

論文の内容の要旨

論文題目 ロバストな並列多重格子法のための
効率的なニアカーネルベクトル抽出手法の研究

氏 名 野村 直也

大規模連立一次方程式に対する高速かつスケラブルな解法として, Multigrid 法が広く用いられている. Multigrid 法は階層的に粗い問題を生成することで, 様々な波長の誤差成分を効率よく減衰させ, 高速で安定な収束やスケラビリティを実現している. しかし, 悪条件の問題においては収束性が悪化する傾向にあることが知られている. Multigrid 法は粗い問題の生成方法により, 幾何的マルチグリッド (Geometric Multigrid, GMG) 法と, 代数的マルチグリッド (Algebraic Multigrid, AMG) 法が存在する. その中でさらに本研究では, AMG 法の一種である SA-AMG (Smoothed Aggregation - Algebraic MG) 法を用いている. 著者らの先行研究などから, SA-AMG 法において粗い問題生成時に, 問題に応じたニアカーネルベクトル e ($Ae \doteq 0$ となる非ゼロベクトル, 0固有値に近い固有ベクトルに対応) を, 粗い係数行列生成に必要な補間演算子を作成する際に適切に用いることにより, より高速で安定な収束が実現できることがわかっている. そこで本研究では, 悪条件問題においても高速かつ安定な収束の実現に向け, 以下の2つについての研究を行った.

- ニアカーネルベクトル抽出手法の提案
- Hybrid 並列を適用することによる計算コストや通信時間の分析

ニアカーネルベクトル抽出手法について, 本研究では新たに3つの抽出手法を提案する. まず, 全レベル近似ニアカーネルベクトル抽出法を提案手法1として提案する. この手法では, 全レベルの各係数行列に対してニアカーネルベクトルの抽出を行う. これにより, 粗いレベルの減衰しにくい波長成分も効率よく減衰でき, 高い収束性が得られると期待できる. 数値実験により, 適切な本数のニアカーネルベクトルを抽出することで有用となるが, そのために膨大な時間が必要であることがわかった.

そこで, 予測手法付全レベル近似ニアカーネルベクトル抽出法を提案手法2として提案する. この手法では, ニアカーネルベクトルが十分に抽出されたかを, 判定式を用い

ることで判定を行う。これにより、無駄なニアカーネルベクトルの抽出や判定処理を削減することができ、その結果検証時間を抑えることができた。さらに、適切なパラメタ設定により有用となることがわかった。

また、抽出のさらなる効率化のため、固有値計算法を用いた粗レベル補間近似ニアカーネルベクトル抽出法を、提案手法3として提案した。行列サイズが小さい粗いレベルの係数行列に対して固有値解析を実施することで、0固有値に近い固有ベクトル、つまりニアカーネルベクトルを低コストで抽出できると考えられる。数値実験により、実際に従来手法と比べ抽出時間を抑えつつ、高い収束性を実現できることがわかった。