

博士論文(要約)

Numerical Simulation and Mathematical
Analysis of SAT-Solving Continuous-Time
Dynamical Systems

(充足可能性問題を解く連続時間力学系の
数値シミュレーションと数理解析)

山下 洋史

計算のアルゴリズムやハードウェアの設計の可能性を拡張するために、問題を解く過程を力学系としてモデル化することが必要とされている。近年、Ercsey-Ravasz と Toroczkai によって充足可能性問題 (SAT) を解く連続時間力学系が提案された[2]。この力学系を我々は CTDS solver と呼ぶ。与えられた論理式についてそれを充足させる論理値の割当を見つける充足可能性問題はコンピューター科学において基礎的で重要な問題として知られており、その理論的な側面の他にも多くの工学応用が知られている。CTDS solver が充足可能性問題を解く能力があることはすでに示されており、これを汎用の計算機上でシミュレーションすることによって充足可能性問題のソルバーとして使うことや、含まれる連続値の変数とそのダイナミクスを模倣して電子回路によって実装することによって問題に特化した新たな計算のハードウェアを設計するという応用が考えられる。しかし、CTDS solver のこのような実用化については未だ多くの困難がある。本論文では、この CTDS solver を数理的に解析することによってこれらの困難を解決することを目指す。

まず、第3章においては、CTDS solver の解析のために、この系の変種を提案した。CTDS solver を構成する変数は、変数への論理値の割当を表す割当変数と、目的関数を構成するパラメータである重み変数の2組に分けられる。これらの変数の変化の速さは2つの組で異なっており、その速さの相対的な関係が系の性能に影響を及ぼすと考えられる。提案された系ではこの相対的な速さがパラメータによって調整することができる。また、これを用い、系の性能を最大化するためには相対的な速さを適切な範囲で選択することが必要であることを示した。

次に、第4章において、割当変数のダイナミクスについて解析を行った。CTDS solver の探索のダイナミクスを解析するためには1つの変数のみならずすべての割当変数を同時に考慮することが必要であることを示し、次に、探索に関して重要である割当変数のダイナミクスの分岐についての解析を行った。

第5章においては、解析の中で得られた系の同値な別の表現を応用し、CTDS solver のシミュレーションを高速化する手法を提案した。シミュレーションの高速化は、汎用の計算機上でのソルバーとして利用するためだけでなく、CTDS solver の理論的な研究のためにも大きな意味をもつ。提案手法では、離散勾配法と呼ばれる手法を用いることで、シミュレーションにおける時間刻み幅を大きくしながらも安定にシミュレーションを行うことができる。また、通常のものと比較してシミュレーションの100倍の高速化が数値実験によって示された。

第6章では電子回路などによる物理実装に際しての困難を解決する手法についての議論を行った。CTDS solver において重み変数は広い値の範囲をとりうる。これを電子回路などの上で適切に表現する方法について議論し、そこで現れる問題を解決するために割当変数の変化の速さを揃える手法を提案した。また、この重み変数は系を長時間動かすと発散し、これもまた物理実装の上での困難となる。この変数の発散の問題を解決するための CTDS solver の変種を提案し、これについての数理解析を行った。本章の内容は[2]を含む。

CTDS solver によく似たアルゴリズムとして確率的局所探索が挙げられるが、この手法と CTDS solver の関係についてはあまり議論されてこなかった。第7章では、離散的な変数と時間をとる確率的局所探索の研究を概観しこれを CTDS solver と比較することで、確率的局所探索の研究で得られている知見を CTDS solver の今後の改善につなげるための議論を行った。

References

- [1] M. Ercsey-Ravasz and Z. Toroczkai, “Optimization hardness as transient chaos in an analog approach to constraint satisfaction.” *Nature Physics*, vol. 7, pp. 966–970, 2011.
- [2] H. Yamashita, H. Suzuki, Z. Toroczkai, and K. Aihara, “Bounded continuous-time satisfiability solver,” in *Proceedings of the 2019 International Symposium on Nonlinear Theory and its Applications*. The Institute of Electronics, Information and Communication Engineers, 2019.