

東京大学大学院新領域創成科学研究科
社会文化環境学専攻

2021 年度
修 士 論 文

金属薄板を用いた展開可能な閉多面体空気膜構造の
設計手法および形態解析手法の提案

Proposal of a Design and Form Finding Method for Deployable
Closed Polyhedral Pneumatic Structures Using Thin Metal Plates

2022 年 1 月 17 日提出提出
指導教員 佐藤 淳 准教授

カザウィ 桜
Kazaoui, Sakura

目次

1	序	5
1.1	研究の背景	5
1.2	展開機構・展開構造物の発展	6
1.3	膜構造の発展	10
1.4	金属薄板を使用した閉多面体空気膜構造	11
1.4.1	既往研究	11
1.5	金属閉多面体空気膜構造の形態解析	12
1.5.1	既往研究	12
1.6	本論の目的と構成	16
2	解析理論とモデル化手法	17
2.1	幾何学的非線形解析の概要	17
2.1.1	非線形平衡方程式	17
2.1.2	平衡経路追跡法とその種類	18
2.1.3	接線剛性マトリクスの導出	21
2.1.4	幾何学的非線形解析における設定	22
2.2	折り畳み・展開可能な閉多面体の生成	24
2.2.1	平坦折り最適化	24
2.2.2	飛び移り現象を伴う閉多面体	25
2.3	線材置換による閉多面体のモデル化	26
2.3.1	稜線の線材置換	26
2.3.2	V字断面の面外曲げ剛性に関する有効幅	28
2.4	現行の設計手法における課題	31
2.4.1	展開途中の挙動に着目し設計された閉多面体	31
2.4.2	解析概要	32
2.4.3	対象形状の形態解析前の応力状態	34
2.5	結論	35
3	形態解析手法の提案	36
3.1	序	36
3.2	理想的な応力状態となる曲面の生成	38

3.2.1	手法 1：形状更新法	38
3.2.2	手法 2：荷重倍率更新法	42
3.2.3	対象形状を基準とした形状補正	46
3.3	折り畳み条件を満たすための補正	47
3.3.1	平坦折り最適化された最適形状	47
3.4	総括	48
4	提案手法の閉多面体形状への適用	49
4.1	序	49
4.2	奥行が長い閉多面体への形態解析手法の適用	49
4.2.1	対象形状	49
4.2.2	形態解析により生成される最適形状	51
4.2.3	最適形状の応力状態	52
4.2.4	平坦折り条件による影響	54
4.3	奥行が短い閉多面体への形態解析手法の適用	56
4.3.1	対象形状	56
4.3.2	形態解析により生成される最適形状	59
4.3.3	最適形状の応力状態	60
4.3.4	平坦折り条件による影響	62
4.4	総括	63
5	形態解析手法を用いた閉多面体の設計	64
5.1	序	64
5.2	形態解析における支持条件の影響	65
5.2.1	対象形状	65
5.2.2	全周単純支持の最適形状への適用	70
5.2.3	短辺単純支持の最適形状への適用	72
5.2.4	形状補正による影響の考察	76
5.3	安全性の評価	78
5.3.1	許容応力度設計	78
5.3.2	算定結果	83
5.3.3	形態解析前後での安全性の比較評価	86
5.4	結論	90
6	形態解析手法の拡張	91

6.1	線材置換による面内のモデル化	92
6.1.1	多面体の線材置換	92
6.1.2	詳細モデルの剛性に関する有効幅	93
6.2	形態解析手法の適用	95
6.2.1	解析領域	95
6.2.2	閉多面体 3：対象形状	96
6.2.3	閉多面体 3：理想的な応力状態となる曲面の応力分布	97
6.2.4	閉多面体 4：対称形状	99
6.2.5	閉多面体 4：理想的な応力状態となる曲面の応力分布	100
6.3	詳細モデルにおける最適応力状態の実現	102
6.3.1	平坦な三角形パネルによる近似	102
6.3.2	低曲率折りによる近似	106
6.4	結論	112
7	総括	113
7.1	本論での成果	113
7.2	今後の課題	114
	謝辞	115
	参考文献	117
	付録 A 閉多面体 1	118
	付録 B 閉多面体 2	122
	付録 C 全周単純支持とした場合の最適形状	125

1 序

1.1 研究の背景

折り畳み・展開可能な機構は、折り畳むとコンパクトに収納でき、展開すると大空間を構築可能であることから、人工衛星、折板構造、骨組み展開構造などをはじめとして、幅広く研究されている。近年では、折り紙の幾何学を応用した多面体で構成される展開可能な月面基地^[1]なども提案されている。

境界がなく閉じた多面体（以後、閉多面体）を折り畳み、内圧などで展開できれば展開完了後に密閉な内部空間を確保できるため、過酷な外部環境が想定される極地などで内部空間を守るシェルターとしての利用が期待できる。こうした閉多面体（以後、閉多面体空気膜構造）は、内部の体積変化が生じる変形ができないため（フィゴの定理）、パネルを剛体とすると展開できない性質がある。一方で、面内ひずみを許容すると展開が可能となり、剛体の場合のようにひずみが生じないよう厳密に幾何学を解く必要がないため、より自由度の高い形状を生成できるという利点もある。さらに、飛び移り座屈と呼ばれる力を加えていくとある点を超えた瞬間に別の安定点に一気に移行する現象を積極的に利用することで、展開完了後に内圧が無くても自立する閉多面体を設計することができる（図 1.1）。



図 1.1 飛び移り座屈を伴い展開する閉多面体の例

このような閉多面体の形状決定手法は、折り畳みの幾何学や展開途中の挙動に着目した研究例^{[2][3]}はあるものの、展開完了後の応力状態を考慮した構造設計法は明らかにされていない。折り畳

み・展開の幾何学条件と展開完了後の力学的性能の両方を満足する構造設計法を確立し、最適な閉多面体形状・材料・断面を特定できれば、閉多面体空気膜構造の展開構造物としての実現性が高まると期待できる。

1.2 展開機構・展開構造物の発展

展開可能な機構に見られる技術は、遡ると文明の歴史と同じくらいの歴史がある言われている^[4]。遊牧民のテントや1世紀に建造されたローマのコロッセオに見られる可動式屋根、傘、椅子などがそうした例であり、古代の事例にみられる展開機構の技術や原理は現代にも受け継がれている。20世紀にはより大規模な展開構造物が登場し、建築家 B.Fuller による、線材で構成される折り畳み可能な「ジオデシック・ドーム」^[5]（図 1.2^[6]）を先駆けに、1949 年 K.Snelson と B.Fuller による展開構造物への応用も考えられるテンセグリティ構造の研究、F.Otto による展開・格納式構造物、張力膜構造に関する研究などが行われ、モントリオール・オリンピックスタジアムの格納式屋根^[7]など、多種多様な展開構造物が設計されるようになった^[8]。

図 1.2 ジオデシック・ドーム^[6]

展開構造物の種類を大きく分類すると、線材で構成されるものと面材で構成されるものに分類される。線材で構成される展開構造物の代表例としてはシザーズ構造が挙げられ、1961 年に E.P.Pinero により考案された可動式劇場（図 1.3^[9]）はその先駆的な作品として知られている。シザーズ型展開構造物はタワー、橋、単層ラチスドーム、宇宙構造物などへも適用されており、現代でも数多く設計・研究が行われている。T.R.Zeigler^[10]、F.Esclang^[11]、C.Gantes^[12]、近藤・川口^[13]の研究などの研究では、展開構造物の重要な問題とされる展開状態の固定法などについて、付加的な固定を必要としないシステムが提案されており、例えば C.Gantes の研究では展開収納過程

で幾何学的な関係によりシザーズに部材が飛び移り現象を起こすことで、展開後は固定なしで安定することが説明されている。

図 1.3 E.P.Pinero により考案された可動式劇場^[9]

一方、面材で構成される展開構造物は、膜面を内圧ガスで膨らませた空気膜構造がその一つであり、1960 年代アメリカではこの構造を衛星構造に適用した ECHO 衛星シリーズが打ち上げられたり、1970 年の大阪万博博覧会では数多くの空気膜構造物が設計されるなど（図 1.4^[14]）、宇宙構造物・地上構造物として長い歴史を持っている。

図 1.4 向ヶ丘遊園展示場^[14]

そのほかにも、折り紙を応用した構造物も面材による展開構造物の一例であり、「ミウラ折り」と呼ばれる展開形態を応用したソーラーアレイや、鏡映対称な筒状の 3 次元展開構造物などの宇宙構造物に多く適用されている（図 1.5^[15]）。近年では宇宙構造物のみならず、建築としての利用を目指す提案も行われ発展を遂げている。Silverberg、Overvelde、Filipov、舘などによる、折り紙構造物の展開可能性に着目した研究や、展開時の剛性に着目した研究、複数の安定点を持つマルチステーブルと呼ばれる性能を持つための幾何学に関する研究など、折り紙構造に関する工学的な研究は近年盛んに行われている。2020 年の Katia らによる研究（図 1.6^[2]）では、折り紙構造の特性と空気膜構造の特性を組み合わせた構造物として Inflatable Origami と呼ばれる構造が提案され、本研究で扱う閉多面体空気膜構造もこれと同様の発想で設計された構造物といえる。

図 1.5 まざまな 3 次元展開構造物の例（上段：収納時、下段：展開時）^[15]

図 1.6 Inflatable Origami^[2]

1.3 膜構造の発展

展開機構と同様、膜構造に見られる技術も古来から世界各地に見られていたものであったが、これが建築物として利用されるようになったのは 20 世紀以降と言われている。膜構造における先駆者的な人物としては F.Otto が挙げられる。1967 年のモントリオール博で完成させた西ドイツ館、1972 年ミュンヘン・オリンピック競技場（図 1.7^[16]）などは代表的な作品として知られている。現代でも膜構造に関する研究は数多く行われ恒久的な建築物としての使用例もみられる。このような膜構造を大まかに分類すると、大きく 3 つの種類があり、骨組膜構造・吊り構造・空気膜構造に分けられる。膜構造の解析には大きく初期形状解析と呼ばれる、構造的な膜応力の釣合条件を満足しつつ設計者の意図する曲面に近い形状を決定する解析と、変形解析と呼ばれる、初期形状解析により決定された曲面に様々な外力が作用した時の変形・膜応力を求め、その安全性を検証する解析に分けられる^[17]。初期形状解析としては石井の等張力曲面を数値解析的に求める手法などがあり、変形解析では膜材に圧縮力が発生することでできる皺の処理などについての研究が行われている。

図 1.7 ミュンヘン・オリンピック競技場^[16]

1.4 金属薄板を使用した閉多面体空気膜構造

金属薄板で構成される閉多面体のうち、平坦に折り畳まれた状態から空気圧を与えることで展開する構造を金属閉多面体空気膜構造と定義する。このような閉多面体を折り畳み・展開可能かつ展開完了後に力学的に成立する形状として実現するには、多面体を構成する皮膜の材料性能も重要な要素となる。

1.4.1 既往研究

薄膜で構成される一般的な空気膜構造は、即時に大空間を得ることができることから大小様々な建築物に応用されているが、持続的な使用に向けては耐久性や居住性の欠如が問題となることも多い。こうした問題の解決策の一つとして、ステンレスやアルミ合金の薄板など、耐久性や居住性の面で薄布よりも有利と考えられる金属薄板を皮膜に用いた空気膜構造（以後、金属膜空気構造）が提案されている [18]。

また、川口は金属膜構造独自の形状決定手法として、柔軟性の問題により偏平曲面に限定されていた金属膜空気構造について、所要の高さを有するしわなし最偏平空気膜曲面（図 1.8）を理論的に発見し、金属膜空気構造への応用を提案している [19]。しかし、これは回転対称なドーム状の曲面に制限されるなどの課題を残している。

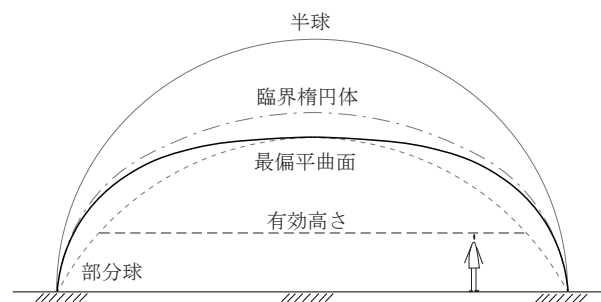


図 1.8 川口により提案された最偏平曲面 [19]

1.5 金属閉多面体空気膜構造の形態解析

薄板で構成される空気膜構造は、主に面内張力で内圧に抵抗する。張力により安定する形状を求めることができれば、大きくて軽量な無柱空間を実現することができる。しかし、こうした張力状態はどのような曲面形状でも実現できるわけではなく、形態の制限がある^[20]。膜に圧縮が生じ容易に皺が発生したり、形態が大きく変わったり、集中応力が発生するような形状は望ましくない。こうした問題を回避するには形状ごとの理想的な応力状態を求める必要がある。

1.5.1 既往研究

理想的な応力状態となる曲面

力学的に望ましい形状はその構造形式によって異なる。膜構造のように柔軟性があり一様な剛性をもつ曲面の場合、面内張力のみで成立する等張力曲面がこれに該当する。等張力曲面に関する研究は膜構造の分野でこれまでに数多く研究されており^{[20][21][22][23]}、八木らは平坦状態（図 1.9(a)）から等張力曲面（図 1.9(b)）を解析的に求める手法を提案している。



図 1.9 八木らによる等張力曲面を解析的に求める方法^[22]

一方、薄膜よりも剛性のある金属など硬い膜を外皮に用いる場合や、面のなす角によって剛性が異なり不均一な剛性の分布となるような多面体を扱う場合などには、わずかに圧縮や曲げが生じるなど膜構造とは力学的な挙動に違いがあるため、等張力曲面が望ましい形状であるとは限らない。さらに、展開構造物として設計する場合には、折り畳み・展開可能とするための幾何学条件から曲面形状が制限されるため、実現できる応力状態には限りがある。本研究では金属薄板で構成される閉多面体空気膜構造を対象するが、この構造の場合、

- 薄膜よりも剛性のある硬い膜を扱う
- 不均一な剛性分布となる
- 幾何学条件による形状の制約がある

といった前述の条件を考慮する必要があることを踏まえると、わずかな圧縮と曲げを許容しつつ、

主に引張で成立する形状が望ましいと考えられる。本論文では、この応力状態を金属薄板の閉多面体空気膜構造における「理想的な応力状態」と定義する。

逆解析による初期形状決定手法

石鹼膜のように等張力で伸び縮みする膜とは異なり、本研究で扱う閉多面体空気膜構造のように硬い膜や、展開図を繋ぎ合わせた膜を膨らませる解析では、初期値として与える形状の影響を受ける。理想的な応力状態とするために「どのような形状を初期形状とするか」を考える問題は、膜構造の裁断形状に関する研究で扱っている、膜曲面形状で望ましい応力状態を実現するために「平面膜をいかなる形状で裁断するか」という問題と類似している。こうした裁断形状に関する研究では、はじめに最終的に実現したい望ましい応力状態となる曲面形状を幾何学的な解析などから求め（一般的には等張力曲面や極小曲面）、そのあとで測地線を利用して曲面を近似的に実現するための裁断形状を決定するという逆解析的な立場が一般にとられている^{[24][25][26][27][28]}。例えば安宅らの測地線を用いた裁断形状決定手法に関する研究^[28]などがある（図 1.10）。

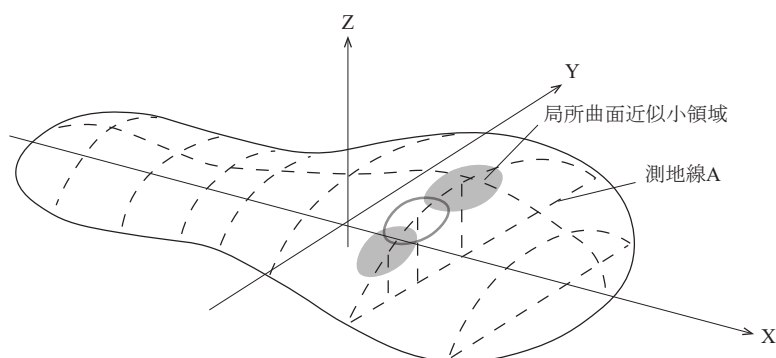


図 1.10 安宅らによる測地線による曲面の近似^[28]

しかし、金属薄板の閉多面体空気膜構造の解析においては、最初に設定する「理想的な応力状態」となる形状が未知であることが問題となる。これは、前述のように金属薄板の閉多面体空気膜構造にとって、等張力曲面が理想的な応力状態であるとは限らず、膜構造の手法が直接採用できないためである。そのため、逆解析的な手法により「理想的な応力状態」となるための初期形状を決定するには、何らかの手段で「理想的な応力状態」となる曲面をつくり、そのあとで曲面を近似的に実現する裁断形状（閉多面体空気膜構造の場合は展開図、もしくはその展開図を繋ぎ合わせた多面体形状）を決定すればよい。この操作は、はじめに折り畳みの条件等は考慮せずに「理想的な応力状態」となる曲面を求め、その後で折り畳みの幾何学条件を満たす形状に補正する操作と同義である。ここで、前述のように本論文では、わずかな圧縮と曲げを許容しつつ、主に引張で成立する

応力状態を「理想的な応力状態」と定義している。

その他の形態解析手法

理想的な応力状態とするために「どのような形状を初期形状とするか」を考える問題については、測地線を用いた逆解析的な手法の他にも、最適化計算により適切な裁断形状を求める手法^[17]、裁断形状とその裁断図を繋ぎ合わせた形状（縫合形状）の組み合わせを探索する同時最適化手法^[29]などが、膜構造を対象に提案されている。安宅は、シェル構造のように、荷重・応力が作用していない状態（自然状態）でも安定する構造とは異なり、空気膜構造のように荷重・応力が作用していない状態が一般に非釣合状態（図 1.11(a)）である構造について、非釣合状態（自然状態）から内圧を受けて安定した釣合状態（基準状態）（図 1.11(b)）を解析する手法を提案している^[30]。また坪田は、測地線に基づく裁断図（裁断平面膜）を繋ぎ合わせた曲面（実初期つり合い状態）では、想定した望ましい応力状態が実現できる保証がないことを指摘し、張力を導入した設計つり合い状態（図 1.12(b)）から、最適化計算により適切な裁断形状（最適裁断平面膜）を求める手法を提案している（図 1.12(a)）^[17]。

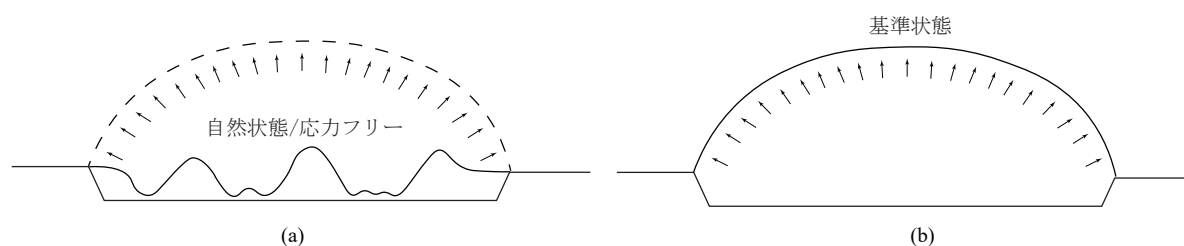


図 1.11 安宅による非釣合形状（自然形状）から釣合形状（基準状態）を決定する手法^[30]

しかし、これらの手法を金属閉多面体に適用しようとした場合、折り畳みの条件や面が干渉が起これないようにするための幾何学的条件の与え方や、力学的な条件を同時に与えることになるため解析の収束性等が問題になり、適用は困難である。

(a)

(b)

図 1.12 坪田による最適化計算により適切な裁断形状を求める手法^[17]

1.6 本論の目的と構成

これまで、金属薄板を用いた閉多面体空気膜構造の利点と現状の形状決定手法における問題点を示した。形態解析においては膜構造の既往研究に類似の手法がみられるものの、閉多面体では剛性の不均一さ、折り畳み時の幾何学条件による形状の制約などから、わずかな圧縮や曲げを許容する必要がある、その手法を単純に適用することができないことが課題に挙げた。そこで本論文では、金属薄板を用いた閉多面体空気膜構造を対象に、折り畳み時の幾何学条件を満たした上で、圧縮や曲げが過大にならず主に引張で成立する閉多面体の形態解析手法を示し、展開完了後の応力状態に着目した構造設計法を提案する。

本論文の構成を以下に示す。

2 章では、幾何学的非線形解析の理論を概説し、折り畳み・展開可能な閉多面体の線材によりモデルする手法を示す。これらをもとに現行の形状決定手法により生成された閉多面体の内圧に対する応力を評価し、問題点を明らかにする。

3 章では、圧縮や曲げが過大にならず、主に引張で成立する閉多面体の形態解析手法を提案し、理想的な応力状態となる曲面と、平坦折り可能な最適形状の生成手法を述べる。

4 章では、前述の形態解析手法を支持条件を単純化した複数の閉多面体に適用し、手法の有効性と汎用性を考察する。

5 章では、形態解析により生成した形状の実現可能性の検討として、実際の金属薄板による閉多面体空気膜構造の設計で想定される骨組を内蔵した構造物について、応力状態の評価とその設計例を示す。

6 章では多面体の面外変形を再現するモデル化を示し、提案する形態解析手法を多面体の各パネルが曲率を持つ形状に適用する。また、非可展面を多面体で近似する手法と低曲率折りにより近似する手法について考察する。

7 章では本研究をまとめ、今後の展望と課題を示す。

2 解析理論とモデル化手法

2.1 幾何学的非線形解析の概要

与えられた荷重に対する部材の変形やひずみが大きい場合には、形が変化することで力の釣合や剛性が変化するため、挙動を正確に把握するには非線形性を考慮した幾何学的非線形解析が必要となる。本研究で対象とする金属薄板を用いた閉多面体空気膜構造についても大変形問題を考慮する必要があるため、幾何学的非線形解析を行う。以下にその理論の概要を示す^[31]。

2.1.1 非線形平衡方程式

荷重・変形のなす空間において、平衡点を結ぶ曲線は平衡経路あるいは釣合い経路と呼ばれる。幾何学的非線形性を考慮しない場合の荷重変形曲線は直線となるが、幾何学的非線形性を考慮する場合は曲線となる。例えば変形に伴い剛性が増加する場合には図 2.1 に示すような曲線となる。

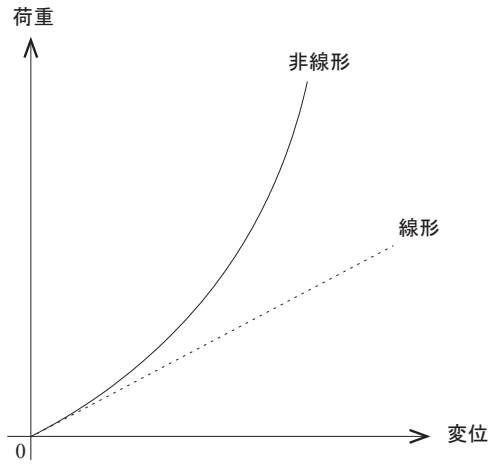


図 2.1 線形・非線形の荷重変形曲線

平衡方程式は、内力による節点力ベクトルを \mathbf{F} 、荷重係数を Λ 、基準荷重ベクトルを \mathbf{p} とすると式 (2.1) のように表される。

$$\mathbf{E} \equiv \mathbf{F} - \Lambda \mathbf{p} = 0 \quad (2.1)$$

式 (2.1) を増分表示すると、平衡経路上での剛性方程式 (2.2) が求められる。

$$\mathbf{K}_T d\mathbf{U} - d\Lambda \mathbf{p} = 0 \quad (2.2)$$

ただし、 \mathbf{K}_T は接線剛性マトリクス、 \mathbf{U} は変位ベクトルである。

2.1.2 平衡経路追跡法とその種類

荷重の増加に伴う加速度が十分に小さい状況を考える。この時の構造物の応力状態を把握するには、平衡経路の形状を特定する必要がある。以下に、経路追跡の手順を概説する（図 2.2）。

まず、非線形平衡方程式 (2.1) を満たす平衡点を計算する。次に、経路上の既知の点を出発点として平衡経路上にある離散的な平衡点を計算する。この計算は、予測子計算と修正子計算と呼ばれる。その後、これらの計算した平衡点の集合をプロットすることで平衡経路の形状を明らかにする。

予測子計算においては、平衡経路上の現在点から予測子を伸ばし、前方の目標点を狙う。ただし、通常の場合、予測子ベクトルの先端は平衡経路から外れるので、非平衡点となる。そのため、この非平衡点を再び平衡経路に引き戻すための反復計算が必要となる。これは修正子計算と呼ばれる。

予測子計算における最も有望な予測子は、現在点における平衡経路の接線ベクトルであるが、この接線予測子の長さの決め方については、多様な手法が提案されている。

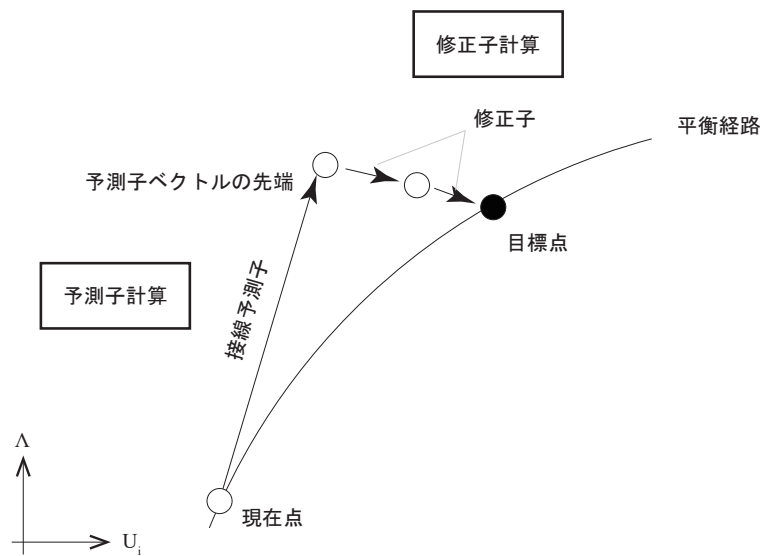


図 2.2 平衡経路追跡法の概要

平衡経路追跡法には導入する制御式により、荷重制御法、変位制御法、弧長制御法などの種類がある。本論文では、荷重制御法による幾何学的非線形解析を行う。以下にその概要を示す。

予測子計算

はじめに、予測子 ($dU, d\Lambda$) を計算する。基準荷重ベクトル \mathbf{p} が与えられた時の基準変位を U_p とすると剛性方程式は式 (2.3) で表すことができる。

$$\mathbf{K}_T \mathbf{U}_p = \mathbf{p} \quad (2.3)$$

基準変位を U_p を用いて剛性方程式 (2.2) を解くと、

$$\begin{aligned} \mathbf{K}_T d\mathbf{U} - \mathbf{K}_T \bar{d\Lambda} \mathbf{U}_p &= 0 \\ d\mathbf{U} &= \bar{d\Lambda} \mathbf{U}_p \end{aligned} \quad (2.4)$$

1 ステップの荷重増分を $\bar{d\Lambda}$ とすると荷重制御法における条件は、

$$d\Lambda = \bar{d\Lambda} \quad (2.5)$$

式 (2.4), 式 (2.5) が予測子計算で解くべき方程式となる。この予測子を予測子計算前の平衡点 (U, Λ) に加えて予測子の先端点 (非平衡点) を求める (図 2.3)。

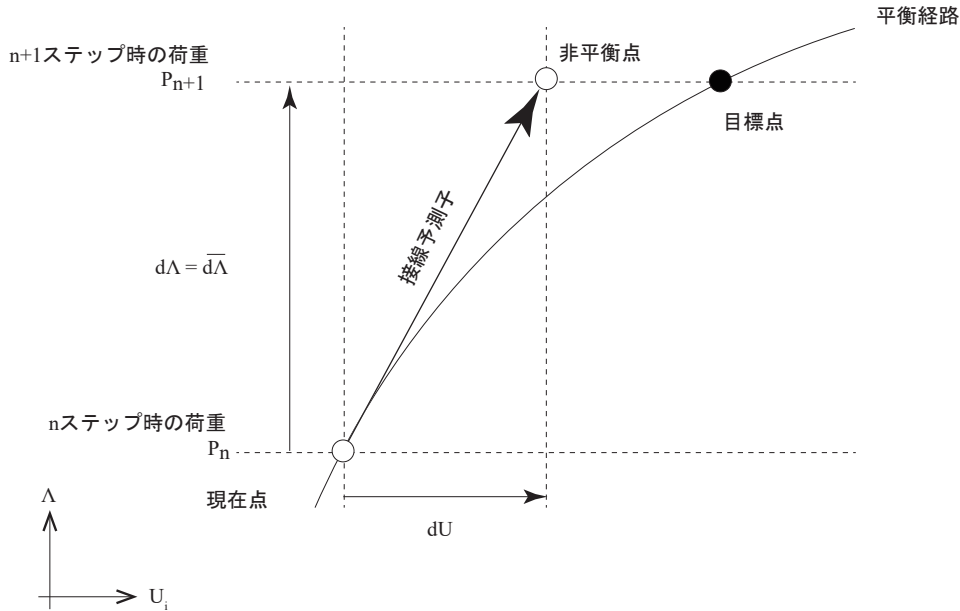


図 2.3 予測子計算の概要

修正子計算

次に、非平衡点を平衡経路に十分近づけるために必要な修正子 $(\delta U, \delta \Lambda)$ を計算する。平衡経路から外れた非平衡点を平衡経路に戻すための修正子計算は、ニュートンラフソン法により行い、残差ベクトル $\mathbf{E}(U, \Lambda)$ を用いて以下のように表される。

$$\mathbf{K}_T \mathbf{U} - \delta \Lambda \mathbf{p} = -\mathbf{E}(U, \Lambda) \quad (2.6)$$

荷重制御の修正子計算では、

$$\delta \Lambda = 0 \quad (2.7)$$

となる。式 (2.6)、式 (2.7) から以下の方程式を解き、変位 \mathbf{U}_E を求める。

$$\mathbf{K}_T \delta \mathbf{U}_E = -\mathbf{E} \quad (2.8)$$

この変位 \mathbf{U}_E を用いて修正子を計算する。

$$\delta \mathbf{U} = \delta \mathbf{U}_E \quad (2.9)$$

この修正子計算は、残差ベクトルのノルム $|\mathbf{E}| = \sqrt{\mathbf{E}^T \mathbf{E}}$ が十分小さくなるまで繰り返す（図 2.4）。以上の予測子・修正子計算を指定した荷重に達するまで行い平衡経路を特定する。

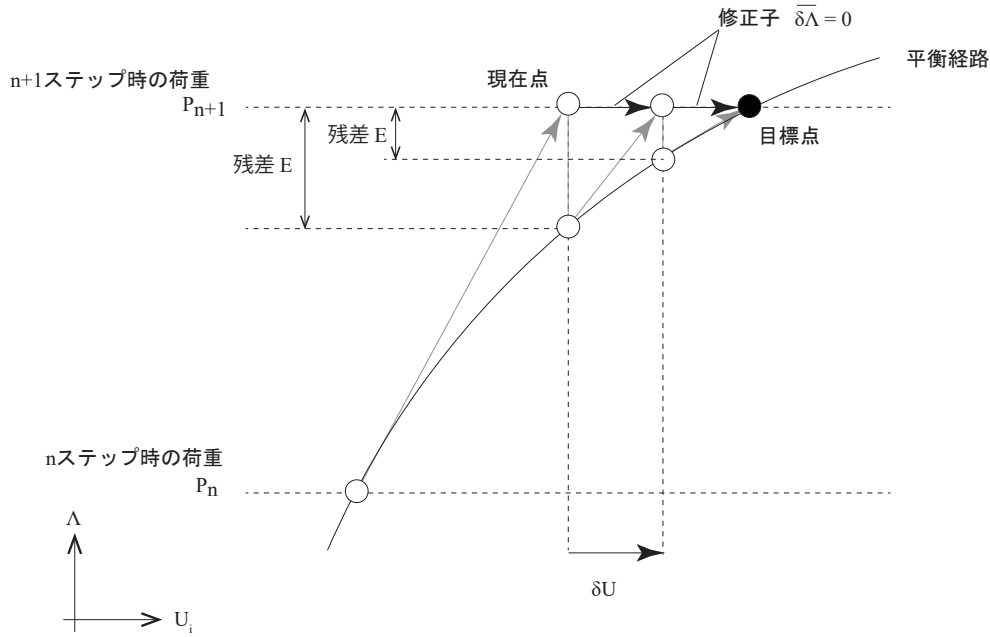


図 2.4 修正子計算の概要

2.1.3 接線剛性マトリクスの導出

有限要素法において、仮想仕事法の原理から剛性マトリクスを導く。

ひずみエネルギー V と外力のなす仮想仕事 W は、Castigliano の定理により、式 (2.10) のように導かれる。部材要素の節点内力を F_{ij} 、節点外力を P_{ij} とする。

$$F_{ij} = \frac{\partial V}{\partial u_{ij}} = \mathbf{k}_e u_{ij} \quad (2.10)$$

$$P_{ij} = \frac{\partial W}{\partial u_{ij}} = \mathbf{k}_g u_{ij} \quad (2.11)$$

各部材の局所座標で導かれる要素剛性マトリクス $\mathbf{k}_e, \mathbf{k}_g$ を全体座標系で重ね合わせると、式 (2.10)(2.11) は以下の方程式で表される。

$$\mathbf{F} = \frac{\partial V}{\partial \mathbf{u}} = \mathbf{K}_E \mathbf{u} \quad (2.12)$$

$$\mathbf{P} = \frac{\partial W}{\partial \mathbf{u}} = \mathbf{K}_G \mathbf{u} \quad (2.13)$$

全体弾性剛性マトリクス \mathbf{K}_E 、全体幾何剛性マトリクス \mathbf{K}_G はそれぞれ構造系全体の断面、応力の情報を反映している。これらを重ね合わせることで、接線剛性マトリクス \mathbf{K}_T が求められる。

$$\mathbf{K}_T = \mathbf{K}_E + \mathbf{K}_G \quad (2.14)$$

2.1.4 幾何学的非線形解析における設定

幾何学的非線形解析の計算には構造解析ソフトウェア Pezzettino を用いる。本論文では主に荷重制御による幾何学的非線形解析を行うが、形状によっては変形が発散し解析不可能となる場合がある。この原因としては以下のように考えられる。

- 設定した増分解析のステップ数や収束計算の繰り返し回数が適切な値を与えられておらず本来の釣合経路からずれてしまっている
- 接線剛性行列が非正則となり釣合経路が見つからない

前者の場合、試行錯誤により適切な設定を与えることになるが、荷重刻み (Nstep) のうち解析初期ステップ (FirstNStep) の荷重増分を細かく与えることで収束しやすくなる場合がある (図 2.5)。後者の場合、入力する剛性を操作したり、形状を釣合形状に近づける等の操作が必要になる。

本論文ではステップなどの条件を変更しても解析が発散してしまう場合には、ニュートンラフソン法を用いず単に荷重を増分的に与える荷重増分解析により代用することとする。この計算には構造解析ソフトウェア Hogan を用いる。荷重刻みが十分細かい場合に限りニュートンラフソン法を用いて不釣合力を解消せずに、単に荷重を増分的に与える荷重増分解析 (以降、単純な増分解析) により代用することも可能であると考えられるが、非線形性の強い形状では結果が異なる場合があるため注意する。

なお、本論文で扱う増分解析の荷重刻みは、基本的に幾何学的非線形の場合は 200 (形態解析前の形状については $Nstep=200/FirstNStep=190$ もしくは $Nstep=500/FirstNStep=480$)、単純な増分解析の場合は 100 とする。

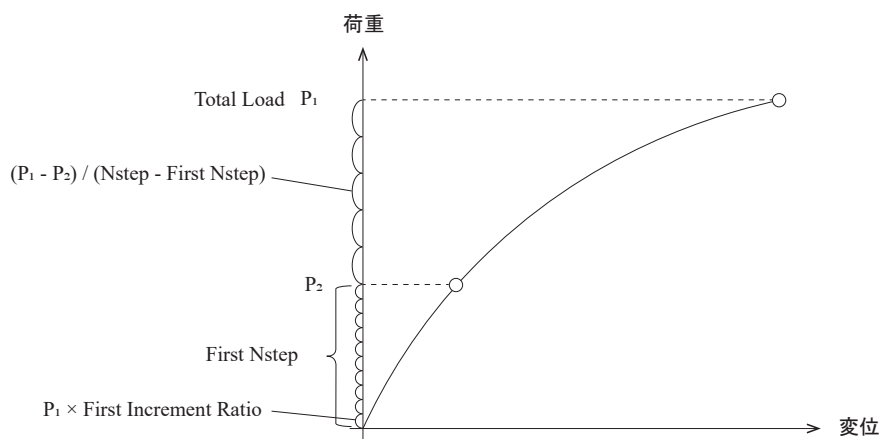


図 2.5 解析初期ステップの荷重増分を細かくした幾何学的非線形解析

なお、5 章で示す詳細モデルの解析においては、あらかじめ面外方向に節点を移動させておく

収束性が良い。本論文では、解析が発散する場合には、後述する形態解析の 1 ループ目で単純な増分解析を行い、面外に膨らませた形状とした上で、2 ループ目以降の解析を行っている。

2.2 折り畳み・展開可能な閉多面体の生成

2.2.1 平坦折り最適化

任意の多面体から平坦折り可能な多面体形状を生成する。平坦折り条件は、頂点に集まる角度が $\theta_1, \theta_2 \sim \theta_n$ と表されるとき、

- n が偶数
- $\sum_{k=1}^n \theta_{2k} = \sum_{k=1}^n \theta_{2k+1}$

となる。上記の線形条件を拘束条件として与え、長さと角度をパラメータに全節点でこれらの条件を満たすようにニュートンラフソン法や共役勾配法による最適化を行う。これにより、与えられた初期形状の近傍で平坦折り可能となる多面体形状を得る（図 2.6）。計算は折り紙展開シミュレーションソフトウェア FreeFormOrigami^[32] により行う。折り畳まれた状態で面の干渉が発生する場合には、節点を動かし干渉しないようにした上で改めて平坦折り最適化計算を行う（図 2.7）。

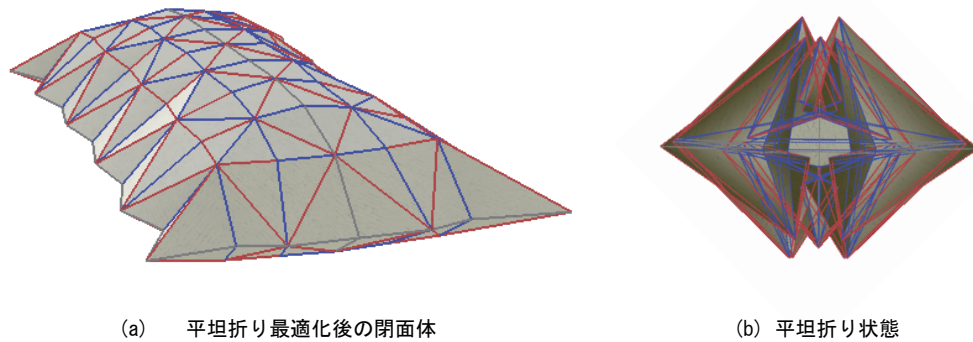


図 2.6 平坦折り最適化された閉多面体

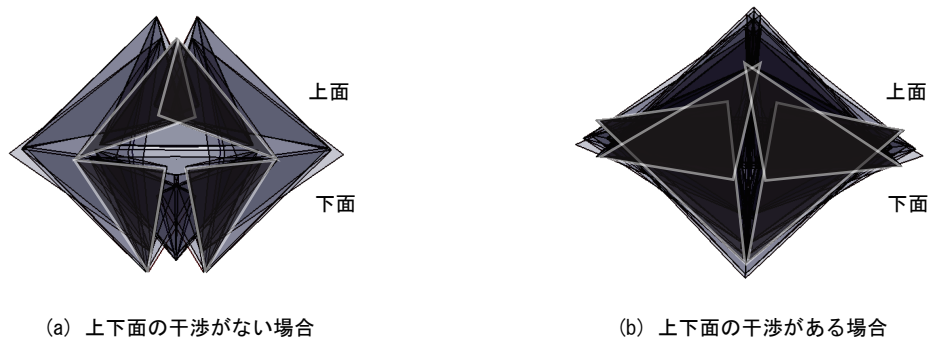


図 2.7 面の干渉

2.2.2 飛び移り現象を伴う閉多面体

閉多面体はフイゴの定理から内部の体積変化を生じる変形ができないため、折り畳まれた状態から展開する過程では面内ひずみを伴う。しかしひずみを適切にコントロールすると、複数の安定点を動的に移行する機構を設計できる。この現象は飛び移り現象（snapping, 飛び移り座屈）と呼ばれる座屈現象の1つで、例えば、折り畳まれた状態と展開完了状態の2点で安定点を持つ bistable な閉多面体を生成できる^[3]（図 2.8）。この閉多面体は、展開完了後に内圧を与え続けなくても自立できるという特徴がある。本論文では平坦折り最適化後の形状が、自立した形状と考える。

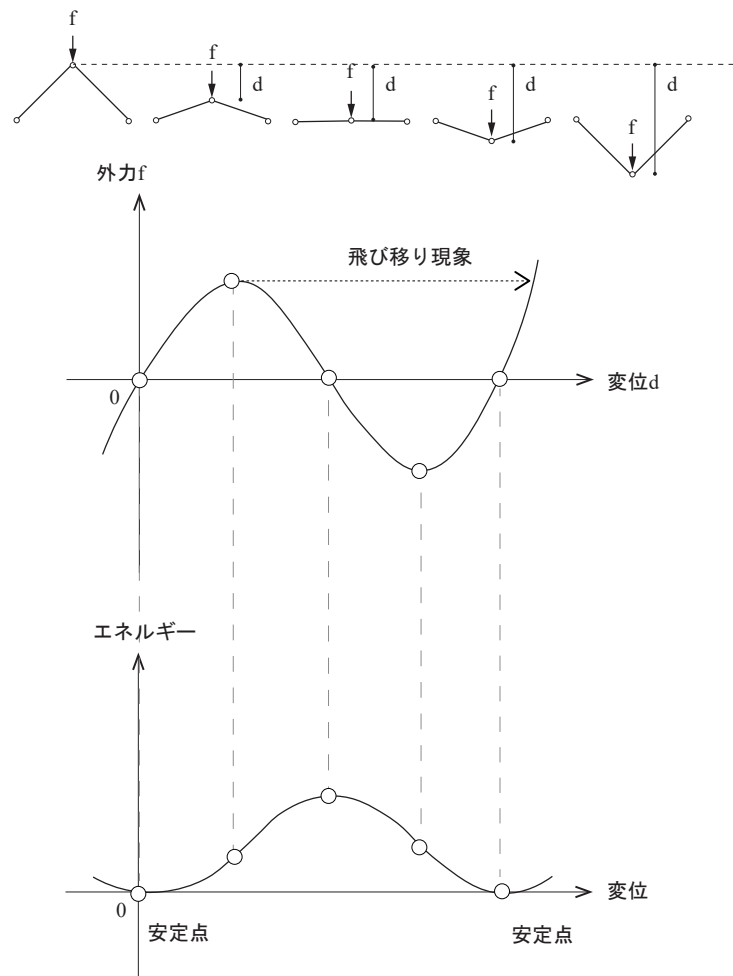


図 2.8 飛び移り現象の概要

2.3 線材置換による閉多面体のモデル化

形態解析では多面体を線材置換したモデルによる有限要素法を用いた数値解析を行う。多面体の稜線を線材置換したモデル化手法を説明する。なお、本章以降での数値解析条件および結果は $1\text{tf} = 10\text{kN}$ とし、重力単位系に換算した場合の数値がより精度の高い数値とする。

2.3.1 稜線の線材置換

多面体の稜線に沿って線材を配置した図のような稜線モデルを作成する。部材の接合は全て剛とする。各部材の断面はその部材を共有する面のなす角を反映した V 字断面とし、角度に応じて 3 種類、部材の方向に応じて 2 種類（縦横材 A、斜め材 B）、合計 6 種類の断面（A1～A3, B1～B3）を設定する。

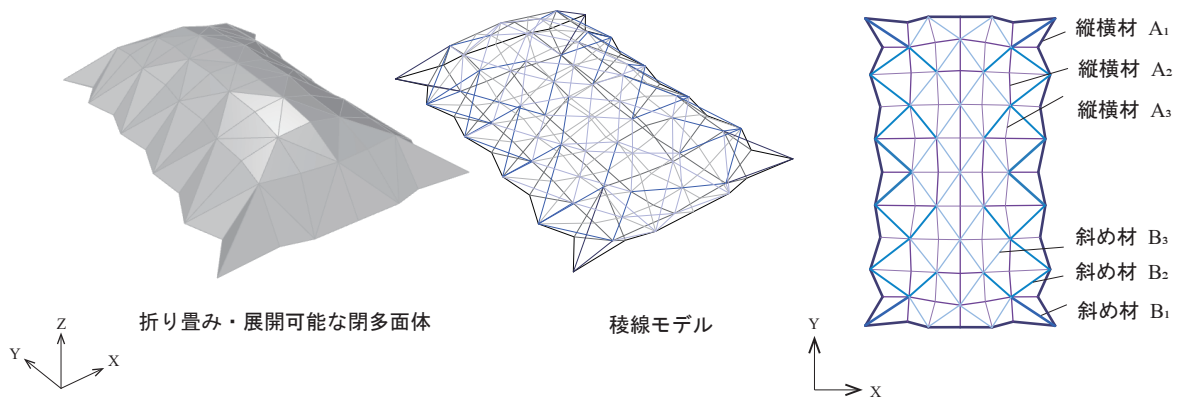


図 2.9 稜線モデルの概要

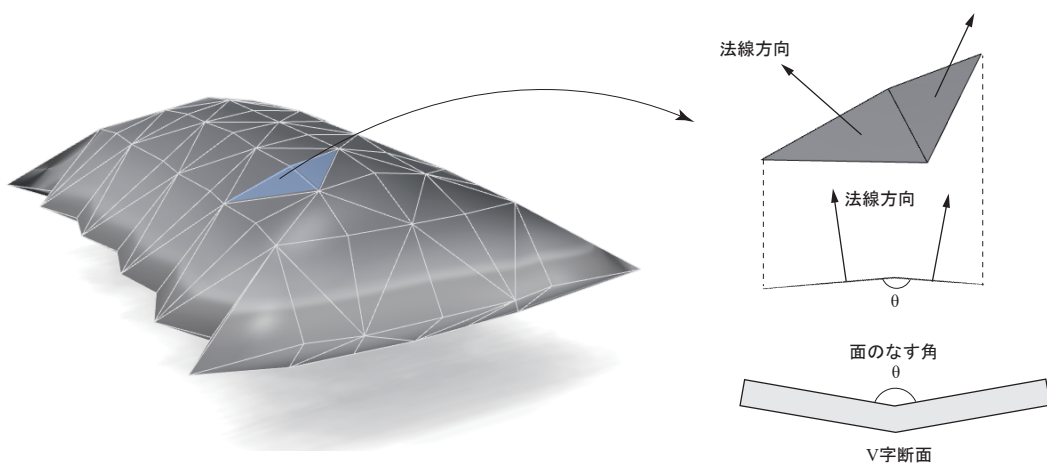


図 2.10 V 字断面の概要

V 字形断面における断面の設定について説明する（図 2.11）。軸剛性の有効幅 $B_{\text{軸}}$ を部材ピッチの 100% とし、板厚 t とすると断面積 $Area$ は

$$Area = B_{\text{軸}} t \quad (2.15)$$

で表される。部材の成す角を θ 、面外曲げ剛性の有効幅を $B_{\text{曲}}$ とすると、面外曲げ剛性 I_{xx} は

$$I_{xx} = t' B_{\text{曲}}'^3 / 12 \quad (2.16)$$

で表される。この時 t' 、 $B_{\text{曲}}'$ はそれぞれ

$$t' = 2t / \cos(\theta/2) \quad (2.17)$$

$$B_{\text{曲}}' = B_{\text{曲}} \cos(\theta/2) \quad (2.18)$$

である。面内曲げ剛性 I_{yy} は $I_{yy} = 0.0001 \text{cm}^4$ とし、部材の面内曲げによる応力伝達は期待しない。サンプナンねじり係数は面内曲げ剛性の有効幅を用いて、

$$VEN = 2/3 B_{\text{曲}} t^3 \quad (2.19)$$

で計算することとする。

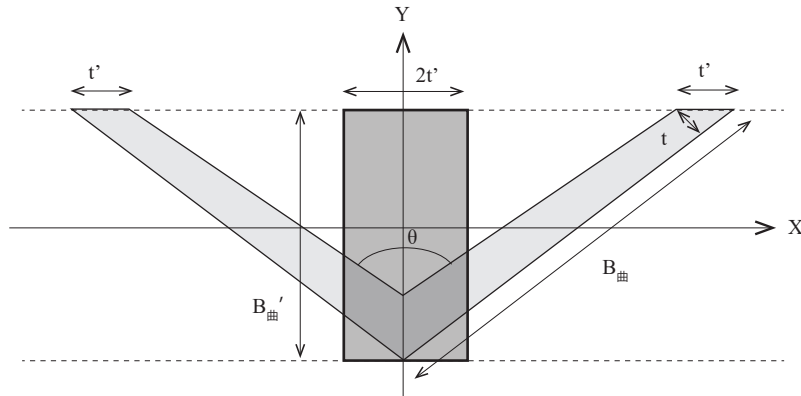


図 2.11 断面の設定

2.3.2 V 字断面の面外曲げ剛性に関する有効幅

面外曲げ剛性の有効幅は幅厚比から求める。幅厚比は部材断面を構成する平板要素の板幅と板厚の比で表され、局部座屈に対する抵抗性を示す値である。幅厚比が大きい場合、板要素の局部座屈が全体座屈よりも先行して発生し、全断面が有効に働かなくなり部材体力の低下をきたす^[33]。稜線を線材置換したモデルでは多面体の面内に部材がないため、この局部座屈を検出することができず、V 字断面の曲げ剛性の有効幅を軸剛性の有効幅（部材ピッチの 100%）と同じとした場合には危険側となる場合がある。そこで本論文では、座屈解析を行い局部座屈モードから全体座屈モードに切り替わる時点の幅厚比をもとに全体座屈が先行する板幅を算出し、局部座屈が発生しない V 字断面の面外曲げ剛性の有効幅を決定する。

2 解析理論とモデル化手法

解析形状は部材交点に節点を設けた図 2.12 のようなモデルとし、多面体の成す角を一定に保った状態で V 字の長さ $B_{\text{曲}}$ を変化させ座屈モードを観察する。表 2.1 に解析条件を示す。なお、この部材の軸剛性及び曲げ剛性の有効幅は、部材ピッチの 3/4 倍とする。この計算は 6 章で後述する詳細モデルでの有効幅の算出方法に倣う。

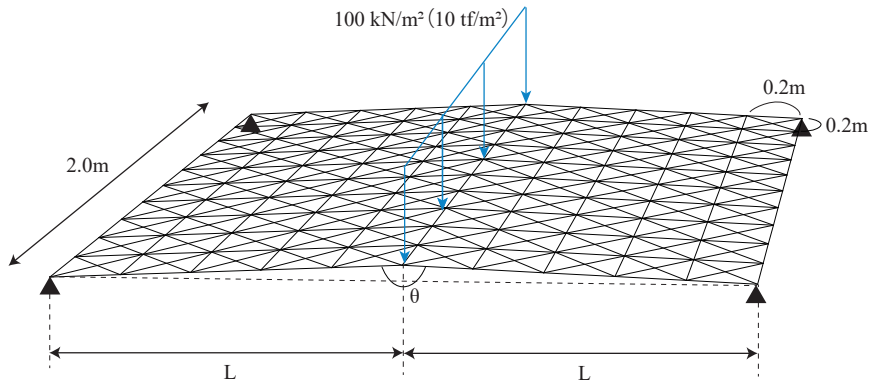


図 2.12 V 字断面面外曲げ剛性の有効幅検証モデル

表 2.1 解析条件

数値解析	静的線形解析
成す角 θ	175 [°]
支持条件	▲：XYZ 固定支持
接合条件	全て剛接合
部材断面	長方形断面
板厚	2 [mm]

座屈モードは $B_{\text{曲}}=401[\text{mm}]$ で端部が座屈するモードから全体が座屈するモードへと切り替わることが確認された（図 2.13）。このことから、局部座屈が発生しない有効な幅厚比 $B_{\text{曲}}/t$ は

$$B_{\text{曲}}/t = 401/2 = 200.5 \quad (2.20)$$

となる。本論文では、約 2 倍の安全率を見込み幅厚比 $B_{\text{曲}}/t=100$ として曲げ剛性の有効幅を決定する。

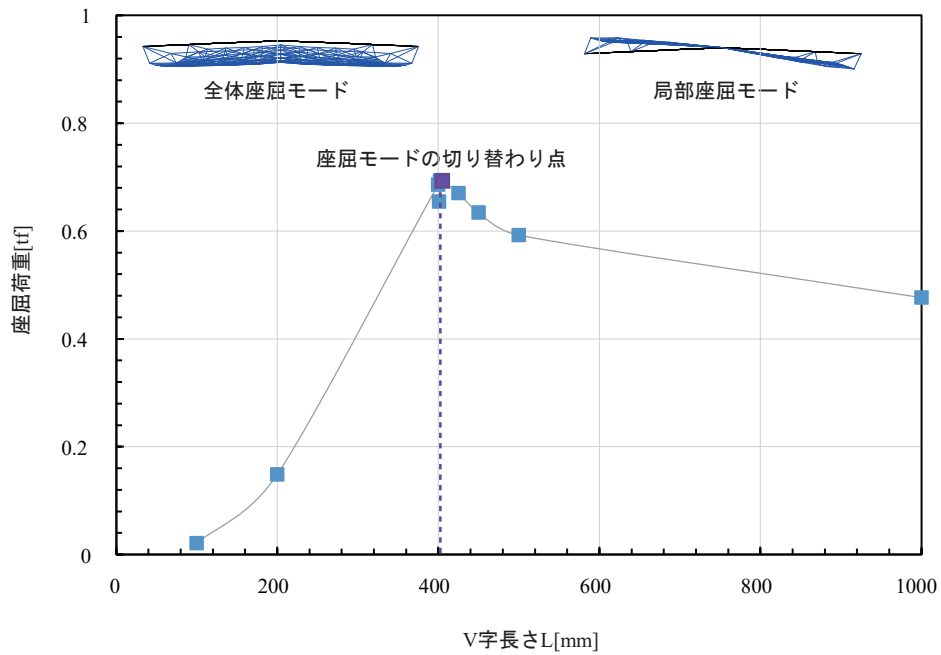


図 2.13 座屈解析結果

2.4 現行の設計手法における課題

2.4.1 展開途中の挙動に着目し設計された閉多面体

折り畳み・展開可能な閉多面体の形状を考える。現行の多面体の設計では、展開途中の挙動や折り畳みの幾何学条件のみを考慮して決定されている^{[2][3]}。最近の研究では、下田によりユニットと呼ばれる複数の閉多面体の集合を組み合わせることで閉多面体を生成する手法が提案され、展開時の挙動に着目した解析により閉多面体形状が満たすべき幾何学条件が明らかになった^[3]（図 2.14）。しかしこれらの手法は、展開完了後の応力状態を考慮して形状決定が行われていないため、展開完了後に想定される外力に耐えられず、展開自体は可能でも展開後には力学的に成立できない可能性がある。

図 2.14 下田による複数のユニットを接続し生成された閉多面体^[3]

2.4.2 解析概要

現行の設計手法に倣い、幾何学条件のみを考慮した幅方向 10m、長手方向 16.17m の平坦折り可能な閉多面体（図 2.15）について、内圧に対する応力状態を評価する。

本章における解析は、多面体の稜線を線材置換した稜線モデルによる有限要素解析とし、1 気圧の内圧分の外力を各節点の法線方向に節点荷重として与え、荷重増分による幾何学的非線形解析を行う。材料はアルミニウム合金 A7178-T6 とし、板厚は 2mm とする。荷重条件としては内圧のほかに、アルミニウムの比重 2.7 と外皮の積載荷重 0.1kN/m^2 を考慮し、本論文では各部材の比重としてこれらを与えることとする（表 4.4）。各節点の詳細な座標については付録 A に記載する。

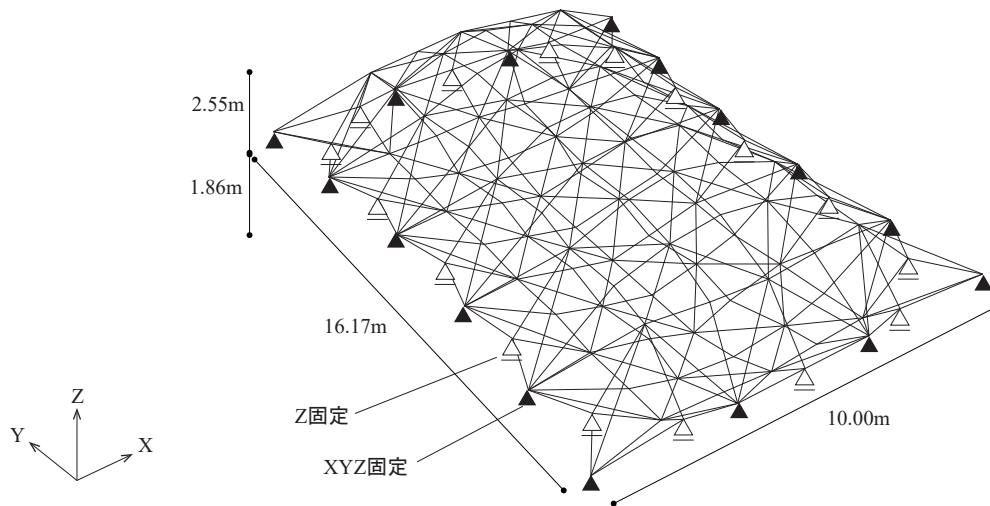


図 2.15 解析対象モデルの概要

断面は前述の通り 6 種類設定し（表 2.3）、角度 θ を以下の 3 種類に分類し、その平均を各断面の角度とする。各部材の軸剛性の有効幅は部材ピッチの 100%、曲げ剛性の有効幅は 2.3 で示した解析を踏まえ幅厚比から決定する。面内曲げ剛性については $I_{yy}=0.0001\text{cm}^4$ とする。

- $\theta < 115^\circ$
- $115^\circ \leq \theta \leq 170^\circ$
- $170^\circ < \theta$

2 解析理論とモデル化手法

表 2.2 手法 2 における解析条件

数値解析	幾何学的非線形解析
形状	10 × 16.2 × 4.4 [m]
支持条件	▲：XYZ 固定支持，その他上下境界端：Z 固定支持
接合条件	全て剛接合
基準内圧	1 気圧 101.35 [kN/m ²]
外皮材料	アルミニウム合金 A7178-T6
ヤング率	71400 [N/mm ²]
比重	2.7
外皮積載	0.1 [kN/m ²]
ポアソン比	0.333
部材断面	V 字断面
板厚	2 [mm]

表 2.3 断面諸元

	角度 [°]	部材の方向	軸剛性の有効幅 B _軸 [mm]	断面積 Area[cm ²]	面外曲げ剛性 I _{xx} [cm ⁴]	ねじり係数 VEN[cm ⁴]
101	91	縦横材	1282	25.6306	131.0063	0.1067
102	91	斜め材	2270	45.4086	131.0063	0.1067
103	162	縦横材	1295	25.8919	6.5258	0.1067
104	162	斜め材	1996	39.9280	6.5258	0.1067
105	178	縦横材	1244	24.8712	0.0812	0.1067
106	178	斜め材	1715	34.2968	0.0812	0.1067

2.4.3 対象形状の形態解析前の応力状態

現行の設計手法に倣い、幾何学条件のみを考慮して生成された形状（以降、形態解析前の形状）について、幾何学的非線形解析を行い、1 気圧の内圧に対する応力を評価する（図 2.16、表 2.4）。結果を分析すると、中央部付近に過大な圧縮力が生じていることが分かる。圧縮力が多く生じると皺が発生し、構造物の精度に影響を与えるほか、意匠上の問題や、材料強度まで部材断面を活かすことができず、本来の耐力を発揮できないといった問題が生じる。また、圧縮力と釣り合うように残りの部材に過大な引張力が発生し、結果として必要な板厚や重量が増すため、軽量化が重要な要素となる展開構造物においては望ましい形状とは言い難い。

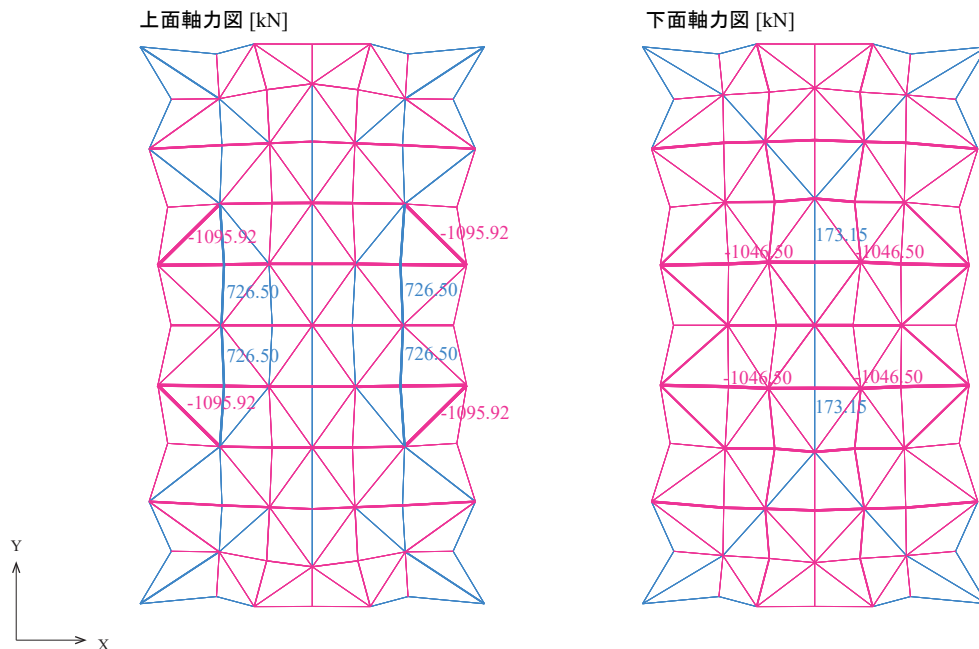


図 2.16 形態解析前の形状での応力状態 [kN]（正が圧縮）

表 2.4 解析結果

	形態解析前
最大引張応力 [kN]	1095.92
最大圧縮応力 [kN]	726.50
最大引張応力度 [N/mm ²]	420.9
最大圧縮応力度 [N/mm ²]	291.5
圧縮部材本数 [本/193 本]	76

2.5 結論

本章では、形態解析の前提となる幾何学的非線形解析を概説し、平坦折りされた閉多面体の生成手法および多面体の稜線を線材置換したモデル化手法を提案した。閉多面体の展開途中の挙動に着目し形状決定される現行の設計手法では、展開完了後に内圧に対して圧縮力が過大に発生する形状となっていることが明らかとなった。圧縮力が発生すると皺が生じ（図 2.17）、意匠上の問題や、本来の耐力を発揮できない等の問題が生じるほか、圧縮力とつり合うように過大な引張力が発生するため、結果として必要な板厚や重量が増し、展開構造物として望ましい形状になっていないといえる。このことから、上記の問題を回避するには、折り畳みの幾何学条件を満たしながら、より圧縮応力が少ない全体形を探索する必要性がある。

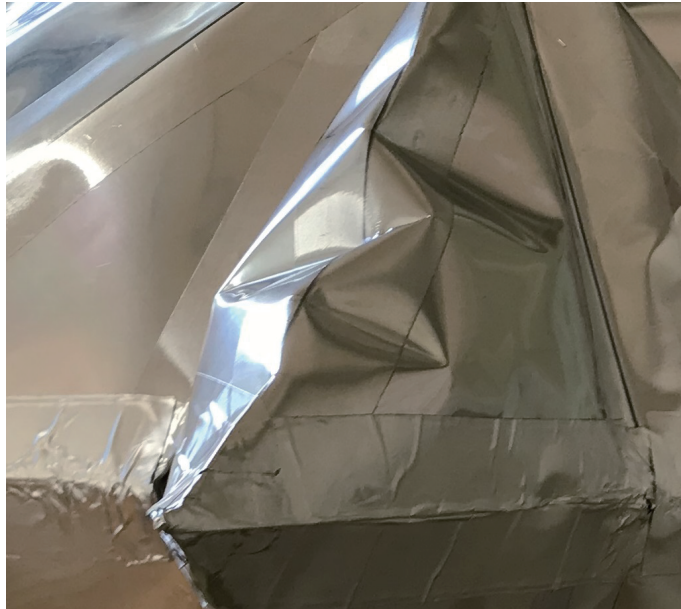


図 2.17 しわが生じる様子

3 形態解析手法の提案

3.1 序

折り畳みの幾何学条件を満たしながら、より圧縮応力が少ない全体形を探索するには、幾何学条件と力学条件を同時に満たすような最適化を行うことなどが考えられるが、閉多面体空気膜構造においては1章で述べたように最適化問題の構築にあたり課題が多い。そこで、本論文では応力状態の変化を許容して後から幾何学条件を与える手法を提案する(図3.1)。具体的には、「理想的な応力状態」となる曲面を生成した後で、平坦折りの幾何学条件を与える。これは1章で述べた逆解析的な解析手法を、閉多面体空気膜構造に応用した手法であるともいえる。

「理想的な応力状態」となる曲面を生成する過程では、閉多面体空気膜構造の「理想的な応力状態」として本論文で定義した、わずかな圧縮や曲げを許容しつつ主に引張で成立する応力状態を実現する全体形を探索するため、内圧を与えて膨らませる解析を行う。この解析の初期形状は、折り畳み・展開可能なことが分かっている閉多面体の立体展開状態とする。

次に、折り畳み条件を満たすための補正をする過程では、平坦折り最適化を施し閉多面体を平坦に折り畳み可能な形状に補正する。この操作を行うのは、内圧を与える過程で、初期形状として与えた折り畳み可能な閉多面体の形状が変化し、解析後の形状では折り畳めない形状となっている可能性があるためである。

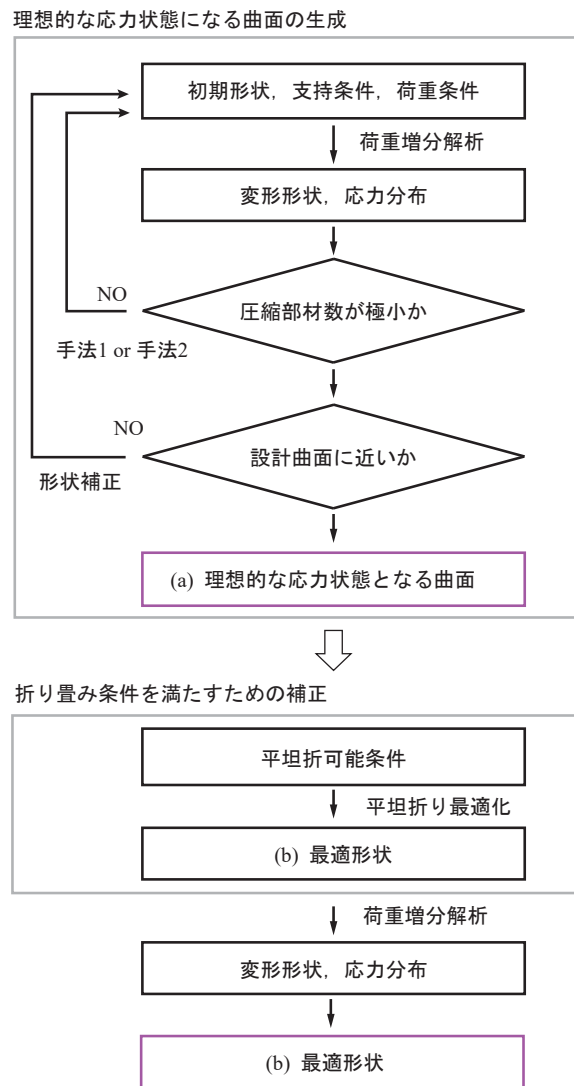


図 3.1 本論文で提案する形態解析手法の流れ

3.2 理想的な応力状態となる曲面の生成

「理想的な応力状態」となる曲面の生成段階を細分化すると、わずかな圧縮や曲げを許容しつつも引張で成立する応力状態をつくるために圧縮材の数を極小化する過程と、内圧を与えて膨らませた形状を設計曲面の近傍の形状となるよう補正する過程に分かれる。本節では、圧縮材の数を極小化する方法として提案する形状更新法（手法 1）と荷重倍率更新法（手法 2）について説明する。

3.2.1 手法 1：形状更新法

内圧を与えて膨らませる解析を行いながら、初期形状を逐次更新していく方法を形状更新法と呼ぶ。具体的には、初期形状に基準内圧（1 気圧）を与えて荷重増分解析を行い、求めた形状を内圧も応力もないものとして新たな初期形状として採用する。この操作を繰り返し、発生する圧縮部材数がより少ない形状を選択していく（図 3.2）。

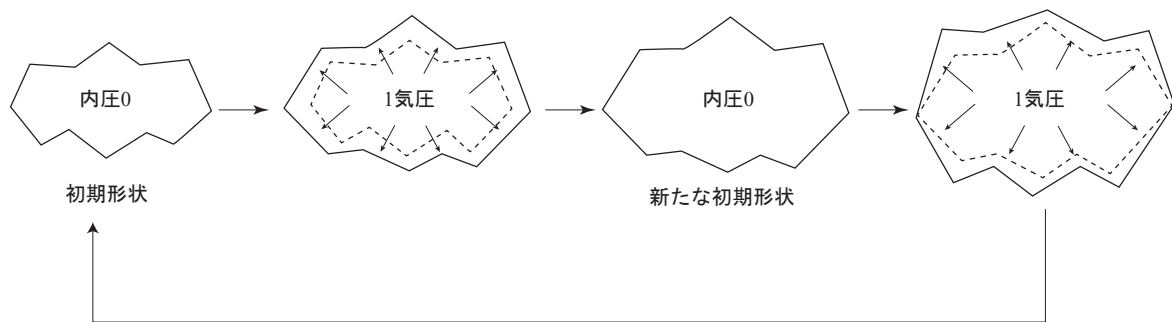


図 3.2 形状更新法（手法 1）の流れ

本論文では、初期形状に内圧を与え新たな初期形状を生成する操作をループと呼ぶ。このループは、圧縮部材が減らなくなる、もしくは、閉多面体中央部の圧縮がなくなるまで繰り返し行う。ただし、10 回を上限とする。以下、手法 1 を用いた形態解析手法の詳細な手順を説明する。

1. 初期形状の設定

まず形態解析の初期形状を設定する。1章で言及したように、石鹼膜のように等張力で伸び縮みする膜とは異なり、本研究で扱う閉多面体空気膜構造のように、展開図に沿って繋ぎ合わせた硬い膜を膨らませる解析では、初期値として与える形状の影響を受ける。本論文では、この初期形状として、2章で示した折り紙のシミュレーションソフトウェアを活用して、折り畳み・展開可能な閉多面体形状を探索する。この結果得られる平坦折り可能な閉多面体は、折り畳み時と展開完了形状で安定点を持つ構造であるため、荷重のない状態で自立する形状が存在する。本論文ではこの形状を1ループ目の初期形状とする。なお、形状更新法では、2ループ目以降はこの形状を内圧で膨らませた形状を新たな初期形状とする。

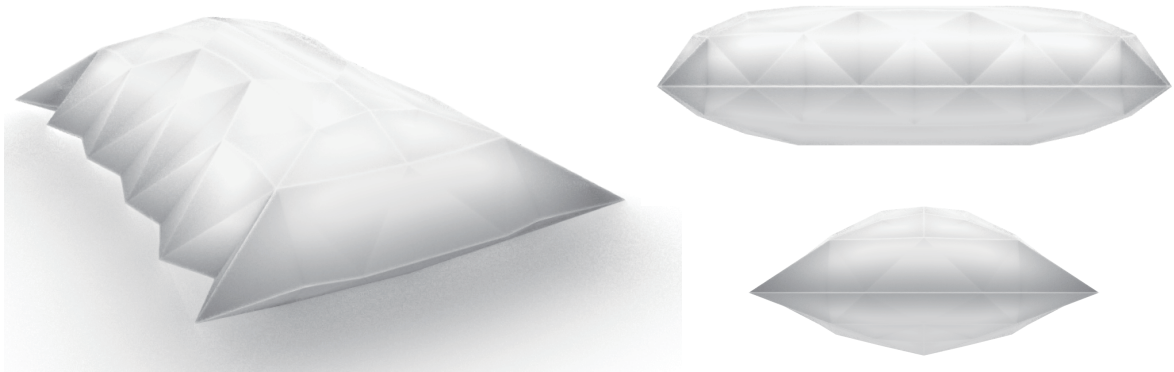


図 3.3 形態解析における初期形状と仮定する平坦折可能な閉多面体

2. 荷重条件・支持条件の設定

次に荷重条件と支持条件を設定する。内圧は、1 ループ目の初期形状の法線方向に節点荷重として基準内圧（1 気圧 101.325kN/m^2 ）を与える。頂点における法線方向は、頂点を共有する各パネルの法線方向を足し合わせることで計算する。内圧を与える方向については、厳密にはループ内の荷重増分解析の各ステップで修正する必要があるが、本論文ではその影響は小さいとしてループ毎に法線方向を計算する方法を採用している。支持条件については、上下面を重ね合わせたときに共有する $Z = 0$ の部材（以後、上下境界部材）の端点を支持することとする。これは 5 章で後述する閉多面体の中に骨組を内蔵した構造物を想定し、支持条件を単純化したモデルとするためである。なお、適切な支持条件の設定については 5 章で詳細に検討する。

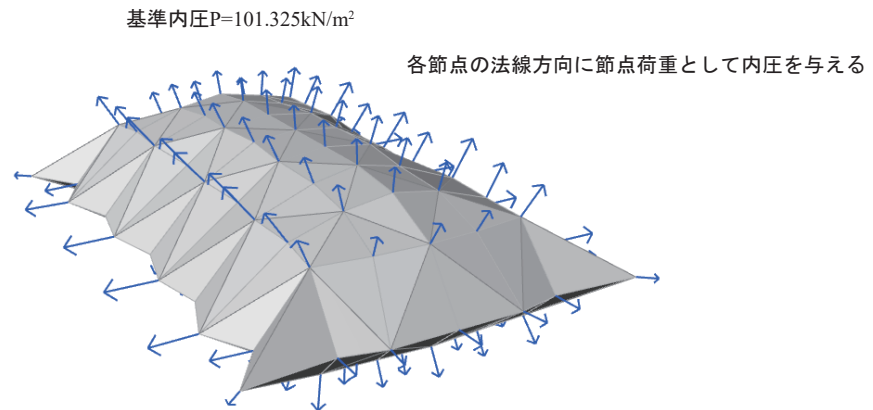


図 3.4 基準内圧（1 気圧）を各節点の法線方向に与える様子

3. 理想的な応力状態になる曲面の生成

初期形状、支持条件、荷重条件を設定した後、荷重増分の幾何学的非線形解析を行い、基準内圧に対する変形と応力分布を得る。圧縮部材が減らなくなる、もしくは、閉多面体中央部の圧縮がなくなる状態を、圧縮材の数が極小化され概ね引張で成立する「理想的な応力状態」とする。理想的な応力状態と異なる場合には、内圧で膨らませた形状を新たな初期形状として 1,2 の操作を繰り返す行う。この時発生している応力や内圧はゼロにする。図 3.5 に「理想的な応力状態」となるまで形態解析を繰り返す様子を示す。

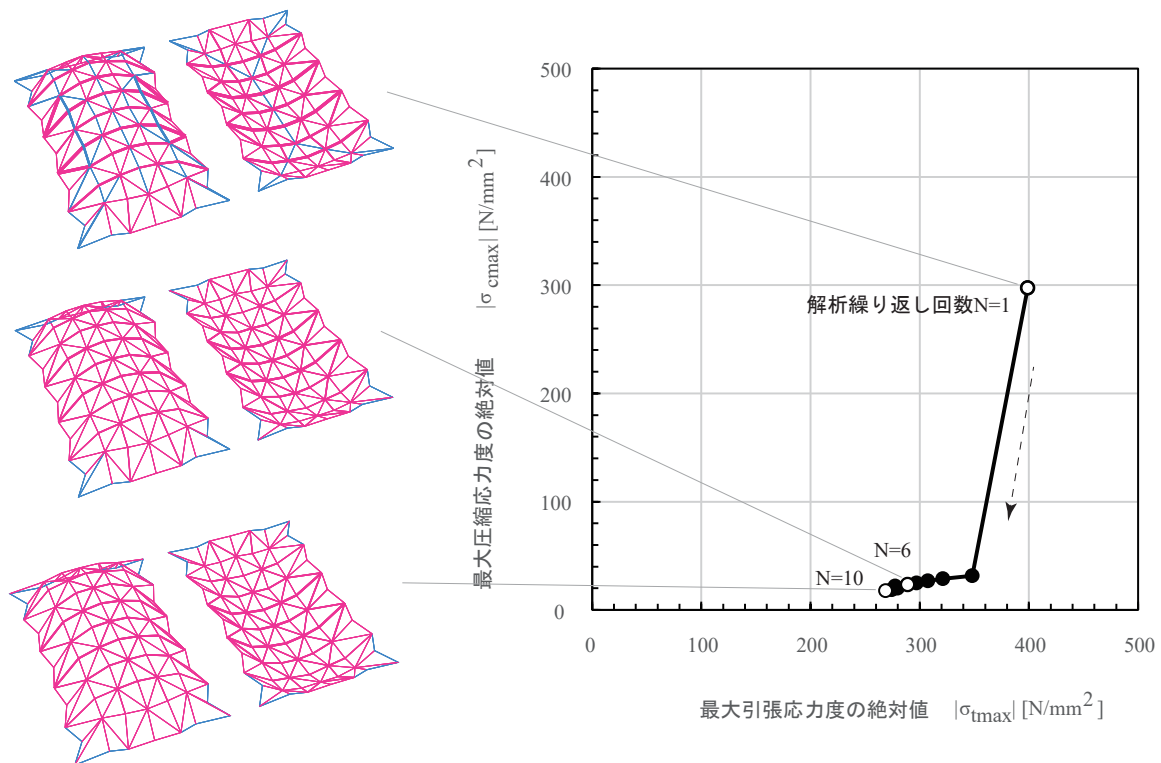


図 3.5 手法 1 を適用した場合の応力分布の変化

3.2.2 手法 2：荷重倍率更新法

手法 1 では初期形状を更新することで理想的な応力状態となる形状を求めた。手法 2 は、初期形状から形状を変更するのではなく、内圧として与える荷重の大きさを逐次更新する方法であり、本論文ではこれを荷重倍率更新法と呼ぶ。

この手法では、荷重増分による幾何学的非線形解析を用いて、ゼロから指定した大きさまで内圧を与え続け、圧縮材が減らなくなる、もしくは、閉多面体中央部の圧縮がなくなるまで、少しずつ膨らませていく解析を行う。圧縮材が極小化された形状が得られたら、応力を開放した上でその形状に対し改めてゼロから 1 気圧の内圧を与え、1 気圧の内圧に対する応力を得る（この操作を規準化と呼ぶ）（図 3.6）。

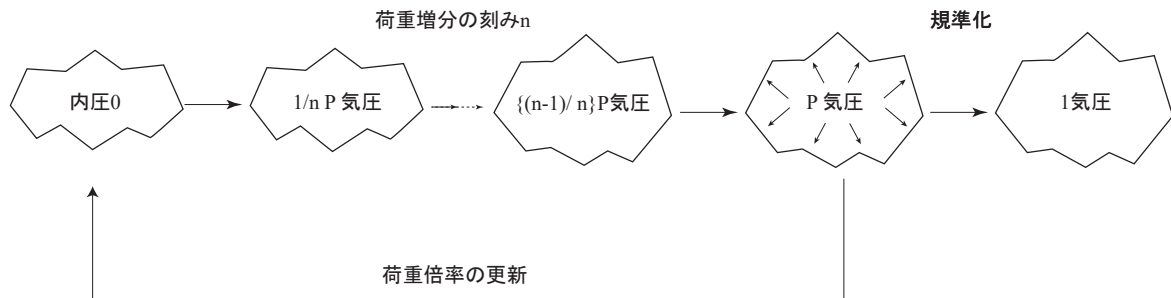


図 3.6 荷重倍率更新法（手法 2）の流れ

以下、手法 2 を用いた形態解析手法の詳細な手順を説明する。

1. 初期形状の設定

初期形状を設定する。本手法においても手法 1 と同様に、折り畳み・展開可能な閉多面体の展開状態を初期形状とする。なお、手法 2 では各ループで初期形状は更新せず、解析は全て最初に定めた初期形状に対し行う。

2. 荷重条件・支持条件の設定

荷重条件および支持条件を設定する。初期形状の法線方向に節点荷重として内圧を与える。この時の内圧は、基準内圧（1 気圧 101.325kN/m^2 ）に荷重倍率を乗じた大きさの荷重とする。支持条件については、手法 1 と同様に、上下境界部材の端点を支持することとする。なお、適切な支持条件の設定については 5 章で詳細に検討する。

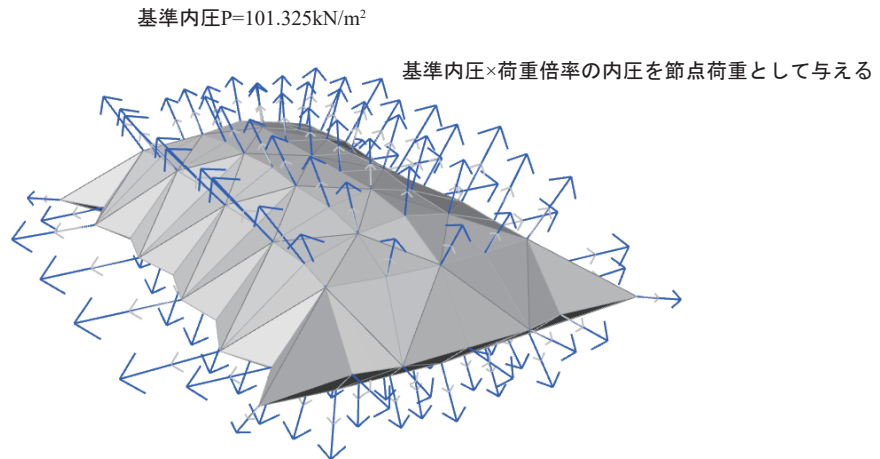


図 3.7 荷重倍率分の内圧を各節点の法線方向に与える様子

3. 理想的な応力状態になる曲面の生成

初期形状、支持条件、荷重条件を設定し、荷重増分の幾何学的非線形解析を行う。荷重倍率倍した内圧を与えて膨らませた形状について、与えた内圧に対する応力状態を確認する。圧縮部材が減らなくなる、もしくは、閉多面体中央部の圧縮がなくなる状態を、圧縮材の数が極小化され概ね引張で成立する「理想的な応力状態」とする。理想的な応力状態と異なる場合には、荷重倍率を修正し改めて解析を行う。図 3.8 に荷重倍率を変更することで理想的な応力状態が得られる様子を示す。

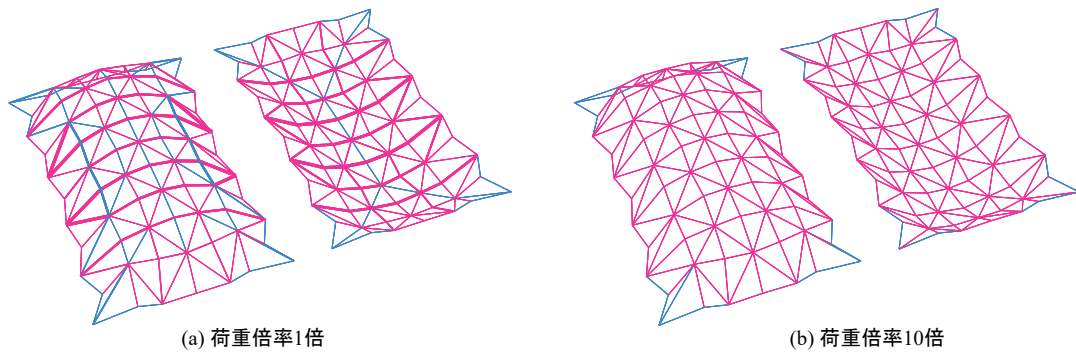


図 3.8 荷重倍率による応力の違い

4. 規準化

3 までの操作で、荷重倍率倍した内圧で膨らませる解析を行い、理想的な応力状態を得た。この時発生する応力は荷重倍率倍した内圧に対する応力であるため、この膨らんだ形状の 1 気圧の内圧に対する応力を得るためには、膨らんだ形状に発生する応力をゼロとした上で、改めてゼロから 1 気圧の内圧を与えればよい。本論文では、この操作を規準化と呼ぶ（図 3.9）。

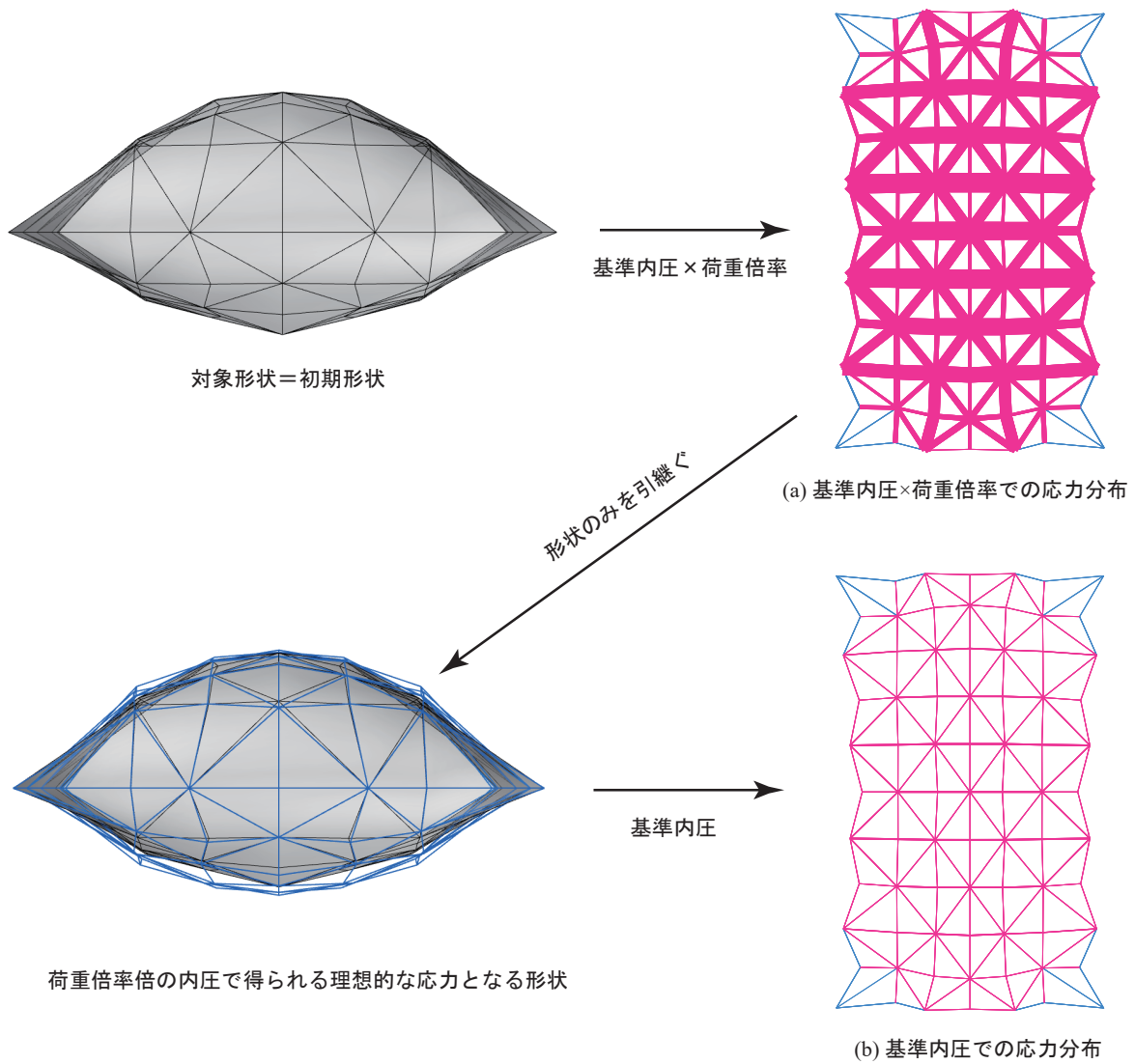


図 3.9 規準化の概要

3.2.3 対象形状を基準とした形状補正

次に、設計曲面の近傍の形状となるよう形状補正を行う過程について説明する。前述の解析により得られた理想的な応力状態となる形状は、一般に設計曲面よりも膨らんだ形状となる。そのため、この形状が設計時に意図した形状になるよう補正する必要がある。本論文では、対象形状に対する高さ比に応じて縮小変形することで、設計時に意図した高さとなる形状を得る。なお、本論文では上面・下面それぞれをZ方向にスケールすることで縮小変形させている。また、形状補正する形状にはいくつかの候補が考えられるが、本論文では、1ループ目で膨らんだ形状を形状補正の対象とする。つまり、理想的な応力状態となる形状が設計曲面の α 倍膨らんでいる場合、1ループ目で膨らんだ形状（図 3.10 中の釣合形状）をZ方向に $1/\alpha$ 倍した形状を形状補正した初期形状とする。

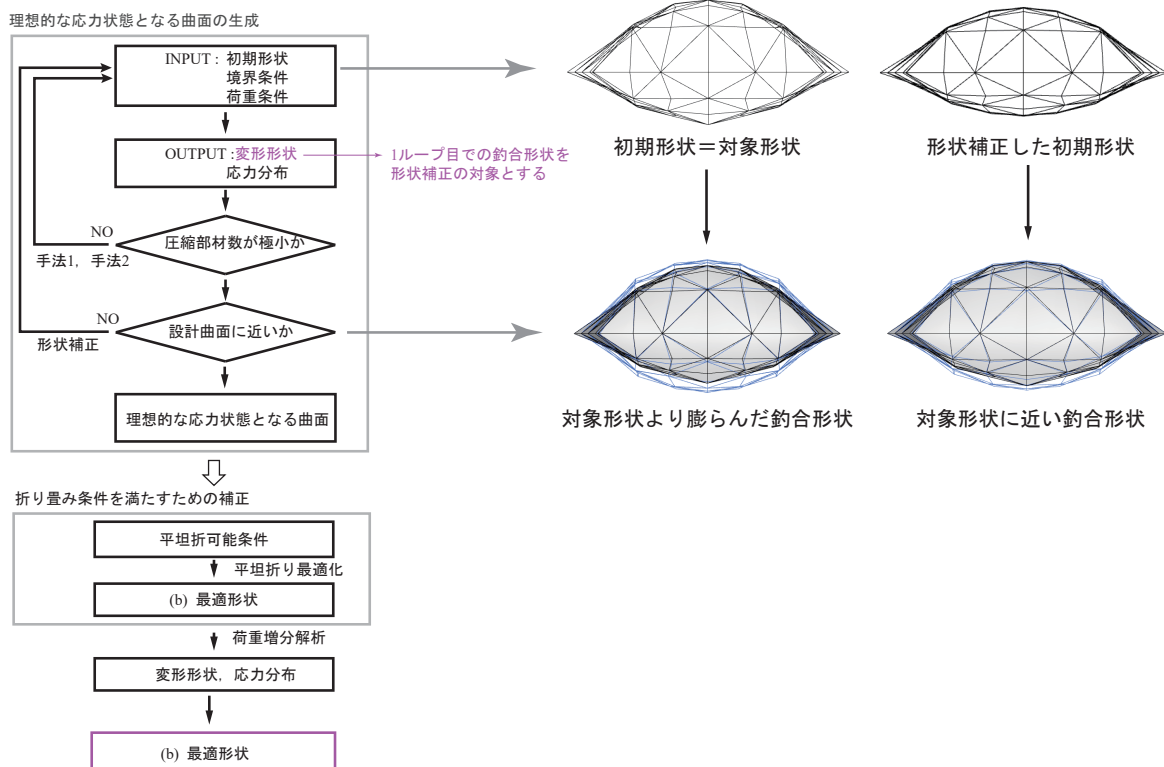


図 3.10 形状補正の概要

3.3 折り畳み条件を満たすための補正

3.3.1 平坦折り最適化された最適形状

ここまでの解析により、内圧に対して「理想的な応力状態」となる形状が明らかになった。この解析では初期形状に折り畳み・展開可能な閉多面体を採用しているが、圧縮応力及び圧縮部材数がより少ない全体形を探索する過程で内圧を与えて膨らませる解析（手法 1, 2）を行ったため、最終的に得られた「理想的な応力状態」となる形状が平坦に折りたためない可能性が生じている。そこで、この曲面に対し平坦折り最適化を施し、折り畳み条件を満たすように補正を加える。この計算には折り紙シミュレーションソフトウェア FreeFormOrigami を用いる。そして最後にその形状の基準内圧（1 気圧）に対する応力状態を確認し、圧縮と曲げが過大にならず平坦折り可能な閉多面体の形状が決定される。本論文では、これを最適形状と定義する。なお、後から幾何学条件を与えるため、これまでの解析で得られた「理想的な応力状態」から応力状態は変化することが想定されるが、本論文ではこれを許容している。

3.4 総括

本章では、2章で明らかになった現状の形状決定手法で生成される閉多面体の問題点に対し、非対称な金属薄板の閉多面体空気膜構造に適用可能な手法として、圧縮材の数が極小化された「理想的な応力状態」となる形状を求め、後から平坦折りの幾何学条件を与える形態解析手法を提案した。

理想的な応力状態となる曲面の生成手法では、わずかな圧縮や曲げを許容しつつ主に引張で成立する応力状態を実現し、圧縮材がより少ない形状を探索するために、内圧で膨らませる解析を用いた、形状更新法・荷重倍率更新法の2つの手法を提案した。また、得られる形状を設計時に想定した形状に近づけるための補正を行うことで、対象形状の近傍で望ましい応力状態となる形状を生成した。

さらに、圧縮と曲げが過大にならず概ね引張力で成立しつつも、平坦折りが可能な形状を実現するために、平坦折り最適化を用いる手法を示した。この手法は特定の金属薄板の閉多面体空気膜構造のみならず、不均一な剛性分布をもつ構造や非対称な曲面、曲げを許容する懸垂曲面など一般の曲面に適用可能な手法であると期待できる。

4 提案手法の閉多面体形状への適用

4.1 序

第3章では、理想的な応力状態となる曲面と最適形状を得る手法を提案した。本章では形状の異なる閉多面体に前章で提案した手法を適用し、有効性と汎用性を検証する。解析モデルは第2章で示した多面体の稜線を線材置換したモデルとし、荷重増分の幾何学的非線形解析を行う。本章以降の形態解ではすべて、第3章で示した手法2を採用する。

4.2 奥行が長い閉多面体への形態解析手法の適用

4.2.1 対象形状

図のような奥行（Y 軸）方向に長い折り畳み・展開可能な閉多面体（以後、閉多面体 1）を考える。この形状は2章4節で示した形状と同一の閉多面体である。

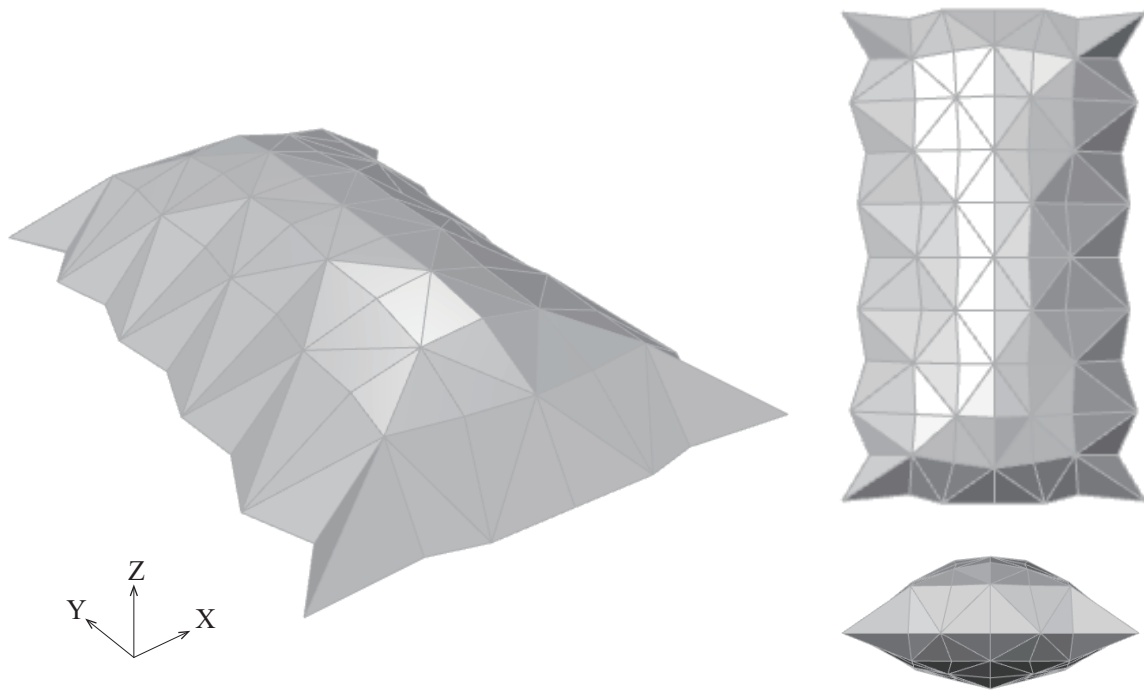


図 4.1 閉多面体 1 の概要

図 4.2 に示す解析モデルについて、表 4.1 に示す解析条件の下で形態解析を行う。なお、内圧以外の荷重条件、形状および各節点の座標、部材断面諸元は 2 章 4 節で示した値とすべて同一である。

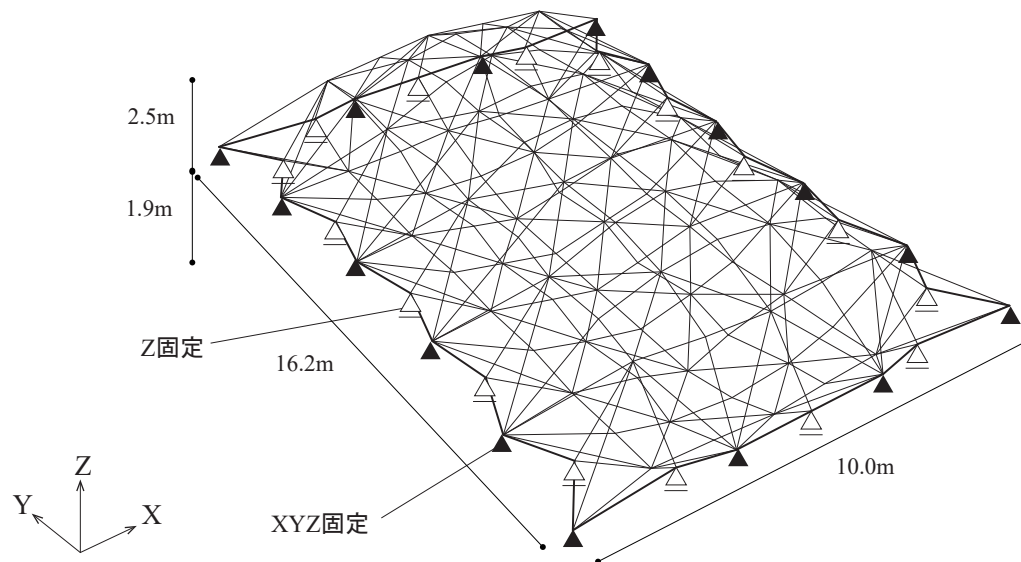


図 4.2 閉多面体 1 の解析モデルの概要

表 4.1 幾何学的非線形解析における条件

形態解析手法	手法 2：荷重倍率更新法
数値解析	幾何学的非線形解析
自然状態	$10 \times 16.2 \times 4.4$ [m]
支持条件	▲：XYZ 固定支持，△：Z 固定支持
接合条件	全て剛接合
基準内圧	101.325 [kN/m ²]
荷重倍率	10 [倍]
外皮材料	アルミニウム合金 A7178-T6
ヤング率	71400 [N/mm ²]
比重	2.7
ポアソン比	0.333
部材断面	V 字断面
板厚	2 [mm]

4.2.2 形態解析により生成される最適形状

形態解析により、対象形状の近傍で理想的な応力状態となる曲面を生成した後、平坦折りの線形条件を与え、わずかな圧縮や曲げを許容しつつ主に引張で成立する、平坦折りが可能な最適形状を得る。最適形状の概要を、形態解析前の形状と比較して示す（図 4.3）。

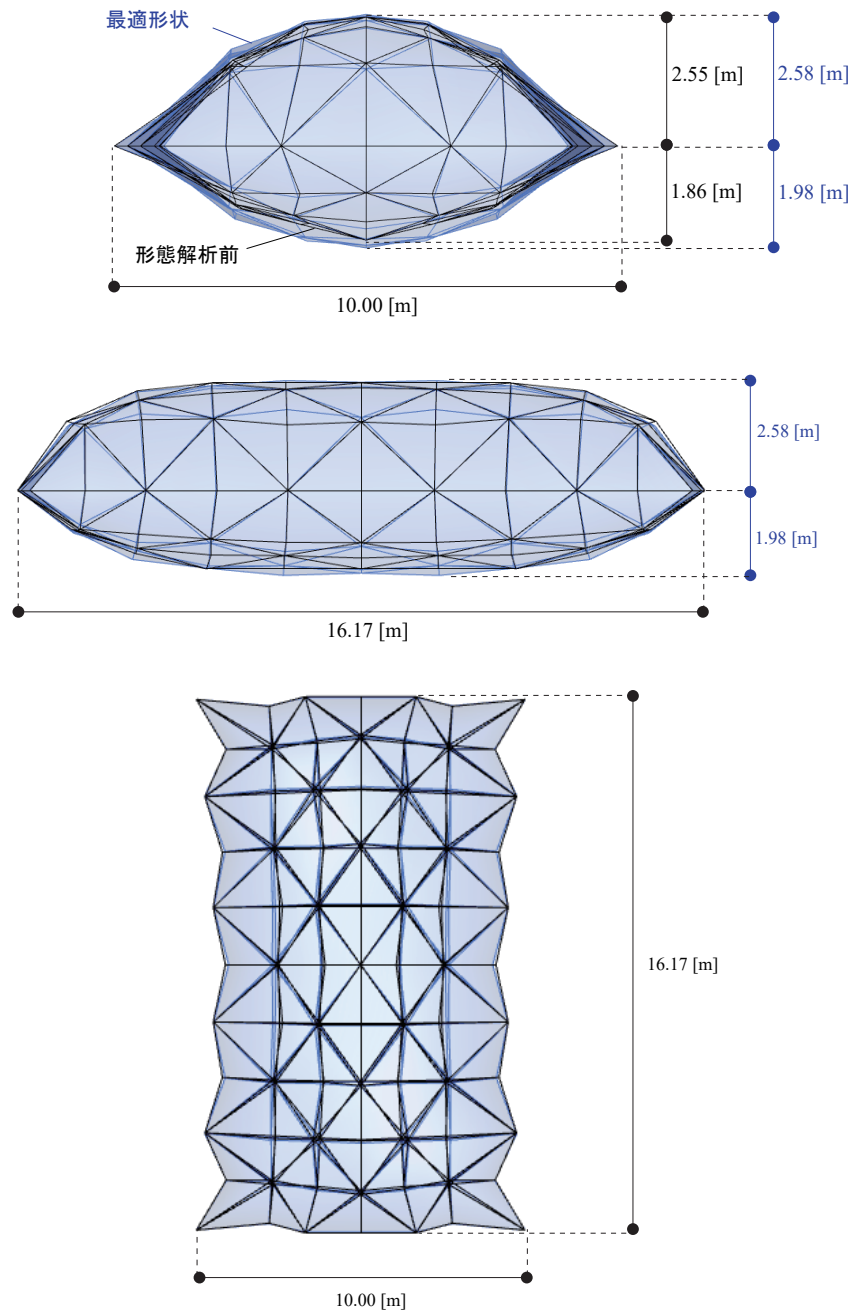


図 4.3 閉多面体 1 における形態解析前の形状と最適形状の比較

4.2.3 最適形状の応力状態

次に、形態解析前の形状と最適形状の内圧に対する応力状態を示す。図 4.4 中の数値は軸力 [kN] を示しており軸力の大きい部材ほど線が太い。楕円で囲まれた部材は最大応力度となる部材を表している。

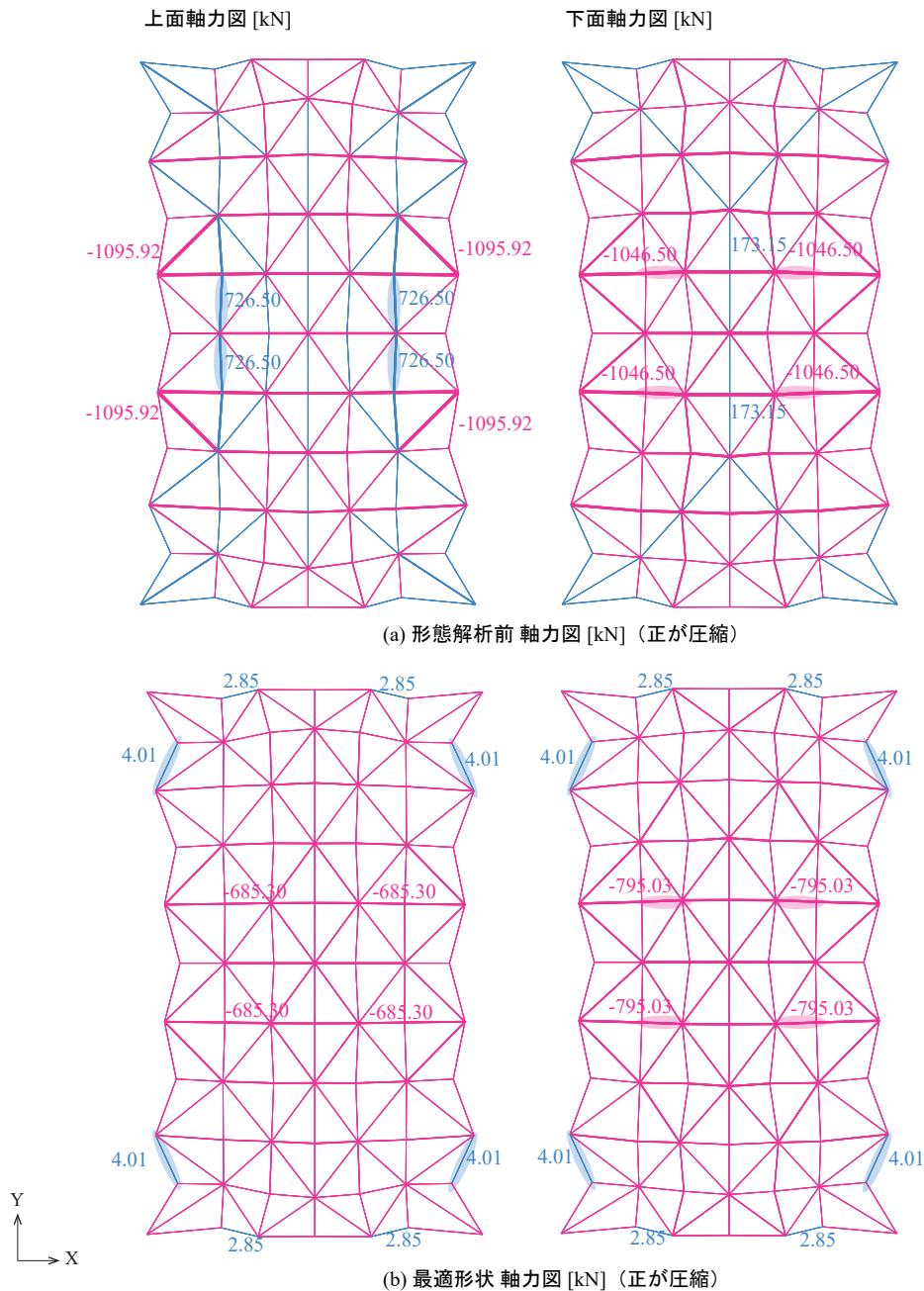


図 4.4 形態解析前と最適形状の応力状態の比較

4 提案手法の閉多面体形状への適用

表 4.2 解析結果

	形態解析前	最適形状
最大引張応力 [kN]	1095.92	795.03
最大圧縮応力 [kN]	726.50	4.01
最大引張応力度 [N/mm ²]	420.9	318.8
最大圧縮応力度 [N/mm ²]	291.5	1.6
圧縮部材本数 [本/193 本]	76	8

形態解析前後で引張応力度および圧縮応力度はともに減少し、圧縮部材の本数は 76 本から 8 本に減少した（表 4.2）。特に圧縮応力度は形態解析前は 291.5[N/mm²] であるのに対し、最適形状では 1.6[N/mm²] であり圧縮応力度の最大値は 99% 減少し、ほとんど圧縮力が発生せず、引張力で成立していることが確認できる。応力分布に着目すると、Y 軸方向に発生していた圧縮部材が消え、上下面境界部材に圧縮が移動した状態となっている。形態解析前に圧縮力が主に発生している多面体中央付近は面のなす角が 180° 近くになるため圧縮力の負担は期待できない一方で、最適形状に圧縮が発生した上下境界面付近の部材は面のなす角が 90° 近くになるため多面体の効果から一定の圧縮力を負担することが期待できる。以上のことから形態解析により理想的な応力分布となる最適形状が確かに得られていることが分かる。

4.2.4 平坦折り条件による影響

ここで、平坦折り最適化により折り畳みの補正を行う前の形状（理想的な応力状態）と補正後の形状（最適形状）の違いを考察する（図 4.5）。

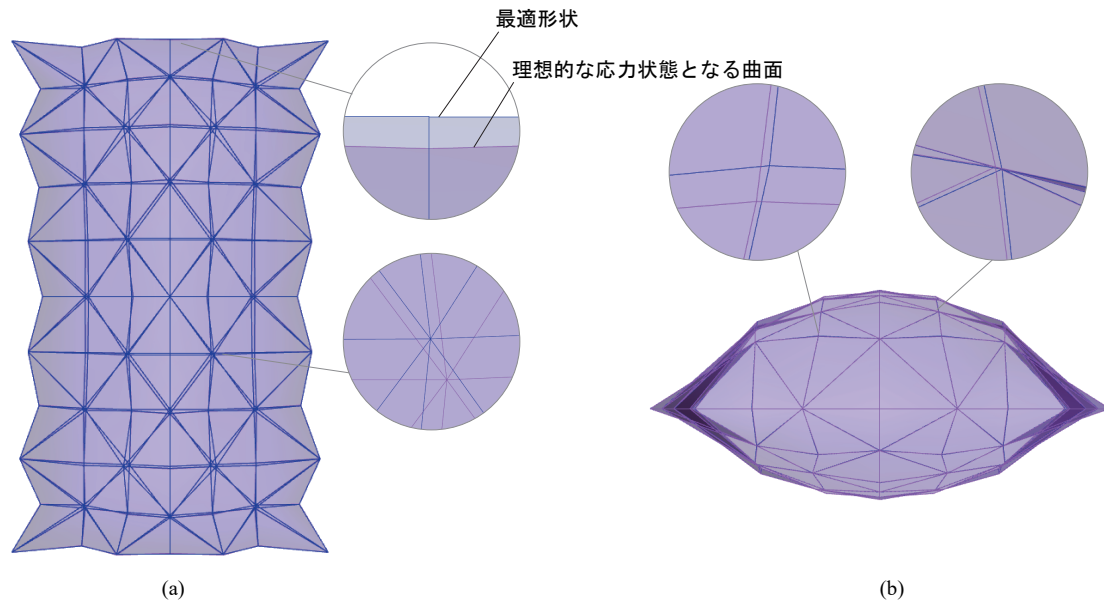


図 4.5 最適形状と理想的な応力状態となる曲面の形状の比較

平坦折り最適化後の最適形状と理想的な応力状態となる曲面の形状の差は、0.1% 未満であり一致度が高いことが確認できる。このことから、折り畳みの補正を行う前の理想的な応力状態となる曲面は、平坦折り可能な形状と近いと言え、形態解析の 1 ループ目の初期形状を平坦折り可能な閉多面体としたことによる効果がここに表れていると推察される。通常、平面状態や等張力曲面などを初期形状とした場合には、平坦折り最適化により形状が大きく変わり、幾何学条件を満たした上で理想的な応力状態を得ることは困難と予想されるが、本手法を適用する場合にはこうした問題を解消できている可能性がある。

次に、応力状態を比較する（図 4.6）。

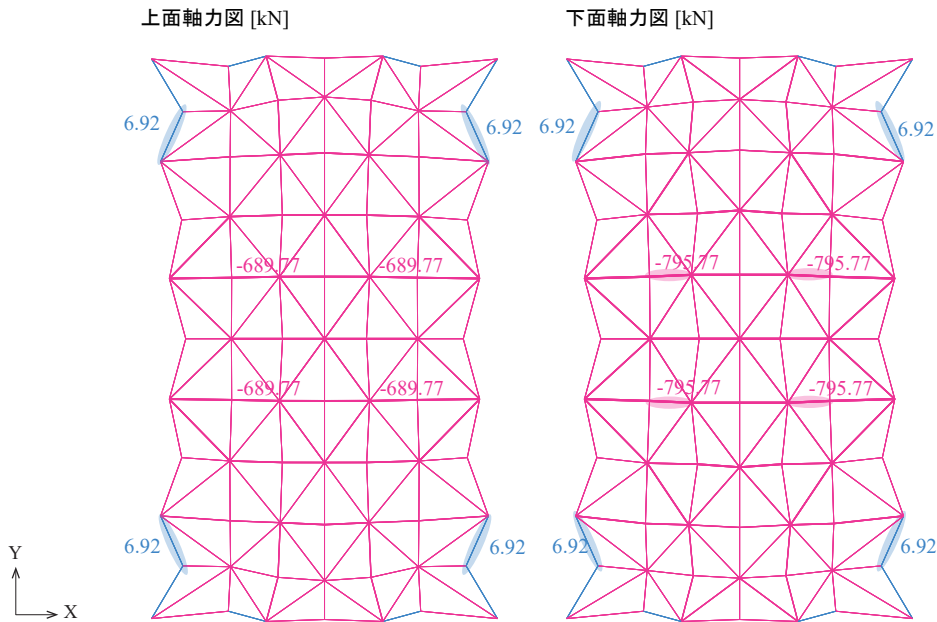


図 4.6 理想的な応力状態となる曲面の応力分布（正が圧縮）

表 4.3 解析結果

	理想的な応力状態	最適形状
最大引張応力 [kN]	795.77	795.03
最大圧縮応力 [kN]	6.92	4.01
最大引張応力度 [N/mm ²]	328.6	318.8
最大圧縮応力度 [N/cmm ²]	2.7	1.6
圧縮部材本数 [本/193 本]	12	8

最適形状と比較すると、発生している応力度の差は最大引張応力度は 0.1% 未満、最大圧縮応力度は 0.4% であった（表 6.4）。本論文で提案する手法は前提として、後から幾何学条件を加えることによる応力の変化を許容しているが、この結果からその影響は僅かであることが確認できる。なお、提案する手法で「理想的な応力状態」を求める際には、厳密な最適化計算による最適解ではなくその近傍解を求めているため、本手法では、折り畳み補正前の応力状態（理想的な応力状態）よりも折り畳み補正後の応力状態（最適形状）の方が圧縮部材本数及び圧縮応力が少ない結果が得られている。平坦折り最適化は、全節点で幾何学的な線形条件を満足するように最適化を行うもので、直接ひずみや応力を小さくするように最適化計算をしているわけではないが、この結果を考慮すると、折り畳みの補正後の形状は立体的な展開状態から内圧により膨らむ過程でより少ないひず

みで変形可能な形状となっている可能性がある。今後は、展開シミュレーション等を活用し、内圧を与える過程でのひずみを定量的に把握する必要がある。

4.3 奥行が短い閉多面体への形態解析手法の適用

4.3.1 対象形状

図 4.7 のような奥行方向が短い折り畳み・展開可能な閉多面体（以後、閉多面体 2）を考える。

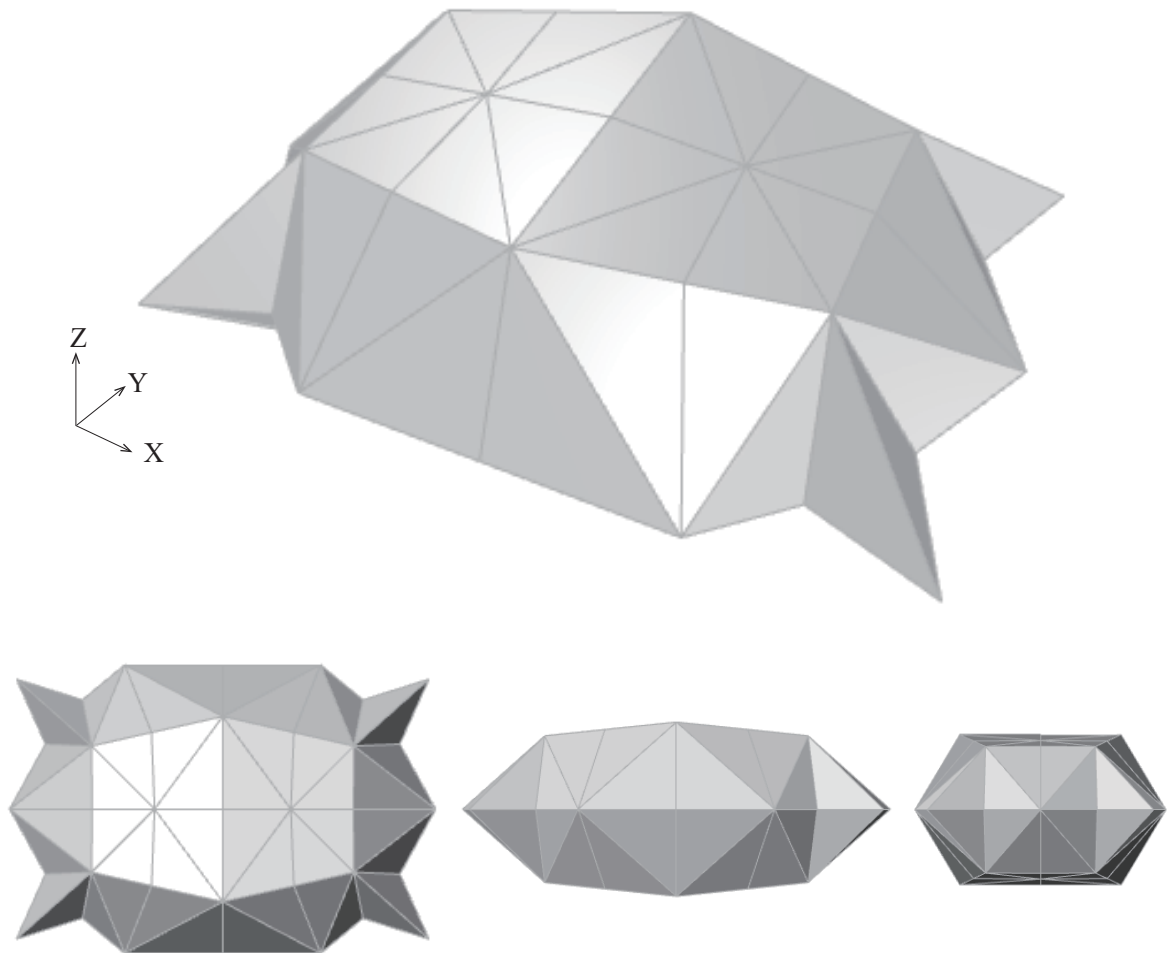


図 4.7 閉多面体 2 の概要

図 4.8 のような解析モデルを作成し、解析条件は表 4.4 のように設定する。各節点の詳細な座標については付録 B に記載する。

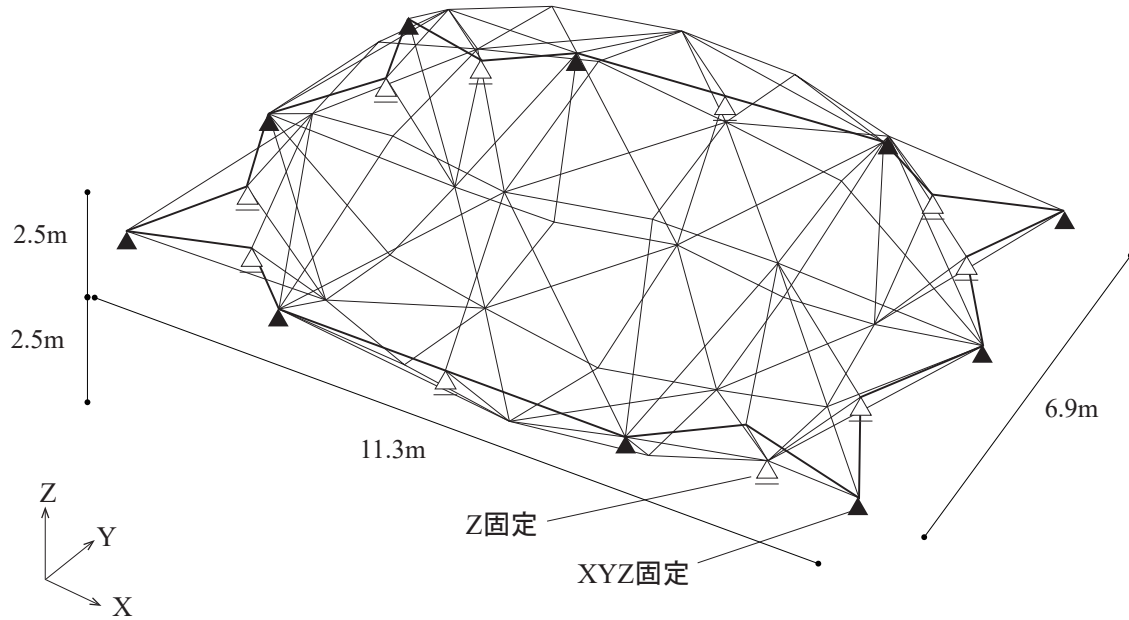


図 4.8 閉多面体 2 の解析モデルの概要

断面は 5 種類設定し（表 4.5）、角度 θ を以下の 3 種類に分類し、その平均を各断面の角度とする。ここで断面が 5 種類であるのは、 $\theta < 115^\circ$ に該当する縦横材が存在しない形状であったためであり、該当する部材が存在する場合には 6 種類の断面を設定する。各部材の軸剛性の有効幅は部材ピッチの 100%、曲げ剛性の有効幅は 2.3 で示した解析を踏まえ幅厚比から決定する。面内曲げ剛性については $I_{yy}=0.0001\text{cm}^4$ とする。

- $\theta < 115^\circ$
- $115^\circ \leq \theta \leq 170^\circ$
- $170^\circ < \theta$

4 提案手法の閉多面体形状への適用

表 4.4 幾何学的非線形解析における条件

形態解析手法	手法 2：荷重倍率更新法
数値解析	幾何学的非線形解析
自然状態	$11.3 \times 6.9 \times 5.0$ [m]
支持条件	▲：XYZ 固定支持，△：Z 固定支持
接合条件	全て剛接合
基準内圧	101.325 [kN/m ²]
荷重倍率	10 [倍]
外皮材料	アルミニウム合金 A7178-T6
ヤング率	71400 [kN/mm ²]
比重	2.7
外皮積載荷重	0.1 [kN/m ²]
ポアソン比	0.333
部材断面	V 字断面
板厚	2 [mm]

表 4.5 断面諸元

	角度 [°]	部材の方向	軸剛性の有効幅 $B_{\text{軸}}$ [mm]	断面積 Area[cm ²]	面外曲げ剛性 I_{xx} [cm ⁴]	ねじり係数 VEN[cm ⁴]
102	76	斜め材	2462	49.2472	165.5896	0.1067
103	140	縦横材	1491	29.8234	31.1941	0.1067
104	140	斜め材	2518	50.3675	31.1941	0.1067
105	180	縦横材	1762	35.2367	0.0001	0.1067
106	180	斜め材	2032	40.6382	0.0001	0.1067

4.3.2 形態解析により生成される最適形状

形態解析により理想的な応力状態となる曲面と最適形状を生成する（図 4.9）。

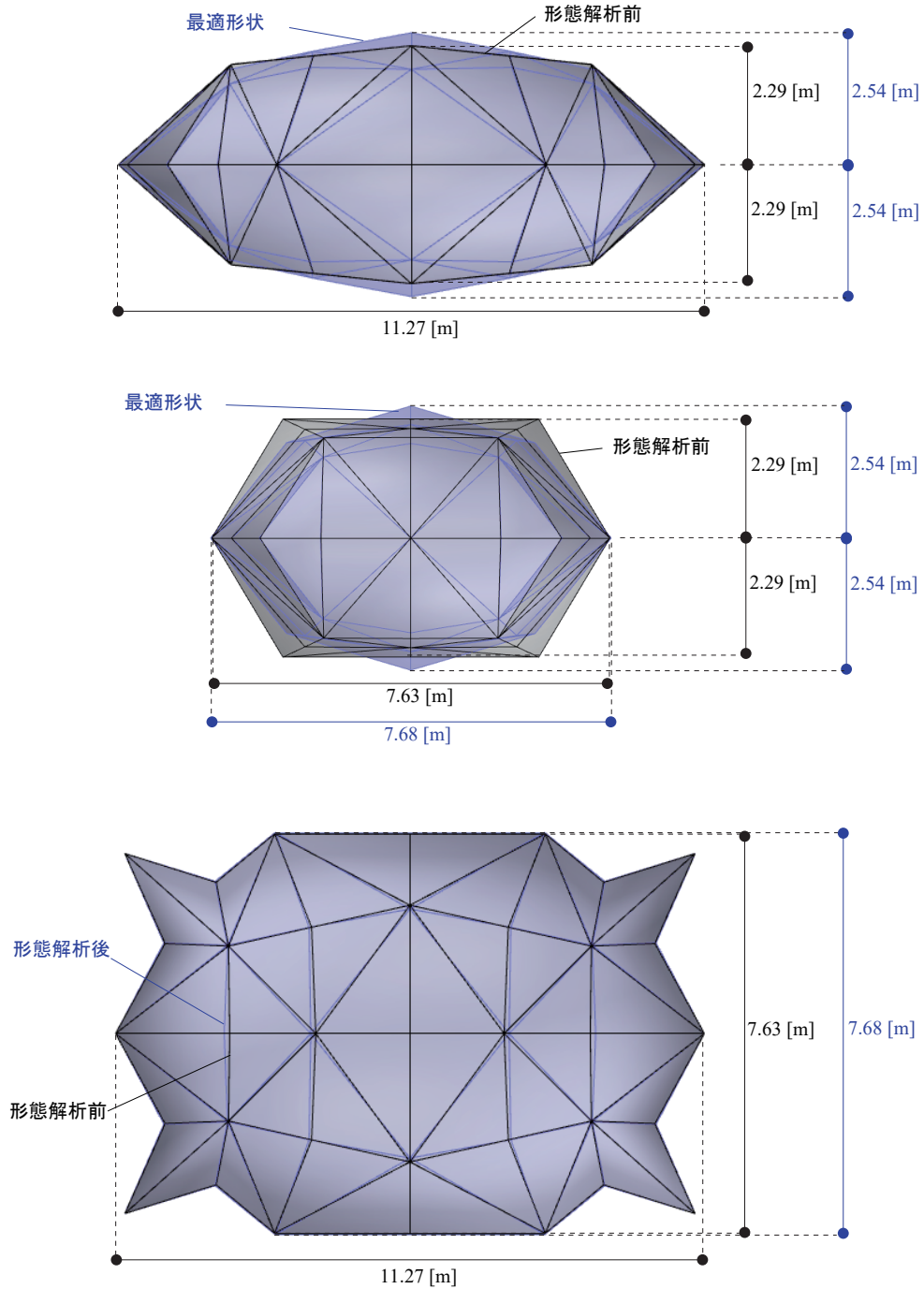


図 4.9 閉多面体 2 における形態解析前後の形状

4.3.3 最適形状の応力状態

最適形状の基準内圧に対する応力状態を示す（図 4.10）。

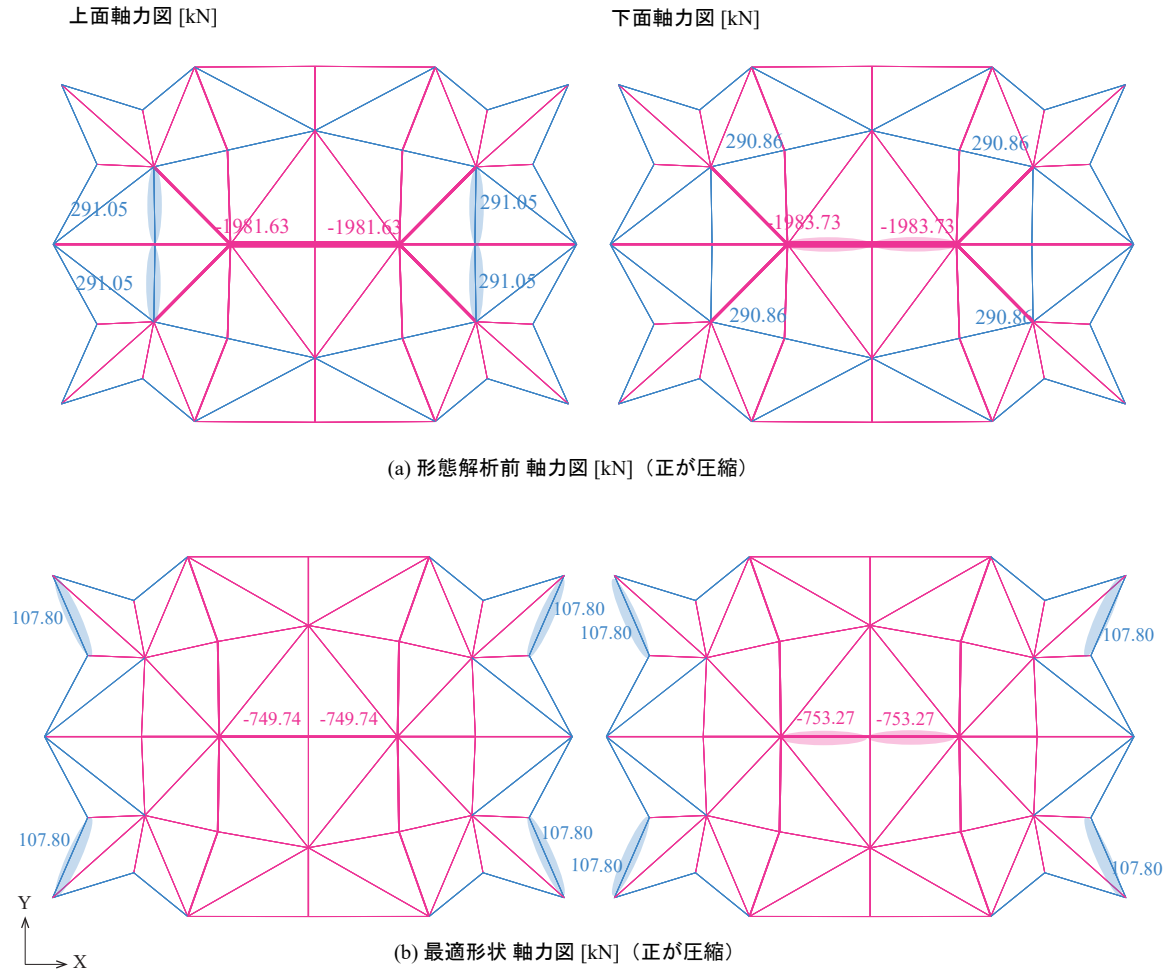


図 4.10 最適形状の応力状態

表 4.6 解析結果

	形態解析前	最適形状
最大引張応力 [kN]	1983.73	753.27
最大圧縮応力 [kN]	291.05	107.80
最大引張応力度 [N/mm^2]	563.0	245.1
最大圧縮応力度 [N/mm^2]	97.6	37.0
圧縮部材本数 [本/144 本]	56	24

図 4.10、表 4.6 から、形態解析により最大引張応力度・最大圧縮応力度がともに減少し、圧縮部材本数も少なくなる様子が確認できる。圧縮力が発生する部材の位置も中央部から上下面境界部に移行していることが分かる。これは閉多面体 1 で確認された傾向と一致しており、閉多面体 2 についても同様に力学的に優良な形状が生成できていると判断できる。

最大圧縮応力度に着目すると、形態解析前は $97.6[\text{N}/\text{mm}^2]$ であったのに対し、最適形状では $37.0[\text{N}/\text{mm}^2]$ と 62% 低減している。これは閉多面体 1 と比較して最大圧縮応力度の低減の割合が 37% 程度小さいが、これは多面体を構成する面の数（部材数）の違いによるものと考えられる。このことから、本論文で提案する形態解析手法は、形状ごとに圧縮の低減効果の程度にばらつきが生じることが予想されるものの、特定の閉多面体形状のみならず多様な形状に対して力学的に優良な形状を得ることができる手法であると考えられる。

4.3.4 平坦折り条件による影響

形態解析で得られた理想的な応力状態となる曲面の応力（図 4.10(b)）と、平坦折り条件を満たした最適形状初期形状で得られる応力（図 4.11）を比較する。

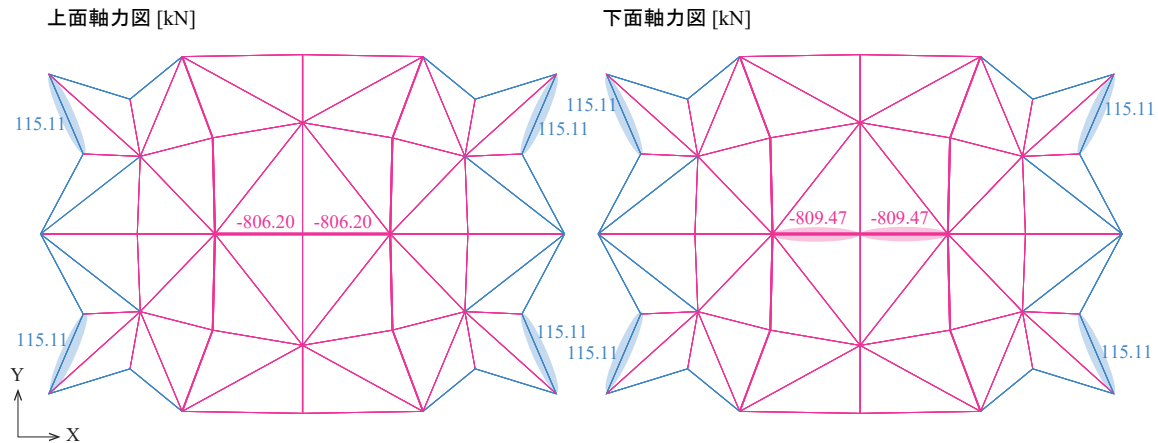


図 4.11 閉多面体 2 の理想的な応力状態となる曲面の応力分布（正が圧縮）

表 4.7 解析結果

	理想的な応力状態	最適形状
最大引張応力 [kN]	809.20	753.27
最大圧縮応力 [kN]	115.11	107.80
最大引張応力度 [N/mm ²]	263.8	245.1
最大圧縮応力度 [N/mm ²]	39.6	37.0
圧縮部材本数 [本/144 本]	24	24

図 4.10(b) と、図 4.11 を比較した結果、表 4.7 に示すように最適形状は理想的な応力状態となる曲面の応力状態から変化はあるものの、その差は僅かであることが分かる。また、形状についても閉多面体 1 の場合と同様にその差は僅かであり、理想的な応力状態となる曲面として得られた形状は概ね平坦折り可能な形状となっている。以上のことから、閉多面体 1 で考察した形態解析の初期形状を閉多面としたことの効果が、本形状においても示すことができた。

4.4 総括

本章では、3 章で提案した形態解析手法を形状の異なる 2 種類の閉多面体に適用し、平坦折り可能な形状から理想的な応力状態である圧縮材が極小化された応力が得られることを示した。どちらの形状でも本手法が有効であることが確認され、手法の汎用性を示すことができた。また、本手法で得られた最適形状と理想的な応力状態となる曲面の形状の差は 0.1% 未満と一致度が高く、

- 理想的な応力状態となる曲面は平坦折り可能な形状の近傍にあること
- 形態解析の 1 ステップ目の初期形状を折り畳み・展開可能な閉多面体としたことの効果

が明らかになった。

5 形態解析手法を用いた閉多面体の設計

5.1 序

第4章では、形状の異なる2種類の閉多面体について形態解析を行い、理想的な応力状態を実現する最適形状を得た。この形態解析では、実際の閉多面体空気膜構造では多面体の中に骨組が内蔵されることを想定し、枕型の縁部（上下面境界部）が全周単純支持となる、支持条件を単純化したモデルで解析を行った。しかし、実際にはこの内蔵骨組は、閉多面体の内部で突っ張る役割の他に、多面体の展開に追従するための機構を併せ持つ必要があるため、処理できる圧縮力には限界があり、前章までの解析で想定していた圧縮力を負担できない可能性がある。つまり、全周単純支持とした場合の解析と、骨組を内蔵した構造物の解析では応力状態が異なる可能性がある。そこで本章では、骨組が内蔵された閉多面体空気膜構造内圧に対する応力を評価し、提案する形態解析手法を用いた設計例を示す。

5.2 形態解析における支持条件の影響

5.2.1 対象形状

全周単純支持とした形態解析により得られた最適形状（図 4.3）に、骨組を内蔵させた構造物の内圧に対する応力を、全周単純支持した最適形状の応力と比較する。全周単純支持とした場合の最適形状の概要を図 5.1 に示す。各節点の詳細な座標については付録 C に記載する。なお、この最適形状を求める解析での初期形状は 2.4 の閉多面体であり、解析諸元はすべて同一のものとする（表 5.1）。

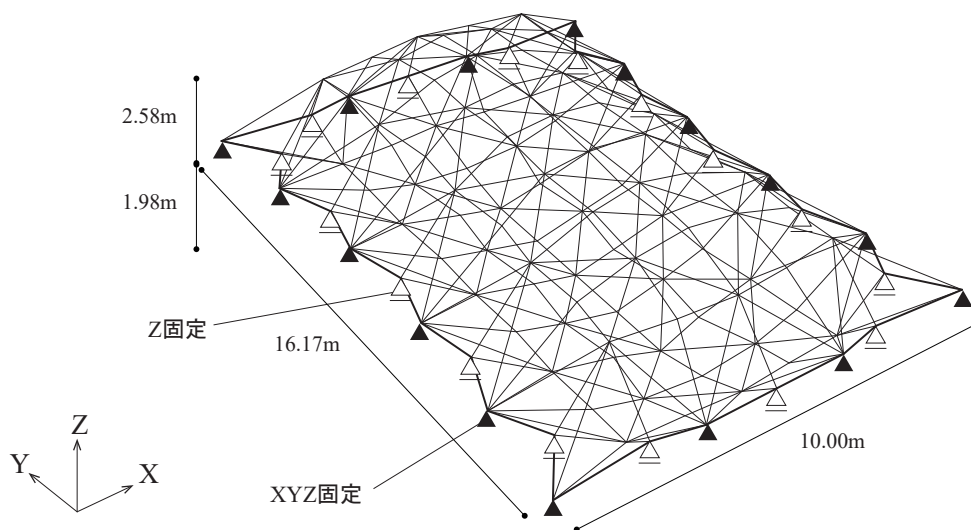


図 5.1 全周単純支持条件での応力解析モデルの概要

表 5.1 全周単純支持の場合の解析条件

数値解析	幾何学的非線形解析
形状	10.00 × 16.17 × 4.56 [m]
支持条件	全周単純支持 ▲：XYZ 固定支持，△：Z 固定支持
接合条件	全て剛接合
内圧	101.325 [kN/m ²]
外皮材料	アルミニウム合金 A7178-T6
ヤング率	71400 [N/mm ²]
比重	2.7
ポアソン比	0.333
部材断面	V 字断面
板厚	2 [mm]

実際の閉多面体空気膜構造の内部に挿入される骨組は図 5.2 のような構造物であり、これが上面と下面の間に固定され、床パネル等が敷き並べられることで床としての機能を持つ。



図 5.2 多面体に内蔵される支持部材（撮影：尾形アレックス勇）

支持条件は図 5.1 のように設定し、骨組と閉多面体との接合条件は XY 方向にピンであるとする。その他の応力解析条件は表 5.1 と同様とする。床の積載荷重については本論文では考慮しない。

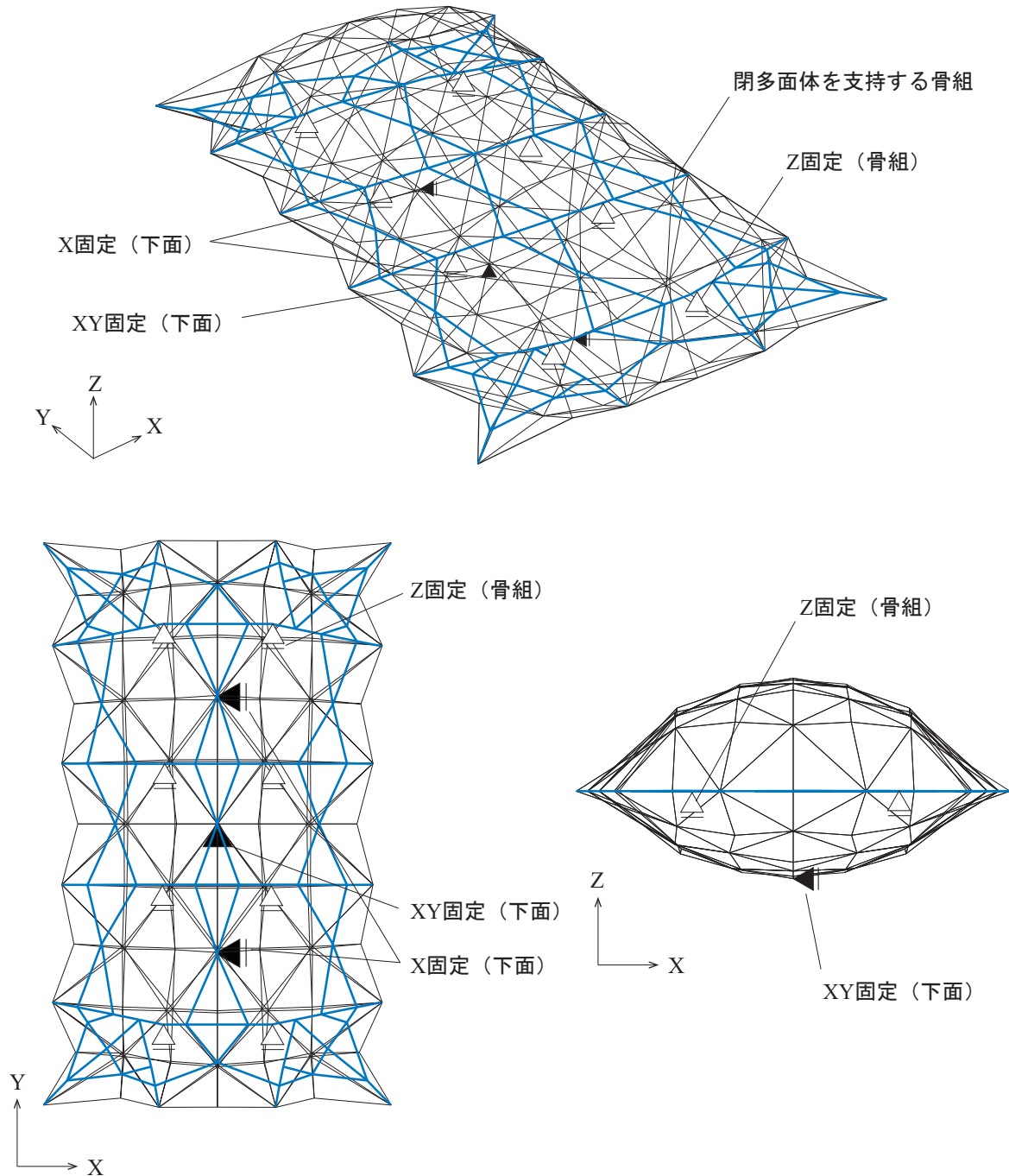


図 5.3 骨組内蔵の条件での応力解析モデルの概要

骨組を内蔵した構造物の内圧に対する応力を評価するための解析は、3章で述べた提案手法により得られた最適形状に、後から骨組を内蔵し、そのモデルに1気圧の内圧を与える荷重増分解析により行う。本論文の解析は主に幾何学的非線形を用いているが、骨組を内蔵したモデルで幾何学的非線形を行うと解析が不安定になることがあるため、本章では単純な増分解析により解析を行うこととする。

断面は閉多面体に相当する部材については、6種類設定し（表5.2）、これまでと同様に角度 θ を以下の3種類に分類し、その平均を各断面の角度とする。各部材の軸剛性の有効幅は部材ピッチの100%、曲げ剛性の有効幅は2.3で示した解析を踏まえ幅厚比から決定する。面内曲げ剛性については $I_{yy}=0.0001\text{cm}^4$ とする。

- $\theta < 115^\circ$
- $115^\circ \leq \theta \leq 170^\circ$
- $170^\circ < \theta$

表 5.2 閉多面体の断面諸元

	角度 [°]	部材の方向	軸剛性の有効幅 $B_{\text{軸}}[mm]$	断面積 $\text{Area}[\text{cm}^2]$	面外曲げ剛性 $I_{xx}[\text{cm}^4]$	ねじり係数 $\text{VEN}[\text{cm}^4]$
101	96	縦横材	1295	25.8957	119.3962	0.1067
102	96	斜め材	2233	44.6679	119.3962	0.1067
103	161	縦横材	1296	25.9260	7.2642	0.1067
104	161	斜め材	1888	37.7520	7.2642	0.1067
105	175	縦横材	1197	23.9391	0.5074	0.1067
106	175	斜め材	1797	35.9458	0.5074	0.1067

骨組に該当する部材については、床梁・床 Brace（図5.2）の2種類の断面を設定する（表5.3）。

表 5.3 骨組の断面諸元

	断面形状	断面積 $\text{Area}[\text{cm}^2]$	面外曲げ剛性 $I_{xx}[\text{cm}^4]$	面内曲げ剛性 $I_{yy}[\text{cm}^4]$	ねじり係数 $\text{VEN}[\text{cm}^4]$
401	H-350x350x10x15	137	32209	32209	89.420
601	FB-40x20	8	0.0001	0.0001	6.667

5.2.2 全周単純支持の最適形状への適用

図 4.1 の平坦折り可能な初期形状（閉多面体 1）から求めた最適形状について、骨組を内蔵せず全周単純支持とした場合の応力と、骨組を内蔵した場合の応力を比較する。

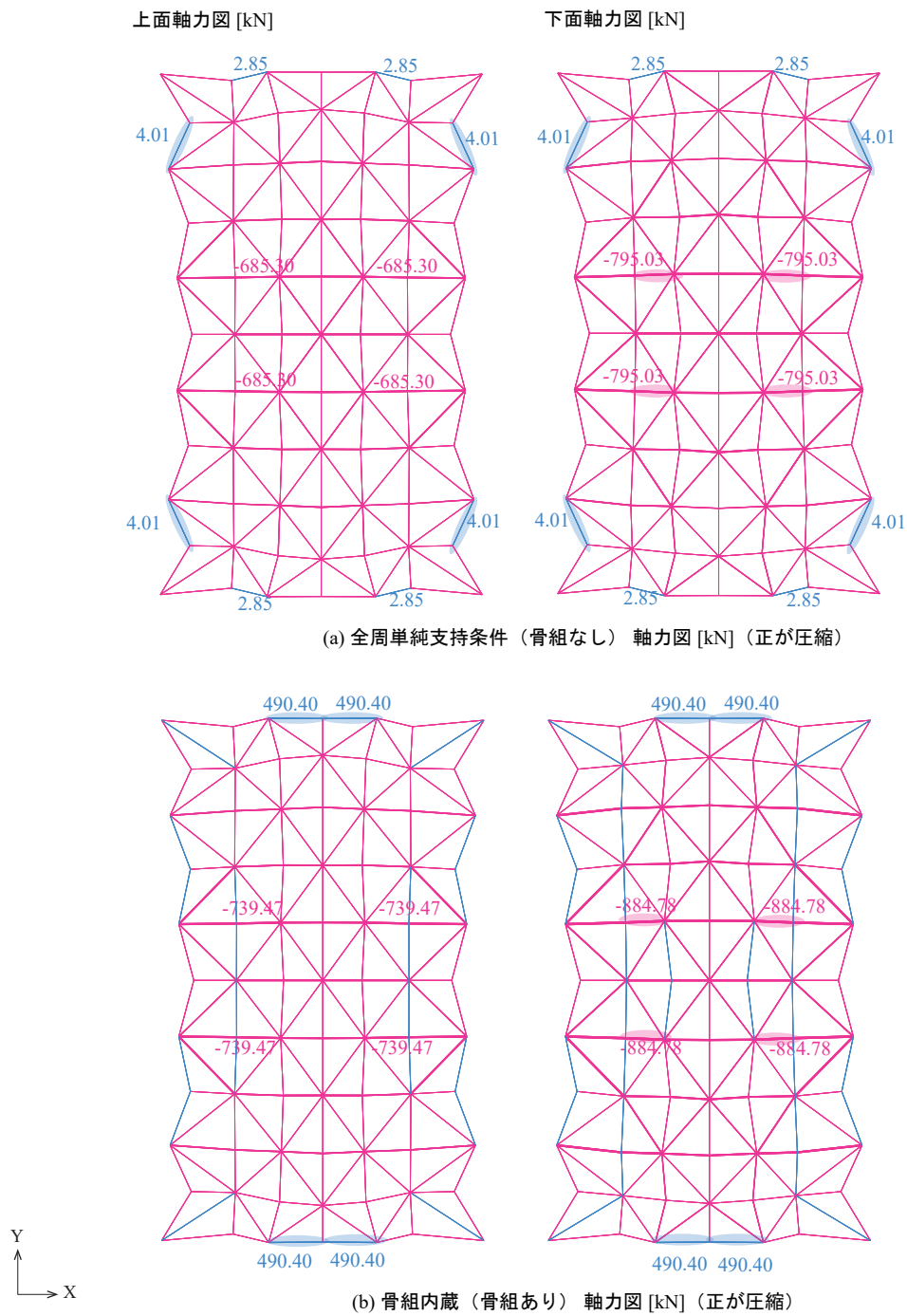


図 5.4 全周単純支持条件と骨組内蔵の条件での応力分布

5 形態解析手法を用いた閉多面体の設計

形態解析後の最適形状について、全周単純支持条件の応力を図 5.4(a)、骨組内蔵の応力を図 5.4(b) に示す。応力分布に着目すると、図 5.4(a) では多面体中央部に圧縮が存在せず概ね引張で成立する形状となっているが、図 5.4(b) では長手方向に圧縮が生じ、形態解析で想定していた応力を実現することができていないことが分かる。最大応力、最大応力度、圧縮部材本数についても骨組内蔵の条件を適用した場合は引張・圧縮のどちらも増加している。

表 5.4 全周単純支持と骨組内蔵の応力解析結果

	全周単純支持	骨組内蔵	差（骨組内蔵 - 全周単純支持）
最大引張応力 [kN]	753.27	884.78	+131.51
最大圧縮応力 [kN]	107.80	490.40	+382.6
最大引張応力度 [N/mm ²]	245.1	354.7	+109.6
最大圧縮応力度 [N/mm ²]	37.0	190.5	+153.5
圧縮部材本数 [本/193 本]	24	48	+24

この原因としては、

- 骨組が短辺方向には太い床梁があるため一定の反力を負担できるものの、長辺方向は細い床 Brace のみであり、この部材で圧縮力を負担することができず、全周単純支持で想定していた長手方向の反力を取ることができないこと
- 形態解析の支持条件を全周単純支持と仮定したため、長辺方向にも反力を期待した形状となっていること

が考えられる。骨組内蔵とした場合の応力を形態解析の応力に近づけるには、全周単純支持で想定していた圧縮力を負担できるように骨組の断面や形状を変更すれば良い。しかし現実の設計では、骨組は閉多面体に追従して展開する機構が必要となり、断面や形状には制約があるため、前者の原因については解決が難しい。そこで後者の原因に着目し、形態解析時の支持条件を変更することによる影響を分析する。

5.2.3 短辺単純支持の最適形状への適用

骨組では長辺方向への反力を期待できないことを踏まえ、最適形状を求める形態解析における支持条件を図 5.5 のように X 方向（短辺方向）のみを単純支持した場合を考える。本論文ではこれを短辺単純支持と呼ぶこととする。部材断面等の解析諸元は 2.4、全周単純支持の場合と同一とする。

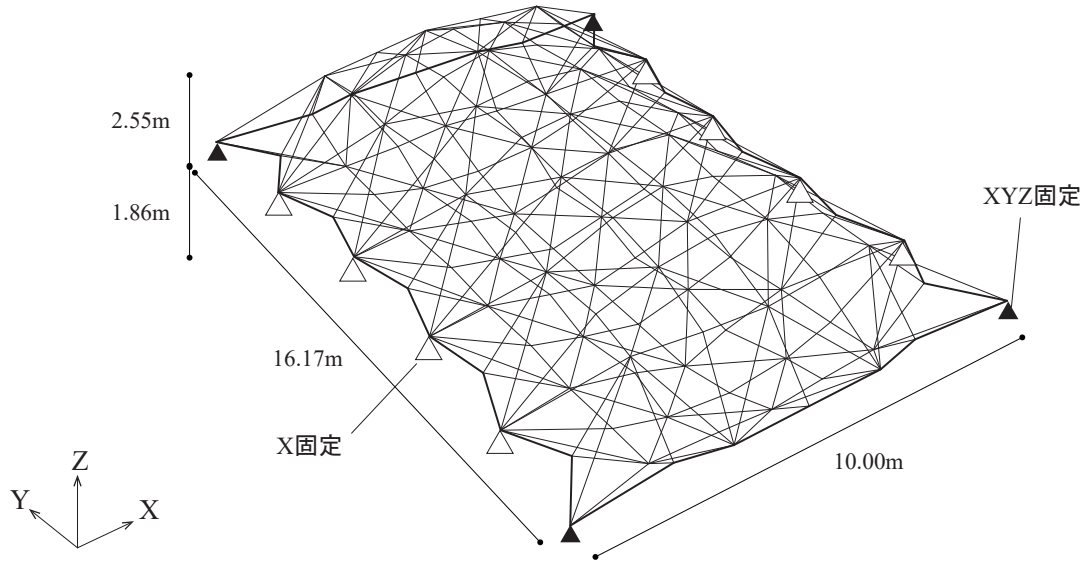


図 5.5 短辺単純支持条件での応力解析モデルの概要

表 5.5 短辺単純支持の場合の応力解析条件

数値解析	幾何学的非線形解析
形状	10.00 × 16.17 × 4.41 [m]
支持条件	短辺単純支持 ▲：XYZ 固定支持，△：X 固定支持
接合条件	全て剛接合
内圧	101.325 [kN/m ²]
外皮材料	アルミニウム合金 A7178-T6
骨組内蔵ヤング率	71400 [N/mm ²]
比重	2.7
ポアソン比	0.333
部材断面	V 字断面
板厚	2 [mm]

短辺単純支持で形態解析を行い最適形状を求める。この形状を短辺単純支持とする場合の応力と骨組内蔵での応力を比較する。

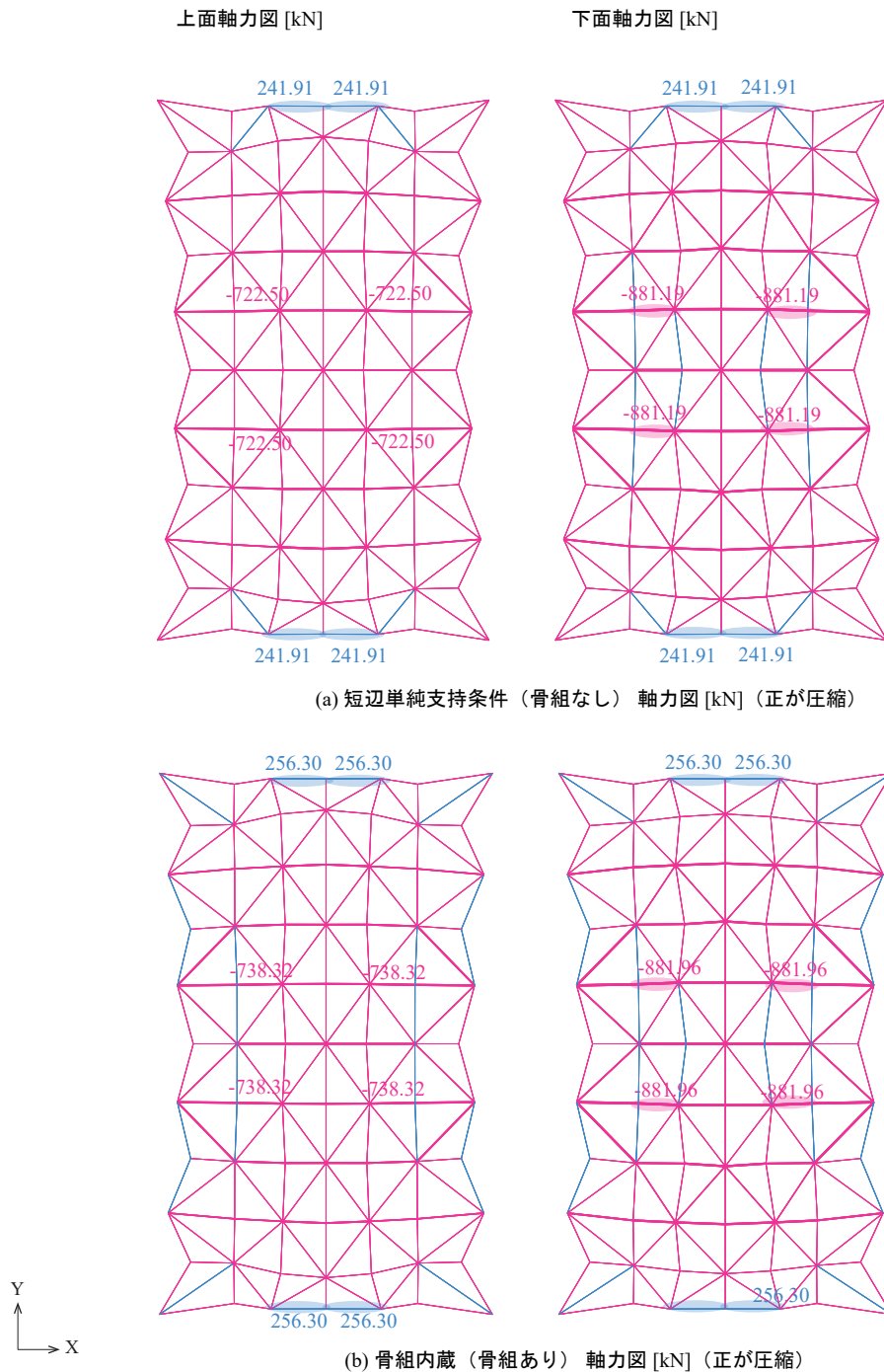


図 5.6 短辺単純支持の場合の応力状態

5 形態解析手法を用いた閉多面体の設計

表 5.6 短辺単純支持と骨組内蔵の解析結果

	短辺単純支持	骨組内蔵	差（骨組内蔵 - 短辺単純支持）
最大引張応力 [kN]	881.19	881.96	+0.77
最大圧縮応力 [kN]	241.91	256.30	+14.39
最大引張応力度 [N/mm ²]	368.1	368.4	+0.30
最大圧縮応力度 [N/mm ²]	93.4	99.0	+5.6
圧縮部材本数 [本/193 本]	24	40	+16

長辺方向に反力を期待しない状況を想定し、形態解析で短辺単純支持とした場合の結果（図 5.6）は、全周単純支持の場合（図 5.4）と比較して骨組内蔵の条件に近い応力分布が得られていることが分かる。最大応力・応力度と圧縮部材本数に着目し、表 5.6、図 5.7 に形態解析の支持条件を全周単純支持とした場合と短辺単純支持とした場合について、形態解析で想定した応力と骨組内蔵での応力との比較を示す。

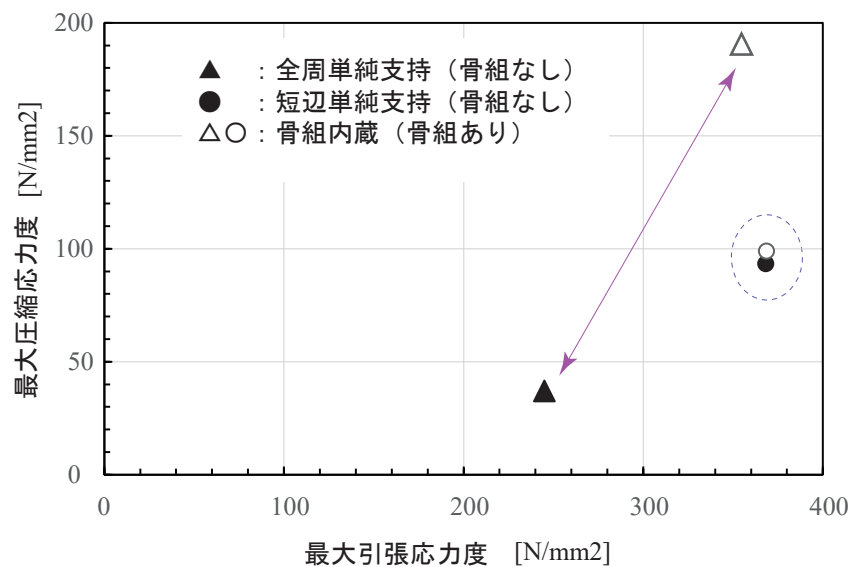


図 5.7 支持条件ごとの応力の比較

全周単純支持から求めた形状では、骨組内蔵は形態解析で想定した応力分布が得られなかったのに対し、短辺単純支持から求めた形状では、想定した応力分布に近い結果が得られている。このことから、骨組内蔵の条件下で想定した応力を実現するには、形態解析における支持条件を実際の条件に対応させる必要がある。

ここで応力分布に着目すると、短辺単純支持とした場合は長辺方向中央部に圧縮力が発生していることが分かる。これは、

- 支持部材で長辺方向に反力を期待できないため、閉多面体にその分の応力が分配されたこと
- 対象形状の近傍で最適形状を得るための形状補正による影響

が原因として考えられる。この先、後者の仮定について分析する。

5.2.4 形状補正による影響の考察

形態解析では、対象形状の近くで理想的な応力状態となる曲面を得るために形状補正を行っている。この操作が応力状態に与える影響を考察するため、短辺単純支持で形態解析を行い、設計曲面形状の形状補正がある場合とないの場合で内圧に対する応力を比較する。なお、これらの結果は平坦折り可能条件を与える前の、理想的な応力状態での応力であり、図 5.6(a) に示した最適形状の応力とは異なる。

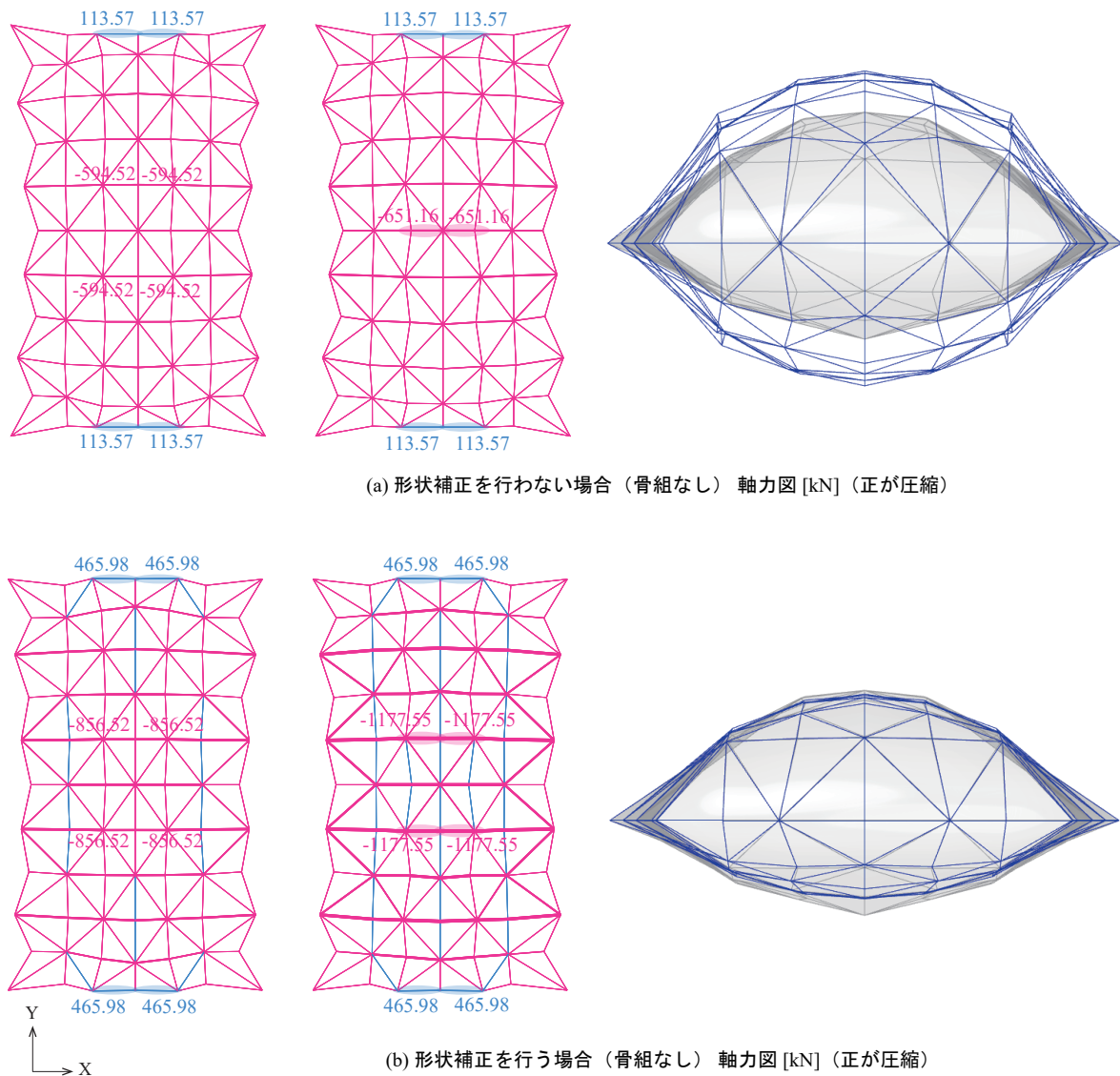


図 5.8 形状補正の有無による応力の違い

表 5.7 解析結果

	形状補正なし	形状補正あり
最大引張応力 [kN]	651.16	1177.55
最大圧縮応力 [kN]	113.57	465.98
最大引張応力度 [N/mm ²]	270.1	478.1
最大圧縮応力度 [N/mm ²]	41.8	181.7
圧縮部材本数 [本/193 本]	4	52

図 5.8、表 5.7 に示すように、対象形状に合わせて形状補正しない場合は、短辺単純支持の場合でも概ね引張で成立する応力分布が得られるものの、その形状は設計曲面から大きく膨らんだ形状となってしまう。一方、形状補正を行う場合では、得られる形状は設計曲面に十分近いものの、その応力分布に着目すると長辺方向に圧縮が生じている。このことから設計曲面の形状が閉多面体に発生する応力に与える影響が大きい。つまり、閉多面体に発生する圧縮力、支持部材の固定度合い、設計曲面の形状は互いに関係していることが分かる。

5.3 安全性の評価

ここまで、実現可能な支持条件を考慮した応力解析で理想的な応力状態を得るために、形態解析段階での支持条件の影響を把握した。骨組内蔵とした場合に得られる応力は形態解析の支持条件を短辺単純支持とすることで、形態解析で想定した応力状態を実現できることが明らかになった。本節ではこの結果を踏まえ、短辺単純支持とした形態解析から得られた最適形状に骨組を内蔵した構造物の内圧に対する安全性の評価を行う。

5.3.1 許容応力度設計

1 気圧の内圧に対する短期許容応力度設計を行う。これは、本論文で提案する金属薄板による閉多面体空気構造を月火星基地等の宇宙構造物として設計することを想定し、航空・宇宙関連の設計では一般的に極限設計が行われることを踏まえている。材料はアルミニウム合金 A7178-T6 とし、引張耐力の 0.8 倍を基準強度とする。材料特性は以下の表 5.8 で示されるものとする。

表 5.8 材料特性

ヤング率	71400N/mm ²
ポアソン比	0.33333
引張耐力	540N/mm ²
短期許容応力度	440N/mm ²

本論文では、圧縮部材の応力伝達を期待せずに残りの引張部材で成立させるとした場合の応力で短期許容応力度計算を行い、安全性を評価する。これは、圧縮部材にしわなどの座屈が発生して、その部材の耐力が見込めなくなったとしても、あらかじめその分の耐力を期待せずに応力評価を行っているため安全側の設計であるといえる。

内圧に対する軸力図及び変形図を図に示す。なお、この解析では応力伝達を期待しないことを反映させるため、骨組を内蔵した構造物で荷重増分解析を行った結果圧縮が発生する部材の断面積を $\text{Area}=0.0001\text{cm}^2$ として再度静的線形解析を行うこととする。この解析を、断面積を変更した部材以外の部材で圧縮部材本数が 0 になる、もしくは、指定した回数に達するまで行う。なお、圧縮部材が引張部材に転じた場合には元の断面積に戻す。この計算には構造解析ソフトウェア Hogan を用いる。

表 5.9 解析結果

	形態解析後
最大引張応力 [kN]	844.59
最大引張応力度 [N/mm^2]	326.2
圧縮部材本数 [本/193 本]	0
Z 方向最大変位 [cm]	15.739

圧縮部材の応力伝達を期待しないとした場合、残りの部材は引張力のみで成立できる形状が得られたことが確認できる（図 5.9, 図 5.10）。最大引張応力度は $326.2[\text{N}/\text{mm}^2]$ 、Z 方向に対する最大変位は $15.739[\text{cm}]$ であった。変形図（図 5.11）に着目すると、形態解析前の形状で圧縮部材の応力伝達を期待しない場合、変形が発散し圧縮材の応力伝達を期待しないと成立できないのに対し、提案する形態解析手法により生成された形状の場合は変形が発散することなく、比較的滑らかに変形している。このことから、提案する形態解析の有効性が確認された。

5 形態解析手法を用いた閉多面体の設計

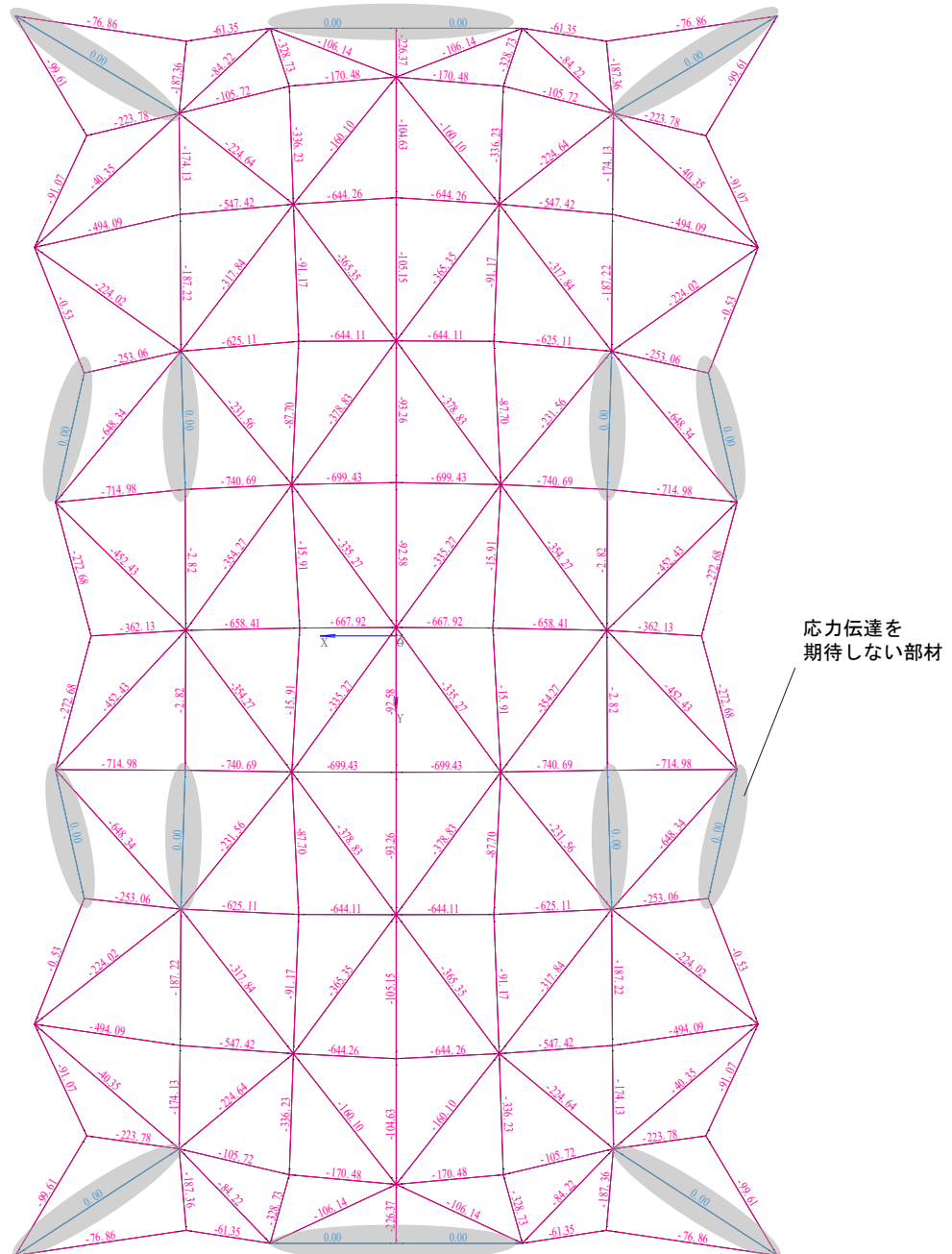


図 5.9 上面軸力図 軸力図 [kN] (正が圧縮)

5 形態解析手法を用いた閉多面体の設計

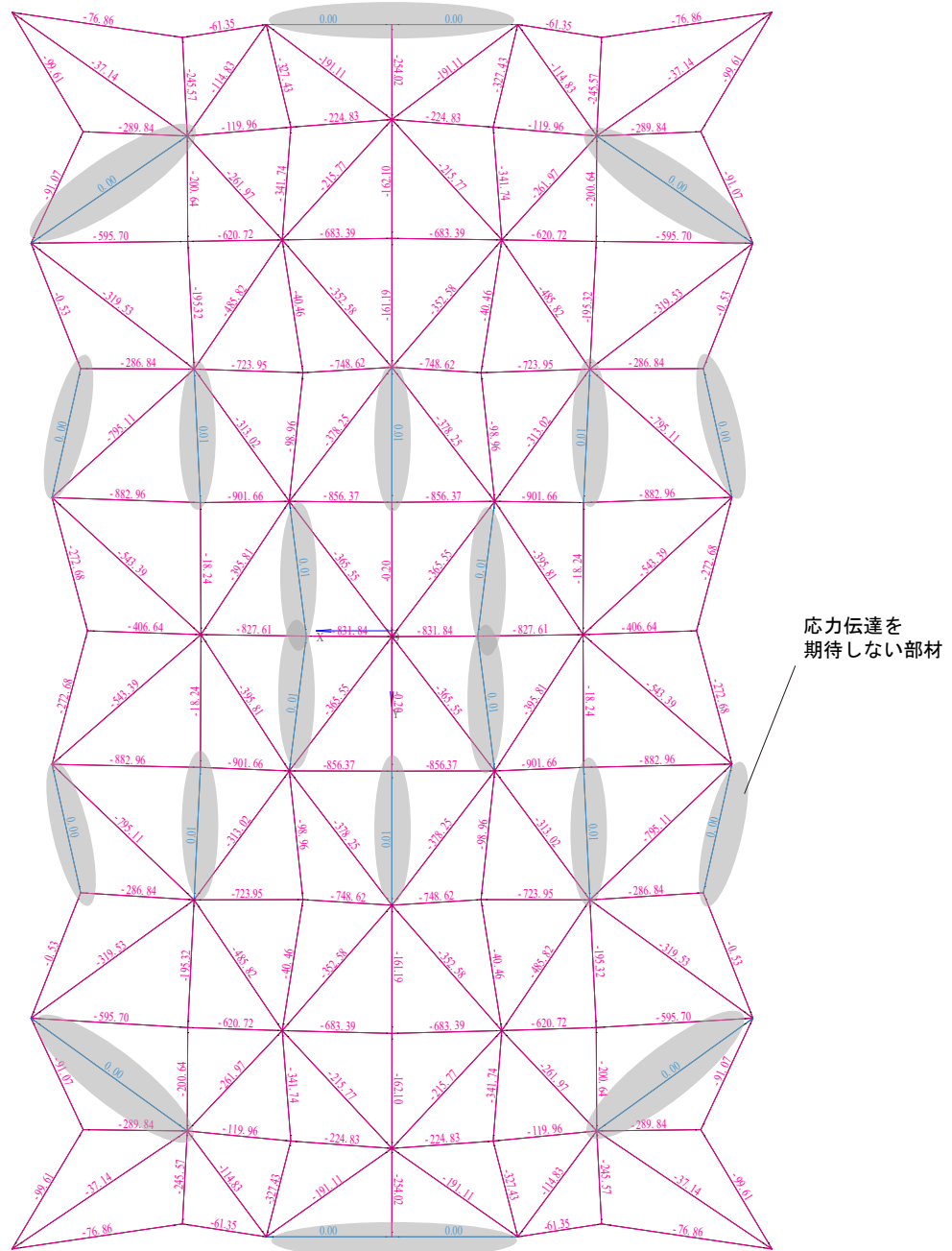
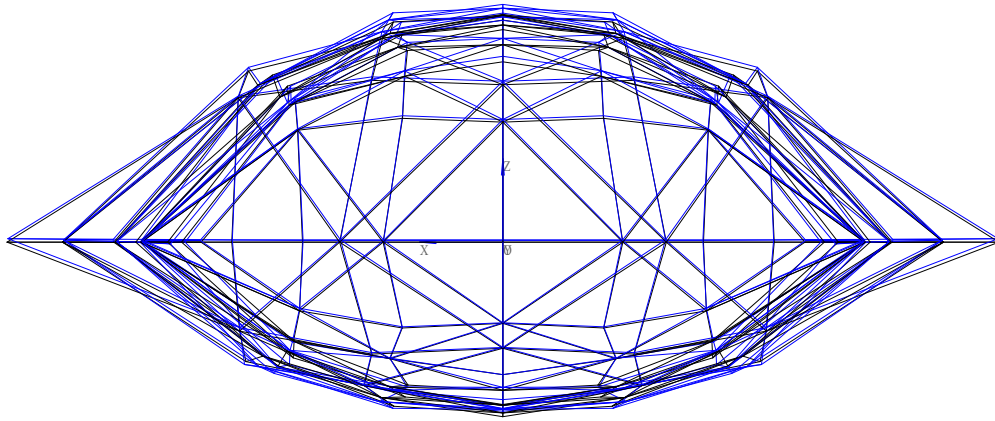
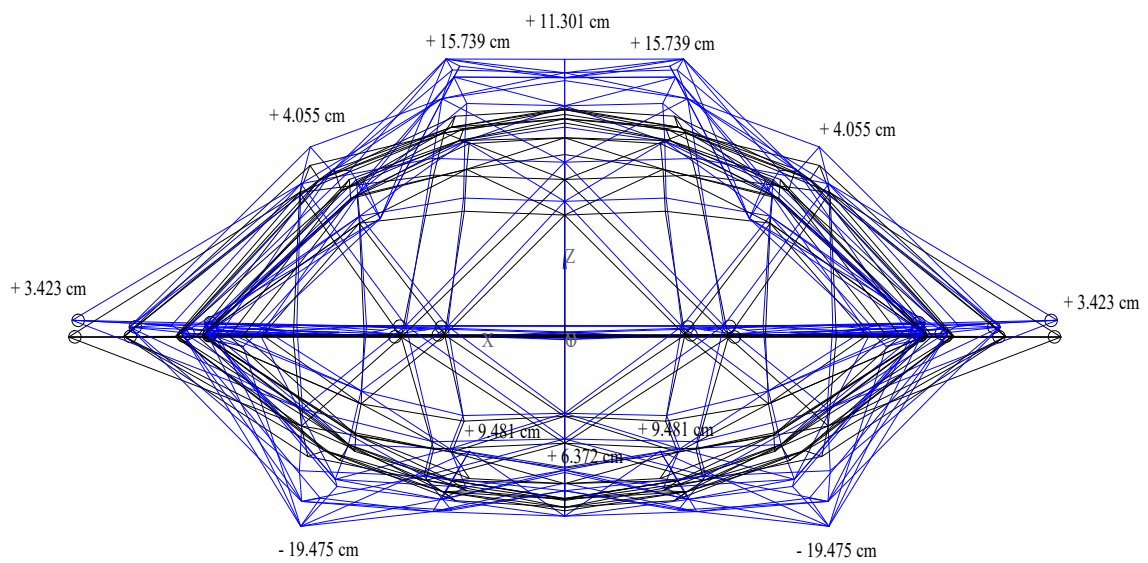


図 5.10 下面軸力図 軸力図 [kN] (正が圧縮)



(a) 変形倍率1倍



(b) 変形倍率5倍

図 5.11 変形図

5.3.2 算定結果

上下境界部のみ板厚 4.2mm、その他の板厚を 2.0mm とした場合の算定結果を示す（図 5.12、図 5.13）。

検定比の最大値は 0.939 となり、提案する手法により生成された閉多面体の展開完了後の安全性が確認された。上下境界部材では面外曲げ、その他の部材では軸力が支配的となった。これは、上下境界面付近の部材は多面体の成す角が 90° 程度で、面外曲げ剛性が大きいためである。面外曲げ剛性は許容値が 0.504[tfm] に対し、発生する応力は 0.473[tfm] と安全率が 0.938 であるのに対し、軸力は許容値 24[tf] に対して発生する応力は 0.054[tf] と安全率が 0.001 未満であり、軸力に対しては余裕度があるため、曲げ強度を 2.1 倍程度見込むことができれば全部材を 2.0[mm] で実現できる可能性がある。面外曲げ剛性・強度を増大し構造性能を向上させる方法として Dimple による提案が行われており^[34]、これを本形状に適用することでより軽量な閉多面体空気構造を実現できると期待される。今後は、平板に限らず多面体に Dimple を施した際の剛性・強度との関係を明らかにする必要がある。

5 形態解析手法を用いた閉多面体の設計

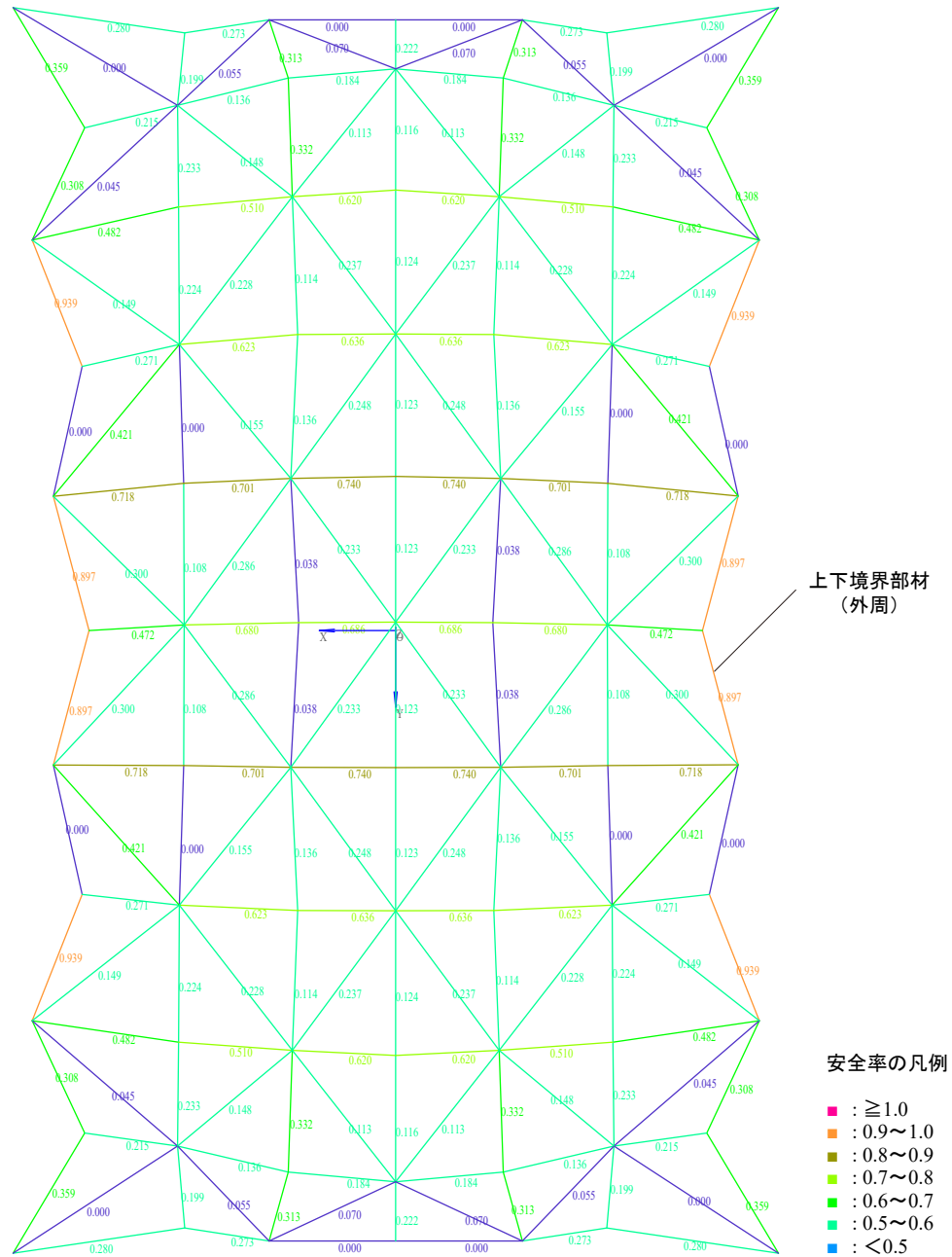


図 5.12 上面算定結果

5 形態解析手法を用いた閉多面体の設計

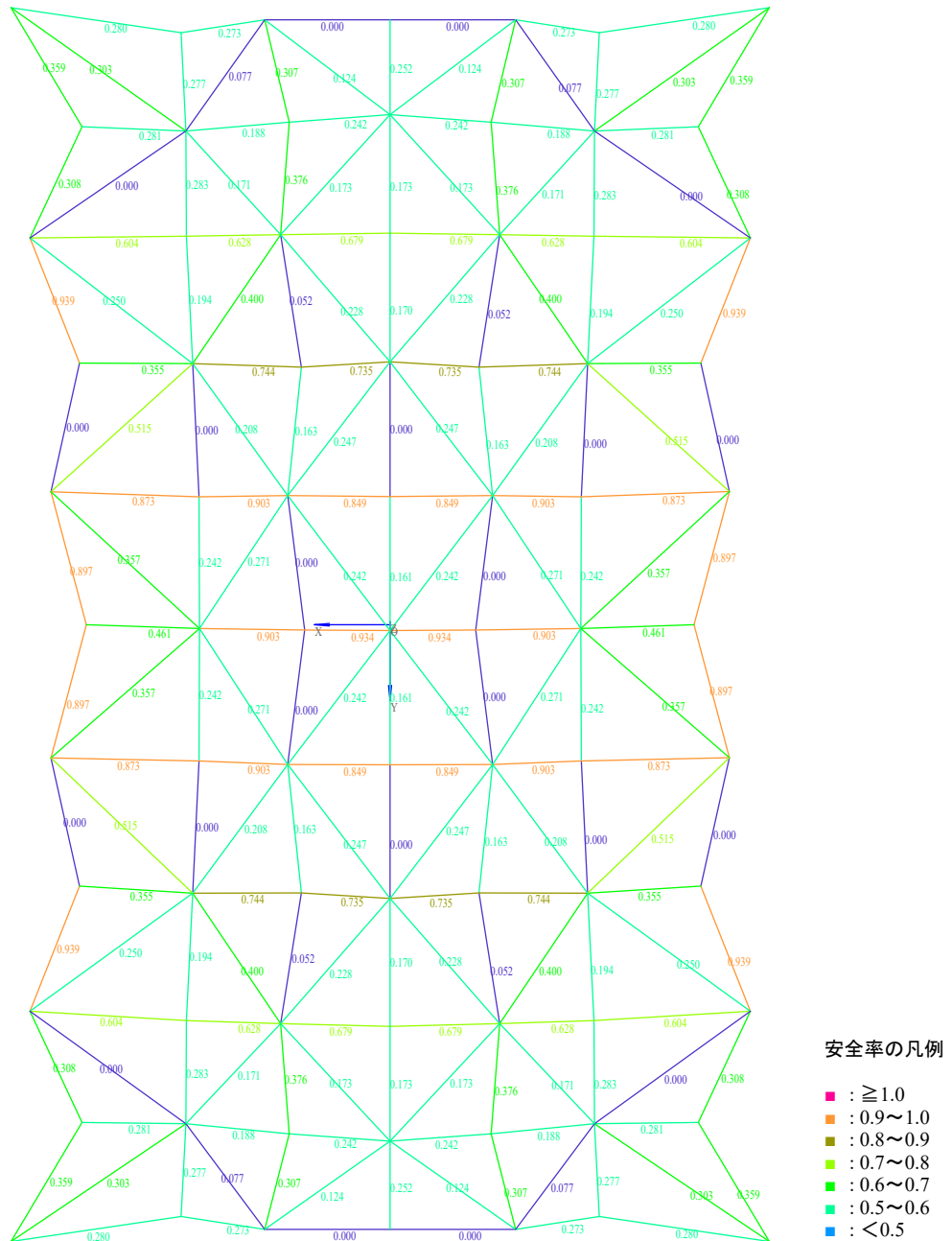


図 5.13 下面算定結果

5.3.3 形態解析前後での安全性の比較評価

2.4 で示した形態解析前の形状と、最適形状にそれぞれ骨組を内蔵させて荷重増分解析を行い、1 気圧の内圧に対する応力を比較する。なお、ここで扱う最適形状は前述の通り、圧縮部材の応力伝達を期待しないとして、荷重増分解析で圧縮が発生した部材の断面積を $\text{Area} \doteq 0$ として改めて線形解析を行い、残りの部材に発生する圧縮がなくなる、もしくは、指定した回数になるまでこれを繰り返す。まず軸力図を比較する（図 5.14）。

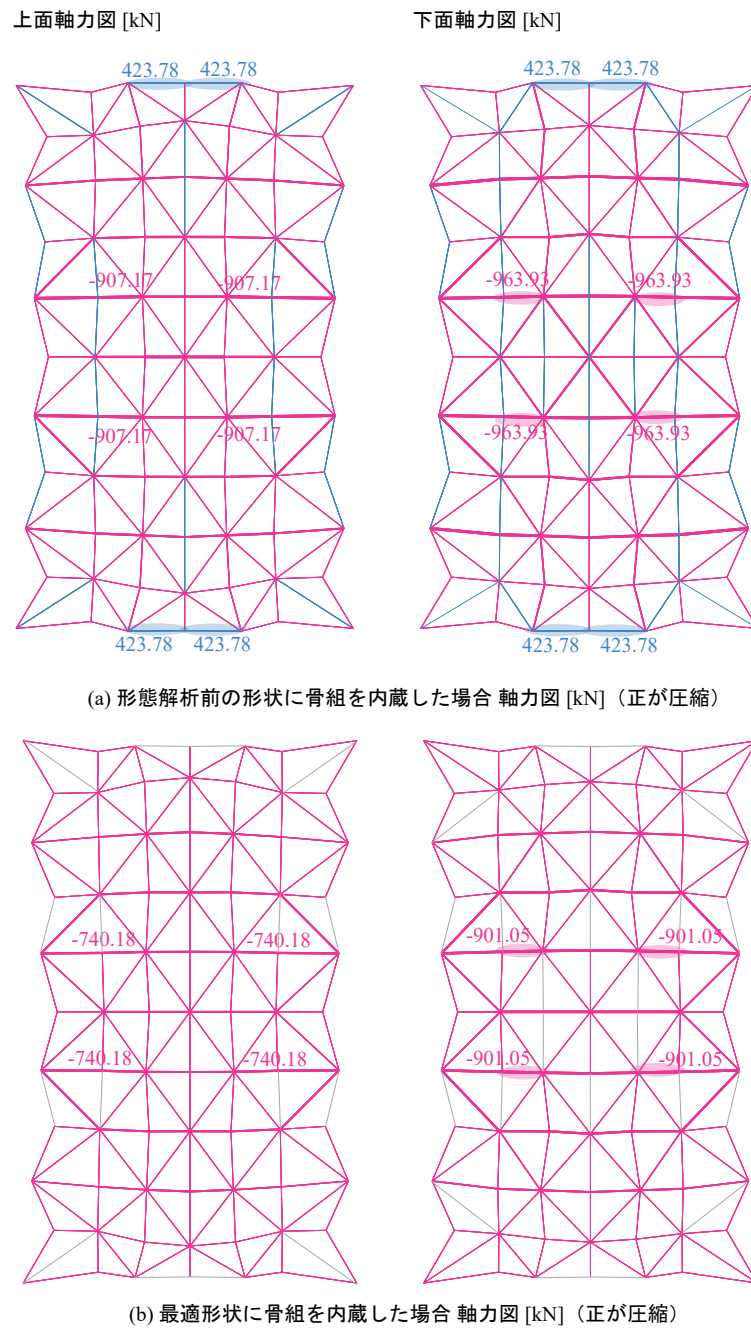


図 5.14 骨組内蔵における形態解析前後での軸力の比較

表 5.10 解析結果

	形態解析前	最適形状
最大引張応力 [kN]	963.93	844.59
最大圧縮応力 [kN]	423.78	-
最大引張応力度 [N/mm ²]	376.1	326.2
最大圧縮応力度 [N/mm ²]	165.5	-
圧縮部材本数 [本/193 本]	60	0

形態解析前の最大引張応力度は 376.1[N/mm²] であるのに対し、最適形状は 326.2[N/mm²] となり 13% 低減している（表 5.10）。最適形状は引張力のみで成立していることに加え、最大応力度も低減することから力学的に優良な形状となっていることが裏付けられた。

次に内圧に対する安全性を比較評価する。許容値を上回り検定比が 1 以上となる部材を赤で表示している。形態解析前の形状では許容値を超える部材が 68 本発生し全体部材に対し 35% が力学的に成立していない。これに対して、最適形状ではすべての部材が許容値を下回り、内圧に対する安全性がより高いことが分かる。多面体の効果で完全に均一な応力分布は得られないものの、提案する形態解析手法により、特定の部材に応力が集中する状況が回避され、より均一にならされる方向に応力分布が変化したことで、力学的に効率的な形状が得られていると考えられる。この結果、最適形状では形態解析前と比較して軽量の閉多面体空気構造を実現できることが明らかになった。

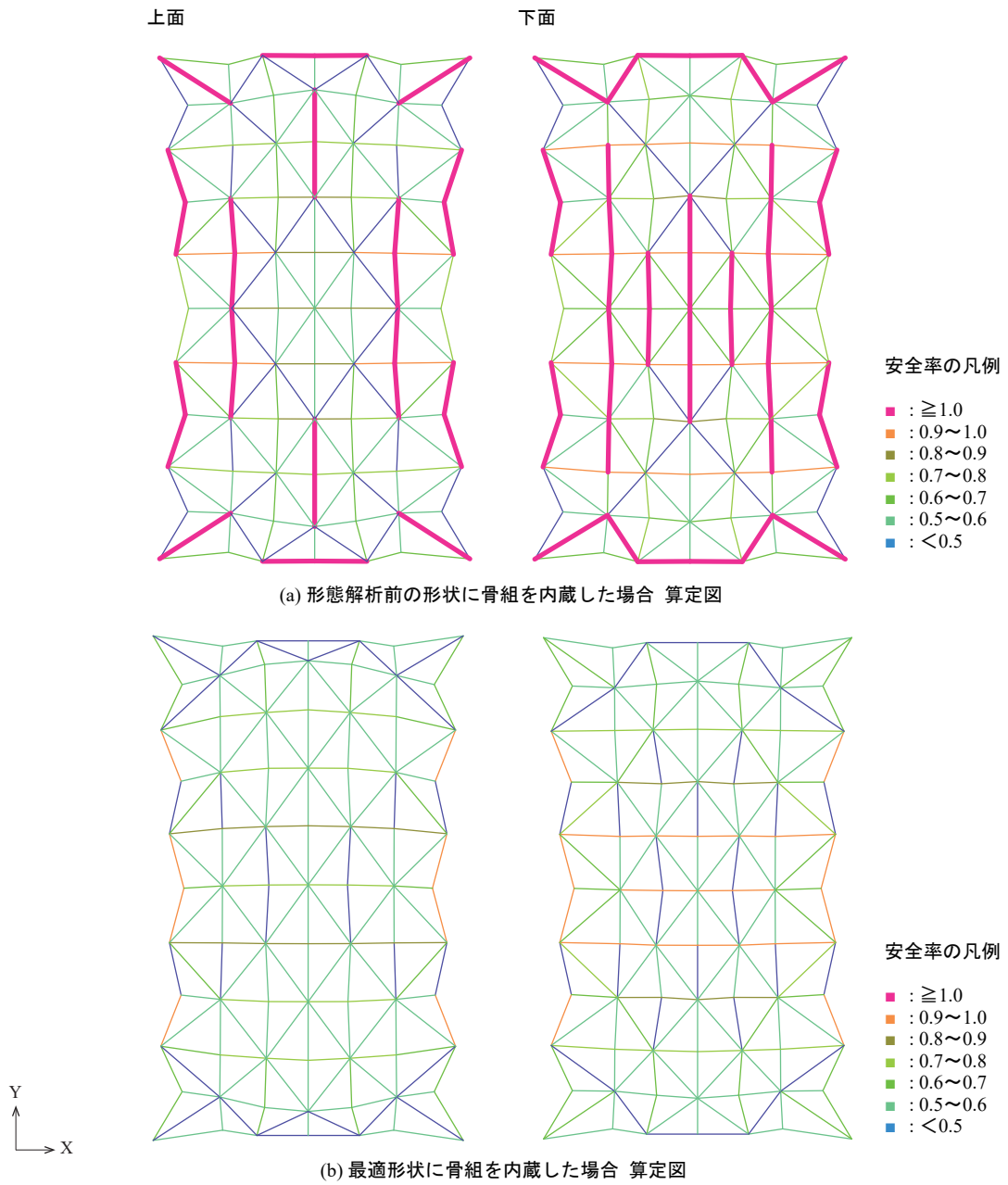


図 5.15 算定結果

5.4 結論

本章では、実現可能な支持条件として骨組を内蔵する構造物を考え、理想的な応力状態を得るために短辺単純支持とした形態解析を行った。その結果得られる最適形状を対象に、1 気圧の内圧に対する短期許容応力度設計を行い、提案する手法により特定の部材への応力集中が解消されより均一な応力分布に近づいたことで、圧縮部材の応力伝達を期待せずとも張力のみで成立する、軽量の閉多面体空気構造を実現できることを示した。形態解析前の形状では圧縮部材の応力伝達を考慮しない場合には、変形が発散し設計が行えないことから、本手法により得られた最適形状の優位性を示すことができた。

6 形態解析手法の拡張

ここまで、多面体の稜線を線材置換した稜線モデルを用いて、力学的理想応力状態を実現する初期形状を生成する形態解析手法を示し（2～4章）、実際の支持条件を反映した設計法及び設計例を提案した（5章）。このモデルは応力が稜線部に集中すると仮定した簡略的なモデルであり、

- 詳細にモデル化する場合と比較して計算負荷が軽い
- 軸力の流れが分かりやすく形態操作と応力の関係が把握しやすい
- 折り畳みの幾何学条件を検討しやすい

などの利点から形状決定の初期段階において有効な手段といえるが、実現象を詳細に捉えるためにはパネル面内部を考慮できるモデル化が必要となる。面内部をモデル化した場合、軸力で応力伝達しやすくなる等の内圧によりパネルが曲率を持つことで生じる効果を見込むことができる。そこで本章では、提案した形態解析手法を面外変形を考慮したモデル（以後、詳細モデル）に拡張し、理想的な応力状態となる曲面を示すことを目指す。

6.1 線材置換による面内のモデル化

6.1.1 多面体の線材置換

多面体の面内を線材により置換し面外変形を考慮した詳細モデルを生成する手法を説明する。まず各面が三角形で構成される平坦折可能な多面体を用意する。三角形パネルを構成する三辺のうち、辺 A、B を n 等分、辺 C を $2n$ 等分して図に示すようなグリッドを形成する。グリッドの交点には節点を設ける。

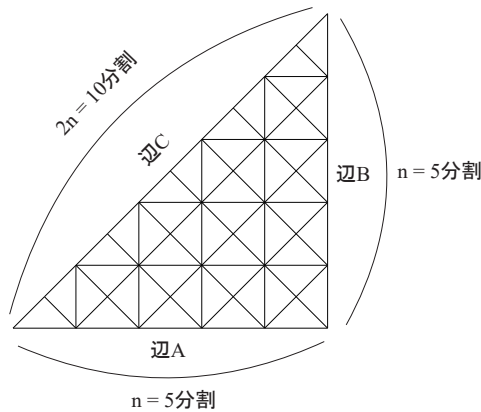


図 6.1 三角形パネルの分割 ($n = 5$ の場合)

この分割をすべての面で行い、図のような線材モデルをつくる。本論文では、稜線に対応する部材のうち XY 軸に平行な部材を「縦横材」、斜めの部材を「斜め材」、面内に対応する部材を「面内材」と呼ぶ。

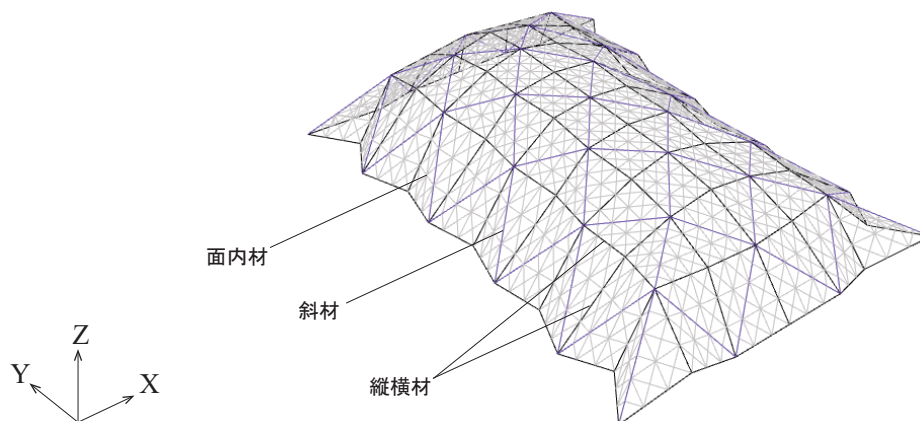


図 6.2 詳細モデルの例 ($n = 3$ の場合)

6.1.2 詳細モデルの剛性に関する有効幅

多面体面内を線材置換するモデルにおいて、板の軸剛性と線材による軸剛性が一致するように有効幅を設定する。

まず板材について考える。板の構成方程式は次のように表される。

$$\sigma_x = \frac{E}{1-\nu^2}(\epsilon_x + \nu\epsilon_y) \quad (6.1)$$

$$\sigma_y = \frac{E}{1-\nu^2}(\epsilon_y + \nu\epsilon_x) \quad (6.2)$$

$$\tau_{xy} = G\gamma_{xy} \quad (6.3)$$

これらを厚さ t 方向に積分すると、

$$N_x = K(\epsilon_x + \nu\epsilon_y) \quad (6.4)$$

$$N_y = K(\epsilon_y + \nu\epsilon_x) \quad (6.5)$$

$$N_{xy} = \frac{K(1-\nu)}{2}\gamma_{xy} \quad (6.6)$$

ただし K は

$$K = \frac{Et}{1-\nu^2} \quad (6.7)$$

二軸引張状態を考える。

$$N_x = N_y = N \quad (6.8)$$

$$\epsilon_x = \epsilon_y = \epsilon \quad (6.9)$$

$$N_{xy} = \gamma_{xy} = 0 \quad (6.10)$$

この時、構成方程式は式 6.11 にまとめられる。

$$\begin{aligned} N &= K(1+\nu)\epsilon \\ &= \frac{Et}{1-\nu^2}(1+\nu)\epsilon \\ &= \frac{Et}{1-\nu}\epsilon \end{aligned} \quad (6.11)$$

次に線材について考える。縦横材のピッチが a の正方形グリッドで構成される図のような線材モデルを用意する。線材は軸剛性、面外曲げ剛性にのみ応力を負担し、面内曲げ、ねじりには応力伝達を期待しないとする。縦横材のピッチが a であるとき、斜め材のピッチは $a/\sqrt{2}$ となることから、有効幅においても縦横材の有効幅が b の時、斜め材の有効幅は $b/\sqrt{2}$ になると考えられる。軸力についても同様に、縦横材の軸力が P の時、斜め材の軸力は $P/\sqrt{2}$ となるとすると、幅 a あたりの合力は $2P$ となる。

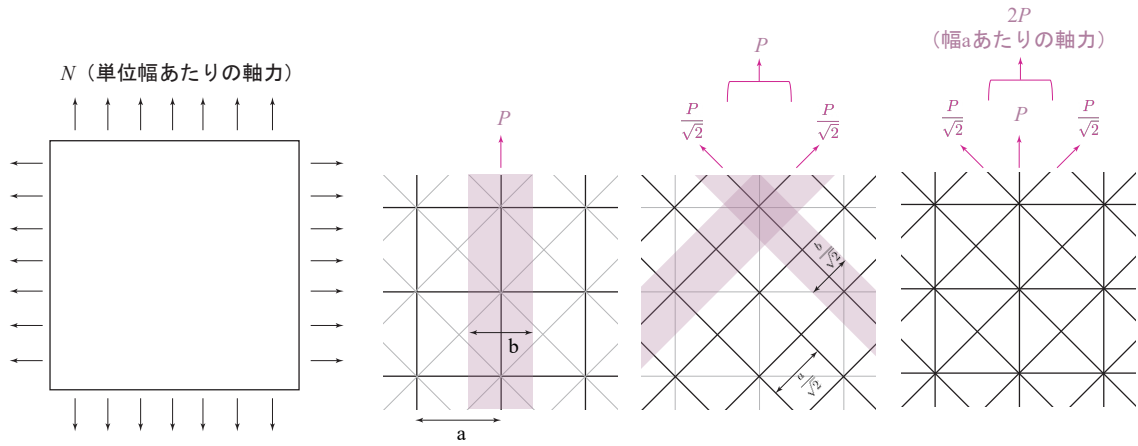


図 6.3 二軸引張状態における板と線材モデル

縦横材の軸方向の構成方程式を考えると式 (6.11) で表される。

$$\begin{aligned}\frac{P}{bt} &= E\epsilon \\ P &= Ebt\epsilon\end{aligned}\tag{6.12}$$

ここで、板の単位幅あたりの軸力を N とすると、

$$\begin{aligned}2P &= aN \\ P &= \frac{aN}{2} \\ &= \frac{a}{2} \frac{Et}{(1-\nu)} \epsilon\end{aligned}\tag{6.13}$$

式 (6.12)、式 (6.13) から、鋼材のポアソン比 $\nu = 0.333$ とすると、縦横材の有効幅は

$$b = \frac{a}{2(1-\nu)} = \frac{3}{4}a$$

よって、有効幅は部材ピッチの $3/4$ 倍とする。

6.2 形態解析手法の適用

ここから、提案する形態解析手法を詳細モデルに適用できるように拡張する。3章で示したように形態解析には、理想的な応力状態となる曲面の生成過程と、折り畳み条件を満たすための補正の過程があるが、本節ではまず前者の過程を示す。

6.2.1 解析領域

図に示す2つの平坦折り可能な閉多面体（閉多面体3,4）を対象に形態解析を行う。なお、解析領域は1/4対称モデルとする。

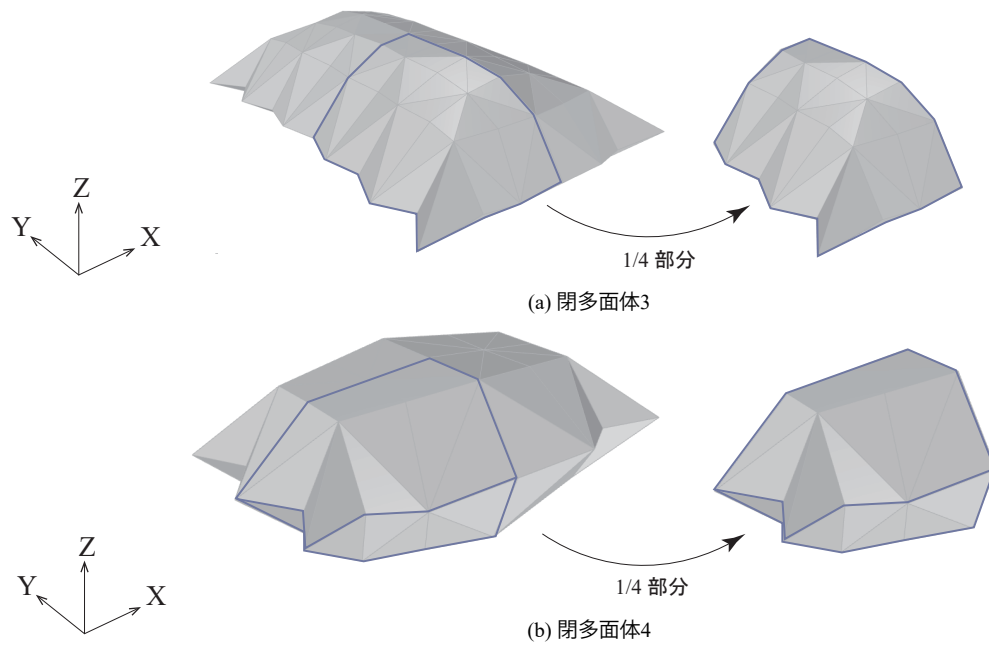


図 6.4 対象とする閉多面体とその解析領域

6.2.2 閉多面体 3：対象形状

閉多面体 3 における解析モデル（図 6.5）と解析条件（表 6.1）を示す。対称面外に変形しないように拘束し、全周単純支持とする。

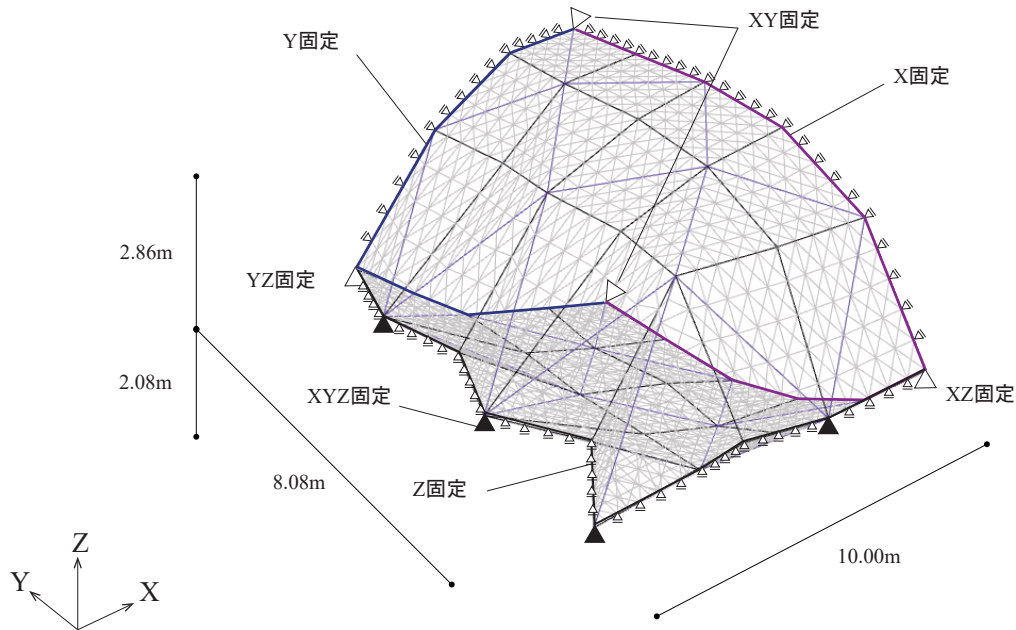


図 6.5 閉多面体 3 における詳細モデルの概要

表 6.1 閉多面体 3 における詳細モデルの解析条件

形状	10.00 × 8.08 × 4.94 [m]
支持条件	全周単純支持
接合条件	全て剛接合
基準内圧	101.325 [kN/m ²]
荷重倍率	20 [倍]
外皮材料	アルミニウム合金 A7178-T6
骨組内蔵ヤング率	71400 [N/mm ²]
比重	2.7
ポアソン比	0.333
部材断面	長方形断面
板厚	2 [mm]

6.2.3 閉多面体 3：理想的な応力状態となる曲面の応力分布

上記の流れに沿って解析を行い理想的な応力状態となる曲面を得る。図 6.6 に形態解析前の形状と、理想的な応力状態となる曲面の 1 気圧の内圧に対する応力分布を示す。

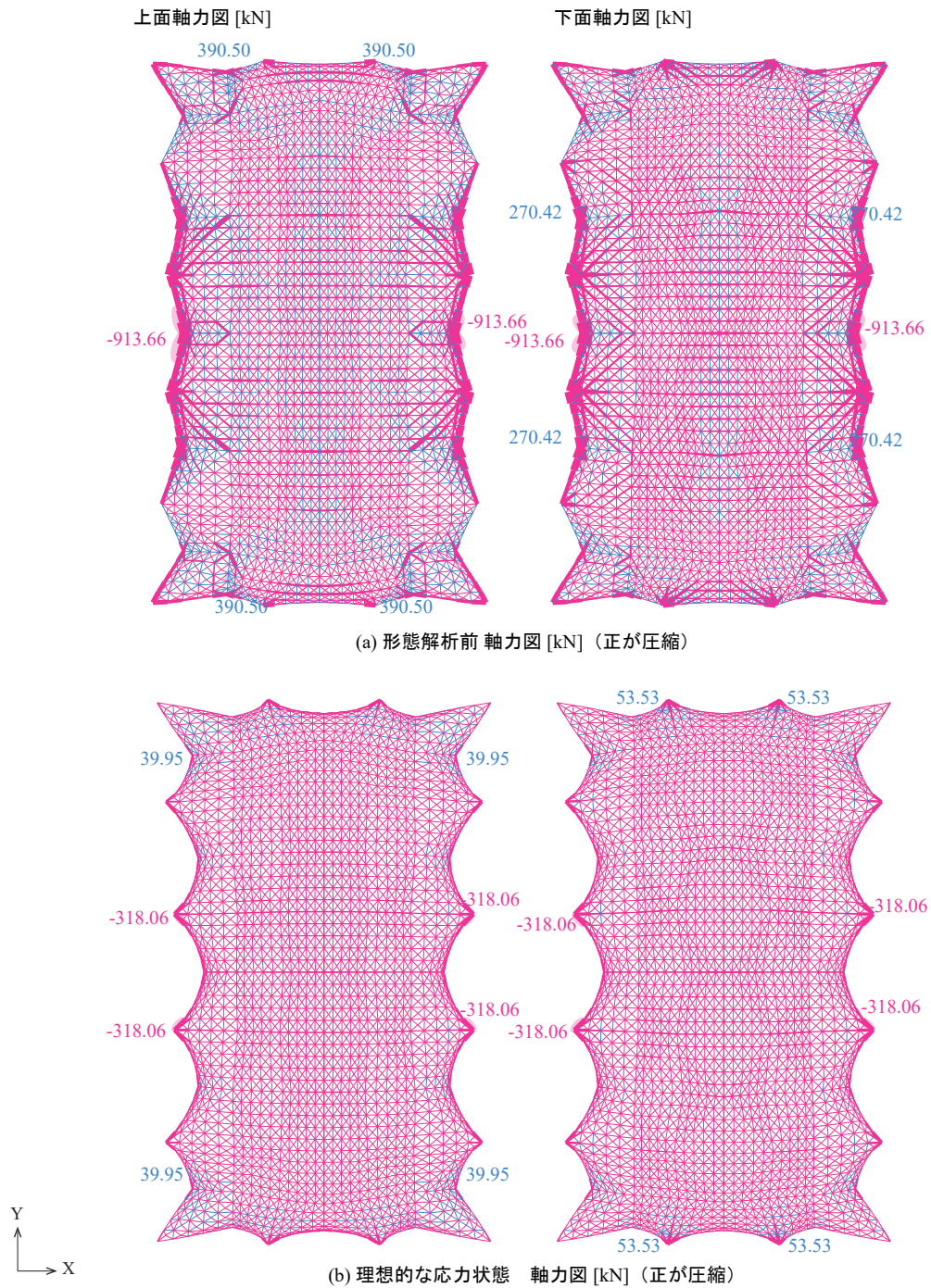


図 6.6 閉多面体 3 の軸力分布

6 形態解析手法の拡張

表 6.2 解析結果

	形態解析前	理想的な応力状態
最大引張応力 [kN]	913.66	318.06
最大圧縮応力 [kN]	390.50	53.53
最大引張応力度 [N/mm ²]	1632.9	617.9
最大圧縮応力度 [N/mm ²]	781.4	131.7
圧縮部材本数 (1/4 部分) [本/4540 本]	736	145

詳細モデルにおいても、形態解析前の形状では圧縮力が多く発生している様子が確認でき、圧縮部材本数は 1/4 部分で 736 本であった。これに対して理想的な応力状態となる曲面では、端部にわずかに圧縮力が発生しつつも主に引張力で成立し、圧縮部材本数は 145 本と 80% 少なくなった。さらに、表 6.2 から理想的な応力状態となる曲面では最大応力・最大応力度・圧縮部材本数がすべて形態解析前の結果より減少していることが分かる。特に最大応力度に着目すると、引張応力度では 1632.9[N/mm²] から 617.9[N/mm²] になり 62% 低減し、圧縮応力度では 781.4[N/mm²] から 131.7[N/mm²] になり 83 %低減している。このことから、提案する形態解析手法は、稜線部分に限らず、パネル面内の応力に対しても有効であることが示された。

6.2.4 閉多面体 4：対称形状

閉多面体 4 における解析モデル（図 6.7）と解析条件（表 6.3）を示す。閉多面体 3 と同様に対称面外に変形しないように拘束し、全周単純支持とする。

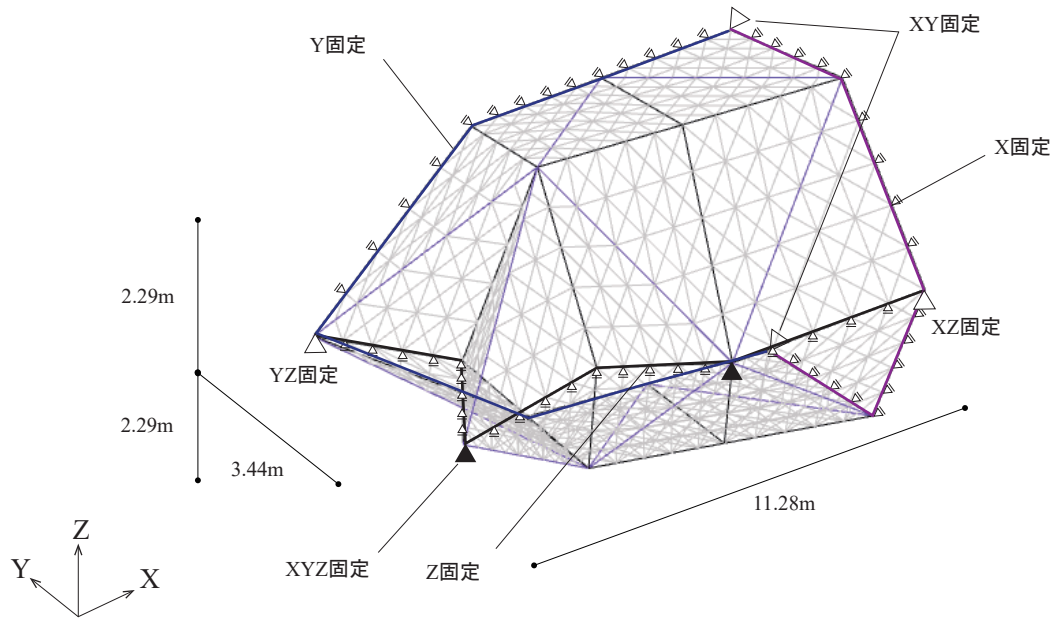


図 6.7 閉多面体 4 における詳細モデルの概要

表 6.3 閉多面体 4 における詳細モデルの解析条件

形状	11.28 × 3.44 × 4.58 [m]
支持条件	全周単純支持
接合条件	全て剛接合
基準内圧	101.325 [kN/m ²]
荷重倍率	20 [倍]
外皮材料	アルミニウム合金 A7178-T6
骨組内蔵ヤング率	71400 [N/mm ²]
比重	2.7
ポアソン比	0.333
部材断面	長方形断面
板厚	2 [mm]

6.2.5 閉多面体 4：理想的な応力状態となる曲面の応力分布

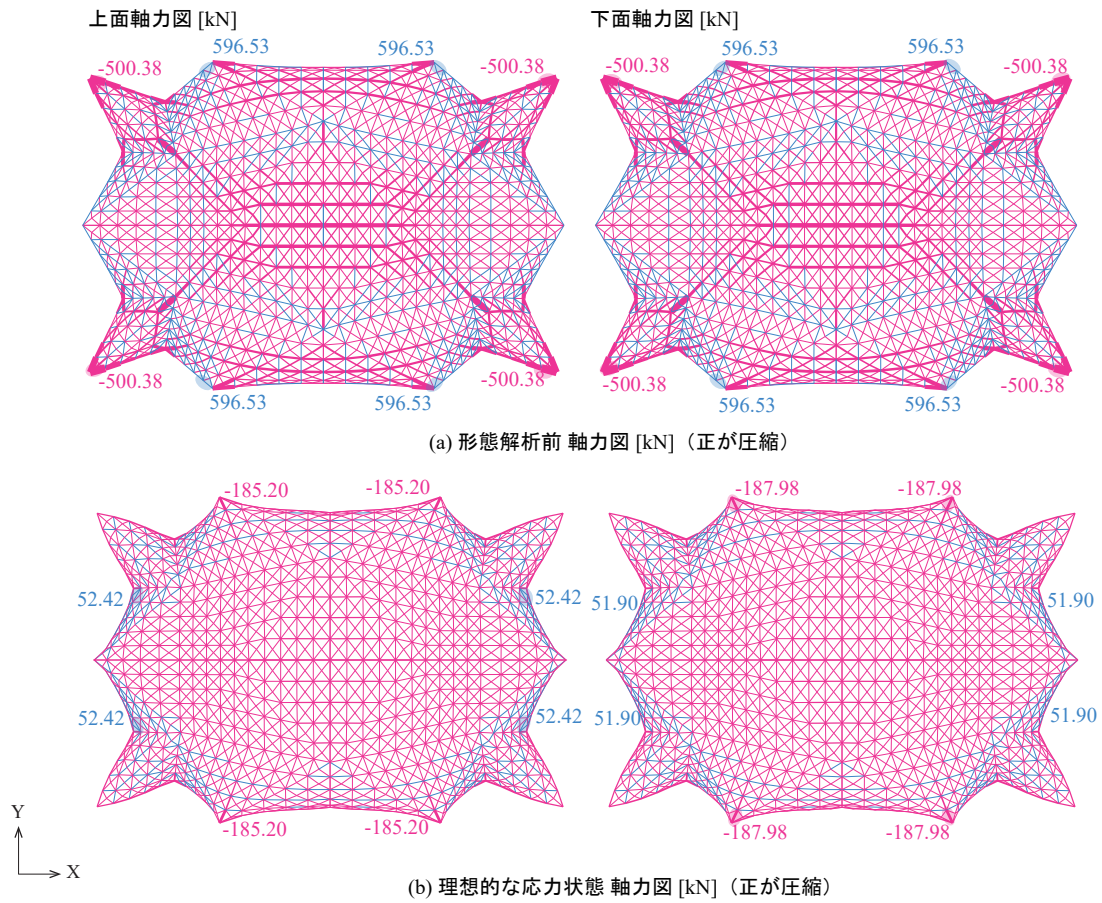


図 6.8 閉多面体 4 の解析結果

6 形態解析手法の拡張

表 6.4 解析結果

	形態解析前	理想的な応力状態
最大引張応力 [kN]	500.38	187.98
最大圧縮応力 [kN]	596.53	52.42
最大引張応力度 $[\text{N}/\text{mm}^2]$	778.8	300.1
最大圧縮応力度 $[\text{N}/\text{mm}^2]$	928.5	107.2
圧縮部材本数 (1/4 部分) [本/1825 本]	435	236

閉多面体 3 と同様に、曲率の変化が大きい端部に圧縮力が発生しつつも圧縮力が極小化され概ね引張力で成立する形状が得られている。最大引張応力度は $778.8[\text{N}/\text{mm}^2]$ から $300.1[\text{N}/\text{mm}^2]$ になり 61%、最大圧縮応力度は $928.5[\text{N}/\text{mm}^2]$ から $107.2[\text{N}/\text{mm}^2]$ になり 88%、圧縮部材本数は 435 本から 236 本になり 46 %低減しており、最適応力状態となっていることが分かる。このことから、提案手法により形状によらず力学的に優良な形状が得られているといえる。

6.3 詳細モデルにおける最適応力状態の実現

ここまで3章で示した形態解析手法を詳細モデルに拡張し、理想的な応力状態となる曲面を生成する過程を示した。本節では、面外方向への変形を再現可能な詳細モデルにおいて、理想的な応力状態となる曲面を折り畳めるような形状に補正する。

ここで詳細モデルにおける課題点を説明する。稜線モデルの場合は、多面体の各頂点を1つの線材で繋いだモデルであるため、多面体を構成するパネルの面は常に平坦な可展面となる。そのため平坦折り可能な形状に補正する際には、その形状を直接用いて折り畳みの線形条件を適用し最適化を行った。しかし、詳細モデルでは変形が面外方向に生じパネル内が2方向の曲率を持つため、この形状を平坦に折りたたむことはできない、平坦折り最適化の適用が困難である。

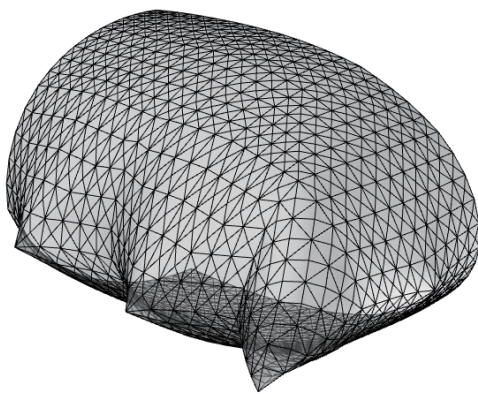
そこで、平坦折り可能な閉多面体で理想応力状態となる曲面を実現する手法として

- 平坦な三角形パネルで近似する手法
- 低曲率折りで近似する手法

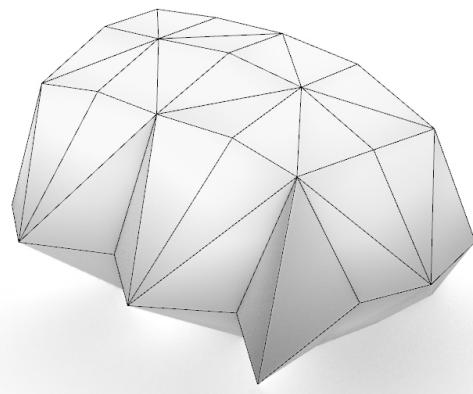
の2つを示す。

6.3.1 平坦な三角形パネルによる近似

理想的な応力状態となる曲面を平坦な三角形パネルからなる多面体で近似する手法を説明する。まず近似する多面体の頂点が理想的な応力状態となる曲面の稜線同士の端点と一致するように三角形パネルを配置する（図6.9）。



理想的な応力状態となる曲面



平坦な三角形パネルで構成される閉多面体

図 6.9 平坦三角形パネルでの曲面の近似

次にこの平坦三角形パネルによる形状を平坦折り最適化し、折り畳みの幾何学条件を満たす形状に補正する。図に平坦折り最適化前後の形状の比較を示す。平坦折り最適化により上下面境界部などで形状に変化が生じるものの、その差は13%程度であり、最適化前後で形状の一致度が高いことが分かる。これは4章の稜線モデルで示した傾向と一致しており、詳細モデルにおいても初期形状を平坦折り可能な閉多面体としたことの効果を示すことができたといえる。

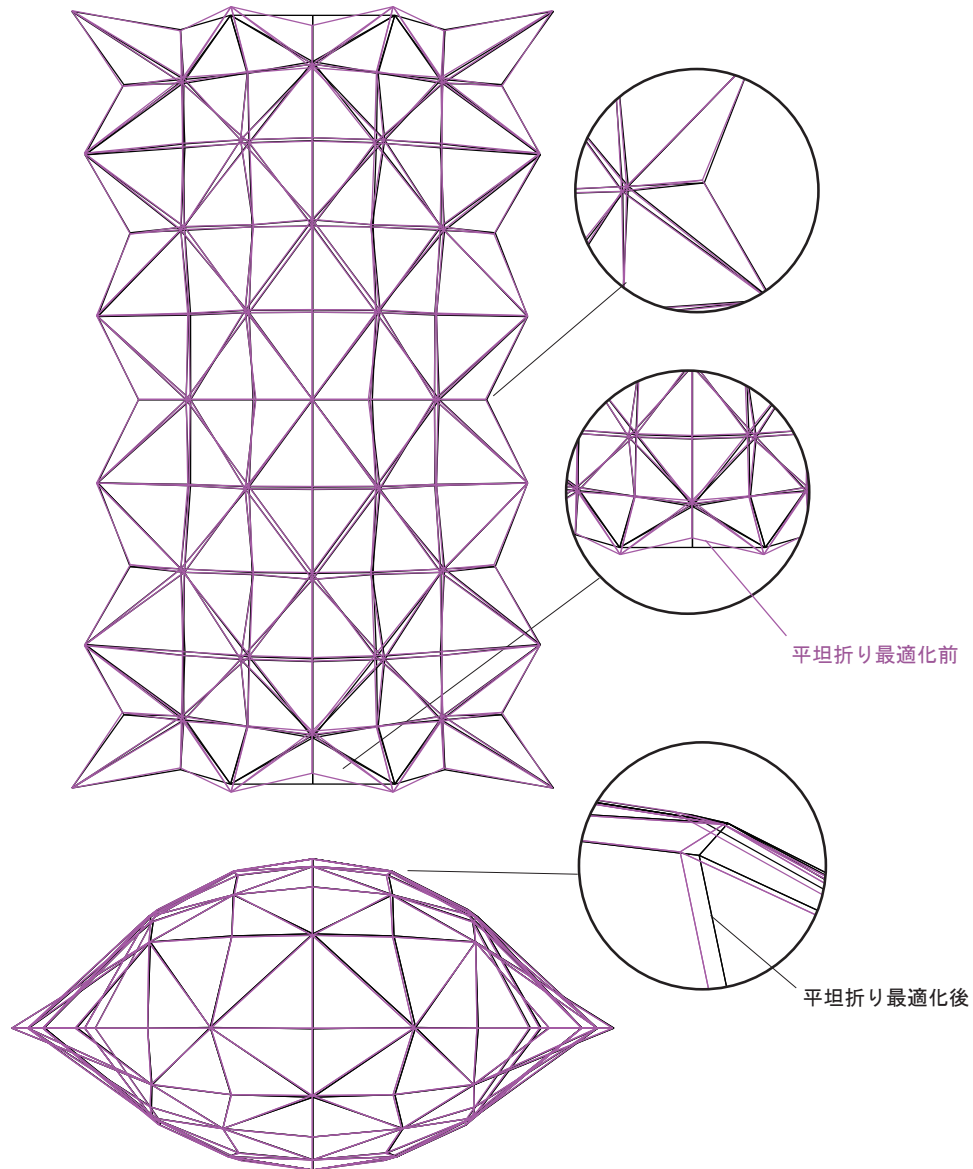


図 6.10 平坦三角形パネルの平坦折り最適化前後の形状

この形状に基準内圧を与えた時の応力状態を考察する。

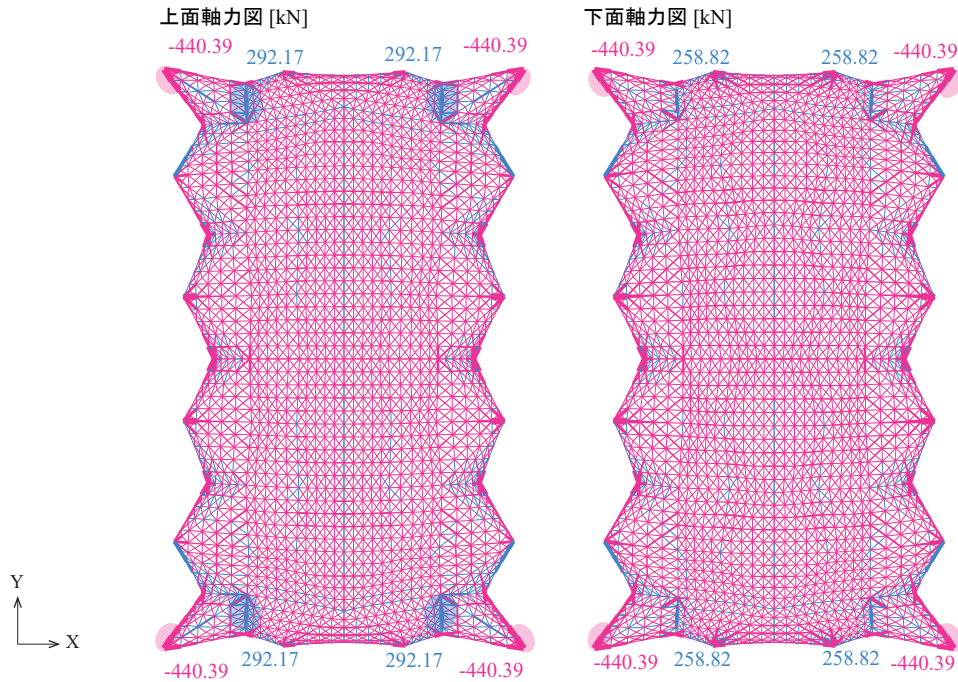


図 6.11 平坦三角形パネルの多面体における応力状態

表 6.5 解析結果

	平坦三角形パネル閉多面体	理想的な応力状態
最大引張応力 [kN]	440.39	318.06
最大圧縮応力 [kN]	292.17	53.53
最大引張応力度 [N/mm^2]	861.8	617.9
最大圧縮応力度 [N/mm^2]	571.7	131.7
圧縮部材本数 (1/4 部分) [本/4540 本]	475	145

平坦三角形パネルで近似した閉多面体の内圧に対する応力は、形態解析前（図 6.6、表 6.2）と比較すると、引張応力度は $1632.9[\text{N}/\text{mm}^2]$ から $861.8[\text{N}/\text{mm}^2]$ 、圧縮応力度は $781.4[\text{N}/\text{mm}^2]$ から $571.7[\text{N}/\text{mm}^2]$ となり、それぞれ 47% と 27% 低減していることから、全体に発生する応力が減少し、圧縮材の数が極小化できていることが分かる。一方で、理想的な応力状態となる曲面との応力を比較すると、特に圧縮応力度について、平坦三角形パネルの閉多面体が $571.7[\text{N}/\text{mm}^2]$ に対して、理想的な応力状態となる曲面は $131.7[\text{N}/\text{mm}^2]$ と差が生じている。これは、曲面近似の精度によるものと考えられ、平坦三角形パネルで近似する手法では実現できる応力状態に限界があることが判明した。

本手法で生成した平坦折可能な閉多面体の模型を作成（図 6.12、図 6.13）し、折り畳み・展開可能性と展開完了後の曲面形状を考察する。確かに平坦折り可能であり、展開時には安定状態へ一気に変形する飛び移り現象を伴うことが確認された。展開完了後の曲面形状は、稜線の山折り・谷折りに対応して凹凸が生じている様子が確認でき、圧縮力が主に発生する四隅での曲率の変化が大きいことが確認できる。

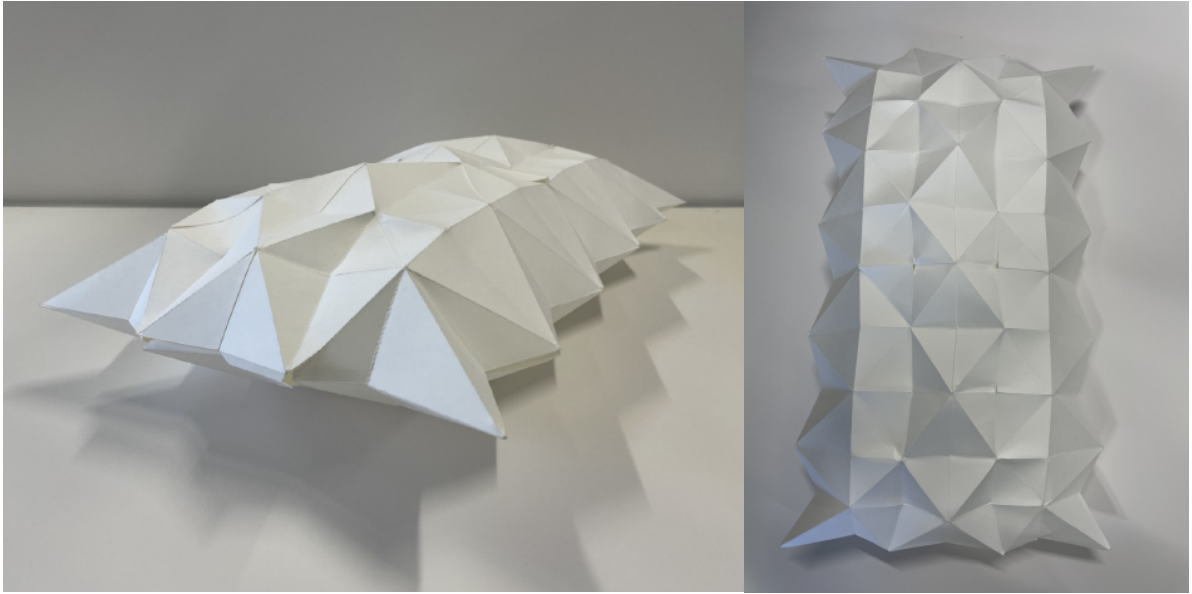


図 6.12 平坦三角形パネルで構成される閉多面体

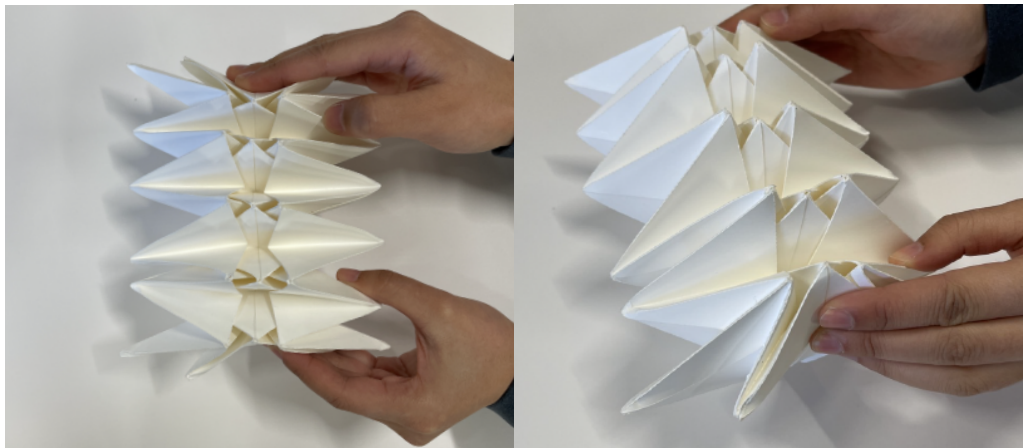


図 6.13 平坦三角形パネルで構成される閉多面体が平坦に折りたたまれた様子

6.3.2 低曲率折りによる近似

平坦三角形パネルで理想的な応力状態となる曲面を近似する手法では、曲面の近似の精度や実現できる応力状態に限りがあることが判明した。そのため、理想的な応力状態となる曲面の応力状態を実現するには、曲面をより精度よく近似できる平坦折り可能な閉多面体を考える必要があり、本論文ではこの問題を解決する方法として低曲率折りに着目する。

低曲率折り^[35]は、直線で構成されている折り目を部分的に曲線化し、破断しない曲率で緩やかに折り曲げる方法で、佐藤らにより提案されている。類似の手法^{[36][37]}に、稜線を曲線、頂点部分を円錐形として多面体を構成する手法^[36]があるが、この場合、稜線がすべて曲線であるため頂点の扱いが問題となり折線が多くなるのに対し、低曲率折りでは、直線で構成される多面体の稜線を部分的に曲線にしているため元の平坦三角形パネルの展開図から折線の数を変えずに、少ないひずみで緩やかに折り曲げることができる。また、曲率を材料特性を考慮して決定するため、破断しない曲率で折り曲げる点が既往の手法と異なる。

提案されている低曲率折りの曲率は材料特性を考慮して決定されており、展開途中のひずみを低減する目的で提案されている。本論文では、理想的な応力状態を実現するという目的から低曲率折りに着目し、応力状態に対する性能を評価することで、活用の幅を広げることを目指す。

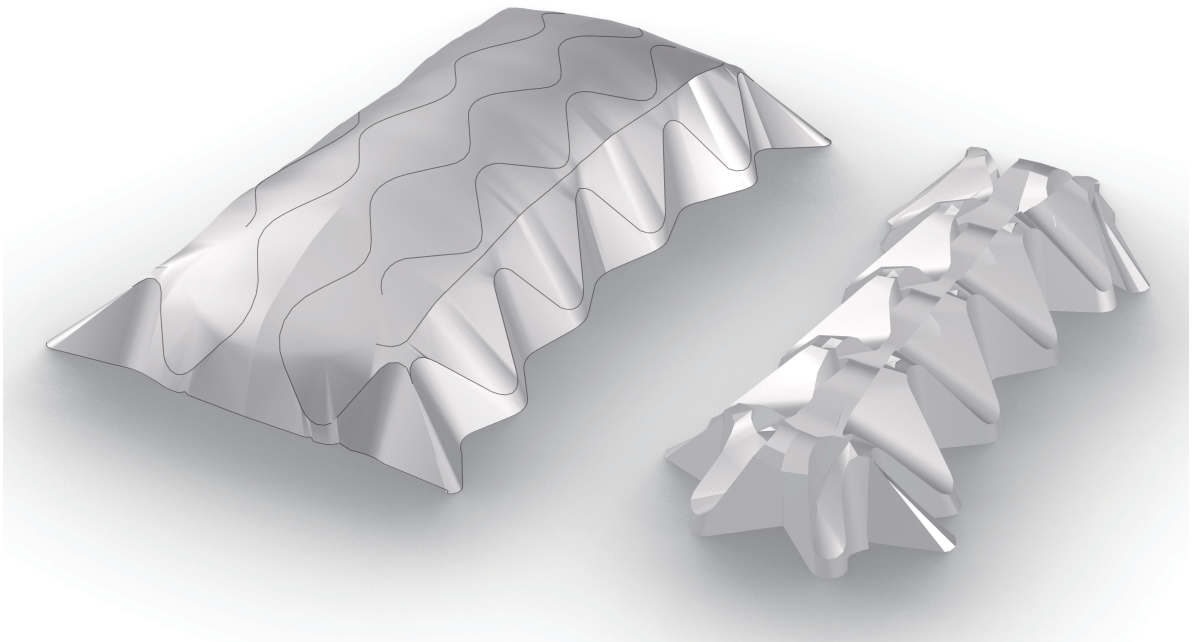


図 6.14 低曲率折りによる閉多面体の例

理想的な応力状態となる曲面を低曲率折りで実現することを考え、低曲率折りを分析する。

まず、低曲率折りで形成される曲面形状は、単一の可展面で構成される面積が少なくなり、部分的に曲線で折り曲げられるため、滑らかな曲面が実現しやすく理想的な応力状態となる曲面形状を平坦三角形パネルよりも精度よく近似することができる可能性がある。

さらに、低曲率折りにより近似された曲面の平坦折り可能性については、平坦三角形パネルで平坦折りが可能であったことを踏まえると、多面体の稜線を部分的に曲線化している低曲率折りは、元の展開図から折り目の位置自体は大きく変化しないため、同様に平坦折りが可能となる可能性が高い。

このことから、低曲率折りで理想的な応力状態となる曲面を十分近似できれば、理想的な応力状態に近く平坦折りが可能な閉多面体を得ることができると考えられる。

ここから、閉多面体 3 を対象として、理想的な応力状態となる曲面を低曲率折りの閉多面体で近似する方法を説明する。まず展開図を作成するため理想的な応力状態となる曲面を可展になるように、ニュートンラフソン法を用いた最適化計算を行う。この計算は折り紙シミュレーションソフトウェア FreeFormOrigami を用いる。その結果図 6.15 に示すような展開図を得る。

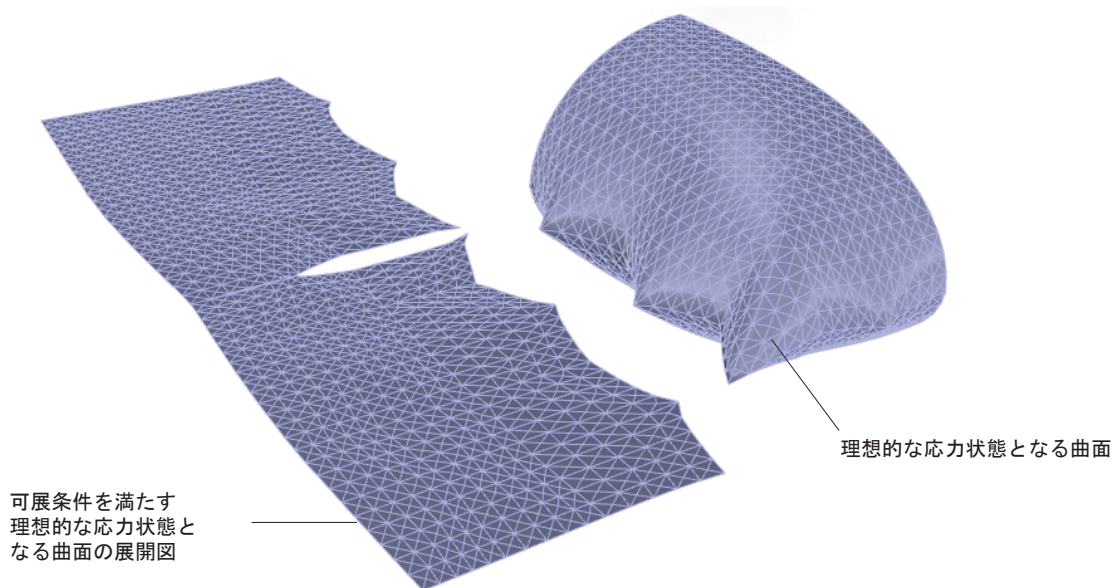


図 6.15 可展条件を満たす理想的な応力状態となる曲面とその展開図

その後、図 6.16(a) 図 6.16(d) の手順で低曲率折り展開図を作成する（図 6.16）。まず展開図（図 6.16(a)）の外周に沿って低曲率折りの外周となる曲線を描く（図 6.16(b)）。その後頂点部分が曲率を持つような曲線を折線を元の稜線に沿って描き（図 6.16(c)）、低曲率折りとなる範囲を山（赤色ハッチ部分）谷（青色ハッチ部分）で振り分ける（図 6.16(d)）。

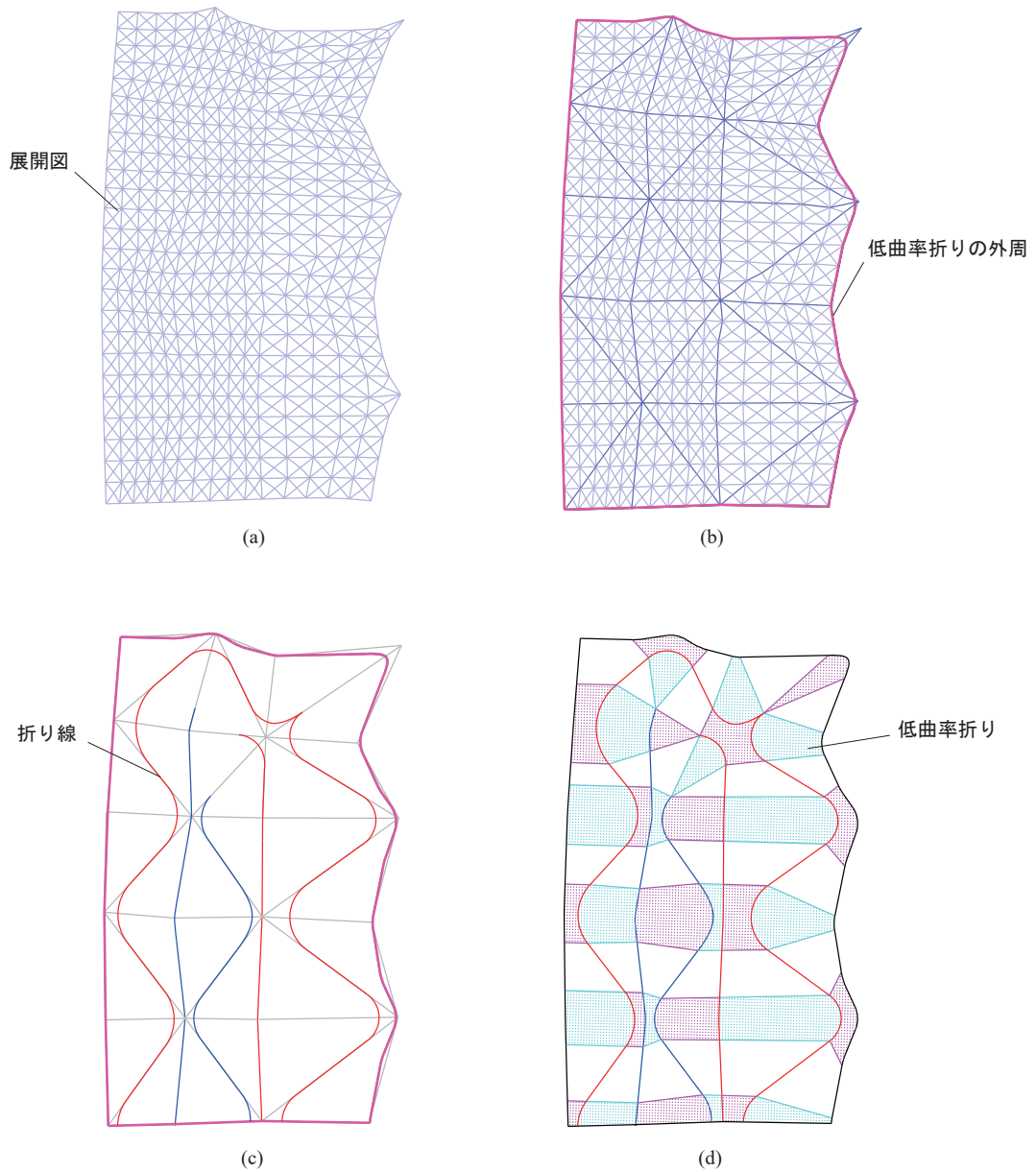


図 6.16 低曲率折りによる理想的な応力状態となる曲面の近似

なお、この時の曲率はフィレット半径 Φ を指定することで定める（図 6.17）。

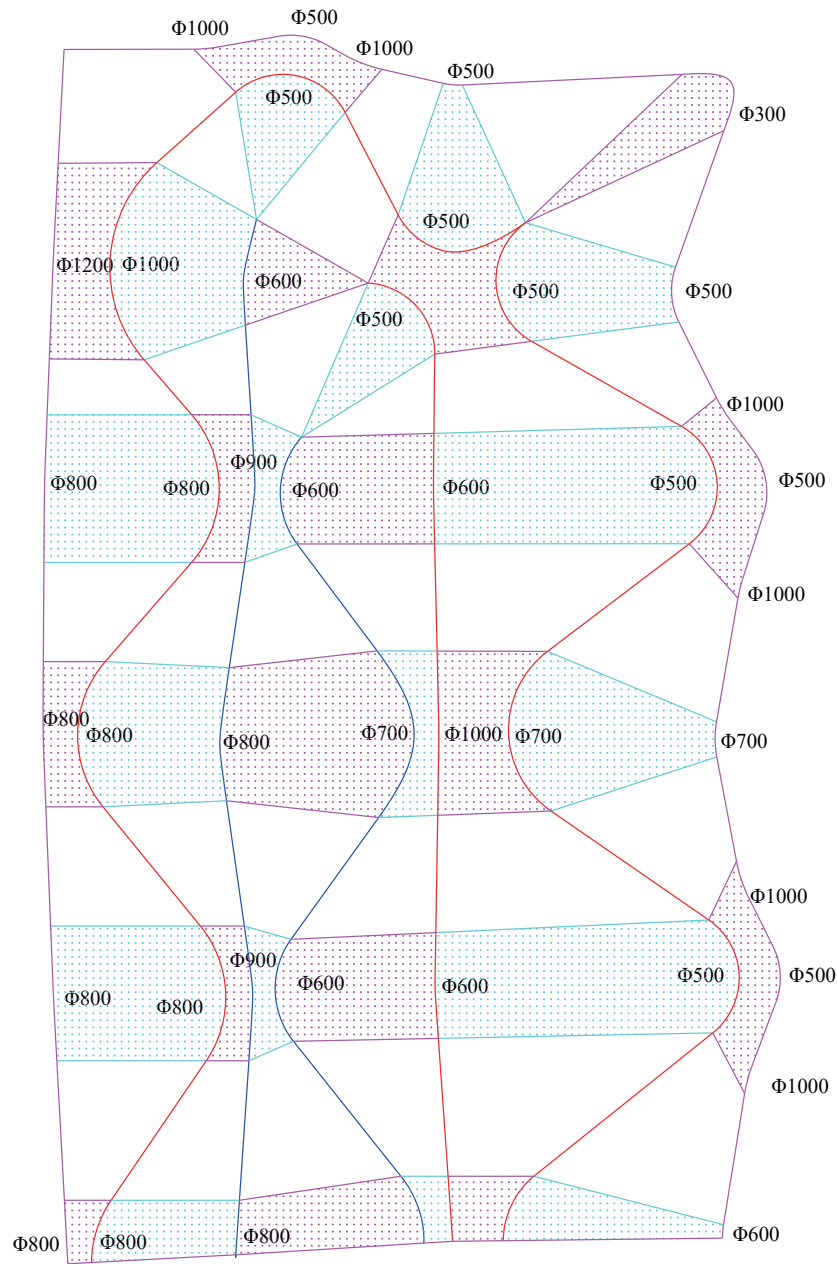


図 6.17 低曲率折りにおける曲率半径

模型を作成し、平坦折り可能性と展開完了後の曲面形状を考察する。低曲率折りによる閉多面体をアルミ板（0.1mm）とPP板（0.2mm）で作成し、PP板で作成した低曲率折りによる閉多面体を折り畳み、確かに平坦折り可能であることを確認した（図 6.18、図 6.19）。平坦三角形パネルの閉多面体と同様に、展開途中で飛び移り現象を伴う様子も確認された。



図 6.18 低曲率折り模型

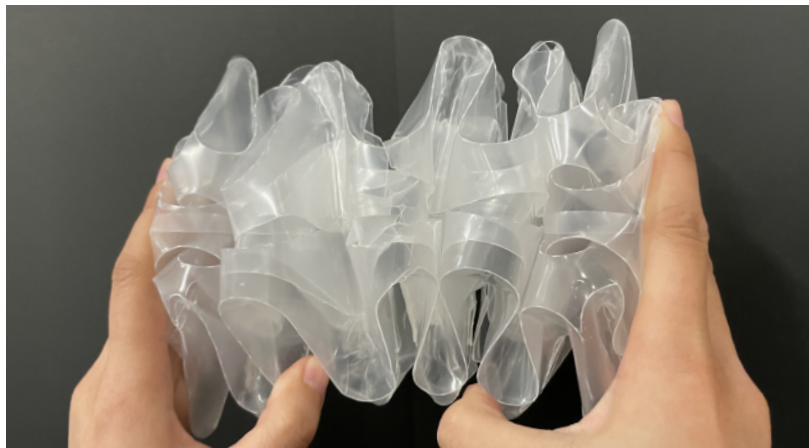
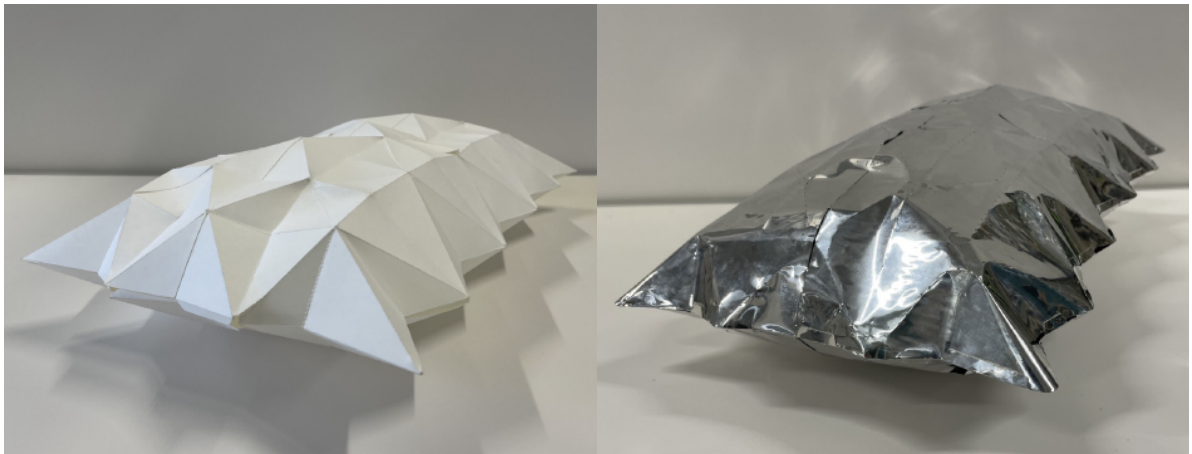


図 6.19 低曲率折模型が平坦に折りたたまれた様子

平坦三角形パネルによる閉多面体と低曲率折りによる閉多面体の展開完了後の形状を比較する(図 6.20)。低曲率折りによる閉多面体の方が展開完了後により滑らかな形状となっていることが分かる。このことから内圧に対する応力は、平坦三角形パネルによる応力よりも圧縮力が減少し理想的な応力状態となる曲面に近いと考えられる。



平坦三角形パネルによる閉多面体

低曲率折りによる閉多面体 (アルミ板)

図 6.20 平坦三角形パネルによる閉多面体と低曲率折りによる閉多面体

6.4 結論

本章では、3章で提案した形態解析手法を面外への変形を再現可能なモデル（詳細モデル）に適用し、この形状で稜線モデルと同様に様々な多面体で理想的な応力状態となる曲面を生成できる可能性があることを示した。さらに、面外に2方向の曲率を持つ理想的な応力状態となる曲面を平坦折り可能な閉多面体で近似する2つの手法を示し、その形状の実現可能性と平坦折り可能性をモデルにより考察した。低曲率折りで近似する手法は、平坦折り可能な条件を満たしつつ展開完了後に滑らかな曲率を実現できることから、理想的な応力状態となる曲面の応力状態を再現する上で有効な手段であると考えられる。

7 総括

7.1 本論での成果

空気圧で展開する閉多面体の展開完了後の安全性を考慮した構造設計法として、圧縮材の数が極小化された曲面を求めてから、平坦折りの線形条件を満たす形態解析を施す手法を提案した。

形状の異なる閉多面体にこの手法を適用し、平坦折り可能な幾何学的条件を満たす閉多面体から、展開完了後にわずかな圧縮と曲げを許容しつつ引張力が支配的な応力分布が得られることを確認した。内圧に対し発生する最大応力・最大応力度が形態解析前よりも減少した結果が得られ、提案する形態解析手法が均一な剛性分布に限らず、不均一な剛性分布をもつ多様な曲面形状に適用可能な手法であることを示した。

この手法に基づく金属薄板による閉多面体空気構造の設計法を提案し、従来の手法では力学的に成立しない板厚に対して、提案手法では許容値を満足する力学的に優良な閉多面体を得ることができ、軽量の展開構造物を設計できることを示した。

さらに、面外への変形に伴う詳細な応力解析が可能なモデルに提案手法を拡張することで、軸力による応力伝達の影響を考慮できるようになり、この形状でも「理想的な応力状態」を実現できることが明らかになった。平坦三角形パネルでは実現できる応力状態に限りがあるものの、低曲率折りにより曲面を近似することで、平坦な三角形パネルで近似する形状よりも滑らかな曲面を実現でき、より圧縮応力が小さく圧縮部材数の少ない理想的な応力状態を実現できる可能性があることを示した。

7.2 今後の課題

本研究では、わずかに圧縮や曲げを許容しつつ主に引張で成立する力学的に優良な形状を求めるために、幾何学的非線形解析を繰り返し行っており、特に詳細モデルでは部材数が多いため解析負荷が大きいという課題がある。今後は膜構造の手法などを応用し、金属薄板の閉多面体空気膜構造においても、平坦折り条件や可展条件を満たしながら応力を最適化する手法が構築できれば、より効率化的に引張形状が探索可能になると考えられる。また、4章で述べたように本手法は最適解ではなくその近傍解を得る手法であるため、最適化手法が構築できれば、一層最適な応力状態を求められる可能性がある。また、平坦折り最適化の結果、応力状態がわずかに変化し圧縮部材本数が減っていることについては、展開シミュレーション等で展開状態から内圧を与えて膨らませる過程のひずみの大きさや変形のしやすさについて、定量的な検討を行う必要がある。

また、実現可能な支持条件を考慮した設計では、閉多面体の応力状態と支持部材の応力状態、空間効率による形状の制約など互いにトレードオフの関係にある要素を同時に満足する解を探索できる手法についても検討する必要がある。加えて、月火星基地等の人が利用する展開構造物としての実現に向けて、骨組に床面パネルが取り付けする場合など、想定される積載荷重を考慮した解析を行う必要がある。

板厚をさらに低減可能な手法として期待される Dimple については、多面体形状に適用した場合に剛性・強度に及ぼす影響を詳細な解析を行い分析する必要がある。

低曲率折りで近似した閉多面体についてはモデル化方法を検討し、実際に理想的な応力状態が得られているかを考察する必要がある。

これらの検討に加え、平坦に折りたたまれた状態から内圧で膨らむまでの一連の展開過程のひずみの大きさや発生する応力に対する定量的な評価を行うことで、今後は折り畳まれた状態から内圧に対する釣合状態までの一連の展開過程における力学的性能と幾何学的な性能を考慮した設計法へ展開することが期待される。

謝辞

指導教員である佐藤淳准教授には、2年間という短い間でしたが沢山のことを教えて頂きました。未熟な私の言葉にも耳を傾けてくださり、厳しい言葉も温かい言葉もたくさんかけていただきました。この研究やプロジェクトを進める中でも何度も先生に助けていただきました。最後まで力強く見守ってくださったこと、心より感謝申し上げます。

副指導を引き受けてくださった小崎美希准教授には、沢山の適切なご助言をいただきました。また、11号館8階の構法系研究室の先生方には、KKでの発表を通じてご指導を頂きました。

研究室の職員である古市渉平さんには、ミーティングなどで様々なアドバイスをいただきました。幾何学的非線形解析に関する相談にも乗っていただき大変お世話になりました。同じく職員の都筑碧さん、ケンさん、石井ひろみさんには研究室の活動をバックアップしていただきました。充実した研究室生活を送ることができたのはスタッフの皆様のおかげです。また、佐藤事務所の朝原真知子さん、下田悠太さんには研究で行き詰った時いつも助けていただきました。お二人から頂いたご助言があってこそ研究を進めることができました。

佐藤研の先輩方には学生間のミーティングやプロジェクトなどで大変お世話になりました。論文を執筆するにあたって先輩方の論文などを参考にさせていただき大変感謝しております。

プロジェクト・授業・研究など多く時間を共有した同期の氏岡啓威君、伊勢坊健太君、今井連君、宮野公輔君には、本当にお世話になりました。困難に直面した時にはそれぞれの優しさで手を差し伸べてくれる、そんな同期4人と過ごした時間が私の修士課程での一番の思い出です。特に、何気ない会話から論文にまつわる話まで時間をかけてとことん付き合ってくれた氏岡君、研究を進める上で欠かせなかったツールを開発してくれた今井君には感謝の想いでいっぱいです。

Mariya Stoychevaさん、割鞘奏太君には模型の製作でお世話になりました。また、猿田佳奈子さん、山崎海斗君、中村太一君、森永魁君をはじめとするM1B4の皆さんには、それぞれの個性を活かしてプロジェクトや研究に関わっていただきました。

佐藤研究室での活動を通じたたくさんの出会いがあり、多くの方々のおかげで充実した日々を送ることができました。これまで関わってくださったすべての方に感謝申し上げます。ありがとうございました。

2022年1月17日

カザウィ桜

参考文献

- [1] Saga space architects, 2022. <https://saga.dk/>.
- [2] David Melancon, Benjamin Gorissen, Carlos J. García-Mora, Chuck Hoberman, and Katia Bertoldi. Multistable inflatable origami structures at the metre scale. *Nature*, 2020.
- [3] 下田悠太. 平坦折り可能なシェルター形式の非可展多面体. 東京大学大学院新領域創成科学研究科社会文化環境学専攻 2020 年度修士論文, 2020.
- [4] F.Scring. General survey of deployability in architecture. *Transactions on the Built Environment vol 21*, 1996.
- [5] リチャード・バックミンスター・フラー, ロバート・W・マークス. バックミンスター・フラーのダイマキシオンの世界 (木島安史+梅沢忠雄訳). 鹿島出版会, 1978.
- [6] hristopher F. Schuetze. *A Pioneering Spirit Despite Visions That Went Unrealized*. <https://www.nytimes.com/2011/07/29/business/global/a-pioneering-spirit-despite-visions-that-went-unrealized.html>, 2011.
- [7] <https://besthqwallpapers.com/ja/>
- [8] N.Friedman. General survey of deployability in architecture. *Transactions on the Built Environment vol 21*, 2012.
- [9] E.P.Pinero. Project for a mobile theatre. *Architectural Design vol. 12*, pp. 154-155, 1961.
- [10] T.R.Zeigler. Collapsible self-supporting structures. *United States Patent 3,968,808*, 1976.
- [11] F.Escring. Design of expandable spherical grids. *IASS Madrid Vol.4*, 1989.
- [12] C.Gantes. A design methodology for deployable structure. *Massachusetts Institute of Technology for Ph.D*, 1991.
- [13] 近藤慎輔, 川口健一. シザーズ型展開構造物の単層ラチスドームへの適用に関する研究. 生産研究 52 巻 4 号, 2000.
- [14] 設計: 村田豊建築事務所, 川口衛. 向ヶ丘遊園展示場. <https://kawa-struc.com/mukougaoka/?ref=langjp>, 1987.
- [15] 十亀昭人. 宇宙にひらく、三次元展開構造物. 掲載『10 + 1』 No.46 <https://db.10plus1.jp/backnumber/article/articleid/695/>, 2007.
- [16] ミュンヘン・オリンピック競技場. 出典: <https://ja.wikipedia.org/wiki/>
- [17] 坪田張二, 吉田新. 最適化手法を用いた膜構造物の裁断図解析. 日本建築学会構造系論文報告集, 1989.
- [18] 川口衛, 阿部優, 竹山祐成. 金属膜空気構造. 日本建築学会大会学術講演梗概 (近畿), 1980.
- [19] 川口衛. 空気膜構造におけるしわなし最偏平回転曲面. 日本建築学会大会学術講演梗概集 (北

- 海道), 1978.
- [20] 大森博司. 設計用原型曲面の形態解析. 生産研究 Vol.47, No.1, pp.18-25, 1995.
- [21] 国田二郎, 石井一夫. 等張力曲面の数値解析. 日本建築学会大会学術講演梗概集, 1972.
- [22] 八木孝憲, 大森博司, 石原競. 極小曲面法による膜構造の形状決定に関する研究 非線形解法の検討と収束性に関する考察. 日本建築学会大会学術講演梗概集, 1997.
- [23] 石井一夫. 膜構造の形状解析. 日本建築学会大会学術講演梗概集, 1984.
- [24] 石井一夫. 曲面の平面への近似展開-膜構造曲面のカッティング図について. 日本建築学会大会学術講演梗概集, 1972.
- [25] 石井一夫. 曲面上の測地線ケーブルネットについて. 日本建築学会大会学術講演梗概集, 1973.
- [26] 石井一夫. 膜面上の曲率線の数値解について. 日本建築学会大会学術講演梗概集, 1974.
- [27] 安宅信行, 小塚裕一. 膜構造の形状解析. 日本建築学会大会学術講演梗概集, 1984.
- [28] 安宅信行, 小塚裕一. 離散的データで与えられた任意曲面の測地線と cutting pattern の決定法について. 日本建築学会大会学術講演梗概集, 1985.
- [29] 八木孝憲, 萩原伸幸, 大森博司, 松井徹哉. 膜構造物の釣合形状と裁断形状の同時解析手法に関する研究. 日本建築学会構造系論文集, 1998.
- [30] 安宅信行. 空気膜構造の自然状態 (非釣合梁) から基準状態 (釣合梁) の決定法について. 日本建築学会大会学術講演梗概集, 1985.
- [31] 藤井文夫, 大崎純, 池田清宏. 構造と材料の分岐力学. コロナ社, 2005.
- [32] Tomohiro Tachi. Freeform origami, 2010. www.tsg.ne.jp/TT/software/.
- [33] 鋼構造座屈設計指針. 日本建築学会, 2018.
- [34] 張含露. 塑性化と座屈を考慮した耐力を評価指標とする薄板のエンボス模様の最適化手法の提案. 東京大学大学院新領域創成科学研究科社会文化環境学専攻 2017 年度修士論文, 2017.
- [35] 佐藤淳, JAXA 探査ハブ RFP6 共同研究. 外皮と高床骨組が同時に即時展開するベースキャンピング. 宇宙科学連合講演会 2H02.
- [36] Rupert Maleczek, Klara Mundilova, and Tomohiro Tachi. Curved crease edge rounding of polyhedral surfaces. *AAG*, 2020.
- [37] A design tool to integrate making with curved folding into digital design process. <https://parametrichouse.com/digital-design-process1/>.

付録 A 閉多面体 1

形態解析前の初期形状（閉多面体 1）における、節点番号及び各節点の座標を示す（図 A.1～図 A.4）。

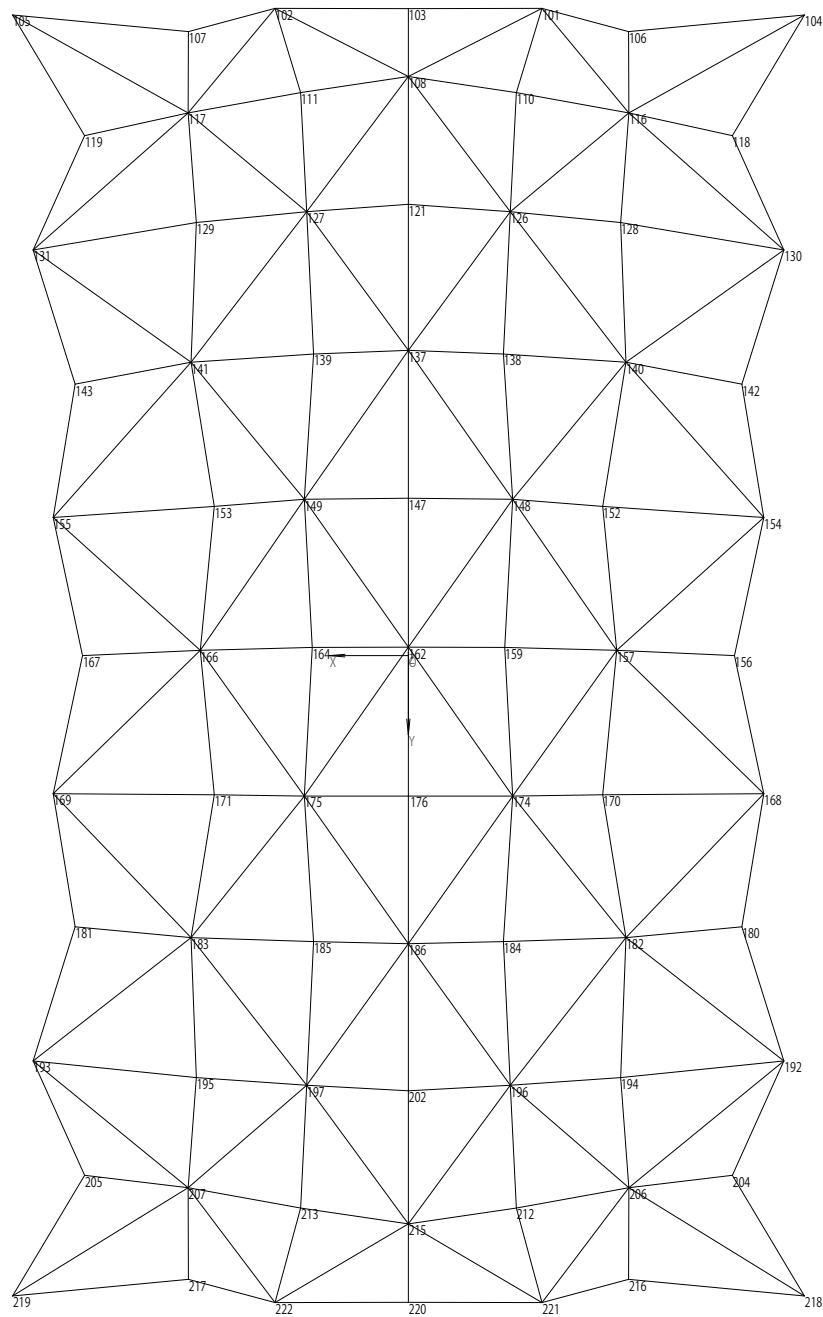


図 A.1 閉多面体 1 における節点番号（上面）

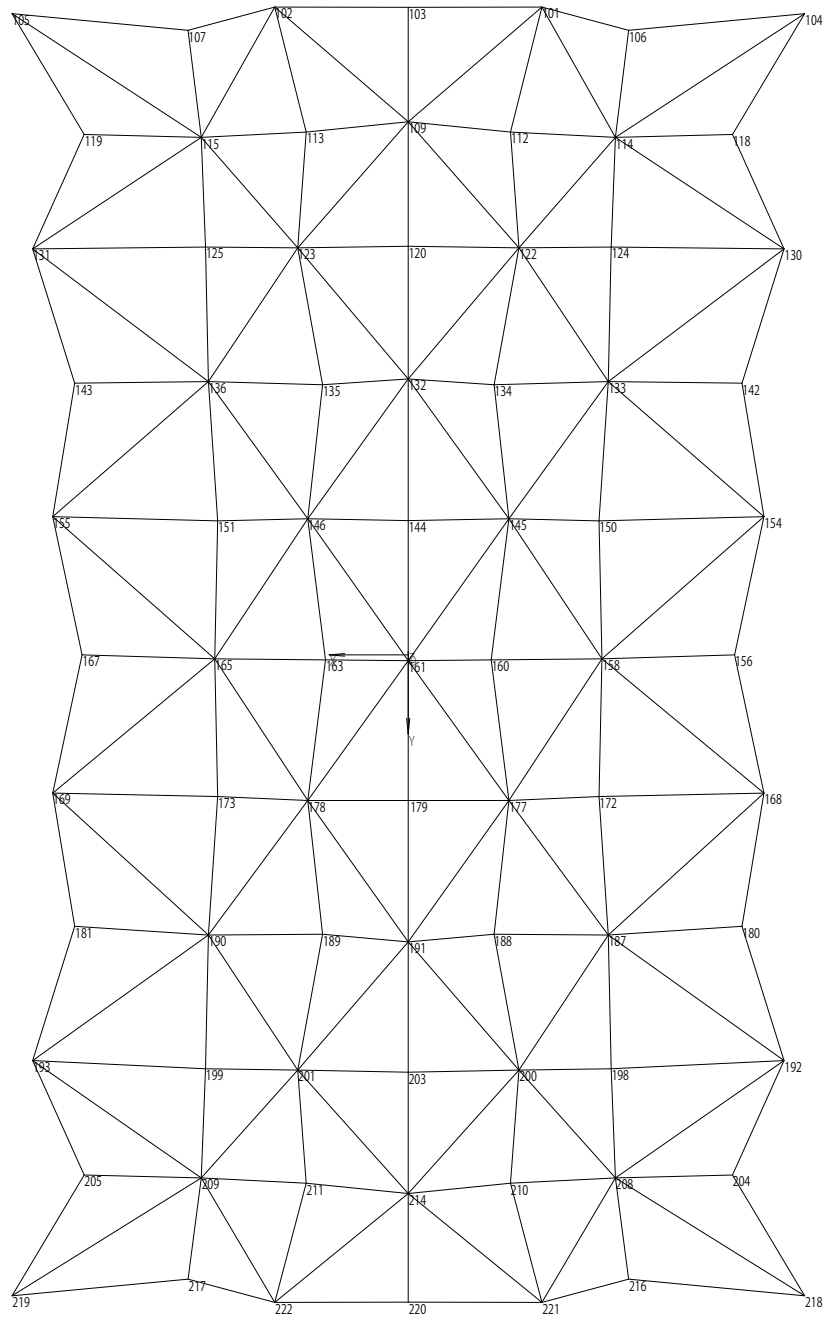


図 A.2 閉多面体 1 における節点番号 (下面)

付録 A 閉多面体 1

	節点番号	x[m]	y[m]	z[m]	NODE				
						139	1.145	-3.540	2.304
NODE	101	-1.686	-8.170	0.000	NODE	140	-2.652	-3.509	1.697
NODE	102	1.686	-8.170	0.000	NODE	141	2.652	-3.509	1.697
NODE	103	0.000	-8.166	0.000	NODE	142	-4.209	-3.428	0.000
NODE	104	-5.000	-8.087	0.000	NODE	143	4.209	-3.428	0.000
NODE	105	5.000	-8.087	0.000	NODE	144	0.000	-1.831	-1.862
NODE	106	-2.781	-7.875	0.000	NODE	145	-1.308	-1.831	-1.548
NODE	107	2.781	-7.875	0.000	NODE	146	1.308	-1.831	-1.548
NODE	108	0.000	-7.005	1.643	NODE	147	0.000	-1.784	2.553
NODE	109	0.000	-6.886	-0.927	NODE	148	-1.254	-1.784	2.402
NODE	110	-1.319	-6.818	1.590	NODE	149	1.254	-1.784	2.402
NODE	111	1.319	-6.818	1.590	NODE	150	-2.466	-1.782	-1.232
NODE	112	-1.315	-6.754	-0.943	NODE	151	2.466	-1.782	-1.232
NODE	113	1.315	-6.754	-0.943	NODE	152	-2.377	-1.764	1.556
NODE	114	-2.662	-6.686	-0.927	NODE	153	2.377	-1.764	1.556
NODE	115	2.662	-6.686	-0.927	NODE	154	-4.485	-1.742	0.000
NODE	116	-2.696	-6.570	1.573	NODE	155	4.485	-1.742	0.000
NODE	117	2.696	-6.570	1.573	NODE	156	-4.115	0.000	0.000
NODE	118	-4.090	-6.563	0.000	NODE	157	-2.545	0.000	1.623
NODE	119	4.090	-6.563	0.000	NODE	158	-2.505	0.000	-1.240
NODE	120	0.000	-5.366	-1.497	NODE	159	-1.158	0.000	2.433
NODE	121	0.000	-5.333	2.362	NODE	160	-1.081	0.000	-1.605
NODE	122	-1.436	-5.328	-1.373	NODE	161	0.000	0.000	-1.862
NODE	123	1.436	-5.328	-1.373	NODE	162	0.000	0.000	2.554
NODE	124	-2.612	-5.291	-1.036	NODE	163	1.081	0.000	-1.605
NODE	125	2.612	-5.291	-1.036	NODE	164	1.158	0.000	2.433
NODE	126	-1.233	-5.278	2.147	NODE	165	2.505	0.000	-1.240
NODE	127	1.233	-5.278	2.147	NODE	166	2.545	0.000	1.623
NODE	128	-2.589	-5.217	1.675	NODE	167	4.115	0.000	0.000
NODE	129	2.589	-5.217	1.675	NODE	168	-4.485	1.742	0.000
NODE	130	-4.739	-5.121	0.000	NODE	169	4.485	1.742	0.000
NODE	131	4.739	-5.121	0.000	NODE	170	-2.377	1.764	1.556
NODE	132	0.000	-3.683	-1.862	NODE	171	2.377	1.764	1.556
NODE	133	-2.583	-3.573	-1.156	NODE	172	-2.466	1.782	-1.232
NODE	134	-1.116	-3.573	-1.532	NODE	173	2.466	1.782	-1.232
NODE	135	1.116	-3.573	-1.532	NODE	174	-1.254	1.784	2.402
NODE	136	2.583	-3.573	-1.156	NODE	175	1.254	1.784	2.402
NODE	137	0.000	-3.555	2.551	NODE	176	0.000	1.784	2.553
NODE	138	-1.145	-3.540	2.304	NODE	177	-1.308	1.831	-1.548

図 A.3 閉多面体 1 における節点座標

付録 A 閉多面体 1

NODE	178	1.308	1.831	-1.548	NODE	217	2.781	7.875	0.000
NODE	179	0.000	1.831	-1.862	NODE	218	-5.000	8.087	0.000
NODE	180	-4.209	3.428	0.000	NODE	219	5.000	8.087	0.000
NODE	181	4.209	3.428	0.000	NODE	220	0.000	8.166	0.000
NODE	182	-2.652	3.509	1.697	NODE	221	-1.686	8.170	0.000
NODE	183	2.652	3.509	1.697	NODE	222	1.686	8.170	0.000
NODE	184	-1.145	3.540	2.304					
NODE	185	1.145	3.540	2.304					
NODE	186	0.000	3.555	2.551					
NODE	187	-2.583	3.573	-1.156					
NODE	188	-1.116	3.573	-1.532					
NODE	189	1.116	3.573	-1.532					
NODE	190	2.583	3.573	-1.156					
NODE	191	0.000	3.683	-1.862					
NODE	192	-4.739	5.121	0.000					
NODE	193	4.739	5.121	0.000					
NODE	194	-2.589	5.217	1.675					
NODE	195	2.589	5.217	1.675					
NODE	196	-1.233	5.278	2.147					
NODE	197	1.233	5.278	2.147					
NODE	198	-2.612	5.291	-1.036					
NODE	199	2.612	5.291	-1.036					
NODE	200	-1.436	5.328	-1.373					
NODE	201	1.436	5.328	-1.373					
NODE	202	0.000	5.333	2.362					
NODE	203	0.000	5.366	-1.497					
NODE	204	-4.090	6.563	0.000					
NODE	205	4.090	6.563	0.000					
NODE	206	-2.696	6.570	1.573					
NODE	207	2.696	6.570	1.573					
NODE	208	-2.662	6.686	-0.927					
NODE	209	2.662	6.686	-0.927					
NODE	210	-1.315	6.754	-0.943					
NODE	211	1.315	6.754	-0.943					
NODE	212	-1.319	6.818	1.590					
NODE	213	1.319	6.818	1.590					
NODE	214	0.000	6.886	-0.927					
NODE	215	0.000	7.005	1.643					
NODE	216	-2.781	7.875	0.000					

図 A.4 閉多面体 1 における節点座標

付録 B 閉多面体 2

閉多面体 2 における、節点番号及び各節点の座標を示す（図 B.1～図 B.3）。

上面

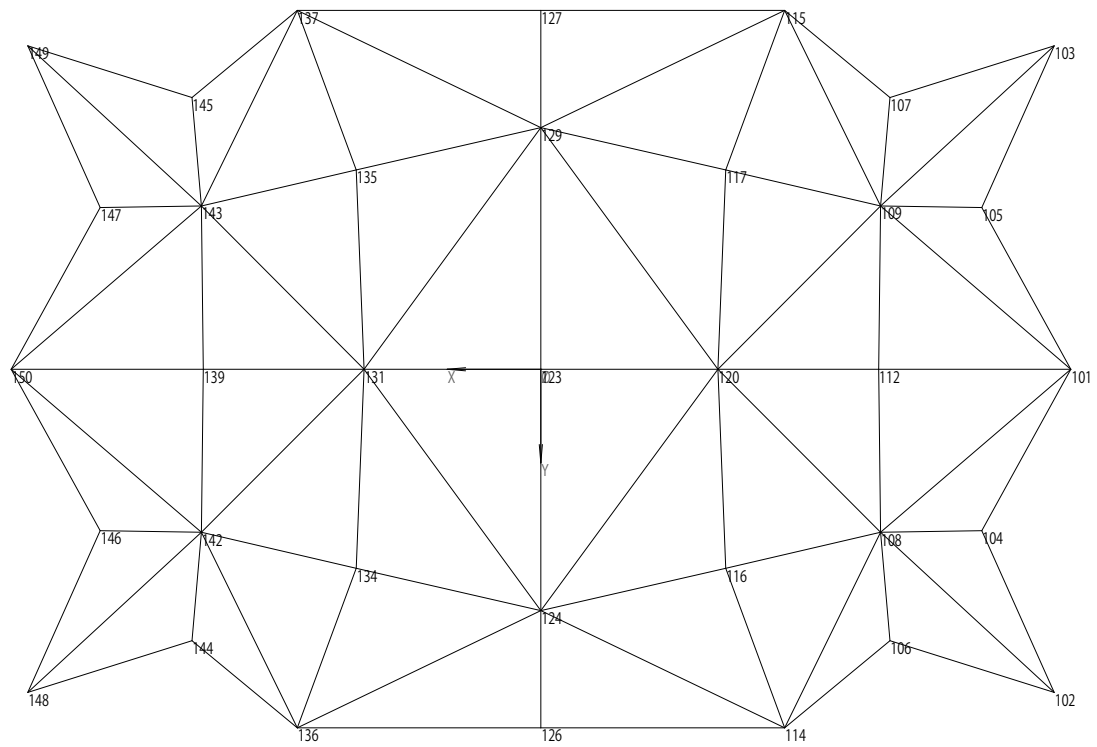


図 B.1 閉多面体 2 における節点番号（上面）

下面

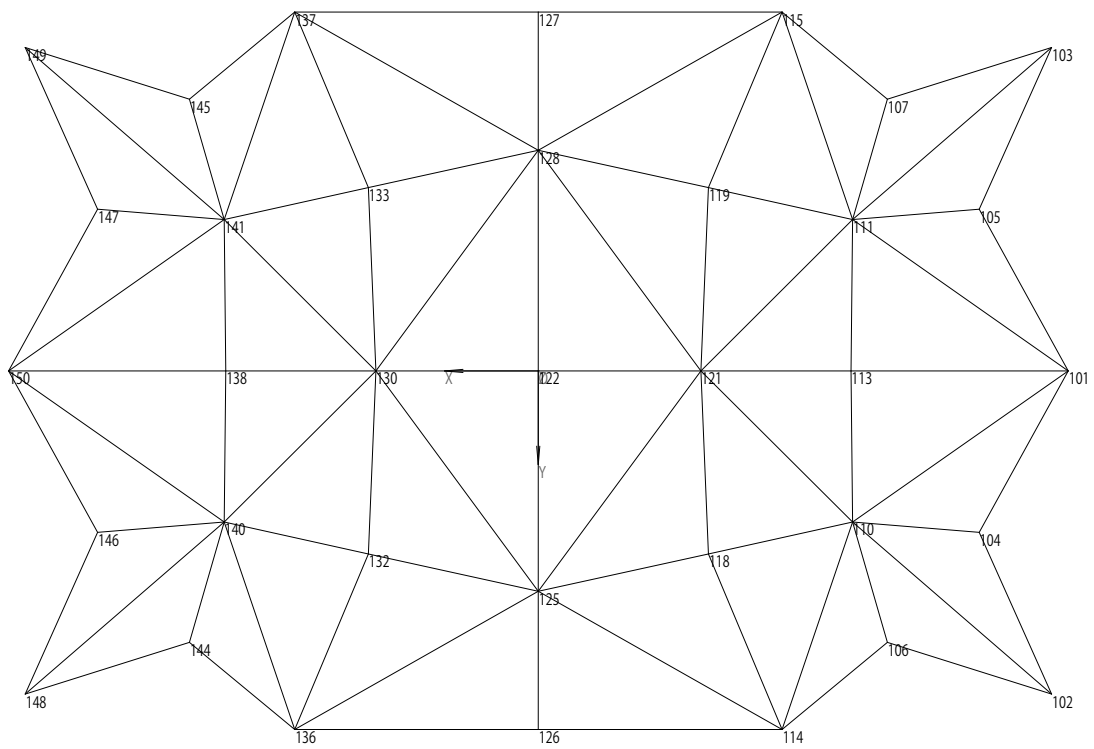


図 B.2 閉多面体 2 における節点番号（下面）

付録 B 閉多面体 2

	節点番号	x[m]	y[m]	z[m]	NODE	139	3.455	0.000	1.932
NODE	101	-5.638	0.000	0.000	NODE	140	3.473	1.671	-1.923
NODE	102	-5.461	3.439	0.000	NODE	141	3.473	-1.671	-1.923
NODE	103	-5.461	-3.439	0.000	NODE	142	3.473	1.671	1.924
NODE	104	-4.691	1.721	0.000	NODE	143	3.473	-1.671	1.924
NODE	105	-4.691	-1.721	0.000	NODE	144	3.712	2.890	0.000
NODE	106	-3.712	2.890	0.000	NODE	145	3.712	-2.890	0.000
NODE	107	-3.712	-2.890	0.000	NODE	146	4.691	1.721	0.000
NODE	108	-3.473	1.671	1.924	NODE	147	4.691	-1.721	0.000
NODE	109	-3.473	-1.671	1.924	NODE	148	5.461	3.439	0.000
NODE	110	-3.473	1.671	-1.923	NODE	149	5.461	-3.439	0.000
NODE	111	-3.473	-1.671	-1.923	NODE	150	5.638	0.000	0.000
NODE	112	-3.455	0.000	1.932					
NODE	113	-3.454	0.000	-1.931					
NODE	114	-2.592	3.817	0.000					
NODE	115	-2.592	-3.817	0.000					
NODE	116	-1.884	2.030	2.089					
NODE	117	-1.884	-2.030	2.089					
NODE	118	-1.884	2.030	-2.089					
NODE	119	-1.884	-2.030	-2.089					
NODE	120	-1.804	0.000	2.104					
NODE	121	-1.804	0.000	-2.104					
NODE	122	0.000	0.000	-2.290					
NODE	123	0.000	0.000	2.289					
NODE	124	0.000	2.451	2.287					
NODE	125	0.000	2.453	-2.288					
NODE	126	0.000	3.817	0.000					
NODE	127	0.000	-3.817	0.000					
NODE	128	0.000	-2.453	-2.288					
NODE	129	0.000	-2.451	2.287					
NODE	130	1.804	0.000	-2.104					
NODE	131	1.804	0.000	2.104					
NODE	132	1.884	2.030	-2.089					
NODE	133	1.884	-2.030	-2.089					
NODE	134	1.884	2.030	2.089					
NODE	135	1.884	-2.030	2.089					
NODE	136	2.592	3.817	0.000					
NODE	137	2.592	-3.817	0.000					
NODE	138	3.454	0.000	-1.931					

図 B.3 閉多面体 2 における節点座標

付録 C 全周単純支持とした場合の最適形状

全周単純支持の最適形状における、節点番号及び各節点の座標を示す（図 C.1～図 C.4）。

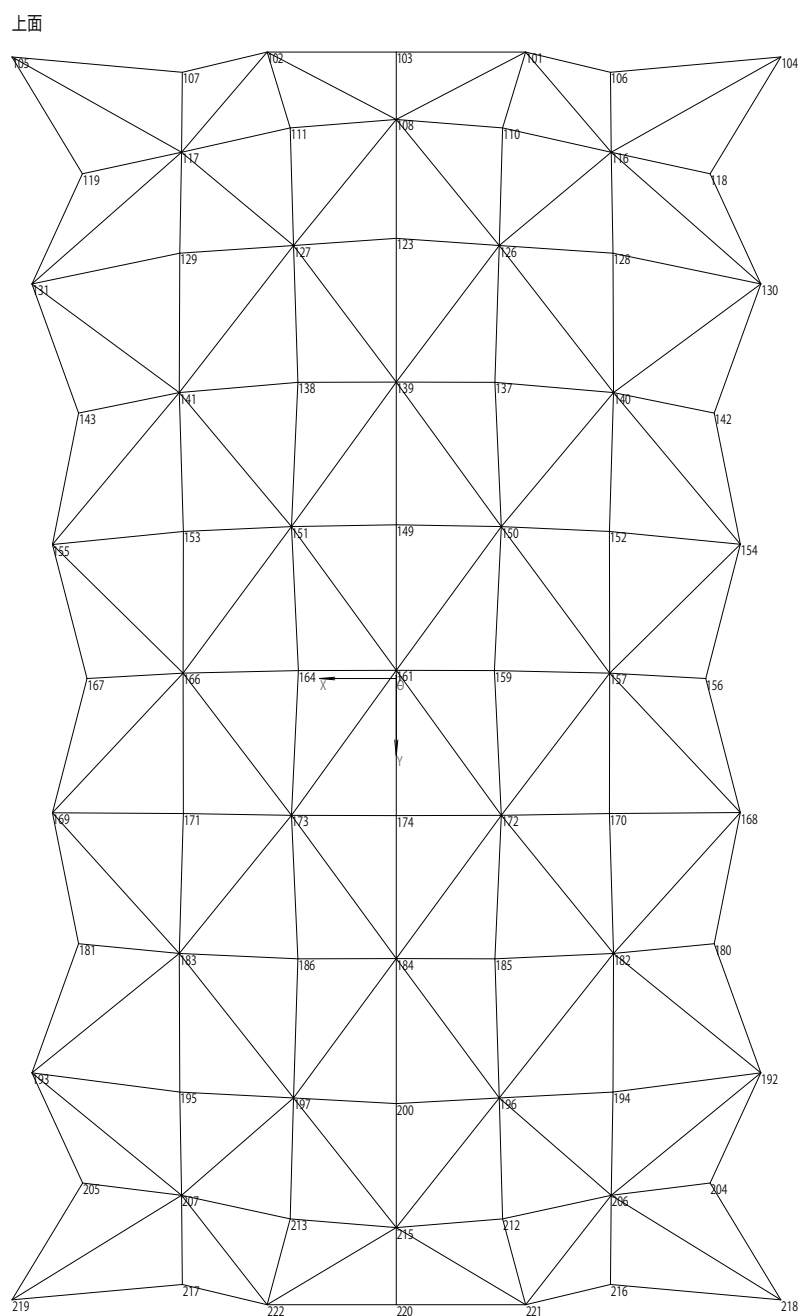


図 C.1 全周単純支持とした場合の最適形状における節点番号（上面）

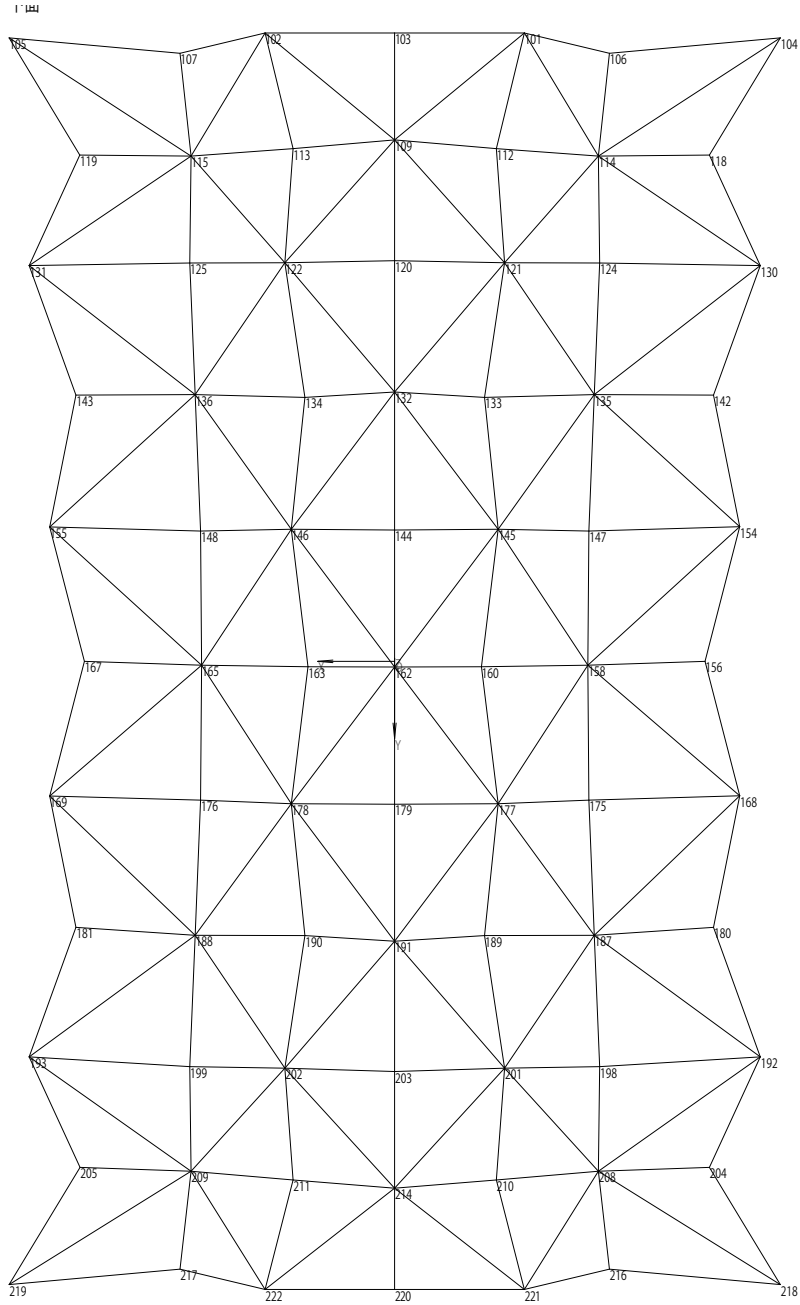


図 C.2 全周単純支持とした場合の最適形状における節点番号（下面）

付録 C 全周単純支持とした場合の最適形状

	節点番号	x[m]	y[m]	z[m]					
NODE	101	-1.686	-8.170	0.000	NODE	139	1.215	-3.572	2.396
NODE	102	1.686	-8.170	0.000	NODE	140	-2.732	-3.530	1.709
NODE	103	0.000	-8.118	0.000	NODE	141	2.732	-3.530	1.709
NODE	104	-5.000	-8.087	0.000	NODE	142	-4.134	-3.434	0.000
NODE	105	5.000	-8.087	0.000	NODE	143	4.134	-3.434	0.000
NODE	106	-2.780	-7.874	0.000	NODE	144	0.000	-1.847	-1.977
NODE	107	2.780	-7.874	0.000	NODE	145	-1.392	-1.847	-1.755
NODE	108	0.000	-6.992	1.520	NODE	146	1.392	-1.847	-1.755
NODE	109	0.000	-6.915	-0.917	NODE	147	0.000	-1.795	2.576
NODE	110	-1.343	-6.890	1.571	NODE	148	-2.594	-1.795	-1.417
NODE	111	1.343	-6.890	1.571	NODE	149	2.594	-1.795	-1.417
NODE	112	-1.337	-6.837	-0.997	NODE	150	-1.300	-1.793	2.360
NODE	113	1.337	-6.837	-0.997	NODE	151	1.300	-1.793	2.360
NODE	114	-2.674	-6.696	-0.814	NODE	152	-2.674	-1.766	1.891
NODE	115	2.674	-6.696	-0.814	NODE	153	2.674	-1.766	1.891
NODE	116	-2.714	-6.587	1.455	NODE	154	-4.485	-1.742	0.000
NODE	117	2.714	-6.587	1.455	NODE	155	4.485	-1.742	0.000
NODE	118	-4.093	-6.563	0.000	NODE	156	-4.020	0.000	0.000
NODE	119	4.093	-6.563	0.000	NODE	157	-2.685	0.000	1.710
NODE	120	0.000	-5.446	-1.607	NODE	158	-2.580	0.000	-1.299
NODE	121	-1.468	-5.374	-1.404	NODE	159	-1.209	0.000	2.442
NODE	122	1.468	-5.374	-1.404	NODE	160	-1.164	0.000	-1.846
NODE	123	0.000	-5.368	2.312	NODE	161	0.000	0.000	2.540
NODE	124	-2.715	-5.336	-1.213	NODE	162	0.000	0.000	-1.927
NODE	125	2.715	-5.336	-1.213	NODE	163	1.164	0.000	-1.846
NODE	126	-1.276	-5.312	2.110	NODE	164	1.209	0.000	2.442
NODE	127	1.276	-5.312	2.110	NODE	165	2.580	0.000	-1.299
NODE	128	-2.719	-5.256	1.797	NODE	166	2.685	0.000	1.710
NODE	129	2.719	-5.256	1.797	NODE	167	4.020	0.000	0.000
NODE	130	-4.739	-5.121	0.000	NODE	168	-4.485	1.742	0.000
NODE	131	4.739	-5.121	0.000	NODE	169	4.485	1.742	0.000
NODE	132	0.000	-3.709	-1.812	NODE	170	-2.674	1.766	1.891
NODE	133	-1.212	-3.621	-1.764	NODE	171	2.674	1.766	1.891
NODE	134	1.212	-3.621	-1.764	NODE	172	-1.300	1.793	2.360
NODE	135	-2.663	-3.592	-1.225	NODE	173	1.300	1.793	2.360
NODE	136	2.663	-3.592	-1.225	NODE	174	-2.594	1.795	-1.417
NODE	137	0.000	-3.574	2.463	NODE	175	2.594	1.795	-1.417
NODE	138	-1.215	-3.572	2.396	NODE	176	0.000	1.795	2.576
					NODE	177	-1.392	1.847	-1.755

図 C.3 全周単純支持とした場合の最適形状における節点座標

付録 C 全周単純支持とした場合の最適形状

NODE	178	1.392	1.847	-1.755	NODE	217	2.780	7.874	0.000
NODE	179	0.000	1.847	-1.977	NODE	218	-5.000	8.087	0.000
NODE	180	-4.134	3.434	0.000	NODE	219	5.000	8.087	0.000
NODE	181	4.134	3.434	0.000	NODE	220	0.000	8.118	0.000
NODE	182	-2.732	3.530	1.709	NODE	221	-1.686	8.170	0.000
NODE	183	2.732	3.530	1.709	NODE	222	1.686	8.170	0.000
NODE	184	-1.215	3.572	2.396					
NODE	185	1.215	3.572	2.396					
NODE	186	0.000	3.574	2.463					
NODE	187	-2.663	3.592	-1.225					
NODE	188	2.663	3.592	-1.225					
NODE	189	-1.212	3.621	-1.764					
NODE	190	1.212	3.621	-1.764					
NODE	191	0.000	3.709	-1.812					
NODE	192	-4.739	5.121	0.000					
NODE	193	4.739	5.121	0.000					
NODE	194	-2.719	5.256	1.797					
NODE	195	2.719	5.256	1.797					
NODE	196	-1.276	5.312	2.110					
NODE	197	1.276	5.312	2.110					
NODE	198	-2.715	5.336	-1.213					
NODE	199	2.715	5.336	-1.213					
NODE	200	0.000	5.368	2.312					
NODE	201	-1.468	5.374	-1.404					
NODE	202	1.468	5.374	-1.404					
NODE	203	0.000	5.446	-1.607					
NODE	204	-4.093	6.563	0.000					
NODE	205	4.093	6.563	0.000					
NODE	206	-2.714	6.587	1.455					
NODE	207	2.714	6.587	1.455					
NODE	208	-2.674	6.696	-0.814					
NODE	209	2.674	6.696	-0.814					
NODE	210	-1.337	6.837	-0.997					
NODE	211	1.337	6.837	-0.997					
NODE	212	-1.343	6.890	1.571					
NODE	213	1.343	6.890	1.571					
NODE	214	0.000	6.915	-0.917					
NODE	215	0.000	6.992	1.520					
NODE	216	-2.780	7.874	0.000					

図 C.4 全周単純支持とした場合の最適形状における節点座標