

審査の結果の要旨

氏名 辻 祥太郎

観測した時系列からその時系列が従う系を推定することは、現実世界で起きている現象の法則を理解するために重要である。そのためには観測した時系列から特徴量を計算する必要があるが、近年その特徴量の一つとしてパーシステント・ホモロジーを利用することが提案されている。本論文は、非線形時系列解析に対するパーシステント・ホモロジーの応用において必要なパラメータの決定方法について分析を行うとともに、非線形時系列データのパーシステント・ホモロジーの計算時間を大きく削減する手法の提案とその性能評価を報告している。

本論文は「A Study on Application of Persistent Homology to Nonlinear Time Series Analysis」（非線形時系列解析に対するパーシステント・ホモロジーの応用に関する研究）と題し、5章からなる。

第1章「Introduction」（序論）では、微分方程式論の概略を述べてから微分方程式の軌道とそのトポロジーに関する先行研究を紹介し本研究の位置づけを示している。まず微分方程式の具体例とその数値解の例を紹介し、系によって相空間における軌道の形状が異なることを例示している。カオス系であるローレンツ方程式の解は初期条件に鋭敏に依存するがアトラクタの形状は同様になることを例示し、アトラクタの形状による分類が有用であることを示唆している。また、遅れ座標を用いることで観測した時系列からアトラクタの形状を再構成できることを紹介している。次にホモロジーとパーシステント・ホモロジーについて直感的な説明をしてから、微分方程式の軌道のトポロジーに関する先行研究を紹介し、本論文の既存の研究への寄与について述べている。また、先行研究においてパーシステント・ホモロジー群の計算に非常に長い時間がかかることを紹介し、本論文がこの問題に解決策を与えることを述べている。さらに、遅れ座標を用いる際の時間遅れを決定する問題に対する先行研究を紹介し、本論文がこの問題に取り組むことを述べている。

第2章「Mathematical Foundations」（数理的基礎）では、本論文で用いられる解析手法であるパーシステント・ホモロジー、遅れ座標によるアトラクタ再構成、ベジエ曲線の当てはめの三つについて説明している。パーシステント・ホモロジーについては、単体的ホモロジーの定義から始めてパーシステント・ホモロジーの定義と算法を説明し

ている。また、単体複体の構成法としてヴィートリス - リップス複体について解説している。遅れ座標によるアトラクタ再構成については、遅れ座標の定義とターケンスの定理を紹介し、時間遅れの決定手法のうち本論文に関連する手法を簡潔にまとめている。ベジエ曲線の当てはめについては、ベジエ曲線の定義を述べた上で最小二乗法による当てはめ法を導出している。

第3章「Attractor Reconstruction and Persistent Homology」（アトラクタ再構成とパーシステント・ホモロジー）では、遅れ座標を用いて再構成した軌道のパーシステント・ホモロジーを計算する際の適切な時間遅れの決定方法について検討している。検討の対象は理論的な解析では周期的な時系列に限定しているが、数値的な解析ではローレンツアトラクタやレスラーアトラクタといったカオス的な時系列にも提案する時間遅れの決定方法が有効かどうかを調べている。先行研究においてフーリエ級数展開できる時系列に対しては時間遅れと埋め込み次元の積が基本周期の半分になるときに、再構成されたアトラクタの穴の幅が最も大きくなることが知られていることを紹介している。本論文では周期的な信号のうち、一つの周期の間で0を一回だけ横切る信号に対して、再構成されたアトラクタの穴の幅が最大になるのは先に紹介した条件を満たすときであることを示している。この決定方法が有効なものかどうかを確かめるために、調和振動子、ファン・デル・ポール方程式、ローレンツアトラクタ、レスラーアトラクタ、日本語音声信号の5種類のデータに対して数値実験を行い、時間遅れと埋め込み次元の積が基本周期の半分になる時間遅れを選ぶ方法が有効であることを確かめている。

第4章「Vietoris-Rips Complex of Line Segments」（線分のヴィートリス - リップス複体）では、時系列データのパーシステント・ホモロジーの計算時間を削減する目的で、線分からヴィートリス - リップス複体を構成する方法を提案し、その性能を数値実験によって確認している。通常ヴィートリス - リップス複体は点の集合から構成されるが、本論文では線分の集合からヴィートリス - リップス複体を構成できることとその操作に理論的な裏付けがあることを述べている。本論文では連続な時系列データを曲線と捉えて線分に分割するために、サンプルされた点を部分的に3次ベジエ曲線で近似している。数値実験では提案手法が従来手法よりも10倍から300倍高速に計算できることを確認し、さらに提案手法が観測ノイズの影響を低減させることも確認している。最後に第5章「Conclusion」（結論）では、本論文の成果を簡潔にまとめるとともに今後の研究課題を提示している。

以上を要するに、本論文は非線形時系列解析に対してパーシステント・ホモロジーを適用する際に必要となる時間遅れの決定方法を分析し、さらに線分のヴィートリス - リップス複体を提案することで、非線形時系列解析に対するパーシステント・ホモロジーの応用可能性を高めたことにより数理情報学分野に寄与した。

よって本論文は博士（情報理工学）の学位請求論文として合格と認められる。