathbf{S} = 0 \end{aligned} \quad (3.3)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t} \frac{1}{2} \iint [\tau |\nabla \phi|^2 + \rho_s^2 |\nabla^2 \phi|^2] dx dy \\ & + \oint \left[-\tau \nabla \phi \frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{1}{2} \rho_s^2 (\nabla^2 \phi)^2 (\mathbf{b} \times \nabla \phi) + \nabla^2 \phi (\mathbf{b} \times \nabla \phi) \ln n_0 \right] \cdot d\mathbf{S} = 0 \end{aligned} \quad (3.4)$$

ただし第 2 項の $\oint d\mathbf{S}$ は境界での面積分である。これは Dirichlet 境界条件 $\phi = 0$ か周期境界条件のもとでゼロと出来るので、以下のような 2 つの量が保存することが分かる。

エネルギー:

$$E = \frac{1}{2} \iint [\tau |\phi|^2 + \rho_s^2 |\nabla \phi|^2] dx dy \quad (3.5)$$

エンストロフィー:

$$W = \frac{1}{2} \iint [\tau |\nabla \phi|^2 + \rho_s^2 |\nabla^2 \phi|^2] dx dy \quad (3.6)$$

3.2 2次元乱流におけるエネルギー逆カスケード

乱流における自己組織化現象は、系に課された何らかの保存量がスペクトル空間における輸送を通じて散逸する過程 (カスケード) によって特徴付けられる。前節において、H-M 方程式系においてエネルギー

(3.5) とエンストロフィー (3.6) の2つが保存することが示された。このように2つの保存量がある2次元乱流について、Fourier 空間での振幅 (スペクトル) がどのような構造をとるかを考える。

外部からの乱流駆動による注入領域 (ソース) と短波長での散逸領域 (シンク) が十分離れているとき、両者の間ではエネルギー/エンストロフィーの波数空間上での輸送率 $\mathcal{W}, \mathcal{W}'$ が一定となる (途中で駆動によるエネルギー注入や粘性散逸がない) 領域があると考えられる。このソースとシンクの間にはまたがるスペクトル空間上のスケールを慣性領域という。以下では Kolmogorov の議論に基づき、慣性領域における3次元乱流が満たすべきエネルギースペクトル $E(k)$ のべき乗則を示す [6]。

まず H-M 方程式 (2.45) について短波長極限を取ると

慣性項

$$\rho_s^2 \nabla_{\perp}^2 \phi - \tau \phi \rightarrow \rho_s^2 \nabla_{\perp}^2 \phi$$

線形項

$$(\mathbf{b} \cdot \nabla \phi) \cdot L_n^{-1} k_y \rightarrow 0$$

となり、式 (2.45) から

$$\frac{\partial}{\partial t} (\nabla_{\perp}^2 \phi) + (\mathbf{b} \times \nabla \phi) \cdot \nabla \phi = 0 \quad (3.7)$$

という形を得る。エネルギースペクトルがべき乗則に従う慣性領域では、時空間のスケール変換を $(x, y) \rightarrow \xi(x, y), t \rightarrow \sigma t$ とおいても式 (3.7) の関数形は変化しないと考えられる。この条件から ϕ のスケール変換が $\phi \rightarrow (\xi^2/\sigma)\phi$ と定まる。すなわち短波長領域において ϕ が持つ次元は

$$[\phi] \sim [\text{length}]^2 [\text{time}]^{-1} \quad (3.8)$$

となる。ここで保存量 (3.5), (3.6) についても短波長近似を考えるとエネルギー $E = \sum_k \rho_s^2 k^2 |\phi_k|^2$ とエンストロフィー $W = \sum_k \rho_s^2 k^4 |\phi_k|^2$ の表式を得る。エネルギー密度の輸送率 \mathcal{W} を式 (3.7) から検討すると $[\mathcal{W}] \sim [\text{length}]^2 [\text{time}]^{-3}$ となる。慣性領域では $[\mathcal{W}] \sim \text{const.}$ だと思えばこれは時間について逆に解くことができ、波数 k におけるエネルギーカスケードの特性時間として

$$\tau_k^E \sim \mathcal{W}^{-1/3} k^{-2/3} \quad (3.9)$$

を、また同様にエンストロフィーカスケードの特性時間として

$$\tau_k^W \sim \mathcal{W}'^{-1/3} \quad (3.10)$$

を得る。1次元エネルギースペクトル $E(k)$ を $E = \int_0^{\infty} E(k) dk = \sum_k |\phi_k|^2$ となるように定義すれば、これに上記の次元解析の表式を代入することで $E(k)$ の表式を得る。エンストロフィー (3.6) はエネルギー (3.5) よりも k 依存性が高く短波長領域ではより速く散逸することが期待されるため、乱流の駆動スケール k_s より短波長の領域 ($k > k_s$) ではエンストロフィーの慣性領域となっており、また反対に $k < k_s$ の領域ではエネルギーの慣性領域となっていると考えられる。これらを踏まえると、 $E(k)$ の従うべき乗則について

$$E(k) \sim \begin{cases} k^{-5/3}, & k \ll k_s, \\ k^{-3}, & k \gg k_s \end{cases} \quad (3.11)$$

という関係式を得る。

一方、H-M 方程式 (2.45) は、慣性項 $\partial_t(\tau\phi + \rho_s^2\nabla^2\phi)$ において断熱応答項 $\tau\phi$ の影響が顕著になる特徴的なスケール

$$k_\lambda \equiv \sqrt{\tau/\rho_s^2} \quad (3.12)$$

を境として系の特徴が大きく変化する [35]。この影響について考察するため、H-M 方程式 (2.45) について長波長極限 $k \ll k_\lambda$ を取った次のような表式

$$\frac{\partial(-\tau\phi)}{\partial t} + (\mathbf{b} \times \nabla) \cdot (\rho_s^2\nabla^2\phi) = 0 \quad (3.13)$$

についてスケール変換に対する不変性より ϕ のスケール変換が $\phi \rightarrow (\xi^4/\sigma)\phi$ と定まる。すなわち長波長領域において ϕ が持つ次元は

$$[\phi] \sim [\text{length}]^4[\text{time}]^{-1} (k \ll k_\lambda) \quad (3.14)$$

となる。保存量 (式 3.5,3.6) の長波長近似よりエネルギー $E = \sum_k \tau|\phi_k|^2$ 、エンストロフィー $W = \sum_k \tau k^2|\phi_k|^2$ という表式を得る。波数 k におけるエネルギーカスケードの特性時間は

$$\tau_k^E \sim \mathcal{W}^{-1/3} k^{-8/3} \quad (3.15)$$

を、また同様にエンストロフィーカスケードの特性時間として

$$\tau_k^W \sim \mathcal{W}'^{-1/3} k^{-2} \quad (3.16)$$

を得る。1次元エネルギースペクトル $E(k)$ に次元解析の表式を代入することで

$$E(k) \sim \begin{cases} k^{-11/3}, & k \ll k_\lambda \ll k_s, \\ k^{-5/3}, & k_\lambda \ll k \ll k_s \end{cases} \quad (3.17)$$

という関係式を得る。

逆カスケードが起こる原因は上述のように、2次元系では保存量が2つあることである。一方、エネルギーが逆カスケードした先の長波長側でどのような構造が形成されるかはこれまでの議論では定まらない。この点について、以下の2節で議論する。

3.3 Rhines スケールと断熱スケール: 渦構造の形成を特徴づけるもの

前節までは一様等方な2次元乱流におけるエネルギーの逆カスケードを通じた自己組織化の物理機構を議論した。もし逆カスケードの過程をさえぎるものが何もない場合、形成される渦構造は系のとりうる最大波長 (典型的には系のボックスサイズ) にまで達すると考えられる。一方で、これを途中で障害するような機構も様々なものが知られている。

本節では、これらのうち ZF の形成に大きな影響を及ぼすと考えられる2つのもの、すなわち線形分散による Rhines スケールと、断熱応答項の存在による断熱スケールについて吟味し、これらの競合関係と磁化プラズマにおける ZF 形成との関連を議論する。

3.3.1 ドリフト波と Rhines スケール

核融合プラズマは準2次元系乱流のなかでも特に、系の回転に由来する波の線形分散が存在することに特徴づけられる。このような系においては長波長スケールでは線形分散の影響が支配的となるため、非線形相互作用に基づくエネルギーのカスケードが阻害され、結果としてある特定の波長スケールにおいてスペクトルが凝集するような現象が現れる。本節では H-M 方程式において、ドリフト波の線形分散が存在する影響によって ZF のような非等方的な構造を自発的に形成する機構について議論する。

式 (3.1) の非線形項 (第2項) を無視して慣性項 (第1項) と線形項 (第3項) を等値すると H-M 方程式における線形分散関係が得られる。

$$\omega_k = \frac{L_n^{-1} k_y}{\tau + k^2 \rho_s^2} \quad (3.18)$$

H-M 方程式と同様の数学的構造を持ち、惑星表面大気を記述する Charney 方程式 [36] においては、多くの場合着目する渦構造の波長は系を特徴付ける Rossby 半径と比較して短波長である。この例に倣い短波長近似 $k \gg 1$ を置くことで次のような分散関係式を得る。

$$\omega_k = \frac{L_n^{-1} k_y}{k^2 \rho_s^2} (k \gg 1) \quad (3.19)$$

1

乱流の振幅が十分小さいときは、系に励起される揺動はおおむね分散関係式 (3.18) で支配される波の多数の重ね合わせによって表現され、各波数 k のモードに対する周波数の非線形項によるズレ $\Delta\omega$ は ω_k と比べて十分小さいと期待される。このような弱い乱流を以下の議論で仮定する。

非線形項によるエネルギーカスケードの描像を議論するため、次のような単純化されたモデルを考える。すなわち、3つの波数 $\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2, \mathbf{k}_3$ で表される平面波のみが存在し、それぞれの波数について $\mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_2 + \mathbf{k}_3 = 0$ を満たすものとする。これら3つの波が H-M 方程式 (2.45) に従い相互作用しているとき、それぞれの振幅は以下のように表される。

$$\frac{d\phi_1}{dt} + i\omega_1\phi_1 = \Lambda_{2,3}^1 \phi_2^* \phi_3^*, \quad (3.20)$$

$$\frac{d\phi_2}{dt} + i\omega_2\phi_2 = \Lambda_{3,1}^2 \phi_3^* \phi_1^*, \quad (3.21)$$

$$\frac{d\phi_3}{dt} + i\omega_3\phi_3 = \Lambda_{1,2}^3 \phi_1^* \phi_2^*, \quad (3.22)$$

ただし $\phi_j(t) \equiv \phi_{k_j}(t)$, $\omega_j \equiv \omega_{k_j}$ ($j = 1, 2, 3$) と略記し、 ϕ^* は $\phi = \frac{1}{2} \sum_k [\phi_k \exp(i\mathbf{k} \cdot \mathbf{q})]$ の複素共役である。また、 $\Lambda_{2,3}^1 \equiv \Lambda_{2,3}^1 / (\tau + k_1^2 \rho_s^2)$ は式 (3.2) から誘導された。それぞれのモードの振幅 ϕ_j の安定性について考える。各波数の大きさを $k_j \equiv |\mathbf{k}_j|$, $k_1 \leq k_2 \leq k_3$ とし、また初期状態での振幅について $|\phi_2| \gg |\phi_1|, |\phi_3|$ とする。このとき ϕ_2 の振幅を一定と仮定して上式を線形化してそれぞれ

$$\frac{dA_1}{dt} = \Lambda_{2,3}^1 A_2^* A_3^* \exp(i\theta t), \quad (3.23)$$

$$\frac{dA_3}{dt} = \Lambda_{1,2}^3 A_1^* A_2^* \exp(i\theta t) \quad (3.24)$$

を得る。ただし $\phi_j \equiv A_j \exp(-i\omega_j t)$ と表し、 $A_2 = \text{const.}$ と仮定する。また、 $\theta = \omega_1 + \omega_2 + \omega_3$ は各モード間の周波数ミスマッチである。式 (3.23), (3.24) を連立すると A_1 の時間発展に関する以下の方程式を得る。

$$\frac{d^2 A_1}{dt^2} - i\theta \frac{dA_1}{dt} - \Lambda_{2,3}^1 \Lambda_{1,2}^3 |A_2|^2 A_1 = 0 \quad (3.25)$$

この式が虚解を持つ条件よりモード 2 からモード 1,3 へのエネルギーの移送が起こる条件が

$$\theta^2 - 4\Lambda_{2,3}^1 \Lambda_{1,2}^3 |A_2|^2 < 0, \quad (3.26)$$

またその成長率は

$$\gamma = \sqrt{\Lambda_{2,3}^1 \Lambda_{1,2}^3 |A_2|^2 - \frac{1}{4}\theta^2} \quad (3.27)$$

と定まる。長波長領域では線形分散が卓越するため、式 (3.27) における周波数ミスマッチが大きくなり、非線形結合が安定化されるためエネルギーの逆カスケードが進まなくなる。どの程度の波数でこの両者の釣り合いがとれるかについては、H-M 方程式 (2.45) において線形項と非線形項のオーダーを比較し、両者の大きさの釣り合いを取ることでその波数領域を見積ることができる。

線形項の大きさは式 (3.18) における線形周波数 $\omega_k = \frac{L_n^{-1} k_y}{k^2 \rho_s^2}$ で表されるが、非線形項の大きさについては渦の回転周波数 $\omega_t \equiv U k$ で見積るものとする。ここで $U \equiv \sqrt{S^{-1} \int dS |\nabla \phi|^2}$ は乱流の平均速度、 $\int dS$ は 2 次元解析領域 S 上の積分である。この 2 つが釣り合う条件から、 $\theta \equiv \tan^{-1}(k_y/k_x)$ として

$$\begin{aligned} k_{c,x} \rho_s &= L_n^{-\frac{1}{2}} U^{-\frac{1}{2}} \sin^{\frac{1}{2}} \theta \cos \theta, \\ k_{c,y} \rho_s &= L_n^{-\frac{1}{2}} U^{-\frac{1}{2}} \sin^{\frac{3}{2}} \theta \end{aligned} \quad (3.28)$$

を得る。この波数 $k_c \rho_s \equiv L_n^{-1/2} U^{-1/2}$ を Rhines スケール [29] と呼ぶ。

3.3.2 渦の結晶化: 断熱スケールと逆カスケードの阻害

前節で議論したように、2 次元乱流におけるエネルギーの逆カスケードにおいて背景にある線形分散がドリフト波のように非等方な構造を持つとき、線形項の影響による逆カスケードの阻害によって Rhines スケール (式 (3.28)) のような非等方な構造が形成されると見込まれる。これと異なる逆カスケード阻害の過程として、スペクトルの長波長領域における各モードの慣性が断熱応答項の存在によって変化することによる影響が考えられる。第 3.2 節で議論したように、H-M 方程式における逆カスケードの性質は断熱スケール (式 (3.12)) を境に大きく変化する。エネルギーが逆カスケードしていく過程において Rhines スケール k_c よりも先に断熱スケール k_λ の影響を受ける場合におこるのが渦の結晶化である。以下ではこの仕組みについて議論し、自己組織化による形成が期待される渦構造の特性について検討する。1

エネルギーカスケードの特性時間 τ_k^E (3.9, 3.15) はあるスケール k^{-1} を持つ構造が非線形相関によって消滅するまでの特性時間と見なせるため、エネルギー注入が始まって時刻 t 経過後に消滅する渦の特性スケールを k_t とすると、 τ_k^E を k について解くことでエネルギースペクトルの平均波数に対する時間依存性を見積ることができる。断熱スケールの長波長側 $k \ll k_\lambda \ll k_s$ 、および短波長側 $k_\lambda \ll k \ll k_s$ のそれぞれに

ついて

$$k_t \sim \begin{cases} W^{-1/8} t^{-3/8}, k \ll k_\lambda \ll k_s, \\ W^{-1/2} t^{-3/2}, k_\lambda \ll k \ll k_s \end{cases} \quad (3.29)$$

という表式となる。 k_λ より長波長側ではその時間依存性がより弱くなり、逆カスケードの進展がより遅くなることが予想される。この機構により k_λ 付近に逆カスケードしてきたエネルギーが集中する現象が”渦の結晶化”として知られている [35, 37, 30]。

3.3.3 臨界パラメータ

エネルギーの逆カスケードを通して形成される構造の特徴的スケールは、Rhines スケール k_c (3.28) と断熱スケール k_λ (3.12) のいずれかによって定まる。波数空間で k_c は非等方な構造を持ち ZF 形成に寄与する一方、 k_λ は等方的であるため渦の結晶化は乱流構造が等方的なままに保たれる。乱流構造の形成がどちらの影響を受けるかは、両者の比として決まる臨界パラメータ

$$k_c/k_\lambda = L_n^{-1/2} U^{-1/2} \tau^{-1/2} \quad (3.30)$$

によって見積ることができると考えられる。このパラメータを基準として考えると $k_c/k_\lambda > 1$ 、すなわち

1. 密度勾配が急峻なとき (L_n^{-1})
2. 乱流振幅が小さいとき ($U^{-1/2}$)
3. 温度比パラメータが小さいとき ($\tau^{-1/2}$)

のときに乱流構造は Rhines スケール k_c による影響を受けて、自己組織化による ZF 形成が期待されるような乱流となる。第4章、第5章では、スラブ/トロイダル ETG 乱流における構造形成について臨界パラメータ k_c/k_λ の変化と ZF 形成の有無についての関連を議論する。

3.4 変調不安定性

ここまで議論されてきた自己組織化現象においても、系に内在する線形モード構造が重要な役割を果たしていることが議論されてきた。これらのモード構造は、エネルギーのカスケードとは異なる過程を通じて大域的な構造を形成する。それらのうちの一つに変調不安定性による過程が挙げられる [38]。

変調不安定性の過程においては、モード間の3波結合によって大振幅のポンプ波からビート波が非線形的に励起される。このとき、ポンプ波:線形 ETG モード (ストリーマ構造、 $k_x \sim 0$)、ビート波:ZF ($k_y \sim 0$) のように波数空間において大きな隔たりがあるモード同士での相互作用がある点が、逆カスケードによる ZF 励起と大きく異なる。本節では H-M 方程式のモデルを対象に変調不安定性の構造を概観する。

H-M 方程式 (2.45), あるいはその波数空間での表式 (3.1) において簡単のため密度勾配に由来する線形項を無視する。またポンプ波、ZF は次のような形を持つと仮定する。

$$\phi_p(x, y; t) = \bar{\phi}_p(t) \sin(k_x x) \cos(k_y y) \quad (3.31)$$

$$\phi_{k_q}(x; t) = \bar{\phi}_{k_q}(t) \sin(k_q x) \quad (3.32)$$

ここで k_q は考察の対象とする ZF モードの径方向波数である。これらの波と 3 波結合過程で相互作用するサイドバンドは波数がそれぞれ $(k_x + k_q, k_y)$, $(k_x - k_q, k_y)$ となる 2 つのモードとなる。これらの波の振幅が従う方程式を波数空間で表すと、式 (3.1) より

$$\begin{aligned} (\tau + \rho_s^2 k_q^2) \frac{\partial}{\partial t} \phi_{k_q}(t) &= k_y k_q^2 \rho_s^2 (2k_x + k_q) (\phi_{-k_x, -k_y} \phi_{k_x + k_q, k_y} - \phi_{-k_x, k_y} \phi_{k_x + k_q, -k_y}) \\ &\quad + k_y k_q^2 \rho_s^2 (2k_x - k_q) (\phi_{k_x, k_y} \phi_{-k_x + k_q, -k_y} - \phi_{k_x, -k_y} \phi_{-k_x + k_q, k_y}) \end{aligned} \quad (3.33)$$

$$(\tau + \rho_s^2 ((k_x + k_q)^2 + k_y^2)) \frac{\partial}{\partial t} \phi_{k_x + k_q, k_y} = k_y k_q \rho_s^2 (k_x^2 + k_y^2 - k_q^2) \phi_{k_x, k_y} \phi_{k_q}, \quad (3.34)$$

$$(\tau + \rho_s^2 ((k_x - k_q)^2 + k_y^2)) \frac{\partial}{\partial t} \phi_{-k_x + k_q, k_y} = k_y k_q \rho_s^2 (k_x^2 + k_y^2 - k_q^2) \phi_{-k_x, k_y} \phi_{k_q} \quad (3.35)$$

ここでポンプ波の振幅が他のモードに比べて十分大きく ($|\phi_p| \gg |\phi_{k_q}|, |\phi_{k_x + k_q, k_y}|, |\phi_{-k_x + k_q, k_y}|$)、その振幅が一定 ($\bar{\phi}_p = \text{const.}$) として方程式を線形化し、全てのモードについて正弦波の時間依存性を仮定する ($\phi \propto \exp(-i\omega t)$) と、次のような分散関係を得る。

$$\begin{aligned} -(\tau + \rho_s^2 k_q^2) \omega^2 &= \frac{k_y^2 k_q^3 \rho_s^4 (2k_x + k_q) (k_x^2 + k_y^2 - k_q^2)}{\tau + \rho_s^2 ((k_x + k_q)^2 + k_y^2)} \\ &\quad \times (\phi_{k_x, k_y} \phi_{-k_x, -k_y} + \phi_{-k_x, k_y} \phi_{k_x, -k_y}) \\ &\quad - \frac{k_y^2 k_q^3 \rho_s^4 (2k_x - k_q) (k_x^2 + k_y^2 - k_q^2)}{\tau + \rho_s^2 ((k_x - k_q)^2 + k_y^2)} \\ &\quad \times (\phi_{-k_x, k_y} \phi_{k_x, -k_y} + \phi_{-k_x, -k_y} \phi_{k_x, k_y}) \end{aligned} \quad (3.36)$$

これに $\bar{\phi}_p$ を代入して

$$\omega^2 = \frac{k_y^2 k_q^4 \rho_s^4 (k_x^2 + k_y^2 - k_q^2) [2\tau + \rho_s^2 ((k_x + k_q)^2 + (k_x - k_q)^2 + 2k_y^2) - 8\rho_s^2 k_x^2] \phi_{p,0}^2}{(\tau + k_q^2 \rho_s^2) [\tau + \rho_s^2 ((k_x + k_q)^2 + k_y^2)] [\tau + \rho_s^2 ((k_x - k_q)^2 + k_y^2)]} \quad (3.37)$$

ポンプ波の波数 (k_x, k_q) と ZF の波数 k_q を指定することで、分散関係式 (3.37) の右辺 ($= \omega^2$) の符号から変調不安定性によって ZF が励起されるかどうかを判別できる。変調不安定性による解析は、スラブ ETG 乱流における ZF 形成過程の候補として次章で検討された。

第 4 章

スラブ ETG 乱流の自己組織化

径方向の密度・温度勾配がある磁場閉じ込めプラズマにおいては、径方向の密度・温度勾配を自由エネルギー源としてイオン/電子温度勾配不安定性 (ITG/ETG) に代表されるドリフト波不安定性が励起される。これらの線形不安定性は、磁場閉じ込めプラズマ中における微視的乱流の主な駆動源と考えられている。微視的乱流はイオンスケール ($k_{\perp}\rho_{Ti} \sim 1$) と電子スケール ($k_{\perp}\rho_{Te} \sim 1$) で構造形成の性質が大きく異なる。

本節ではスラブ配位における電子スケール乱流についてジャイロ運動論的 Vlasov-Poisson 方程式系に基づく数値計算を実施し、その結果からスラブ ETG 乱流における流れの構造形成を自己組織化現象の観点から明らかにした。なお本章と次章では簡単のため、第 2 章で用いた座標系や関数がジャイロ中心座標 Z_{GY} におけるものであることを意味する上付きバーの表記は省略する。また、H-M 方程式については式 (2.44) による規格化を用いる。

4.1 シミュレーションモデルと設定

4.1.1 座標系と閉じ込め磁場の設定

第 1 章で紹介されたように、スラブ配位では閉じ込め磁場に曲率がなく、磁気ドリフトによる影響が除外される。本節では、このようにトロイダル系と比較して単純化された系における乱流構造を議論することで、プラズマ乱流の構造形成における基本的な物理を理解すると共に次章への準備とする。図 4.1 にスラ

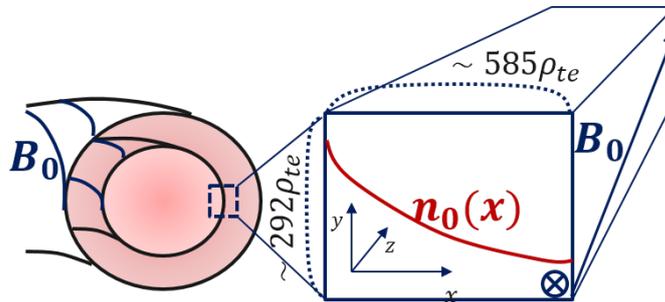


図 4.1: スラブ配位の座標系

ブ配位の模式図を示す。空間座標系は x 方向を径方向、 z 方向を背景磁場 B_0 の方向とし、 y 方向は x と z に垂直な方向とする。

本研究では簡単のため、スラブ配位のシミュレーションにおいて実空間構造はシングルヘリシティモデルを用いた。このモデルでは解析領域内における物理量 $A(\mathbf{r})$ の Fourier 振幅 $A(\mathbf{k}) \equiv \frac{1}{L_x L_y L_z} \int d\mathbf{r} A(\mathbf{r}) \exp(-i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r})$ について、 $k_z = 0$ 成分のみを考察の対象とする手法である。このとき、シングルヘリシティモデルでは磁力線に沿った方向についての波数 k_{\parallel} は $k_{\parallel} \equiv \mathbf{k} \cdot \mathbf{b} = k_y B_1 / |\mathbf{B}|$ となる。ここで B_1 は背景磁場と垂直な成分を示す。このような系を仮定することで準2次元的なプラズマ乱流の記述が単純化され、実空間についてより扱いやすい2.5次元的取り扱い(磁力線方向へのダイナミクスを考慮しつつ実空間について2次元のみ解く)をすることが可能となる。本研究では B_1 の空間変化による磁気シアは考慮せず、 B_1 は空間的に一様とする。

4.1.2 支配方程式

スラブ配位におけるジャイロ中心座標の電子分布関数 $F(\mathbf{R}, v_{\parallel}, \mu; t)$ が従うジャイロ運動論的 Vlasov-Poisson 方程式系を得るため、式 (2.13) において背景磁場の一様性を仮定すると式 (4.1) を得る。

$$\frac{\partial F}{\partial t} + \left(v_{\parallel} \mathbf{b} + \frac{c}{B_0} \mathbf{b} \times \nabla \langle \phi \rangle_{\alpha} \right) \cdot \nabla F - \frac{q_e}{m_e} \mathbf{b} \cdot \nabla \langle \phi \rangle_{\alpha} \frac{\partial F}{\partial v_{\parallel}} = C(F), \quad (4.1)$$

$\mathbf{B} = B_0 \hat{\mathbf{z}} + B_1 \hat{\mathbf{y}}$, $\lambda_{Ds} = \sqrt{T_s / 4\pi n_s q_s^2}$ は Debye 長、 $\rho_{Te} = v_{Te} / \omega_{ce}$ は電子ジャイロ半径、 $v_{Te} = \sqrt{T_e / m_e}$ は電子熱速度、 $C(F)$ は線形 Fokker-Planck 衝突項である。静電ポテンシャルはジャイロ運動論的 Poisson 方程式 (2.25) により計算される。

4.1.3 解析領域の解像度設定

ボックスサイズを $(L_x, L_y) = (585\rho_{Te}, 292\rho_{Te})$, とし、速度空間方向について境界で分布関数の値が十分小さくなるよう $v_{\parallel} = [-5v_{Te}, 5v_{Te}]$, $v_{\perp} = [0, 5v_{Te}]$ までとった。この条件のもと、グリッド数を $N_x \times N_y \times N_{v_{\parallel}} \times N_{v_{\perp}} = 512 \times 256 \times 64 \times 16$ とした。

実空間での波数解像度 $k_x \rho_{Te} = [0.005, 1.37]$, $k_y \rho_{Te} = [0.011, 1.37]$ は、短波長側ではスラブ ETG モードが線形安定となり、エネルギーシンクとして働くようなスペクトル領域を十分広くとるとともに、長波長側でも逆カスケードによる大域的な構造を捉えられるように設定した。

表 4.1: スラブ配位:シミュレーションの波数空間解像度

$k_x \rho_{Te}$	$k_y \rho_{Te}$
0.005, 1.37	0.011, 1.37

4.1.4 初期条件と境界条件

分布関数 F 、静電ポテンシャル ϕ の径方向境界には Dirichlet 境界条件を課し、数値的に粒子やエネルギーが外部へ流出しないように設定した: $F - F_0 = 0, \phi = 0 (x = 0, L_x)$ 。また y 方向については元の系における座標系の設定を鑑みて周期境界条件を課した。

分布関数 F の初期条件として Maxwell 分布を与えた。

$$F_M(\mathbf{R}, v_{\parallel}, \mu) = \frac{n_0(x)}{(2\pi m_e T_e(x))^{3/2}} \exp\left(-\frac{m_e v_{\parallel}^2/2 + \mu B_0}{T_e(x)}\right) \quad (4.2)$$

ここで密度・温度の径方向分布は以下のような構造を仮定した。これは境界付近の密度・温度勾配を小さくして乱流を安定化し、乱流の自己組織化が発展する中心領域への境界条件の影響を極力避けるためである。

$$(n_e, T_e)(x) = (\bar{n}_e, \bar{T}_e) \exp\left[-\frac{0.3L_x}{L_{n,T_e}} \tanh\left(\frac{x - 0.5L_x}{0.3L_x}\right)\right], \quad (4.3)$$

ただし \bar{n}_e, \bar{T}_e は $x = 0.5L_x$ での密度と温度、 $L_n \equiv n_e/|\nabla n_e|, L_{T_e} \equiv T_e/|\nabla T_e|$ は密度と温度の勾配長である。

4.1.5 ジャイロ運動論的 Vlasov コード G5D

第2章で述べたように、ドリフト波乱流のダイナミクスはジャイロ運動論的 Vlasov-Maxwell 方程式系で記述される。Vlasov 方程式は5次元位相空間(空間3次元 + 速度2次元)で定義されたジャイロ中心座標分布関数 $\bar{F}_s(\mathbf{Z}_{gy})$ が従う移流方程式を持つが、このような偏微分方程式を数値的に解く手法としては大きく分けて Lagrange 法と Euler 法の2種類がある。

Lagrange 法では分布関数を離散的な粒子によって表現し、それぞれの時間発展を移流方程式に従って解くモンテカルロサンプリングを行う。必要とされるメモリ量が比較的少なく、ジャイロ運動論的方程式系の数値解法として初期から用いられてきた手法である。一方で、モンテカルロ法に伴う統計的エラーから生じるノイズによって粒子やエネルギーの保存精度が低い、という問題がある。Euler 法、あるいはより広く Vlasov シミュレーションとして知られる手法では位相空間上に離散化された格子点を設定し、その格子上で分布関数が従う移流方程式を離散化する手法である。Lagrange 法と比較して粒子やエネルギーなどの物理的な保存則の計算精度が良く長時間シミュレーションに適しているが、数値計算のために要求されるリソースが大きい。

本研究ではスラブ配位の電子スケール ETG 乱流を解くために full-F グローバル Vlasov コード G5D を用いた [39]。このコードでは、スラブ配位のジャイロ運動論的方程式系 (4.1)、(2.25) を解くためにジャイロ運動論的 Vlasov 方程式に差分法、ジャイロ運動論的 Poisson 方程式に有限要素法を適用する。ここで、Vlasov 方程式 (4.1) を離散化する際に、数値散逸を防ぐために Morinishi スキームによる差分法を用いている [40]。これによって離散化された Vlasov 方程式においては、分布関数 F についての L^1 ノルム: $\int F d^6 \mathbf{Z}$

表 4.2: 減衰乱流計算:パラメータ設定

$L_{n,0}/\rho_{Te}$	$\tau \equiv T_e/T_i$	$\rho_s^2 \equiv 1 + \lambda_{De}^2/\rho + Te^2$	L_n/ρ_{Te}	$\left(\frac{k_{\parallel}}{k_y} \frac{L_n}{\rho_{Te}}\right)$	k_{\parallel}/k_y
$\sim 1.46 \times 10^3$	~ 0.3	~ 11	$(1, 2, 4, 8) \times 1460$	$(8, 4, 2, 1) \times 0.118$	8.0×10^{-5}

と L^2 ノルム: $\int F^2 d^6 \mathbf{Z}$ が同時に保存され、数値振動の成長が抑制される。これにより無衝突プラズマに対して数値的な安定性の高い計算が可能となっている。

4.2 減衰乱流シミュレーション

4.2.1 密度勾配スキャン:Rhines スケールの検証

第3章において、エネルギーの逆カスケードによる ZF の形成と Rhines スケールの関連を議論した。その中でエネルギーの逆カスケードが線形ドリフト波の分散によって阻害されることにより ZF が形成され、その特徴的な波数である Rhines スケール k_c について $k_c \propto L_n^{-1/2} U^{-1/2}$ の比例関係があることを指摘した。流れの構造形成とプラズマ平衡パラメータとの間に予想されるこのような関係について、G5D コードによる数値計算と比較した。

数値計算を行う系について、平衡配位の設定として温度勾配 $R/L_{Te} = 0$ とし、ETG モードが線形安定で乱流場の励起に寄与しないようにした。乱流は時刻 $t = 0$ に与えられた初期擾乱のみによって駆動される。この擾乱は分布関数の平衡成分 F_M に対する密度擾乱として与えた: $F = (1 + \delta n_e/n_0) F_M(\mathbf{r}, v_{\parallel}, \mu)$ 。

減衰乱流計算において、乱流の自己組織化に関連する平衡パラメータは表 4.2 のように設定した。ここで $L_{n,0}$ は密度勾配長スキャンを実施する際の基準としてとった値を示す。式 (4.4) は初期条件に与えた密度擾乱 $\delta n_e(\mathbf{r})$ である。 $\delta n_e(\mathbf{r})$ は波数空間においてエネルギーソース波数 $k_s \rho_{Te} \sim 0.6$ をピークを持つ一様等方な擾乱を設定し、線形 ETG 不安定性の特徴的なスケールによる乱流駆動を模した。

$$\delta n_e(\mathbf{r}; t = 0) = A(x) \times \delta n_0 \sum_{k_x, k_y} \exp\left(-\frac{(|k_{\perp}| - |k_s|)^2}{|0.2k_s|^2}\right) \exp(i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} + 2\pi r_n)) \quad (4.4)$$

$$A(x) = \frac{1}{2} \left(1 - \tanh\left(\frac{x - 0.2L_x}{0.05L_x}\right) \tanh\left(\frac{x - 0.8L_x}{0.05L_x}\right)\right) \quad (4.5)$$

ここで $k_s \rho_{Te} = 0.6$ 、 $k_{\perp}^2 \equiv k_x^2 + k_y^2$ 、そして r_n は $[0, 1]$ の乱数で、この値で表現されるランダムな位相を加えて乱流場を与えるように設定している。初期条件をこのようにとることで、線形 ETG モードの固有関数のような径方向に細長いストリーマ構造が励起する変調不安定性や K-H 不安定性による ZF 形成の影響を排除し、自己組織化現象のみに着目することができる。

図 4.2(a),(b) に静電ポテンシャルの実空間構造 $e\phi/T_e$ の初期条件と飽和乱流構造を示す。

密度擾乱の大きさ δn_e は初期条件における静電ポテンシャルが ETG 乱流の非線形飽和段階における振幅と同程度のオーダである $e\phi/T_e(t = 0) \sim 0.5\%$ となるように選んだ。減衰乱流シミュレーションの結果、図 4.2(b) に示すように y 方向に細長く伸びた構造が確認され、そのスペクトル構造は図 4.9(c) に示される

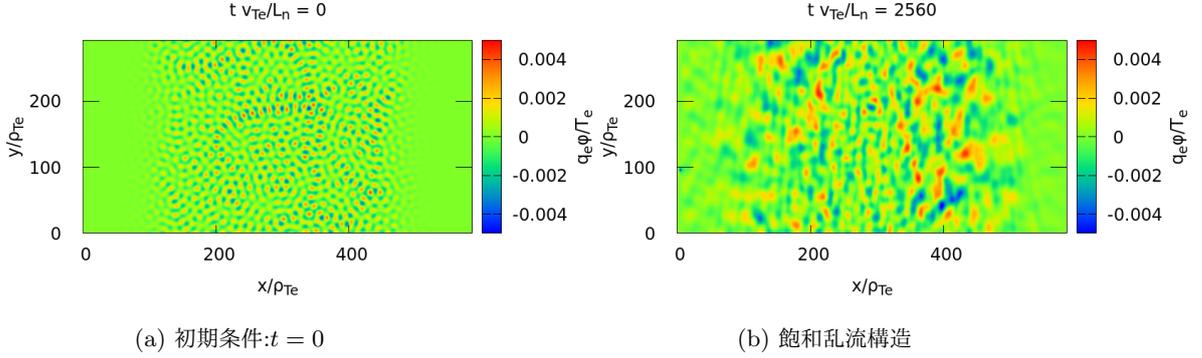


図 4.2: スラブ配位減衰乱流計算: 静電ポテンシャル $e\phi/T_e$ の実空間構造。

ダンベル型の非等方な構造を示した。

密度勾配長 $L_n/\rho_{Te} = 6.0 \times 10^3$ でのエネルギーの相対変化について、時間推移を図 4.3 に示す。初期条件に与えた場のエネルギー $E_f(2.30)$ が Landau 減衰と衝突項によって運動エネルギー $E_{kin}(2.30)$ へと散逸し、全エネルギーが保存していることがわかる。

第 3 章に述べたように、2 次元乱流の自己組織化においてエネルギーが長波長側に逆カスケードしていくのに対してエンストロフィーは短波長側に順カスケードしていく。エンストロフィーのほうが k 依存性の次数が強く、Landau 減衰による影響をより強く受けると考えられるため、エンストロフィーの減衰率はエネルギーのそれを上回ることが予想される。これは 2 次元流体の乱流においてエンストロフィーの選択的散逸として知られており [28]、本研究で解析した電子スケールのプラズマ乱流についても確認された。図 4.4 は密度勾配長 $L_n/\rho_{Te} = 1.46 \times 10^3$ としたケースについて場のエネルギー E_f (式 3.5) とエンストロフィー W (式 3.6) の時間推移を示したものである。エンストロフィーの選択的散逸から、エネルギーが逆カスケードする過程が示唆される。

次に、Rhines スケールの密度勾配長依存性が $k_c \propto L_n^{-1/2} U^{-1/2}$ と表せることから、密度勾配長 L_n を表 4.2 のように変化させたときの $k_{ZF} U^{-1/2}$ と $L_n^{-1/2}$ の比例関係を求めた。

乱流場の Landau 減衰は熱速度に対するドリフト波の磁力線方向への位相速度の比 $\left(\frac{\omega_e^*}{k_{\parallel} v_{Te}}\right) = \left(\frac{k_{\parallel} L_n}{k_y \rho_{Te}}\right)^{-1}$ によってその減衰率が決まる。この比は表 4.2 に示されるように、 $L_n/\rho_{Te} = 1.2 \times 10^4$ のとき小さな値を取り (~ 0.12)、 L_n が小さく (密度勾配が急峻に) なるにつれ $\omega_e^*/k_{\parallel} \gg v_{Te}$ の流体近似の極限に近づくので乱流場の Landau 減衰の効果が弱まる。この結果、図 4.5 に示すように L_n に依存して乱流場のエネルギー E_f 、および乱流場平均速度 U が変化する。

これらの計算を元に、Rhines スケールの密度勾配依存性を検証する。ここで乱流計算における ZF 波数 k_{ZF} は 2 次元エネルギースペクトル $E(k_x, k_y)$ から次のように定義した。

$$k_{ZF} \equiv \frac{\int dk_x k_x E(k_x, k_y = 0)}{\int dk_x E(k_x, k_y = 0)} \quad (4.6)$$

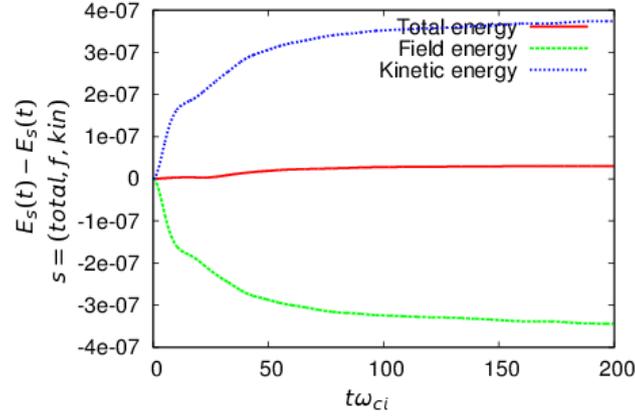


図 4.3: エネルギーの時間推移 ($L_n/\rho_{Te} = 1.5 \times 10^3$)。

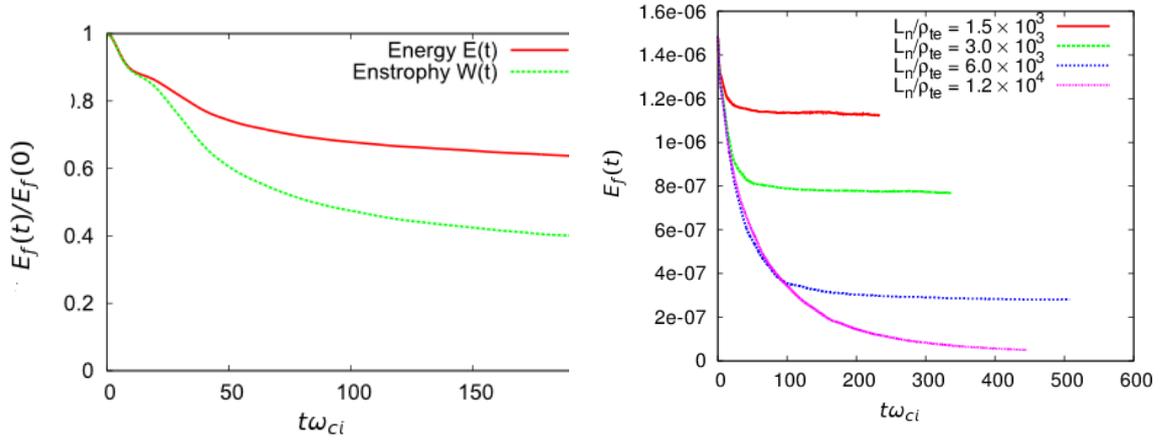


図 4.4: エネルギー $E(t)$ とエンストロフィー $W(t)$ の時間推移 $L_n/\rho_{Te} = 1.5 \times 10^3$

図 4.5: 乱流場エネルギーの時間推移、 L_n スキャンにおける $\Theta \equiv \frac{k_{\parallel} L_n}{k_y \rho_{Te}} \rightarrow 0$ の流体極限で Landau 減衰の効果が弱まる。

ここで $E(k_x, k_y)$ は式 (3.5) の波数空間表示より次のように定義される。

$$E(k_x, k_y) = (\tau + k^2 \rho_s^2) |\phi(k_x, k_y)|^2 \quad (4.7)$$

$$\phi(k_x, k_y) = \frac{1}{L_x L_y} \int dx \int dy \phi(x, y) \exp[-i(k_x x + k_y y)] \quad (4.8)$$

基準となる密度勾配を $L_{n,0}/\rho_{Te} = 1.46 \times 10^3$ として、解析的な表式 $k_c \propto L_n^{-1} U^{-1/2}$ (緑線) と式 (4.6) による数値計算結果からの計測 (紫線) を比較した結果を図 4.6 に示す。密度勾配スキャンにおけるいずれのケースでも k_{ZF} が Rhines スケール k_c の L_n 依存性とよく一致を示していることが示された。この結果は先行研究での粒子コードで検証された点であるが、粒子コードではサンプリングノイズの問題があるた

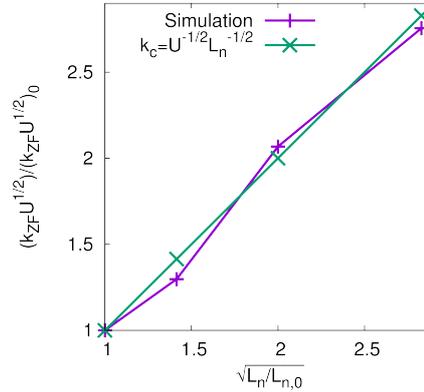


図 4.6: 減衰乱流シミュレーション:密度勾配スキャンにおける ZF 波数 k_{ZF} と Rhines スケール k_c との比較

め乱流場のエネルギースペクトル構造に関する詳細な検討はされていなかった [25]。

4.2.2 振幅スキャン:Rhines スケールの 2 次元スペクトル構造からの考察

第 3 章で指摘したように、乱流場における流れ場は、自己組織化によって形成される構造の特徴スケールがどのような機構を通じて決まるかによって、その大域的な構造形成の性質が大きく異なると考えられる。本節では、先に流体モデルに対する理論的な考察から得られたこのような描像が運動論モデルにおける議論でも成り立つかどうかを検証する。そのために、等方的な乱流擾乱を初期条件として与えた系について

1. HM モデル (流体モデル)
2. GK モデル (運動論的モデル), ETG モードの線形安定な系
 - 2.1. 小振幅ケース
 - 2.2. 大振幅ケース

の減衰乱流計算をそれぞれ実施し、その乱流構造を比較検討した。

Rhines スケールはエネルギーの逆カスケードにおいて

- 線形分散周波数 ω_r
- 非線形相関周波数 $\omega_t = U|k_\perp|$ (渦の回転周波数)

の 2 つが競合する過程によりその大きさと構造が定まる。ただし $U \equiv \sqrt{V^{-1} \int_{B_0} \frac{c}{B_0} |\nabla\phi|^2 dV}$ は解析領域における乱流場平均速度を表わす。一方、線形分散 ω_r は背景にある固有モード構造によって変化するため、着目するモードの線形分散によって Rhines スケールは変化しうる。前節で見たように、流体モデルにおいてはスラブ配位のドリフト波 $\omega_r = \frac{\omega_s}{\tau + k_\perp^2 \rho_s^2}$ を考えた。これについて、シングルヘリシティのスラブ ETG モードの線形分散 (第 2 章) と比較し、 k_y の関数として表したものが図 (4.7) である。

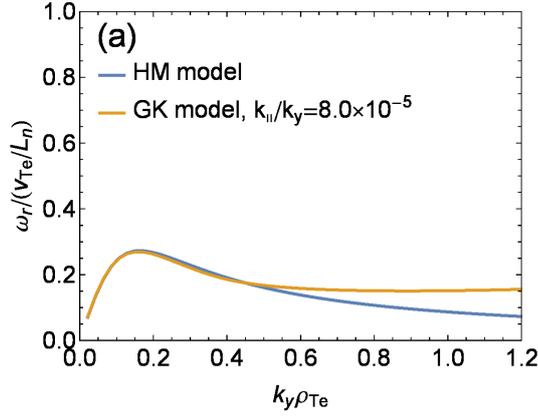


図 4.7: 実周波数の比較:流体モデルとジャイロ運動論モデル

ここで平衡パラメータとして $\tau \equiv T_e/T_i = 0.3$ 、 $\rho_s^2 \equiv 1 + \lambda_{De}^2/\rho_{Te}^2 = 11$ (表 4.2)、ジャイロ運動論モデル温度勾配パラメータを $L_{Te}^{-1} = 0$ 、シングルヘリシティの設定における磁力線方向の波数 $k_{||}/k_y = 8.0 \times 10^{-5}$ は参考文献 [25] における設定と同一の値とした。

H-M モデルと GK モデルの線形分散を比較すると、高 k_y 領域では有限ジャイロ半径効果によって差異が大きくなるが、低 k_y 領域においてはよい一致を示す。従って、H-M モデルと GK モデルは自己組織化現象について同様の議論が適用できると期待される。

以上の点を考察するため、本節では

- H-M(流体) モデルと GK(運動論) モデルの比較
- GK モデルにおける小振幅/大振幅乱流の比較

のそれぞれについて、初期条件として乱流擾乱を与えたときの乱流場の減衰を追う乱流計算を実施した。

ここでは H-M 方程式 (2.45) の右辺に粘性項を導入したモデルを用いた。

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho_s^2 \nabla_{\perp}^2 \phi - \tau \phi) + (\mathbf{b} \times \nabla \phi) \cdot \nabla (\rho_s^2 \nabla \phi + \ln n_0) = \mu \nabla^4 \phi \quad (4.9)$$

初期擾乱は式 (4.4) によって与えられる等方的な乱流とし、逆カスケードによる慣性領域をより広く取るためスペクトルのピークを $k_{\perp} \rho_{Te} \sim 0.6$ 付近とした。図 (4.9)(a) は初期密度擾乱から求めたエネルギースペクトル (4.7) である。背景プラズマの平衡パラメータとして表 4.2 のように値を設定した。前節の結果より、乱流振幅が $e\phi/T_e \sim 0.5\%$ の場合は乱流構造が十分発達したときに ZF の形成が期待される。ジャイロ運動論におけるシングルヘリシティの設定 $k_{||}/k_y \times L_n/\rho_{Te} \sim 0.75$ は、トラスプラズマの連結長程度、かつ、温度勾配をつけて不安定化した場合に ETG モードの成長率がいちばん大きくなるような値を設定している。これに合わせて、H-M モデルでの粘性係数 $\mu = 1.0 \times 10^{-3}$ はエネルギーの減衰が GK モデルと近くなるように設定した。

図 (4.8) は各ケースについて乱流場平均速度 U の時間推移をプロットしたものである。以下では、各シミュレーションで計測された物理量について、乱流が十分発達した段階での値を ω_r より十分長い

$\Delta t = 40L_n/v_{Te}$ で平均してアンサンブル平均とした。

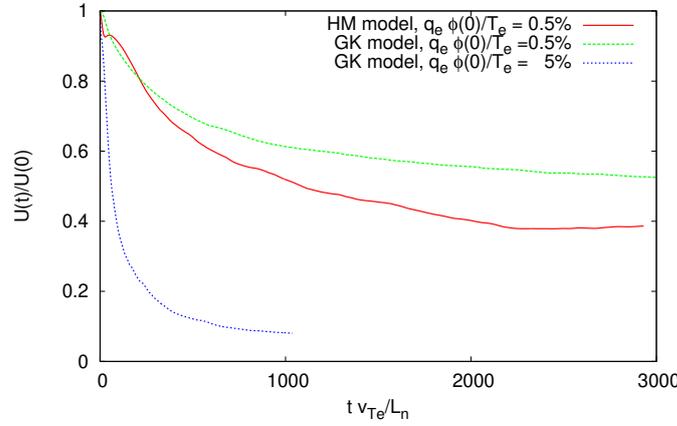


図 4.8: 減衰乱流計算:乱流場平均速度 U の時間発展の比較

図 4.9(b)-(d) はそれぞれ HM モデル、GK モデルの小振幅、大振幅のケースについて、乱流が十分発達した準定常状態におけるエネルギースペクトルの 2 次元構造を示す。(b),(c)(小振幅ケース) では逆カスケードの進展によるスペクトルの長波長側へのシフトに伴い、非等方的な構造へと遷移するが、(d)(大振幅ケース) では逆カスケードによる渦構造の長波長への遷移が進んでも等方的な乱流が維持されている。これを定量的に評価するため、次に示すような流れの非等方度を測る平均量を定義した。

$$c_y \equiv \frac{\int dx \int dy |\hat{y} \cdot \mathbf{v}_{E \times B}|^2}{\int dx \int dy |\mathbf{v}_{E \times B}|^2} = \frac{\int dx \int dy |\hat{y} \cdot (\mathbf{b} \times \nabla \phi)|^2}{\int dx \int dy |(\mathbf{b} \times \nabla \phi)|^2} \quad (4.10)$$

非等方構造の両極限として ZF ($k_y = 0$ のみ)、ストリーマ ($k_x = 0$ のみ) 構造に対してそれぞれ $c_y = 0$ 、 $c_y = 1$ 、また一様等方な乱流では $c_y = 0.5$ となるように定義されている。

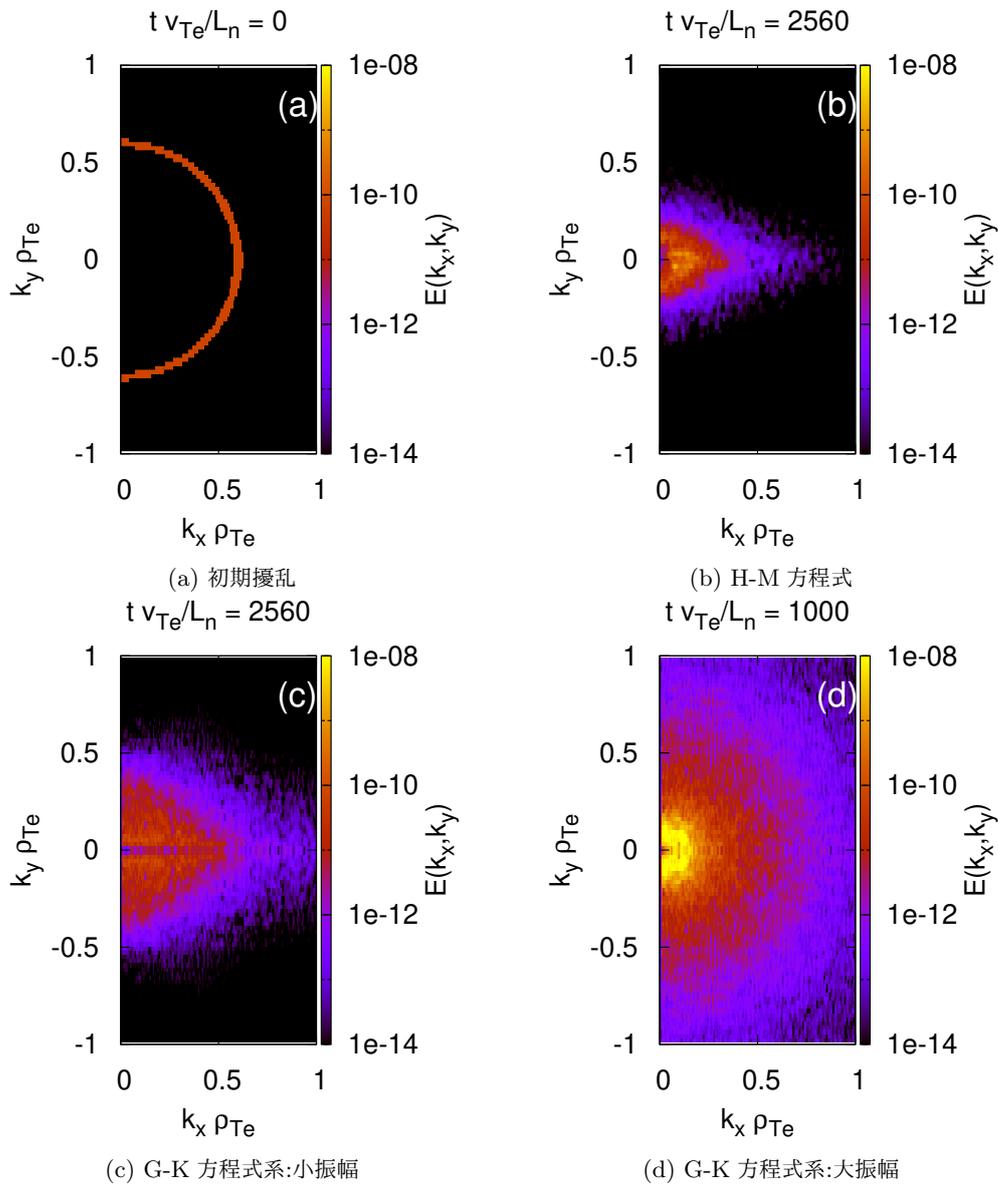
表 4.3 において、図 (4.9)(b)-(d) に示される各ケースについて乱流場平均速度 U 、ZF 波数 k_{ZF} 、流れの非等方度 c_y についてそれぞれ比較した。ただし式 (4.10) における積分領域は、乱流が励起されている領域として x 方向に $[0.3L_x : 0.7L_x]$ をとった。これらの結果から、流れの非等方度は乱流の振幅によって大きく異なること、特にその影響は ZF の形成の有無によることが明らかになった。この違いについて断熱スケール k_λ によるエネルギー逆カスケードの阻害という観点から検討した。

自己組織化による渦構造の特徴的波数 k_E は式 (3.9),(3.15) のような時間依存性を持つが、ここでは k_E をエネルギースペクトル (4.7) について重み付け平均を取った波数と定義した。

$$k_E = \frac{\int dk_x dk_y k_\perp E(k_x, k_y)}{\int dk_x dk_y E(k_x, k_y)} \quad (4.11)$$

ただし $k_\perp^2 = k_x^2 + k_y^2$ である。

GK モデル小振幅/大振幅ケースについて、それぞれ $k_E(t)$ の時間発展を比較したものが図 4.10 である。大振幅ケースでは、乱流構造の逆カスケードによる長波長構造へのシフトが $k_E \propto t^{-3/8}$ に近いべき乗則

図 4.9: 減衰乱流計算の各ケースにおける 2 次元エネルギースペクトル $E(k_x, k_y)$ 表 4.3: 減衰乱流計算:図 4.9(b)-(d) の各ケースにおける乱流場平均速度 U 、ZF 波数 k_{ZF} 、流れの非等方度 c_y

Model	$q_e \phi / T_e(t=0)$	U	$k_{ZF} \rho_{Te}$	c_y
HM	0.5%	2.55×10^{-4}	0.20	0.85
GK	0.5%	3.62×10^{-4}	0.42	0.73
GK	5%	2.55×10^{-3}	0.12	0.53

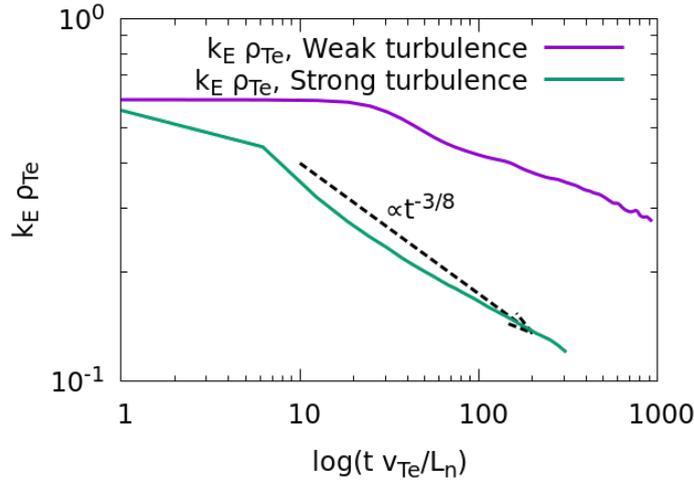


図 4.10: 乱流渦構造の特徴スケール $k_E(t)$ の時間発展を GK モデルの小振幅/大振幅ケースについてプロットした。 $k < k_\lambda$ におけるエネルギーの逆カスケードは $k_E(t) \propto t^{-3/8}$ によって特徴づけられる。

に従うことがわかる。これは式 (3.9) に表されるように、渦構造サイズが断熱スケール k_λ より長波長側にある場合に従うスケリングである。このことから、大振幅のときには Rhines スケール k_c よりも断熱スケール k_λ の影響によって逆カスケードが阻害され、 k_λ の等方的な構造に従い乱流構造も等方的なまま維持される、という描像があてはまると考えられる。

第3章に基づく臨界パラメータ k_c/k_λ で比較すると、GK モデルにおける小振幅/大振幅ケースのそれぞれについて $k_c/k_\lambda \sim 2.4, 0.97$ を得る。

$k_c/k_\lambda > 1$ の場合、エネルギーの逆カスケードは波の線形分散によって阻害され、そのとき流れの構造は式 (3.28) に示すような非等方的な構造の影響を受け、ZF の卓越した流れが形成される。反対の場合として $k_c/k_\lambda < 1$ のときは、逆カスケードは Rhines スケールまで到達する前に断熱スケールの存在によって阻害され、等方的な構造のまま維持されると考えられる。

Rhines スケール k_c は上述の2つの周波数について $\omega_r(\mathbf{k}_c) = \omega_t(\mathbf{k}_c)$ から定義される。これを2次元スペクトル空間上で検討するため、スラブ ETG モードの線形分散の2次元スペクトル $\omega_r(k_x, k_y)$ と非線形相関周波数 $\omega_t = U|k_\perp|$ を (k_x, k_y) 平面上で比較したものが図 (4.11) である。ただし図中で、GK モデルによる ETG モードの実周波数は式 (2.36) から求め、乱流による流れ場の平均速度 U は本節の乱流シミュレーション結果から得られたものより評価した。図 4.11 において黒線は Rhines スケール k_c 、白線は断熱スケール k_λ を示す。H-M と GK モデルの双方とも $k_y > k_x$ の領域で $\omega_r/\omega_t > 1$ となり、Rhines スケール k_c は波数空間上で非等方的な形状を示す。これより $k_y > k_x$ の領域では線形分散の影響によりエネルギーの逆カスケードが阻害されるため $k_y \sim 0$ の ZF に向けて逆カスケードのエネルギーが集中していくと考えられる。小振幅ケース (図 4.11(a),(b)) と比較して、大振幅ケース (図 4.11(c)) では Rhines スケール k_c はより長波長側にシフトする。結果として $k_c < k_\lambda$ となるため、この場合エネルギーの逆カスケードは等方

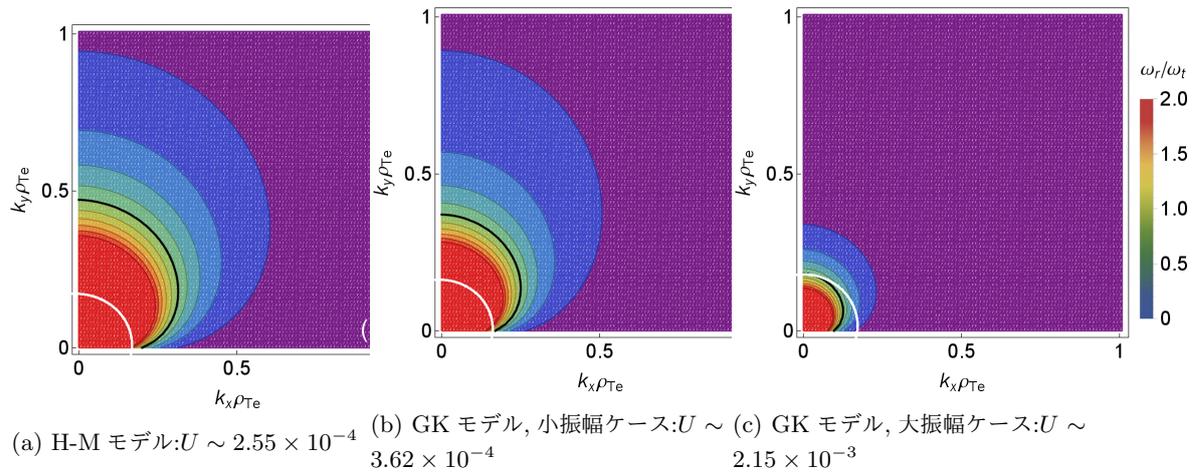


図 4.11: スラブ配位における減衰乱流計算の各ケースにおける線形分散の実周波数 ω_r と非線形相関時間 ω_t の比の 2 次元スペクトル空間 (k_x, k_y) 上のプロット。図中黒線は $\omega_r = \omega_t$ となる Rhines スケール k_c を、白線は断熱スケール k_λ を表す。

的な構造を持つ断熱スケール k_λ によって遅延され、それに従い乱流構造も等方的なまま維持される。この両者の比で定義される臨界パラメータ k_c/k_λ によって自己組織化の乱流構造が変化する描像が減衰乱流計算において成り立つことを明らかにする。

4.3 ETG 乱流計算

減衰乱流計算の設定では初期条件の与えかたに任意性がある。また、十分発達した乱流の構造が輸送に与える影響を議論する必要がある。このような背景から、以下では ETG モードが線形不安定な状況における乱流構造の発達を考察した。

前節での議論では、第 3 章で議論された自己組織化現象の描像に基づき、スラブ配位における電子スケール乱流の構造形成について特に線形分散による Rhines スケール k_c と断熱応答項によるスケール k_λ の競合という観点から議論した。特に、初期擾乱の減衰緩和を解く乱流計算について H-M 方程式系とジャイロ運動論的 Vlasov 方程式系を比較して、前者で得られた自己組織化の描像が後者にも適用されることを確認した。

一方で、実際の磁場閉じ込めプラズマにおける乱流を駆動するものとしては、第 2 章でも触れたようにプラズマ平衡配位が持つ不均一性によって励起される線形不安定性が考えられる。このとき、前節で考慮したような一様等方かつスペクトル空間上の特定波数のまわりに鋭くピークした初期擾乱とは異なり、乱流場を励起するモード構造は径方向に細長く伸びたストリーマ構造を有する。このような系でもスペクトル空間におけるエネルギーの逆カスケードの描像が成立するのか、また第 2 章で見たような変調不安定性などによる構造形成への影響はどうなるのか、といった点を本節では議論した。

表 4.4: ETG 乱流計算:パラメータ設定

L_n^{-1}	$\tau \equiv T_e/T_i$	$\rho_s^2 \equiv 1 + \lambda_{De}^2/\rho + Te^2$	k_{\parallel}/k_y
$\sim 1.46 \times 10^3$	~ 0.3	~ 11	5.1×10^{-4}

4.3.1 線形不安定性:スラブ ETG モード

本節で設定したプラズマの平衡パラメータを表 4.4 に示す。表 4.3 で与えられた数値計算の解像度において、ETG モードによる乱流駆動のスケールと逆カスケードによる構造形成の生じるスケールが十分に分離されるように設定した。また磁力線方向波数については、ETG モードが最も不安定となるような値として $k_{\parallel}/k_y = 5.1 \times 10^{-4}$ とした。

乱流構造に影響を与える臨界パラメータ k_c/k_{λ} は乱流振幅に依存するが、ETG 乱流計算の場合は乱流の飽和振幅は線形不安定性による駆動とモード間の非線形相互作用の競合から自己無撞着に決定されるため、パラメータスキャンを行う場合も事前に振幅を指定することはできない。ここでは混合長理論の考え方にに基づき、線形 ETG モードの成長率 γ と乱流振幅 $\propto |\phi|$ が比例するものと仮定し、また線形 ETG モードの実周波数 ω_r を大きく変化させずに γ をスキャンするため、温度勾配長 L_{Te} を変化させることで ETG 不安定性による乱流駆動の強度を変化させた。以下では、乱流振幅の異なる大小 2 ケースについて検討した。ここで線形成長率はそれぞれ小振幅ケース ($\eta_e = 2.85$): $\gamma \sim 0.043v_{Te}/L_n$ 、大振幅ケース ($\eta_e = 5.0$): $\gamma \sim 0.20v_{Te}/L_n$ である。

4.3.2 自己組織化による ZF の形成

図 4.12 に、それぞれ小振幅/大振幅の ETG 乱流について準定常段階における静電ポテンシャル構造の実空間構造を示す。乱流構造はそれぞれ ZF が支配的な構造、あるいは等方的な構造という定性的にも異なる構造によって特徴づけられている。これらの構造の違いは熱輸送係数の違いにも反映されている。

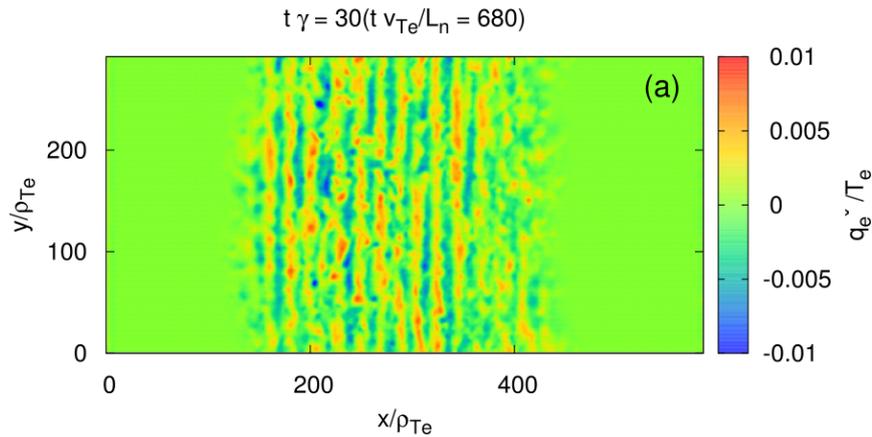
電子熱輸送係数は次のように、乱流の励起された領域における局所的輸送係数の時空間平均から求められる。

$$\chi_e(t) = \frac{1}{0.4L_x L_y \Delta t} \int_t^{t+\Delta t} dt \int_{0.3L_x}^{0.7L_x} dx \int_0^{L_y} dy \frac{Q_e}{p'_0} \quad (4.12)$$

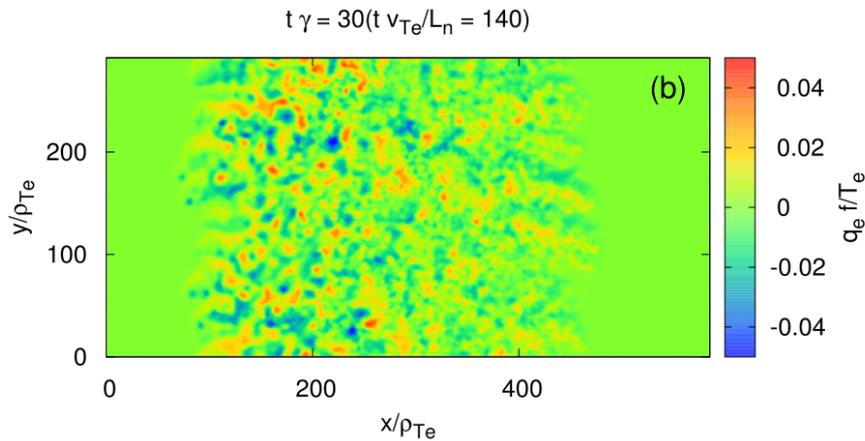
ただし $\Delta t = 2.0/\gamma$ は時間平均幅、 p'_0 は圧力勾配の径方向微分、また電子熱流束 Q_e は次式にて定義した。

$$Q_e = \int \frac{c}{B_0} \hat{\mathbf{x}} \cdot (\mathbf{b} \times \nabla \phi) \left(\frac{1}{2} m_e v_{\parallel}^2 + \mu B_0 \right) F \delta[(\mathbf{R} + \boldsymbol{\rho}) - \mathbf{r}] d^6 Z. \quad (4.13)$$

図 4.13 は図 4.12 に示される 2 つの ETG 乱流計算について、それぞれ χ_e/χ_{GB} の時間発展をプロットしたものである。ここで電子熱輸送係数 χ_e は gyro-Bohm 係数 $\chi_{GB} = \rho_{Te}^2 v_{Te}/L_n$ によって規格化した。混合長理論から輸送係数を見積ると、乱流振幅は ETG モードの線形成長率に比例すると考えて 4 倍程度の差異が生じると予想されるが、実際には非線形飽和の直後 ($t\gamma \sim 20$) では双方で 20 倍ほどの差異となっ



(a) 小振幅ケース: $\eta_e = 2.85, \gamma \sim 0.043 v_{Te} / L_n$.



(b) 大振幅ケース: $\eta_e = 5.0, \gamma \sim 0.20 v_{Te} / L_n$

図 4.12: ETG 乱流計算: 静電ポテンシャル $q_e \phi / T_e$ の実空間構造。

ている。さらに両者の差は乱流が発達するに従い拡大していき、ZF が支配的な小振幅ケースについては輸送がほとんどクエンチした状態が得られている。この段階においても、密度・温度勾配から計算されるスラブ ETG モードは線形不安定であり、輸送のクエンチが ZF による影響によるものと考えられる。

これらの違いが何に由来するかを確認するために、静電ポテンシャル ϕ と圧力の揺動成分 \tilde{p}_e についてクロスフェーズ [41] を計測した。図 4.14 に小振幅/大振幅のそれぞれについて結果を示す。ただし時空間平均をとる領域は図 4.13 を計算するために用いたものと同様の値を使用した。各波数 k_y について熱輸送は静電ポテンシャルと圧力揺動で位相差が大きいと輸送が促進されると考えられる。いずれの波数においても小振幅/大振幅の双方についてクロスフェーズに顕著な差はなく、図 4.13 に見られるような輸送係数の違いは主に ϕ の非 ZF 成分の振幅に由来することがわかった。

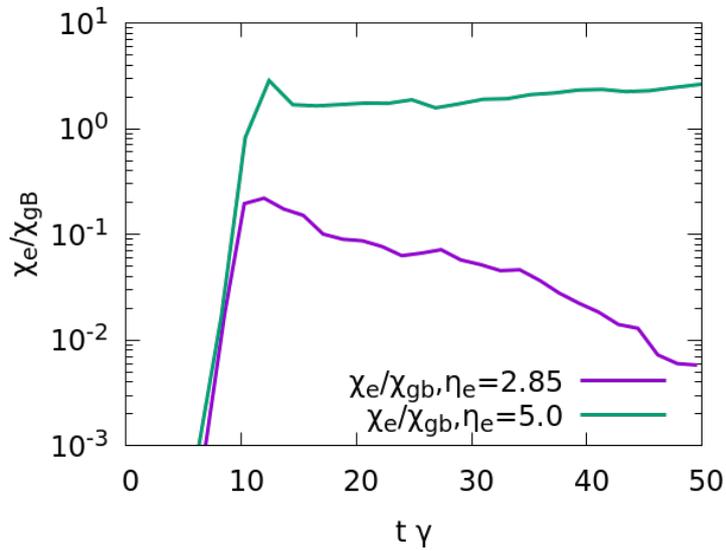


図 4.13: ETG 乱流計算:電子熱輸送係数 χ_e の時間発展を示す。小振幅/大振幅それぞれについて時間は最も不安定な ETG モードの線形成長率 γ で規格化した。

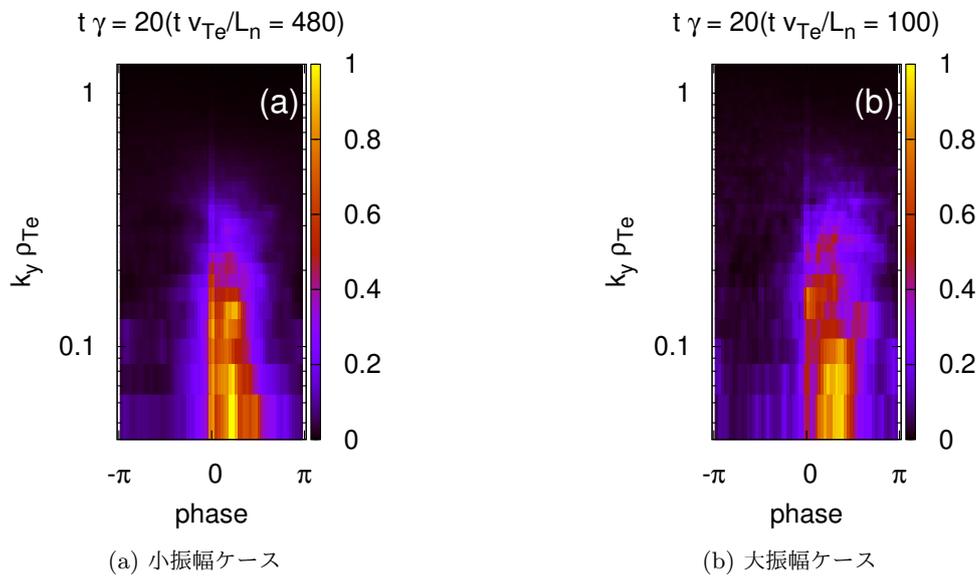


図 4.14: 静電ポテンシャル ϕ と圧力揺動 \tilde{p} のクロスフェーズ (規格化時間 $t\gamma \sim 20$)

それぞれのケースについて式 (4.7) に示される定義から求められた 2 次元エネルギースペクトルを図 4.15、に ω_r/ω_t を 2 次元波数スペクトル空間上にプロットしたものを図 4.16 に示す。両者の間での構造の違い、特に小振幅ケースに見られるスペクトルの非等方性は Rhines スケール k_c から説明される。

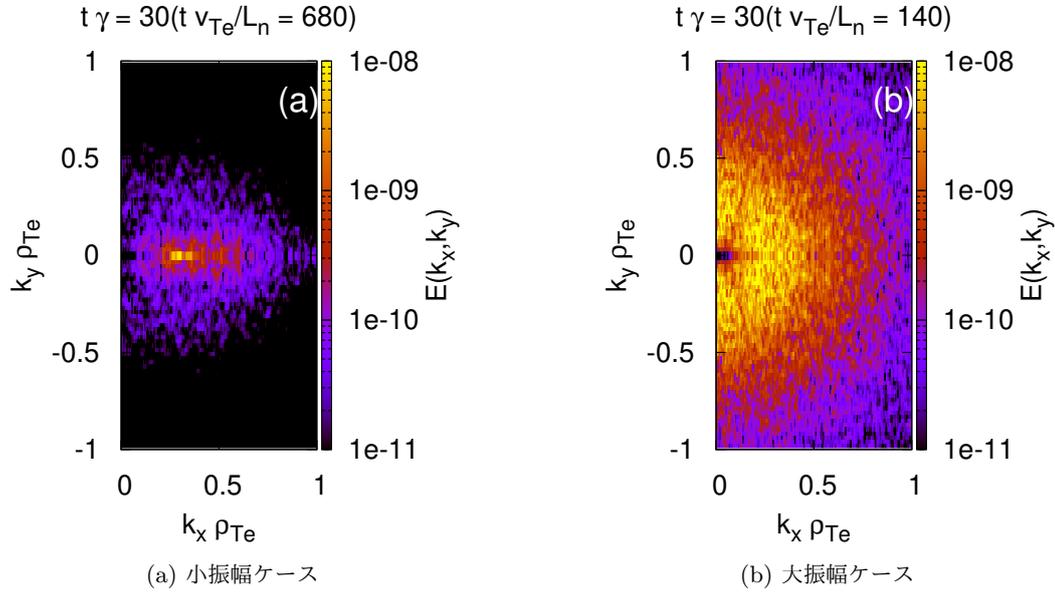


図 4.15: 減衰乱流計算の各ケースにおける 2 次元エネルギースペクトル $E(k_x, k_y)$

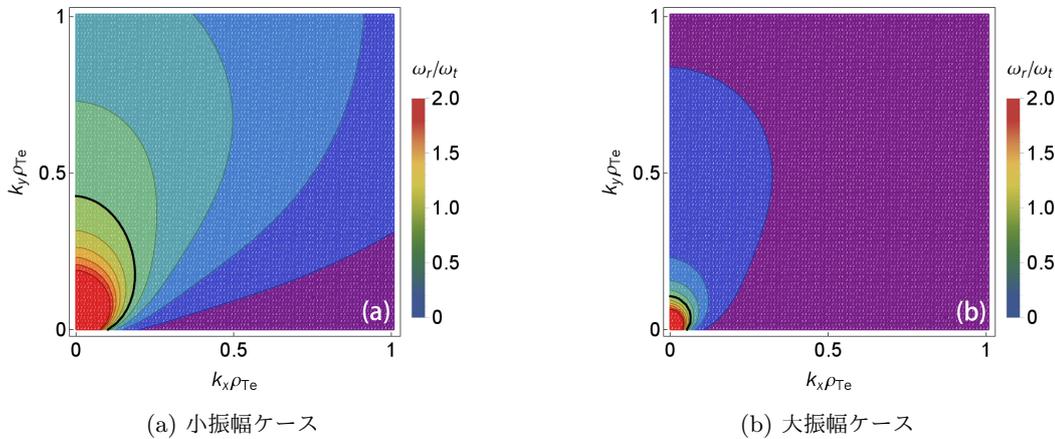


図 4.16: スラブ ETG 乱流計算の各ケースにおける線形分散の実周波数 ω_r と非線形相関時間 ω_t の比, 2 次元スペクトル空間 (k_x, k_y) 上のプロット。図中黒線は $\omega_r(\mathbf{k}_c) = \omega_t(\mathbf{k}_c)$ となる Rhines スケール \mathbf{k}_c を表す。

ドリフト波の分散関係式 (3.18) と ETG モードの分散関係式 (2.36) は異なるものの、 k_c の構造は $k_y > k_x$ の領域で $\omega_r/\omega_t > 1$ となる非等方な形状を示す。系に見られる特徴的な渦サイズを式 (4.11) で定

義された平均波数 k_E で見積ると、小振幅 ETG 乱流において線形モードの実周波数 ω_r と非線形相関周波数 ω_t は $k_E \rho_{Te} \sim 0.32$ では同程度となる。このスケールよりも長波長へのカスケードが線形モードの分散によって $k_y > k_x$ となる領域で顕著に阻害されるため、 $k_x > k_y$ を満たす ZF 構造のスペクトルに向かって逆カスケードが進んでいく。大振幅 ETG 乱流の平均波数 $k_E \rho_{Te} \sim 0.18$ では $\omega_r < \omega_t$ となっている。このような系では渦サイズは断熱イオン応答項の等方的な効果によって決定され、渦構造も等方的なまま維持されると考えられる。

4.3.3 エネルギースペクトルの構造

H-M モデルにおける自己組織化の描像はエネルギーとエンストロフィーのデュアルカスケードによって説明され、そのとき系が従うエネルギースペクトルのべき乗則は式 (3.11)、(3.17) のように乱流駆動波長を境に 2 つの異なるスケールリングを示す。一方、プラズマの運動論モデルでは乱流駆動源となる線形 ETG モードの不安定性と散逸機構である Landau 減衰がともにスペクトル空間の幅広いスケールに渡って存在するため、H-M モデルで見られたような明確な慣性領域が存在する保証はない。この点について検討するため、シエル平均された 1 次元エネルギースペクトル $E_f(k_\perp)$ とエネルギー変化率 Γ_k を ETG 乱流計算の各ケースについて求めた。ここで $E_f(k_\perp)$ と Γ_k は次式に示す全エネルギー保存則から導出した。

$$\frac{dE_{kin}}{dt} + \frac{dE_f}{dt} = \frac{dE_c}{dt} \quad (4.14)$$

$$\frac{dE_{kin}}{dt} = \frac{d}{dt} \int \left(\frac{1}{2} m_e v_{\parallel}^2 + \mu B_0 \right) \quad (4.15)$$

$$\frac{dE_f}{dt} = \int q_e \langle \phi \rangle_{\alpha} \frac{\partial F}{\partial t} d^6 \mathbf{Z} \quad (4.16)$$

$$= \frac{d}{dt} \frac{1}{8\pi\lambda_{De}^2} \int [\rho_s^2 |\rho_{Te} \nabla \phi|^2 + \tau |\phi|^2] dV$$

$$\frac{dE_c}{dt} = \int q_e \langle \phi \rangle_{\alpha} C(F) d^6 \mathbf{Z} \quad (4.17)$$

シエル平均 1 次元エネルギースペクトル $E_f(k_\perp)$ は式 (4.7) に示す 2 次元エネルギースペクトルから以下のように求められる。

$$E_f(k_\perp) = \int_{k_\perp}^{k_\perp + \Delta k_\perp} k_\perp dk_\perp E(k_x, k_y) \quad (4.18)$$

ただし $k_\perp = \sqrt{k_x^2 + k_y^2}$ 、 $k_\perp dk_\perp$ は波数空間上シエル平均積分の Jacobian である。

式 (4.17) の被積分関数については磁力線平行成分の移流項で次のように表すことができる。

$$\frac{dE_f}{dt} = \int q_e \frac{d\mathbf{R}}{dt} \langle \phi \rangle_{\alpha} F d^6 \mathbf{Z} = \sum_{k_\perp} \frac{dE_f(k_\perp)}{dt}, \quad (4.19)$$

$$\frac{dE_f(k_\perp)}{dt} = \int q_e v_{\parallel} k_{\parallel} \phi(k_x, k_y) J_0(k_\perp \rho_{Te}) F(k_x, k_y, v_{\parallel}, \mu) d^3 \mathbf{v} \quad (4.20)$$

式 (4.20) を用いて、Vlasov 方程式の移流項からエネルギー注入率 Γ_k が次のように計算できる。

$$\Gamma_k \equiv \frac{1}{E_f(k_\perp)} \frac{dE_f(k_\perp)}{dt} \quad (4.21)$$

図 4.17(a),(b) に小振幅/大振幅 ETG 乱流の準定常状態 $t\gamma \sim 50$ における 1 次元エネルギースペクトル $E_f(k_\perp)$ とエネルギー注入率 Γ_k を示す。どちらのケースも ETG モードの最も不安定な波数領域が $k_\perp \rho_{Te} \sim 0.4$ 、また長波長と短波長の領域に $\Gamma_k < 0$ のエネルギー散逸領域が存在する。しかしながら両者は以下のような点でその性質が異なる。

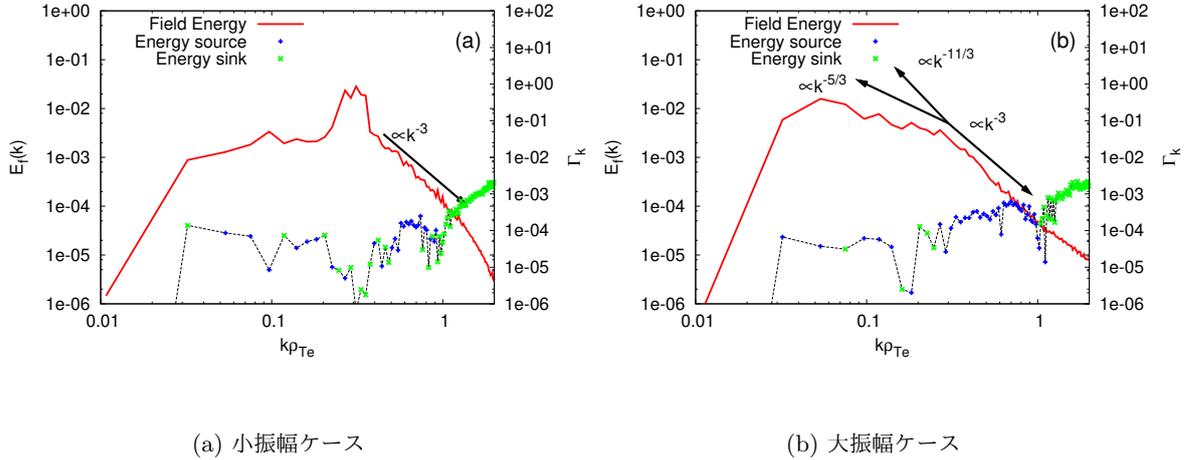


図 4.17: 乱流場の 1 次元シェル平均エネルギースペクトル $E_f(k_\perp)$ とエネルギー変化率 $|\Gamma_k|$ を乱流の準定常状態 $t\gamma \sim 50$ の段階で時間平均幅 $\Delta t\gamma \sim 2$ で平均化したもの。図中青点 (+) はエネルギーの注入を、緑点 (×) は散逸を示す。

図 4.17(a) に示される ETG 乱流の小振幅ケースでは、ZF 波数 $k_{ZF}\rho_{Te} \sim 0.30$ が比較的短波長にありエネルギー注入波数領域とオーバーラップしているため、エネルギースペクトルに明確なエネルギー逆カスケードのべき乗則の構造は表われなかった。一方、短波長領域にはエンストロフィーカスケードのべき乗則に近い構造が見られる。

大振幅ケースでは、図 4.17(b) に示されるようにエネルギースペクトルに明確な 2 つのべき乗則が表れた。Rhines スケール k_c が十分長波長側にシフトしたためエネルギースペクトルがエネルギー注入波数領域に比べて十分長波長の $k_\perp \rho_{Te} \sim 0.05$ まで発展しており、この間のエネルギー注入 (散逸) 率が小さい領域にエネルギー逆カスケードの慣性領域が形成される。エネルギー注入波数領域の付近を境界としてエネルギースペクトルが二つの異なるべき乗則に従っていることから、デュアルカスケードがスラブ ETG 乱流においても存在することが示唆される。このとき断熱スケール $k_\lambda \rho_{Te} \sim 0.32$ は線形 ETG モードの不安定波数領域スケールが存在し、式 (3.17) によると $k < k_\lambda$ の領域ではエネルギースペクトルは $E(k) \propto k^{-11/3}$ に従うと期待される。一方、図 4.17(b) によるとこの領域でのべき乗則はこれに従っておらず、むしろ式 (??) の $E(k_\perp) \propto k^{-5/3}$ に近い。これはエネルギーの逆カスケードが断熱スケール k_λ より長波長側では十分発達していないためと考えられる。

4.3.4 プラズマパラメータの変化が自己組織化に与える影響

前節までに、磁化プラズマの平衡パラメータ、あるいはそこから計算される $k_c/k_\lambda \sim U^{-1/2} L_n^{-1/2} \tau^{-1/2}$ が乱流における構造形成、特に ZF の形成の有無に関連してくることを議論した。その物理過程として、乱流振幅の大小によって Rhines スケール k_c と断熱スケール k_λ の競合が変化するという点を指摘した。本節ではこれらの依存性をさらに吟味するため、ETG 乱流シミュレーションにおいて飽和振幅のスキャンを実施した。ETG 乱流計算においては飽和振幅を直接変化させることはできないため、ここでは前節と同様に温度勾配パラメータ $\eta_e \equiv d \ln n(r)/d \ln T_e(r)$ を系統的に変化させて ETG モードの成長率を制御した。

図 4.18 にスラブ ETG モードの線形分散の温度勾配パラメータ η_e スキャン結果を示す。ここから分かるように、 η_e を変化させたときの影響は主に γ に影響し、 ω_r への変化は比較的小さい。このようなパラメータスキャンにより臨界パラメータ k_c/k_λ への ω_r を通した影響を抑えた。

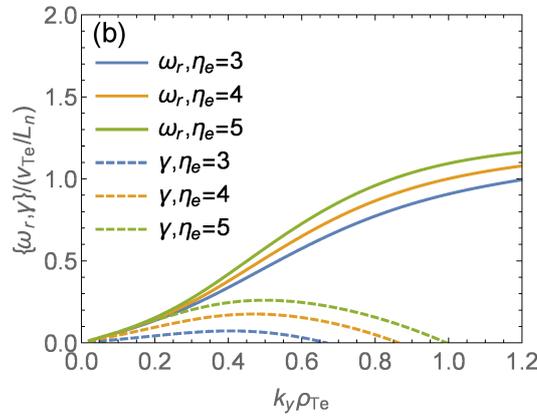


図 4.18: スラブ ETG モードの温度勾配パラメータ η_e スキャンにおける実周波数 ω_r と成長率 γ の比較。

図 4.19(a)、(b) はそれぞれ η_e スキャンの各ケースにおいて乱流場平均速度 U 、流れの非等方度 c_y の時間発展を追ったものである。線形成長段階では ETG モードの固有関数をもつストリーマ構造によって $c_y \sim 0$ となるが、非線形飽和の初期段階でストリーマ構造が壊れて $c_y \sim 0.5$ の等方的構造となる。非線形飽和に至るまでの過程は全てのケースについて上記のような同様の傾向を示すが、乱流が発達する準定常段階においては η_e の違いに応じて徐々に異なる状態へと発展していく。図 4.19(a) に示されるように、 $\eta_e < 4.0$ の場合に $c_y > 0.5$ 、すなわち ZF 成分の成長が観測された。

η_e の系統的スキャンにおける各計測から、流れの非等方度 c_y と臨界パラメータ k_c/k_λ の関係をプロットしたものが図 4.20 である。大振幅ケースでは $k_c/k_\lambda < 1.0$ となり、この領域では $c_y \sim 0.5$ の等方的な構造を示している。一方、小振幅ケースでは $k_c/k_\lambda > 1.0$ を満たし、徐々に $c_y > 0.5$ の ZF が支配的な構造へと遷移する。

ETG 乱流の自己組織化について、逆カスケードを阻害する機構として Rhines スケール k_c によるものか断熱スケール k_λ によるものかの差異が構造形成、特に ZF 形成の有無に関わることは、別の観点からも示

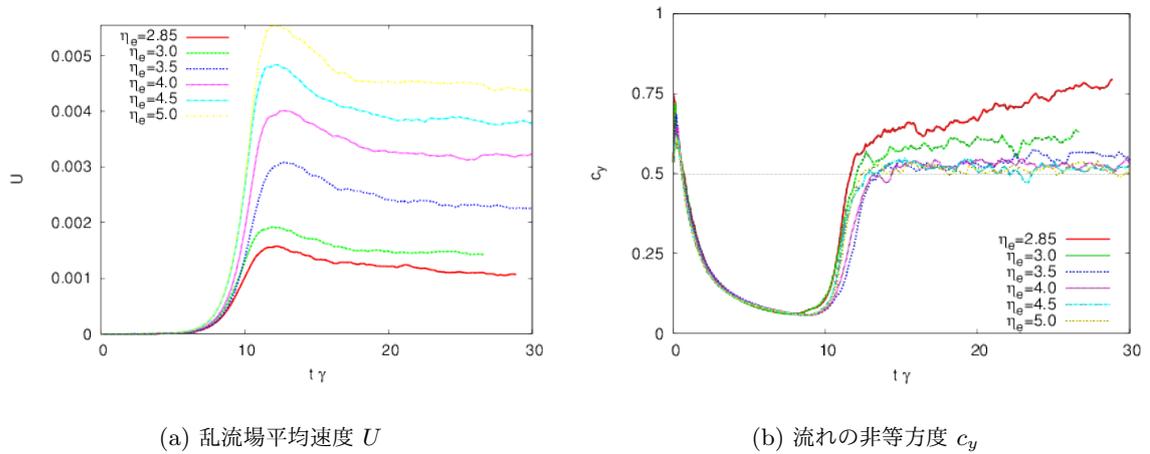


図 4.19: スラブ ETG 乱流計算の η_e スキャンにおける乱流場の特徴パラメータの時間発展。

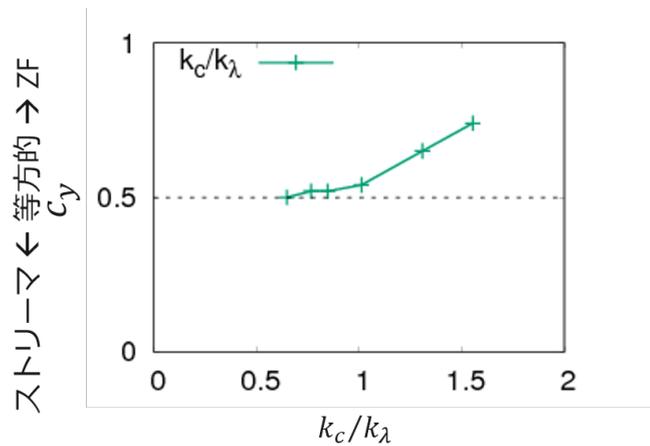


図 4.20: スラブ ETG 乱流計算の η_e スキャンにおける流れの非等方度 c_y と臨界パラメータ k_c/k_λ の対応。

唆される。図 4.21 は式 (4.11) に定義される平均波数 k_E の時間発展を小振幅ケース/大振幅ケースについてプロットしたものである。大振幅ケースでは乱流構造の逆カスケードによる k_E の長波長構造へのシフトについて、渦構造サイズが断熱スケール k_λ より長波長側にある場合に従うスケーリングである $k_E \propto t^{-3/8}$ に近いべき乗則に従うことがわかる。このことからスラブ ETG 乱流においても、大振幅の場合には k_c よりも k_λ の影響によって逆カスケードが阻害され、等方的な乱流構造が維持されることがわかった。

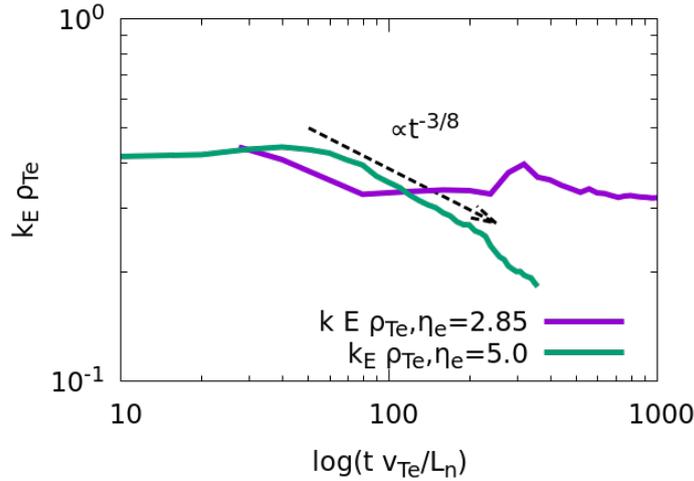


図 4.21: 乱流渦構造の特徴スケール $k_E(t)$ の時間発展を GK モデルの小振幅/大振幅ケースについてプロットした。 $k < k_\lambda$ におけるエネルギーの逆カスケードは $k_E(t) \propto t^{-3/8}$ によって特徴づけられる。

4.3.5 変調不安定性

ここまでスラブ ETG 乱流における ZF 形成の機構として、エネルギーの逆カスケードによる自己組織化現象の観点から議論してきた。本節ではこれとは異なる機構として、第 3 章で議論された変調不安定性に基づく ZF 形成を検討した。

ETG 乱流における c_y の時間発展 (図 4.19(a)) にも見られるように、非線形飽和の初期段階においては流れの非等方向が急激に $c_y \sim 0.5$ まで上昇しているのは、エネルギーの逆カスケード過程を介さず直接的に ZF が励起されていることが原因である。これは線形段階と非線形飽和の直後とで 2 次元エネルギースペクトルを比較するとより顕著にわかる。(図 4.22)

小振幅 (大振幅) ケースについて、 $k_{ZF} \rho_{Te} \sim 0.30(0.35)$ にピークを持つ ZF は $k_y \rho_{Te} \sim 0.35(0.45)$ にピークを持つ ETG モードの線形ストリーマ構造から励起されていることが示唆される。この過程について、H-M 方程式に簡約化した系での変調不安定性を検討した。

ここでは波数 $k_x = k_q$ の ZF が、ポンプ波となる $k_x = 0$ のストリーマ構造を持ったモード ϕ_{0,k_p} (ETG モードの固有関数を模している)、そして 2 つのサイドバンド $\phi_{k_q, -k_p}$ との間の非線形結合から励起されるモデルについて ZF の成長率を計算した。ここで、ポンプ波の波数 $k_p \rho_{Te} = 0.35(0.45)$ はそれぞれ小振幅 (大振幅) ケースにおいて最も不安定な ETG モードの波数と対応している。

図 4.23 は k_q をスキャンしたときの ZF 成長率を表したものである。ここから示されるように、変調不安定性によって励起された ZF はその波数が、ストリーマ構造ポンプ波の波数 k_p よりやや長波長のときに最も励起されやすい。この傾向は図 4.22 に示されるものと同様である。

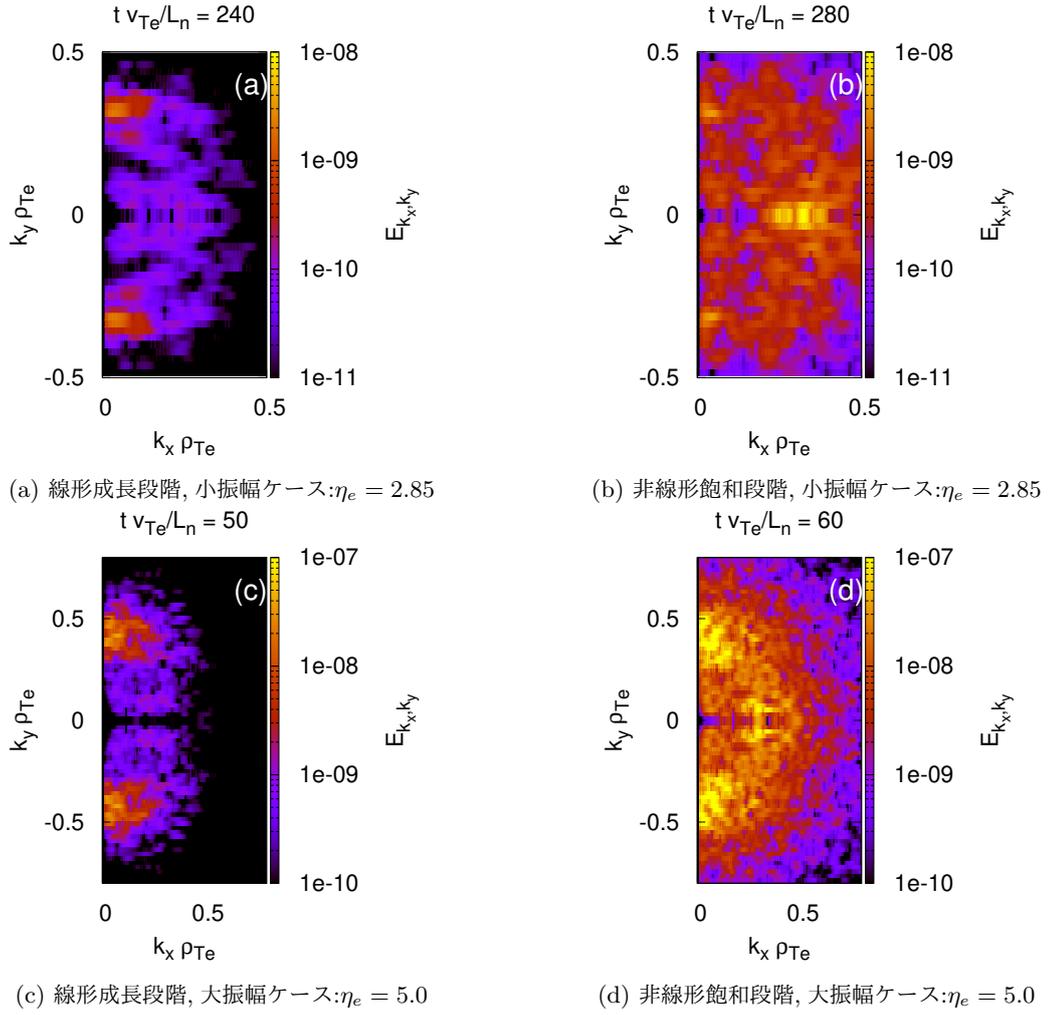


図 4.22: 乱流構造が非線形飽和に至る前後での 2 次元エネルギースペクトル E_{k_x, k_y} 。いずれのケースにおいても、 $k_y \sim 0$ の ZF が直接的に励起されている。

上記の解析で仮定されたポンプ波と ZF の間の相関を直接計測するために、次に定義される 3 波結合のバイコヒーレンスを計測した。

$$b(\omega_1, \omega_2) = \frac{|\langle \phi(\omega_1) \phi(\omega_2) \phi^*(\omega_1 + \omega_2) \rangle|^2}{\langle |\phi(\omega_1) \phi(\omega_2)|^2 \rangle \langle |\phi^*(\omega_1 + \omega_2)|^2 \rangle}, \quad (4.22)$$

ここで $\phi(\omega_1)$ 、 $\phi(\omega_2)$ 、 $\phi(\omega_1 + \omega_2)$ はそれぞれ波数 $(k_x, k_y) = (0, k_p)$ 、 $(k_q, -k_p)$ 、 $(k_q, 0)$ のモードについての周波数スペクトルを、また $\langle \cdot \rangle$ は非線形飽和段階における時間平均を意味する。解析対象としては図 4.22(a)、(b) に示される小振幅ケースを選んだ。これは大振幅ケースの場合は非線形飽和の過程が非常に速く、バイコヒーレンス解析をするために十分な時間窓が確保できなかったである。ここでは図 4.22 に基づきポンプ波と ZF の波数についてそれぞれ $k_p \rho_{Te} = 0.35$ 、 $k_q \rho_{Te} = 0.28$ と選び、最も線形不安定な ETG

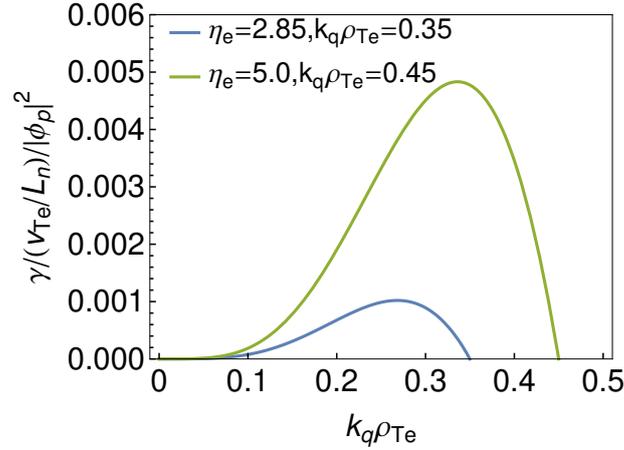


図 4.23: 波数 $(k_x, k_y) = (k_q, 0)$ の ZF を励起する変調不安定性の成長率の q 依存性。ポンプ波の波数は図 4.18 に基づき $(k_x, k_y) = (0, 0.35\rho_{Te}^{-1})$ とした。

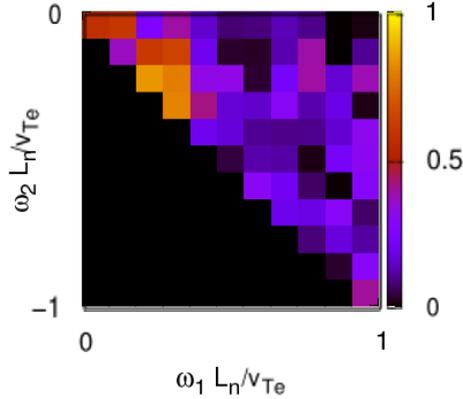


図 4.24: 非線形飽和の初期 $t\gamma = 12$ における線形 ETG モードと ZF のバイコヒーレンス $b(\omega_1, \omega_2)$ 。

モードと、変調不安定性に対して最も不安定な ZF との相関を計測した。図 4.24 において、線形 ETG モードを表わす $\omega_1 > 0$ が電子の反磁性ドリフト方向への位相速度を持ち、それに対して向きが逆なポンプ波 $\omega_2 \sim -\omega_1$ が強くカップリングしていることが分かる。これら 2 つの波の結合によって励起されるビート波の周波数は $\omega_1 + \omega_2 \sim 0$ となり、これは ZF に特徴的な性質である。これらの解析から、少なくとも非線形飽和の初期における ZF 励起には線形 ETG モードをポンプ波とする変調不安定性が関わっていることが明らかにされた。

図 4.22(c),(d) の大振幅ケースについては直接的なバイコヒーレンス解析は上述の理由によりできないものの、2次元エネルギースペクトル構造において ETG モード $k_x \sim 0$ と ZF $k_y \sim 0$ の 2 つのピークが存在することから、小振幅ケースと同様な過程が関与していると考えられる。すなわち、遷移段階におけるモード間の結合については変調不安定性によって説明される。しかしながら、最終的な乱流構造は自己組織

化現象 (とそれに伴う等方的乱流構造の維持) によって支配される。

スラブ ETG 乱流においては平衡パラメータによらず、変調不安定性によって線形固有関数のストリーマ構造が壊れ、初期飽和段階では ZF が励起される。しかしながら、その後の乱流緩和過程による乱流構造の自己組織化は平衡パラメータによって大きく異なり、その性質は臨界パラメータ k_c/k_λ によって特徴付けられた。以上の点から、ETG 乱流の構造を最終的に決定するのは自己組織化現象であることが明らかになった。

第 5 章

トロイダル ETG 乱流の自己組織化

前章では、トラスプラズマにおけるある一つの磁気面に着目した近似と見なせるようなスラブ配位を仮定し、スラブ ETG 乱流における乱流構造の自己組織化現象を臨界パラメータ k_c/k_λ の観点から議論した。本章では、より現実のトラスプラズマに即したトロイダル配位の上でトロイダル ETG 乱流における流れの構造形成を議論し、自己組織化の観点における前章の議論がトロイダル系においても適用できるかどうか検討した。なお本章でも引き続き、ジャイロ中心座標系 \mathbf{Z}_{GY} における座標系・関数を意味する上付きバーは省略する。

5.1 シミュレーションモデルと設定

5.1.1 座標系と閉じ込め磁場の設定

本研究ではトロイダル系としてトカマク配位を解析対象とした。その磁場構造は図 5.1 に示されるような構造を持つ。磁力線が織りなす構造 (磁気面) は Grad-Shafranov 方程式を解くことによって与えられるが、ここでは円形断面トカマクを仮定し、径方向座標として小半径 r を用いた。電子分布関数 $F(\mathbf{R}, v_\parallel, \mu)$ の初期条件はスラブ配位のものと同様に局所 Maxwell 分布 (式 (4.2)) とし、背景密度/温度分布についてもスラブ配位のと看同様に径方向境界付近で勾配が緩やかになる設定とした (式 (4.3))。

閉じ込め磁構造について、スラブ配位での設定と同様に炉心領域で磁気シアがほぼゼロとなるように設定とし、流れの構造に対する自己組織化の影響に着目できるような配位とした ($q(r) = \text{const.}$, 図 5.2)。

5.1.2 支配方程式

トロイダル系におけるジャイロ中心電子分布関数 $F(\mathbf{R}, v_\parallel, \mu; t)$ が従うジャイロ運動論的 Vlasov 方程式は式 (2.13) の右辺に衝突項を追加して

$$\frac{\partial F}{\partial t} + \frac{d\mathbf{R}}{dt} \cdot \frac{\partial F}{\partial \mathbf{R}} + \frac{dv_\parallel}{dt} \frac{\partial F}{\partial v_\parallel} = C(F) \quad (5.1)$$

と得られる。ここで移流項は式 (2.14)、(2.15) により与えられる。静電ポテンシャルはジャイロ運動論的 Poisson 方程式 (2.25) に従う。

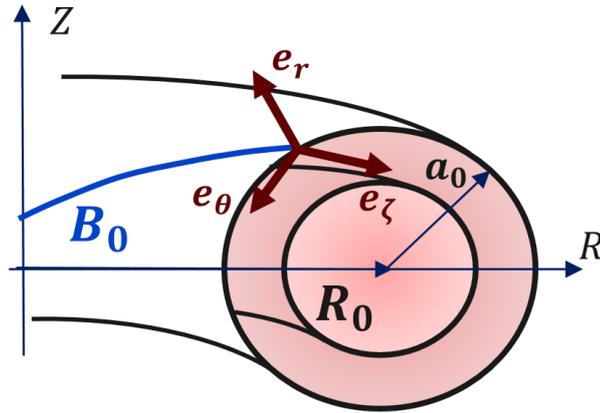
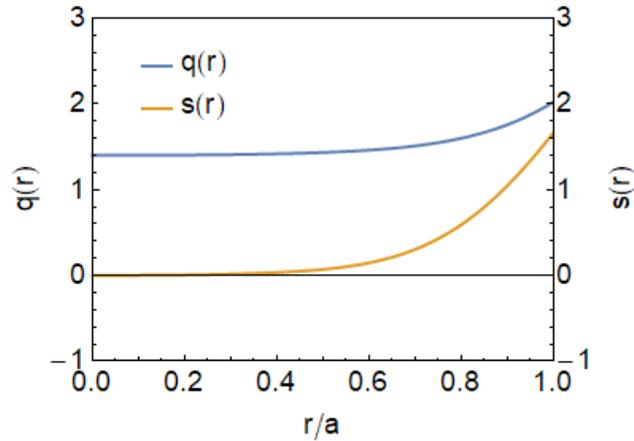


図 5.1: トロイダル系の座標系。

図 5.2: トロイダル系磁場配位として用いた安全係数 $q(r)$ と磁気シア $s(r)$ 。

5.1.3 解析領域の解像度設定

計算資源の制約からプラズマサイズは $r = [0, 300\rho_{Te}]$ と設定し、 $1/6$ ウェッジトーラスモデル $\theta = [0, 2\pi]$, $\zeta = [0, \pi/3]$ を用いた。速度空間方向について境界で分布関数の値が十分小さくなるよう $v_{\parallel} = [-5v_{Te}, 5v_{Te}]$, $v_{\perp} = [0, 5v_{Te}]$ までとった。この条件のもと、グリッド数を $N_r \times N_{\theta} \times N_{\zeta} \times N_{v_{\parallel}} \times N_{v_{\perp}} = 128 \times 384 \times 128 \times 64 \times 16$ とした。実空間での波数解像度 $k_r \rho_{Te} = [0.021, 1.34]$, $k_r (r = 0.5a_0) \rho_{Te} = [0.0066, 1.28]$ は、短波長側で線形安定なスペクトル領域を十分広くとるとともに、長波長側でも逆カスケードによる大域的な構造を捉えられるように設定した。ただしここで乱流計算を現実的な計算コストで実施するために、トーラスのサイズが $a/\rho_{Te} = 300$ ($a/\rho_{Ti} \sim 5$) という実際のトカマクと比較すると小さな値を仮定している。トロイダル系のジャイロ運動論的方程式系 (5.1)、(2.25) による乱流計算

$k_r \rho_{Te}$	$k_\theta(r = 0.5a_0) \rho_{Te}$
0.021, 1.34	0.0066, 1.28

表 5.1: 実空間解像度

a_0/ρ_{Te}	L_n/ρ_{Te}	$\tau = T_e/T_i$	$\rho_s^2 = 1 + \lambda_{De}^2/\rho_{Te}^2$	$q(r)$
~ 300	~ 377	~ 0.3	~ 11	$\sim 1.4(\text{const.})$

表 5.2: トロイダル ETG 乱流計算で用いたプラズマ平衡パラメータ。

は、トロイダル系におけるジャイロ運動論的 full-F Vlasov コードである GT5D によって計算された [42]。非線形乱流シミュレーションに必要とされる典型的な計算コストとして、第 5.5 節の ETG 乱流計算では JFRS-1 計算機を 64 ノード並列で用いておよそ 400 時間ほどを要した。

5.1.4 プラズマ平衡パラメータの設定

本研究では、トロイダル配位でのプラズマ平衡パラメータは、Cyclon base case[43] を基準として設定した。これについて、流れの構造形成に影響を与える大域的パラメータを表 5.2 に示す。初期分布関数としては、式 (4.2) に従って Maxwell 分布を与えた。

密度/温度勾配はスラブ配位で設定したのと同様に、有限の密度/温度勾配を持つ領域を径方向に局在化させ、境界付近で乱流を安定化するように設定した。

$$(n_e, T_e)(r) = (\bar{n}_e, \bar{T}_e) \exp \left[-\frac{L_w}{L_{n,T_e}} \tanh \left(\frac{x - 0.5a_0}{L_w} \right) \right], \quad (5.2)$$

ただし L_{n,T_e} は密度/温度勾配長、 L_w は勾配の存在する領域の幅を決定するパラメータで、乱流計算において $kL_w = 0.3a_0$ とした。

アスペクト比の変化によって乱流構造がどのように変化するかを確認するため、アスペクト比 $R_0/a_0 = 2.8$ の他に、準スラブ配位として $R_0/a_0 = 100$ のケースを比較対象とした。準スラブ配位における計算は、前章におけるシングルヘリシティで 2.5 次元モデルを仮定した G5D コードでの乱流計算の結果と比較し、シングルヘリシティを仮定しない 3 次元モデルの GT5D コードにおいても逆カスケードによる自己組織化の描像が適用できるか検証する。表 5.2 のパラメータ設定に前章までの議論を適用すると、この平衡配位においては乱流場の振幅が静電ポテンシャルで見て $e\phi/T_e \sim 5\%$ より小さいときに ZF 形成が期待される。

温度勾配の設定は $\eta_e = d \ln n_e(r) / d \ln T_e(x)$ を通して ETG モードの線形安定性に影響する。トロイダル系の減衰乱流計算では、温度勾配は ETG モードが不安定になる臨界値よりも僅かに低い (臨界安定な) η_e を与えるように温度勾配を設定した。このように設定した理由として、トロイダル ETG モードにおける continuum モードの存在が挙げられる。ETG モードの線形分散式 (2.36) において、分母がゼロのとき、すなわち $\omega - k_{\parallel} v_{\parallel} - \omega_D = 0$ のときが波と粒子の共鳴条件を与える。このときトロイダル ETG モードの場合は磁気ドリフト周波数を厳密に取り扱くと、分散関係式において複素周波数平面 $\omega_r - \gamma$ の下半分 $\gamma < 0$ に解析接続するとき原点から下に伸びる branch cut を必要とする。このため、減衰モードは時間に対し

て $\propto \exp(-\gamma t)$ のように指数関数的に減衰する normal モードと、上述のような brunch cut に由来する、時間に対してべき乗で減衰する ocntinuum モードが存在する。時間依存性の違いにより、長期的には後者が支配的となりうる [44]。ここでは減衰乱流計算においても分散関係を ETG 乱流の非線形飽和状態に近い (normal モードによる影響が支配的となる) ようにするため、ETG モードが臨界安定となるような η_e を設定することでこの問題に対処した。

5.1.5 ジャイロ運動論的 Vlasov コード GT5D: トロイダル配位における設定

GT5D コード [45] では G5D コードと同様に Morinishi スキームによる無散逸差分法によって Vlasov 方程式が離散化されている。ここでトロイダル系における移流項の非圧縮条件を厳密に満たすために、Poisson 括弧式を曲線座標系で離散化する形式が用いられている。また、GT5D コードでは移流項のうち磁力線方向の速い熱運動を含む線形項について時間積分する際の CFL 条件を緩和するため、半陰的ルンゲ・クッタ法 (additive semi-implicit Runge-Kutta method, ASRIK) が用いられている [46]。GT5D コードにおける Poisson 方程式ソルバーにはポロイダルモード数に対するフィルターが用いられているが、これによって磁力線に沿って短波長 ($k_{\parallel} \rho_{Te} \sim 1$) な非物理的な解を除去すると共に Poisson 演算子のメモリ使用量と計算量が低減されている [47]。

図 5.3 は後述するトロイダル ETG 乱流計算における $r = 0.5a_0$ 磁気面上での静電ポテンシャルのポロイダル-トロイダルモードスペクトル $\phi(m, n)$ を表したものである。ただし (m, n) はそれぞれポロイダル/トロイダル角 (θ, ζ) に対する Fourier モード数である。図 5.3 において、各トロイダルモード数に応じて

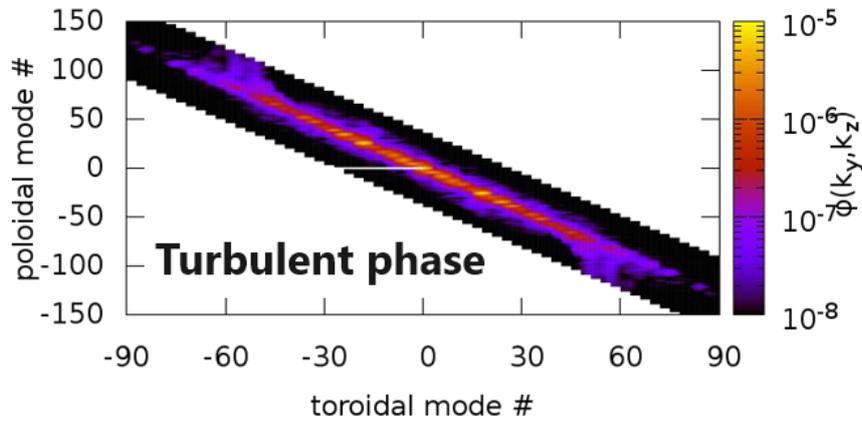


図 5.3: GT5D コードで計算した $r = 0.5a_0$ 磁気面上における静電ポテンシャルのポロイダル-トロイダルモードスペクトル $\phi(m, n)$ 。

$m_0 = -nq(r)$ を中心としたポロイダルモード数 $[m_0 - \delta m : m_0 + \delta m]$ のフィルターが掛けられている。ここで $\delta m = 40$ と設定した。十分発達した乱流状態においても、磁気面上での共鳴条件 $m \sim -nq(r)$ を満たすモードを中心とした $k_{\parallel} \rho_{Te} \ll 1$ の領域のみ振幅が励起されており、ポロイダルフィルターの設定は系の物理的な記述に影響を与えない。このように、ETG 乱流のスペクトル構造は十分発達した乱流状態にあっ

ても $k_{\parallel} \rho_{Te} \sim \mathcal{O}(\epsilon_g)$ の磁力線に沿って細長く伸びた構造を持つ (第 2.2 節、 $\frac{k_{\parallel}}{k_{\perp}} \sim \mathcal{O}(\epsilon_g)$)。これはまた、スラブ配位においてシングルヘリシティのモデルを用いることが可能であった理由でもある。

5.2 トロイダル ETG モードの線形解析

第 3 章で見たように、モード間の非線形結合によるエネルギーの逆カスケードが波の線形分散によって阻害される過程において、線形分散の構造 $\omega_r(\mathbf{k})$ がどのような形をとるかが大きな影響を及ぼす。

スラブ配位のドリフト波における分散関係式 (3.18) は長波長/短波長で漸近的に

$$\omega_r(k_{\theta}) \propto \begin{cases} \omega_e^*, & k_{\theta} \ll 1 \\ \omega_e^*/k_{\theta}^2, & k_{\theta} \gg 1 \end{cases} \quad (5.3)$$

と表わされる。一方でトロイダル ETG モードの分散関係式は flux-tube モデルによる局所的な評価によると k_{θ} の幅広い領域に渡って $\omega_r \sim \omega_e^*$ の依存性を示す [48]。このような分散関係を持つ系ではポロイダル方向への波の位相速度がほぼ一定 $v_{ph} \equiv \omega_r/k_{\theta} \sim \text{const.}$ となるため、波の分散は存在せず、Rhines スケール k_c はエネルギーの逆カスケードをスペクトルの長波長領域で阻害する要因とはならない。一方、大域的効果を考慮した解析では、線形固有関数や分散関係式の径方向の密度/温度分布が影響する可能性がある。またここで解析対象としているゼロ磁気シアを模した系は、flux-tube モデルでの取り扱いに適していない。従って、ここではグローバルコードである GT5D によりトロイダル ETG モードの分散関係を正しく評価する必要がある。

ここでは、後述する小振幅トロイダル ETG 乱流のケースのうち ZF が最も顕著に励起された $\tau = 0.3, \eta_e = 2.0$ のプラズマ平衡パラメータ設定 (表 5.4 参照) におけるトロイダル ETG モードの実周波数 ω_r を GT5D コードの線形計算により評価した。その結果をトロイダルモード数 n の関数として表したのが図 5.4 である。ここでは ETG 乱流シミュレーションで用いられた温度勾配を与える幅が広い分布 $L_w = 0.3a_0$ と局所的解析を模擬するためにその幅を狭めた分布 $L_w = 0.1a_0$ を比較しているが、後者が flux-tube と同様の弱い分散を与えるのに対して、前者は短波長領域で強い分散を示した。この結果、トロイダルモード $n > 45$ において実周波数は $\omega_r \sim \omega_e^*$ の依存性からのズレが顕著となり、式 (5.3) で表現されるような漸近形により近い依存性を示すようになる。トロイダル ETG モードの線形分散に見られるこのような違いは、固有関数の径方向構造に由来する。図 5.6(a),(b) はそれぞれ、上記の線形計算においてトロイダルモード数 $n = 15, 55$ としたときの静電ポテンシャル構造 $\phi(\mathbf{r})$ を表わす。線形モード構造の振幅がピークを持つ位置は $n = 15$ のとき $r/\rho_{Te} \sim 170$ 、 $n = 55$ のとき $r/\rho_{Te} \sim 230$ と大きく異なる。局所的な評価で得られた評価 $\omega_r \sim \omega_e^* \propto k_{\theta}$ は、ETG モードの実周波数にはほとんど分散がないということの意味していた。一方、径方向にグローバルなモデルを用いた場合は、トロイダルモード数 n が異なる系では ETG モードが最も不安定化する径方向位置が異なる。各 n の共鳴条件に対するポロイダル波数は $k_{\theta} = nq(r)/r$ で与えられるが、トロイダル ETG モードの有限ジャイロ半径効果による不安定領域は $k_{\theta} \rho_{Te} \sim 0.3$ で与えられる。図 5.5 はトロイダルモード数 $n = 15, 55$ の 2 ケースについて $k_{\theta} \rho_{Te}$ の径方向依存性を示したもので、 $n = 15$ の場合は $k_{\theta} \rho_{Te} \sim 0.3$ となる領域は $r/a_0 \sim 0.5$ にあるが、 $n = 55$ の場合は $r/a_0 \sim 0.8$ 付近に存在する。従って高 n モードでは ETG モードの励起位置は低温側にシフトし (図

5.6)、高 n モードの周波数は低下する (図 5.4)。このように、線形分散に対する大域的な平衡パラメータ分布の構造が乱流の自己組織化現象に影響を与えたと考えられる。

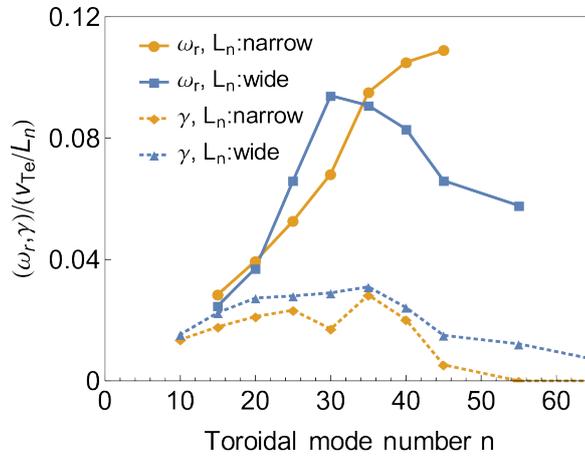


図 5.4: トロイダル ETG モードの線形周波数 ω_r 、および成長率 γ のトロイダルモード数依存性。

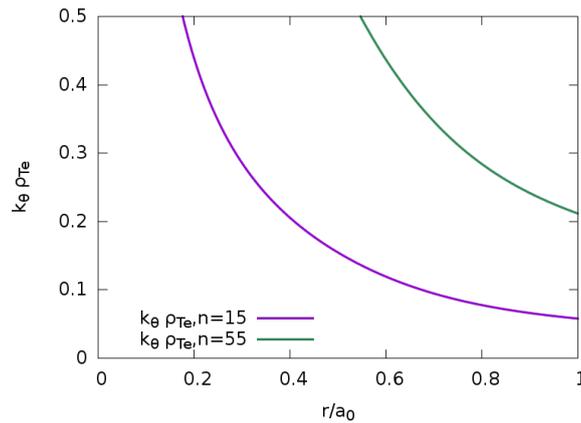
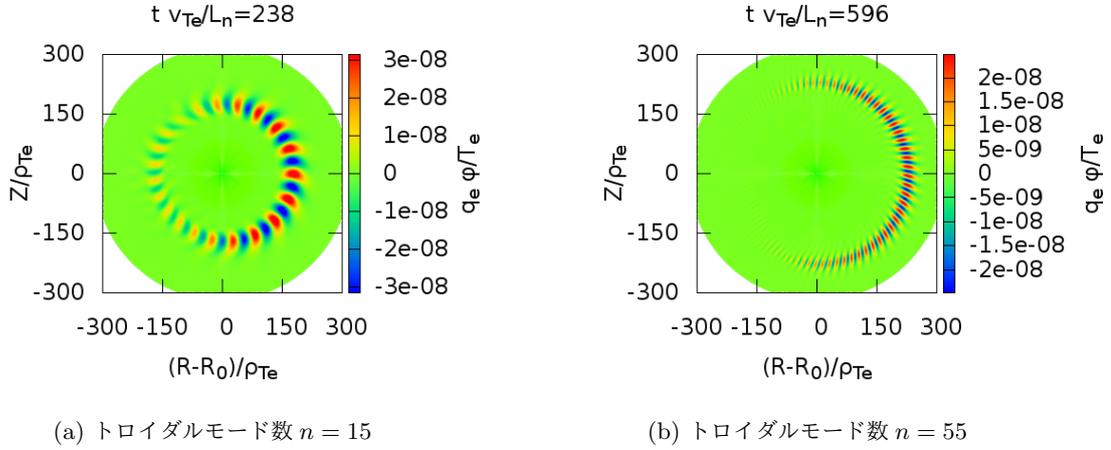


図 5.5: 各トロイダルモード数 n に対する $k_\theta \rho_{Te}$ の径方向依存性。

5.3 減衰乱流シミュレーション

本節では、アスペクト比の差異がトロイダル系の電子スケール乱流における構造形成にどのような影響を与えるかを考察するため、温度勾配ゼロの ETG モードが線形安定 (ETG モードによる乱流の駆動がない) となる系において、初期条件として与えた乱流構造が緩和していく過程での流れの自己組織化を検討した。

図 5.6: 線形固有関数の静電ポテンシャル構造 $\phi(\mathbf{r})$

5.3.1 初期擾乱

初期密度擾乱は式 (4.4) で与えられるように $k_s \rho_{Te} \sim 0.6$ にスペクトルのピークを持つような等方的な乱流構造を与えた。この擾乱はトロイダル ETG モードが最も不安定となる典型的な波数よりも短波長な設定となっているが、ここでは初期条件として与えた乱流構造が自己組織化によって大域的な構造を形成する過程を議論するため、意図的に初期擾乱を短波長に励起し逆カスケードのスペクトルレンジを広く取っている。

GT5D コードでは Poisson 方程式を解く際にポロイダル方向に共鳴条件に応じた波数フィルターを適用している。これに合わせるため、次のように初期密度擾乱を設定した。

波数空間構造

式 (4.4) に表される実空間密度分布を、トーラス全体を覆う直方体領域 $\mathbf{x} = (x, y, z)$ にて定義した。

$$\delta n_e(\mathbf{x}; t = 0) = \delta n_0 \sum_{k_x, k_y} \exp\left(-\frac{(|k_\perp| - |k_s|)^2}{|0.2k_s|^2}\right) \exp(i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{x} + 2\pi r_n)) \quad (5.4)$$

ただし r_n はスラブ配位での式 (4.4) と同様に位相に与える乱数である。

トーラス座標系に射影

上述のように得られた実空間密度分布 $\delta n_e(x, y, z)$ をトーラス上の磁束座標系 (r, θ^*, ζ) に射影し、径方向に以下のフィルターを重畳して磁気軸/小半径の外側境界付近での振幅をゼロに設定した。

$$\delta n'_e(r, \theta^*, \zeta) = A(r) \delta n_e(x(r, \theta^*, \zeta), y(r, \theta^*, \zeta), z(r, \theta^*, \zeta)) \quad (5.5)$$

$$A(r) = \frac{1}{2} \left(1 - \tanh\left(\frac{r - 0.2a_0}{0.05a_0}\right) \tanh\left(\frac{x - 0.8a_0}{0.05a_0}\right) \right) \quad (5.6)$$

ただし θ^* は磁気面上で磁力線が直線となるように取ったポロイダル座標である。

$$\theta^* = \frac{1}{q(r)} \int_0^\theta \frac{\mathbf{B} \cdot \nabla \phi}{\mathbf{B} \cdot \nabla \theta'} d\theta' \quad (5.7)$$

本研究で用いた同心円の磁気面では次のような対応関係にある。

$$\theta^* = 2 \tan^{-1} \left(\frac{\sqrt{1-\epsilon}}{\sqrt{1+\epsilon}} \tan(\theta/2) \right), \theta = 2 \tan^{-1} \left(\frac{\sqrt{1+\epsilon}}{\sqrt{1-\epsilon}} \tan(\theta^*/2) \right) \quad (5.8)$$

ただし $\epsilon = r/R_0$ は局所的な逆アスペクト比である。

ZF 成分の除去

残った密度擾乱を各トロイダルモード/磁気面において $k_{\parallel} \sim 0$ の共鳴モード以外と $n = 0$ の ZF 成分を振幅をゼロにした。

$$\delta n_e(r, \theta, \zeta) = \begin{cases} n'_e(r, \theta, \zeta) & \text{if } |m - nq(r)| < \delta m \text{ or } n = 0 \\ 0 & \text{otherwise.} \end{cases} \quad (5.9)$$

このように得られた初期密度擾乱から得られた静電ポテンシャル $\phi(r, \theta, \zeta)$ の実空間構造をポロイダル断面について図 5.7 に示す。

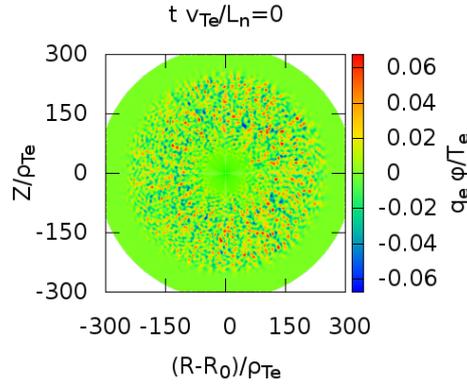


図 5.7: 減衰乱流計算の初期条件における静電ポテンシャルのポロイダル断面構造 $\phi(\mathbf{r})$ 。

初期擾乱の振幅は $e\phi/T_e \sim 5\%$ となるように設定した。これにより、前章までの臨界パラメータの議論に従って考えると、密度擾乱の振幅が減衰したときに ZF の形成が期待される、というパラメータ設定となっている。

5.4 減衰乱流計算

以上の平衡パラメータ/初期密度擾乱を設定し、GT5D コードによるトロイダル系電子減衰乱流計算を実施した。図 (5.8) は乱流構造が緩和した準定常状態での静電ポテンシャル $e\phi/T_e$ のポロイダル断面構造を

示したものである。いずれのケースにおいても、乱流振幅の強い領域において ZF が励起される。式 (4.10) で定義されたのと同様に、流れの非等方度 c_y をトロイダル系についても以下のように定義した。

$$c_y = \frac{\int dr \int r d\theta \int R d\zeta |\hat{\theta} \cdot (\mathbf{b} \times \nabla \langle \phi \rangle_\alpha)|}{\int dr \int r d\theta \int R d\zeta |(\mathbf{b} \times \nabla \langle \phi \rangle_\alpha)|} \quad (5.10)$$

ここで、平均領域は $r = [0.4a_0, 0.9a_0]$ と設定し乱流が励起されている領域に着目する。いずれのケースも、乱流構造が緩和するに従い $c_y \sim 1.0$ の ZF 構造が形成されるプラズマへと漸近していく。この傾向は静電場エネルギー E_f のトロイダルモード成分 $E_f(n)$ の時間発展にも表れる。ここで $E_f(n)$ は次のように定義される。

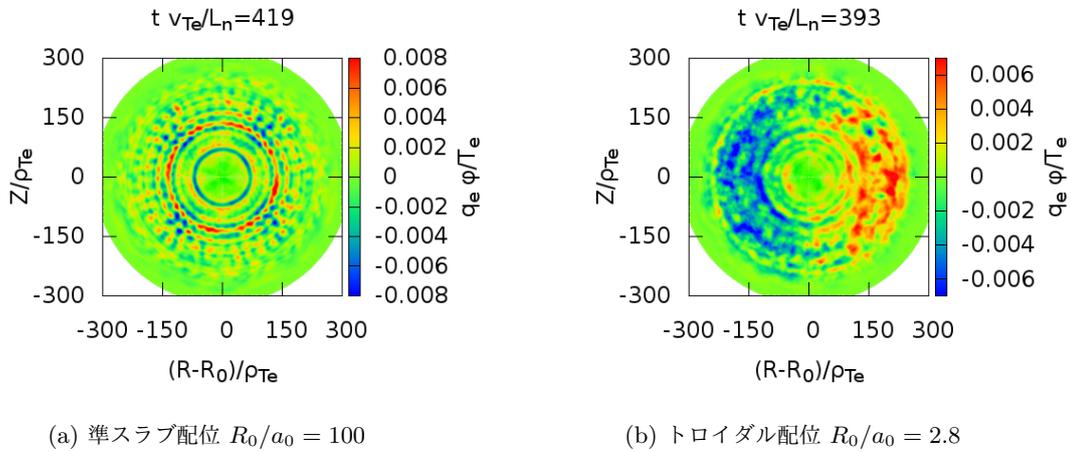


図 5.8: 減衰乱流計算: 静電ポテンシャルのポロイダル断面構造 $\phi(\mathbf{r})$ 。

静電ポテンシャル $\phi(r, \theta, \zeta)$ の Fourier 係数 $\phi(k_r, m, n)$ は

$$\phi(k_r, m, n) = \frac{1}{(2\pi)^2 a_0} \int dr \int d\theta \int d\zeta \exp(-i[k_r r + m\theta + n\zeta]) \phi(r, \theta, \zeta) \quad (5.11)$$

のように得られる。ただし (k_r, m, n) はそれぞれ径方向波数、ポロイダルモード数、トロイダルモード数である。 $\phi(k_r, m, n)$ から各トロイダルモード成分の静電場エネルギーを以下のように定義した。

$$E_f(n) = \sum_{k_r, k_\theta} (\tau + k_\perp^2 \rho_s^2) |\hat{\phi}(k_r, m, n)|^2 \quad (5.12)$$

ただし垂直方向の波数を $k_\perp^2 = k_r^2 + k_\theta^2$ と定義し、 $k_\theta = m/r$ は乱流構造が励起される領域の中心位置 $r = 0.5a_0$ を基準にとった。また乱流の減衰が飽和した際の振幅が $q_e \phi / T_e \sim 0.5\%$ となるように、 $t/(L_n/v_{Te}) \sim 50$ が経過した際に揺動振幅 δn を 16 倍し計算を続行させた。図 5.9(a),(b) にアスペクト比スキンの各ケースにおける静電場エネルギーの時間発展を示す。流れが十分緩和した後は、図中太線で示す ZF エネルギー成分 $E_{f,0}$ が $n \neq 0$ 成分よりも卓越し、流れの構造において ZF が支配的となること

がわかる。流れの初期条件として与えられた擾乱が等方的な乱流であることから、これらの構造はスラブ ETG 乱流の解析 (第 4.3.5 節) で見たような、線形 ETG モードの固有関数が持つストリーマ構造から励起された変調不安定性などによるものではない。トロイダル系においても磁気シアがゼロの配位では、ZF が形成されるプラズマ平衡パラメータの領域が存在することが明らかになった。

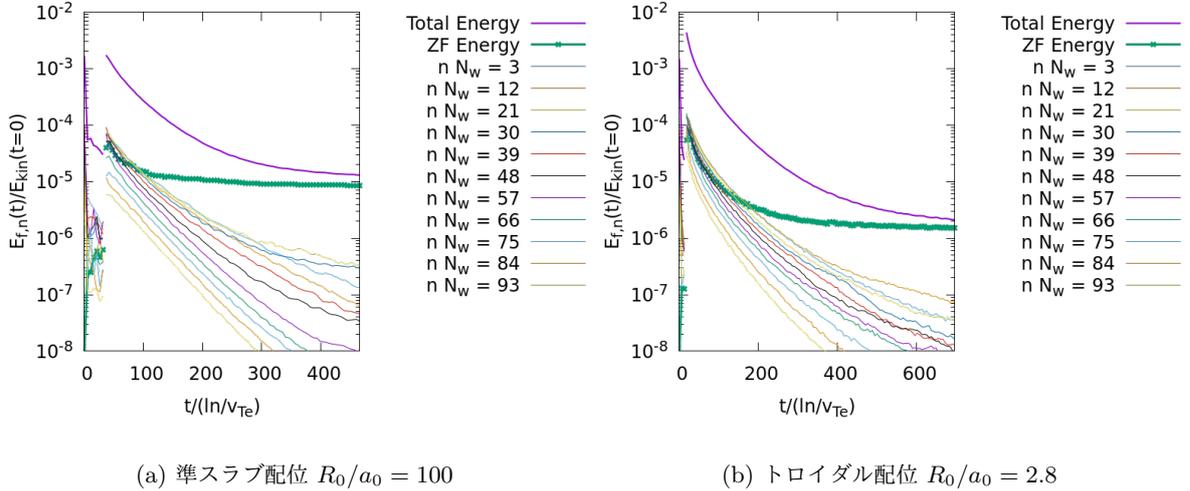


図 5.9: 減衰乱流計算における各トロイダルモード数成分の静電場エネルギー $E_f(n)$ の時間発展。 N_w は各ケースにおけるトロイダル方向のウェッジ幅の逆数。

以下の節では、このようなトロイダル ETG 乱流における流れの構造形成においても自己組織化現象が関与しているか、その物理機構はスラブ配位におけるものとどのように異なる (あるいは同様である) のかを検討した。

5.5 ETG 乱流シミュレーション

スラブ配位での考察と同様に、トロイダル ETG モードによる乱流の駆動とカスケード、そして Landau 減衰などの散逸機構が自己無撞着に発展しながら形成される乱流構造について議論するため、本節ではトロイダル ETG 乱流のジャイロ運動論シミュレーションを実施した。これらの計算について前章と同様に臨界パラメータの観点から平衡パラメータの系統的スキャンを実施し、トロイダル系における ZF 形成条件を検討する。

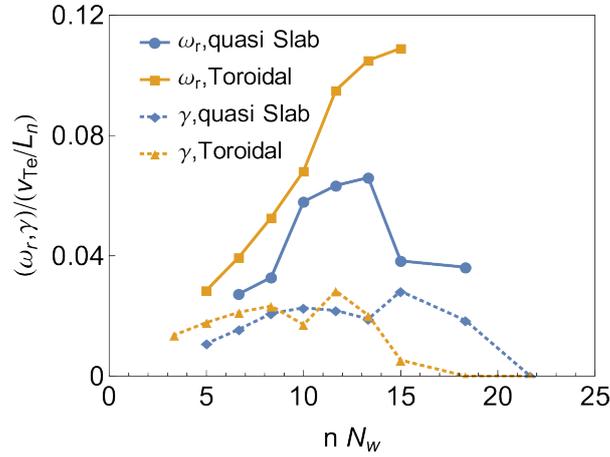
5.5.1 アスペクト比スキャン

トロイダル ETG モードによって駆動される乱流構造がどのように形成されるか、また ZF 形成の有無はどのように決定されるかという点を検討するため、最初にアスペクト比スキャンを実施した。ここでは、前章におけるスラブ配位における結果と比較するため、プラズマ平衡パラメータについてアスペクト比と温度勾配のみを変更した 2 ケースの乱流計算を実施した。

	quasi-slab	toroidal
R_0/a_0	100	2.8
η_e	3.1	2.0

表 5.3: トロイダル ETG 乱流計算におけるアスペクト比スキャンの設定。

アスペクト比は $R_0/a_0 = 2.8, 100$ の 2 ケースにつき検討し、温度勾配については η_e を適切に調節して ETG モードの成長率が両者で揃うように設定した。臨界パラメータ k_c/k_λ には乱流振幅に対する依存性 (U : 乱流場平均速度) があるが、これを両者で揃えることは乱流振幅の飽和機構にも依存するため、その方法は必ずしも自明ではない。ここではスラブ配位と同様に $\gamma_L \propto U$ とした。表 5.3 に示す 2 つのケースにつき、ETG モードの線形成長率をポロイダル波数 $k_\theta \rho_{Te}$ の関数として示したのが図 5.10 である。いずれのケースにおいても $k_\theta \rho_{Te} \sim 0.4$ 前後において規格化された線形成長率が $\gamma L_n / v_{Te} \sim 0.03$ となるような温度勾配を設定した。

図 5.10: アスペクト比スキャンにおける ETG モードの線形周波数 ω_r 、成長率 γ の比較。

これら 2 つのケースについて、ETG 乱流が十分発達した準定常段階における静電ポテンシャルのポロイダル断面を図 5.11(a),(b) に示す。いずれのケースにおいても、乱流構造が発達すると共に ZF が卓越した流れの構造が得られる。この傾向は式 (5.12) によって定義される $E_f(n)$ の時間発展にも表われている。図 5.12(a),(b) はこれら 2 つのケースにおける $E_f(n)$ の時間発展を示す。またこれに対応する流れの非等方度 c_y と臨界パラメータ k_c/k_λ の時間発展を図 5.13(a),(b) に示す。両者を比較すると、準スラブ配位の系と比較してトロイダル配位の乱流では準定常状態まで緩和するのに要する時間が長くなるものの、いずれにおいても $c_y \sim 0.7$ の ZF が優位な構造が得られ、その段階において $k_c/k_\lambda > 1$ という ZF 形成が期待される条件が満たされている。トロイダル ETG 乱流においても、ゼロ磁気シア配位では平衡パラメータによって ZF が自発的に励起される場合があることが示された。

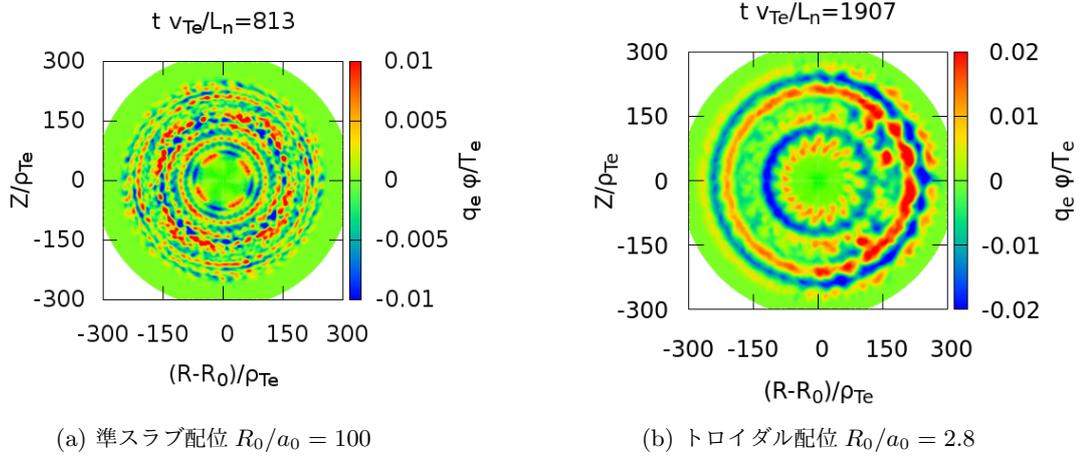


図 5.11: トロイダル ETG 乱流のアスペクト比スキャンで観測された静電ポテンシャルのポロイダル断面構造 $\phi(\mathbf{r})$ 。

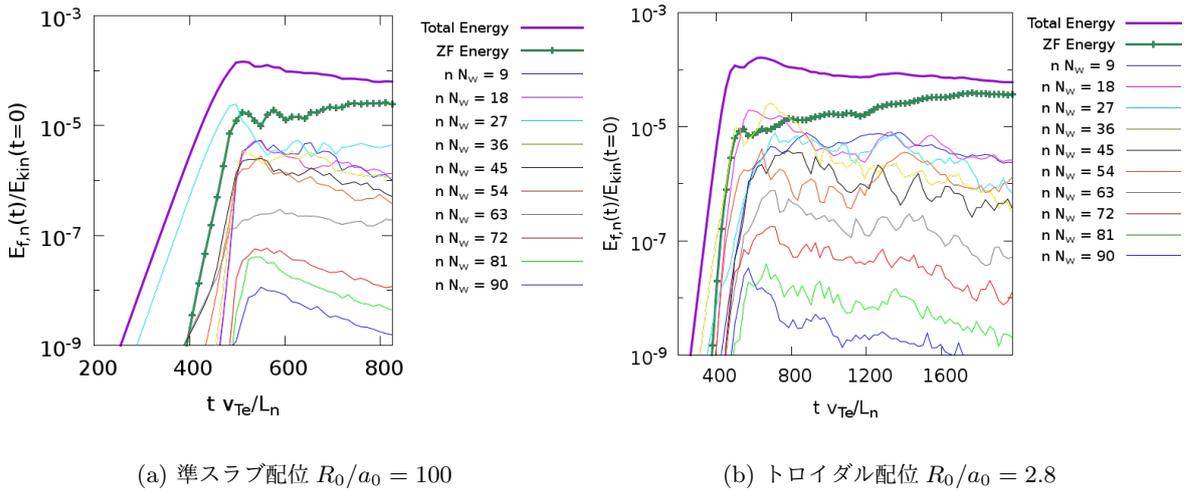


図 5.12: ETG 乱流計算における各トロイダルモード数成分の静電場エネルギー $E_f(n)$ の時間発展。

5.5.2 振幅/温度比スキャン: ZF 形成の臨界パラメータへの依存性

前節では、スラブ配位と同様にトロイダル配位においても臨界パラメータ $k_c/k_\lambda > 1$ という条件のもとで自発的な ZF 形成が見られるケースがあることを確認した。本節では、前章でスラブ配位モデルで行ったのと同様に乱流振幅スキャンによって k_c/k_λ の変化に伴う乱流構造への影響議論する。この手法の問題点として、乱流振幅そのものは 1. プラズマ平衡パラメータによって変化する ETG モードの線形不安定性と

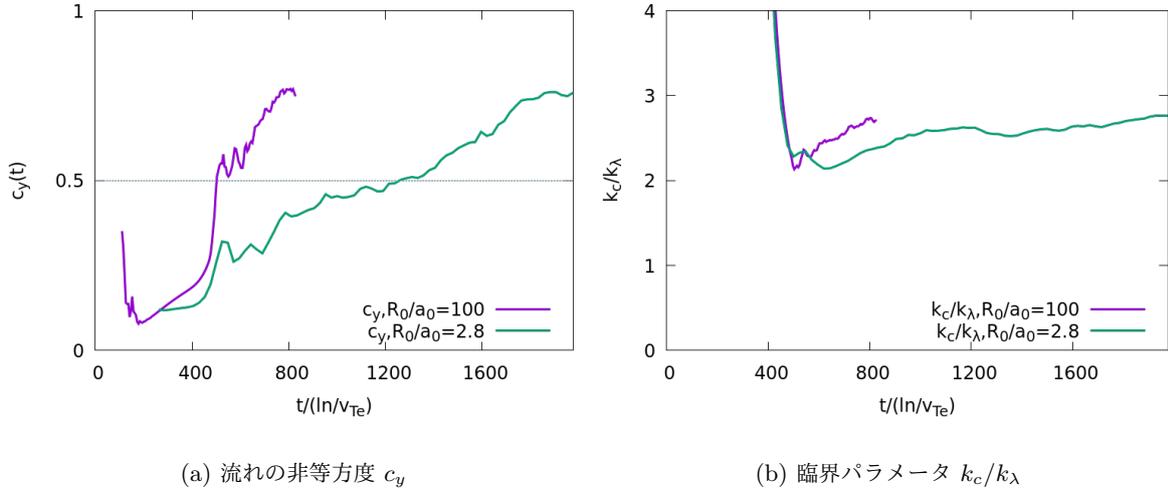


図 5.13: ETG 乱流計算のアスペクト比スキャンにおける乱流場の特徴パラメータの時間発展。

	τ 小	τ 大
小振幅	$\tau = 0.3, \eta_e = 2.0$	$\tau = 3.0, \eta_e = 5.0$
大振幅	$\tau = 0.3, \eta_e = 4.0$	$\tau = 2.0, \eta_e = 8.0$

表 5.4: 振幅/温度比スキャン

2. 乱流が非線形飽和する過程の2つがどのように競合するかによって自己無撞着に決定されるため、具体的に外部から制御できるパラメータではない、という点が挙げられる。本節ではトロイダル ETG 乱流について、乱流振幅に加えて温度比を系統的にスキャンすることで、臨界パラメータを直接変化させて自己組織化の過程に与える影響を検討した。

プラズマ平衡パラメータは前節のトロイダル ETG 乱流ケースと同等とし、 τ 以外は表 5.2 に示すものを用いた。乱流の飽和振幅について大小の2種類に分類し、それぞれについて温度比を2ケース設定して乱流計算を実施した。ここで乱流振幅の大小を間接的に制御するため、各温度比の設定 ($\tau = 0.3, 2.0, 3.0$) につき温度勾配 L_{T_e} をスキャンした線形計算を実施し、ETG モードの線形成長率を揃えるようにした。

温度比 $\tau = T_e/T_i$ スキャンについては、電子温度の基準値 $T_e(r = 0.5a_0)$ は固定して、イオン温度を変化させることで τ を調節した。この場合、Poisson 方程式 (2.25) でイオン密度揺動を断熱応答 $\delta n_i = n_0 \frac{q_i \phi}{T_i}$ と仮定したため、 $\tau \sim 3.0$ のような大きな値を取るときにはイオンの断熱応答効果で ETG モードが安定化される。

小振幅ケース

トロイダル ETG 乱流の小振幅ケースは臨界パラメータが $k_c/k_\lambda > 1$ となるようなパラメータ領域であり、このとき系の特徴的な渦のサイズは $k_E \sim k_c \propto U^{-1/2}$ となることが期待される。図 5.14 はトロイダル

ル ETG 乱流計算の系について静電場エネルギー (式 2.27) の時間発展を追ったものである。両者において過渡的なエネルギーの時間発展は異なるが、飽和振幅はほぼ同じオーダーとなる。

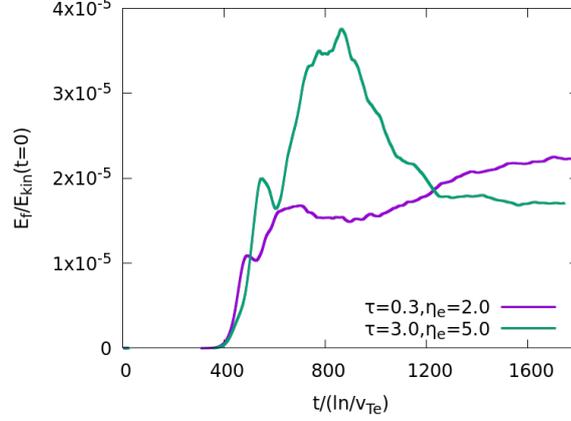


図 5.14: トロイダル ETG 乱流計算における小振幅/温度比スキャンで観測した静電場エネルギーの時間発展。

図 5.15 に ETG 乱流が十分発達した準定常段階における静電ポテンシャルの実空間構造のポロイダル断面構造を示す。 $\tau = 0.3$ では乱流が形成される空間領域のほぼ全域にわたって見られる ZF の励起は、 $\tau = 3.0$ では乱流領域の内側境界付近以外では明確に観測されず、幅広い乱流領域において等方的、あるいは、若干ストリーマ的な渦構造が見られる。

これらの違いを議論するため、静電ポテンシャルの乱流場に対して 2 次元エネルギースペクトル $E_f(k_r, k_\theta)$ をトロイダル系に合わせて以下のように定義した。まず静電ポテンシャルの Fourier 振幅 $\phi(k_r, m, n)$ は式 (5.11) から得られる。次にトロイダル方向に空間平均された 2 次元エネルギースペクトル $E_f(k_r, k_\theta)$ を

$$E_f(k_r, k_\theta) = \sum_n (\tau + \hat{k}_\perp^2 \rho_s^2) |\hat{\phi}(k_r, m, n)|^2 \quad (5.13)$$

のように定めた。以下では、式 (5.11) において径方向 Fourier 変換 no 領域 $[r_{min} : r_{max}] = [0.4a_0, 0.9a_0]$ は乱流が励起されている領域を抽出するにとった。乱流の準定常状態において、アンサンブル平均として時間幅 $tv_{Te}/L_n \sim 100 (t\gamma \sim 3)$ に渡って平均をとった $E_f(k_r, k_\theta)$ を図 5.16 に示す。温度比 $\tau = 0.3$ においては $k_\theta \sim 0$ 付近の ZF 振幅が卓越するダンベル型構造が見られるが、 $\tau = 3.0$ では等方的なスペクトルへと変化する。

温度比スキャンによってこのような差異が生じる原因について議論するため、流れの非等方度 c_y と流れの特徴的波数 k_E の時間発展を検討した。 k_E についてはトロイダル系の 2 次元エネルギースペクトル (5.13) の重み付け平均波数から求めた。

$$k_E = \frac{\int dk_r dk_\theta k_\perp E_f(k_r, k_\theta)}{\int dk_r dk_\theta E_f(k_r, k_\theta)} \quad (5.14)$$

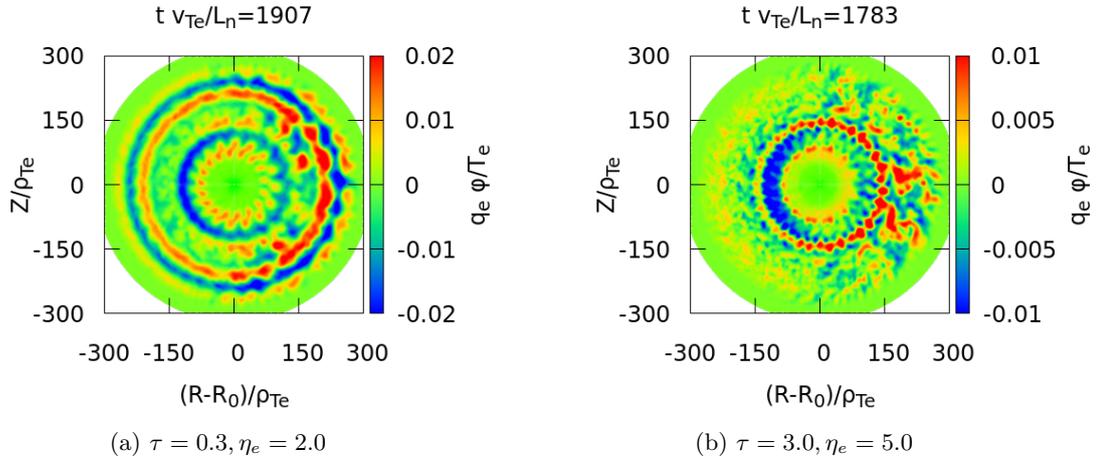


図 5.15: トロイダル ETG 乱流計算における小振幅/温度比スキャンで観測した静電ポテンシャルのトロイダル断面構造 $\phi(\mathbf{r})$ 。

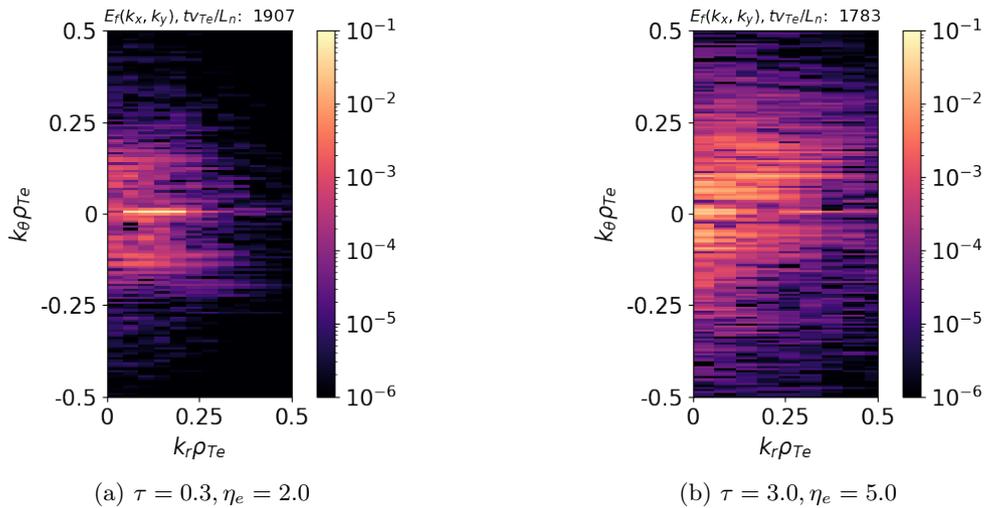


図 5.16: トロイダル ETG 乱流計算における小振幅/温度比スキャンで観測した 2次元エネルギースペクトル $E_f(k_r, k_\theta)$ 。

温度比スキャンの各ケースにおける流れの非等方度 c_y の時間発展を図 5.17 に、Rhines スケール k_c と断熱スケール k_λ の比較、平均波数 k_E の時間発展を図 5.18 に示す。温度比 τ が 0.3 から 3.0 に上昇すると断熱スケール k_λ が $\sim 0.17 \rightarrow \sim 0.52$ 、臨界パラメータ k_c/k_λ が $\sim 2.8 \rightarrow \sim 1.3$ と変化し、これに伴って流れの非等方度 c_y の変化にも見られるように、流れの構造が ZF から等方的乱流へと変化する。このとき k_E も $\sim 0.11 \rightarrow \sim 0.15$ と変化し、図 5.15(a),(b) の違いに見られるように渦構造がより短波長へとシフトする。以上の結果から、トロイダル ETG 乱流でも臨界パラメータによって乱流構造が大きく変化すること

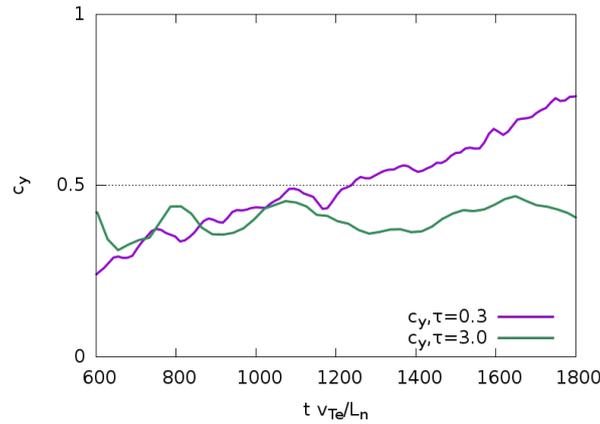
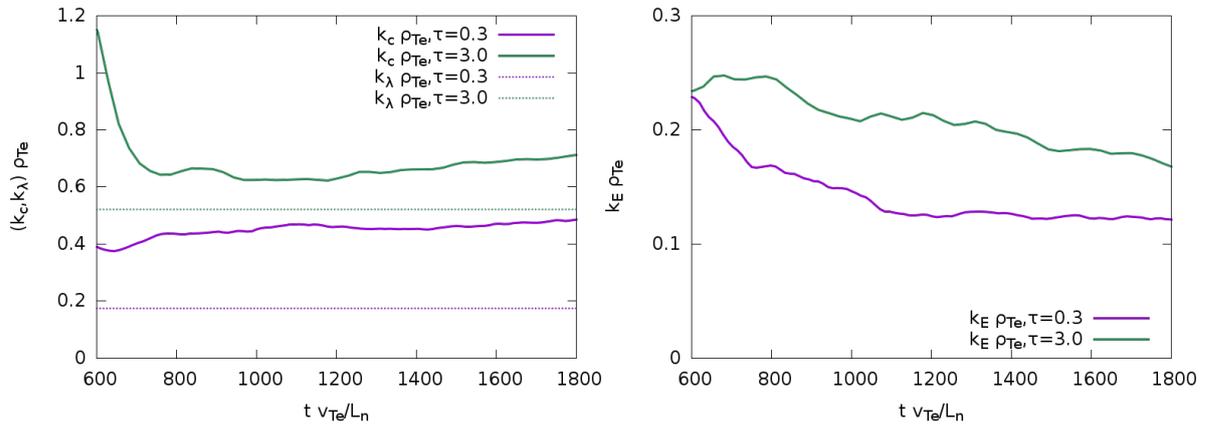


図 5.17: トロイダル ETG 乱流計算における小振幅/温度比スキャンで観測した流れの非等方度 c_y の時間発展。



(a) Rhines スケール k_c と断熱スケール k_λ

(b) 平均波数 k_E

図 5.18: トロイダル ETG 乱流計算における小振幅/温度比スキャンで観測した各スケールの時間発展。

が示された。

大振幅ケース

トロイダル ETG 乱流の大振幅ケースでは臨界パラメータが $k_c/k_\lambda < 1$ となることから、乱流は等方的な渦構造を維持すると期待される。このとき系の特徴的な渦サイズは $k_E \sim k_\lambda \propto \tau^{1/2}$ となることが期待される。図 5.19 はトロイダル ETG 乱流計算の系について静電場エネルギー (2.27) の時間発展を追ったものである。大振幅ケースにおいても過渡的なエネルギーの時間発展は異なるが、線形成長率を揃えると飽和振幅はほぼ同じオーダーとなる。

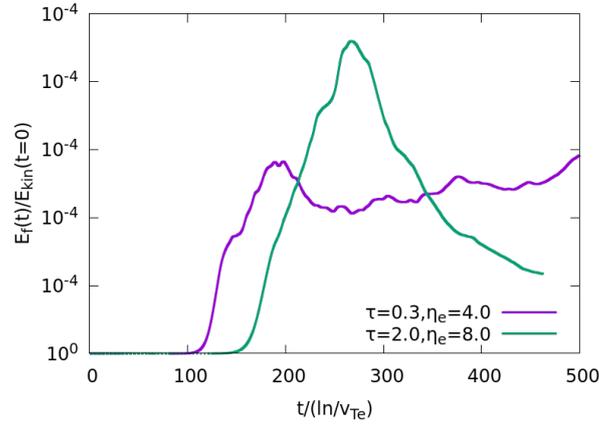


図 5.19: トロイダル ETG 乱流計算における大振幅/温度比スキャンで観測した静電場エネルギーの時間発展。

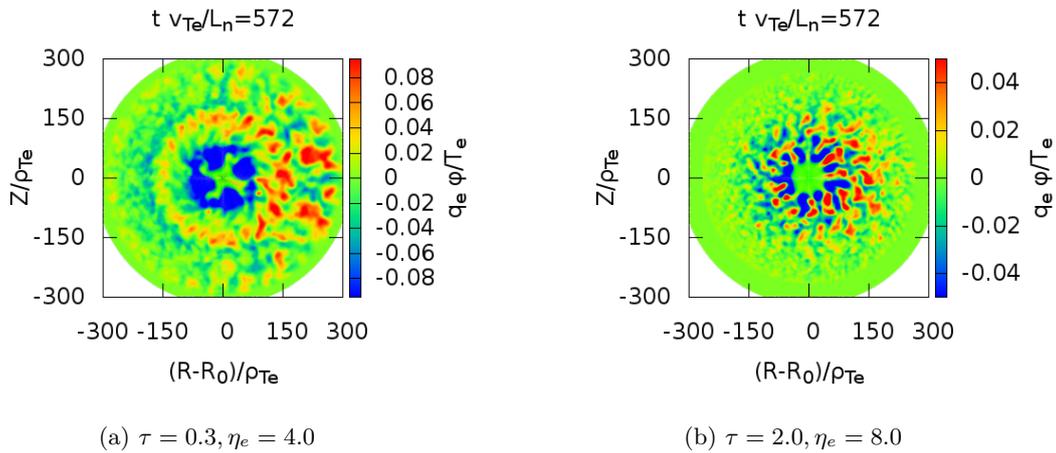


図 5.20: トロイダル ETG 乱流計算における大振幅/温度比スキャンで観測した静電ポテンシャルのポロイダル断面構造 $\phi(\mathbf{r})$ 。

小振幅ケースと同様に、図 5.20 に ETG 乱流が十分発達した準定常段階における静電ポテンシャルのポロイダル断面を示す。これらの構造について、2次元エネルギースペクトル (式 5.13) を前節と同様に時間幅 $t v_{Te}/L_n \sim 100$ で平均を取ったものを図 5.21 に比較した。小振幅ケースの場合と異なり、温度比 $\tau = 0.3$ ケースにおいても等方的なスペクトル構造が維持され、 τ の変化に対して乱流構造の自己組織化現象に大きな影響が見られない。

これらのケースにおける流れの非等方度 c_y の時間発展を図 5.22 に、Rhines スケール k_c と断熱スケール k_λ の比較、平均波数 k_E の時間発展を図 5.23 に示す。温度比 τ が 0.3 から 2.0 に上昇すると断熱スケール

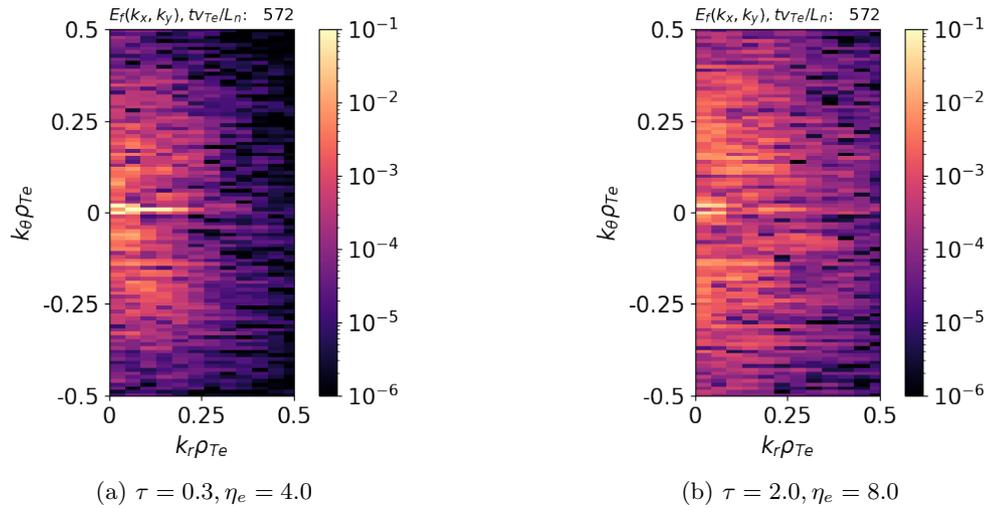


図 5.21: トロイダル ETG 乱流計算における大振幅/温度比スキャンで観測した 2 次元エネルギースペクトル $E_f(k_r, k_\theta)$ 。

k_λ が $\sim 0.17 \rightarrow \sim 0.43$ と変化するが、このとき臨界パラメータは $\sim 1.5 \rightarrow \sim 0.95$ であり、流れの非等方度はいずれも $c_y \lesssim 0.5$ のほぼ等方的か、やや ETG モードの線形固有関数が持つストリーマ構造の影響を受けたものとなっている。 k_λ が短波長へシフトしたことにより、平均波数 k_E はそれぞれ $\sim 0.11, \rightarrow \sim 0.21$ と変化する。大振幅ケースにおいて乱流構造が等方的に保たれていること、また渦構造の平均波数 k_E が τ 依存性を持つことは、逆カスケードの障害が断熱スケール k_λ の影響を受けていることを示唆している。

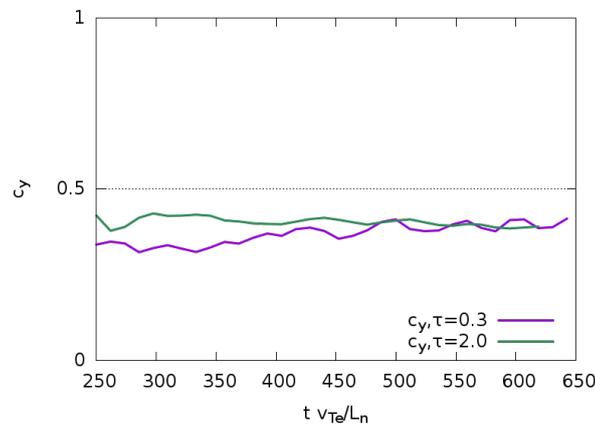


図 5.22: トロイダル ETG 乱流計算における小振幅/温度比スキャンで観測した流れの非等方度 c_y の時間発展。

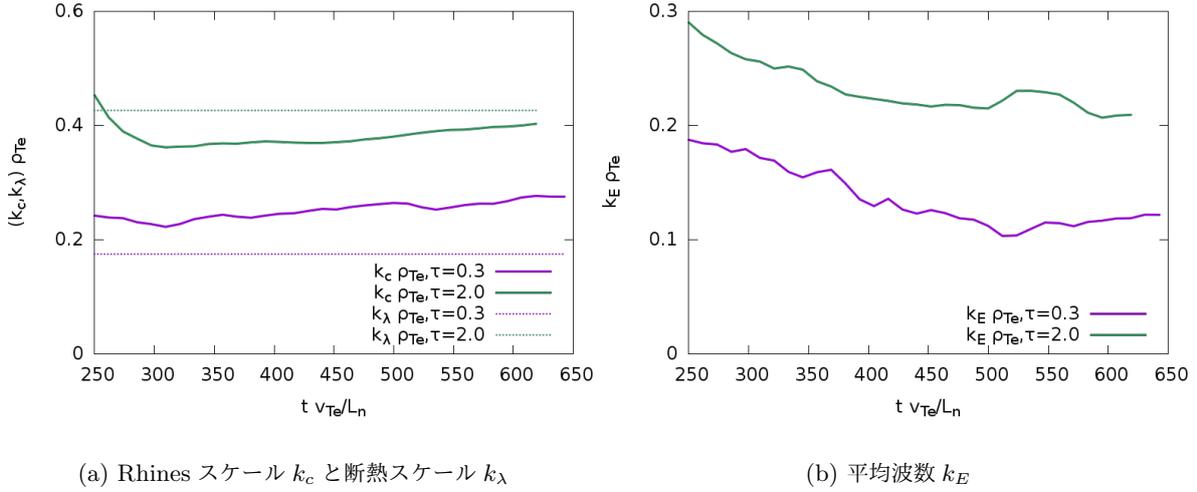


図 5.23: トロイダル ETG 乱流計算における小振幅/温度比スキャンで観測した各スケールの時間発展。

5.5.3 Rhines スケールの評価

前章ではスラブ ETG 乱流における ZF の形成機構について Rhines スケールによる影響から議論し、臨界パラメータ k_c/k_λ によって分類されることを明らかにした。トロイダル ETG 乱流においても前節に示されているように構造形成の変化と臨界パラメータの関連が示された。本節ではこれらの結果について具体的な Rhines スケールの評価を行い、トロイダル ETG 乱流における ZF の形成が Rhines スケールの非等方な構造によってもたらされる過程を検討した。

図 4.11, 4.16 において、それぞれの配位/平衡パラメータ分布における固有モードの実周波数 ω_r と乱流渦の回転周波数 ω_t の比 ω_r/ω_t の 2 次元スペクトル空間における表示から Rhines スケールの構造を見積ったが、前章では ω_r の評価においてスラブ配位のドリフト波の線形分散関係 (3.18) を前提としていた。一方で、トロイダル ETG モードの線形分散は flux-tube モデルでは $\omega \sim \omega_e^* = k_\theta v_D^*$ のような分散のほとんどない線形周波数の構造を持つ。ここでは系に存在する揺動モードの実周波数を乱流計算の結果から直接計測し、 $\tau = 0.3$ で振幅が異なる 2 ケースにおける Rhines スケールの 2 次元構造を比較した。

ここで各波数 (k_r, k_θ) ごとの実周波数について以下のように評価した。

- 静電ポテンシャルの実空間構造 $\phi(r, \theta, \zeta)$ についてポロイダル断面上の 2 次元スペクトル空間表示を次のように得る。

$$\phi(k_r, m, \zeta) = \frac{1}{la_0} \int dr \int d\theta \exp(-i[k_r r + m\theta]) \phi(r, \theta, \zeta) \quad (5.15)$$

- 非線形飽和の初期段階においてスペクトル空間上の各モードの静電ポテンシャル $\phi(k_r, m, \zeta; t)$ の時間発展が得られるので、これを時間方向に Fourier 変換して周波数スペクトル $\phi(k_r, m, \zeta; \omega_r)$ を得る。

- 上記の周波数スペクトルについてトロイダル方向へのアンサンブル平均を取る

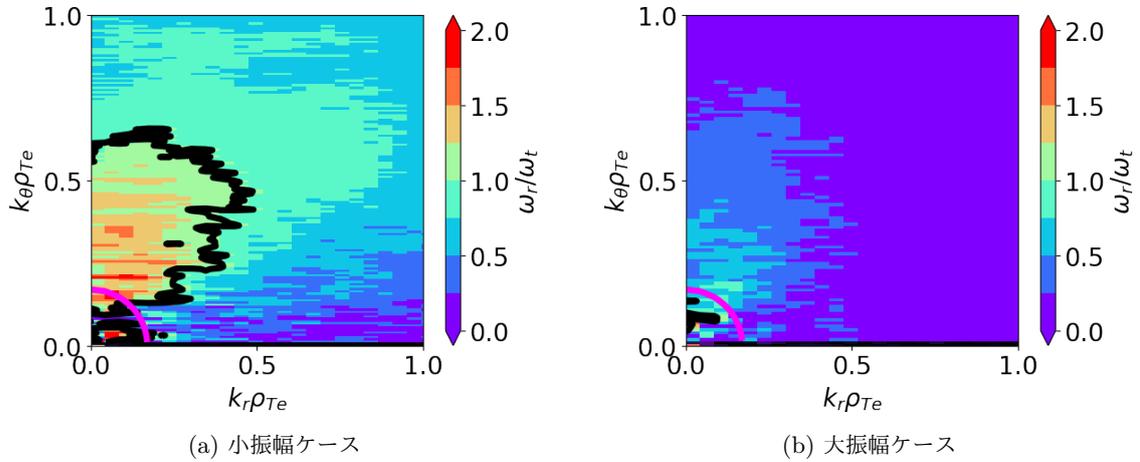


図 5.24: トロイダル ETG 乱流計算の $\tau = 0.3$ 、小振幅/大振幅における線形分散の実周波数 ω_r と非線形相関時間 ω_t の比の 2 次元スペクトル空間 (k_x, k_y) 上のプロット。図中黒線は $\omega_r(\mathbf{k}_c) = \omega_t(\mathbf{k}_c)$ となる Rhines スケール k_c 、紫太線は断熱スケール k_λ を示す。

小振幅ケースにおける Rhines スケールの 2 次元構造は図 5.24(a) のように非等方構造を示し、これより長波長領域にエネルギーの逆カスケードが進みにくいと考えられる。このとき 2 次元エネルギースペクトルは図 5.16(a) に示されるように $k_\theta \sim 0$ に振幅が局在化した構造を持つ。一方、大振幅ケースでは図 5.24(b) に示すように Rhines スケールは長波長側にシフトし、エネルギー逆カスケードは紫太線で表される断熱スケール k_λ の影響によって阻害されると考えられる。この効果により、大振幅ケースの 2 次元エネルギースペクトルは図 5.21(a) のような等方的な構造を形成する。

以上のように、第 3 章で議論され第 4 章においてスラブ配位の ETG 乱流について検討された自己組織化による構造形成の描像が、トロイダル ETG 乱流においても同様に成り立つことが確認された。

5.5.4 ZF 形成と輸送への影響

帯状流の有無は電子熱輸送にも影響を与えることが予想される。ここではスラブ配位で検討したのと同様に式 (4.12) の定義に従い、gyro-Bohm 係数 $\chi_{GB} = \rho_{Te}^2 v_{Te} / L_n$ で規格化した電子熱輸送係数 χ_e / χ_{GB} の時間発展を比較した。図??は図 4.12 に示される 2 つの ETG 乱流計算について時間発展をプロットしたものである。この 2 ケースにおいて線形成長率、あるいは、乱流振幅は約 4 倍異なるが、電子熱輸送係数 χ_e は準定常状態では 30 倍ほどの差異となっている。大振幅ケースでは熱輸送係数がほとんど定常状態に至っているのに対し、小振幅ケースでは輸送係数が低下し続ける。この段階においても、密度・温度勾配から計算されるトロイダル ETG モードは線形不安定であり、乱流輸送のクエンチが ZF による影響によるものであると考えられる。

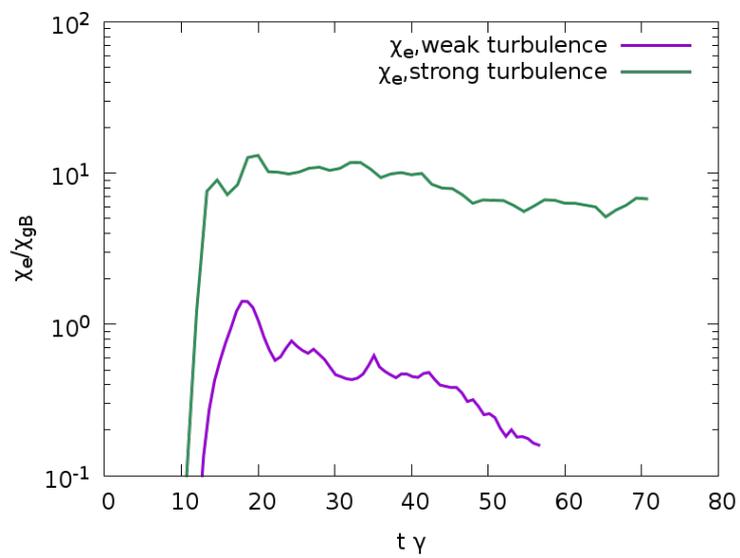


図 5.25: ETG 乱流計算における $\tau = 0.3$ 、小振幅/大振幅ケースで観測した電子熱輸送係数 χ_e の時間発展を示す。小振幅/大振幅それぞれについて時間は最も不安定な ETG モードの線形成長率 γ で規格化した。

第 6 章

まとめ

プラズマ乱流は核融合プラズマにおける閉じ込めを悪化させる主要因の一つと考えられており、その特性を理解することが重要な課題となっている。プラズマ乱流は系の密度/温度勾配によって不安定化されるドリフト波モードであるイオン/電子温度勾配モード (ITG/ETG) によって駆動されていると考えられている。乱流の特徴的な時空間スケールはイオンと電子のそれぞれについて $\sqrt{m_i/m_e} \sim 60$ 倍ほどに渡る違いがあり、そのダイナミクスは両者で大きく異なる。特にイオンスケールでは ITG モードの線形分散における電子の断熱応答の影響から変調不安定性によって ZF (ZF, ポロイダル/トロイダル方向に一様な構造を持つ流れ) が生成維持されやすいという特徴がある。一方で、電子スケール乱流に着目すると特にトロイダル ETG 乱流では径方向に渦が細長く伸びるストリーマ構造が維持されるなどの特徴的な構造の形成が指摘されている。

本研究では磁場閉じ込め核融合プラズマ中の電子スケール乱流における ZF の構造形成についてジャイロ運動論的 Vlasov-Poisson 方程式系に基づく高解像度の乱流シミュレーションによるスペクトル構造の解析を行い、スラブ/トロイダル ETG 乱流における乱流構造と自己組織化現象の関連を明らかにした。

高温プラズマのダイナミクスは 6 次元 (空間 3 次元、速度 3 次元) 位相空間上の 1 点分布関数が従う Vlasov-Maxwell 方程式系で記述される。一方、トカマクなどのトーラス型磁化プラズマにおける電子スケール乱流を駆動する不安定性として有力視されている ETG モードの時空間スケールはジャイロ運動論的オーダーリングに従う。この特徴を用いて Vlasov-Maxwell 方程式のジャイロ位相角平均をとり、解析的・数値的に取り扱いやすく変形したジャイロ運動論的 Vlasov-Maxwell 方程式 (GK モデル) は近年のプラズマ乱流研究において広く用いられている。本研究では、低ベータプラズマにおいて磁場揺動を無視する静電近似の下で導かれるジャイロ運動論的 Vlasov-Poisson 方程式系 (GK モデル) を用いた。

最初に本研究で用いた GK モデルの方程式系の定式化と、その準 2 次元系における流体近似である Hasegawa-Mima 方程式 (H-M モデル) の導出を行い、その後に H-M モデルに基づいて磁化プラズマ乱流における自己組織化の過程について検討した。H-M モデルのような 2 次元乱流ではエネルギーとエンストロフィーという 2 つの保存量が存在することから、エネルギーのスペクトル空間上におけるカスケードは 3 次元乱流とは大きく異なる。2 次元乱流では、乱流の駆動スケールよりも長波長の構造に向かってエネルギーが輸送されていく逆カスケードを通じて大域的な構造が形成される (自己組織化)。スペクトル空間の長波長領域では異なる 2 つの過程により、平衡パラメータに応じた特徴的な波数の構造が卓越する。

Rhines スケール k_c による ZF 形成

H-M モデルの長波長領域では、ドリフト波の線形分散による影響が支配的となり非線形相互作用が弱くなるため、スペクトル空間上における逆カスケードのエネルギーは特徴的波数を $\sim k_c$ とする領域に向けて集中していく。ドリフト波の線形分散の性質から k_c はスペクトル空間上で非等方な構造を持つため、エネルギーの集中は特に ZF の領域で卓越する。

断熱スケール k_λ による渦の結晶化

H-M モデルの慣性項では、 k_λ を境界としてより長波長領域において波数に依存しない断熱応答項の影響が支配的となるためモードの慣性が大きくなり、逆カスケードの特性周波数が短波長領域と比較してゆっくりとしたものに遷移する。この過程で逆カスケードのエネルギーがスペクトル空間上で等方的な構造を持つ k_λ 周辺に集中する過程が渦の結晶化である。

これら 2 つの自己組織化の過程について、その競合によって最終的な乱流構造が決まってくるのがスラブ/トロイダル ETG 乱流の G-K モデルによる数値シミュレーションにおけるプラズマ平衡パラメータスキャンの結果から示された。本研究ではプラズマ平衡パラメータである電子とイオンの温度比パラメータ $\tau = T_e/T_i$ 、密度勾配長 $L_n = |\nabla \ln n_e|^{-1}$ 、そして乱流場平均速度 U から定まる臨界パラメータ $k_c/k_\lambda = L_n^{-1/2} U^{-1/2} \tau^{-1/2}$ を定義し、この値の大小がプラズマ乱流の自己組織化において ZF 形成の有無を決定するパラメータとなることを明らかにした。

スラブ配位におけるシミュレーションでは、上述の描像をもとに ETG 乱流の自己組織化について詳細な乱流構造とスペクトル構造を検討し、次の点を明らかにした。はじめに GK モデルで ETG モードが線形安定となるプラズマ平衡パラメータのもとで一樣等方な乱流初期擾乱が緩和する減衰乱流シミュレーションを実施した。初期擾乱振幅の小さいケースで H-M モデルにおける減衰乱流と同様な ZF の形成を観測し、GK モデルと H-M モデルの類似性を確認した。また GK モデルにおいて初期擾乱を変化させる計算を行い、乱流場の振幅によって ZF、もしくは等方的な渦構造という全く異なる乱流構造が形成されることを示した。これは以下のように分類できる。

小振幅ケース

ZF が形成され、その波数は Rhines スケール k_c に対応する。

大振幅ケース

等方的な渦構造が形成され、その波数は断熱スケール k_λ に対応する。また k_λ より長波長領域における平均波数の時間発展は H-M モデルの次元解析から予測されるべき乗則と対応する。

これらの考察を元に、線形不安定性による乱流の駆動とカスケードによる散逸が釣り合う ETG 駆動乱流における自己無撞着な乱流場の時間発展を検討した。線形 ETG 不安定性の成長は十分振幅が大きくなった時点で非線形相互作用によって飽和するが、その過程の初期段階において線形モードの持つストリーマ構造が変調不安定性によって破壊され、ZF が励起されることにより飽和することを示した。一方、この乱流が長時間にわたって非線形発展したときの準定常な構造は飽和初期の ZF 形成と関係なくプラズマ平衡パラメータに応じて変化する。この結果、ETG 乱流の振幅に応じて

弱い ETG 乱流

ZF が形成され、電子熱輸送がクエンチする。

強い ETG 乱流

等方的な渦構造が形成され、電子熱輸送は高いレベルで維持される。

という違いが観測された。この変化は Rhines スケール k_c と断熱スケール k_λ の比によって与えられる臨界パラメータ k_c/k_λ で説明できることが分かった。

このとき 1 次元エネルギースペクトルは、どちらのケースも長波長領域では準 2 次元乱流におけるエネルギーの逆カスケードによる大きな構造の形成、短波長領域ではエンストロフィーカスケードによるべき乗則 $E(k_\perp) \sim k_\perp^{-3}$ を示し、さらに各波数スケールにおけるエネルギー変化率の計測から短波長領域でエネルギー散逸領域があることを示した。また大振幅ケースにおいては渦の平均波数の時間依存性の計測から、断熱スケールより長波長の領域に特徴的なべき乗則を見出した。これらの結果より、運動論的なプラズマのように乱流場の駆動と散逸のスケールが明確に分離していない系でもデュアルカスケードによる構造形成が存在することを示した。これは ITG 乱流における ZF 形成とは全く異なる描像である。

以上の結果から、磁化プラズマの電子スケール乱流においてエネルギーの逆カスケードによる構造形成、特に ZF が形成される条件が Rhines スケールと断熱スケールの競合から決定される過程を明らかにし、ETG 乱流の構造を決定する特徴量として臨界パラメータ k_c/k_λ を提示した。臨界パラメータの大小によって流れの構造、特に ZF 形成の有無が系統的に理解できること、また臨界パラメータが十分小さいプラズマ平衡パラメータ設定の系においては ZF の形成に伴い電子熱輸送が混合長理論による見積りを越えて大幅に低減することを明らかにした。

トロイダル配位におけるシミュレーションでは、これまで構造形成の機構が十分に明らかにされてこなかったトロイダル ETG 乱流について、スラブ配位について得られた知見を元に ZF の形成機構を解析した。正磁気シア配位のトロイダル ETG 乱流では径方向に細長く伸びたストリーマ構造が卓越する一方、弱/反転磁気シア配位では電子スケールの ZF が形成されるとこれまでに報告されてきた。本研究では反転磁気シア配位におけるゼロ磁気シア領域を模した系について乱流の構造形成を自己組織化の観点から検討した。

はじめにトロイダル ETG モードの線形解析を行い、その性質を議論した。局所的な解析ではトロイダル ETG モードの線形分散は弱い、大域的な解析ではモードが励起される径方向位置が変化し、その影響によって線形分散が生じることを発見した。この効果のため、スラブ ETG 乱流と同様の ZF 形成が期待されることを議論した。この考察を元に、まず一様等方的な初期擾乱の減衰乱流計算を実施し、アスペクト比 R_0/a_0 による違いを検討した。 $R_0/a_0 = 100$ の準スラブ配位でスラブ配位と同様な ZF 形成の自己組織化現象を再現し、スラブ配位の解析で仮定したシングルヘリシティの妥当性を確認した後、 $R_0/a_0 = 2.8$ のトロイダル配位においても ZF 形成を観測した。減衰乱流計算ではストリーマ構造の線形 ETG モードによる変調不安定性や K-H 不安定性が存在しないことから、トロイダル配位においても ZF を形成する自己組織化現象が存在することを発見した。

この自己組織化現象の性質を議論するため、トロイダル ETG 乱流のジャイロ運動論的シミュレーションを実施した。まず準スラブ配位とトロイダル配位について乱流場が小振幅となるケースを比較し、トロイダル ETG 乱流においても準定常の十分発達した段階で ZF が形成されることを見出した。次に、トロイダ

ル配位においてプラズマ平衡パラメータ ($\eta_e = d \ln n_e / d \ln T_e, \tau \equiv T_e / T_i$) を変化させる ETG 乱流計算を実施し、次のような関係を発見した。

振幅スキャン

低 τ の場合、乱流場振幅の変化に応じて

1. 小振幅ケース: ZF 形成
2. 大振幅ケース: 等方的乱流形成

となることを示した。これはスラブ ETG 乱流での振幅スキャンと同様の結果である。

温度比スキャン

乱流場が小振幅の場合、温度比 τ の変化に応じて

1. 低 τ ケース: ZF 形成
2. 高 τ ケース: 等方的乱流形成

という傾向を得た。また小振幅/大振幅ケースの双方において渦構造の平均波数 k_E が

1. 低 τ ケース: k_E が小さい長波長構造
2. 高 τ ケース: k_E が大きい短波長構造

となることを示した。

このような乱流構造の形成について、乱流構造が ZF を形成するか等方的な渦構造を形成するかの違いが臨界パラメータ k_c/k_λ によって説明できることを示した。特に振幅スキャンについては ETG 乱流における揺動の実周波数の計測から Rhines スケールを評価し、振幅の変化に応じて断熱スケールとの大小関係が変化し、ZF 形成の有無が決まることを指摘した。また振幅スキャンにおける電子熱輸送係数の計測から、トロイダル配位においても ZF 形成によって混合長理論の見積もりを超えた大幅な輸送低減が生じることを明らかにした。

以上のように、イオンスケールにおける ITG 乱流と異なり電子スケールの ETG 乱流では自己組織化現象が乱流構造を決定し、電子熱輸送に大きく影響する ZF 形成の有無が臨界パラメータ k_c/k_λ によって統一的に理解できることを明らかにした。

謝辞

本研究の遂行および本稿執筆の全体を通して、指導教員としてご監督いただいた山田弘司教授に感謝申し上げます。

また日本原子力研究開発機構の井戸村泰宏博士には修士課程在籍時からお世話になり、ジャイロ運動論の基礎的な事項や数値計算手法についてのご教示や数値計算コードの提供、研究の進捗や学会発表、また論文の執筆などについての助言など、私の博士課程での研究を進める道のりにおいて常に多大なご尽力とご支援を頂きました。ここに心から感謝申し上げます。

名古屋大学の前山伸也博士には、プラズマ物理や数値計算などのこみ入った質問を度々差し上げ、そのたび手間を惜しまず分かりやすいお返事を下さり、また投稿論文の共著者としても貴重なご助言とご指摘を頂き、本研究を進める上で大きな助けとなりました。また、東京大学の小川雄一名誉教授には卒業研究から博士課程の途中まで指導教員として、研究に関するご助言をはじめとする様々な環境面からのご支援を頂きました。心よりお礼申し上げます。

大学での様々な事務手続きを進めるなかでご尽力いただいた研究室秘書の橋本由紀子様をはじめとする東京大学大学院新領域創成科学研究科のスタッフの皆様に感謝いたします。

本研究における乱流シミュレーションは量子科学技術研究開発機構六ヶ所核融合研究所内の国際核融合エネルギー研究センターの計算機シミュレーションセンター (IFERC-CSC) にあるスーパーコンピュータシステム JFRS-1 を利用して実施しました。

最後に、私の博士課程での研究を生活面から常に支えてくれた家族に深い感謝の意を表します。

参考文献

- [1] Richard D Hazeltine and James D Meiss. *Plasma confinement*. Courier Corporation, 2003.
- [2] Per Helander and Dieter J Sigmar. *Collisional transport in magnetized plasmas*, Vol. 4. Cambridge university press, 2005.
- [3] H. P. Furth. Tokamak research. *Nuclear Fusion*, Vol. 15, No. 3, p. 487–534, Jun 1975.
- [4] R. J. Groebner, W. Pfeiffer, F. P. Blau, K. H. Burrell, E. S. Fairbanks, R. P. Seraydarian, H. John, and R. E. Stockdale. Experimentally inferred ion thermal diffusivity profiles in the doublet iii tokamak: Comparison with neoclassical theory. *Nuclear Fusion*, Vol. 26, No. 5, p. 543–554, May 1986.
- [5] Boris Borisovich Kadomtsev. Plasma turbulence. *New York: Academic Press, 1965*, 1965.
- [6] Andrey Nikolaevich Kolmogorov. The local structure of turbulence in incompressible viscous fluid for very large reynolds numbers. *Cr Acad. Sci. URSS*, Vol. 30, pp. 301–305, 1941.
- [7] Marcel Lesieur. *Turbulence in fluids: stochastic and numerical modelling*. Nijhoff Boston, MA, 1987.
- [8] N. A. Krall and A. W. Trivelpiece. *Principles of Plasma Physics*. McGraw-Hill, 1973.
- [9] F. Wagner, G. Becker, K. Behringer, D. Campbell, A. Eberhagen, W. Engelhardt, G. Fussmann, O. Gehre, J. Gernhardt, G. v. Gierke, and et al. Regime of improved confinement and high beta in neutral-beam-heated divertor discharges of the asdex tokamak. *Physical Review Letters*, Vol. 49, No. 19, p. 1408–1412, Nov 1982.
- [10] K. H. Burrell, T. N. Carlstrom, E. J. Doyle, D. Finkenthal, P. Gohil, R. J. Groebner, D. L. Hillis, J. Kim, H. Matsumoto, R. A. Moyer, and et al. Physics of the l-mode to h-mode transition in tokamaks. *Plasma Physics and Controlled Fusion*, Vol. 34, No. 13, p. 1859–1869, Dec 1992.
- [11] B. W. Stallard, C. M. Greenfield, G. M. Staebler, C. L. Rettig, M. S. Chu, M. E. Austin, D. R. Baker, L. R. Baylor, K. H. Burrell, J. C. DeBoo, and et al. Electron heat transport in improved confinement discharges in diii-d. *Physics of Plasmas*, Vol. 6, No. 5, p. 1978–1984, May 1999.
- [12] H. Shirai, M. Kikuchi, T. Takizuka, T. Fujita, Y. Koide, G. Rewoldt, D. Mikkelsen, R. Budny, W. M. Tang, Y. Kishimoto, and et al. Reduced transport andershearing in improved confinement regimes in jt-60u. *Nuclear Fusion*, Vol. 39, No. 11Y, p. 1713–1722, Nov 1999.
- [13] W. Horton. Drift waves and transport. *Reviews of Modern Physics*, Vol. 71, No. 3, p. 735–778, Apr 1999.

-
- [14] Liu Chen, Zhihong Lin, and Roscoe White. Excitation of zonal flow by drift waves in toroidal plasmas. *Phys. Plasmas*, Vol. 7, No. 8, p. 3129, 2000.
- [15] P H Diamond, M N Rosenbluth, F L Hinton, M Malkov, J Fleischer, and A Smolyakov. Dynamics of zonal flows and self-regulating drift-wave turbulence. p. 8, 1998.
- [16] Z. Lin et al. Turbulent transport reduction by zonal flows: massively parallel simulations. *Science*, Vol. 281, p. 1835, 1998.
- [17] A. Fujisawa and et al. Identification of zonal flows in a troidal plasma. *Phys. Rev. Lett.*, Vol. 93, pp. 165002–1, 2004.
- [18] W. Dorland, F. Jenko, M. Kotschenreuther, and B. N. Rogers. Electron temperature gradient turbulence. *Physical Review Letters*, Vol. 85, No. 26, p. 5579–5582, Dec 2000.
- [19] F Jenko, W Dorland, M Kotschenreuther, and B N Rogers. Electron temperature gradient driven turbulence. *Phys. Plasmas*, Vol. 7, No. 5, p. 1904, 2000.
- [20] Y Idomura, S Tokuda, and Y Kishimoto. Global profile effects and structure formations in toroidal electron temperature gradient driven turbulence. *Nuclear Fusion*, Vol. 45, No. 12, p. 1571–1581, Dec 2005.
- [21] Y. Idomura, M. Wakatani, and S. Tokuda. Stability of $e \times b$ zonal flow in electron temperature gradient driven turbulence. *Physics of Plasmas*, Vol. 7, No. 9, p. 3551–3566, Aug 2000.
- [22] Jiquan Li and Y. Kishimoto. Numerical study of zonal flow dynamics and electron transport in electron temperature gradient driven turbulence. *Physics of Plasmas*, Vol. 11, No. 4, p. 1493–1510, Apr 2004.
- [23] J. Li and Y. Kishimoto. Zonal flows in gyrofluid simulations of slab electron temperature gradient turbulence. *Phys. Plasmas*, Vol. 9, p. 1241, 2002.
- [24] B. N. Rogers, W. Dorland, and M. Kotschenreuther. Generation and stability of zonal flows in ion-temperature-gradient mode turbulence. *Physical Review Letters*, Vol. 85, No. 25, p. 5336–5339, Dec 2000.
- [25] Y. Idomura. Self-organization in electron temperature gradient driven turbulence. *Phys. Plasmas*, Vol. 13, p. 080701, 2006.
- [26] Robert H. Kraichnan. Inertial ranges in two-dimensional turbulence. *Physics of Fluids*, Vol. 10, No. 7, p. 1417, 1967.
- [27] Akira Hasegawa and Kunioki Mima. Stationary spectrum of strong turbulence in magnetized nonuniform plasma. *Physical Review Letters*, Vol. 39, No. 4, p. 205–208, Jul 1977.
- [28] A. Hasegawa. Self-organization processes in continuous media. *Adv. Physics*, Vol. 34, p. 1, 1985.
- [29] P. B. Rhines. Waves and turbulence on a beta-plane. *J. Fluid Mech.*, Vol. 69, p. 417, 1975.
- [30] Takeshi Watanabe, Hirokazu Fujisaka, and Takahiro Iwayama. Dynamical scaling law in the development of drift wave turbulence. *Physical Review E*, Vol. 55, No. 5, p. 5575–5580, May 1997.
- [31] A. J. Brizard and T. S. Hahm. Foundations of nonlinear gyrokinetic theory. *Reviews of Modern*

- Physics*, Vol. 79, No. 2, p. 421–468, Apr 2007.
- [32] X. Garbet, Y. Idomura, L. Villard, and T.H. Watanabe. Gyrokinetic simulations of turbulent transport. *Nuclear Fusion*, Vol. 50, No. 4, p. 043002, Apr 2010.
- [33] E. A. Frieman and Liu Chen. Nonlinear gyrokinetic equations for low - frequency electromagnetic waves in general plasma equilibria. *The Physics of Fluids*, Vol. 25, No. 3, p. 502–508, Mar 1982.
- [34] Gareth P. Williams. Planetary circulations: 1. barotropic representation of jovian and terrestrial turbulence. *Journal of the Atmospheric Sciences*, Vol. 35, No. 8, p. 1399–1426, Aug 1978.
- [35] Maurizio Ottaviani and John A Krommes. Weak- and strong-turbulence regimes of the forced hasegawa-mima equation. *Physical Review Letters*, Vol. 69, No. 20, p. 4, 1992.
- [36] J. G. Charney. The dynamics of long waves in a baroclinic westerly current. *Journal of Meteorology*, Vol. 4, No. 5, p. 136–162, Oct 1947.
- [37] Nikolai Kukharkin, Steven A. Orszag, and Victor Yakhot. Quasicrystallization of vortices in drift-wave turbulence. *Physical Review Letters*, Vol. 75, No. 13, p. 2486–2489, Sep 1995.
- [38] J. F. Drake, J. M. Finn, P. Guzdar, V. Shapiro, V. Shevchenko, F. Waelbroeck, A. B. Hassam, C. S. Liu, and R. Sagdeev. Peeling of convection cells and the generation of sheared flow. *Physics of Fluids B: Plasma Physics*, Vol. 4, No. 3, p. 488–491, Mar 1992.
- [39] Yasuhiro Idomura, Masato Ida, Shinji Tokuda, and Laurent Villard. New conservative gyrokinetic full-f vlasov code and its comparison to gyrokinetic δf particle-in-cell code. *Journal of Computational Physics*, Vol. 226, No. 1, p. 244–262, Sep 2007.
- [40] Y. Morinishi, T.S. Lund, O.V. Vasilyev, and P. Moin. Fully conservative higher order finite difference schemes for incompressible flow. *Journal of Computational Physics*, Vol. 143, No. 1, p. 90–124, Jun 1998.
- [41] Tilman Dannert and Frank Jenko. Gyrokinetic simulation of collisionless trapped-electron mode turbulence. *Physics of Plasmas*, Vol. 12, No. 7, p. 072309, 2005.
- [42] Y. Idomura, H. Urano, N. Aiba, and S. Tokuda. Study of ion turbulent transport and profile formations using global gyrokinetic full- f vlasov simulation. *Nuclear Fusion*, Vol. 49, No. 6, p. 065029, Jun 2009.
- [43] A. M. Dimits, G. Bateman, M. A. Beer, B. I. Cohen, W. Dorland, G. W. Hammett, C. Kim, J. E. Kinsey, M. Kotschenreuther, A. H. Kritz, and et al. Comparisons and physics basis of tokamak transport models and turbulence simulations. *Physics of Plasmas*, Vol. 7, No. 3, p. 969–983, Mar 2000.
- [44] Tohru Kuroda, Hideo Sugama, Ryutaro Kanno, Masao Okamoto, and Wendell Horton. Initial value problem of the toroidal ion temperature gradient mode. *Journal of the Physical Society of Japan*, Vol. 67, No. 11, pp. 3787–3787, 1998.
- [45] Yasuhiro Idomura, Masato Ida, Takuma Kano, Nobuyuki Aiba, and Shinji Tokuda. Conservative global gyrokinetic toroidal full-f five-dimensional vlasov simulation. *Computer Physics Communications*, Vol. 179, No. 6, p. 391–403, Sep 2008.

-
- [46] Xiaolin Zhong. Additive semi-implicit runge–kutta methods for computing high-speed nonequilibrium reactive flows. *Journal of Computational Physics*, Vol. 128, No. 1, p. 19–31, Oct 1996.
- [47] S. Joliet, B.F. McMillan, L. Villard, T. Vernay, P. Angelino, T.M. Tran, S. Brunner, A. Bottino, and Y. Idomura. Parallel filtering in global gyrokinetic simulations. *Journal of Computational Physics*, Vol. 231, No. 3, p. 745–758, Feb 2012.
- [48] W. M. Nevins, J. Candy, S. Cowley, T. Dannert, A. Dimits, W. Dorland, C. Estrada-Mila, G. W. Hammett, F. Jenko, M. J. Pueschel, and et al. Characterizing electron temperature gradient turbulence via numerical simulation. *Physics of Plasmas*, Vol. 13, No. 12, p. 122306, Dec 2006.

付録 A

発表リスト

学術雑誌などに発表した論文

(査読あり)

C. Kawai, Y. Idomura, S. Maeyama, and Y. Ogawa, “Impact of plasma parameter on self-organization of electron temperature gradient driven turbulence”, *Physics of Plasmas* 24, 042303 (2017)

国内学会における発表

(口頭発表、査読なし)

- 河合智賀, 井戸村泰宏, 前山伸也, 小川雄一 “電子乱流スペクトルのジャイロ運動論的シミュレーション”, 日本物理学会 2015 年秋季大会, 16pCN-1, Suita, September 2015
- 河合智賀, 井戸村泰宏, 前山伸也, 小川雄一 “電子温度勾配駆動乱流における自己組織化現象に対してプラズマのパラメータが与える影響”, 日本物理学会第 72 回年次大会, 17pC34-8, Toyonaka, March 2017
- 河合智賀, 井戸村泰宏, 小川雄一 “電子温度勾配駆動乱流における自己組織化現象に対してトロイダル性が与える影響”, 日本物理学会第 74 回年次大会, 15pK310-4, Fukuoka, March 2019