

審査の結果の要旨

氏名 計良 宥志

本論文は「Learning Algebraic Varieties under Noise (ノイズ下での代数多様体学習)」と題し、英文6章から構成され、ノイズを伴うデータの背後にある代数多様体を発見する手法の基礎理論に貢献するものである。代数多様体は消失イデアルの基底として表現され、本論文ではその基底を計算するための新たなアルゴリズムの提案と解析を行った。このアルゴリズムおよび一連の解析は、従来の計算代数的手法と異なり、構造的な仮定(単項式順序)の必要なしに効率的な計算を実現しかつそれに伴う理論的諸問題を解消するという点で近年の計算代数と機械学習をまたぐ新たな領域の基礎となるものである。

第1章「Introduction (序論)」では、まず、代数多様体が様々なデータを表現できる高い表現能力を持ち、その一方で理論的に扱いやすく様々な手法で前提されていることを述べている。次に、代数多様体は具体的には消失イデアルの基底として表現され、特に計算代数の分野で基底計算のアルゴリズムとその理論が発展し、更に近年では機械学習の分野で進展があるという、歴史的背景についてまとめている。その上で、従来の基底計算の問題点、特にデータにノイズを扱う様々な応用で障害になる点について論じ、それに対する本論文の貢献をまとめている。

第2章「Preliminaries (準備)」では本論文で用いる数学の基礎部分に関してまとめている。具体的にはまず、多項式を有限次元ベクタとして表現し、記号計算を線形代数に結びつけるという観点を示す。次に、一般的に考えられているグレブナー基底やボーダー基底を説明する。これらの基底は単項式順序などの構造的な仮定を利用しているが、それを前提しない基底の重要性と具体的な条件を議論する。

第3章「Existing Basis Construction Algorithms of Vanishing Ideals (既存の消失イデアルの基底計算アルゴリズム)」では、既存の基底計算手法の違いを概観し、代表的な3つの手法の計算手続きとそれらが与える基底の性質についてまとめる。

第4章「Monomial-Order-Free Basis Construction with Normalization (単項式順序を用いない正規化を伴う基底計算)」では、単項式順序を用いない基底計算を提案し具体的なアルゴリズムについて論じる。特に中心となるのが正規化の処理であり、どの基準で正規化するか、それをどのように効率的に計算するかというのが問題になる。従来、これらの問題は単項式順序を用いることで解決されてきた。本章では、単項式順序

を用いず正規化する新たな基底計算アルゴリズムを提案し、その妥当性、最適性、安定性を示す。更に係数に基づく正規化と勾配に基づく正規化の二種について議論する。単項式順序を仮定しない場合、前者の正規化は指数オーダの計算量が必要になるため、それを緩和するための近似的な正規化による高速化を提案した。他方で、後者の勾配による正規化は従来の研究で考慮されなかった革新的なものである。勾配は厳密かつ効率的に計算できることが示され、その結果初めて単項式順序を用いない多項式時間での正規化を可能にした。また勾配を利用することは効率的な正規化のみならず、指数計算量の記号計算を代替する効率的な基底簡約化や、データの変換に対するある種の不変性を持つ基底計算などを実現した。

第5章「Tradeoff between Algebraicity and Noise Tolerance (代数性とノイズ許容度のトレードオフ)」では、近似的な基底計算が伴うトレードオフに関して論じる。具体的には、データのノイズに対応するためには近似を導入する必要とする一方、その近似が基底（およびそれが表現する代数多様体）の代数的構造を損なうという問題について議論する。また、このトレードオフに対応するアルゴリズムを提案し、ノイズを伴う入力データから要約データを計算し、入力データには近似的に、簡約データには（指定した精度で）厳密に消失するような多項式を計算する手法を提案した。

第6章「Conclusion (結論)」では、本論文における主たる成果をまとめるとともに、今後の課題と展望について述べた。

以上、これを要するに、本論文は、ノイズを伴うデータの背後にある代数多様体のための基底計算の基礎理論に貢献し、単項式順序を前提せずとも効率的かつ理論的妥当性を持つ計算を初めて実現したものであり、電子情報学上貢献するところが少なくない。

よって本論文は博士（情報理工学）の学位請求論文として合格と認められる。