

博士論文

翼列失速流れ場の LES 解析における
解析パラメータの影響

Effects of Calculation Parameters on
Large-Eddy Simulation of Stalled Cascade
Flows

東京大学大学院工学系研究科
航空宇宙工学専攻

指導教員 寺本 進 教授

学籍番号 : 37-147050

李 允台

目次

記号一覧

第 1 章	序論	1
1.1	研究背景	1
1.2	LES 解析における解析パラメータの影響に関する過去の研究	2
1.3	大規模剥離渦が存在する翼列流れ場における解析パラメータの影響について	4
1.4	研究目的	5
1.5	研究方法	6
1.6	本論文の構成	6
第 2 章	数値解析手法	7
2.1	支配方程式	7
2.2	乱流流れの取り扱い	8
2.3	空間差分	9
2.3.1	対流項	9
2.3.2	粘性項	10
2.3.3	Filtering	11
2.4	時間積分	11
2.4.1	ADI-SGS 陰解法	11
2.4.2	3 段階 TVD Runge-Kutta 法	14
2.5	ブロック境界条件	15
2.5.1	重合格子法 (Overset 法)	16
2.5.2	一般化特性インタフェース条件 (GCIC)	17
2.6	入口乱れ	25
2.7	翼列の平均流に関する計算方法	27
2.8	並列化	27
第 3 章	翼列失速流れ場の特徴	28
3.1	解析対象と解析格子	28
3.1.1	解析対象	28
3.1.2	解析格子	29
3.2	解析方法	30
3.2.1	解析条件	30
3.2.2	収束判定	30
3.3	解析結果と考察	32
3.3.1	瞬時流れ場	32
3.3.2	平均流れ場および統計量の不確かさ	34
3.3.3	乱流流れ場の検証	40
3.3.4	実験結果との比較	40
3.4	本章のまとめ	42
第 4 章	翼列失速流れ場における解析パラメータの影響	44
4.1	入口乱れの影響	44
4.1.1	解析条件	44

4.1.2 収束判定	44
4.1.3 解析結果	45
4.2 出口境界条件の影響	52
4.2.1 解析格子と解析条件	52
4.2.2 収束判定	52
4.2.3 解析結果	54
4.3 スパン方向解析空間幅の影響	61
4.3.1 解析条件	61
4.3.2 収束判定	61
4.3.3 解析結果	61
4.4 単位解析時間あたり Low-Pass Filter の適用回数の影響	68
4.4.1 解析条件	68
4.4.2 収束判定	68
4.4.2 解析結果	70
4.5 ブロック境界条件の影響	75
4.5.1 解析格子と解析条件	75
4.5.2 収束判定	75
4.5.3 解析結果	78
4.6 結果のまとめおよび考察	85
4.6.1 入口乱れ	85
4.6.2 出口境界条件の影響	85
4.6.3 スパン方向解析空間幅	86
4.6.4 単位解析時間あたり Low-Pass Filter の適用回数	87
4.6.5 ブロック境界条件	88
4.7 本章のまとめ	89
第 5 章 結論	90
参考文献	92
謝辞	96

記号一覧

x, y, z	:	デカルト座標系
ξ, η, ζ	:	一般座標系
u, v, w	:	流体速度
u', v', w'	:	速度変動
U, V, W	:	反変速度
Q	:	保存量ベクトル
E, F, G	:	流束ベクトル
E_v, F_v, G_v	:	粘性項
α	:	流入角
α'	:	流出角
C	:	コード長
Cf	:	壁面摩擦係数
e	:	単位体積当たり全エネルギー
f	:	周波数
ε	:	転向角
J	:	座標変換ヤコビアン
\dot{m}_{in}	:	入口流量
\dot{m}_{out}	:	出口流量
μ	:	粘性係数
ν	:	動粘性係数
p	:	静圧
Pt	:	全圧
Pt_{in}	:	入口全圧
Pt_{out}	:	出口全圧
Q	:	Q-Criterion
Q_{damp}	:	出口保存量の減衰関数
Q_{exit}	:	出口境界の保存量ベクトル
R_{ii}	:	スパン方向二点相関
St	:	Strouhal 数
T	:	温度
t	:	時間
τ_{wall}	:	壁面せん断応力
U_∞	:	入口流速
U_{wall}	:	壁面接線方向流速
u_τ	:	摩擦速度
y_{Pitch}	:	Pitch 方向座標
y_{wall}	:	壁面垂直方向座標
$\Delta(\cdot)^+$:	最小格子幅 ($= \nu/u_\tau$)
p_{rms}	:	圧力変動 ($= \sqrt{p'^2}$)
$\bar{u}', \bar{v}', \bar{w}'$:	x, y, z 方向変動 ($= \sqrt{(\cdot)'^2}$)
PSD	:	Power Spectral Density
TKE	:	Turbulent Kinetic Energy
GCIC	:	Generalized Characteristic Interface Condition
L.E.	:	Leading Edge
T.E.	:	Trailing Edge

第 1 章 序論

1.1 研究背景

近年、航空輸送に関する需要が増大すると見込まれている中、国際民間航空機関(International Civil Aviation Organization, ICAO)は航空輸送手段における CO₂, NO_x 等の温室効果ガスの排出削減を目指し 2050 年までの航空輸送における燃料効率を年平均 2%改善することを目標としている(Fig. 1.1) [1]. これに従い、航空機における燃料消費率の低減のため、ジェットエンジンにおいては推進効率、熱効率、重量等の改善が進んでいる. 高バイパス比化による推進効率の改善, 高圧力比化による熱効率の改善, 材料の工夫や低段化による低重量化により燃料消費率の削減が進められている. しかし燃料消費率の低減のための試みによる高圧力比化, 低段化および高圧力比化に伴うエンジンコアの小型化は圧縮機各段の負荷を増加させ失速やサージに関するリスクを増加させる. したがって更なる燃料消費率の低減のためには高効率化と同時に安定性の確保が必要とされている.

軸流圧縮機の高効率かつ安定な作動のためには高負荷作動条件下において翼列流れ場に発生し得る不安定現象に関する理解が重要である. 軸流圧縮機の翼列を特徴づける代表的な流れとして, Tip-Clearance による翼端漏れによる剥離渦 (Fig. 1.2, (a)) [2], ハブ側壁面と翼のコーナーに発生するコーナー剥離渦 (Fig. 1.2, (b)) [3], 高迎角流れによる大規模剥離渦 (Fig. 1.2, (c)) などが挙げられる. これらの流れは安定な作動状態において大規模な渦構造を形成することによって効率や安定性に悪影響を及ぼすものである. また, 大規模な渦構造は周囲の乱流流れと干渉して複雑な乱流流れを形成するとともに, 二次流れによる空力損失の原因となる. したがって軸流圧縮機の更なる改善のためには, 大規模な剥離渦を含む翼列流れ場に関する詳細な知見が必要である.

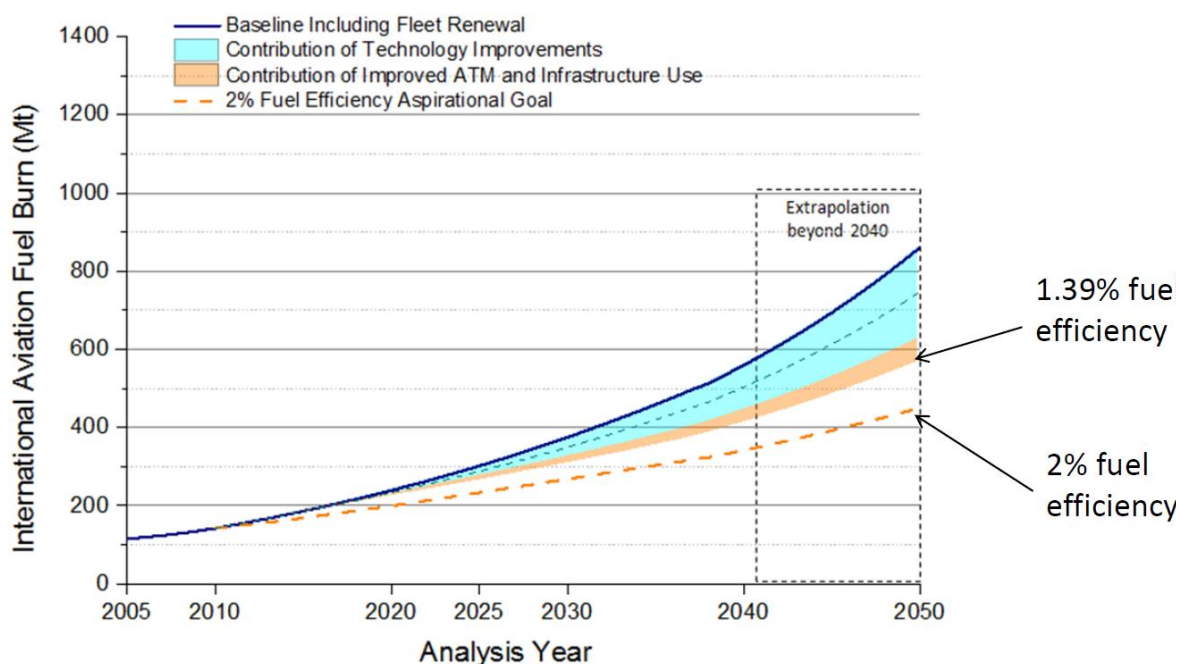


Fig. 1.1 Fuel Burn Trends from International Aviation, 2005 to 2050 [1]

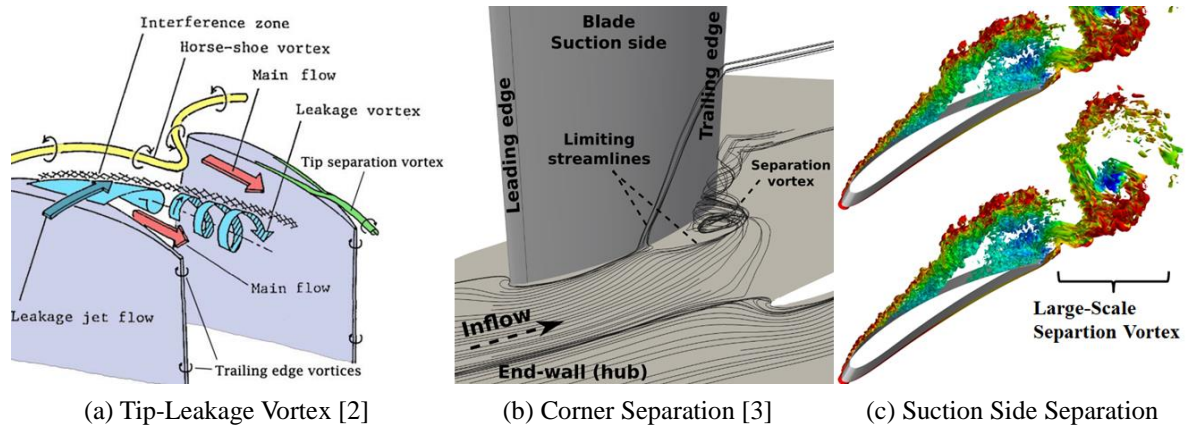


Fig. 1.2 Schematic of the Compressor Characteristic Map

近年，翼列内部における複雑な流れ場に関する詳しい理解のために CFD (Computational Fluid Dynamics) 解析が多く用いられている．現在主流となっている RANS (Reynolds Averaged Navier-Stokes) 解析に加えて，高精度解析手法として代表的な LES (Large Eddy Simulation) 解析も，翼列解析に使用されつつある [4]．流れの乱流運動に関して乱流モデルを使用する RANS とは違い，LES はあるスケールまでの乱流渦については直接計算し，それ以外の小さいスケールの渦をモデル化する手法である [5]．大規模な剥離渦が含まれる翼列流れ場は，乱流遷移，壁面乱流境界層，剥離せん断層等，多様な乱流流れが混在する複雑な乱流流れ場であり，乱流解像に優れている LES 解析を用いることで，流れ場に関するより詳細な理解が期待される．過去の研究より，複雑な乱流流れ場において LES 解析の卓越した解析結果が示されている [6], [7]．

しかし LES 解析では解析パラメータが大きく影響するため，解析パラメータによる解析結果の不確実性が問題とされている．解析パラメータとは，格子解像度，解析空間，数値スキーム，出入口境界条件等，LES 解析を実行する際に事前に設定する解析条件を意味する．LES 解析における解析パラメータは流れ場の乱流運動に影響し，流れ場の最終結果に影響する．特に翼列流れ場に関する LES 解析においては，その影響が翼列の平均流に関する予測結果を変えることが報告されている [8], [9]．また，解析パラメータの設定による計算負荷への影響も存在し，計算効率にも影響する．したがって翼列流れ場の LES 解析における解析パラメータの影響に関する具体的な知見は正しい LES 解析結果および効率的な LES 解析のために必要である．

1.2 LES 解析における解析パラメータの影響に関する過去の研究

LES 解析における解析パラメータの影響に関する過去の研究ではチャンネル流れ，等方性乱流などに代表される単純形状の基礎流れ場を対象として盛んに研究が行われてきた．近年では LES 解析の実用化に向けて単独翼周り流れ場や翼列流れ場についても解析パラメータの影響が調べられている．

単純形状における解析パラメータの影響に関する研究の場合，解析パラメータによる乱流渦の解像への影響に注目している．Poggio ら [10]，Rezaerivesh ら [11] は平板流れ場，チャンネル流れ場において格子解像度が壁面乱流境界層に及ぼす影響について調査し，格子解像度が乱流境界層中の乱流強度やレイノルズ応力に大きく影響することを示した．乱流運動への影響は乱流境界層から生じる壁面摩擦にも影響し，格子解像度が十分でない場合壁面摩擦が過大評価される．時間解像度が不足している場合も，格子解像度が不十分である場合と同じく影響することが報告されている．Choi ら [12] はチャンネル流れにおいて陰解法時間積分を用い，クーラン数による時間解像度の影響について示した．また，

LES 解析において計算の安定性のために用いられている Low-Pass Filter は Filter の適用方法によって時間刻み幅と乱流渦の高周波成分の減衰率に相関関係が存在することが Edoh ら[13]による等方性乱流解析で報告された。Wang ら[14]はスキームの種類や空間精度など空間離散化スキームが乱流渦の散逸率に及ぼす影響について報告した。さらに、マルチブロックを用いる解析では、渦がブロック境界を移流する際に計算精度の低下が発生することが Sherer ら[15] によって報告された。ほかにも LES に用いられる Sub-Grid Scale モデルやスキームの精度から発生する数値粘性の影響も Meneveau ら[16], Grinstein ら[17], Kravchenko ら[18]によって報告されている。

単独翼周り流れ場における解析パラメータの影響に関する研究の場合、基礎流れ場において調べられている解析パラメータに加え、形状に関する解析パラメータであるスパン方向解析空間幅の影響について、壁面乱流境界層が翼面上に付着している付着境界層流れ場と大規模剥離渦が発生する失速流れ場の両方で調べられている。Mary ら[19] は翼周りの付着境界層流れ場において、格子解像度やスパン方向解析空間幅の影響について多数の解析格子を用いて調べた。格子解像度が不足している計算格子の場合、翼の背側において前縁剥離が発生せず正しい結果が得られないことを示した。また、スパン方向の計算空間幅が不十分である場合、前縁剥離の大きさや強度が過大評価され、実験結果が正しく予測されないことを示した。Mellen ら[20]は Mary らの解析結果に加え格子解像度の影響の重要性について強調した。Sato ら[21] は翼面上の乱流境界層が十分発達した領域よりも乱流遷移点近傍において、格子解像度が大きく影響することを報告した。Fernandez ら[22]は解析スキームの空間精度の影響について単独翼付着境界層流れ場で解析を行い、翼面上乱流遷移点予測において高次精度空間スキームの方が有利であることを報告した。単独翼の失速流れ場について、Visbal ら[23] は Pitching Airfoil において迎角による格子解像度やスパン方向解析空間幅の影響を調べた。迎角の増加に伴って剥離渦の大きさが増加し、格子解像度とスパン方向解析空間幅の抗力係数への影響が強くなることを報告した。特にスパン方向解析空間幅は高迎角になっていくほど大規模剥離渦のスパン方向の長周期成分に影響し、渦の減衰率に影響することを報告した。大規模剥離渦におけるスパン方向解析空間幅の影響は、Fukumoto ら[24] の研究においても同じ結果が得られている。Park ら[25] も、単独翼失速流れ場において空間スキームの精度や Filter の種類による影響を報告した。

翼列流れ場における解析パラメータの影響に関する研究では、出入口境界条件の影響も考慮する必要がある。入口乱れは、翼面上乱流遷移を引き起こす剥離泡や壁面乱流境界層厚さに影響することで壁面摩擦に影響することが示されている[26], [27]。また、入口に付加される Wake プロファイルや Wake の生成方法も翼列の平均流の予測に影響することが報告されており、入口乱れと同様に剥離泡や壁面摩擦に影響することが報告されている[28], [29]。出口境界条件については無反射境界条件の種類や翼列から出口境界までの距離が出口からの反射に影響し流れ場の最終結果に影響することが Granet ら[30] によって報告されている。翼列の付着境界層における出入口境界条件の影響以外にもスパン方向解析空間幅の影響について、単独翼の結果と同様な剥離泡への影響が McMullan ら[8] によって報告されている。

上記の過去の研究から、LES 解析における解析パラメータの影響に関する知見は、LES 解析を実行する際および解析結果の検討の際に非常に重要であると言える。また、解析パラメータの影響に関する過去の研究の多くは、単純形状の流れ場や大規模剥離渦が含まれない直線翼列の付着境界層に注目している。今後、大規模剥離渦が含まれる翼列不安定流れ場に対する LES 解析を用いたより詳細な数値解析が期待されている中、翼列流れ場内に存在する大規模剥離渦に対する解析パラメータの影響に関する知見の重要性が増す。

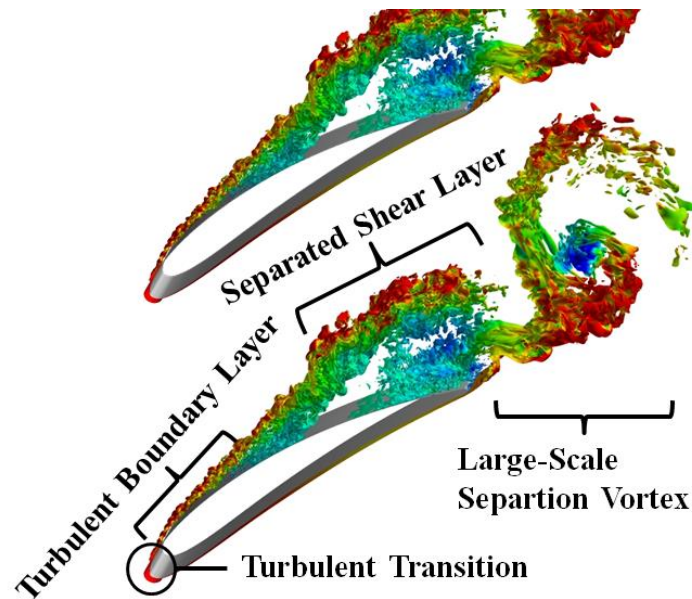


Fig. 1.3 Turbulent Flows in the Stalled Cascade

1.3 大規模剥離渦が存在する翼列流れ場における解析パラメータの影響について

前節で示されているように、LES 解析における解析パラメータの影響に関する過去の研究は、チャネル流れ等の基礎流れ場、単独翼周り流れ場、大規模剥離渦が含まれていない翼列流れ場に集中されている。過去の研究による知見を参考にして大規模剥離渦が含まれている翼列流れ場に対する影響を予測することはできるが、外挿することは困難である。基礎流れ場における解析パラメータの影響に関する過去の研究では、乱流境界層や渦移流などの一つの流れ場に注目している。翼列流れ場は単一流れ場に注目する基礎流れ場とは違い、Fig. 1.3 に示すように乱流遷移、乱流境界層、剥離せん断層、大規模剥離渦など、多様な乱流流れ場が混在している。したがって、基礎流れ場、単独翼周り流れ場、付着境界層翼列流れ場における解析パラメータの影響に関する過去の知見は大規模剥離渦が存在する翼列流れ場では違う方向に作用する可能性が存在するため、大規模剥離渦が含まれている翼列流れ場に対する LES 解析に及ぼす解析パラメータの影響を直接調べる必要がある。

以上から、本研究では大規模剥離渦が含まれている直線翼列の高迎角失速流れ場を解析対象とし、LES 解析における解析パラメータの影響に関する知見を得ることを目的とする。特に、翼列流れ場における大規模剥離渦への解析パラメータの影響に注目する。調べる解析パラメータには、過去の研究より流れ場に対し有意な影響が確認されているが、大規模剥離渦を含む翼列流れ場に対する影響や翼列の平均流の予測結果への影響が不確実であるパラメータを選定する。本研究において調べる大規模剥離渦を含む翼列流れ場における LES 解析の解析パラメータの影響に関する知見は、今後のより複雑な翼列流れ場に関する LES 解析を行いその解析結果を検討する際に非常に重要となる情報である。

選定した解析パラメータは入口乱れ、出口境界条件、スパン方向解析空間幅、単位解析時間あたり Low-Pass Filter の適用回数、ブロック境界条件の 5 つであり、パラメータを選定した理由は以下の通りである。

1. 入口乱れの影響

入口乱れは翼面上に形成される層流剥離泡の大きさに影響し、壁面乱流境界層厚さに影響することで、最終的に翼列の全圧損失の予測結果に影響することが、付着境界層翼列流れ場において確認されている [26], [27]. 入口乱れの剥離せん断層や大規模剥離渦への影響も翼列の平均流予測に影響する可能性が存在するため、大規模剥離渦が存在する翼列失速流れ場において入口乱れの影響を調べる.

2. 出口境界条件の影響

出口境界条件は出口からの反射と関係があり、出口境界までの距離が短い場合や反射を抑制する出口境界条件を使わない場合、出口からの波の反射が翼列の Mid-Chord から後流までに影響することが付着境界層翼列流れ場において確認されている [30]. 出口からの反射が大規模剥離渦特性を変化させる可能性が存在するため、大規模剥離渦が存在する翼列失速流れ場において出口境界条件の影響を調べる.

3. スパン方向解析空間幅の影響

大規模剥離渦が存在する場合、スパン方向解析空間幅は剥離渦のスパン方向成分の減衰率に影響し、不十分なスパン方向解析空間幅では剥離渦の減衰が弱くなることが単独翼周り流れ場において確認されている [23], [24]. 翼列解析では後流における流れ角が制限されるため、単独翼周り流れ場と違う結果が得られる可能性が存在する. 大規模剥離渦が存在する翼列失速流れ場においてスパン方向解析空間幅の影響を調べる.

4. 単位解析時間あたり Low-Pass Filter の適用回数

高次精度中心差分スキームを用いる LES 解析の場合、高周波成分の数値不安定を抑制するため Low-Pass Filter が使用される [31]. 毎時間積分後に Low-Pass Filter をかける方法が従来の Low-Pass Filter の適用方法として使用されており、この方法は最近の LES 解析を用いた研究においても多く使用されている [21], [23], [32]. しかしこの Low-Pass Filter の適用方法は解析時の CFL により同じ時間発展あたりの Low-Pass Filter の適用回数が増えるため、乱流運動エネルギーの散逸率に影響することが単純形状における解析から確認されている [13]. 乱流渦の散逸率への影響が大規模剥離渦が存在する翼列流れ場においてどのように作用し、解析結果にどのように影響するのかについて調べる.

5. ブロック境界条件の影響

マルチブロックを用いる翼列解析格子の場合、翼列の周期的な形状により計算ブロック間の境界においてトポロジーが異なる格子が隣接することになる. このとき、計算ブロック間の情報の交換のためブロック境界条件が使用されるが、ブロック境界条件による数値的エラーが流れ場影響することが渦移流解析から報告されている [15]. ブロック境界から発生する数値的エラーが大規模剥離渦が含まれている翼列流れ場にどう影響するのかについて調べる.

1.4 研究目的

以上の背景から本研究では選定された 5 つの解析パラメータについて、大規模剥離渦を含む翼列高迎角失速流れ場の LES 解析結果に及ぼす影響を調べることを目的とする. 解析パラメータが翼列失速流れ場における LES 解析結果の乱流特性、平均流れ場にどのように影響し、それが LES 解析による翼列の平均流予測にどのように影響するのかについて明らかにする. これにより、選定された 5 つの解析パラメータについて、大規模剥離渦が存在する翼列流れ場に関する LES 解析における信頼性のある解を得るための情報を提示する.

1.5 研究方法

解析パラメータの解析結果への影響を調べるためには比較対象となる基準ケースを設定する必要がある。まず、パラメータの影響を調べる準備段階として適切な基準のケースを設定し、設定した基準のケースにおいて LES 解析を行い翼列失速流れ場に関する詳細な知見を獲得する。これにより解析対象とする翼列失速流れ場における主要な乱流流れを確認し、パラメータの影響を比較する際にこれらの乱流流れ場に注目することができる。

次に、LES 解析結果の統計量に関する統計誤差について調査する。パラメータによる LES 解析における解析結果を比較する際には結果の統計量を用いることになる。この場合、時間平均による統計量の不確かさについて確かめる必要がある。したがって解析結果の統計量に関する不確かさについて議論する。また、基準のケースにおける解析結果から本 LES の解析結果が LES 解析として物理的に正しい結果を出しているのかについての検証を行い、基準のケースが LES 解析の物理モデル化に影響されないことを確認する。

上記の準備段階の後、選定された5つのパラメータについて LES 解析結果への影響の比較を行う。解析結果の比較には流れ場における平均量、乱流統計量を用いる。また、各パラメータによる翼列の平均流予測への影響を調べる。このとき、流れ場の平均量、乱流統計量における比較結果から解析パラメータが翼列の平均流予測にどのように影響するのかについて考察する。最後に、過去の単純流れにおける解析パラメータに関する知見について、大規模剥離渦を含む翼列流れ場への適用可否について議論し、大規模剥離渦が存在する翼列流れ場に関する LES 解析における信頼性のある解を得るための情報を提示する。

1.6 本論文の構成

本論文は5章から成る。

第1章では本研究の背景、過去の知見を紹介したうえで研究目的について述べた。

第2章では数値解析手法について述べる。計算に使用する LES 解析コードの概要や、解析パラメータの影響を調べるために適用する手法の概要について述べる。

第3章では解析対象とする直線翼列について LES 解析を行い、流れ場の特徴を述べる。流れ場の統計量に関しては、解析結果における統計量の不確かさについて議論することによって統計量の不確かさによる誤差と解析パラメータの影響を区別するための情報を得る。また、解析結果の検証を行う。

第4章では選定された5つの解析パラメータについてパラメトリックスタディの結果を述べる。過去の単純流れ場における解析パラメータに関する知見と本研究における大規模剥離渦が存在する翼列流れ場の結果を比較する。得られた結果を考察し、大規模剥離渦が存在する翼列流れ場に関する LES 解析における信頼性のある解を得るための情報を提示する。

最後に、第5章では本論文の結論をまとめる。

第2章 数値解析手法

2.1 支配方程式

支配方程式として3次元圧縮性 Navier-Stokes 方程式を用いる。Navier-Stokes 方程式のデカルト座標系 (x, y, z, t) において以下のように書ける。

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial(E - E_v)}{\partial x} + \frac{\partial(F - F_v)}{\partial y} + \frac{\partial(G - G_v)}{\partial z} = 0 \quad (2.1)$$

ただし,

$$Q = \begin{bmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ \rho w \\ e \end{bmatrix} \quad E = \begin{bmatrix} \rho u \\ \rho u^2 + p \\ \rho uv \\ \rho uw \\ (e + p)u \end{bmatrix} \quad F = \begin{bmatrix} \rho v \\ \rho vu \\ \rho v^2 + p \\ \rho vw \\ (e + p)v \end{bmatrix} \quad G = \begin{bmatrix} \rho w \\ \rho wu \\ \rho wv \\ \rho w^2 + p \\ (e + p)w \end{bmatrix}$$

$$E_v = \begin{bmatrix} 0 \\ \sigma_x \\ \tau_{yx} \\ \tau_{zx} \\ \beta_x \end{bmatrix} \quad F_v = \begin{bmatrix} 0 \\ \tau_{xy} \\ \sigma_y \\ \tau_{zy} \\ \beta_y \end{bmatrix} \quad G_v = \begin{bmatrix} 0 \\ \tau_{xz} \\ \tau_{yz} \\ \sigma_z \\ \beta_z \end{bmatrix}$$

$$\sigma_x = \tau_{xx} = \frac{2}{3}\mu \left(2\frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{\partial w}{\partial z} \right) \quad \sigma_y = \tau_{yy} = \frac{2}{3}\mu \left(2\frac{\partial v}{\partial y} - \frac{\partial w}{\partial z} - \frac{\partial u}{\partial x} \right) \quad \sigma_z = \tau_{zz} = \frac{2}{3}\mu \left(2\frac{\partial w}{\partial z} - \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial v}{\partial y} \right)$$

$$\tau_{xy} = \tau_{yx} = \mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \quad \tau_{yz} = \tau_{zy} = \mu \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right) \quad \tau_{zx} = \tau_{xz} = \mu \left(\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \right)$$

$$\beta_x = \sigma_x u + \tau_{xy} v + \tau_{xz} w + \kappa \frac{\partial T}{\partial x} \quad \beta_y = \tau_{yx} u + \sigma_y v + \tau_{yz} w + \kappa \frac{\partial T}{\partial y} \quad \beta_z = \tau_{zx} u + \tau_{zy} v + \sigma_z w + \kappa \frac{\partial T}{\partial z}$$

ここで、 ρ は密度、 u, v, w は x, y, z 方向速度成分、 T は温度、 p は圧力、 e は単位体積当たりの全エネルギーを意味する。

式(2.1)のデカルト座標系 (x, y, z, t) における支配方程式は計算空間において一般座標系 (ξ, η, ζ, t) に変換し、数値計算を行うことになる。デカルト座標系から一般座標系への変換メトリクスは以下のように書ける。

$$\begin{bmatrix} dx \\ dy \\ dz \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_\xi & x_\eta & x_\zeta \\ y_\xi & y_\eta & y_\zeta \\ z_\xi & z_\eta & z_\zeta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d\xi \\ d\eta \\ d\zeta \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

式(2.2)の逆行列は,

$$\begin{bmatrix} d\xi \\ d\eta \\ d\zeta \end{bmatrix} = J \begin{bmatrix} y_\eta z_\zeta - y_\zeta z_\eta & z_\eta x_\zeta - z_\zeta x_\eta & x_\eta y_\zeta - x_\zeta y_\eta \\ y_\zeta z_\xi - y_\xi z_\zeta & z_\zeta x_\xi - z_\xi x_\zeta & x_\zeta y_\xi - x_\xi y_\zeta \\ y_\xi z_\eta - y_\eta z_\xi & z_\xi x_\eta - z_\eta x_\xi & x_\xi y_\eta - x_\eta y_\xi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dx \\ dy \\ dz \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

$$\frac{1}{J} = x_\xi(y_\eta z_\zeta - y_\zeta z_\eta) + x_\eta(y_\zeta z_\xi - y_\xi z_\zeta) + x_\zeta(y_\xi z_\eta - y_\eta z_\xi)$$

となる． J はヤコビアン(Jacobian)と呼ばれ，

$$J = \frac{\partial(\xi, \eta, \zeta)}{\partial(x, y, z)} = \frac{[\text{計算空間のセル体積}]}{[\text{物理空間のセル体積}]} \quad (2.4)$$

を意味する．

式(2.2)のデカルト座標系 (x, y, z, t) から一般座標系 (ξ, η, ζ, t) への変換メトリクスは，一般座標系からデカルト座標系への変換メトリクスも同様に書ける．

$$\begin{bmatrix} d\xi \\ d\eta \\ d\zeta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \xi_x & \xi_y & \xi_z \\ \eta_x & \eta_y & \eta_z \\ \zeta_x & \zeta_y & \zeta_z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dx \\ dy \\ dz \end{bmatrix} \quad (2.5)$$

式(2.3), (2.5)から，

$$\begin{aligned} \xi_x &= J(y_\eta z_\zeta - y_\zeta z_\eta), & \xi_y &= J(z_\eta x_\zeta - z_\zeta x_\eta), & \xi_z &= J(x_\eta y_\zeta - x_\zeta y_\eta) \\ \eta_x &= J(y_\zeta z_\xi - y_\xi z_\zeta), & \eta_y &= J(z_\zeta x_\xi - z_\xi x_\zeta), & \eta_z &= J(x_\zeta y_\xi - x_\xi y_\zeta) \\ \zeta_x &= J(y_\xi z_\eta - y_\eta z_\xi), & \zeta_y &= J(z_\xi x_\eta - z_\eta x_\xi), & \zeta_z &= J(x_\xi y_\eta - x_\eta y_\xi) \end{aligned} \quad (2.6)$$

の格子メトリクスが得られる．以上から式(2.1)のデカルト座標系 (x, y, z, t) における Navier-Stokes 方程式は一般座標系 (ξ, η, ζ, t) において以下のように書ける．

$$\frac{\partial \tilde{Q}}{\partial t} + \frac{\partial(\tilde{E} - \tilde{E}_v)}{\partial \xi} + \frac{\partial(\tilde{F} - \tilde{F}_v)}{\partial \eta} + \frac{\partial(\tilde{G} - \tilde{G}_v)}{\partial \zeta} = 0 \quad (2.7)$$

$$\mathbf{Q} = \frac{1}{J} \begin{bmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ \rho w \\ e \end{bmatrix} \quad \mathbf{E} = \frac{1}{J} \begin{bmatrix} \rho U \\ \rho u U + \xi_x p \\ \rho v U + \xi_y p \\ \rho w U + \xi_z p \\ (e + p)U \end{bmatrix} \quad \mathbf{F} = \frac{1}{J} \begin{bmatrix} \rho V \\ \rho u V + \eta_x p \\ \rho v V + \eta_y p \\ \rho w V + \eta_z p \\ (e + p)V \end{bmatrix} \quad \mathbf{G} = \frac{1}{J} \begin{bmatrix} \rho W \\ \rho u W + \zeta_x p \\ \rho v W + \zeta_y p \\ \rho w W + \zeta_z p \\ (e + p)W \end{bmatrix}$$

$$\tilde{\mathbf{E}}_v = \begin{bmatrix} 0 \\ \xi_x \tau_{xx} + \xi_y \tau_{xy} + \xi_z \tau_{xz} \\ \xi_x \tau_{yx} + \xi_y \tau_{yy} + \xi_z \tau_{yz} \\ \xi_x \tau_{zx} + \xi_y \tau_{zy} + \xi_z \tau_{zz} \\ \xi_x \beta_x + \xi_y \beta_y + \xi_z \beta_z \end{bmatrix} \quad \tilde{\mathbf{F}}_v = \begin{bmatrix} 0 \\ \eta_x \tau_{xx} + \eta_y \tau_{xy} + \eta_z \tau_{xz} \\ \eta_x \tau_{yx} + \eta_y \tau_{yy} + \eta_z \tau_{yz} \\ \eta_x \tau_{zx} + \eta_y \tau_{zy} + \eta_z \tau_{zz} \\ \eta_x \beta_x + \eta_y \beta_y + \eta_z \beta_z \end{bmatrix} \quad \tilde{\mathbf{G}}_v = \begin{bmatrix} 0 \\ \zeta_x \tau_{xx} + \zeta_y \tau_{xy} + \zeta_z \tau_{xz} \\ \zeta_x \tau_{yx} + \zeta_y \tau_{yy} + \zeta_z \tau_{yz} \\ \zeta_x \tau_{zx} + \zeta_y \tau_{zy} + \zeta_z \tau_{zz} \\ \zeta_x \beta_x + \zeta_y \beta_y + \zeta_z \beta_z \end{bmatrix}$$

ここで，反変速度 U, V, W は

$$U = \xi_x u + \xi_y v + \xi_z w, \quad V = \eta_x u + \eta_y v + \eta_z w, \quad W = \zeta_x u + \zeta_y v + \zeta_z w$$

である．

2.2 乱流流れの取り扱い

LES 解析における乱流流れに関する取り扱いでは，基本的に大きいスケールの乱流渦を直接計算し小さいスケールの乱流渦はモデル化を行う．LES 解析において解析できる一番小さい渦の大きさは解析に用いる最小格子幅と関連しているため，モデル化を行う乱流渦のスケールは Sub Grid Scale (SGS) と呼ばれる．SGS モデル化には Smagrinisky [33]による SGS モデルを始め，多様な SGS モデルが提案されている [16]．また，SGS をモデルを使わず高次精度 Pade-Type Low-Pass Filter を用いることで SGS

領域の乱流渦を散逸させる Implicit LES 手法が Visbal ら[34] により提案されている. この手法は SGS モデル使用しないため SGS モデルを評価するために必要な計算コストを削減できる利点を持っている. また, Implicit LES 手法は従来の SGS モデルを用いる LES より DNS 解析結果と近い結果が得られることが示されている[35], [36]. LES 解析における乱流流れの取り扱い手法による解析結果への影響は過去の研究において纏められており[16]–[18], 本研究では Visbal ら[34] による Implicit LES 手法を用いることにする.

2.3 空間差分

2.3.1 対流項

対流項の評価には Compact Finite Difference Scheme を使用する. Lele は Spectral-like 解像度を持つ Compact 型の高次精度中心差分スキームを提案した[37]. Gaitonde, Visbal らはこの手法を曲線座標系に適用し[31], [35], [38], 現在 LES, DNS などの高精度解析において頻繁に使われている. Kim らは同じ系列の Compact 型スキームに最適化を行い, 散逸誤差, 分散誤差を抑えたスキームの係数を提案した[39], [40]. 本研究では 6 次精度を持つ Gaitonde らによるスキーム[38]を用いることにする. 但し, ブロック境界条件の影響関する解析ケースの場合, ブロック境界近傍における数値不安定による解の発散を防ぐため 6 次精度を持つ Kim らによるスキーム[39] を用いる.

Compact Finite Difference Scheme の定式化については, まず Fig.2.1 のような N 個の格子点数を持つ 1 次元格子(1, 2, 3, ..., $i-2$, $i-1$, i , $i+1$, $i+2$, ..., $N-2$, $N-1$, N) を考える.



Fig.2.1 Stencils for 1D Discretization [38]

このとき, 内部点については以下のような中心差分として表せる.

$$\beta\phi'_{i-2} + \alpha\phi'_{i-1} + \phi'_i + \alpha\phi'_{i+1} + \beta\phi'_{i+2} = \frac{c}{6}(\phi_{i-3} - \phi_{i+3}) + \frac{b}{4}(\phi_{i-2} - \phi_{i+2}) + \frac{a}{2}(\phi_{i+1} - \phi_{i-1}) \quad (2.8)$$

ただし, $\phi = \phi(x)$ という格子点の物理量を表し, ϕ_i は i 番目格子点における ϕ を意味する. また $\phi'_i = \partial\phi/\partial x|_i$ のようにそれぞれの格子点における微分項である. α, β, a, b, c は係数であり, 今回用いた係数を Table2-1 に示す.

Table2-1: Coefficients for Interior Scheme.

	α	β	a	b	c	Stencil Size	Order of Accuracy
Gaitonde [38]	1/3	0	14/9	1/9	0	5	6
Kim [39]	0.408589269	0	1.568098212	0.271657107	-0.022576781	7	6

これらの係数は 6 次精度を持ち, $\alpha \neq 0$ であるため 3 重対角行列を解く必要がある.

5 点 Stencil を持つ Gaitonde らのスキームの場合, 格子点番号 1, 2, $N-1$, N の境界点における計算により 3 重対角行列は完成される. 7 点 Stencil を持つ Kim らのスキームの場合, 1, 2, 3, $N-2$, $N-1$, N の境界

点における計算により 3 重対角行列は完成される．従って，境界点では 3 重対角行列を完成させる別の差分式が必要となる．格子点番号 1 については，

$$\phi'_1 + \alpha_1 \phi'_2 = a_1 \phi_1 + b_1 \phi_2 + c_1 \phi_3 + d_1 \phi_4 + e_1 \phi_5 + f_1 \phi_6 + g_1 \phi_7 \quad (2.9)$$

となる．ここで $\alpha_1, a_1, b_1, c_1, d_1, e_1, f_1, g_1$ は係数である．格子点番号 N についても同様に，

$$\alpha_N \phi'_{N-1} + \phi'_N = a_N \phi_N + b_N \phi_{N-1} + c_N \phi_{N-2} + d_N \phi_{N-3} + e_N \phi_{N-4} + f_N \phi_{N-5} + g_N \phi_{N-6} \quad (2.10)$$

格子点番号 2 については，

$$\alpha_{21} \phi'_1 + \phi'_2 + \alpha_{22} \phi'_3 = a_2 \phi_1 + b_2 \phi_2 + c_2 \phi_3 + d_2 \phi_4 + e_2 \phi_5 + f_2 \phi_6 + g_2 \phi_7 \quad (2.11)$$

となる．格子点番号 N-1 についても同様に

$$\begin{aligned} \alpha_{M1} \phi'_{N-2} + \phi'_{N-1} + \alpha_{M2} \phi'_N \\ = a_M \phi_N + b_M \phi_{N-1} + c_M \phi_{N-2} + d_M \phi_{N-3} + e_M \phi_{N-4} + f_M \phi_{N-5} + g_M \phi_{N-6} \end{aligned} \quad (2.12)$$

と書ける．

Kim らのスキームでは 7 点 Stencil が使用されるため，格子点番号 3, N-2 についても境界点処理が必要である．格子点番号 3 については，

$$\alpha_{31} \phi'_2 + \phi'_3 + \alpha_{32} \phi'_4 = a_3 \phi_1 + b_3 \phi_2 + c_3 \phi_3 + d_3 \phi_4 + e_3 \phi_5 + f_3 \phi_6 + g_3 \phi_7 \quad (2.13)$$

同様に，格子点番号 N-2 については，

$$\begin{aligned} \alpha_{L1} \phi'_{N-2} + \phi'_{N-2} + \alpha_{L2} \phi'_{N-1} \\ = a_L \phi_N + b_L \phi_{N-1} + c_L \phi_{N-2} + d_L \phi_{N-3} + e_L \phi_{N-4} + f_L \phi_{N-5} + g_L \phi_{N-6} \end{aligned} \quad (2.14)$$

と書ける．本研究において用いる境界点処理手法を Table 2-2 にまとめる．

Table2-2: Boundary Schemes

	Gaitonde [38]	Kim [40]
Point 1, N	4 th -order, Explicit	2 nd -order, Implicit
Point 2, N-1	4 th -order, Explicit	4 th -order, Implicit
Point 3, N-2		6 th -order, Implicit

2.3.2 粘性項

本研究では計算コストの低減のため粘性項の評価には 2 次精度中心差分を用いる．2 次精度中心差分を用いる場合，境界点における粘性項の流束は計算せず境界条件から与えられる値を利用することになる．ブロック境界条件の影響に関する解析ケースでは境界点における粘性項の流束を計算する必要があるため，前節で示した Kim ら[40] による 6 次精度 Compact Finite Difference Scheme を用いる．

2.3.3 Filtering

Compact Finite Difference Scheme は中心差分が使用されるため、高周波モードによる数値不安定が発生する。従って、Filtering による高周波成分の濾過が必要とされる。今回の解析で使用した Pade-Type High-Order Filter は 1 次元問題に対して以下の式(2.15)のように表せる。

$$\alpha_f \hat{\phi}_{i-1} + \hat{\phi}_i + \alpha_f \hat{\phi}_{i+1} = \sum_{n=0}^N \frac{a_n}{2} (\phi_{i+n} + \phi_{i-n}) \quad (2.15)$$

ただし、 $\phi = \phi(x)$ という格子点の物理量を表し、 $\hat{\phi}_i$ は i 番目格子点におけるフィルタリングされた物理量を表す。また a_0, a_1, \dots, a_N は α_f による係数である。本研究では 6 次精度、8 次精度のフィルタを用いる。その係数を Table2-2 に示す。

Table2-2: Coefficients for Filtering Scheme [38]

Scheme	a_0	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5
F6	$\frac{11}{16} + \frac{5\alpha_f}{8}$	$\frac{15}{32} + \frac{17\alpha_f}{16}$	$-\frac{3}{16} + \frac{3\alpha_f}{8}$	$\frac{1}{32} - \frac{\alpha_f}{16}$	0	0
F8	$\frac{93 + 70\alpha_f}{128}$	$\frac{7 + 18\alpha_f}{16}$	$\frac{-7 + 14\alpha_f}{32}$	$\frac{1}{16} - \frac{\alpha_f}{8}$	$\frac{-1}{128} + \frac{\alpha_f}{64}$	0

ここで α_f は自由パラメータであり、 $\alpha_f = 0$ で陽的なフィルタ式となる。この α_f は $-0.5 < \alpha_f \leq 0.5$ を満たさないといけない。 α_f が大きいほどフィルタは弱く作用する。本研究では $\alpha_f = 0.45$ と設定する。

2.4 時間積分

時間積分には ADI-SGS 陰解法を用いることによって時間刻み幅の制限を回避する。この手法を用いることで $CFL \approx 1$ の解析を行うことができる。ただし、ブロック境界条件の影響を調べる解析ケースではブロック境界条件による数値不安定を回避するため 3 段階 TVD Runge-Kutta 法を用いる。

2.4.1 ADI-SGS 陰解法 [41]

ADI-SGS (Alternative Direction Implicit Symmetric Gauss-Seidel) 陰解法は LU-ADI (Lower-Upper Alternative Direction Implicit) 陰解法[42]と LU-SGS (Lower-Upper Symmetric Gauss-Seidel) 陰解法[43]を結合した時間積分法である。粘性項は陽的に扱うとし、式(2.7)の粘性項を除外した Euler 方程式を考えると

$$\frac{\partial \tilde{Q}}{\partial t} = - \left(\frac{\partial \tilde{E}}{\partial \xi} + \frac{\partial \tilde{F}}{\partial \eta} + \frac{\partial \tilde{G}}{\partial \zeta} \right) \quad (2.16)$$

となる。時間陰解法では式(2.16)の右辺が $n+1$ 時刻において評価される。時間項を 1 次精度差分として表す場合、

$$\Delta \tilde{Q}^n = -\Delta t \left(\frac{\partial \tilde{E}}{\partial \xi} + \frac{\partial \tilde{F}}{\partial \eta} + \frac{\partial \tilde{G}}{\partial \zeta} \right)^{n+1} \quad (2.17)$$

となる。ここで流速ベクトルの線形化を行う。例えば \tilde{E} の場合

$$\tilde{E}^{n+1} = \tilde{E}^n + \left(\frac{\partial \tilde{E}}{\partial \tilde{Q}} \right)^n (\tilde{Q}^{n+1} - \tilde{Q}^n) = \tilde{E}^n + \mathbf{A}^n \Delta \tilde{Q}^n \quad (2.18)$$

のように線形化される。ただし、 \mathbf{A} は ξ 方向における流速ヤコビアン行列である。 η, ζ 方向にも同様にヤコビアン行列 \mathbf{B}, \mathbf{C} を用いて式(2.17)を格子点 i, j, k について書き換えると、

$$\left(\mathbf{I} + \Delta t \frac{\partial}{\partial \xi} \mathbf{A}^n + \Delta t \frac{\partial}{\partial \eta} \mathbf{B}^n + \Delta t \frac{\partial}{\partial \zeta} \mathbf{C}^n \right) \Delta \tilde{\mathbf{Q}}_{i,j,k}^n = -\Delta t \left(\frac{\partial \tilde{\mathbf{E}}}{\partial \xi} + \frac{\partial \tilde{\mathbf{F}}}{\partial \eta} + \frac{\partial \tilde{\mathbf{G}}}{\partial \zeta} \right)_{i,j,k}^n \quad (2.19)$$

と表せる。ただし、 \mathbf{I} は単位行列、 $\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C}$ は流束ヤコビアン行列であり、

$$\mathbf{A} = \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial \mathbf{Q}}, \mathbf{B} = \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \mathbf{Q}}, \mathbf{C} = \frac{\partial \mathbf{G}}{\partial \mathbf{Q}} \quad (2.20)$$

式(2.17)の右辺を RHS とし、左辺については ADI 近似因数分解[42]を行う。

$$\left(\mathbf{I} + \Delta t \frac{\partial}{\partial \xi} \mathbf{A}^n \right)_{i,j,k} \left(\mathbf{I} + \Delta t \frac{\partial}{\partial \eta} \mathbf{B}^n \right)_{i,j,k} \left(\mathbf{I} + \Delta t \frac{\partial}{\partial \zeta} \mathbf{C}^n \right)_{i,j,k} \Delta \tilde{\mathbf{Q}}_{i,j,k}^n = \mathbf{RHS}_{i,j,k}^n \quad (2.21)$$

さらに、式(2.19)の左辺について LDU (Lower Diagonal Upper) 分解を行う。例えば \mathbf{A} については

$$\begin{aligned} \left(\mathbf{I} + \Delta t \frac{\partial}{\partial \xi} \mathbf{A}^n \right)_{i,j,k} &= \mathbf{L} + \mathbf{D} + \mathbf{U} \approx [\mathbf{L} + \mathbf{D}] \mathbf{D}^{-1} [\mathbf{D} + \mathbf{U}] \\ \mathbf{L} + \mathbf{D} &= \mathbf{I} - \frac{\Delta t}{\Delta \xi} \mathbf{A}_{i,j,k}^{n-} + \Delta t \delta_{\xi}^b \mathbf{A}_{i,j,k}^{n+} \\ \mathbf{D} &= \mathbf{I} + \frac{\Delta t}{\Delta \xi} (\mathbf{A}_{i,j,k}^{n+} - \mathbf{A}_{i,j,k}^{n-}) \\ \mathbf{D} + \mathbf{U} &= \mathbf{I} + \frac{\Delta t}{\Delta \xi} \mathbf{A}_{i,j,k}^{n+} + \Delta t \delta_{\xi}^f \mathbf{A}_{i,j,k}^{n-} \end{aligned} \quad (2.22)$$

のように分解される。ただし、 \mathbf{L}, \mathbf{U} はそれぞれ Lower, Upper 三角行列、 \mathbf{D} は対角行列を意味する。 $\delta_{\xi}^b, \delta_{\xi}^f$ は後退、前進差分演算子を意味する。 \mathbf{B}, \mathbf{C} にも同じ分解を行うと式(2.21)は

$$\begin{aligned} &\left(\mathbf{I} - \frac{\Delta t}{\Delta \xi} \mathbf{A}_{i,j,k}^{n-} + \Delta t \delta_{\xi}^b \mathbf{A}_{i,j,k}^{n+} \right) \left(\mathbf{I} + \frac{\Delta t}{\Delta \xi} (\mathbf{A}_{i,j,k}^{n+} - \mathbf{A}_{i,j,k}^{n-}) \right)^{-1} \left(\mathbf{I} + \frac{\Delta t}{\Delta \xi} \mathbf{A}_{i,j,k}^{n+} + \Delta t \delta_{\xi}^f \mathbf{A}_{i,j,k}^{n-} \right) \\ &\left(\mathbf{I} - \frac{\Delta t}{\Delta \xi} \mathbf{B}_{i,j,k}^{n-} + \Delta t \delta_{\xi}^b \mathbf{B}_{i,j,k}^{n+} \right) \left(\mathbf{I} + \frac{\Delta t}{\Delta \xi} (\mathbf{B}_{i,j,k}^{n+} - \mathbf{B}_{i,j,k}^{n-}) \right)^{-1} \left(\mathbf{I} + \frac{\Delta t}{\Delta \xi} \mathbf{B}_{i,j,k}^{n+} + \Delta t \delta_{\xi}^f \mathbf{B}_{i,j,k}^{n-} \right) \\ &\left(\mathbf{I} - \frac{\Delta t}{\Delta \xi} \mathbf{C}_{i,j,k}^{n-} + \Delta t \delta_{\xi}^b \mathbf{C}_{i,j,k}^{n+} \right) \left(\mathbf{I} + \frac{\Delta t}{\Delta \xi} (\mathbf{C}_{i,j,k}^{n+} - \mathbf{C}_{i,j,k}^{n-}) \right)^{-1} \left(\mathbf{I} + \frac{\Delta t}{\Delta \xi} \mathbf{C}_{i,j,k}^{n+} + \Delta t \delta_{\xi}^f \mathbf{C}_{i,j,k}^{n-} \right) \Delta \tilde{\mathbf{Q}}_{i,j,k}^n \\ &= \mathbf{RHS}_{i,j,k}^n \end{aligned} \quad (1.23)$$

ここで $\mathbf{A}^{\pm}, \mathbf{B}^{\pm}, \mathbf{C}^{\pm}$ は LU-SGS 法に使用される近似を用いることで以下のように書ける。

$$\mathbf{A}^{\pm} = \frac{1}{2} (\mathbf{A} \pm \sigma(\mathbf{A}) \mathbf{I}), \quad \mathbf{B}^{\pm} = \frac{1}{2} (\mathbf{B} \pm \sigma(\mathbf{B}) \mathbf{I}), \quad \mathbf{C}^{\pm} = \frac{1}{2} (\mathbf{C} \pm \sigma(\mathbf{C}) \mathbf{I}) \quad (2.24)$$

ただし, $\sigma(\mathbf{A}), \sigma(\mathbf{B}), \sigma(\mathbf{C})$ は流束ヤコビアン行列 $\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C}$ の最大固有値であり,

$$\begin{aligned}\sigma(\mathbf{A}) &= |U| + c \sqrt{\xi_x^2 + \xi_y^2 + \xi_z^2} \\ \sigma(\mathbf{B}) &= |V| + c \sqrt{\eta_x^2 + \eta_y^2 + \eta_z^2} \\ \sigma(\mathbf{C}) &= |W| + c \sqrt{\zeta_x^2 + \zeta_y^2 + \zeta_z^2}\end{aligned}\tag{2.25}$$

式(2.21)の実際の計算は2段階(Forward Sweep, Backward Sweep)で行う. ξ 方向についての Forward Sweep 計算は $i_{min} + 1 \rightarrow i_{max}$ で行われ,

$$(1 + \Delta t \sigma_\xi^n)_{i,j,k} \Delta \widetilde{\mathbf{Q}}_{i,j,k}^{n*} = \mathbf{RHS}_{i,j,k}^n + \Delta t A_{i-1,j,k}^{n+} \Delta \widetilde{\mathbf{Q}}_{i-1,j,k}^{n*}\tag{2.26}$$

$\Delta \widetilde{\mathbf{Q}}^{n*}$ を求めることができる. ξ 方向についての Backward Sweep 計算は $i_{max} - 1 \rightarrow i_{min}$ で行われ,

$$(1 + \Delta t \sigma_\xi^n)_{i,j,k} \Delta \widetilde{\mathbf{Q}}_{i,j,k}^{n*} = (1 + \Delta t \sigma_\xi^n)_{i,j,k} \Delta \widetilde{\mathbf{Q}}_{i,j,k}^n - \Delta t A_{i+1,j,k}^{n-} \Delta \widetilde{\mathbf{Q}}_{i+1,j,k}^n\tag{2.27}$$

$\Delta \widetilde{\mathbf{Q}}^n$ を求めることができる. 同様に η, ζ について計算すれば, $\Delta \widetilde{\mathbf{Q}}^n$ を求めることができる.

粘性項については

$$\Delta \widetilde{\mathbf{Q}} = \mathbf{RHS} - \Delta t \left(\frac{\partial \widetilde{\mathbf{E}}_v}{\partial \xi} + \frac{\partial \widetilde{\mathbf{F}}_v}{\partial \eta} + \frac{\partial \widetilde{\mathbf{G}}_v}{\partial \zeta} \right)\tag{2.28}$$

のように陽的に評価する. このとき最大固有値 $\sigma(\mathbf{A}), \sigma(\mathbf{B}), \sigma(\mathbf{C})$ の評価において粘性項流束による近似項が追加される.

$$\begin{aligned}\sigma(\mathbf{A}) &= |U| + c \sqrt{\xi_x^2 + \xi_y^2 + \xi_z^2 + 2\nu_\xi}, \quad \nu_\xi = \frac{\mu(\xi_x^2 + \xi_y^2 + \xi_z^2)}{\rho Re \Delta \xi} \\ \sigma(\mathbf{B}) &= |V| + c \sqrt{\eta_x^2 + \eta_y^2 + \eta_z^2 + 2\nu_\eta}, \quad \nu_\eta = \frac{\mu(\eta_x^2 + \eta_y^2 + \eta_z^2)}{\rho Re \Delta \eta} \\ \sigma(\mathbf{C}) &= |W| + c \sqrt{\zeta_x^2 + \zeta_y^2 + \zeta_z^2 + 2\nu_\zeta}, \quad \nu_\zeta = \frac{\mu(\zeta_x^2 + \zeta_y^2 + \zeta_z^2)}{\rho Re \Delta \zeta}\end{aligned}\tag{2.29}$$

ここまで多数の近似が入っており, 非定常計算における時間精度を保証することができない. したがって, Newton-Raphson 内部反復[44]を用いることにより時間精度を確保することができる. 式(2.28)について, n ステップと $n+1$ ステップにおける時間2次精度差分を考えると

$$\frac{3\widetilde{\mathbf{Q}}^{n+1} - 4\widetilde{\mathbf{Q}}^n + \widetilde{\mathbf{Q}}^{n-1}}{2} = -\Delta t \left[\left(\frac{\partial \widetilde{\mathbf{E}}}{\partial \xi} + \frac{\partial \widetilde{\mathbf{F}}}{\partial \eta} + \frac{\partial \widetilde{\mathbf{G}}}{\partial \zeta} \right) - \left(\frac{\partial \widetilde{\mathbf{E}}_v}{\partial \xi} + \frac{\partial \widetilde{\mathbf{F}}_v}{\partial \eta} + \frac{\partial \widetilde{\mathbf{G}}_v}{\partial \zeta} \right) \right]_{i,j,k}^{n+1}\tag{2.30}$$

ここでの n ステップと $n+1$ ステップ間に内部反復を行うとする. 内部反復回数 m に対し,

$$\lim_{m \rightarrow \infty} Q^m = Q^{n+1} \quad (2.31)$$

になる. Q^{m+1} に対し, 式(2.30)の線形化を行うと

$$\begin{aligned} & \left[I + \frac{2}{3} \Delta t \left(\frac{\partial A}{\partial \xi} + \frac{\partial B}{\partial \eta} + \frac{\partial C}{\partial \zeta} \right) - \frac{2}{3} \Delta t \frac{1}{Re} \left(\frac{\partial A_v}{\partial \xi} + \frac{\partial B_v}{\partial \eta} + \frac{\partial C_v}{\partial \zeta} \right) \right]^m [Q^{m+1} - Q^m] \\ &= -\frac{3\tilde{Q}^m - 4\tilde{Q}^n + \tilde{Q}^{n-1}}{3} - \frac{2}{3} \Delta t \left[\left(\frac{\partial \tilde{E}}{\partial \xi} + \frac{\partial \tilde{F}}{\partial \eta} + \frac{\partial \tilde{G}}{\partial \zeta} \right) - \frac{1}{Re} \left(\frac{\partial \tilde{E}_v}{\partial \xi} + \frac{\partial \tilde{F}_v}{\partial \eta} + \frac{\partial \tilde{G}_v}{\partial \zeta} \right) \right]_{i,j,k}^m \end{aligned} \quad (2.32)$$

ただし,

$$A = \frac{\partial E}{\partial Q}, \quad B = \frac{\partial F}{\partial Q}, \quad C = \frac{\partial G}{\partial Q}, \quad A_v = \frac{\partial E_v}{\partial Q}, \quad B_v = \frac{\partial F_v}{\partial Q}, \quad C_v = \frac{\partial G_v}{\partial Q}, \quad (2.33)$$

$Q^{m+1} - Q^m \rightarrow 0$ にすることにより, 時間2次精度が確保できる.

2.4.2.3 段階 TVD Runge-Kutta 法 [45]

3次精度を持つ陽的スキームである3段階ルンゲクッタ法は以下の3段階で表される.

$$\begin{aligned} Q^{(1)} &= Q^n + \Delta t R(Q^n) \\ Q^{(2)} &= \frac{3}{4} Q^n + \frac{1}{4} Q^{(1)} + \Delta t R(Q^{(1)}) \\ Q^{n+1} &= \frac{1}{3} Q^n + \frac{2}{3} Q^{(2)} + \Delta t R(Q^{(2)}) \end{aligned} \quad (2.34)$$

ただし, $R(Q)$ は

$$R(Q) = - \left[\left(\frac{\partial \tilde{E}}{\partial \xi} + \frac{\partial \tilde{F}}{\partial \eta} + \frac{\partial \tilde{G}}{\partial \zeta} \right) - \left(\frac{\partial \tilde{E}_v}{\partial \xi} + \frac{\partial \tilde{F}_v}{\partial \eta} + \frac{\partial \tilde{G}_v}{\partial \zeta} \right) \right] \quad (2.35)$$

である.

2.5 ブロック境界条件

マルチブロック構造格子を用いる場合、計算ブロック間におけるデータの受け渡し方法としてブロック境界条件が必要である。Fig. 2.2 のように格子が完全に重ねられる格子間においては隣接ブロックにおける同じ格子点の値をそのまま境界条件として使用 (Overlap 法) する。本研究ではブロック間で6点を重ねる。

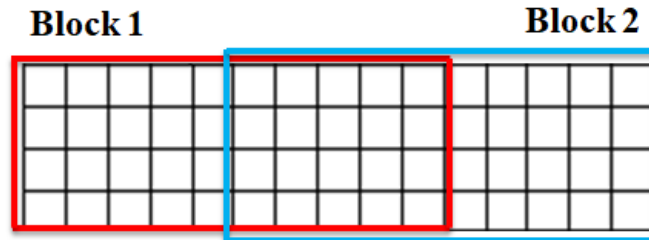


Fig. 2.2 Block Interface Condition (Overlapping)

翼列のような複雑な形状における格子の場合、Fig.2.3 に示すようにブロック境界において格子の勾配が急変する領域が現れる。この領域では格子を完全に重ねることが難しく、適切な境界処理が必要である。本研究では解析ケースによって線形内挿を用いた重合格子法 (Overset 法) [46] および一般化特性インタフェース条件 (Generalized Characteristic Interface Condition, GCIC) [47] を用いる。

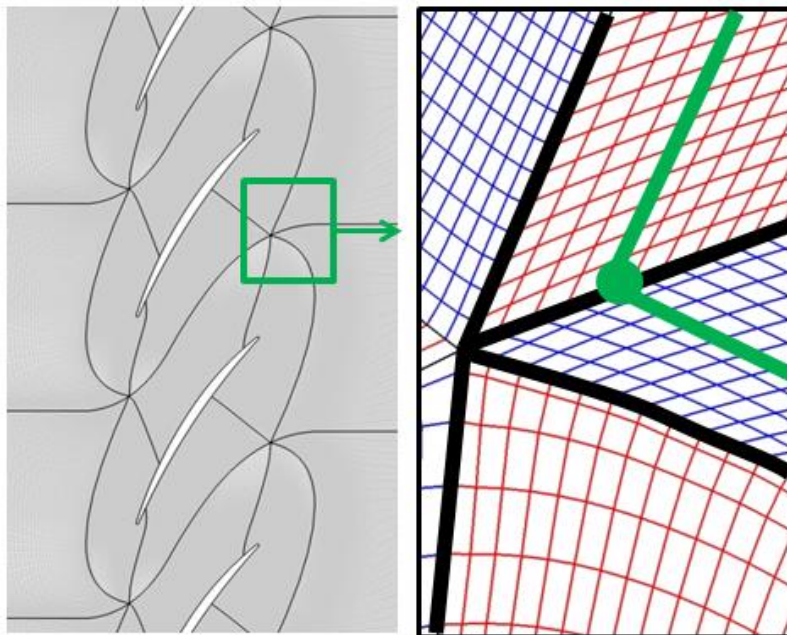


Fig. 2.3 Block Interfaces in the Cascade Grids

2.5.1 重合格子法 (Overset 法)

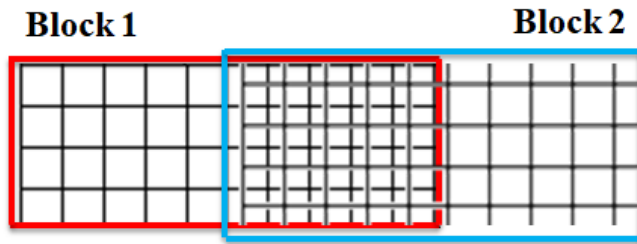


Fig. 2.4 Block Interface Condition (Oversetting)

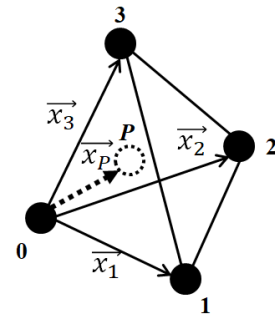


Fig. 2.5 Linear Interpolation for Tetrahedron

Fig. 2.4 に示すようにブロック境界において格子が完全に重ならないような重合格子を考える．このとき，隣接ブロック内の値を境界値として使用するために線形内挿法を用いる．Fig. 2.5 のような隣接ブロックの格子点で囲まれている四面体の内部点 P について考える．このときベクトル \vec{x}_p は，

$$\vec{x}_p = s\vec{x}_1 + t\vec{x}_2 + u\vec{x}_3 \quad (2.36)$$

と表せる．点 P が四面体を構成する 4 点の内部に存在するとき，

$$0 \leq s, 0 \leq t, 0 \leq u, s + t + u \leq 1 \quad (2.37)$$

の条件が満たされる．隣接ブロックの 4 点の組み合わせを変えながら以上の判定を行えば，点 P を取り囲む 4 点を特定することが可能であり， s, t, u が決定される．このとき，点 P の保存量 Q_p は隣接ブロックの値 Q_0, Q_1, Q_2, Q_3 から，

$$Q_p = (1 - s - t - u)Q_0 + sQ_1 + tQ_2 + uQ_3 \quad (2.38)$$

と求めることができる．

2.5.2 一般化特性インタフェース条件 (GCIC)

特性インタフェース条件は Kim ら[48] により考案され, Sumi ら[47]により格子メトリクスの方向性を考慮し一般化された. 特性インタフェース条件は基礎方程式である Navier-Stokes 方程式から式変換によって 1 次元スカラー量である特性量のデータ交換を行うことによって境界面における物理的、数学的に正しいデータ交換手法である. 式(2.1)の一般座標系における Navier-Stokes 方程式は粘性項 $\tilde{\mathbf{S}}_v$ としたときを以下のように書ける.

$$\frac{\partial \tilde{\mathbf{Q}}}{\partial t} + \frac{\partial \tilde{\mathbf{E}}}{\partial \xi} + \frac{\partial \tilde{\mathbf{F}}}{\partial \eta} + \frac{\partial \tilde{\mathbf{G}}}{\partial \zeta} = \tilde{\mathbf{S}}_v \quad (2.39)$$

ただし, 式の(2.39)変数は以下のようになる.

$$\tilde{\mathbf{Q}} = \frac{\mathbf{Q}}{J}, \quad \tilde{\mathbf{E}} = \frac{\xi_x \mathbf{E} + \xi_y \mathbf{F} + \xi_z \mathbf{G}}{J}, \quad \tilde{\mathbf{F}} = \frac{\eta_x \mathbf{E} + \eta_y \mathbf{F} + \eta_z \mathbf{G}}{J}, \quad \tilde{\mathbf{G}} = \frac{\zeta_x \mathbf{E} + \zeta_y \mathbf{F} + \zeta_z \mathbf{G}}{J}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{Q} &= [\rho, \rho u, \rho v, \rho w, e]^T \\ \mathbf{V} &= [\rho, u, v, w, e]^T \\ \mathbf{E} &= [\rho u, \rho u^2 + p, \rho v u, \rho w u, (e + p)u]^T \\ \mathbf{F} &= [\rho v, \rho u v, \rho v^2 + p, \rho w v, (e + p)v]^T \\ \mathbf{G} &= [\rho w, \rho u w, \rho v w, \rho w^2 + p, (e + p)w]^T \end{aligned}$$

$\tilde{\mathbf{S}}_v$ は粘性項であり, e は無次元全エネルギー ($e = \frac{p}{\gamma-1} + \frac{1}{2}\rho|\mathbf{u}|^2$), J は変換ヤコビアンを意味する.

ここで, $\mathbf{P} = \frac{\partial \mathbf{Q}}{\partial \mathbf{v}}$, $\mathbf{S} = \frac{\partial \mathbf{V}}{\partial \mathbf{w}}$ というヤコビアン行列を定義する. \mathbf{P} は保存量と原始変数間のヤコビアン行列を, \mathbf{S} は原子変数と特性量とヤコビアン行列を意味する. ただし, 特性量微分変数 $\delta \mathbf{W}$ は

$$\delta \mathbf{W} = \left(\delta \rho - \frac{\delta p}{c^2}, \delta \tilde{W}, \delta \tilde{V}, \frac{\delta p}{\rho c} + \delta \tilde{U}, \frac{\delta p}{\rho c} - \delta \tilde{U} \right)^T \quad (2.40)$$

であり, チルダは $|\nabla \xi|$ によって正規化された量を意味する. $\delta \tilde{U}, \delta \tilde{V}, \delta \tilde{W}$ はそれぞれ

$$\begin{aligned} \delta \tilde{U} &= \xi_x \delta u + \xi_y \delta v + \xi_z \delta w \\ \delta \tilde{V} &= -\xi_x \delta v + \xi_y \delta u \\ \delta \tilde{W} &= \xi_x \delta w - \xi_z \delta u \end{aligned} \quad (2.41)$$

を意味する.

ヤコビアン行列 \mathbf{P}, \mathbf{S} およびそれぞれの逆行列 $\mathbf{P}^{-1}, \mathbf{S}^{-1}$ は

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ u & \rho & 0 & 0 & 0 \\ v & 0 & \rho & 0 & 0 \\ w & 0 & 0 & \rho & 0 \\ |\mathbf{u}|^2/2 & \rho u & \rho v & \rho w & 1/(\gamma-1) \end{bmatrix} \quad (2.42)$$

$$\mathbf{P}^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -u/\rho & 1/\rho & 0 & 0 & 0 \\ -v/\rho & 0 & 1/\rho & 0 & 0 \\ -w/\rho & 0 & 0 & 1/\rho & 0 \\ (\gamma-1)|\mathbf{u}|^2/2 & (1-\gamma)u & (1-\gamma)v & (1-\gamma)w & \gamma-1 \end{bmatrix} \quad (2.43)$$

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} \xi_x & \xi_y & \xi_z & \rho/2c & \rho/2c \\ 0 & -\xi_z & \xi_y & \xi_x/2 & -\xi_x/2 \\ \xi_z & 0 & -\xi_x & \xi_y/2 & -\xi_y/2 \\ -\xi_y & \xi_x & 0 & \xi_z/2 & -\xi_z/2 \\ 0 & 0 & 0 & \rho c/2 & \rho c/2 \end{bmatrix} \quad (2.44)$$

$$\mathbf{S}^{-1} = \begin{bmatrix} \xi_x & 0 & \xi_z & -\xi_y & -\xi_x/c^2 \\ \xi_y & -\xi_z & 0 & \xi_x & -\xi_y/c^2 \\ \xi_z & 0 & -\xi_x & 0 & -\xi_z/c^2 \\ 0 & \xi_x & \xi_y & \xi_z & 1/\rho c \\ 0 & -\xi_x & -\xi_y & -\xi_z & 1/\rho c \end{bmatrix} \quad (2.45)$$

である。これらを使って式(2.39)は、

$$\frac{\partial \mathbf{Q}}{\partial t} + \mathbf{P}\mathbf{S}\mathbf{L} + \mathbf{D} = 0 \quad (2.46)$$

$$\frac{\partial \mathbf{W}}{\partial t} + \mathbf{L} + \mathbf{S}^{-1}\mathbf{P}^{-1}\mathbf{D} = 0 \quad (2.47)$$

のように2つの式で書きかえることができる。ただし、 \mathbf{L}, \mathbf{D} は

$$\begin{aligned} \mathbf{L} &= \mathbf{\Lambda} \frac{\partial \mathbf{W}}{\partial \xi} \\ &= \mathbf{J}\mathbf{S}^{-1}\mathbf{P}^{-1} \left\{ \frac{\partial \hat{\mathbf{E}}}{\partial \xi} - \left[\mathbf{E} \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\frac{\xi_x}{\mathbf{J}} \right) + \mathbf{F} \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\frac{\xi_y}{\mathbf{J}} \right) + \mathbf{G} \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\frac{\xi_z}{\mathbf{J}} \right) \right] \right\} \end{aligned} \quad (2.48)$$

$$\mathbf{D} = \mathbf{J} \left\{ \frac{\partial \hat{\mathbf{F}}}{\partial \eta} + \frac{\partial \hat{\mathbf{G}}}{\partial \zeta} + \left[\mathbf{E} \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\frac{\xi_x}{\mathbf{J}} \right) + \mathbf{F} \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\frac{\xi_y}{\mathbf{J}} \right) + \mathbf{G} \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\frac{\xi_z}{\mathbf{J}} \right) \right] - \hat{\mathbf{S}}_v \right\} \quad (2.49)$$

$$\mathbf{\Lambda} = [U, U, U, U + C, U - C]^T$$

$$U = \xi_x u + \xi_y v + \xi_z w$$

$$C = c \sqrt{\xi_x^2 + \xi_y^2 + \xi_z^2}$$

$$c = \sqrt{\frac{\gamma p}{\rho}}$$

である． \mathbf{L} は特性波動振幅ベクトル， $\mathbf{\Lambda}$ は固有値ベクトル， \mathbf{D} は生成ベクトルである．

式(2.46), (2.47) は式(2.39)の特性形式であり，式(2.46) は保存量，式(2.47) は特性量に関する方程式を表している．式(2.41) は準線形波動方程式であり，特性量としてはエントロピー，渦度，音波を意味し，それぞれ違う拡散速度を持つ．式(2.46), (2.47) は ξ 方向についてのみ技術しており， η, ζ 方向についても同様に書くことができる．

ここで Fig.2.6 のような解析格子を考える．

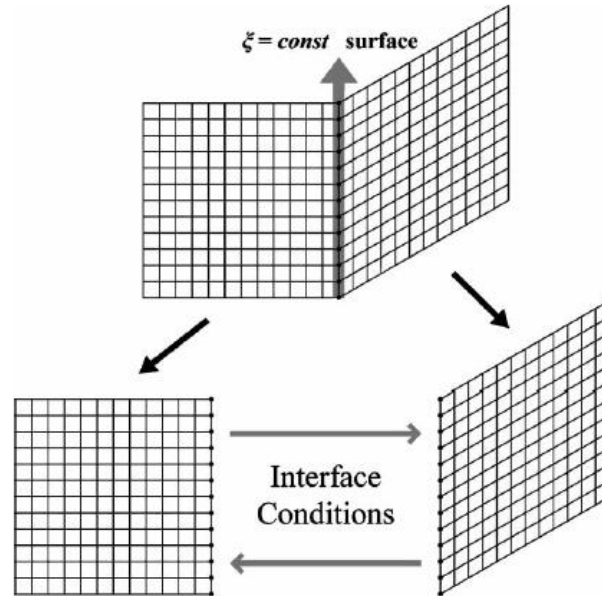


Fig.2.6 A Single Grid with Abrupt Slope Change (upper), two Grid with Interface Conditions (lower) [47]

Fig.2.6 の上の格子は 1 つの格子であるが $\xi = \text{constant}$ 面に対し急激な格子の変化が現れる．従って $\xi = \text{constant}$ 面では同じ格子点において格子メトリクスの左右極限が異なるため特異性問題が発生する．そこでこのような特異性問題を回避するため，下のような 2 つのブロックに格子を分離し，その境界面について適切な境界条件の与え方を考える．まずは式(2.46)より，

$$\left(\frac{\partial \mathbf{Q}}{\partial t}\right)^u = \left(\frac{\partial \mathbf{Q}}{\partial t}\right)^d \leftrightarrow \mathbf{P}^u \mathbf{S}^u \mathbf{L}^u + \mathbf{D}^u = \mathbf{P}^d \mathbf{S}^d \mathbf{L}^d + \mathbf{D}^d \quad (2.50)$$

のように書くことができる．ここで，上添字 u, d はそれぞれブロック境界面における上流側と下流側を意味する．同じ格子点における保存量の左右極限は一致するので式(2.50)は自明である．次に，式(2.47)より，

$$\left(\frac{\partial \mathbf{W}}{\partial t}\right)^u = \left(\frac{\partial \mathbf{W}}{\partial t}\right)^d \leftrightarrow \mathbf{L}^u + (\mathbf{S}^u)^{-1} (\mathbf{P}^u)^{-1} \mathbf{D}^u = \mathbf{L}^d + (\mathbf{S}^d)^{-1} (\mathbf{P}^d)^{-1} \mathbf{D}^d \quad (2.51)$$

のように書ける．

\mathbf{W} は特性量を表しており，特性インタフェース条件は境界面において保存量および特性量の時間変化の左右極限が一致しないといけないことに着目しているため式(2.50), (2.51)は特性インタフェース条件の基本となる式である．一方，式(2.50), (2.51)は同じ式のように見えるが，式(2.51)は式(2.52)の条件を満たすときのみ(2.50)と等価な式になる．

$$\mathbf{P}^u = \mathbf{P}^d, \quad \mathbf{S}^u = \mathbf{S}^d \quad (2.52)$$

行列 \mathbf{P} はその要素に原始変数のみを含んでいるため、 $\mathbf{P}^u = \mathbf{P}^d$ という条件はブロック境界面において同一初期値により時間積分が正常に行われれば満たされる。しかし、行列 \mathbf{S} は正規化されたメトリクス項(ξ_i)を含んでいるため、

$$\nabla \xi^u = \nabla \xi^d, \quad \nabla \xi = \nabla \xi / |\nabla \xi| = (\xi_x, \xi_y, \xi_z)^T \quad (2.53)$$

を満たすべきである。この関係は、 ξ 一定面に対して $\nabla \xi$ は法線ベクトルを意味するベクトル解析的意味から自明なことになる。つまりインタフェース面に対して $\nabla \xi^u, \nabla \xi^d$ は垂直な方向性を持つので、正規化されると $\nabla \xi^u = \nabla \xi^d$ を満足する。しかし、隣接した計算座標が完全に逆向きの特殊な場合では $\nabla \xi^u = -\nabla \xi^d$ もあり得るため、ブロック境界条件が使用される隣接ブロック間の任意の計算座標定義の組み合わせに対して、 $\mathbf{S}^u = \mathbf{S}^d$ が必ずしも成立すると言えない。すなわち、式(2.46)は

$$\left(\frac{\partial \mathbf{Q}}{\partial t}\right)^u = \left(\frac{\partial \mathbf{Q}}{\partial t}\right)^d, \quad \nabla \xi^u = \nabla \xi^d \Rightarrow \left(\frac{\partial \mathbf{W}}{\partial t}\right)^u = \left(\frac{\partial \mathbf{W}}{\partial t}\right)^d \quad (2.54)$$

という条件下で成り立つことになる。

特性インタフェース条件ではインタフェース面に垂直な方向における特性波の対流速度より、インタフェースから出て行く特性量と入ってくる特性量が決まる。従って、対流速度は非常に重要なパラメータであり、インタフェース面に垂直な速度成分 U と計算空間の音速 C の関係から

$$U < C \quad (\text{subsonic})$$

$$U > C \quad (\text{supersonic})$$

と表せる。式(2.50)において、特性波の各成分の伝播速度を表す固有値ベクトル $\mathbf{\Lambda} (= [U, U, U, U + C, U - C]^T)$ が亜音速の場合、特性波動振幅ベクトル \mathbf{L} の伝播速度が $U, U, U, U + C$ に相当する4つの特性波成分は上流から下流に伝達される。 $U - C$ に相当する特性波成分は下流から上流に伝達される。ここに格子メトリクスの向きを考えると Fig.2.7 のように4ケースのデータ交換方向が決定される。

Fig. 2.7 の黒矢印は特性移流項成分の既知の成分であり、白矢印は未知の成分を表している。既知のものについては個別のブロックの情報のみにより算出できるが、未知のものについては隣接ブロック間での相互作用により決定しなければならない。ここで、式(2.44)は $\mathbf{P} = \mathbf{P}^u = \mathbf{P}^d$ という関係より、

$$\begin{aligned} \mathbf{L}^u &= (\mathbf{S}^u)^{-1} [\mathbf{S}^d \mathbf{L}^d + \mathbf{P}^{-1} (\mathbf{D}^d - \mathbf{D}^u)] \\ \mathbf{L}^d &= (\mathbf{S}^d)^{-1} [\mathbf{S}^u \mathbf{L}^u + \mathbf{P}^{-1} (\mathbf{D}^u - \mathbf{D}^d)] \end{aligned} \quad (2.55)$$

と書ける。Fig.2.7 より、いずれの場合においてもそれぞれ5つの未知ベクトル要素に対して、同数の既知ベクトル要素が存在していることが分かる。従って、式(2.55)は線形関係の方程式に書きかえることができる。

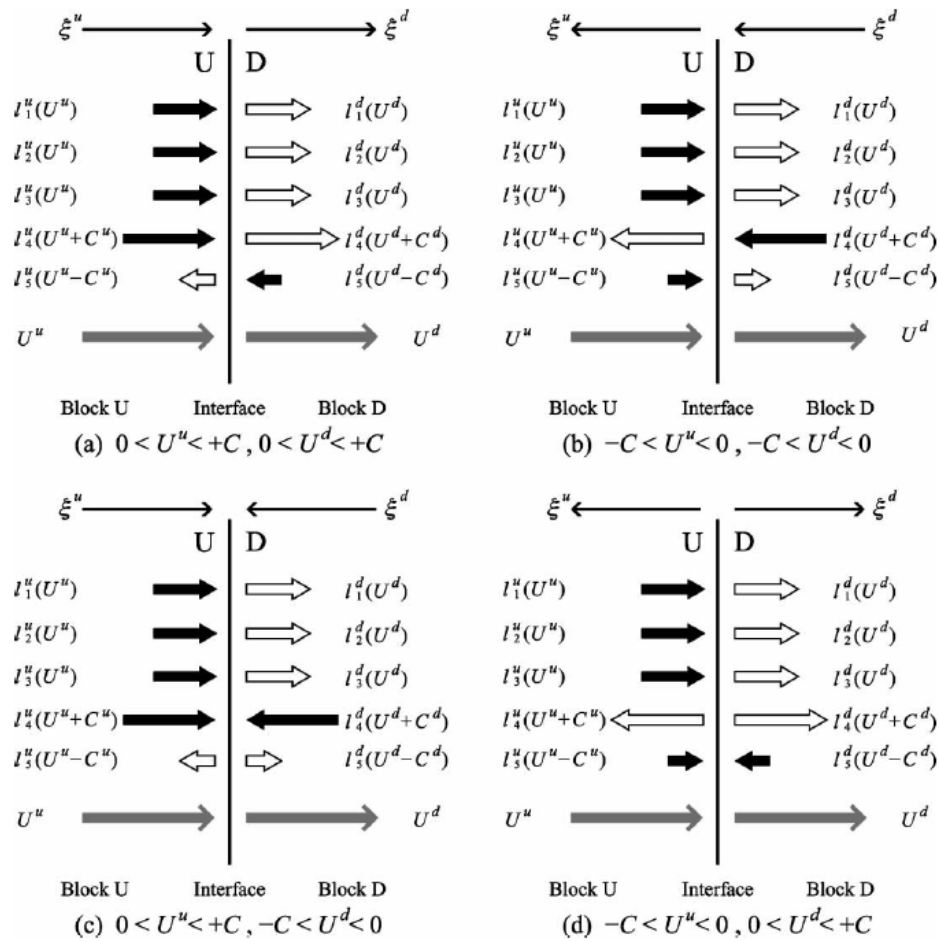


Fig. 2.7 Relations between Computational Coordinate Arrangement and Directions of Characteristic Waves [47]

計算の簡単化のために以下のマトリクスを定義する.

$$\mathbf{M}^u = (\mathbf{S}^u)^{-1}\mathbf{S}^d \tag{2.56}$$

$$\mathbf{M}^d = (\mathbf{S}^d)^{-1}\mathbf{S}^u$$

$$\mathbf{N}^u = (\mathbf{S}^u)^{-1}\mathbf{P}^{-1}(\mathbf{D}^d - \mathbf{D}^u) \tag{2.57}$$

$$\mathbf{N}^d = (\mathbf{S}^d)^{-1}\mathbf{P}^{-1}(\mathbf{D}^u - \mathbf{D}^d)$$

式(2.56), (2.57)より式(2.55)は、

$$\begin{aligned} \mathbf{L}^u &= \mathbf{M}^u\mathbf{L}^d + \mathbf{N}^u \\ \mathbf{L}^d &= \mathbf{M}^d\mathbf{L}^u + \mathbf{N}^d \end{aligned} \tag{2.58}$$

と書ける.

式(2.58)は総 10 個の特性量に関する方程式となり，未知のベクトルを \mathbf{X} ，既知のベクトルを \mathbf{Y} ，定数マトリクスを $\mathbf{M}_x, \mathbf{M}_y$ ，生成ベクトルを \mathbf{N} とすると，

$$\mathbf{X} = \mathbf{M}_x \mathbf{X} + \mathbf{M}_y \mathbf{Y} + \mathbf{N} \quad (2.59)$$

と表せる．ベクトル $\mathbf{X}, \mathbf{Y}, \mathbf{N}$ ，マトリクス $\mathbf{M}_x, \mathbf{M}_y$ は Fig.2.7 の 4 ケースにおいてそれぞれ以下のように書ける．

$$(a) \quad 0 < U^u < +C, \quad 0 < U^d < +C$$

$$\begin{aligned} \mathbf{X} &= [l_1^{d*}, l_2^{d*}, l_3^{d*}, l_4^{d*}, l_5^{u*}]^T \\ \mathbf{Y} &= [l_1^u, l_2^u, l_3^u, l_4^u, l_5^d]^T \\ \mathbf{N} &= [n_1^d, n_2^d, n_3^d, n_4^d, n_5^u]^T \end{aligned}$$

$$\mathbf{M}_x = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & m_{15}^d \\ 0 & 0 & 0 & 0 & m_{25}^d \\ 0 & 0 & 0 & 0 & m_{35}^d \\ 0 & 0 & 0 & 0 & m_{45}^d \\ m_{51}^u & m_{52}^u & m_{53}^u & m_{54}^u & 0 \end{bmatrix} \quad (2.60)$$

$$\mathbf{M}_y = \begin{bmatrix} m_{11}^d & m_{12}^d & m_{13}^d & m_{14}^d & 0 \\ m_{21}^d & m_{22}^d & m_{23}^d & m_{24}^d & 0 \\ m_{31}^d & m_{32}^d & m_{33}^d & m_{34}^d & 0 \\ m_{41}^d & m_{42}^d & m_{43}^d & m_{44}^d & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & m_{55}^u \end{bmatrix}$$

$$(b) \quad -C < U^u < 0, \quad -C < U^d < 0$$

$$\begin{aligned} \mathbf{X} &= [l_1^{d*}, l_2^{d*}, l_3^{d*}, l_5^d, l_4^{u*}]^T \\ \mathbf{Y} &= [l_1^u, l_2^u, l_3^u, l_5^u, l_4^d]^T \\ \mathbf{N} &= [n_1^d, n_2^d, n_3^d, n_5^d, n_4^u]^T \end{aligned}$$

$$\mathbf{M}_x = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & m_{14}^d \\ 0 & 0 & 0 & 0 & m_{24}^d \\ 0 & 0 & 0 & 0 & m_{34}^d \\ 0 & 0 & 0 & 0 & m_{54}^d \\ m_{41}^u & m_{42}^u & m_{43}^u & m_{45}^u & 0 \end{bmatrix} \quad (2.61)$$

$$\mathbf{M}_y = \begin{bmatrix} m_{11}^d & m_{12}^d & m_{13}^d & m_{15}^d & 0 \\ m_{21}^d & m_{22}^d & m_{23}^d & m_{25}^d & 0 \\ m_{31}^d & m_{32}^d & m_{33}^d & m_{35}^d & 0 \\ m_{51}^d & m_{52}^d & m_{53}^d & m_{55}^d & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & m_{44}^u \end{bmatrix}$$

$$(c) \quad 0 < U^u < +C, \quad -C < U^d < 0$$

$$\mathbf{X} = [l_1^{d*}, l_2^{d*}, l_3^{d*}, l_5^{d*}, l_5^{u*}]^T$$

$$\mathbf{Y} = [l_1^u, l_2^u, l_3^u, l_4^u, l_4^d]^T$$

$$\mathbf{N} = [n_1^d, n_2^d, n_3^d, n_5^d, n_5^u]^T$$

$$\mathbf{M}_x = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & m_{15}^d \\ 0 & 0 & 0 & 0 & m_{25}^d \\ 0 & 0 & 0 & 0 & m_{35}^d \\ 0 & 0 & 0 & 0 & m_{55}^d \\ m_{51}^u & m_{52}^u & m_{53}^u & m_{55}^u & 0 \end{bmatrix} \quad (2.62)$$

$$\mathbf{M}_y = \begin{bmatrix} m_{11}^d & m_{12}^d & m_{13}^d & m_{14}^d & 0 \\ m_{21}^d & m_{22}^d & m_{23}^d & m_{24}^d & 0 \\ m_{31}^d & m_{32}^d & m_{33}^d & m_{34}^d & 0 \\ m_{51}^d & m_{52}^d & m_{53}^d & m_{54}^d & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & m_{54}^u \end{bmatrix}$$

$$(d) \quad -C < U^u < 0, \quad 0 < U^d < +C$$

$$\mathbf{X} = [l_1^{d*}, l_2^{d*}, l_3^{d*}, l_4^{d*}, l_4^{u*}]^T$$

$$\mathbf{Y} = [l_1^u, l_2^u, l_3^u, l_5^u, l_5^d]^T$$

$$\mathbf{N} = [n_1^d, n_2^d, n_3^d, n_4^d, n_4^u]^T$$

$$\mathbf{M}_x = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & m_{14}^d \\ 0 & 0 & 0 & 0 & m_{24}^d \\ 0 & 0 & 0 & 0 & m_{34}^d \\ 0 & 0 & 0 & 0 & m_{44}^d \\ m_{41}^u & m_{42}^u & m_{43}^u & m_{44}^u & 0 \end{bmatrix} \quad (2.63)$$

$$\mathbf{M}_y = \begin{bmatrix} m_{11}^d & m_{12}^d & m_{13}^d & m_{15}^d & 0 \\ m_{21}^d & m_{22}^d & m_{23}^d & m_{25}^d & 0 \\ m_{31}^d & m_{32}^d & m_{33}^d & m_{35}^d & 0 \\ m_{41}^d & m_{42}^d & m_{43}^d & m_{45}^d & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & m_{45}^u \end{bmatrix}$$

式(2.59)の \mathbf{X} に関する行列式 $|\mathbf{I} - \mathbf{M}_x| \neq 0$ であるため、以下のように書き直すことができる。

$$\mathbf{X} = (\mathbf{I} - \mathbf{M}_x)^{-1}(\mathbf{M}_y\mathbf{Y} + \mathbf{N}) \quad (2.64)$$

式(2.58)より、Fig. 2.7 の4ケースにおけるベクトル、行列を用いて未知のベクトル \mathbf{X} について以下のようにまとめることができる。

$$(a) \quad 0 < U^u < +C, \quad 0 < U^d < +C$$

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} l_1^{d*} \\ l_2^{d*} \\ l_3^{d*} \\ l_4^{d*} \\ l_5^{u*} \end{bmatrix} &= \frac{1}{d} \begin{bmatrix} d + m_{15}^d m_{51}^u & m_{15}^d m_{52}^u & m_{15}^d m_{53}^u & m_{15}^d m_{54}^u & m_{15}^d \\ m_{25}^d m_{51}^u & d + m_{25}^d m_{52}^u & m_{25}^d m_{53}^u & m_{25}^d m_{54}^u & m_{25}^d \\ m_{35}^d m_{51}^u & m_{35}^d m_{52}^u & d + m_{35}^d m_{53}^u & m_{35}^d m_{54}^u & m_{35}^d \\ m_{45}^d m_{51}^u & m_{45}^d m_{52}^u & m_{45}^d m_{53}^u & d + m_{45}^d m_{54}^u & m_{45}^d \\ m_{51}^u & m_{52}^u & m_{53}^u & m_{54}^u & 1 \end{bmatrix} \\ &\times \left(\begin{bmatrix} m_{11}^d & m_{12}^d & m_{13}^d & m_{14}^d & 0 \\ m_{21}^d & m_{22}^d & m_{23}^d & m_{24}^d & 0 \\ m_{31}^d & m_{32}^d & m_{33}^d & m_{34}^d & 0 \\ m_{41}^d & m_{42}^d & m_{43}^d & m_{44}^d & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & m_{55}^u \end{bmatrix} \begin{bmatrix} l_1^u \\ l_2^u \\ l_3^u \\ l_4^u \\ l_5^d \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} n_1^d \\ n_2^d \\ n_3^d \\ n_4^d \\ n_5^u \end{bmatrix} \right) \\ d &= 1 - m_{15}^d m_{51}^u - m_{25}^d m_{52}^u - m_{35}^d m_{53}^u - m_{45}^d m_{54}^u \end{aligned} \quad (2.65)$$

$$(b) \quad -C < U^u < 0, \quad -C < U^d < 0$$

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} l_1^{d*} \\ l_2^{d*} \\ l_3^{d*} \\ l_4^{d*} \\ l_5^{u*} \end{bmatrix} &= \frac{1}{d} \begin{bmatrix} d + m_{14}^d m_{41}^u & m_{14}^d m_{42}^u & m_{14}^d m_{43}^u & m_{14}^d m_{45}^u & m_{14}^d \\ m_{24}^d m_{41}^u & d + m_{24}^d m_{42}^u & m_{24}^d m_{43}^u & m_{24}^d m_{45}^u & m_{24}^d \\ m_{34}^d m_{41}^u & m_{34}^d m_{42}^u & d + m_{34}^d m_{43}^u & m_{34}^d m_{45}^u & m_{34}^d \\ m_{54}^d m_{41}^u & m_{54}^d m_{42}^u & m_{54}^d m_{43}^u & d + m_{54}^d m_{45}^u & m_{54}^d \\ m_{41}^u & m_{42}^u & m_{43}^u & m_{45}^u & 1 \end{bmatrix} \\ &\times \left(\begin{bmatrix} m_{11}^d & m_{12}^d & m_{13}^d & m_{15}^d & 0 \\ m_{21}^d & m_{22}^d & m_{23}^d & m_{25}^d & 0 \\ m_{31}^d & m_{32}^d & m_{33}^d & m_{35}^d & 0 \\ m_{51}^d & m_{52}^d & m_{53}^d & m_{55}^d & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & m_{44}^u \end{bmatrix} \begin{bmatrix} l_1^u \\ l_2^u \\ l_3^u \\ l_5^d \\ l_4^u \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} n_1^d \\ n_2^d \\ n_3^d \\ n_5^d \\ n_4^u \end{bmatrix} \right) \\ d &= 1 - m_{14}^d m_{41}^u - m_{24}^d m_{42}^u - m_{34}^d m_{43}^u - m_{54}^d m_{45}^u \end{aligned} \quad (2.66)$$

$$(c) \quad 0 < U^u < +C, \quad -C < U^d < 0$$

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} l_1^{d*} \\ l_2^{d*} \\ l_3^{d*} \\ l_5^{d*} \\ l_5^{u*} \end{bmatrix} &= \frac{1}{d} \begin{bmatrix} d + m_{15}^d m_{51}^u & m_{15}^d m_{52}^u & m_{15}^d m_{53}^u & m_{15}^d m_{55}^u & m_{15}^d \\ m_{25}^d m_{51}^u & d + m_{25}^d m_{52}^u & m_{25}^d m_{53}^u & m_{25}^d m_{55}^u & m_{25}^d \\ m_{35}^d m_{51}^u & m_{35}^d m_{52}^u & d + m_{35}^d m_{53}^u & m_{35}^d m_{55}^u & m_{35}^d \\ m_{55}^d m_{51}^u & m_{55}^d m_{52}^u & m_{55}^d m_{53}^u & d + m_{55}^d m_{55}^u & m_{55}^d \\ m_{51}^u & m_{52}^u & m_{53}^u & m_{55}^u & 1 \end{bmatrix} \\ &\times \left(\begin{bmatrix} m_{11}^d & m_{12}^d & m_{13}^d & m_{14}^d & 0 \\ m_{21}^d & m_{22}^d & m_{23}^d & m_{24}^d & 0 \\ m_{31}^d & m_{32}^d & m_{33}^d & m_{34}^d & 0 \\ m_{51}^d & m_{52}^d & m_{53}^d & m_{54}^d & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & m_{54}^u \end{bmatrix} \begin{bmatrix} l_1^u \\ l_2^u \\ l_3^u \\ l_4^u \\ l_4^d \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} n_1^d \\ n_2^d \\ n_3^d \\ n_5^d \\ n_5^u \end{bmatrix} \right) \\ d &= 1 - m_{15}^d m_{51}^u - m_{25}^d m_{52}^u - m_{35}^d m_{53}^u - m_{55}^d m_{55}^u \end{aligned} \quad (2.67)$$

$$(d) \quad -C < U^u < 0, \quad 0 < U^d < +C$$

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} l_1^{d*} \\ l_2^{d*} \\ l_3^{d*} \\ l_4^{d*} \\ l_4^{u*} \end{bmatrix} &= \frac{1}{d} \begin{bmatrix} d + m_{14}^d m_{41}^u & m_{14}^d m_{42}^u & m_{14}^d m_{43}^u & m_{14}^d m_{44}^u & m_{14}^d \\ m_{24}^d m_{41}^u & d + m_{24}^d m_{42}^u & m_{24}^d m_{43}^u & m_{24}^d m_{44}^u & m_{24}^d \\ m_{34}^d m_{41}^u & m_{34}^d m_{42}^u & d + m_{34}^d m_{43}^u & m_{34}^d m_{44}^u & m_{34}^d \\ m_{44}^d m_{41}^u & m_{44}^d m_{42}^u & m_{44}^d m_{43}^u & d + m_{44}^d m_{44}^u & m_{44}^d \\ m_{41}^u & m_{42}^u & m_{43}^u & m_{44}^u & 1 \end{bmatrix} \\ &\times \begin{pmatrix} m_{11}^d & m_{12}^d & m_{13}^d & m_{15}^d & 0 \\ m_{21}^d & m_{22}^d & m_{23}^d & m_{25}^d & 0 \\ m_{31}^d & m_{32}^d & m_{33}^d & m_{35}^d & 0 \\ m_{41}^d & m_{42}^d & m_{43}^d & m_{45}^d & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & m_{45}^u \end{pmatrix} \begin{bmatrix} l_1^u \\ l_2^u \\ l_3^u \\ l_4^u \\ l_5^u \end{bmatrix} + \begin{pmatrix} n_1^d \\ n_2^d \\ n_3^d \\ n_4^d \\ n_4^u \end{pmatrix} \\ &d = 1 - m_{14}^d m_{41}^u - m_{24}^d m_{42}^u - m_{34}^d m_{43}^u - m_{44}^d m_{44}^u \end{aligned} \quad (2.68)$$

上述のデータ交換より，更新されたベクトル \mathbf{L}^* を用いて式(2.46)は以下のように書ける．

$$\left(\frac{\partial \hat{\mathbf{E}}}{\partial \xi} \right)^* = \frac{1}{J} \mathbf{PSL}^* + \left[\mathbf{E} \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\frac{\xi_x}{J} \right) + \mathbf{F} \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\frac{\xi_y}{J} \right) + \mathbf{G} \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\frac{\xi_z}{J} \right) \right] \quad (2.69)$$

\mathbf{L}^* により更新された保存量 $\left(\frac{\partial \hat{\mathbf{E}}}{\partial \xi} \right)^*$ を用いて，式(2.39)の Navier-Stokes 式は， ξ 方向について，

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial \hat{\mathbf{Q}}}{\partial t} \right)^{u*} &= \hat{\mathbf{S}}_v^u - \left(\frac{\partial \hat{\mathbf{E}}}{\partial \xi} \right)^{u*} + \left(\frac{\partial \hat{\mathbf{F}}}{\partial \eta} \right)^u + \left(\frac{\partial \hat{\mathbf{G}}}{\partial \zeta} \right)^u \\ \left(\frac{\partial \hat{\mathbf{Q}}}{\partial t} \right)^{d*} &= \hat{\mathbf{S}}_v^d - \left(\frac{\partial \hat{\mathbf{E}}}{\partial \xi} \right)^{d*} + \left(\frac{\partial \hat{\mathbf{F}}}{\partial \eta} \right)^d + \left(\frac{\partial \hat{\mathbf{G}}}{\partial \zeta} \right)^d \end{aligned} \quad (2.64)$$

となり，時間積分を行うことにより次のタイムステップにおける境界面での保存量が計算できる．最後に，原始変数について数値誤差をなくすための算術平均を行う．

2.6 入口乱れ

本研究において入口境界条件として入口乱れを付加する場合，Random Flow Generation Technique を用いる．この手法は Kraichnan ら[49]が提案したフーリエモード基盤の等方性乱流生成手法を Smirnov ら[50]が改良し，非等方性乱流についても扱えるようにした．本研究では Smirnov らの手法に近似を用いることで計算を簡略化した Batten ら[51]の手法を用いる．非等方性乱流における速度変動の相関テンソル R_{ij} は

$$R_{ij} = \overline{u'_i u'_j} = \begin{bmatrix} \overline{u'^2} & \overline{u'v'} & \overline{u'w'} \\ \overline{v'u'} & \overline{v'^2} & \overline{v'w'} \\ \overline{w'u'} & \overline{w'v'} & \overline{w'^2} \end{bmatrix} \quad (2.65)$$

と表せる． R_{ij} テンソルにおける Cholesky Decomposition テンソル a_{ij} は

$$a_{ij} = \begin{bmatrix} \sqrt{u'^2} & 0 & 0 \\ \frac{v'u'}{\sqrt{u'^2}} & \sqrt{v'^2 - \left(\frac{v'u'}{\sqrt{u'^2}}\right)^2} & 0 \\ \frac{w'u'}{\sqrt{u'^2}} & \frac{\left(w'v' - w'u' \cdot \frac{v'u'}{u'^2}\right)}{\sqrt{v'^2 - \left(\frac{v'u'}{\sqrt{u'^2}}\right)^2}} & \sqrt{\frac{w'^2 - \frac{w'u'}{u'^2} - \frac{\left(w'v' - w'u' \cdot \frac{v'u'}{u'^2}\right)^2}{v'^2 - \left(\frac{v'u'}{\sqrt{u'^2}}\right)^2}} \end{bmatrix} \quad (2.66)$$

と書ける。 a_{ij} はスケーリングテンソルであり、Kraichnanら[49]による等方性乱流に速度場を非等方性に変換することができる。本研究では入口乱れとして付加する乱流渦を等方性と設定しており、この場合

$$\overline{(u'_i u'_j)}_{i \neq j} = 0 \quad (2.67)$$

である。生成された乱流速度場は、

$$u_k(x_j, t) = a_{ki} \sqrt{\frac{2}{N}} \sum_{n=1}^N [p_i^n \cos(d_j^n \hat{x}_j + \omega^n \hat{t}) + q_i^n \sin(d_j^n \hat{x}_j + \omega^n \hat{t})] \quad (2.68)$$

ただし、

$$\hat{x}_j = \frac{2\pi x_j}{L}, \quad \hat{t} = \frac{2\pi t}{\tau}, \quad d_j^n = d_j^n \frac{V}{c^n}, \quad V = \frac{L}{\tau}$$

$$c^n = \sqrt{\frac{3\overline{u'_i u'_k} d_i^n d_m^n}{2d_k^n d_k^n}}, \quad p_i^n = \epsilon_{ijk} \eta_j^n d_k^n, \quad q_i^n = \epsilon_{ijk} \xi_j^n d_k^n \quad (2.69)$$

$$\eta_i^n, \xi_i^n = \mathbf{N}(0,1), \quad \omega^n = \mathbf{N}(1,1), \quad d_i^n = \mathbf{N}(0,0.5)$$

ここで $\mathbf{N}(\phi, \psi)$ は平均 ϕ 、標準偏差 ψ を持つ確率変数である。 L, τ は乱流渦の長さスケール、時間スケールを意味し、 ϵ_{ijk} は

$$\epsilon_{ijk} = \begin{cases} 1 & ((i, k, k) = (1, 2, 3), (2, 3, 1), (3, 1, 2)) \\ -1 & ((i, j, k) = (1, 3, 2), (3, 2, 1), (2, 1, 3)) \\ 0 & (\text{otherwise}) \end{cases} \quad (2.70)$$

である。 n は乱流スペクトルのモード数を意味し、最低 $N = 100$ に設定した場合乱流エネルギーが正しくモデル化されていることが確認されている[49]。本研究では $N = 200$ として設定する。

2.7 翼列の平均流に関する計算方法

本研究における翼列解析結果において、入口、出口における保存量(Q)の平均値を用い翼列の平均流 (Profile Loss, 転向角 ε)に関する計算を行う。

流れ場全領域における全圧損失を表す Profile Loss は入口全圧 Pt_{in} および出口全圧 Pt_{out} から、

$$\text{Profile Loss} = \frac{Pt_{in} - Pt_{out}}{\frac{1}{2}\rho U_{\infty}^2} \quad (2.71)$$

と計算される。

転向角 ε は Fig. 2.8 に示すように流れの流入角 α と流出角 α' より、

$$\varepsilon = \alpha - \alpha' \quad (2.72)$$

と定義される。

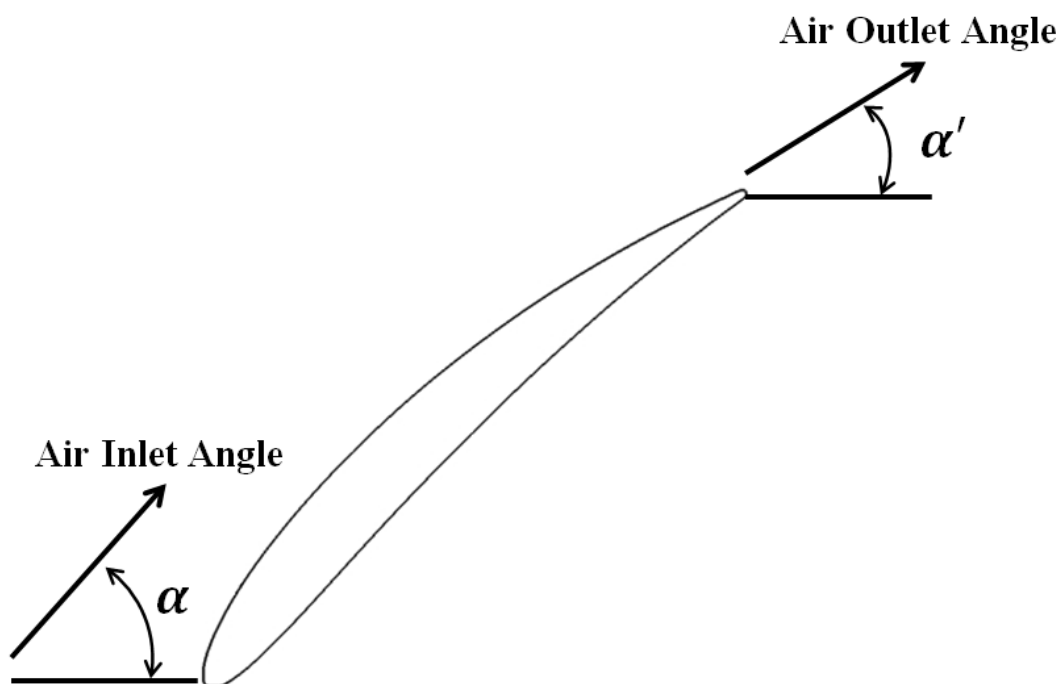


Fig. 2.8 Definition of Air Inlet Angle and Air Outlet Angle

ただし、入口、出口の保存量(Q)における平均には Prasad ら[52]における Mixed-Out 平均を用いる。

2.8 並列化

本研究ではノード内の並列化において OpenMP を、ノード並列化において MPI を使用する。

第3章 翼列失速流れ場の特徴

本章では LES 解析における解析パラメータの影響を調べる準備段階として、本研究において解析対象とする大規模剥離渦が含まれる翼列流れ場の特徴について調べる。具体的には LES 解析結果から得られる瞬時流れ場の特徴、平均流れ場の特徴、統計量の不確かさ、LES 解析の検証、実験データとの比較について議論する。

3.1 解析対象と解析格子

3.1.1 解析対象

解析対象とする翼列は British C.4 系列の 10C4/25C50 直線翼列とする。この翼列については Andrew ら[53]により風洞実験が行われおり、翼列の性能に関する実験結果が存在する。解析対象の翼列に関する具体的な仕様については Figure. 3.1 および Table 3.1 に示す。

Table 3.1 Parameters for 10C4/25C50 Blade Profile

Pitch/C	θ (Camber angle)	ζ (Stagger Angle)
0.75	50°	42.5°

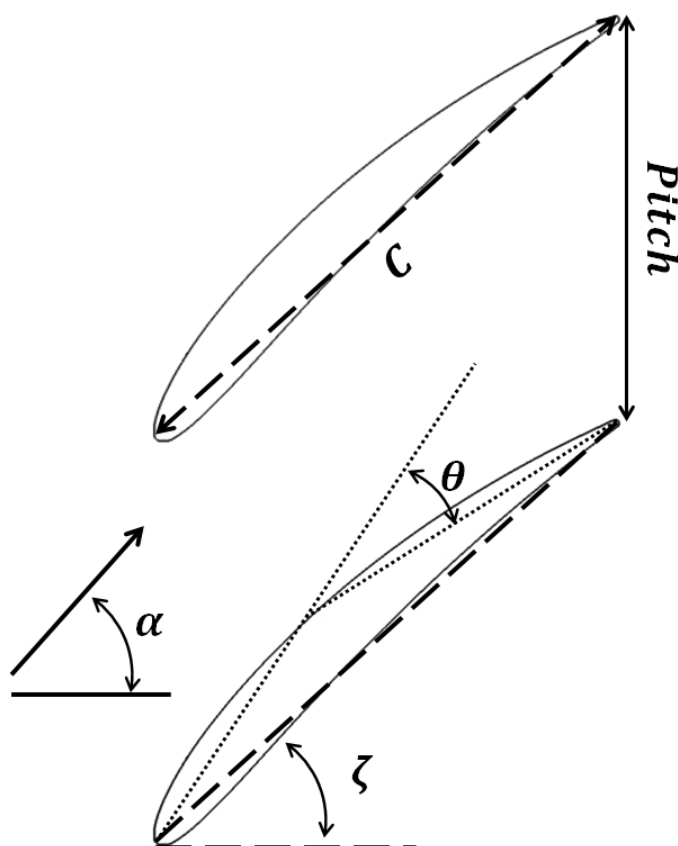


Fig. 3.1 Details about 10C4/25C50 Linear Cascade Profile

3.1.2 解析格子

解析に用いる解析格子を Fig.3.2 に示す. 解析領域は翼前縁, 後縁から入口, 出口までの距離は $0.5C$ としている. スパン方向解析空間幅は直線翼列における LES 解析に関する過去の研究において $0.1C$ から $0.2C$ で設定されているため[8], [9], [29], 多数の解析ケースについて計算を行う本研究では計算負荷を回避するために $0.1C$ と設定する. $0.1C$ のスパン方向解析空間幅は過去の知見より付着境界層乱流渦を解像するためには十分な幅であるが, 大規模剥離渦が存在する流れ場においては不十分な幅である. 次章においてスパン方向解析空間幅の影響を調べる際に, $0.1C$ の不十分な解析空間幅が大規模剥離渦に及ぼす影響について議論する.

解析格子は並列計算のため多数の計算ブロックに分割している. 総計算ブロック数は 756 個であり, 総格子点数は 2974 万点である. 翼周りには O 型格子を, それ以外の領域には H 型格子を配置している. O 型格子の周方向, 壁垂直方向, スパン方向をそれぞれ ξ, η, ζ とするとき, 各方向の格子解像度 $\Delta\xi^+, \Delta\eta^+, \Delta\zeta^+$ はそれぞれ $\Delta\xi^+ < 20$, $\Delta\eta_{wall}^+ < 1$, $\Delta\zeta^+ < 15$ としている. また, H 型格子の x, y, z 方向における格子解像度 $\Delta x^+, \Delta y^+, \Delta z^+$ はそれぞれ $\Delta x^+ < 30$, $\Delta y^+ < 30$, $\Delta z^+ < 15$ と設定している. ただし,

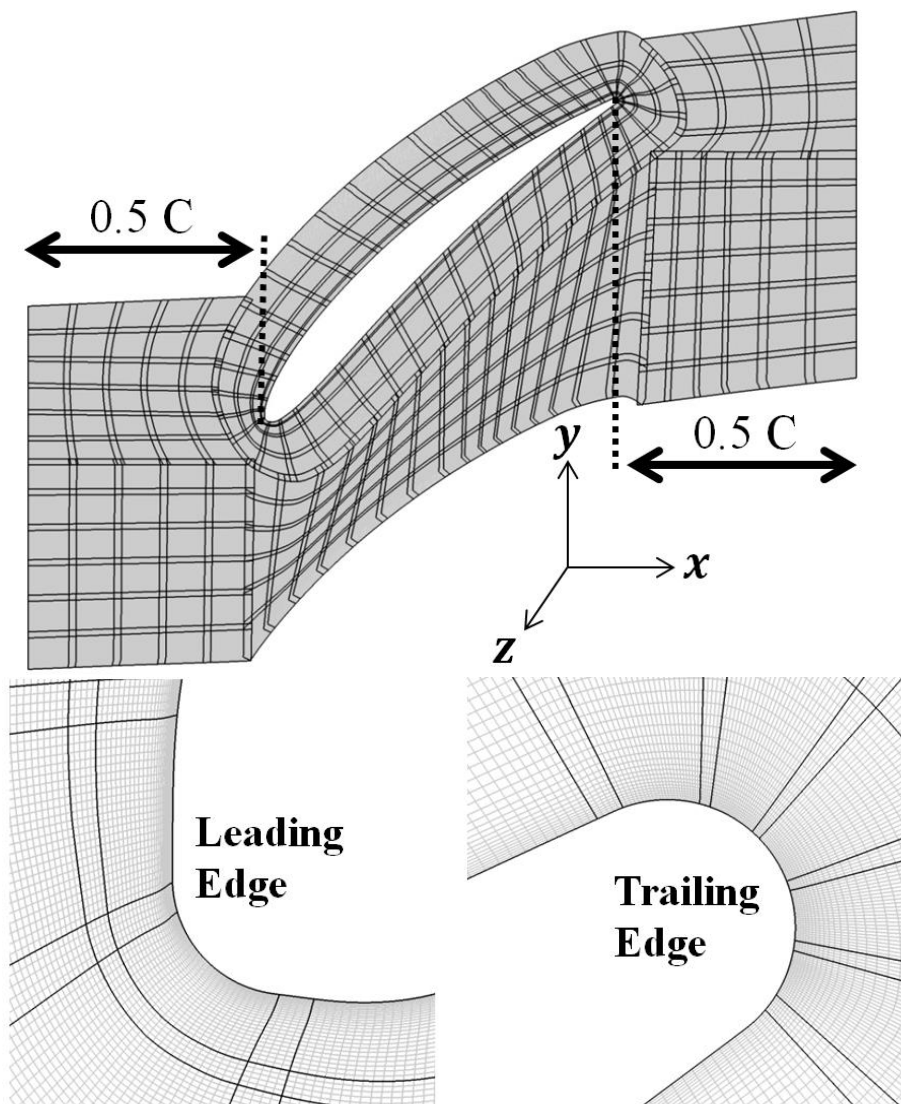


Fig. 3.2 Calculation Grid for 10C4/25C50

$\Delta(\cdot)^+ = 1$ の格子幅は約 $1.25 \times 10^{-4} C$ に相当する長さである。格子解像度は Georgiadis ら [54] が提示した LES 解析のために適切な格子解像度 ($50 \leq \Delta x^+ \leq 150$, $\Delta y_{wall}^+ \leq 1$, $15 \leq \Delta z^+ \leq 40$) および Kawai ら [55] が示した wall-resolved LES 解析において乱流遷移が十分解像できる格子解像度基準 ($\Delta x^+ \leq 36$, $\Delta y_{wall}^+ \leq 1$, $\Delta z^+ \leq 15$) を満たしている。

3.2 解析方法

3.2.1 解析条件

入口マッハ数は 0.24, 翼コード長(C)基準レイノルズ数は 1.88×10^5 と設定している。解析に用いる境界条件の概略図を Fig. 3.3 に示す。入口境界では全圧, 全密度, 迎角を固定し, 出口境界では静圧を固定している。失速流れ場を対象としているため, 迎角(α)は 70.25deg と設定している。計算ブロック間におけるブロック境界条件として, 格子を重ねることが可能である領域では格子を重ねる Overlap 法を使用し, 格子が重ならない領域では Overset 法を使用し, 値は線形内挿法を用いて内挿している。

対流項の離散化には Gaitonde ら [38] による 6 次精度 Compact Scheme を使用し, 粘性項の離散化には 2 次精度中心差分を用いる。数値不安定を回避するために 8 次精度の Compact Filter 用い, フィルター係数 $\alpha_f = 0.45$ と設定する。時間積分は ADI-SGS 陰解法 [41] を使用し, 最大 CFL 数は壁面乱流境界層近傍領域において 0.98 以下と設定している。このクーラン数は Choi ら [12] による乱流境界層解像における適切な CFL 数の基準 ($CFL \leq 1$) を満たしている。入口乱れは付加していない。

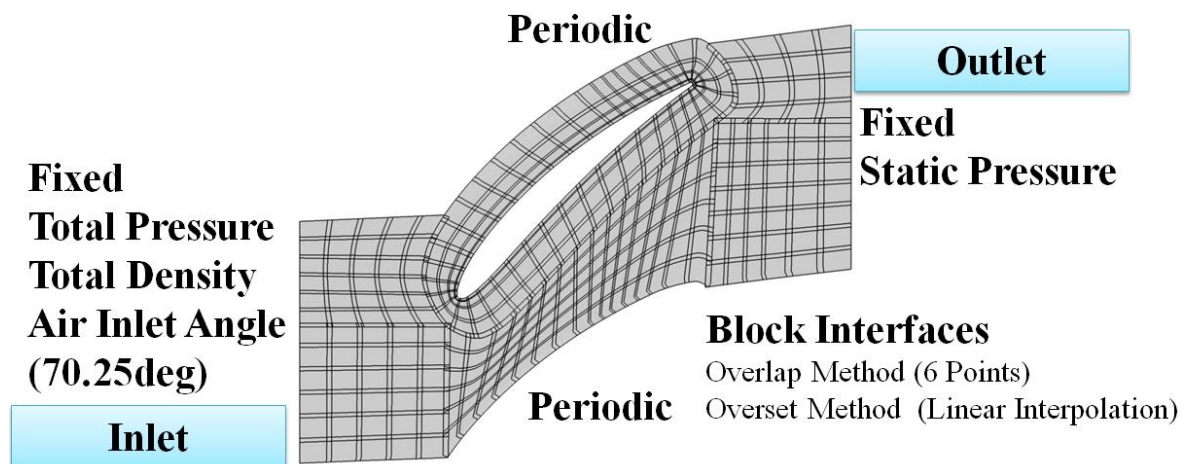


Fig. 3.3 Schematic of Calculation Conditions

3.2.2 収束判定

本研究において対象とする翼列失速流れ場では翼後縁近傍から大規模剥離渦が間欠的に発生し, 流れ場に大きな変動が現れる。次章から調べる解析パラメータの影響について, 統計量の不確かさによる誤差とパラメータの影響による違いを区別するためには LES 解析結果の時間平均統計量に関する統計量の不確かさについて議論する必要がある。本研究では, 多数の解析ケースにおけるパラメトリックスタディを実行するため膨大な計算量が必要とされ, 解析時間の範囲を適切に決定する必要がある。したがって, 各解析ケースにおいて収束判定を行い, 決定された解析時間の範囲において平均量を取得し, その取得時間に対する統計量の不確かさについて議論する。

LES 解析結果における平均量の取得時間を 35 blade flow through time ($tU_\infty/C = 35$) とする。この平均時間は他の翼列 LES 解析に関する研究 [9], [29] における平均時間より比較的長い平均時間である。時間平均統計量を取得する前に, 計算の収束判定を行う必要がある。一般に, 翼周りの LES 解析における

収束判定には翼表面から計算できる揚力係数や抗力係数の時間履歴を確認することが多い。しかし本研究において注目する流れ場では翼後縁から発生する間欠的な剥離渦も収束判定に考慮する必要がある。したがって本研究では収束判定に流れ場全体における全圧損失の結果を用いる。直線翼列における流れ場の全圧損失は Profile Loss とも言われ、翼面上の摩擦および後流によるせん断層、混合から発生する全圧損失の総和を表す値である。

Fig. 3.4 に時間発展による Profile Loss 計算結果の履歴を示す。横軸の D1 から D27 の平均時間は全て 35 blade flow through time であり、Table 3.2 に示すように時間が発展していくことによって時間平均を行う範囲も移動していく。例えば D1 は $tU_\infty/C = 0$ から $tU_\infty/C = 35$ までとなっている。D1 は $tU_\infty/C = 4.375$ から $tU_\infty/C = 39.375$ の平均となっており、D1 より 4.375 blade flow through time 経過した後の 35 blade flow through time 間の平均を取得している。ただし、平均時間の原点 $tU_\infty/C = 0$ は、LES 解析の Impulsive Start から 20 blade flow through time が経過した後の時点の意味する。

D1 から D8 までの Profile Loss の計算結果は不規則な変動が現れており、これはまだ計算が収束していないことを意味する。D9 から D27 までの Profile Loss の計算結果では D10 (0.1877), D22 (0.1878) において最小 Profile Loss の結果が、D15 (0.1926), D26 (0.1926) において最大 Profile Loss の結果が得られている。Profile Loss の最小値および最大値が再度現れる D22, D26 の結果は D10, D15 の結果と一致している。また、最小値が現れる周期は $tU_\infty/C = 52.5$ 、最大値が現れる周期は $tU_\infty/C = 48.125$ であり、近い値となっているため、Profile Loss の履歴は準周期的であり、解析結果が準定常状態に至っていることが確認できる。このとき、Profile Loss の計算結果の変化率が最大となる範囲は D22 から D26 の間

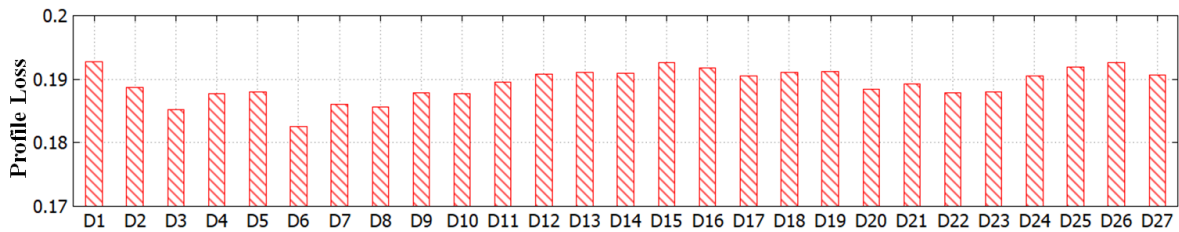


Fig. 3.4 Profile Loss Calculation Results with Time Development (Between D1 and D27)

Table 3.2 Averaging Time Periods from D1 to D27

	D1	D2	...	D15	...	D18	...	D22	...	D26	D27
Averaging Flow through time(tU_∞/C)	0-35	4.375-39.375	...	61.25-96.25	...	74.375-109.375	...	91.875-126.875	...	109.375-144.375	113.75-148.75

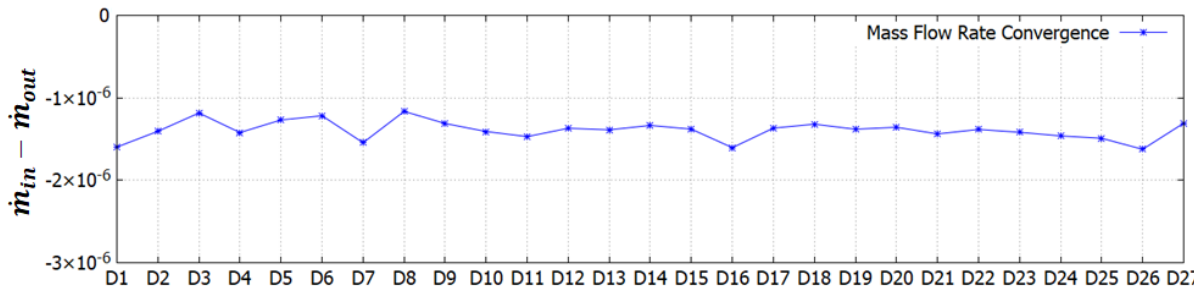


Fig. 3.5 Mass Flow Rate Convergence with Time Development (Between D1 and D27)

であり,その範囲は $tU_{\infty}/C = 91.875$ から $tU_{\infty}/C = 143.375$ の 52.5 blade flow through time である. また, D9 から D27 の間における Profile Loss の最大値および最小値は D15 と D22 においてそれぞれ現れており, D15 での最大 Profile Loss 結果と D22 での最小 Profile Loss 結果は 4% 以下の誤差が存在している. したがって, 52.5 blade flow through time の解析時間の範囲において 35 blade flow through time ずつ平均したときの Profile Loss の変動の誤差が 4% 以内に収まっていることを収束判定の基準として設定し, 次章における他の解析ケースにおいても同じく適用する.

解析結果の収束の判断には入口, 出口における流量の履歴からも確認することができる. Fig. 3.5 に計算領域における入口, 出口流量の差の時間履歴を示す. 横軸の D1 から D27 は Fig. 3.4 および Table 3.2 と同じ時間履歴を意味する. 入口, 出口流量の差は常に 10^{-6} のオーダーであり, 計算結果は収束していると判断される.

また, 最大 Profile Loss の結果が得られている D15 と最小 Profile Loss の結果が得られている D22 の流れ場を比較することによって 35 blade flow through time という平均時間における流れ場の平均量や乱流統計量の統計誤差について議論することができる. D15 と D22 の中間値である D18 も含めた詳細な比較は 3.3.2 節で行う.

3.3 解析結果と考察

3.3.1 瞬時流れ場

本節では解析対象とする翼列失速流れ場における瞬時流れの結果を用い, 流れ場の様子について議論する. Fig. 3.6 に瞬時全圧分布の時間履歴を示す. プロット時間 t_1, t_2, t_3 は 0.427 blade flow-through time (tU_{∞}/C) の等間隔である. 翼 Suction Side 前縁近傍において翼面上に壁面乱流境界層が発達している様子が確認できる. この壁面乱流境界層は 30% コード位置において翼面から剥がれ, 剥離せん断層を形成し下流側に流れて行く. 翼後縁近傍においては, 翼 Suction Side の剥がれた流れと Pressure Side の流れのせん断層が大規模剥離渦を形成 (t_1) する. 大規模剥離渦は時間の経過とともに出口側に流れて行き (t_2, t_3), 新しい大規模剥離渦が翼後縁近傍に形成される (t_3). 乱流渦の可視化のために Q 値を用いた等値面 (Iso-surface) に全圧色付けした時間履歴 (t_1, t_2, t_3) を Fig. 3.7 に示す. Q 値は渦構造の可視化のために速度勾配テンソル計算する方法であり (Hunt [56]), 入口流速, 翼コード長から無次元化された Q^* を用いる. Fig. 3.7 は壁面乱流境界, 剥離せん断層, 大規模剥離渦の全領域において渦構造が確認できる $Q^* = 500$ の等値面を示している. 壁面乱流境界が剥がれ, 剥離せん断層を形成する様子が Fig. 3.6 の同様に確認できる. また, 後縁近傍の大規模剥離渦が形成され, 反時計回りに回転している様子および剥離せん断層が大規模剥離渦に巻き込まれている様子も確認できる.

大規模剥離渦は間欠的に形成されており, その渦中心は低圧領域になっているため出口における動圧の時間履歴から大規模剥離渦の周期性を確認することが出来る. Fig. 3.8 は出口面における無次元化された動圧の時間履歴を示している. 出口面における動圧は出口面全領域に対し Mixed-Out 平均およびスパン方向平均をしている. 出口動圧は $tU_{\infty}/C = 0.122$ の時間刻みでサンプリングしている. 大規模剥離渦の形成周波数および強度を Fig. 3.8 のピークから推測することができる. Fig. 3.8 には 17 blade flow-through time ($tU_{\infty}/C = 17$) 間に 12 個のピークが確認されており, したがって大規模剥離渦の周波数は約 0.7 である. また, ピークの大きさが均一ではないため, 解析結果の統計量に関する統計的不確かさについて慎重に扱う必要がある. 統計量の不確かさに関する具体的な議論は 3.3.2 節で行い, 本節では流れ場の特徴に注目する.

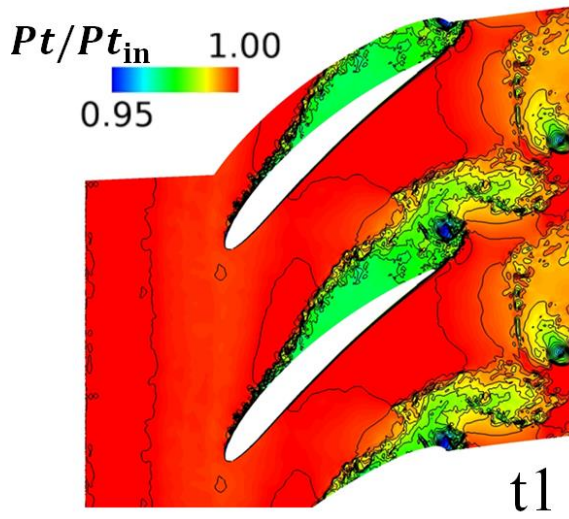


Fig. 3.6 Time History of the Instantaneous Total Pressure Contours

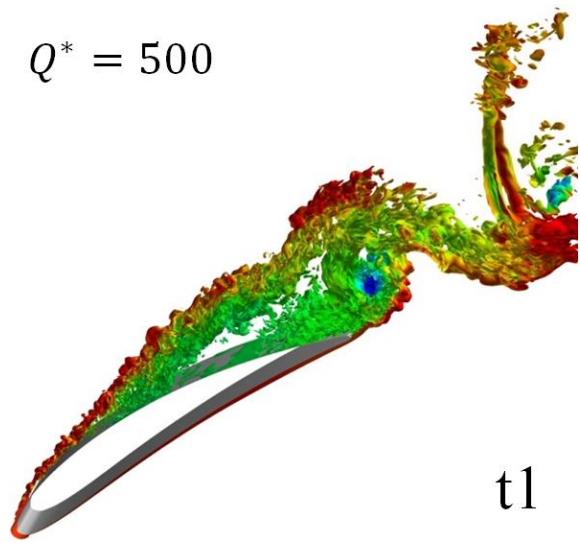


Fig. 3.7 Time History of the Instantaneous Q-Criterion Colored by Total Pressure

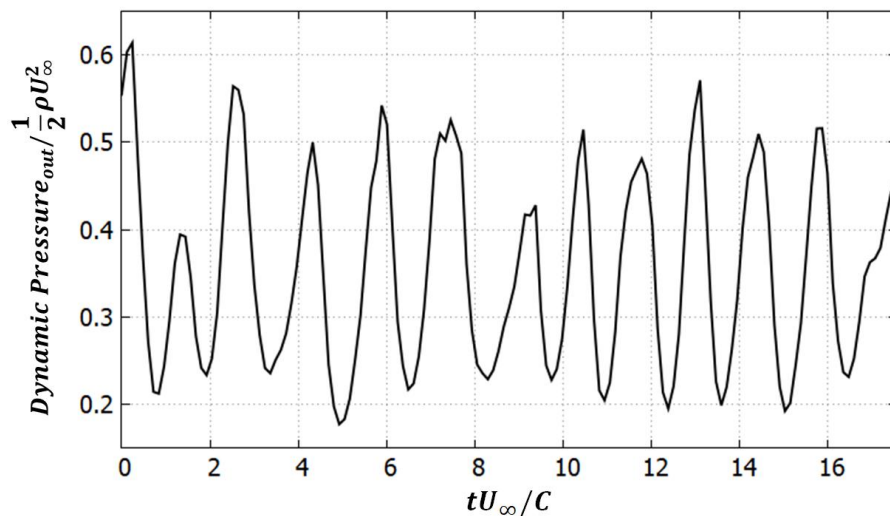


Fig. 3.8 Time History of the Dynamic Pressure at the Exit Plane

以上から、本研究において対象とする翼列失速流れ場における主な特徴は以下のように整理できる。

- 1) 翼前縁における壁面乱流境界層の発達
- 2) Mid-Chord 翼面から剥がれた壁面乱流境界層と主流の間に形成される剥離せん断層
- 3) 翼後縁近傍から発生し、下流に流れて行く大規模剥離渦

したがって、以下ではこれらの流れ場の特徴に注目し、解析結果について議論を行う。

3.3.2 平均流れ場および統計量の不確かさ

本節では解析対象とする翼列失速流れ場における時間平均解析結果を用いて流れ場に関する議論を行う。また、今後第4章で時間平均結果を用いて解析パラメータの影響を議論する際、時間平均による統計的誤差と、解析パラメータによる解析結果の違いとの区別をつけるために3.2.2節で示したD15, D18, D22の3つの時間平均データを用い、時間平均結果に関する統計量の不確かさについて議論する。

Fig. 3.9にD18の平均マッハ数のコンター図を示す。Fig. 3.9の翼前縁拡大図における青い領域において層流剥離泡が形成されている。Fig. 3.6, 3.7に現れている翼前縁の壁面乱流境界層は層流剥離泡の再付着することで乱流遷移が発生していると思われる。また、翼 Mid-Chord から後縁における低マッハ数領域では流れが剥がれている様子が確認されている。翼前縁近傍の流れ場の様子を確認するために、Fig. 3.10に壁面接線方向流速 (U_{wall}) 分布を示す。ただし、P1からP7のプロット位置はFig. 3.9に示されており、翼前縁近傍での統計量の不確かさについて調べるためにD15, D18, D22の結果を同時にプロットしている。縦軸の y_{wall}/C は翼コード長 C で無次元化した壁垂直方向座標であり、横軸 U_{wall}/U_{∞} は壁面接線方向流速を入口流速で無次元化したものである。D15, D18, D22の結果は完全に重なっており、前縁では統計量の不確かさが存在していないことが分かる。P1とP2では、層流境界層が剥離し、逆流が生じている。この層流境界層の剥離による逆流はP6まで続いており、P6とP7の間の位置において再付着される。再付着後のP7位置では層流境界層であるP1の流速分布と異なる分布が示されており、壁面乱流境界層が発達していることが確認できる。

乱流流れ場における流れ場の特徴は乱流運動エネルギー(Turbulent Kinetic Energy, TKE)の分布からも確認することができる。Fig. 3.11に平均乱流運動エネルギーのコンター図を示す。赤色のTKEの高い領域が翼前縁 Suction Side において現れている。この領域は層流剥離泡が形成され乱流遷移が発生する領域と一致している (Fig. 3.9, Fig. 3.10)。翼前縁から約30%コード位置までは乱流境界層が翼面に

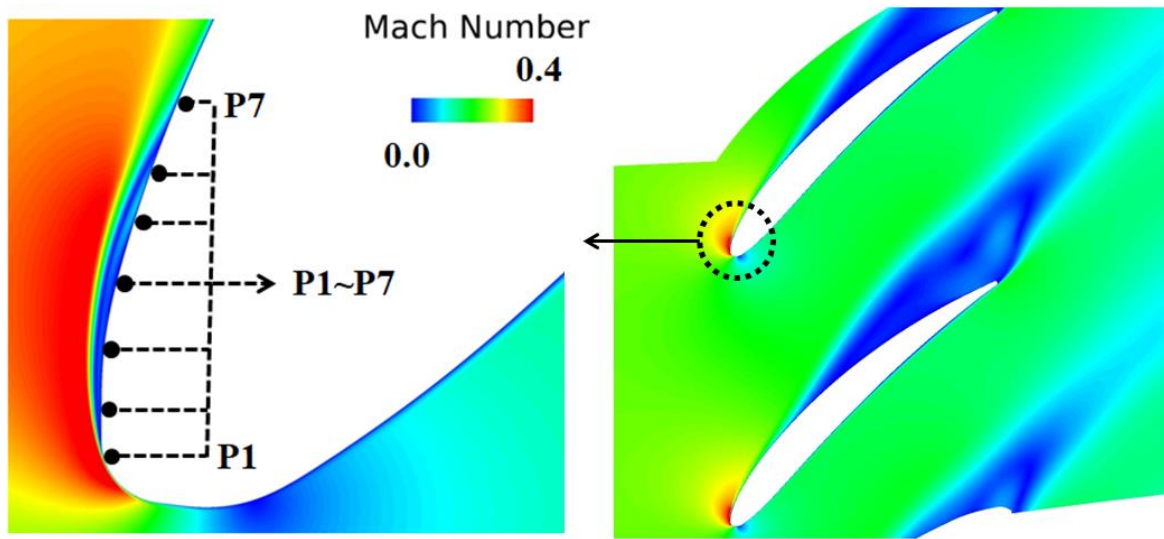


Fig. 3.9 Mean Mach Number Contours (D18, P1 to P7 = Plotting Positions)

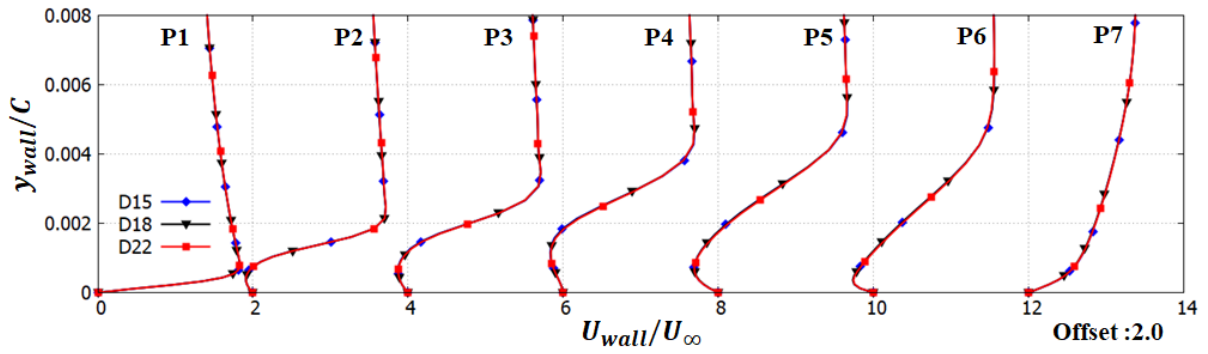


Fig. 3.10 Mean Wall Normal Tangential Velocity Profiles around Leading Edge (P1 to P7 = Plotting Positions, as in Fig. 3.7)

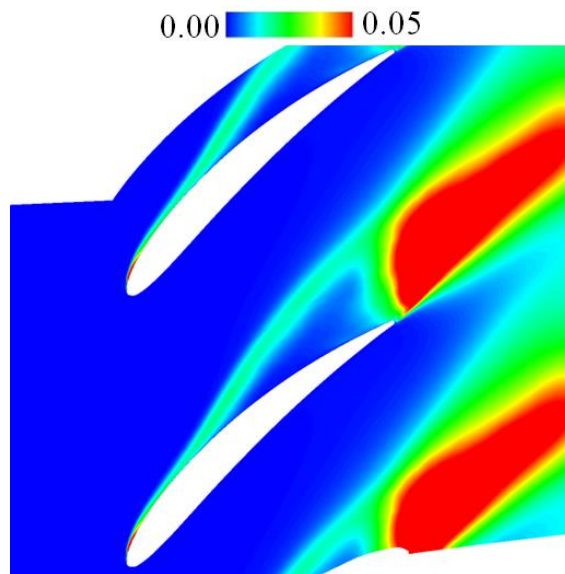


Fig. 3.11 Mean Turbulent Kinetic Energy Contours Normalized by U_∞^2

付着しているが、その後方では乱流境界層が翼面から剥がれ剥離せん断層を形成することも **Suction Side** の緑色の領域から確認できる。翼後縁から出口境界までの領域において赤色の TKE の高い領域は翼後縁から発生する大規模剥離渦の影響である。

剥離せん断層が形成される翼 **Suction Side** 50%, 70%, 90% コード位置での壁面接線方向流速, 乱流運動エネルギー, レイノルズ応力分布を Fig. 3.12 に示す。統計量の不確かさについて調べるために D15, D18, D22 の結果を同時にプロットしている。流速分布 (Fig. 3.12, (a)) において, 翼コード 70%位置から逆流が生じており翼面上に大きい剥離流れが現れている。剥離流れと主流との間において剥離せん断層が形成され, 剥離せん断層が存在する位置において乱流運動エネルギー (Fig. 3.12, (b)), レイノルズ応力 (Fig. 3.12, (c)) のピークが存在している。これらの位置における流速分布には統計量の不確かさは見られていない。乱流運動エネルギー, レイノルズ応力については剥離せん断層が存在する各位置におけるピークおよび 90%位置の壁面近傍において D15, D18, D22 の結果で違いが現れており, 統計量の不確かさが確認されている。

次に, 大規模剥離渦が形成される翼後縁より下流側における全圧損失, 乱流運動エネルギー, レイノルズ応力の分布を Fig. 3.13 に示す。105%, 115%, 125%の位置は翼後縁からそれぞれ 0.05C, 0.15C, 0.25C だけ離れた位置を意味し, そのプロット位置を Fig. 3.14 に示す。統計量の不確かさについて調べるために D15, D18, D22 の結果を同時にプロットしている。後流中心部において全圧損失, 乱流運動エネルギー, レイノルズ応力のピークが存在する。この位置は大規模剥離渦の中心部の平均位置に相当している。後流が下流側に流れて行くことにより, ピークの絶対値は減少していく。大規模剥離渦が下流側に流れていくことにより主流と混合し, 中心部の強度が弱くなりつつ拡散していくことが確認できる。全圧損失の分布 (Fig. 3.13, (a)) では, 105%位置において後流の中心部 ($y_{Pitch}/Pitch = 0.2$), つまり損失のピーク位置において統計量の不確かさが確認されている。後流が下流側に流れて行くことによって拡散されるため, このピークの差も拡散される。最大全圧損失の D15 および最小全圧損失の D22 の差は Fig. 3.4 に示されているように 4% 以下であるため, 全圧損失の誤差は目立たない。一方, 乱流運動エネルギー (Fig. 3.13, (b)), レイノルズ応力 (Fig. 3.13, (c)) の場合, 後流の中心部であるピーク位置において全圧損失に比べ比較的大きい統計的誤差が確認されている。

ここまでの結果により, 35 blade flow through time という平均時間における統計量の不確かさは後縁近傍から下流までにおいて比較的大きく存在することが確認されている。したがって統計量の不確かさは翼後縁から発生する大規模剥離渦の強度が大きき影響すると推測できる。本節において示されている統計量の不確かさに関する議論を用いて, 次章からのパラメータ影響に関する平均流れの解析結果の比較を行う際に存在する統計量の不確かさをエラーバーとして表現する。これによって統計量の不確かさと解析パラメータの影響について区別することができる。

さらに, 統計量の不確かさによる翼列平均流への影響を確認する必要もある。D15, D18, D22 の平均時間帯による Profile Loss の比較図および流れの転向角 ϵ の比較図を Fig. 3.15 に示す。Profile Loss の場合, 最大 Profile Loss の D15 と最小 Profile Loss の D22 の間に約 2.6% の差が存在する。次章において Profile Loss の比較を行う際には統計量の不確かさについてマージンを考え, 統計誤差は $\pm 2\%$ とし, 4% のエラーバーを付けることにする。転向角 ϵ の場合, D15 と D22 の間に 0.71% の誤差が存在する。次章において転向角 ϵ の比較を行う際には統計量の不確かさについてマージンを考え, 統計誤差は $\pm 1\%$ とし, 2% のエラーバーを付けることにする。Profile Loss と転向角における統計誤差の履歴 (Fig. 3.15) より, 転向角が大きいくほど Profile Loss も大きいくことが分かる。本研究において解析対象とする流れ場では, 全圧損失を発生させる流れ現象として翼前縁近傍の乱流境界層による摩擦, 剥離せん断層による混合, 後流による混合が挙げられる。翼面上の流速分布には統計誤差が現れていないこと (Fig. 3.12, (a)) から, 翼後縁から生成される大規模剥離渦の非定常性が Profile Loss や転向角における統計誤差の原因であると思われる。また, Profile Loss や転向角の最大値が得られている D15 の場合, 後流における乱流統計量 (Fig. 3.13, (b), (c)) が他のケースより大きくなっており, 大規模剥離渦の強度が強くなっ

ている。したがって、Profile Loss および転向角は大規模剥離渦の強度に影響され、大規模剥離渦の強度と比例していることが分かる。

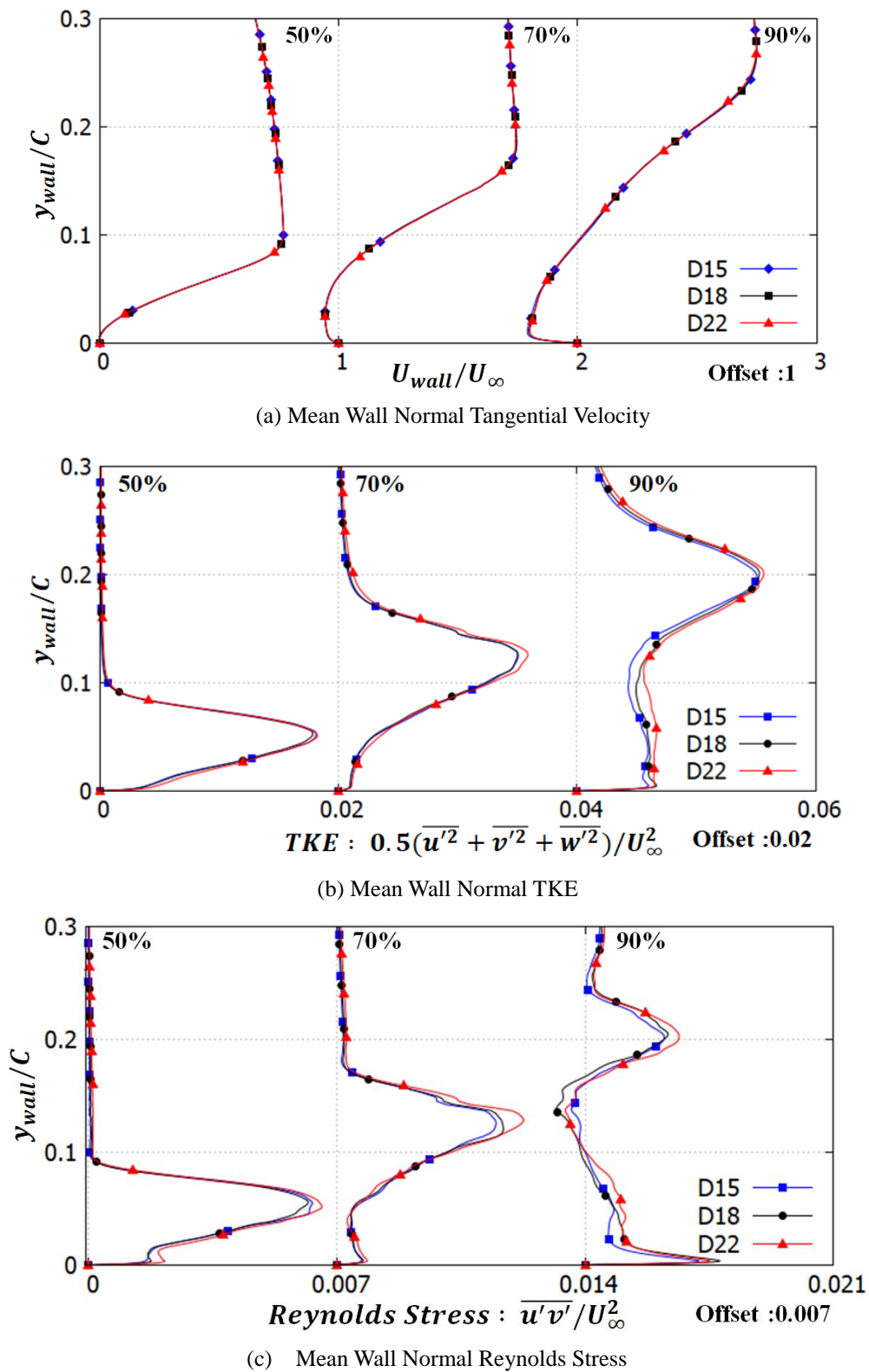
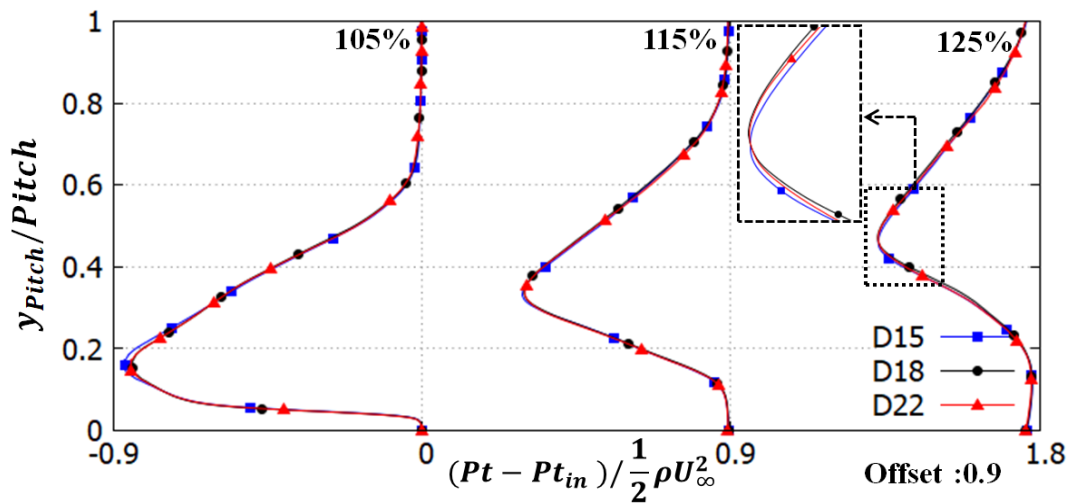
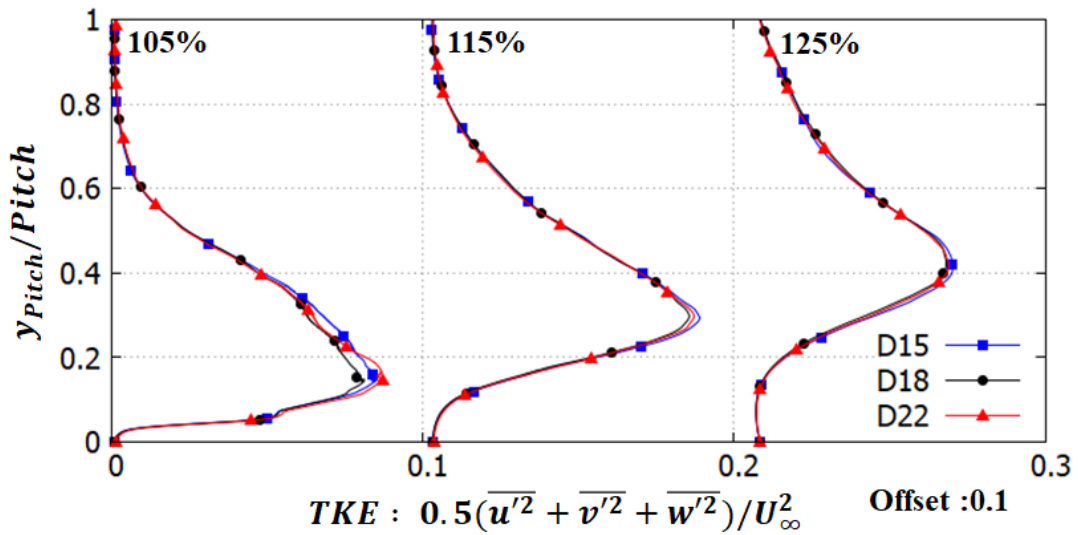


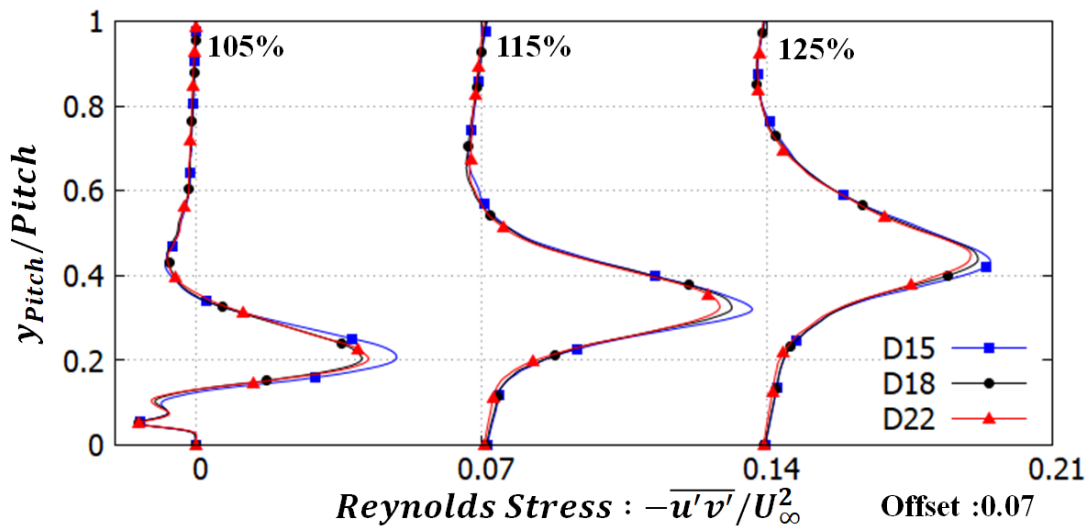
Fig. 3.12 Profiles of the (a) Tangential Velocity, (b) TKE, and (c) Reynolds Stress at 50%, 70%, and 90% Chordwise Locations



(a) Mean Pitchwise Total Pressure Loss



(b) Mean Pitchwise TKE



(c) Mean Pitchwise Reynolds Stress

Fig. 3.13 Profiles of the (a) Total Pressure Loss, (b) TKE, and (c) Reynolds Stress at 0.05 C, 0.15 C, and 0.25 C Downstream of the Trailing Edge

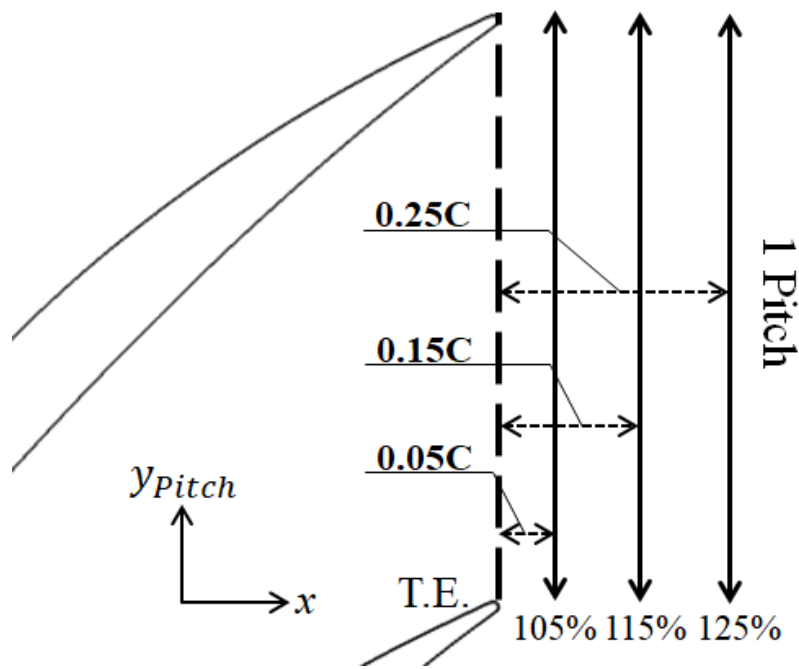
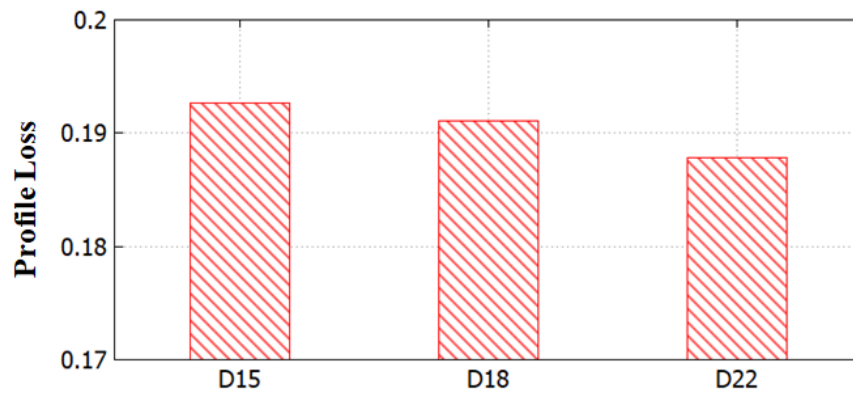
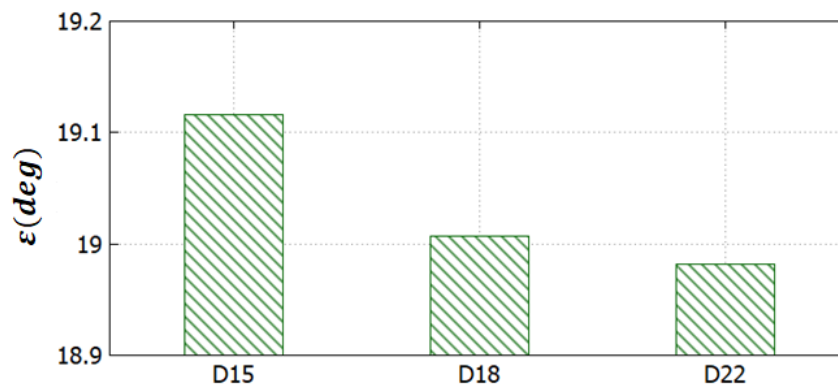


Fig. 3.14 Plotting Positions for Wake Profiles



(a) Statistical Uncertainties of Profile Loss



(b) Statistical Uncertainties of Deflection Angle

Fig. 3.15 Statistical Uncertainties of Cascade Performances, (a) Profile Loss, (b) Deflection Angle

3.3.3 乱流流れ場の検証

本節では与えられた計算条件，コードなどが LES 解析として乱流流れ場を正しくモデル化しているのかについて検証を行う．前節で示したように，本研究において対象とする翼列失速流れ場では壁面乱流境界層，剥離せん断層，大規模剥離渦が乱流流れ場として現れている．壁面乱流境界層に関する検証には乱流境界層における壁法則を用いる．また全領域における乱流に関する検証には乱流運動エネルギーのスペクトル解析を行う．

圧力勾配の無い平板乱流境界層における壁法則では，壁面接線方向流速 U_{wall} について壁面乱流境界層が式(3.1)に示す対数則の関係にあることが実験的に確かめられている．

$$U^+ = \frac{1}{\kappa} \ln(y_{wall}^+) + C^+ \quad (3.1)$$

$$U^+ = \frac{U_{wall}}{u_\tau}, \quad u_\tau = \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}}, \quad \tau_w = \mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)_{y=0}$$

ただし， $\kappa = 0.4$ ， $C^+ = 5.0$ である．LES 解析において圧力勾配が小さい領域で乱流境界層が正しく解像されている場合，式(3.1)の対数則に乗る．壁面乱流境界層が発達している翼前縁 Suction Side における壁垂直方向流速分布および壁法則の比較図を Fig. 3.16 に示す．LES 解析結果から得られた速度分布は 5% から 8% までのコード位置において壁面乱流境界層が発達していき，8% で壁面乱流境界層は壁法則に乗ることが確認されている．したがって壁面乱流境界層は正しく解像されていると言える．9% 位置から速度分布は対数則の値より大きくなっている．これは，乱流境界層が壁面から剥がれ始めたことによって壁面せん断応力 τ_w が減少したためである．

次に流れ場全領域における乱流運動エネルギーのスペクトル解析を行う．Fig. 3.17 にはいくつかの位置における乱流運動エネルギーの Power Spectral Density (PSD) を示している．翼周りでは壁垂直方向において最大乱流運動エネルギーが得られている位置を，翼の下流側ではピッチ方向における最大乱流運動エネルギーが得られている位置をサンプリング位置としている．最大乱流運動エネルギーの位置は Fig.3.11 に示されている時間平均の結果を用いている．PSD の値は乱流運動エネルギーの時間履歴に離散フーリエ変換 (Discrete Fourier Transform, DFT) を行うことで求めており， $U_\infty^2 \cdot (C/U_\infty)$ で無次元化している．横軸の St は Strouhal 数を意味し，周波数 f を U_∞/C で無次元化したものである ($St = fC/U_\infty$)．乱流運動エネルギーの時間履歴は 0.00365 blade flow through time ($tU_\infty/C = 0.00365$) ごとにサンプリングされており，総サンプリング時間は 17.5 blade flow through time ($tU_\infty/C = 17.5$) である．前縁近傍の 2% コード位置では PSD の値が他の位置より小さくなっている．この位置ではまだ流れは層流である．また， $St \approx 90$ でピークが現れているが，これは層流せん断層において現れる乱流遷移直前の不安定周波数のピークに似ている[57]．層流剥離泡が再付着した後，5% コード位置では乱流遷移の影響により PSD が大幅増加している．10% コード位置から PSD の分布は Kolmogorov による $-5/3$ 乗測に乗っており，乱流流れが本 LES 解析において正しく解像されていることが確認されている．後流領域である 100% 位置から 130% 位置では $St \approx 0.7$ において明確な PSD ピークが確認されている．このピーク周波数は Fig. 3.8 から確認されている大規模剥離渦の発生周波数 0.7 と一致しており，大規模剥離渦によるピークであると言える．

3.3.4 実験結果との比較

解析対象とする British C.4 系列の 10C4/25C50 直線翼列について，Profile Loss に関する実験データが存在する[53]．実験データは本研究において解析対象とする非設計点失速迎角 70.25 deg を含め，付着境界層が形成される設計点迎角においても存在する．本章において設定している解析条件から流入角

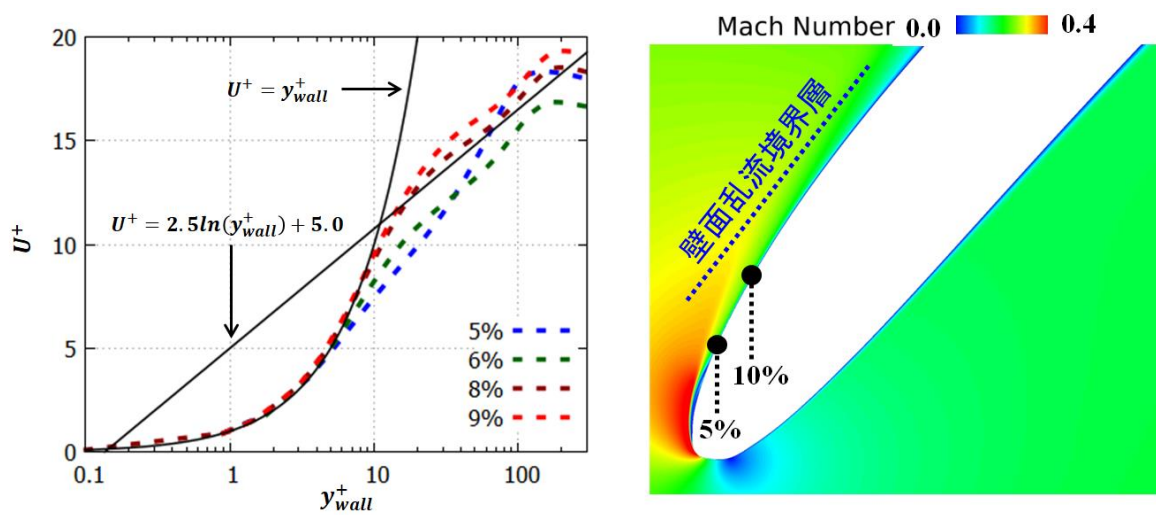


Fig. 3.16 Mean Wall Normal Tangential Velocity Profiles at Several Chordwise Locations Near the Leading Edge (Left), with Plotting Position (Right)

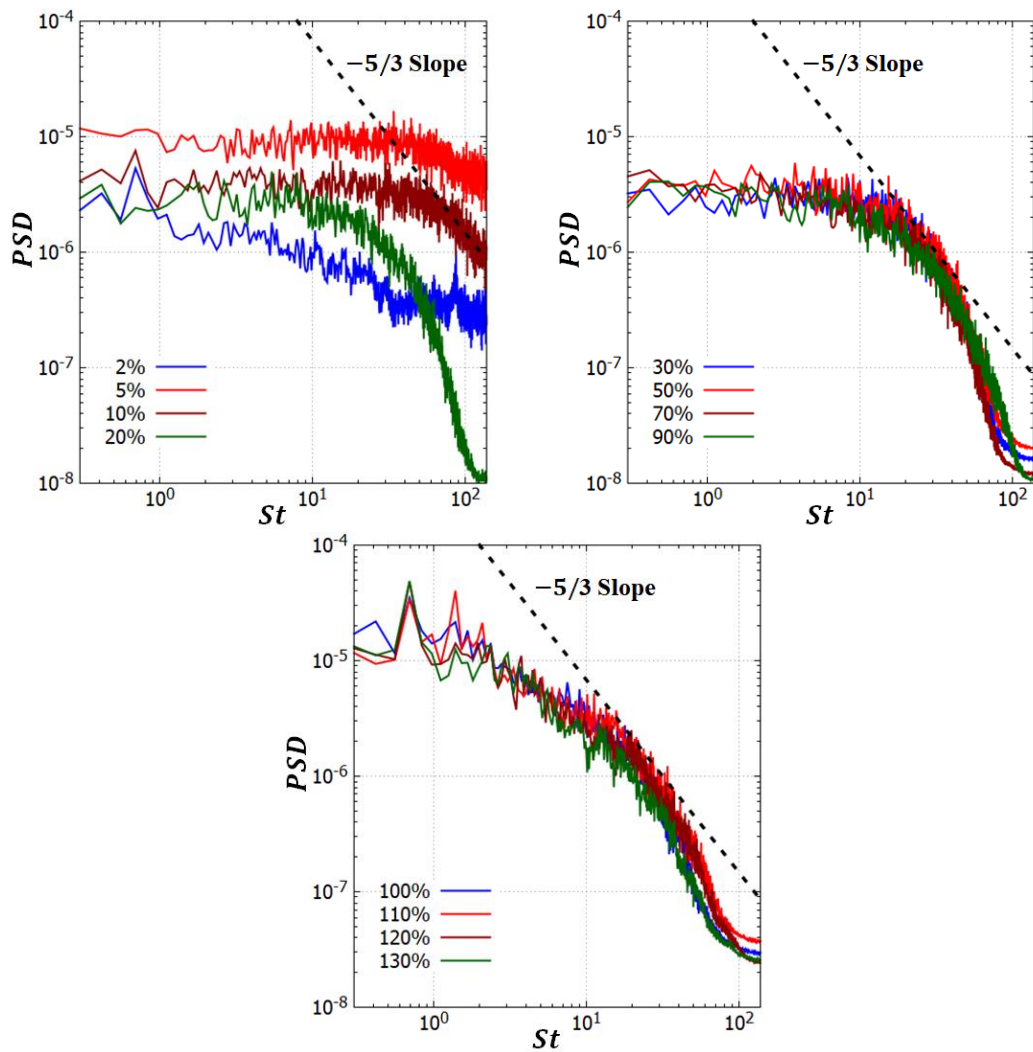


Fig. 3.17 Power Spectral Densities of the Turbulent Kinetic Energy at Several Locations

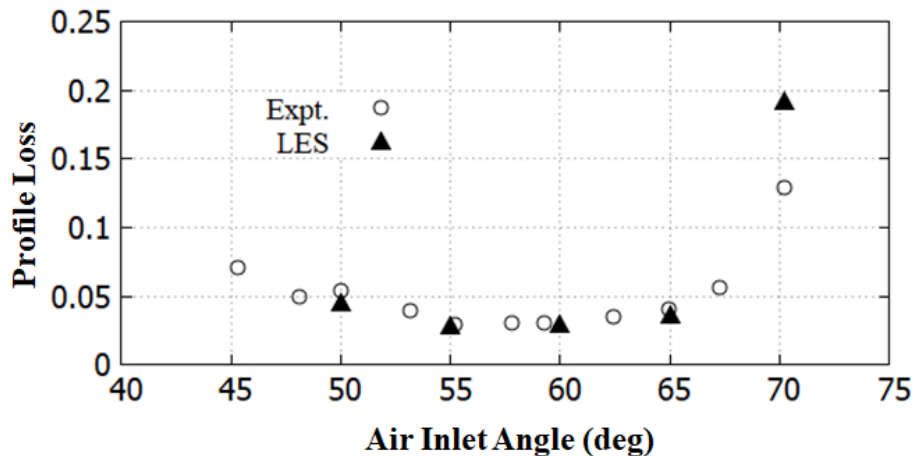


Fig. 3.18 Calculated Profile Loss Coefficients from Present LES with Experimental Data [53]

のみを変更させ解析を行い、実験結果と比較した結果を Fig. 3.18 に示す。ただし、失速迎角における Profile Loss は D18 の結果を用いている。解析結果は失速迎角以外の迎角では実験結果と一致を示している。失速迎角では実験結果との違いが現れている。失速迎角における実験結果と LES 解析結果の違いは過去の研究においても報告されており [8], [9], 失速迎角における複雑な乱流流れに対する解析パラメータの影響が違いの原因として推測されている。失速迎角以外の設計点迎角においては本研究における LES 解析結果と実験結果が定量的に一致していることから、失速迎角においてのみ存在する大規模剥離渦への解析パラメータの影響が実験結果との違いの原因である可能性がある。

3.4 本章のまとめ

本研究における解析対象流れ場である大規模剥離渦が含まれている翼列失速流れ場において LES 解析を行い、以下の結論を得た。

- 解析対象とする流れ場において Suction Side における代表的な乱流流れとして、翼前縁近傍における乱流遷移および壁面乱流境界層の発達、Mid-Chord から翼後縁まで形成される剥離せん断層が確認された。また、翼後縁近傍から発生し、下流に流れて行く大規模剥離渦が確認された。
- 本研究では多数の解析ケースの計算を実行するため、LES 解析結果の統計量の取得時間を設定し、統計量の不確かさを考慮することにする。全ての解析ケースにおいて、統計量の取得時間を 35 blade flow through time に設定する。このとき、52.5 blade flow through time の解析時間の範囲において、範囲内の統計量を 35 blade flow through time ずつ取得したときの Profile Loss の統計的誤差が 4% 以内であることを収束判定の基準とする。
- 翼後縁近傍から発生する大規模剥離渦は間欠的に形成されるため、翼後近傍から下流領域において統計量の不確かさが比較的大きく、特に乱流統計量における統計量の不確かさが大きいことが確認された。本研究における統計量の取得時間である 35 blade flow through time の平均時間において以下の統計量の不確かさが確認された。

- Suction Side 翼面上の流速分布には統計誤差が見られない.
 - 剥離せん断層が形成されている Mid-Chord から翼後縁までの位置では, 乱流運動エネルギー, レイノルズ応力の剥離せん断層領域において統計誤差が確認された.
 - 大規模剥離渦の影響により, 翼後縁の壁面近傍および後流において比較的大きい統計誤差が確認された.
 - Profile Loss は $\pm 2\%$, 総 4%の統計誤差が, 転向角 ε は $\pm 1\%$, 総 2%の統計誤差が確認された.
-
- 壁面乱流境界層の壁法則や乱流運動エネルギーのスペクトル解析から, 本 LES 解析は LES 解析として物理的に正しい結果が得られていることが確認された.
 - 解析対象の直線翼列における Profile Loss について, 設計点迎角における実験データと本 LES 解析結果が定量的に一致していることが確認された.

第 4 章 翼列失速流れ場における解析パラメータの影響

第 3 章の結果から、本研究の解析対象である 10C4/25C50 直線翼列における失速流れ場では複雑な乱流流れが混在していることが分かった。主要な乱流流れの特徴として、翼前縁近傍における層流剥離泡からの乱流遷移および壁面乱流境界層、翼 Mid-Chord から後縁近傍における剥離せん断層、翼後縁近傍から発生し下流に流れて行く大規模剥離渦が挙げられる。これらの乱流流れに注目し、LES 解析における解析パラメータの影響を調べる。調べる解析パラメータは、1) 入口乱れの影響、2) 出口境界条件の影響、3) スパン方向解析空間幅の影響、4) CFL による Low-Pass Filter の影響、5) ブロック境界条件の影響の 5 つである。

4.1 入口乱れの影響

4.1.1 解析条件

入口乱れを付加した解析ケースと入口乱れを付加していない解析ケースについて解析結果の比較を行う。両ケースにおける解析格子を含む全ての解析条件は同じく設定し、入口乱れだけをパラメータとして変化させる。入口乱れありのケースを Inlet Turb. Case と名付け、入口乱れなしのケースを No Inlet Turb. Case と名付ける。入口乱れありのケースの場合、入口流速の 2% の速度スケールおよび翼コード長の 2% の長さスケールを持つ入口乱れを付加する。この入口乱れのスケールは、翼列の風洞実験において存在する平均的な入口乱れ[58]–[60]のスケールを基準として設定している。入口乱れ以外の両ケースにおける解析条件は第 3 章における解析ケースと同じく設定している。

4.1.2 収束判定

No Inlet Turb. Case の場合、第 3 章に示されている解析ケースと完全に同じケースである。したがって収束判定や統計量の不確かさは第 3 章の結果をそのまま使用し、No Inlet Turb. Case における統計量の不確かさをエラーバーとして表示する。ただし、統計量の不確かさが無視できるほど小さい場合はエラーバーを表示しない。Inlet Turb. Case の場合、収束判定を行うために第 3 章と同じく Profile Loss の時間履歴を確認する。Fig. 4.1 に Inlet Turb. Case における Profile Loss 履歴を、Table 4.1 に I1 から I10 の時間平均の範囲を示す。I1 から I10 の平均時間は全て 35 blade flow through time であり、Table 4.1 に示すように時間が発展していくことによって時間平均を行う範囲も発展していく。

I1 の場合、 $tU_{\infty}/C = 26.5$ から時間平均が始まっている。この時点は第 3 章に示されている収束した結果を初期流れとし、入口乱れを付加した解析を実施してから 26.5 blade flow through time が経過したことを意味する。また、I1 から I10 までの Profile Loss の計算結果は 2.2 blade flow through time ずつ時間を発展させながら時間平均を行っている。I1 から I10 までの解析時間の範囲は 54.8 blade flow through time であり、Profile Loss の計算結果は誤差が 4% 以内となっている。したがって、計算は第 3 章で設定した収束判定の基準を満たしている。本節において実行する両ケースにおける流れ場の比較には No Inlet Turb. Case では第 3 章の D18 のデータを、Inlet Turb. Case は I7 のデータを用いる。

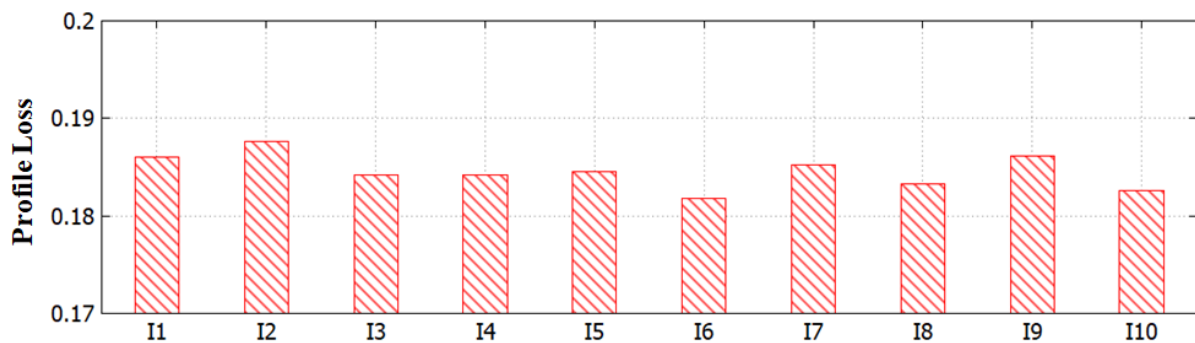


Fig. 4.1 Profile Loss Calculation Results with Time Development in Inlet Turb. Case (Between I1 and I10)

Table 4.1 Averaging Time Periods from I1 to I9

	I1	I2	...	I8	I9	I10
Averaging Flow Through Time (tU_{∞}/C)	26.5-61.5	28.7-63.7	...	41.9-76.9	44.1-79.1	46.3-81.3

4.1.3 解析結果

両ケースの流れ場において入口乱れによる瞬時流れ場の比較を行うため、Fig. 4.2 に両ケースにおける瞬時スパン方向流速のコンター図を示す。Inlet Turb. Case の場合、入口流速の 2% スケールで入口乱れを付加しているため入口で $\pm 2\%$ の無次元流速を持つ渦が形成されている。入口乱れは下流に流れて行くことによって拡散するが、前縁近傍および後流領域においても渦の形状は残っている。以下では第3章に示されているように解析対象とする翼列失速流れ場における主要な乱流流れである 1) 翼前縁における乱流遷移および壁面乱流境界層の発達、2) 翼 Mid-Chord から後縁までの剥離せん断層、3) 翼後縁から下流側における大規模剥離渦の 3 つに注目し両ケースの比較を行う。

前縁近傍における層流剥離泡からの乱流遷移について両ケースの比較を行うために Fig. 4.3 に前縁近傍における壁面接線方向流速の比較図を示す。P1 から P6 位置において両ケースにおける流速分布の違いが現れており、層流境界層の厚さは Inlet Turb. Case の方が No Inlet Turb. Case より狭くなっている。層流境界層の逆流から形成される層流剥離泡の大きさも、Inlet Turb. Case の方が小さくなっている。この違いは、入口乱れによるじょう乱が層流剥離泡の崩壊を加速させることによって生じ、過去の研究 [26], [61] からすでに知られている現象である。入口乱れの影響により、剥離泡の崩壊が加速されることによって層流剥離泡が再付着する位置が上流側に移動し、壁面乱流境界層の厚さも Inlet Turb. Case において No Inlet Turb. Case より相対的に薄くなっている (P7)。

薄くなった壁面乱流境界層による影響を調べるために、Suction Side 翼面上の壁面摩擦係数の比較図を Fig. 4.4 に示す。Inlet Turb. Case における壁面摩擦係数のピーク位置は No Inlet Turb. Case より上流側に移動しており、壁面乱流境界層が発達している 20% コード位置までの壁面摩擦係数が相対的に減少している。入口乱れの影響により薄くなった壁面乱流境界層により壁面摩擦係数も減少したことが分かる。壁面乱流境界層が発達していく 10% コード位置においても入口乱れの影響が確認されている。

Fig. 4.5 に 10%, 20%, 30% コード位置における壁面接線方向流速、乱流運動エネルギー、レイノルズ応力の比較図を示す。流速分布 (Fig. 4.5, (a)) では、Inlet Turb. Case において壁面乱流境界層の厚さが薄くなったことが確認されている。また、流速分布は下流に流れて行くことにより両ケースの違いが小さくなっていく様子も確認できる。乱流運動エネルギー、レイノルズ応力の分布 (Fig. 4.5, (b), (c)) では、入口乱れの壁面乱流境界層への影響により 10%, 20% コード位置において Inlet Turb. Case の値が

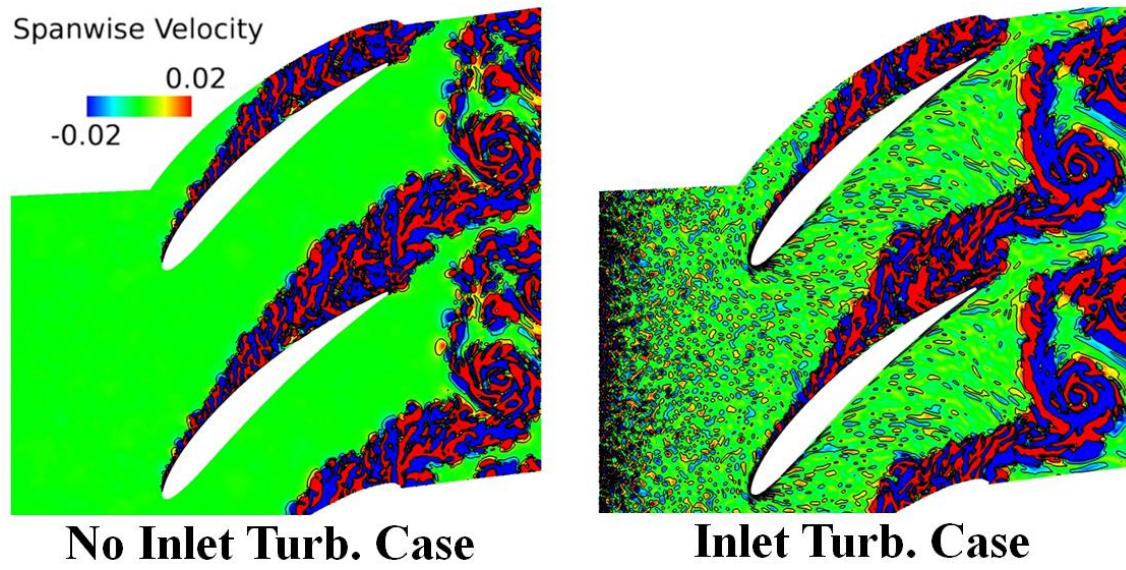


Fig. 4.2 Instantaneous Spanwise Velocity Distributions Normalized by U_∞

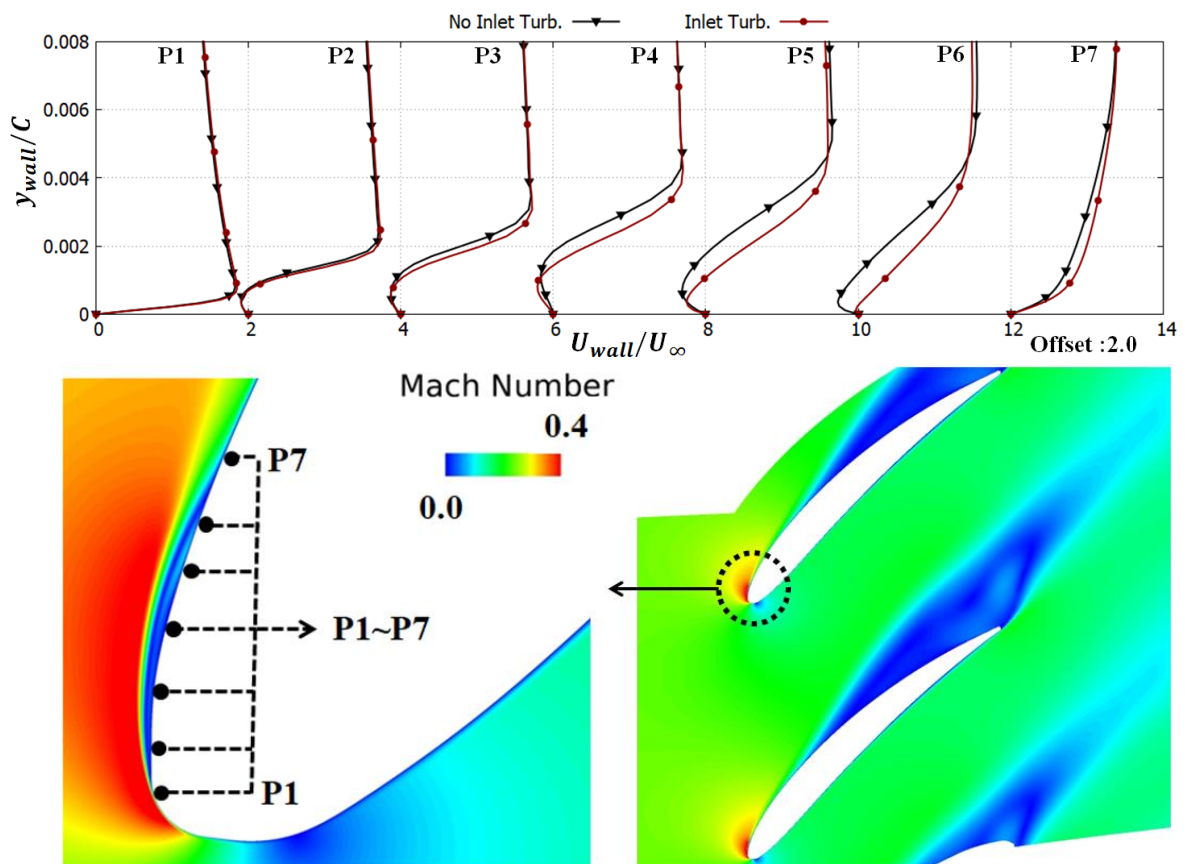


Fig. 4.3 Mean Wall Normal Tangential Velocity Profiles around Leading Edge with Plotting Positions

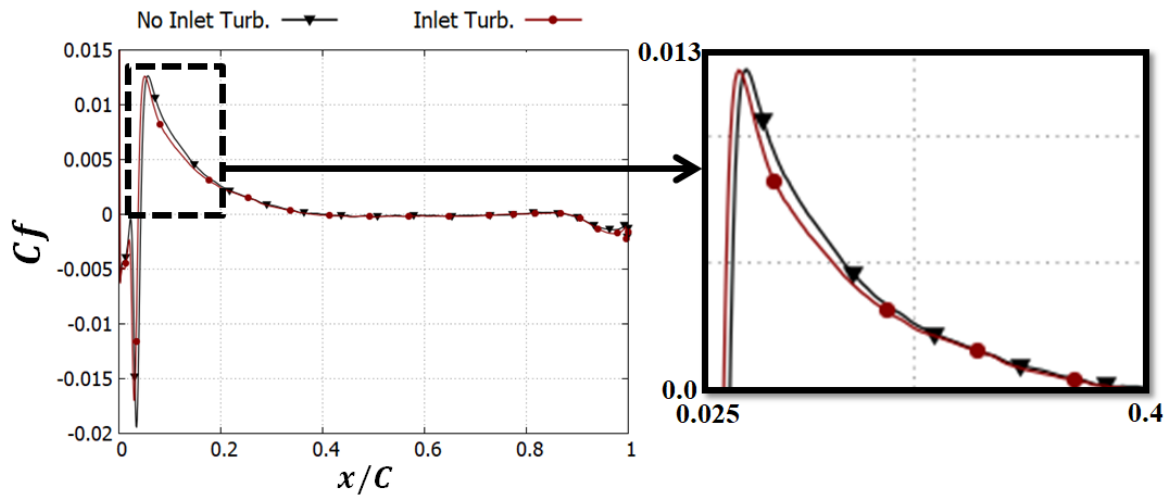
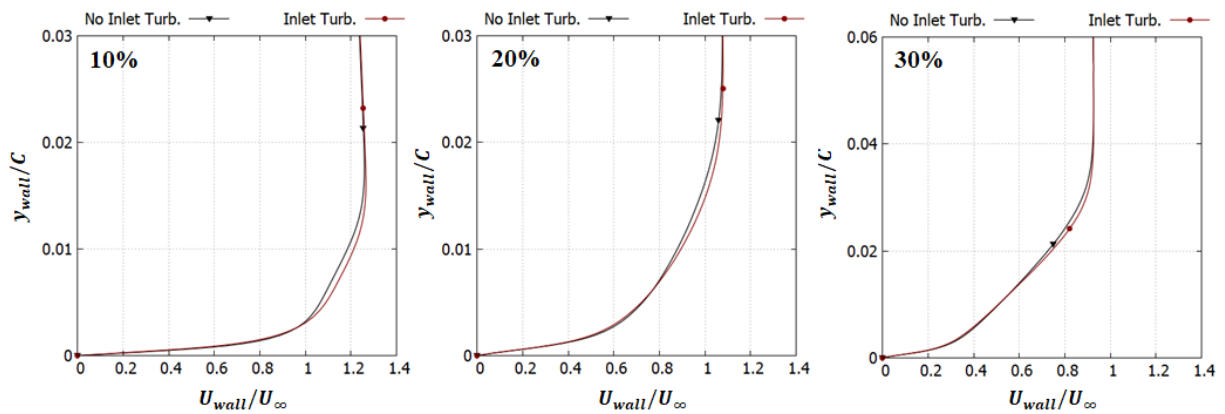


Fig. 4.4 Mean Skin Friction Coefficients on Blade Suction Side

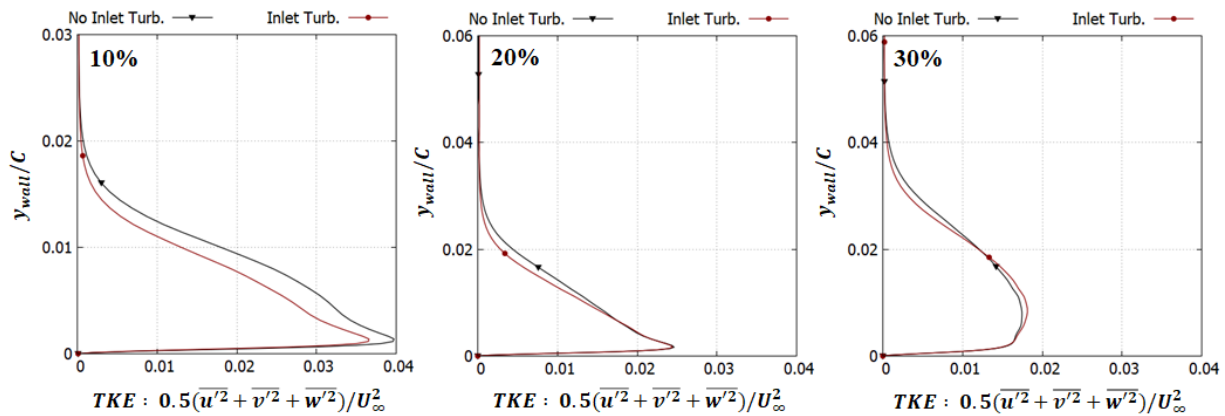
減少している。しかし壁面乱流境界層が壁面から剥がれ始める 30%コード位置では、せん断層の位置 ($y_{Wall}/C = 0.015$) において Inlet Turb. Case の TKE, レイノルズ応力が No Inlet Turb. Case より大きくなっている。せん断層と入口乱れが干渉することにより、せん断層領域における Inlet Turb. Case の乱流統計量が増加していると思われる。

壁面乱流境界層が翼から剥がれ、翼 Mid-Chord から翼後縁まで形成される剥離せん断層への影響を調べるために、50%, 70%, 90% コード位置における壁面接線方向流速, 乱流運動エネルギー, レイノルズ応力の比較図を Fig. 4.6 に示す。入口乱れの影響により発生していた流速分布の違いは、50%, 70%, 90% 位置では見られなく、両ケースにおいて一致している。乱流運動エネルギー, レイノルズ応力の分布は統計誤差内に存在する。Inlet Turb. Case において壁面乱流境界層の領域では減少していた乱流運動エネルギーやレイノルズ応力は、翼面上から剥がれることにより入口乱れの影響が無視できるようになっている。

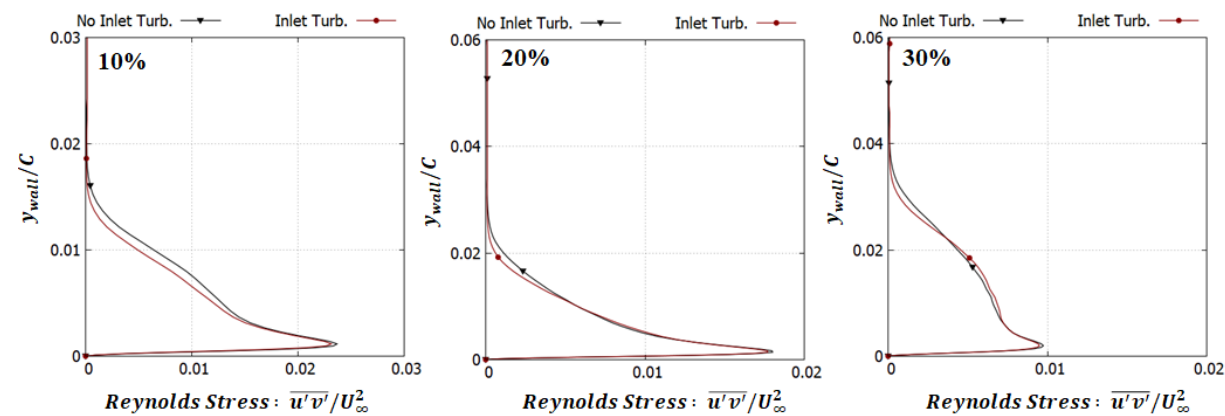
翼後縁近傍から発生し、下流に流れて行く大規模剥離渦への影響を調べるために、Fig. 4.7 に翼後縁から 0.05C, 0.15C, 0.25C 下流位置におけるピッチ方向全圧損失, 乱流運動エネルギー, レイノルズ応力の比較図を示す。全圧損失の場合 (Fig. 4.7, (a)), 翼 Suction Side から繋がる後流付近 ($y_{Pitch}/Pitch = 0.4 \sim 0.8$) において Inlet Turb. Case の全圧損失がわずかに減少している。全圧損失の差は小さいが、後流での統計量の不確かさが小さいことを考えると有意な差と言える。また、翼 Pressure Side から繋がる後流付近 (105%, $y_{Pitch}/Pitch = 0.0 \sim 0.1$, 115%, $y_{Pitch}/Pitch = 0.0 \sim 0.3$) においては両ケースの全圧損失の違いは存在していない。したがって翼 Suction Side から繋がる後流付近 ($y_{Pitch}/Pitch = 0.4 \sim 0.8$) における全圧損失の差は、上流側の Suction Side 流れの違いから発生していることが分かる。入口乱れの影響により減少した層流剥離泡の大きさ, それにより減少した壁面乱流境界層の厚さおよび壁面摩擦が後流の Suction Side における全圧損失の違いの原因であると思われる。後流における乱流運動エネルギーやレイノルズ応力の比較図 (Fig. 4.7, (b), (c)) では、両ケースの差は誤差内に存在している。これより、入口乱れは翼後縁から発生する大規模剥離渦に直接影響していないと思われる。



(a) Tangential Velocity

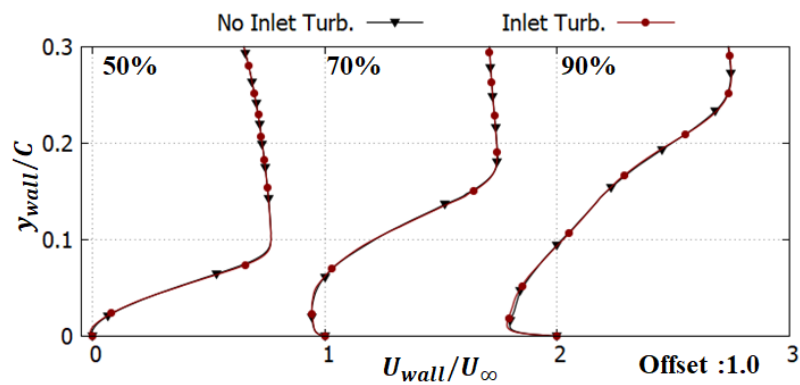


(b) Turbulent Kinetic Energy

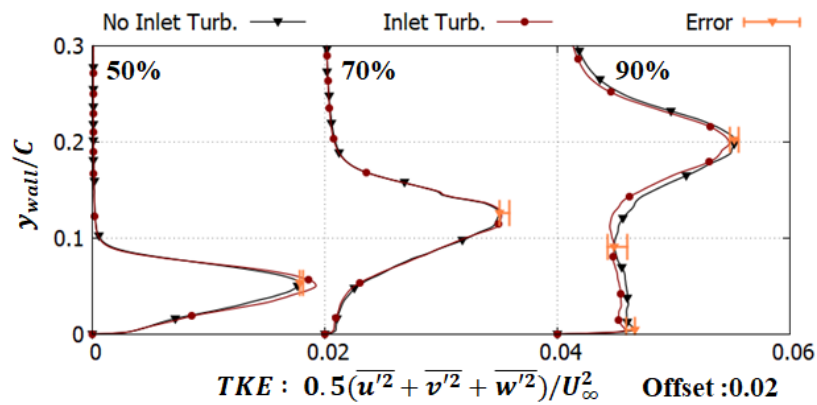


(c) Reynolds Stress

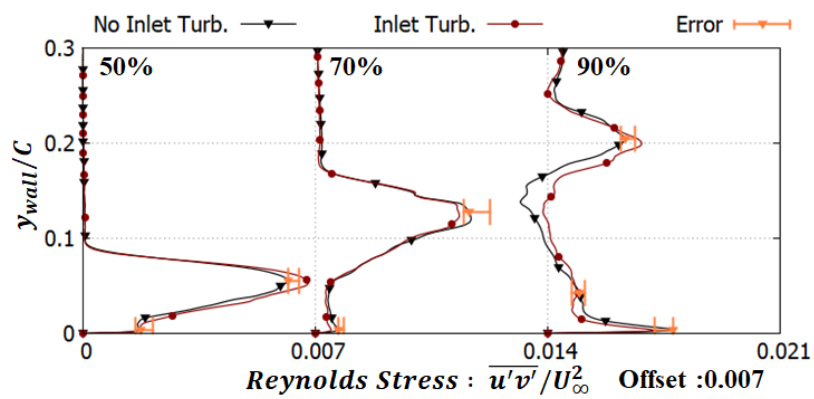
Fig. 4.5 Profiles of the Tangential Velocity, TKE, and Reynolds Stress at 10%, 20% and 30% Chordwise Locations



(a) Mean Wall Normal Tangential Velocity Profiles

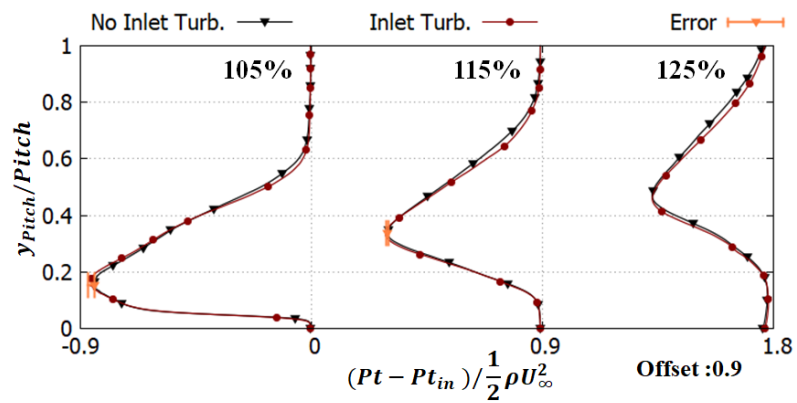


(b) Mean Wall Normal Turbulent Kinetic Energy Profiles

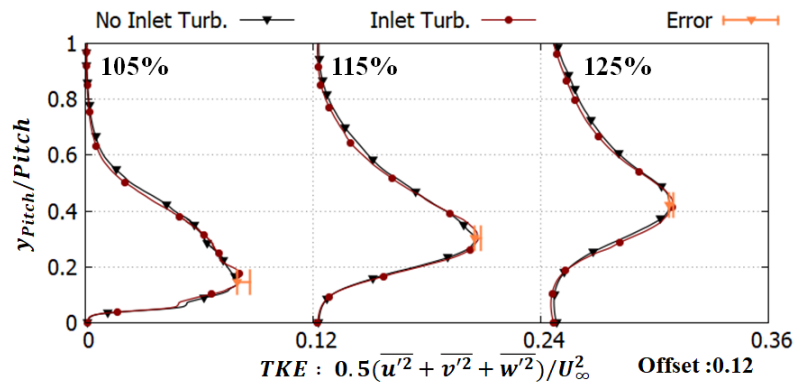


(c) Mean Wall Normal Reynolds Stress Profiles

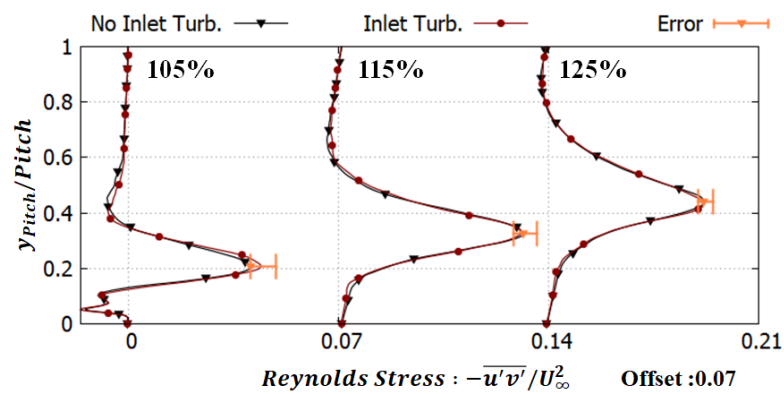
Fig. 4.6 Profiles of the (a) Tangential Velocity, (b) TKE, and (c) Reynolds Stress at 50%, 70%, and 90% Chordwise Locations



(a) Mean Pitchwise Total Pressure Loss Profiles and Plotting Positions



(b) Mean Pitchwise Turbulent Kinetic Energy Profiles



(c) Mean Wall Normal Reynolds Stress Profiles

Fig. 4.7 Profiles of the (a) Total Pressure Loss, (b) TKE, and (c) Reynolds Stress at 0.05, 0.15, and 0.25 Chord Downstream of the Trailing Edge

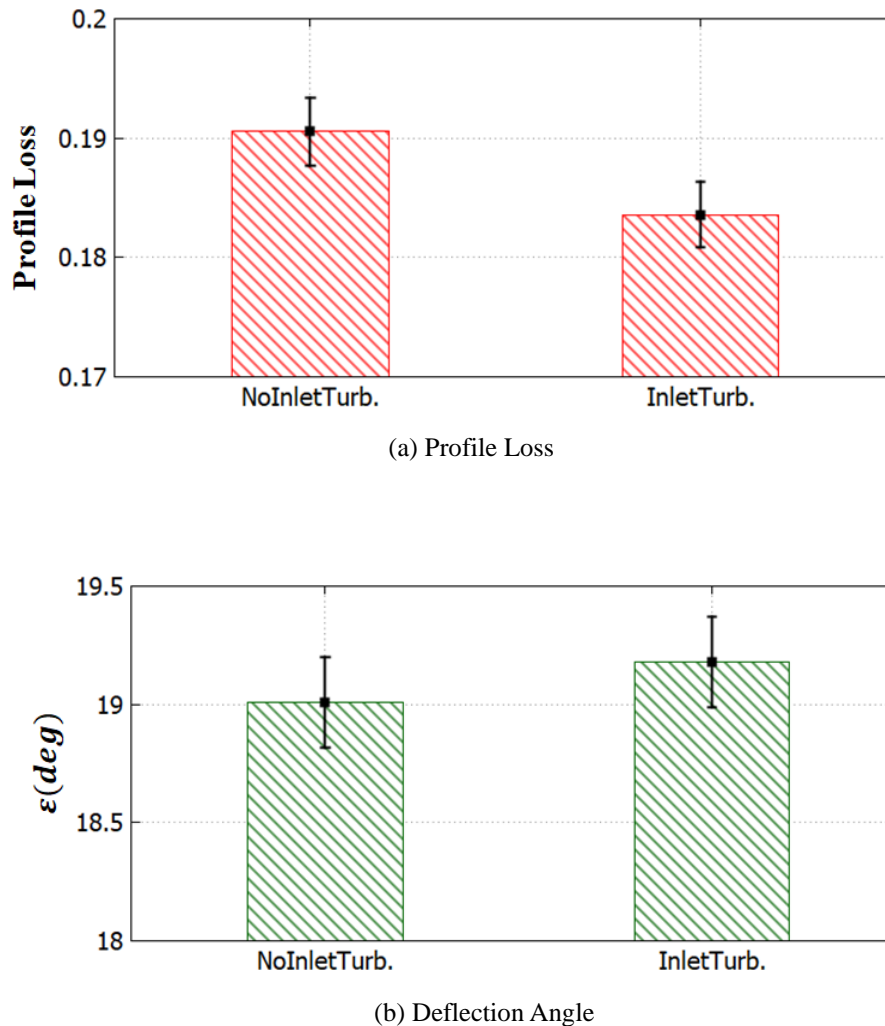


Fig. 4.8 Comparisons of the Predicted Cascade Performances, (a) Profile Loss, (b) Deflection Angle

次に、入口乱れによる翼列の平均流への影響を調べるために、Fig. 4.8に両ケースにおける Profile Loss および転向角の計算結果を示す。Profile Loss の場合、Inlet Turb. Case において No Inlet Turb. Case より減少した結果が得られている。転向角の場合、両ケースの値は統計誤差内に存在している。

以上の結果から、大規模剥離が含まれる翼列失速流れ場における入口乱れの影響は翼前縁近傍における乱流遷移、乱流境界層には影響するが、翼 Mid-Chord から翼後縁まで形成される剥離せん断層、翼後縁から形成され下流側に流れて行く大規模剥離渦への影響は大きくないことが確認された。

本研究において付加している翼コード長 2%スケールの入口乱れは、層流剥離泡、壁面摩擦に影響しており、前縁近傍(30%コード位置まで)における乱流統計量にも影響していることが確認されている。前縁近傍の層流剥離泡や乱流渦は翼後縁の大規模剥離渦に比べて小スケールであり、入口乱れの影響は小スケール流れに大きくなっている。大スケールの大規模剥離渦における入口乱れの影響は大きくないことから、入口乱れの影響は同スケールの流れに限られていると思われる。

また、入口乱れは前縁近傍における全圧損失を減少させることから Profile Loss の予測結果を減少させる。入口乱れの大規模剥離渦への影響は小さいことから、大規模剥離渦の強度に大きく影響される転向角への入口乱れの影響は大きくないことが確認された。

4.2 出口境界条件の影響

4.2.1 解析格子と解析条件

出口境界条件による出口からの反射が翼列流れに関する LES 解析結果に影響することが知られている。本研究では解析格子の下流側に Buffer 領域をつけ、出口からの反射を減衰させた解析ケースおよび付けていない解析ケースで解析結果の比較を行う。両ケースにおける全ての解析条件は同じであり、出口境界条件のみをパラメータとして変化させる。Buffer 領域付きの解析ケースを Buffer Case と名付け、Buffer 領域が付いてない解析ケースを No Buffer Case と名付ける。

両ケースにおける解析格子を Fig. 4.9 に示す。No Buffer Case における解析条件は第3章における解析ケースと同じで、解析領域の翼前縁、後縁から入口、出口までの距離は $0.5C$ としている。Buffer Case では、入口境界から翼後縁下流 $0.5C$ までは No Buffer Case と完全に同一であり、出口境界は $15C$ 下流まで延長し、延長部分のうち翼後縁下流 $0.75C$ までは乱流渦を解像するために十分な格子幅を設定している。 $0.75C$ よりも下流は出口での反射を抑えるための Buffer 領域であり、格子ストレッチによる数値粘性に加えて以下の解の減衰関数[62]を用いている。減衰関数は出口境界の保存量 Q_{exit} に対し、

$$Q_{damp} = Q - \frac{e^{\kappa} - 1}{e - 1} (Q - Q_{exit})$$

$$\kappa = \left(\frac{x - x_s}{x_e - x_s} \right)^n \quad (4.1)$$

表される。ただし、 Q_{damp} は減衰された保存量、 Q は減衰される前の保存量、 x_s, x_e はそれぞれ減衰関数を適用する始点、終点を意味する。減衰関数を適用する始点は翼後縁から $2.23C$ 離れている Buffer 領域内部の位置で設定し、終点は Buffer 領域の終点と同じ位置にする。 Q_{exit} は No Buffer Case の出口境界における収束した解を用いる。 n は減衰係数であり、2 に設定する。

No Buffer Case の場合、入口マッハ数は 0.24 、翼コード長(C)基準レイノルズ数は 1.88×10^5 と設定している。解析に用いる境界条件として、入口境界では全圧、全密度、迎角を固定し、出口境界では静圧を固定している。Buffer Case の場合、No Buffer Case における入口、出口境界条件を同じく設定する。この場合、解析空間が変化したことにより入口マッハ数が変化する。Buffer Case における入口マッハ数は 0.26 となる。

4.2.2 収束判定

No Buffer Case の場合、第3章に示されている解析ケースと完全に同じケースである。したがって収束判定や統計量の不確かさは第3章の結果をそのまま使用し、No Buffer Case における統計量の不確かさをエラーバーとして表示する。ただし、統計量の不確かさが無視できるほど小さい場合はエラーバーを表示しない。Buffer Case の場合、収束判定を行うために第3章と同じく Profile Loss の時間履歴を確認する。Fig. 4.10 に Buffer Case における Profile Loss 履歴を、Table 4.2 に B1 から B16 の時間平均の範囲を示す。B1 から B16 の平均時間は全て 35 blade flow through time であり、Table 4.2 に示すように時間が発展していくことによって時間平均を行う範囲も発展していく。

B1 の場合、 $tU_{\infty}/C = 125$ から時間平均が始まっている。この時点は Buffer Case の格子において解析の Impulsive Start から 125 blade flow through time が経過したことを意味する。また、B1 から B16 までの Profile Loss の計算結果は 4.375 blade flow through time ずつ時間を発展させながら時間平均を行っている。B1 から B16 までの解析時間の範囲は 100.625 blade flow through time であり、Profile Loss の計算結果は誤差が 4% 以内となっている。したがって、計算は第3章で設定した収束判定の基準を満たしている。本節において実行する両ケースにおける流れ場の比較には No Buffer Case では第3章の D18

のデータを, Buffer Case は B14 のデータを用いる.

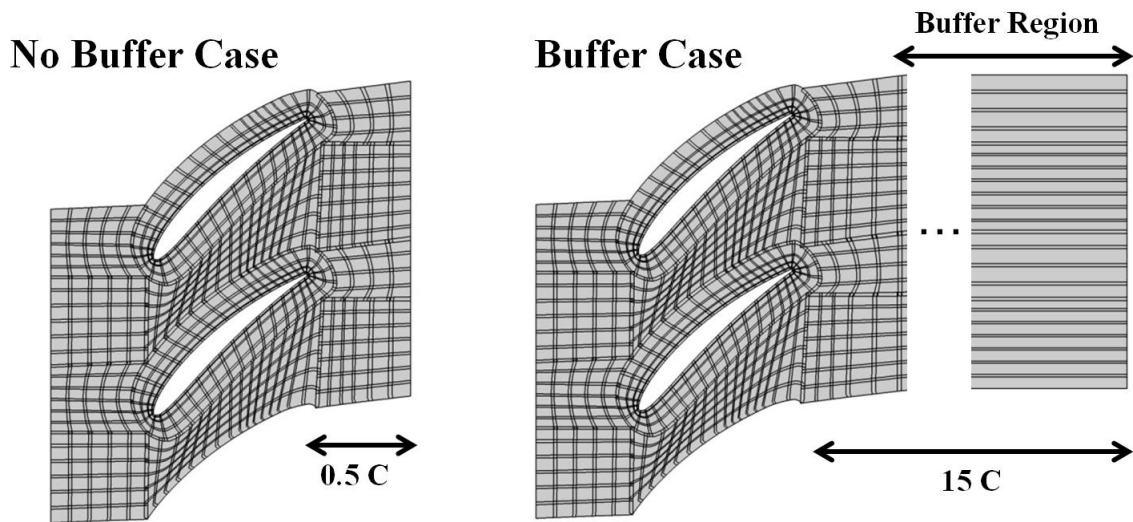


Fig. 4.9 Calculation Grid for No Buffer Case and Buffer Case

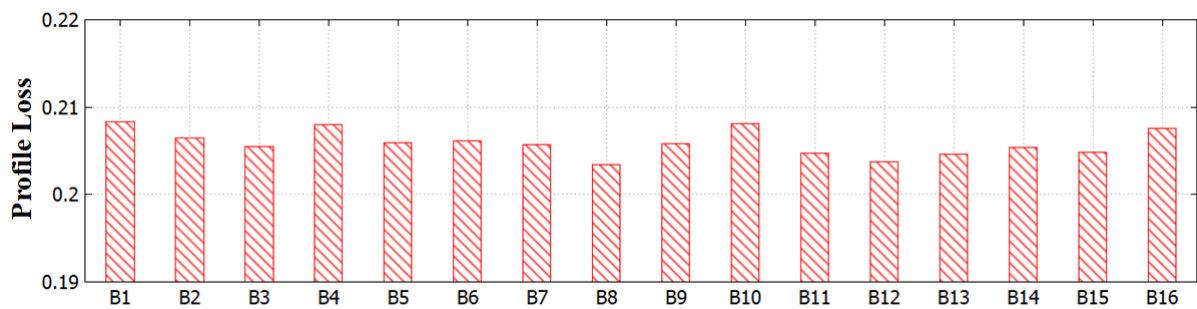


Fig. 4.10 Profile Loss Calculation Results with Time Development in Buffer Case (Between B1 and B9)

Table 4.2 Averaging Time Periods from B1 to B16

	B1	B2	...	B14	B15	B16
Averaging Flow Through Time (tU_{∞}/C)	125-160	129.375-164.375	...	181.875-216.875	186.25-221.25	190.625-225.625

4.2.3 解析結果

出口境界における Buffer 領域の有無は出口境界からの波の反射に影響することが知られており、まず両ケースにおける圧力変動の様子を確認する。Fig.4.11 に各位置における平均圧力変動 p_{RMS} の比較図を示す。翼前縁から Mid-Chord 領域 (Fig.4.11 (a), 10%-50%) において、翼から離れている位置 ($y_{wall}/C = 0.1 \sim 0.3$) における圧力変動は No Buffer Case が Buffer Case より大きくなっている。Buffer 領域の有無による圧力変動の違いは翼前縁まで伝わっていることが分かる。両ケースにおける圧力変動の差は翼後縁に近づくほど見えなくなっている (Fig.4.11 (a), 70%-90%)。しかし大規模剥離渦が形成される翼後縁近傍から下流側 (Fig.4.11 (b) 105%-125%) の位置においては、後流の中心部である圧力変動のピーク付近 (Fig.4.11 (b), 105%, $y_{Pitch}/Pitch = 0.1$) で出口からの反射が強いと思われる No Buffer Case における圧力変動が Buffer Case より大きくなっている。後流から離れている領域 (Fig.4.11 (b), 105%, $y_{Pitch}/Pitch = 0.3 \sim 1.0$) においては両ケースにおける圧力変動の差は統計誤差内に存在している。

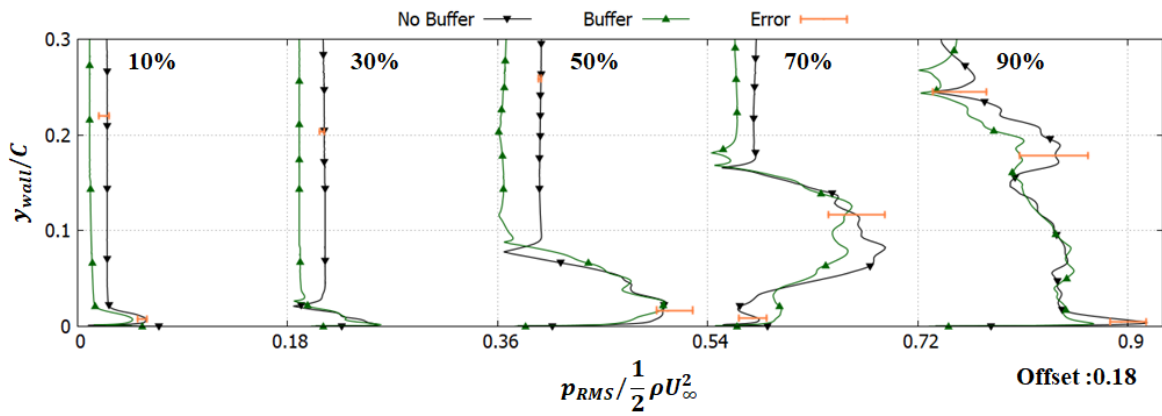
圧力変動による翼面上流れへの影響を確認するために、Fig. 4.12 に翼面上の各位置における壁面接線方向流速、乱流運動エネルギー、レイノルズ応力の比較図を示す。流速分布 (Fig. 4.12 (a)) の比較図において両ケースの違いが見られていない。乱流運動エネルギー、レイノルズ応力の比較図 (Fig. 4.12 (b), (c)) においても翼前縁から Mid-Chord までの位置 (10% から 70%) では両ケースの間に違いが見られない。翼後縁近傍である 90% コード位置では両ケースの違いが確認されており、ピーク位置 ($y_{wall}/C = 0.2$) において No Buffer Case の乱流運動エネルギー、レイノルズ応力が Buffer Case より大きくなっている。

次に、翼後縁近傍における出口境界条件の影響を確認するため翼後縁から 0.05C, 0.15C, 0.25C だけ離れた位置における全圧損失、乱流運動エネルギー、レイノルズ応力の比較図を Fig. 4.13 に示す。全圧損失の場合、両ケースにおける違いは大きくない (Fig. 4.13 (a))。しかし乱流運動エネルギー、レイノルズ応力については後流中心部であるピーク付近において (Fig. 4.13 (b), (c), $y_{Pitch}/Pitch = 0.2 \sim 0.4$) Buffer Case の結果が No Buffer Case より大きくなっている。

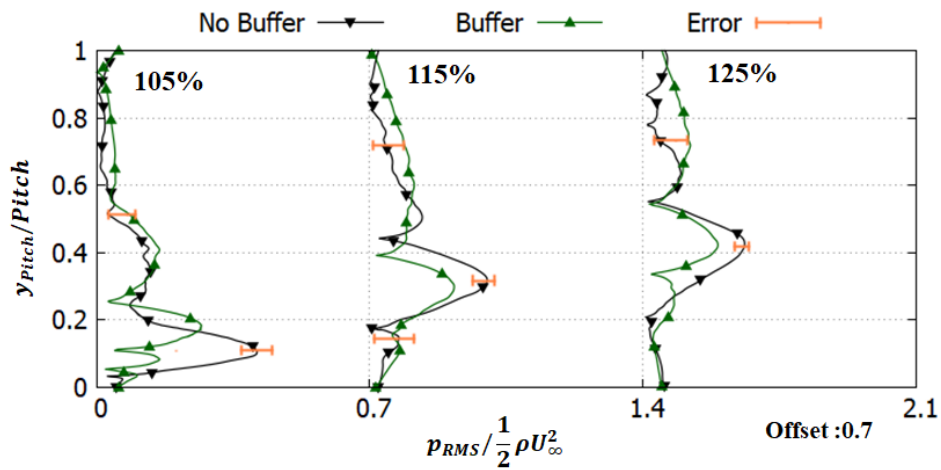
両ケースにおいて Fig. 4.11 (b) に現れている後流中心部における圧力変動の違いおよび Fig. 4.13 (b), (c) に現れている後流中心部における乱流運動エネルギー、レイノルズ応力の違いより、Buffer 領域の有無が後縁近傍において形成される大規模剥離渦に影響していることが考えられる。

Buffer 領域の大規模剥離への影響をさらに詳しく確認するために、No Buffer Case の出口近傍 (翼後縁から 0.3C, 0.4C, 0.49C 離れている位置) における全圧損失、乱流運動エネルギー、レイノルズ応力の比較図を Fig. 4.14 に示す。全圧損失の場合 (Fig. 4.14 (a))、130%位置において一致していた分布が 140%位置において違いが現れ、149%位置では後流の中心部 ($y_{Pitch}/Pitch = 0.8$) において大きな違いが現れている。No Buffer Case の出口境界 (150%) に近づくにつれて No Buffer Case の後流中心部における全圧損失が Buffer Case より減少していく。また、乱流運動エネルギー (Fig. 4.14 (b))、レイノルズ応力 (Fig. 4.14 (c)) も同様に No Buffer Case の出口境界 (150%) に近づくにつれて Buffer Case との違いが大きくなっていく。

No Buffer Case の出口境界近傍における両ケースの違いの原因について調べるために、Fig. 4.15 に翼後縁から No Buffer Case の出口境界位置までの全圧損失および静圧のコンター図を示す。全圧損失 (Fig. 4.15 (a)) の比較図において出口境界近傍における No Buffer Case の全圧損失の低圧領域 (青色) がなくなっているのに対し、Buffer Case においては低圧領域が自然に繋がっている。これは、出口境界において一定値として固定されている静圧が原因であることが、出口境界における静圧の比較図 (Fig. 4.15 (b)) に現れている。No Buffer Case における静圧は出口静圧の影響を強く受けているのに対し Buffer Case においては静圧分布が滑らかに繋がっている。また、翼後縁近傍における静圧のコンターより、No Buffer Case の後流中心部における低圧領域の静圧が Buffer Case より上昇していることが確認されている。

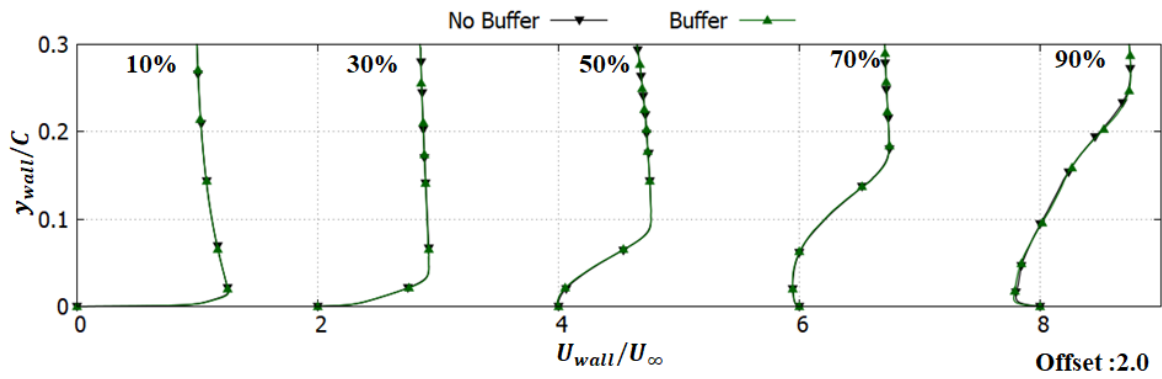


(a) Mean Wall Normal Pressure Fluctuation Profiles at 10% to 90% Chordwise Locations

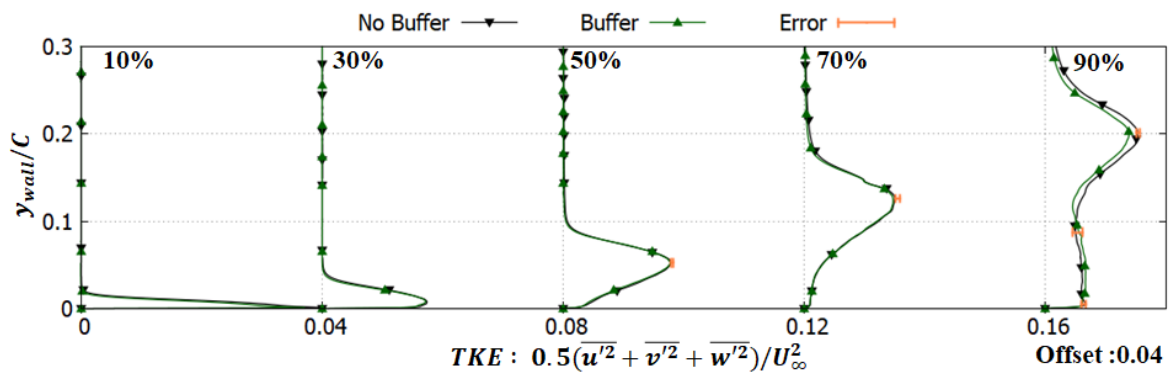


(b) Mean Pitchwise Pressure Fluctuation Profiles at 0.05, 0.15, and 0.25 Chord Downstream of the Trailing Edge

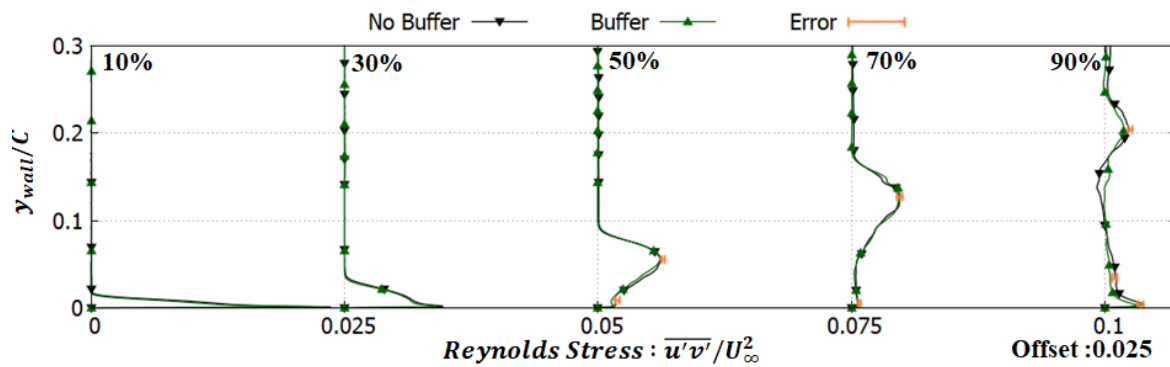
Fig. 4.11 Pressure Fluctuation Profiles at (a) Blade Chordwise Locations and (b) Downstream of the Trailing Edge



(a) Mean Wall Normal Mean Wall Normal Tangential Velocity Profiles at 10% to 90% Chordwise Locations

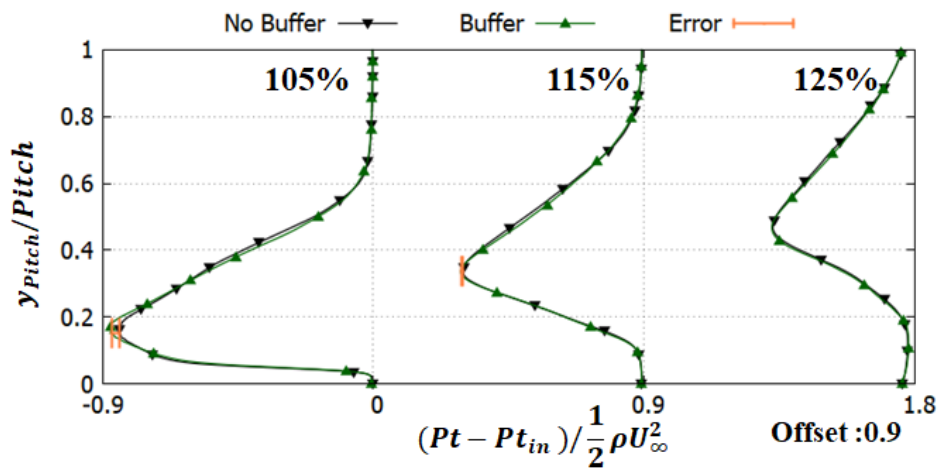


(b) Mean Wall Normal Mean TKE Profiles at 10% to 90% Chordwise Locations

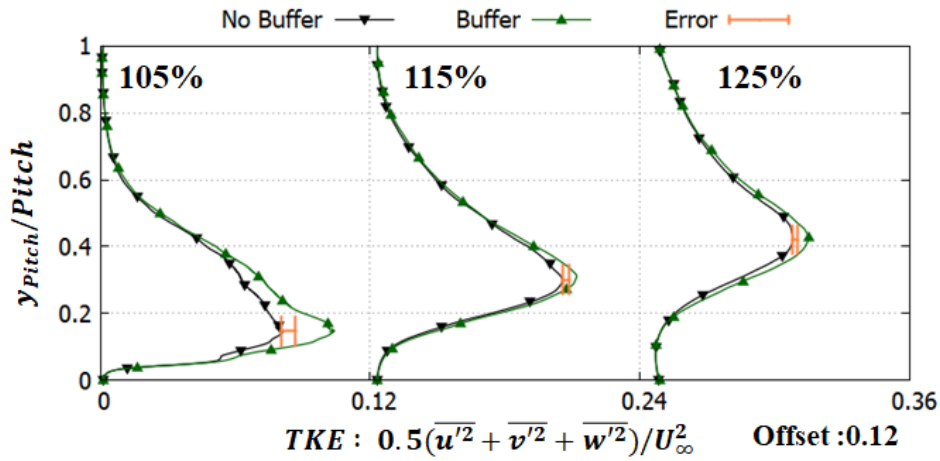


(c) Mean Wall Normal Mean Reynolds Stress Profiles at 10% to 90% Chordwise Locations

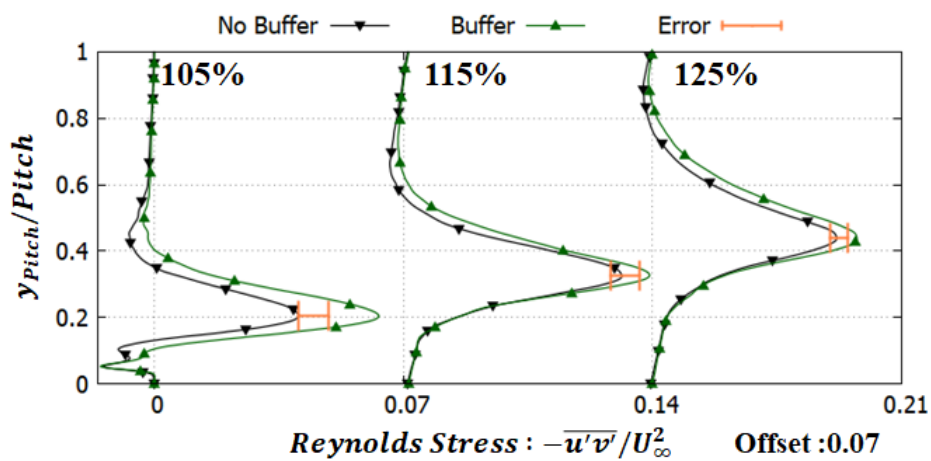
Fig. 4.12 Profiles of the (a) Tangential Velocity, (b) TKE, and (c) Reynolds Stress at 10% to 90% Chordwise Locations



(a) Mean Pitchwise Total Pressure Loss Profiles

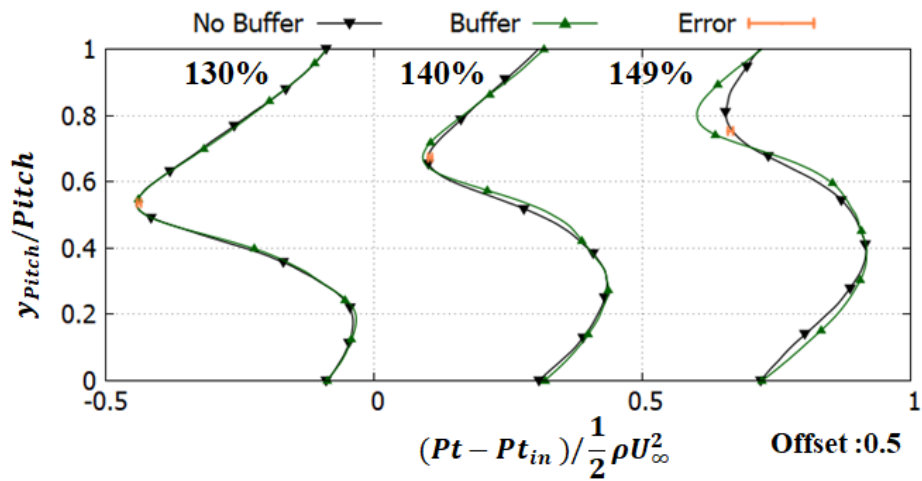


(b) Mean Pitchwise TKE Profiles

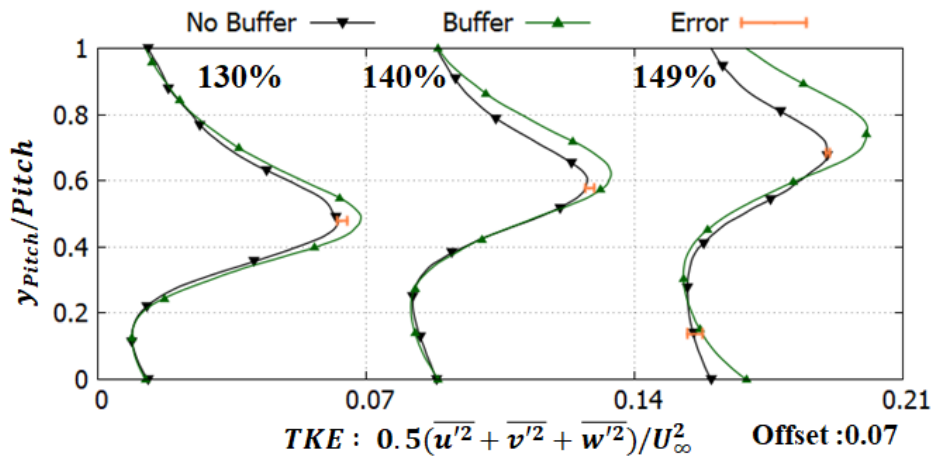


(c) Mean Pitchwise Reynolds Stress Profiles

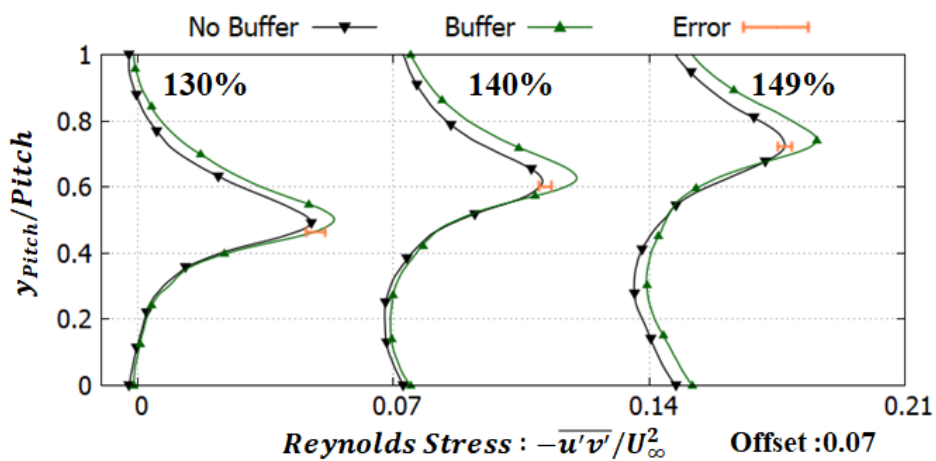
Fig. 4.13 Profiles of the (a) Total Pressure Loss, (b) TKE, and (c) Reynolds Stress at 0.05, 0.15, and 0.25 Chord Downstream of the Trailing Edge



(a) Mean Pitchwise Total Pressure Loss Profiles

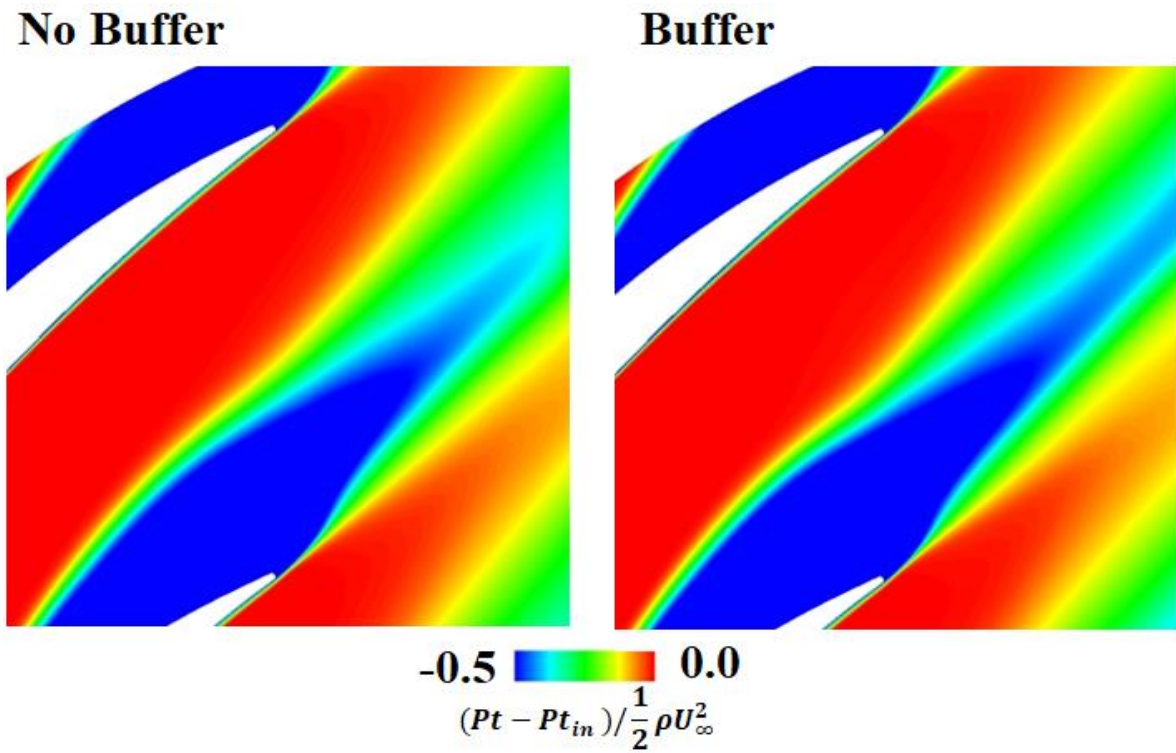


(b) Mean Pitchwise TKE Profiles

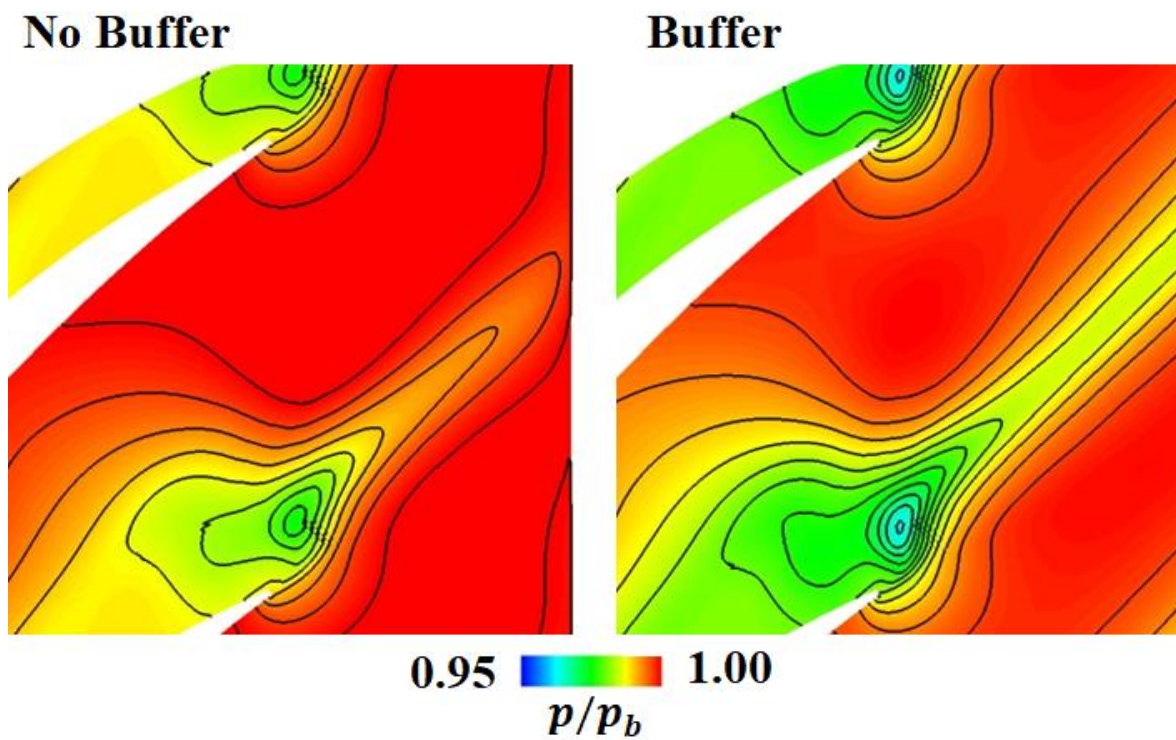


(c) Mean Pitchwise Reynolds Stress Profiles

Fig. 4.14 Profiles of the (a) Total Pressure Loss, (b) TKE, and (c) Reynolds Stress at 0.3, 0.4, and 0.49 Chord Downstream of the Trailing Edge



(a) Mean Total Pressure Loss Contours

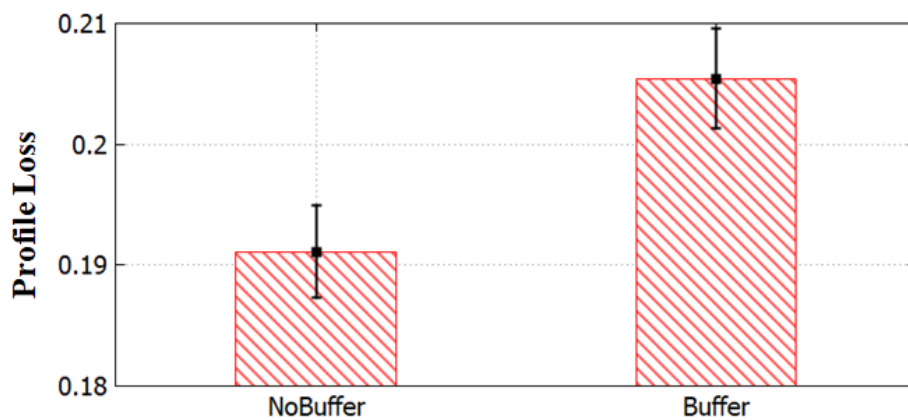


(b) Mean Static Pressure Contours

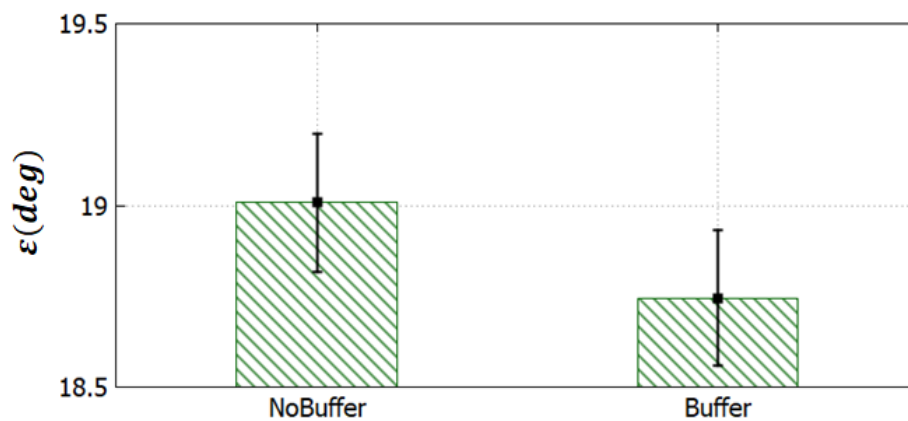
Fig. 4.15 Contours of the (a) Total Pressure Loss, (b) Static Pressure from Trailing Edge to 0.5 Chord Downstream of the Trailing Edge

出口境界条件が翼列の平均流に及ぼす影響を調べるために、Fig. 4.16 に両ケースにおける Profile Loss および転向角の計算結果を示す。Profile Loss の場合、No Buffer Case において減少した結果が得られている。転向角の場合、両ケースの値は統計誤差内に存在している..

以上の結果から、大規模剥離渦が含まれる翼列失速流れ場における Buffer 領域の有無は出口境界からの反射による圧力変動の大きさには影響するが、翼前縁から Mid-Chord までの流れ場に及ぼす影響は大きくないことが確認された。また、出口境界が短い場合は出口境界条件において一定値として固定されている静圧の影響が翼列の後縁近傍まで伝わり、翼後縁近傍の静圧まで影響することが確認された。出口境界までの距離が短いことによる静圧の影響は、後流における乱流運動エネルギー、レイノルズ応力を減少させ、全圧損失、Profile Loss を減少させることが確認された。



(a) Profile Loss



(b) Deflection Angle

Fig. 4.16 Comparisons of the Predicted Cascade Performances, (a) Profile Loss, (b) Deflection Angle

4.3 スパン方向解析空間幅の影響

4.3.1 解析条件

スパン方向解析空間幅の影響を調べるために、解析格子のスパン方向長さを 0.1C, 0.2C にした 2 つの解析ケースについて解析結果の比較を行う。両ケースにおける全ての解析条件は第 3 章と等しく設定し、スパン方向の解析空間幅のみをパラメータとして変化させる。スパン方向解析空間幅が 0.1C, 0.2C の解析ケースをそれぞれ 0.1 Span Case, 0.2 Span Case と名付ける。

両ケースにおける解析空間の概略図を Fig. 4.17 に示す。0.1 Span Case におけるスパン方向解析空間幅は 0.1C であり、第 3 章における解析格子および解析条件を同じく設定する。0.2 Span Case においては 0.1 Span Case と同じ解析条件を設定し、スパン方向解析空間幅のみを 0.2C に変化させている。0.1 Span Case における総計算ブロック数は 756 個であり、総格子点数は 2974 万点である。0.2 Span Case における総計算ブロックは同じく 756 個であり、総格子点数は 5632 万点である。

4.3.2 収束判定

0.1 Span Case の場合、第 3 章に示されている解析ケースと完全に同じケースである。したがって収束判定や統計量の不確かさは第 3 章の結果をそのまま使用し、0.1 Span Case における統計量の不確かさをエラーバーとして表示する。ただし、統計量の不確かさが無視できるほど小さい場合はエラーバーを表示しない。0.2 Span Case の場合、収束判定を行うために第 3 章と同じく Profile Loss の時間履歴を確認する。Fig. 4.18 に 0.2 Span Case における Profile Loss 履歴を、Table 4.3 に S1 から S10 の時間平均の範囲を示す。S1 から S10 の平均時間は全て 35 blade flow through time であり、Table 4.3 に示すように時間が発展していくことによって時間平均を行う範囲も発展していく。

S1 の場合、 $tU_{\infty}/C = 80$ から時間平均が始まっている。この時点は 0.1 Span Case の収束解を 0.2 Span Case の格子を合わせて代入してから計算を始め、80 blade flow through time が経過したことを意味する。また、S1 から S10 までの Profile Loss の計算結果は 2.2 blade flow through time ずつ時間を発展させながら時間平均を行っている。S1 から S10 までの解析時間の範囲は 57 blade flow through time であり、Profile Loss の計算結果は誤差が 4% 以内となっている。したがって、計算は第 3 章で設定した収束判定の基準を満たしている。本節において実行する両ケースにおける流れ場の比較には 0.1 Span Case では第 3 章の D18 のデータを、0.2 Span Case は S10 のデータを用いる。

4.3.3 解析結果

スパン方向解析空間幅の翼面上流れへの影響を確認するために、Fig. 4.19 に翼面上の各位置における壁面接線方向流速、乱流運動エネルギー、レイノルズ応力の比較図を示す。流速分布 (Fig. 4.19 (a)) 乱流運動エネルギー (Fig. 4.19 (b))、レイノルズ応力 (Fig. 4.19 (c)) の比較図において翼コード位置 10% から 80% まで両ケースにおける違いは見られていない。しかし翼後縁近傍である 90% 位置では流速分布、乱流運動エネルギー、レイノルズ応力における全ての分布において違いが現れている。特に 90% 位置における乱流運動エネルギー、レイノルズ応力の分布では翼面近傍 ($y_{\text{wall}}/C = 0.0 \sim 0.1$) において 0.2 Span Case が 0.1 Span Case より小さくなっている。

翼後縁から発生する大規模剥離渦におけるスパン方向解析空間幅の影響を調べるために Fig. 4.20 に翼後縁から 0.05C, 0.15C, 0.25C だけ離れた位置における全圧損失、乱流運動エネルギー、レイノルズ応力の比較図を示す。全圧損失の場合 (Fig. 4.20, (a))、翼後縁から近い 105% 位置では後流中心部において 0.2 Span Case の全圧損失が 0.1 Span Case より小さくなっている ($y_{\text{Pitch}}/\text{Pitch} = 0.2$)。115% 位置では、後流中心部 ($y_{\text{Pitch}}/\text{Pitch} = 0.38$) における全圧損失は 0.2 Span Case が大きく、後流のせん断層付近 ($y_{\text{Pitch}}/\text{Pitch} = 0.15, 0.7$) では 0.2 Span Case の全圧損失が小さくなっている。後流が拡散していく 125% 位置では 0.2 Span Case における全圧損失が 0.1 Span Case より全領域において減少していること

が確認されている。

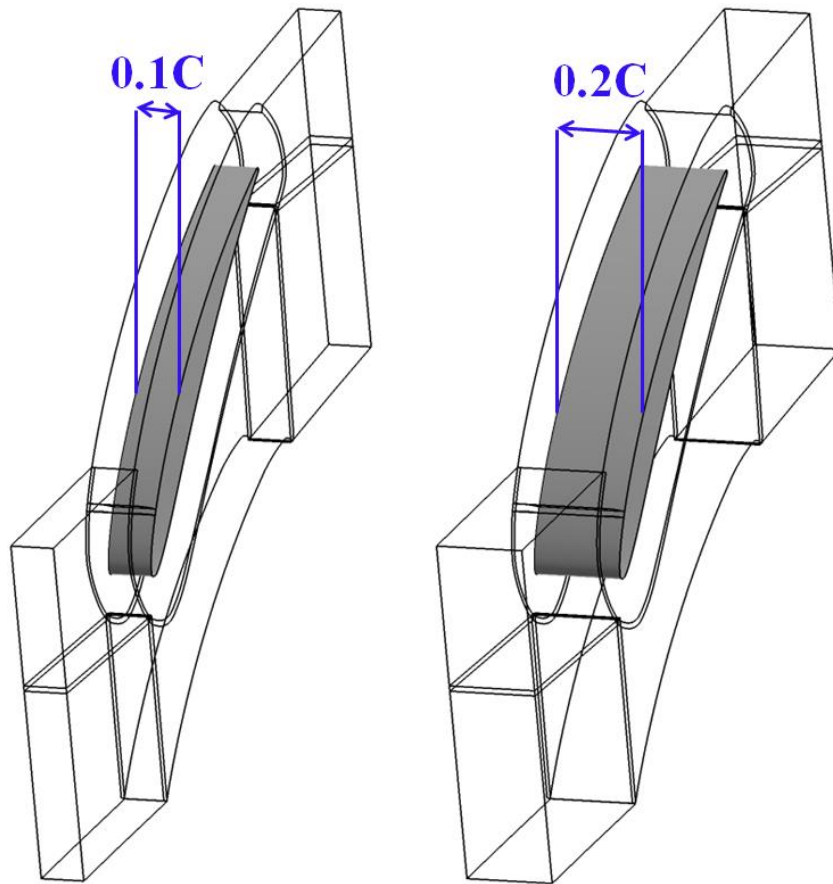


Fig. 4.17 Schematic of Calculation Domain for 0.1 Span Case and 0.2 Span Case

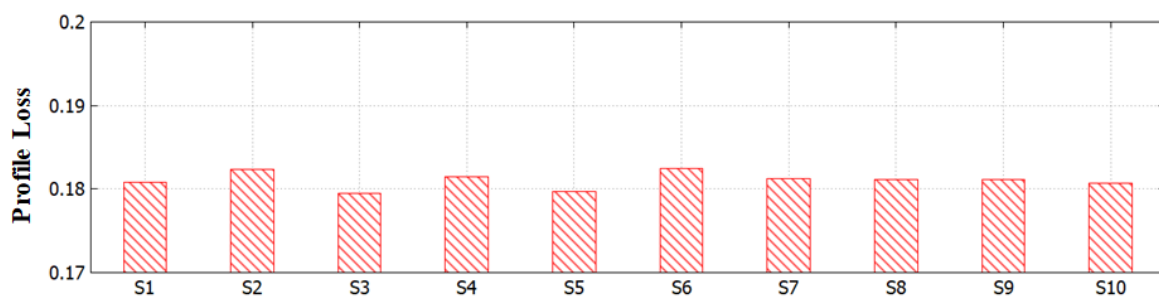
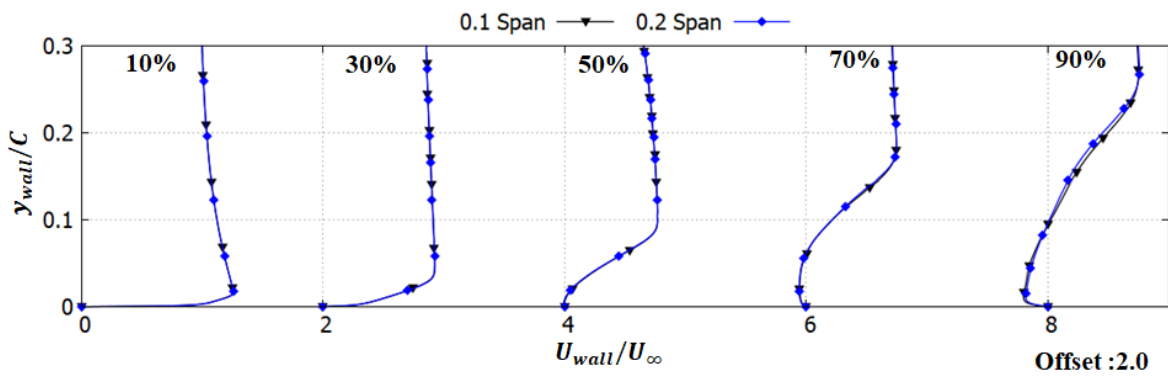


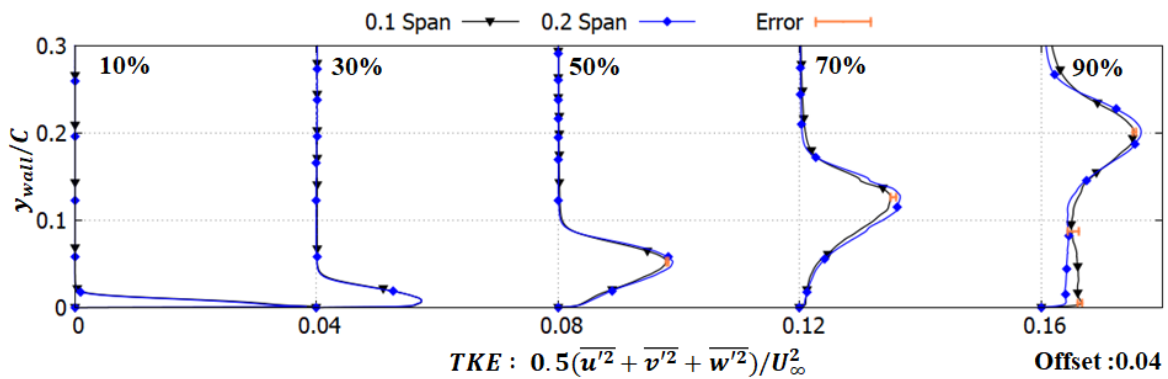
Fig. 4.18 Profile Loss Calculation Results with Time Development in 0.2 Span Case (Between S1 and S10)

Table 4.3 Averaging Time Periods from S1 to S10

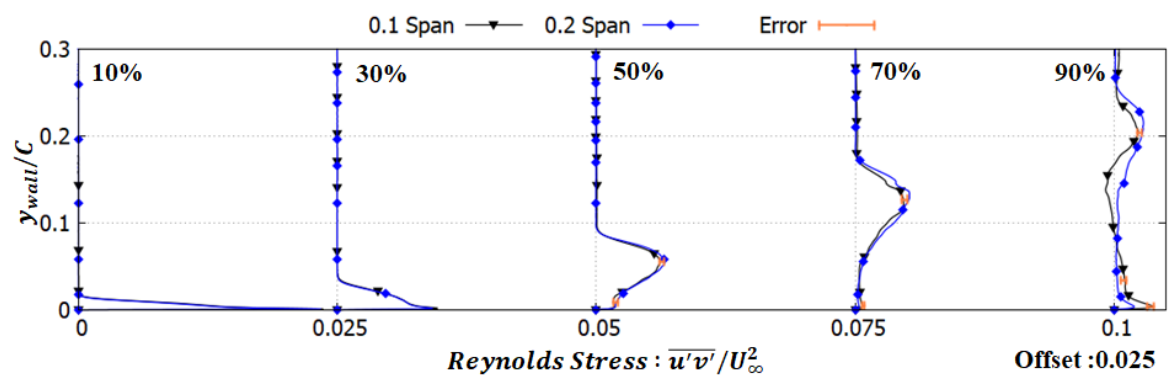
	S1	S2	...	S8	S9	S10
Averaging Flow Through Time (tU_{∞}/C)	80-115	82.2-117.2	...	97.6-132.6	99.8-134.8	102-137



(a) Mean Wall Normal Mean Wall Normal Tangential Velocity Profiles at 10% to 90% Chordwise Locations



(b) Mean Wall Normal Mean TKE Profiles at 10% to 90% Chordwise Locations



(c) Mean Wall Normal Mean Reynolds Stress Profiles at 10% to 90% Chordwise Locations

Fig. 4.19 Profiles of the (a) Tangential Velocity, (b) TKE, and (c) Reynolds Stress at 10% to 90% Chordwise Locations

乱流運動エネルギー (Fig. 4.20, (b)), レイノルズ応力 (Fig. 4.20, (c)) の比較図では, 105%, 115%, 125% 全位置において後流中心部の値が 0.2 Span Case が小さくなっており, 大規模剥離渦の強度が 0.2 Span Case において小さいことが確認されている. 大規模剥離渦がスパン方向解析空間幅の影響を受け, 両ケースにおいて違いが現れている.

スパン方向解析空間幅の大規模剥離渦への影響をさらに詳しく調べるために, 翼後縁から 0.2C だけ離れている位置における速度変動 $\bar{u}', \bar{v}', \bar{w}'$ の比較図を Fig. 4.21 に示す. スパン方向解析空間幅が相対的に長い 0.2 Span Case では, スパン方向速度変動である \bar{w}' が 0.1 Span Case より大きくなっており, 大規模剥離渦の回転方向の速度変動である \bar{u}', \bar{v}' はスパン方向解析空間幅が短い 0.1 Span Case が 0.2 Span Case より大きくなっている. スパン方向解析空間幅が短い 0.1 Span Case においてスパン方向速度変動 \bar{w}' は減少しているのに対し, 大規模剥離渦の回転方向速度変動 \bar{u}', \bar{v}' は増加している様子が確認されている.

ここまでにおける流れ場の結果では, 翼前縁から Mid-Chord までは両ケースにおける違いが現れていなく, 翼後縁近傍から下流においては両ケースの違いが現れている. これは, 与えられた解析条件下ではスパン方向解析空間幅の影響が翼後縁近傍における大規模剥離渦においてのみ現れていると言える. 乱流流れを解像するための十分なスパン方向解析空間幅が確保されていることを確認するため, スパン方向における速度変動の 2 点相関の確認を行う. 速度変動のスパン方向 2 点相関 R_{ii} は, 相関長 d , スパン方向座標 z に対し,

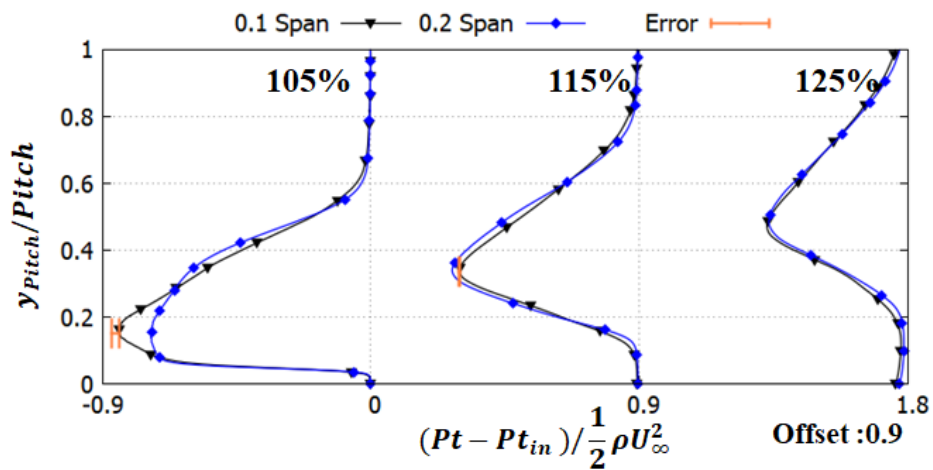
$$R_{ii}(d) = \frac{\overline{u'_i(z)u'_i(z+d)}}{\overline{u'_i(z)^2}} \quad (4.2)$$

と定義される. 相関長 $d = 0$ のとき, 自己相関となり $R_{ii}(0) = 1$ である. 乱流流れ場に対し, 相関長内に同じ乱流渦を共有していなければ速度変動の時間平均は 0 になり, $R_{ii}(d) \approx 0$ となる. したがってスパン方向について 2 点相関を確認することで流れ場を解像するための十分な解析空間が確保されているかについて検討することができる.

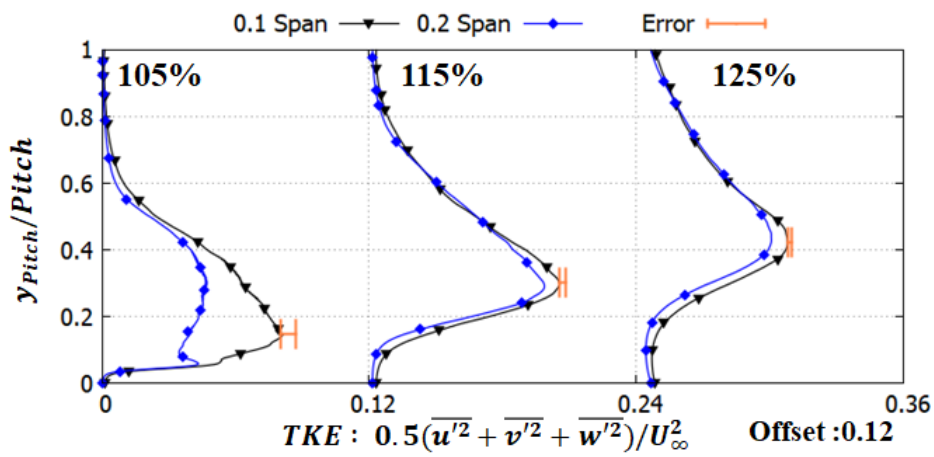
Fig. 4.22 に壁面乱流境界層領域である 10%コード位置および後流領域である 110%位置における各速度変動の 2 点相関の比較図を示す. ただし, 速度変動を測定した位置は乱流運動エネルギーが最大となる位置に設定している. 10%コード位置 (Fig. 4.22, (a)) では両ケースの 2 点相関は相関長が増加することによって 0 に近づくことが確認されており, 0.1 Span Case, 0.2 Span Case の両方で壁面乱流境界層を解像するための十分なスパン方向解析空間幅が確保されていることが確認されている. しかし 110%位置 (Fig. 4.22, (b)) では u', v' に関する 2 点相関が両ケースにおいて 0.5 より大きくなっており, スパン方向解析空間幅が大規模剥離渦を解像するのに不十分であることが確認されている. また, 0.1 Span Case と 0.2 Span Case においてスパン方向解析空間幅が 0.1C から 0.2C に変わったことにより, 2 点相関の結果が減少している. この差が両ケースにおける後流流れ場の結果に現れていると思われる.

スパン方向解析空間幅が翼列の平均流に及ぼす影響を調べるために, Fig. 4.23 に両ケースにおける Profile Loss および転向角の計算結果を示す. Profile Loss の場合, 0.2 Span Case において減少した結果が得られている. 転向角の場合も 0.2 Span Case において減少した結果が得られている. スパン方向解析空間幅による翼後縁近傍における大規模剥離渦への影響が Profile Loss, 転向角の予測結果に影響している. 大規模剥離渦の強度が 0.1 Span Case において 0.2 Span Case より強くなっていることが全圧損失を増加させ, 転向角も増加させることが確認されている.

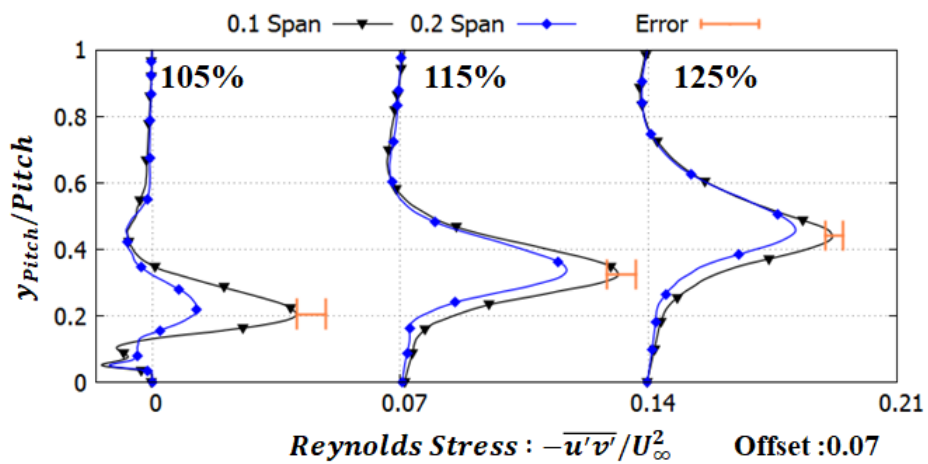
以上の結果から, 大規模剥離渦が含まれる翼列失速流れ場におけるスパン方向解析空間幅は, 翼後縁近傍から形成される大規模剥離渦の強度に影響することが確認された. 単独翼周り流れ場における過去の知見と同様に, スパン方向長さが短い場合, 剥離渦の回転方向における速度変動が増加し, 大規模剥離渦を強くすることが確認された. また, スパン方向長さにより影響された大規模剥離渦の強さに比例し全圧損失, 転向角が増加することが確認された.



(a) Mean Pitchwise Total Pressure Loss Profiles



(b) Mean Pitchwise TKE Profiles



(c) Mean Pitchwise Reynolds Stress Profiles

Fig. 4.20 Profiles of the (a) Total Pressure Loss, (b) TKE, and (c) Reynolds Stress at 0.05, 0.15, and 0.25 Chord Downstream of the Trailing Edge

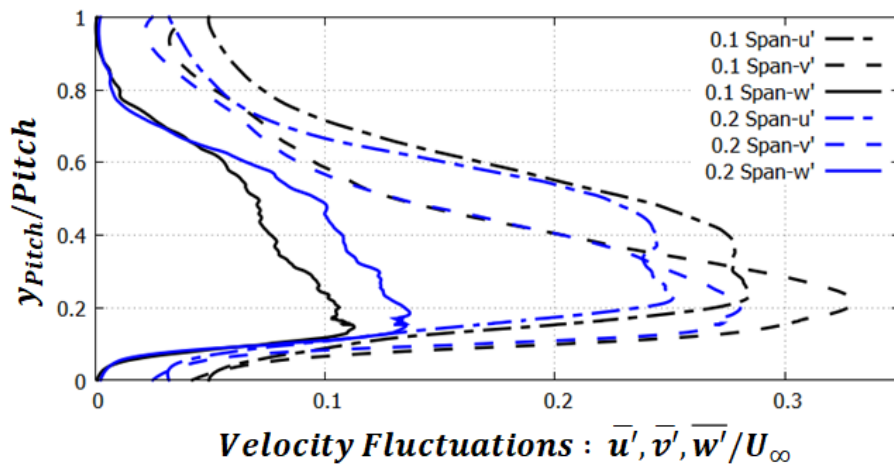
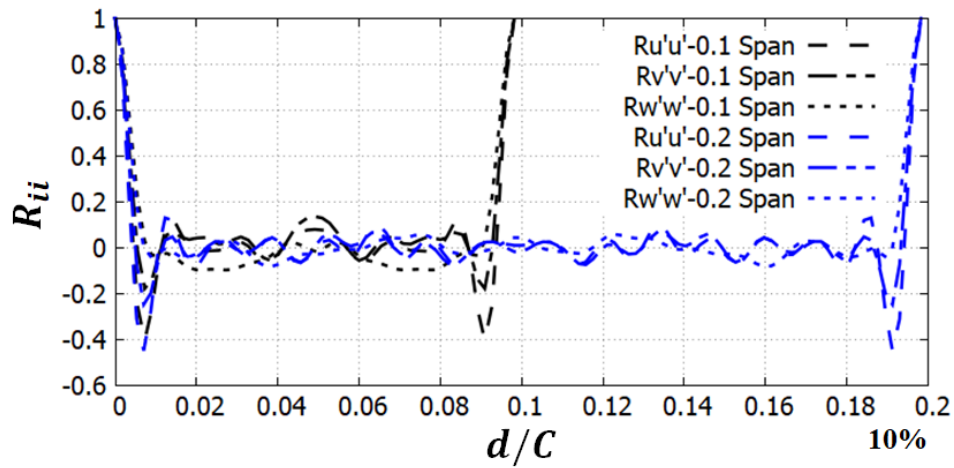
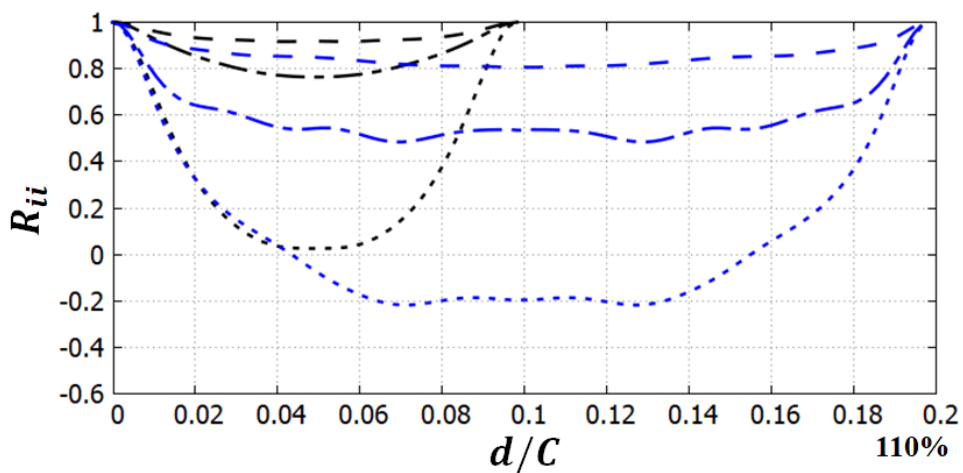


Fig. 4.21 Mean Velocity Fluctuation Profiles at 0.2 Chord Downstream of the Trailing Edge

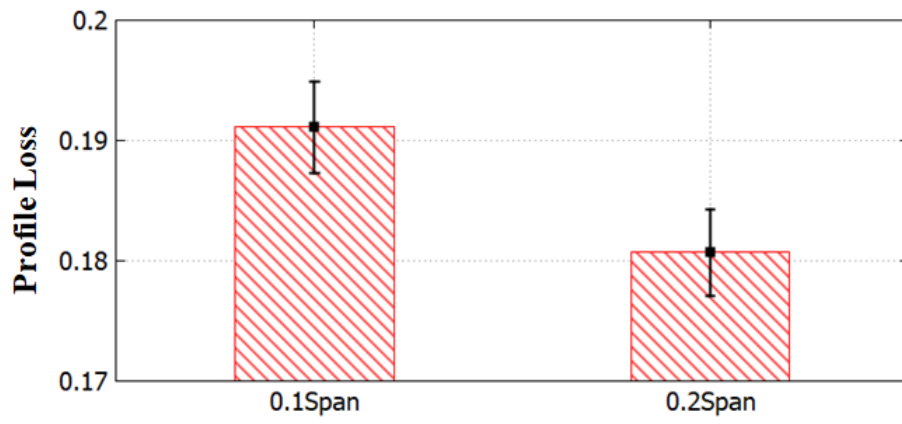


(a) 10% Chord Position

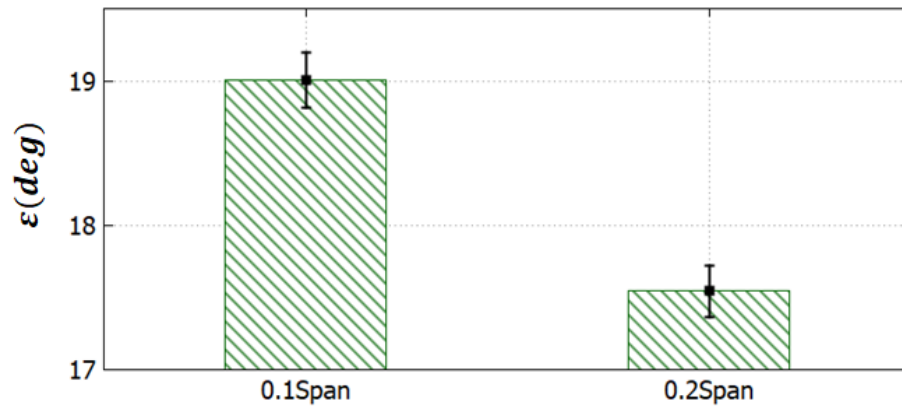


(b) 0.1 C Downstream of the Trailing Edge

Fig. 4.22 Spanwise Two-Point Correlations of Velocity Fluctuation at (a) 10% Chord Position and (b) 0.1 C Downstream of the Trailing Edge



(a) Profile Loss



(b) Deflection Angle

Fig. 4.23 Comparisons of the Predicted Cascade Performances, (a) Profile Loss, (b) Deflection Angle

4.4 単位解析時間あたり Low-Pass Filter の適用回数の影響

4.4.1 解析条件

単位解析時間あたり Low-Pass Filter の適用回数の影響を調べるために、CFL および Low-Pass Filter の適用条件を変えた 3 種類の解析ケースの比較を行う。各ケースにおける CFL 条件および Low-Pass Filter の適用条件を Table 4.4 に示す。

Table 4.4 CFL and Filter Conditions for Each Case

Case	Max CFL	Low-Pass Filter
Default	0.98	Every Timestep
Half CFL	0.49	Every Timestep
Half CFL Half Filter	0.49	Once every two Timesteps

Default Case には、最大 CFL 数を壁面乱流境界層領域において 0.98 と設定している。Half CFL Case および Half CFL Half Filter Case においては時間刻み幅を半分にし、最大 CFL 数を 0.49 と設定している。Low-Pass Filter の適用方法に関しては Default, Half CFL Case においては毎時間積分後適用し、Half CFL Half Filter Case については毎 2 回の時間積分に Low-Pass Filter を 1 回適用する。Default Case と Half CFL Case においては、時間刻み幅が半分になっている Half CFL Case における単位解析時間あたり Low-Pass Filter の適用回数が 2 倍多い。これらの 2 つのケース比較することにより、Low-Pass Filter の適用回数の影響を確認することができる。しかし Default Case, Half CFL Case のみでは両ケースにおける時間刻み幅も変化しているため、時間刻み幅の影響も存在する可能性がある。したがって Half CFL Half Filter Case では時間刻み幅は Half CFL と同じく設定し、単位解析時間あたり Low-Pass Filter の適用回数は Default Case と同じく設定することで時間刻み幅の影響を確認する。CFL および Low-Pass Filter の適用条件以外の全ての解析条件については第 3 章における解析格子および解析条件を同じく設定する。

4.4.2 収束判定

Default Case の場合、第 3 章に示されている解析ケースと完全に同じケースである。したがって収束判定や統計量の不確かさは第 3 章の結果をそのまま使用し、Default Case における統計量の不確かさをエラーバーとして表示する。ただし、統計量の不確かさが無視できるほど小さい場合はエラーバーを表示しない。Half CFL Case および Half CFL Half Filter Case の場合、収束判定を行うために第 3 章と同じく Profile Loss の時間履歴を確認する。Fig. 4.24 に Half CFL Case および Half CFL Half Filter Case における Profile Loss 履歴を、Table 4.5, 4.6 に両ケースにおける各履歴の時間平均の範囲を示す。HC1 から HC10, HF1 から HF10 の平均時間は全て 35 blade flow through time であり、Table 4.5, 4.6 に示すように時間が発展していくことによって時間平均を行う範囲も発展していく。

Half CFL Case の場合、 $tU_{\infty}/C = 35$ から時間平均が始まっている。この時点は Default Case の収束結果から解析を始め、35 blade flow through time 経過していることを意味する。Fig. 4.24 (a) に示されている時間履歴から、HC1 から HC10 までの解析時間の範囲は 54.8 blade flow through time であり、Profile Loss の計算結果は誤差が 4% 以内となっている。

Half CFL Half Filter Case の場合、 $tU_{\infty}/C = 35$ から時間平均が始まっている。この時点は Half CFL Case における収束解から解析を始め、35 blade flow through time 経過していることを意味する。Fig. 4.24 (b) に示されている時間履歴から、HF1 から HF10 までの解析時間の範囲は 54.8 blade flow through time であり、Profile Loss の計算結果は誤差が 4% 以内となっている。

以上より、Half CFL Case および Half CFL Half Filter Case は第 3 章で設定した収束判定の基準を満た

している. 本節において実行する流れ場の比較には Default Case では第3章の D18 のデータを, Half CFL Case では HC10 のデータを, Half CFL Half Filter Case では HF10 のデータを用いる.

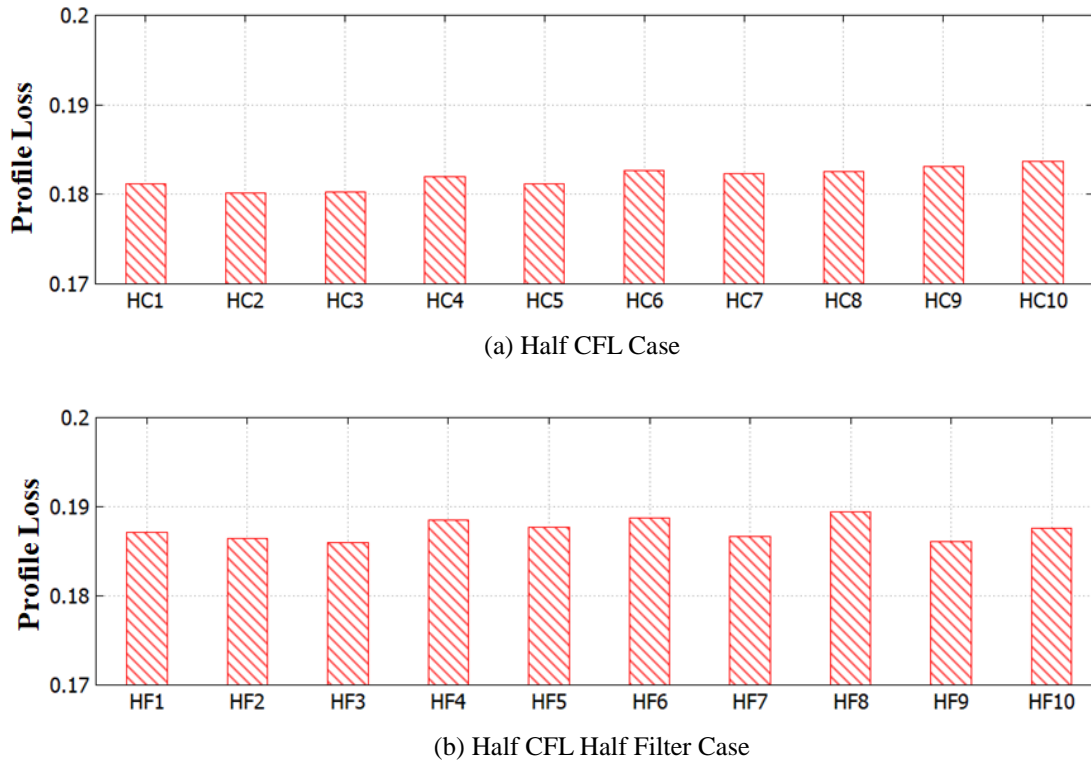


Fig. 4.24 Profile Loss Calculation Results with Time Development, (a) Half CFL Case, and (b) Half CFL Half Filter Case

Table 4.5 Averaging Time Periods from HC1 to HC10 (Half CFL Case)

	HC1	HC2	...	HC8	HC9	HC10
Averaging Flow Through Time (tU_{∞}/C)	35-70	37.2-72.2	...	50.4-85.4	52.6-87.6	54.8-89.8

Table 4.6 Averaging Time Periods from HF1 to HF10 (Half CFL Half Filter Case)

	HF1	HF2	...	HF8	HF9	HF10
Averaging Flow Through Time (tU_{∞}/C)	35-70	37.2-72.2	...	50.4-85.4	52.6-87.6	54.8-89.8

4.4.2 解析結果

過去の研究より, Low-Pass Filter は乱流遷移, 乱流渦の減衰に影響することが知られている [13], [55]. 乱流遷移や壁面乱流境界層への影響を調べるために, 翼前縁近傍の層流剥離泡が形成される位置における壁面接線方向流速分布の比較図を Fig. 4.25 に示す. 各ケースにおいて違いは見られていない. 壁面乱流境界層が発達していく位置である 10%コード位置における壁面接線方向流速, 乱流運動エネルギー, レイノルズ応力の比較図を Fig. 4.26 に示す. 流速分布においては各ケースが一致している分布を示しているが, 乱流運動エネルギー, レイノルズ応力の分布においては単位解析時間あたり Low-Pass Filter の適用回数が多い Half CFL Case の分布のみ他の2つの解析ケースより若干大きくなっている.

壁面乱流境界層が翼から剥がれ, 翼 Mid-Chord から翼後縁まで形成される剥離せん断層への影響を調べるために, 50%, 70%, 90%コード位置における壁面接線方向流速, 乱流運動エネルギー, レイノルズ応力の比較図を Fig. 4.27 に示す. 流速分布 (Fig. 4.27 (a)) 乱流運動エネルギー (Fig. 4.27 (b)), レイノルズ応力 (Fig. 4.27 (c)) の比較図において翼コード位置 50%, 70% においては全てのケースにおける結果が統計誤差内に収まっている. しかし翼後縁近傍である 90%位置では, 翼面近傍 ($y_{wall}/C = 0 \sim 0.1$) において単位解析時間あたり Low-Pass Filter の適用回数が多い Half CFL Case のみ違う分布が現れており, 流速分布の逆流速度, 乱流運動エネルギー, レイノルズ応力が減少している.

翼後縁から発生する大規模剥離渦における単位解析時間あたり Low-Pass Filter の適用回数の影響を調べるために Fig. 4.28 に翼後縁から 0.05C, 0.15C, 0.25C だけ離れた位置における全圧損失, 乱流運動エネルギー, レイノルズ応力の比較図を示す. 全圧損失の場合 (Fig. 4.28, (a)), 翼後縁から近い 105% 位置では後流中心部 ($y_{pitch}/Pitch = 0.2$) において Half CFL Case の全圧損失が他のケースより小さくなっており, 単位時間あたり Low-Pass Filter の適用回数と同じである Default Case, Half CFL Half Filter Case の全圧損失は統計誤差内に収まっている. 115% 位置では, 全圧損失は全てのケースにおいて一致しているように見えるが, 後流が拡散していく 125% 位置では Half CFL Case において他のケースより減少した全圧損失の結果が得られている.

乱流運動エネルギー (Fig. 4.28, (b)), レイノルズ応力 (Fig. 4.28, (c)) の比較図では, 105%, 115%, 125% 全位置において後流中心部の値が Half CFL Case のみ小さくなっており, Default Case, Half CFL Half Filter Case の値は統計誤差内に収まっている.

Fig. 4.28 の比較図より, 大規模剥離渦の強度が単位解析時間あたり Low-Pass Filter の適用回数が2倍である Half CFL Case のみ小さいことが確認されている. 時刻幅は異なるが単位解析時間あたり Low-Pass Filter の適用回数と同じである Default Case, Half CFL Half Filter Case は同じ結果が得られていることから, Half CFL Case における後流中心部の全圧損失の減少や乱流運動エネルギー, レイノルズ応力の減少は単位解析時間あたり Low-Pass Filter の適用回数が原因であることが分かる.

Low-Pass Filter による大規模剥離渦への影響をさらに詳しく調べるために, Fig. 4.29 に翼後縁から 0.2C だけ離れている位置における速度変動 \bar{u}' , \bar{v}' , \bar{w}' の比較図を示す. 大規模剥離渦の回転方向速度変動である \bar{u}' , \bar{v}' のピークについて Half CFL Case のみ減少した結果が得られている. この結果より, 後流で形成される大規模剥離渦の速度変動が単位解析時間あたり Low-Pass Filter の適用回数に影響されていることが確認されている.

単位解析時間あたり Low-Pass Filter の適用回数が平均流に及ぼす影響を調べるために, Fig. 4.30 に各ケースにおける Profile Loss および転向角 ε の計算結果を示す. Profile Loss の場合, Half CFL Case において他の2つのケースより減少した結果が得られており, Default Case および Half CFL Half Filter Case の結果は統計誤差内に収まっている. 転向角の場合も Half CFL Case において減少した結果が得られており, Default Case および Half CFL Half Filter Case の結果は統計誤差内に収まっている. この結果により, 単位解析時間あたり Low-Pass Filter の適用回数が2倍である Half CFL Case における大規模剥離渦への影響が Profile Loss, 転向角の予測結果に影響していることが確認されている.

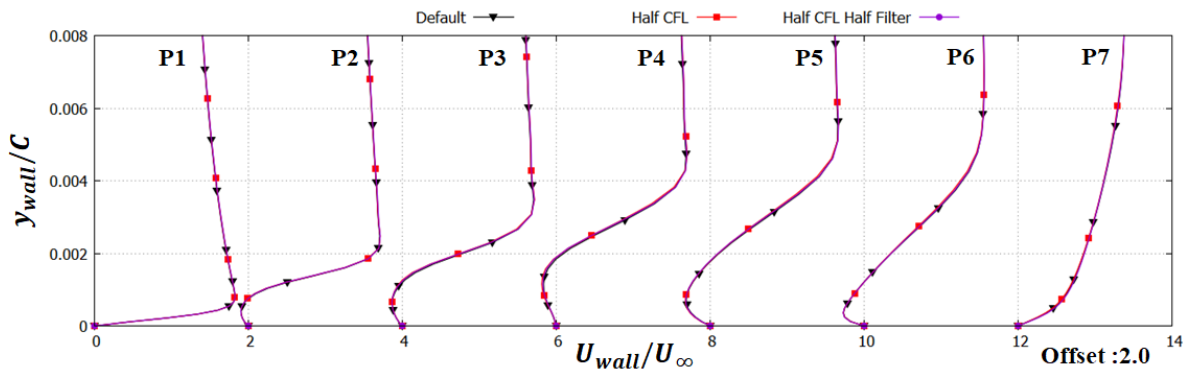


Fig. 4.25 Mean Wall Normal Tangential Velocity Profiles around Laminar Separation Bubble (P1 to P7 = Plotting Positions as in Fig. 4.3)

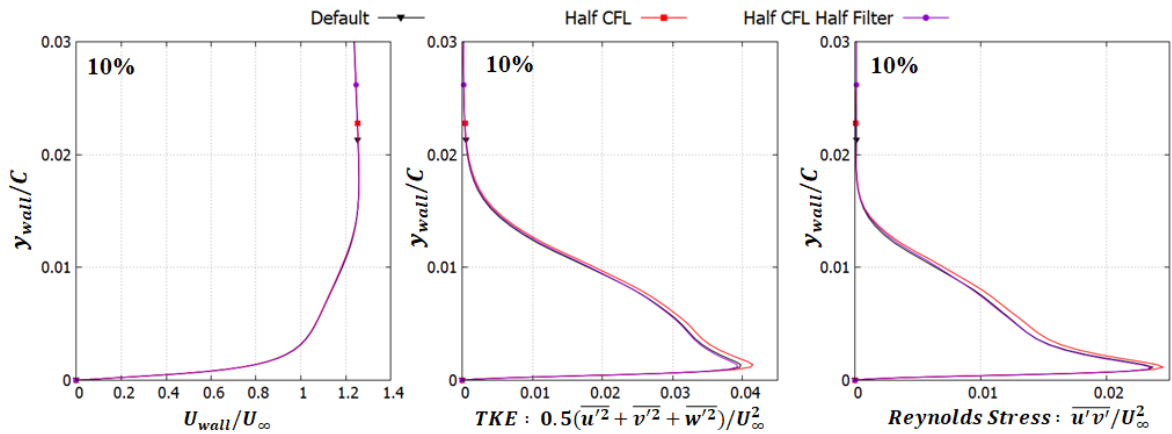
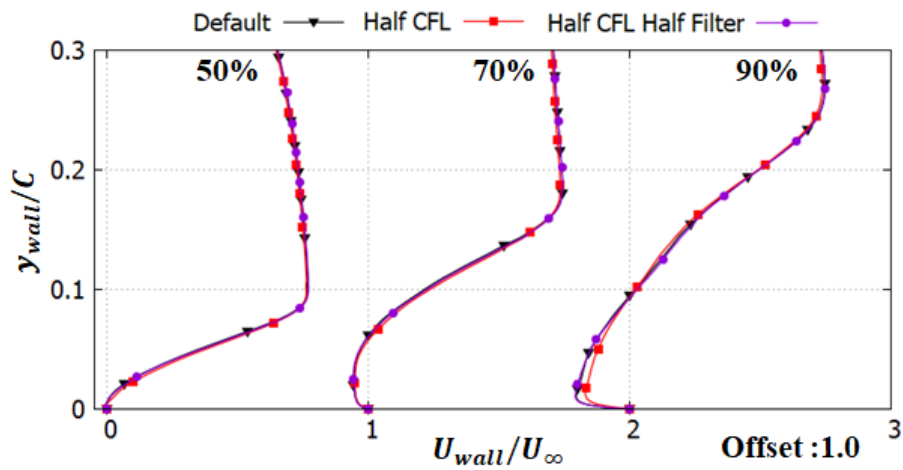
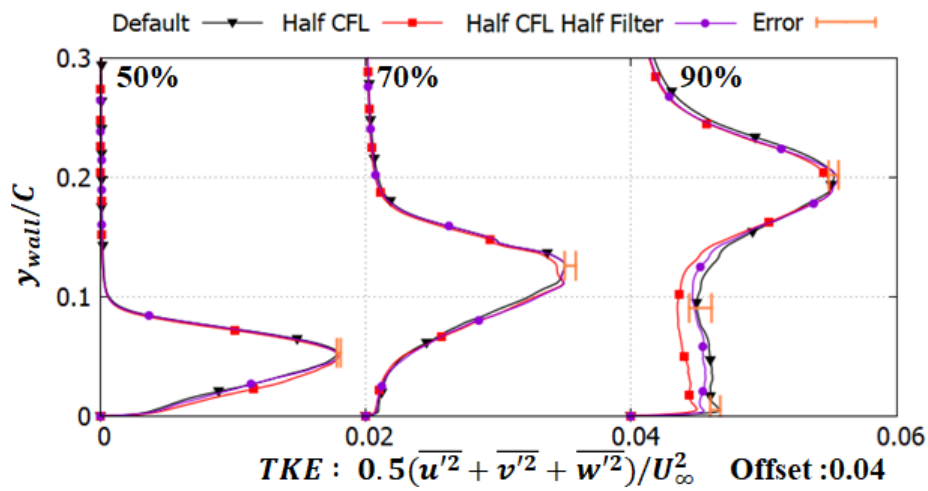


Fig. 4.26 Profiles of the Tangential Velocity, TKE, and Reynolds Stress at 10% Chordwise Locations

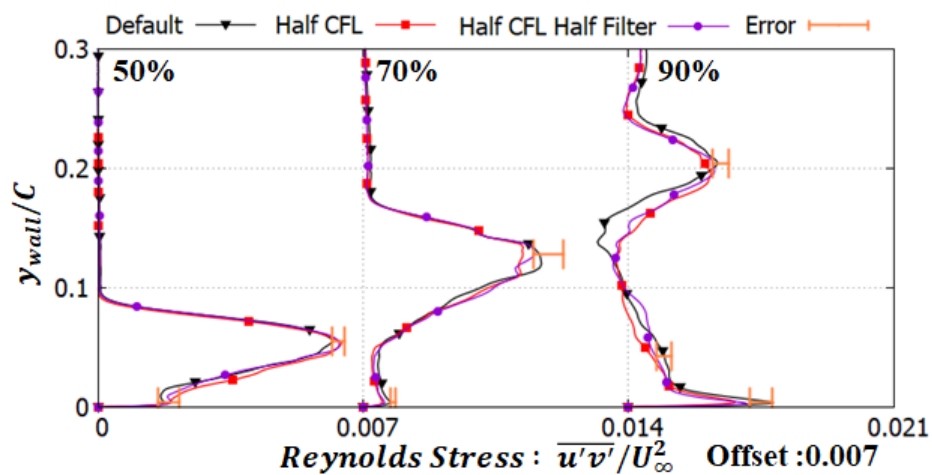
以上の結果から、大規模剥離渦が含まれる翼列失速流れ場における単位解析時間あたり Low-Pass Filter の適用回数は、翼後縁近傍から形成される大規模剥離渦の強さに影響するが、翼面上における壁面乱流境界層や剥離せん断層への影響は比較的小さいことが確認された。単位解析時間あたり Low-Pass Filter の適用回数が多い場合、大規模剥離渦の回転方向速度変動を抑え、渦の強度を弱くすることが確認された。また、大規模剥離渦の強度の低下により減少した全圧損失、轉向角の予測結果が確認された。これより、付着境界層には影響を及ぼさない弱いフィルタであっても大規模剥離渦には影響を与える可能性があると言える。



(a) Mean Wall Normal Mean Wall Normal Tangential Velocity Profiles

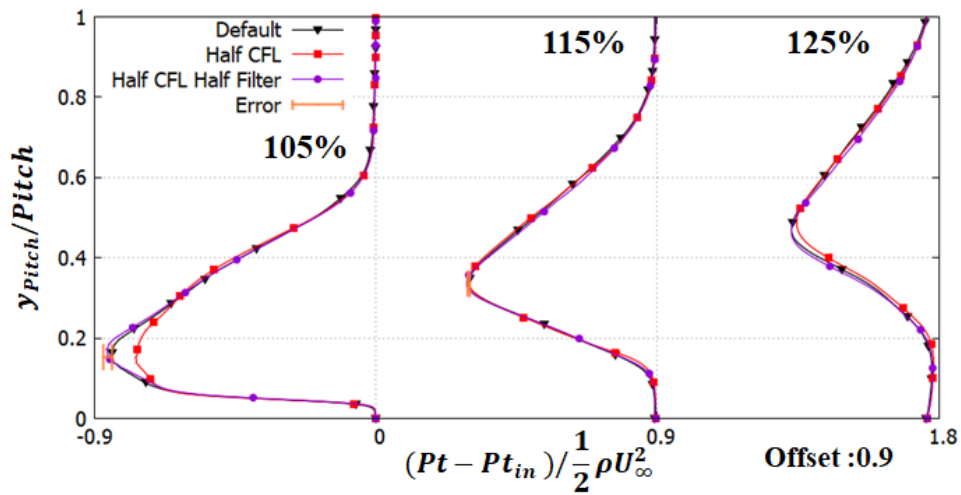


(b) Mean Wall Normal Mean TKE Profiles

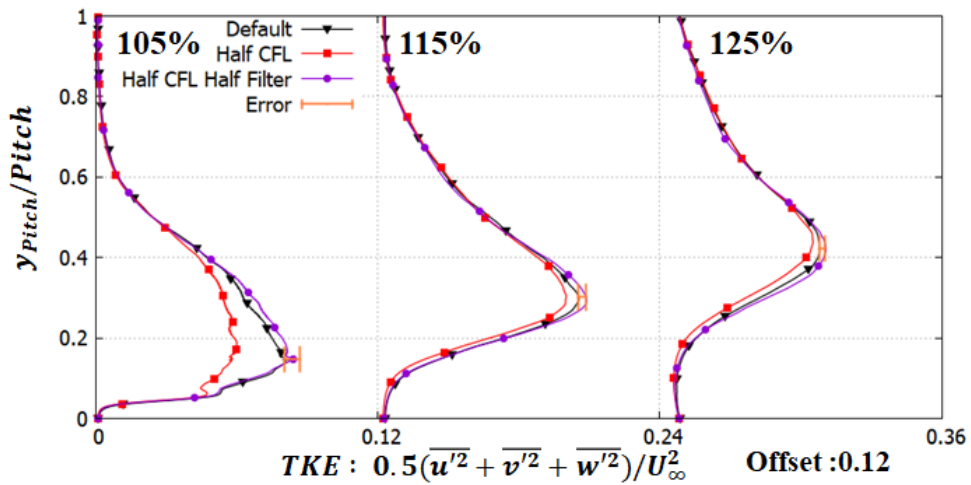


(c) Mean Wall Normal Mean Reynolds Stress Profiles

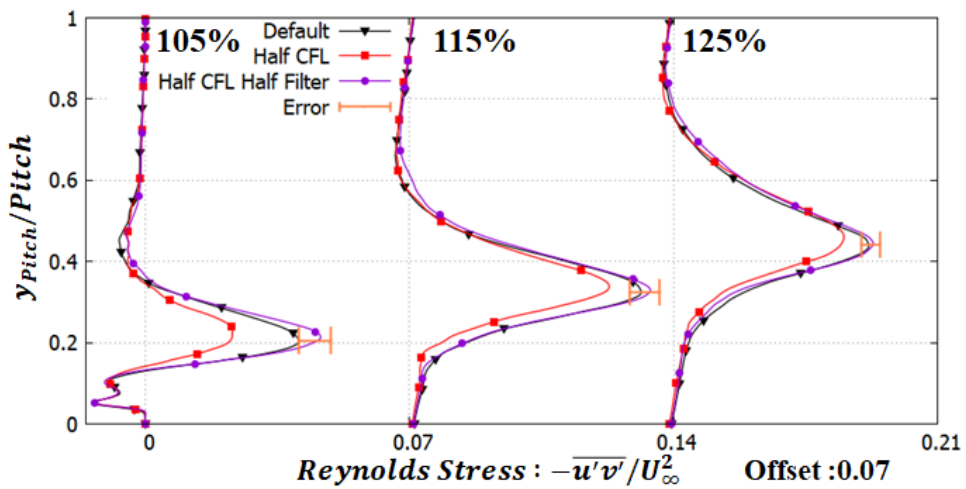
Fig. 4.27 Profiles of the (a) Tangential Velocity, (b) TKE, and (c) Reynolds Stress at 50%, 70%, and 90% Chordwise Locations



(a) Mean Pitchwise Total Pressure Loss Profiles



(b) Mean Pitchwise TKE Profiles



(c) Mean Pitchwise Reynolds Stress Profiles

Fig. 4.28 Profiles of the (a) Total Pressure Loss, (b) TKE, and (c) Reynolds Stress at 0.05, 0.15, and 0.25 Chord Downstream of the Trailing Edge

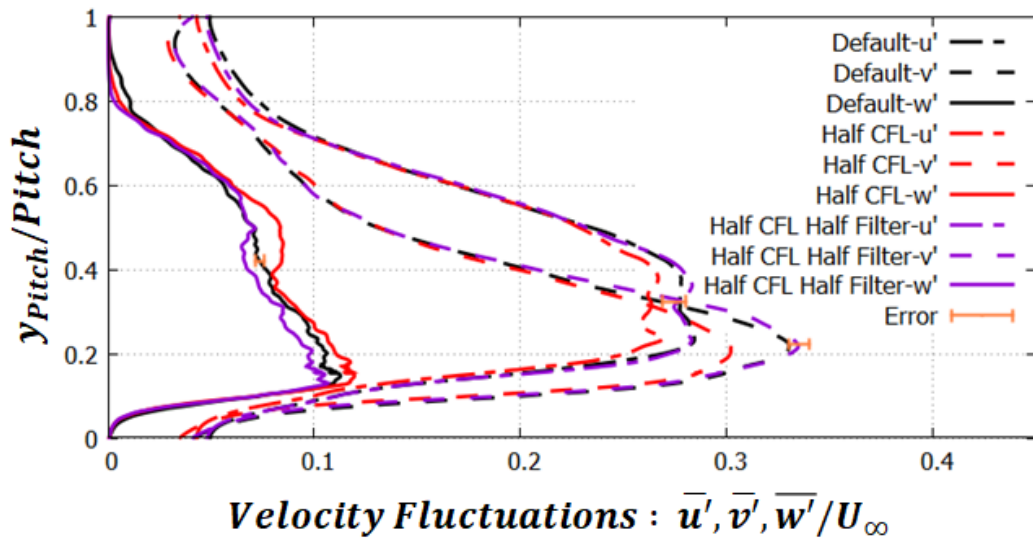
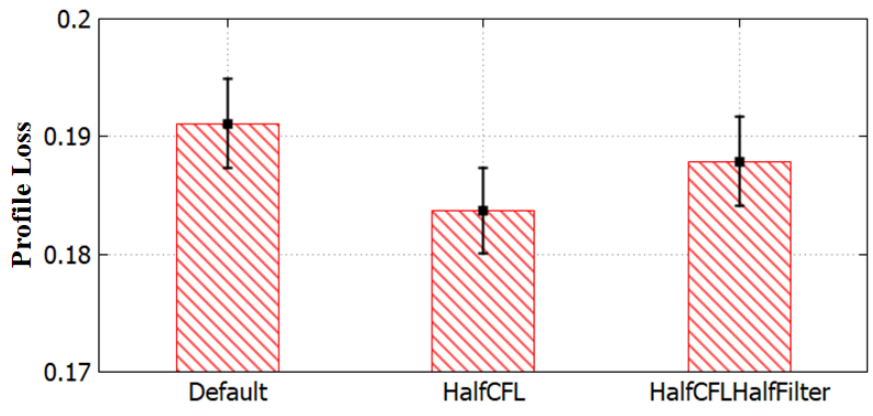
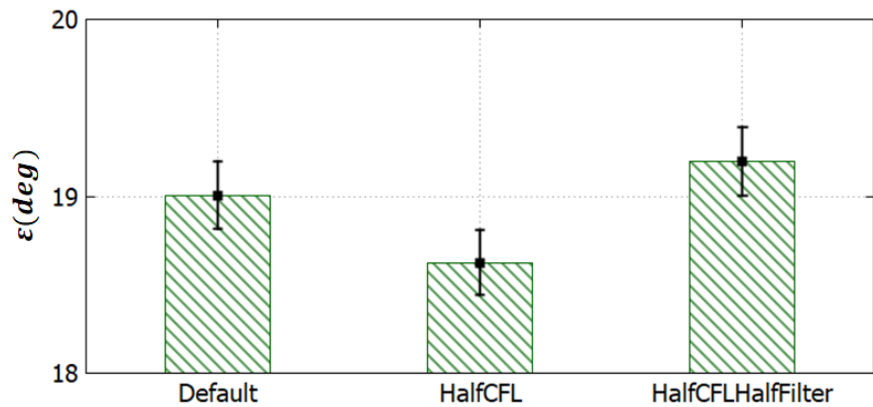


Fig. 4.29 Mean Velocity Fluctuation Profiles at 0.2 Chord Downstream of the Trailing Edge



(a) Profile Loss



(b) Deflection Angle

Fig. 4.30 Comparisons of the Predicted Cascade Performances, (a) Profile Loss, (b) Deflection Angle

4.5 ブロック境界条件の影響

ブロック境界条件の影響を調べるために、ブロック境界条件の精度が低い線形内挿を用いた重合格子法[46]および精度が比較的高い一般化特性インタフェース条件(Generalized Characteristic Interface Condition, GCIC) [47]を用いた解析を行い、両ケースの比較を行う。線形内挿を用いた重合格子法を使用する解析ケースを Intp. Case と名付け、一般化特性インタフェース条件を用いた解析ケースを GCIC Case と名付ける。

4.5.1 解析格子と解析条件

Intp. Case および GCIC Case において用いる解析格子を Fig. 4.31 に示す。解析格子はブロック境界における格子分布を見やすくするため2流路の格子を示しており、解析は1流路について行う。Fig. 4.31の格子に示されているブロック境界は格子を完全に重ねることが難しい領域であり、このブロック境界においてブロック境界条件を適用する。Intp. Case の場合、重合格子 (Overset) におけるデータの受け渡しは各ブロックにおける端の3点に隣接ブロックからデータを受け取るように設定している。各計算ブロックは並列計算のためさらに分割され、両ケースにおける計算ブロック数は738個であり、Intp Case における総格子点数は3000万点、GCIC Case は2905万点である。GCIC Case は重合格子を使用しないため、Intp. Case より少ない格子点数を持つ。両ケースにおける翼周りのO型格子の周方向、壁垂直方向、スパン方向をそれぞれ ξ, η, ζ とすると、各方向の格子解像度 $\Delta\xi^+, \Delta\eta^+, \Delta\zeta^+$ はそれぞれ $\Delta\xi^+ < 20, \Delta\eta_{wall}^+ < 1, \Delta\zeta^+ < 15$ としている。それ以外の領域にはH型格子を配置おり、 x, y, z 方向における格子解像度 $\Delta x^+, \Delta y^+, \Delta z^+$ はそれぞれ $\Delta x^+ < 30, \Delta y^+ < 30, \Delta z^+ < 15$ と設定している。

対流項と粘性項の離散化にはKimら[39]による6次精度 Optimized Compact Scheme を使用する。数値不安定を回避するために6次精度の Compact Filter 用い、フィルター係数 $\alpha_f = 0.45$ と設定する。時間積分は TVD Runge-Kutta Scheme[45]を使用する。ブロック境界条件、解析格子、数値スキーム以外の解析条件は第3章と同じく設定する。

4.5.2 収束判定

Intp. Case および GCIC Case における収束判定を行うために第3章と同じく Profile Loss の時間履歴を確認する。Fig. 4.32 に Intp. Case および GCIC Case における Profile Loss 履歴を、Table 4.7, 4.8 に両ケースにおける各履歴の時間の範囲を示す。Intp. Case における IP1 から IP16 および GCIC Case における GC1 から GC16 の平均時間は全て 35 blade flow through time であり、Table 4.7, 4.8 に示すように時間が発展していくことによって時間平均を行う範囲も発展していく。

両ケースは解析の Impulsive Start から 50 blade flow through time 経過後のデータを取得しているため、IP1 および GC1 の始点が $tU_\infty/C = 50$ となっている。Intp. Case の IP1 から IP16 および GCIC Case の GC1 から GC16 までの解析時間の範囲は 68 blade flow through time であり、Profile Loss の計算結果は誤差が4%以内となっている。したがって、両ケースの計算は第3章で設定した収束判定の基準を満たしている。

本節において実行する流れ場の比較には Intp. Case の IP16, GCIC Case の GC16 を用いることにする。また、統計量の不確かさについては、Intp. Case の最大, 最小 Profile Loss の結果が得られている IP11, IP13 の結果を用いてエラーバーとして表示する。ただし、統計量の不確かさが無視できるほど小さい場合はエラーバーを表示しない。

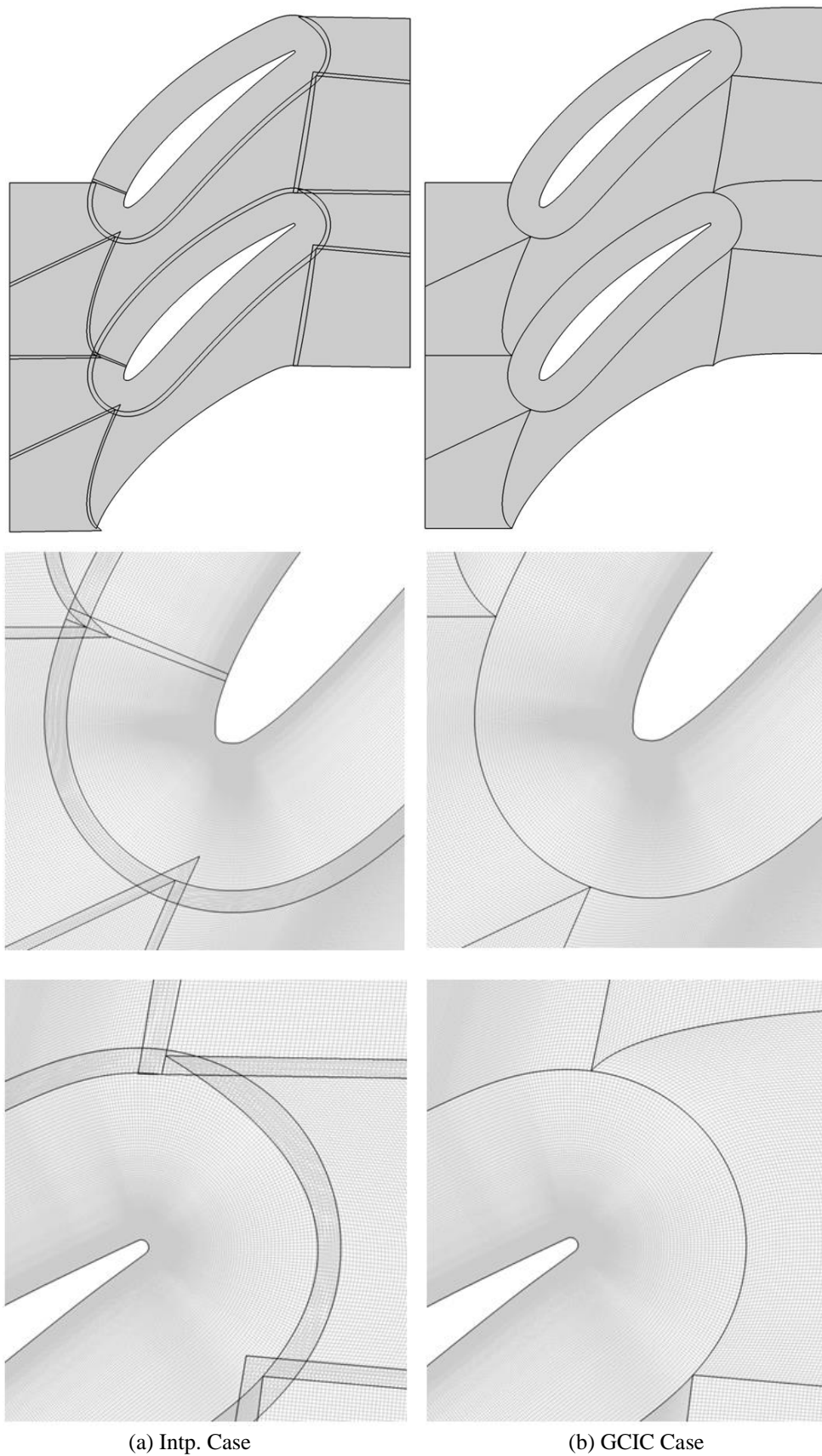


Fig. 4.31 Calculation Grids for Intp. Case and GCIC Case

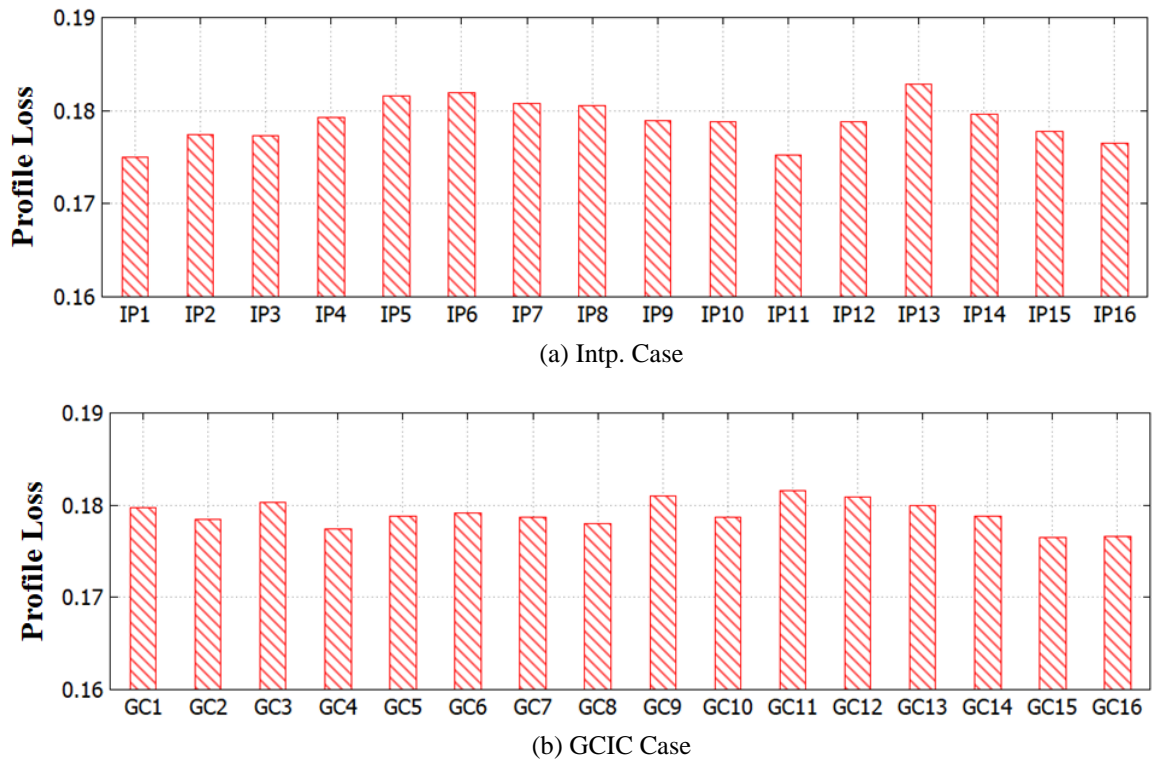


Fig. 4.32 Profile Loss Calculation Results with Time Development, (a) Intp. Case, and (b) GCIC Case

Table 4.7 Averaging Time Periods from HC1 to HC10 (Half CFL Case)

	IP1	IP2	...	IP14	IP15	IP16
Averaging Flow Through Time (tU_{∞}/C)	50-85	52.2-87.2	...	78.6-113.6	80.8-115.8	83-118

Table 4.8 Averaging Time Periods from HF1 to HF10 (Half CFL Half Filter Case)

	GC1	GC2	...	GC14	GC15	GC16
Averaging Flow Through Time (tU_{∞}/C)	50-85	52.2-87.2	...	78.6-113.6	80.8-115.8	83-118

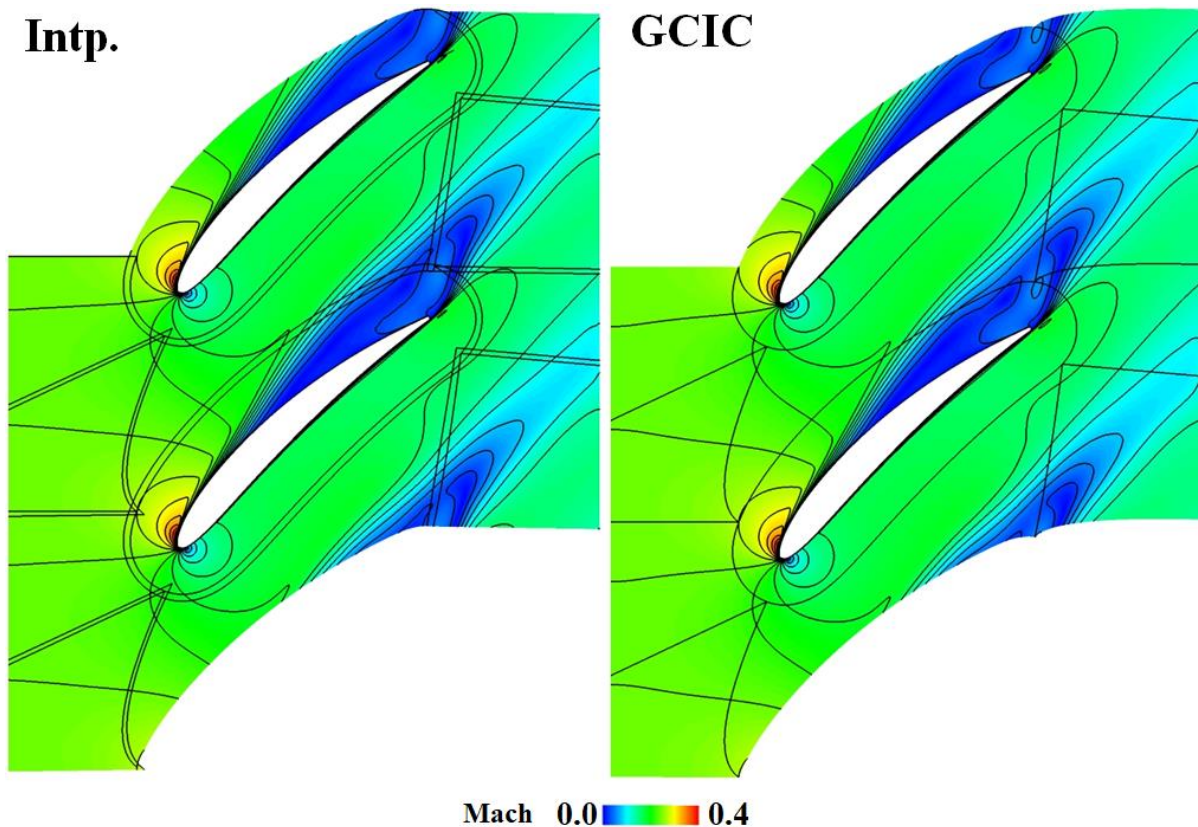


Fig. 4.33 Mean Mach Number Contours of Intp. Case (Left), GCIC Case (Right)

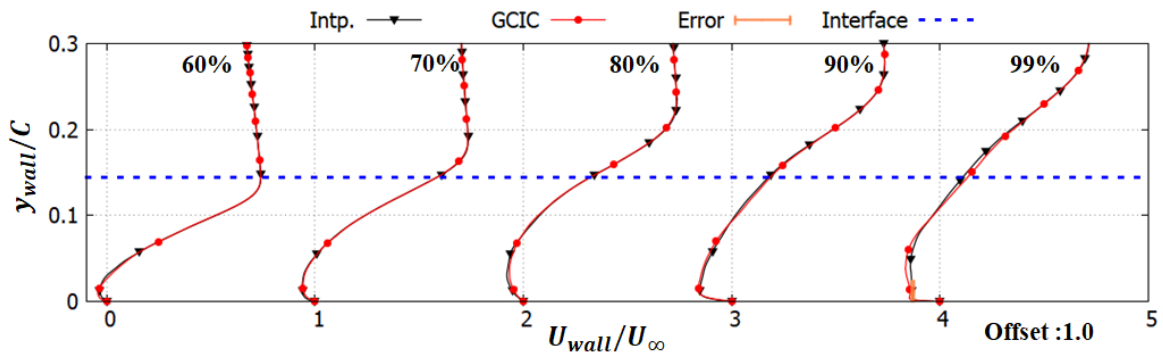
4.5.3 解析結果

ブロック境界の影響が存在し得る位置を探るために、Fig. 4.33 に両ケースにおける平均マッハ数分布およびブロック境界条件を適用するブロック境界を示す。翼 Mid-Chord から剥がれた翼 Suction Side の流れがブロック境界を通過する。また、後流もブロック境界を通過することになる。Mid-Chord から剥がれた流れは前章で示したように剥離せん断層であり、後流は大規模剥離渦が存在する領域である。

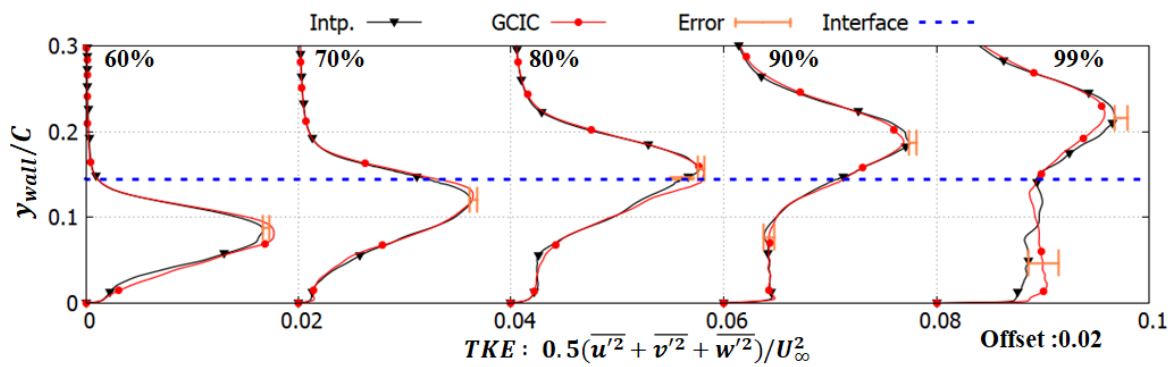
翼 Suction Side における両ケースの比較を行うために、Suction Side 翼面上の 60%コード位置から 99%コード位置における、乱流運動エネルギー、レイノルズ応力の比較図を Fig. 4.34 に示し、ブロック境界の位置を青い破線で表示する。流速分布 (Fig. 4.34 (a)) の比較図において両ケースの違いは 99% 位置における壁面近傍 ($y_{wall}/C = 0.05$) およびブロック境界付近 ($y_{wall}/C = 0.15$) において現れているが、他の位置では両ケースにおける流速分布の違いは見られていない。

乱流運動エネルギー分布 (Fig. 4.34 (b)) では、60%、70%位置において乱流運動エネルギーのピークは統計誤差内に収まっているが、80% におけるブロック境界付近 ($y_{wall}/C = 0.15$) において有意な差が見られる。剥離せん断層がブロック境界を通過した後 90%、99% 位置でも Intp. Case の方が若干大きくなっている。レイノルズ応力分布 (Fig. 4.34 (c)) においても乱流運動エネルギーの分布と同様に 80% から 99% 位置におけるピークにおいて両ケースの違いが現れ、剥離せん断層付近において Intp. Case の値が大きくなっている。

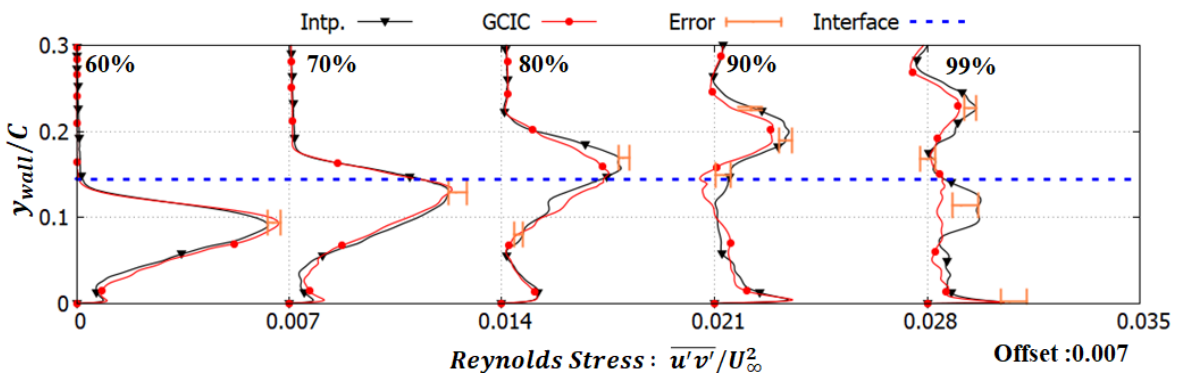
Mid-Chord から翼後縁までの流れ場の比較では、乱流運動エネルギーやレイノルズ応力の分布からブロック境界が乱流運動に影響することが確認されているものの、流速分布においては大きい違いは見られていない。つまり、ブロック境界条件は剥離せん断層流れ場に大きく影響しないことが確認されている。



(a) Mean Wall Normal Mean Wall Normal Tangential Velocity Profiles at 60% to 99% Chordwise Locations



(b) Mean Wall Normal Mean TKE Profiles at 60% to 99% Chordwise Locations



(c) Mean Wall Normal Mean Reynolds Stress Profiles at 60% to 99% Chordwise Locations

Fig. 4.34 Profiles of the (a) Tangential Velocity, (b) TKE, and (c) Reynolds Stress at 60%, 70%, 80%, 90%, and 99% Chordwise Locations

翼後縁から発生する大規模剥離渦におけるブロック境界条件の影響を調べるために Fig. 4.35 に翼後縁から 0.05C, 0.15C, 0.25C だけ離れた位置における全圧損失, 乱流運動エネルギー, レイノルズ応力の比較図を示す. 全圧損失の場合 (Fig. 4.35, (a)), 全位置において両ケースに大きな違いは見られていない. 乱流運動エネルギーの場合 (Fig. 4.35, (b)), 105% 位置における後流中心部($y_{Pitch}/Pitch = 0.2$) においては統計誤差内に収まっているが, ブロック境界を通過した後の 115% 位置の後流中心部 ($y_{Pitch}/Pitch = 0.3$) において GCIC Case が Intp. Case より大きい乱流運動エネルギーのピークが現れている. レイノルズ応力 (Fig. 4.35, (c)) についても同じく, 115% 位置における後流中心部 ($y_{Pitch}/Pitch = 0.3$) や, 125% における後流中心部 ($y_{Pitch}/Pitch = 0.5$) において GCIC Case の値が大きい結果が示されている.

大規模剥離渦が通過するブロック境界付近の結果の比較では, 大規模剥離渦が形成される位置に近い 105% 位置では両ケースの結果は統計誤差内に収まっているが, 大規模剥離渦がブロック境界を通過した後の下流側である 115%, 125% 位置では後流中心部のピークが GCIC Case において大きい結果が得られている. 後流の中心部は大規模剥離渦の中心部であるため, 大規模剥離渦の中心部にブロック境界条件が影響していると言える.

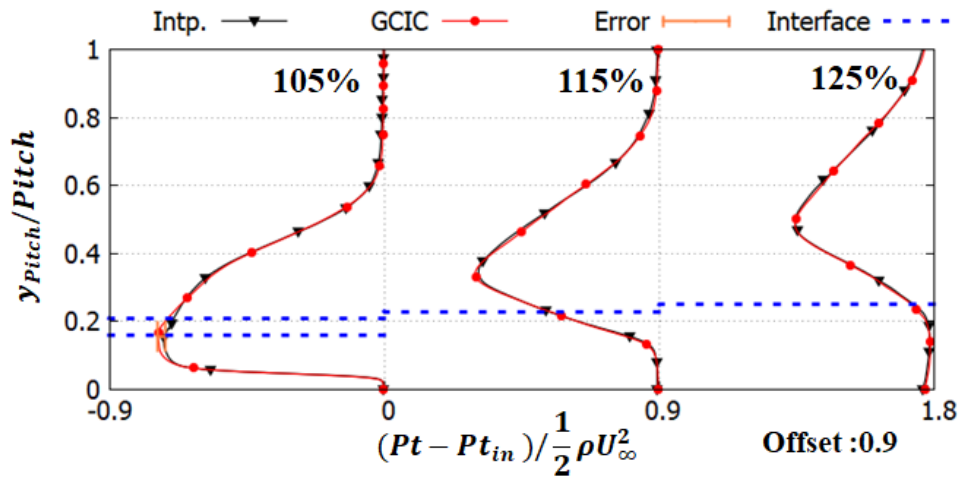
翼後縁近傍におけるブロック境界と翼後縁近傍流れ場における関係を調べるために, Fig. 4.36 に両ケースにおける平均流速ベクトルを示す. Mid-Chord から翼後縁までは時計回りに回転する大きな渦が現れている. また, 翼後縁から下流側において反時計回りに回転する大きな渦が現れている. 前者は剥離せん断層領域の渦であり, 後者は大規模剥離渦である. これらの大きい 2 種類の渦はブロック境界を通過しながら回転する.

これらの 2 種類の渦におけるブロック境界条件の影響を調べるために, Swirl Velocity および C_p の比較図を Fig. 4.37 に示す. 剥離せん断層の渦中心近傍 (Fig. 4.37, (b), $y/C = 0.06$, $x_{TE}/C = -0.1$) における Swirl Velocity のピークの絶対値では GCIC Case が Intp. Case より大きい結果が得られている. C_p 分布においては渦中心部を意味する C_p の最低値近傍において GCIC Case が Intp. Case より小さくなっている. 大規模剥離渦における渦中心近傍 (Fig. 4.38, (c), $y/C = 0.14$, $x_{TE}/C = 0.05$) においても同じく Swirl Velocity のピークの絶対値において GCIC Case が Intp. Case より大きい結果が得られており, C_p 分布においては渦中心部を意味する C_p の最低値近傍において GCIC Case が Intp. Case より小さい結果が得られている. ブロック境界条件の精度が低い Intp. Case において渦中心部における圧力の上昇および Swirl Velocity のピーク値が低下していることから, ブロック境界条件の影響により渦中心部の強度が低下していることが確認されている.

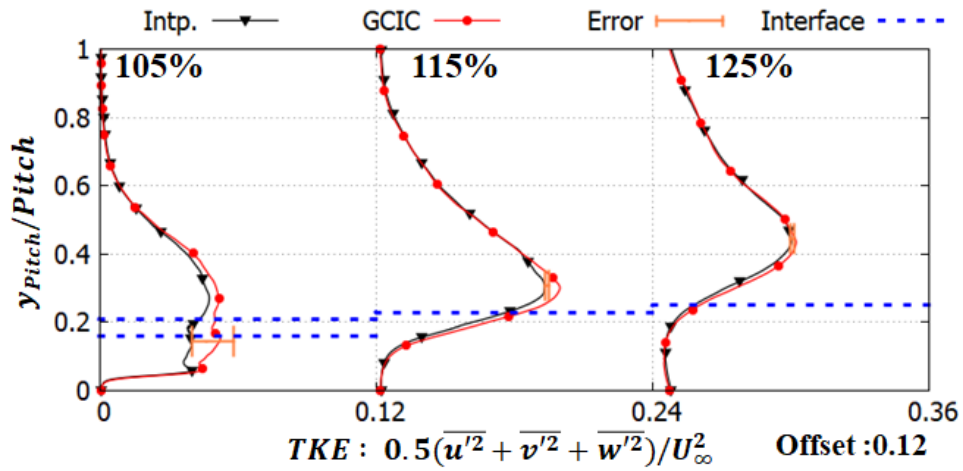
ブロック境界条件の影響により, Intp. Case において渦の中心部は弱くなっているが, Fig. 4.35 (a) に示されているように全圧損失は両ケースにおいて大きく変わらない結果が得られている. ブロック境界条件の影響は局所的に存在しているが, その影響が大きくないと言える.

ブロック境界条件が翼列の平均流に及ぼす影響を調べるために, Fig. 4.38 に両ケースにおける Profile Loss および転向角 ϵ の計算結果を示す. Profile Loss および転向角の結果は両ケースにおいて統計誤差内に収まっており, 違いが見られていない. ブロック境界条件による影響が翼列の平均流には大きく影響しないことが確認されている.

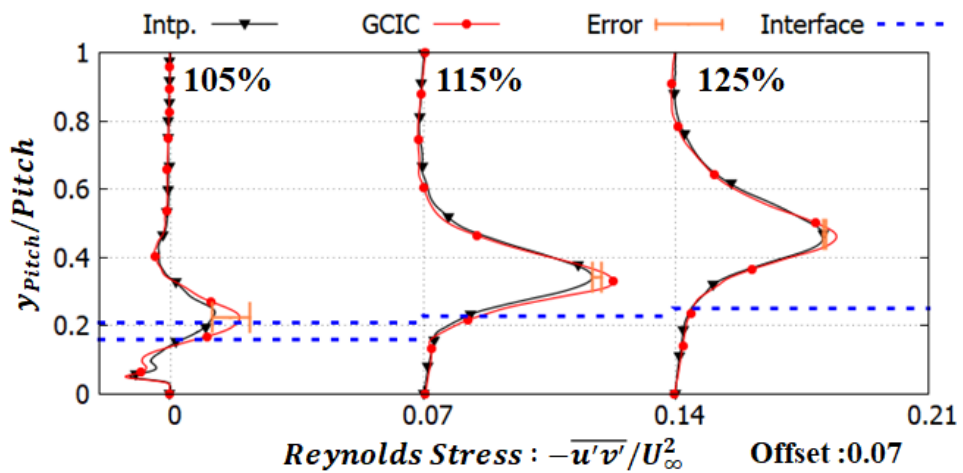
以上の結果から, 大規模剥離渦が含まれている複雑な翼列流れ場におけるブロック境界条件の影響は, 大規模剥離渦の中心部における渦と強度には影響することが確認された. ブロック境界条件により影響された渦の中心部における圧力の変化は局所的に現れるものの, 全圧損失に及ぼす影響は小さいことが確認された. 渦中心部における局所的な影響は翼列の Profile Loss や転向角の予測結果に及ぼす影響が小さいことが確認された.



(a) Mean Pitchwise Total Pressure Loss Profiles

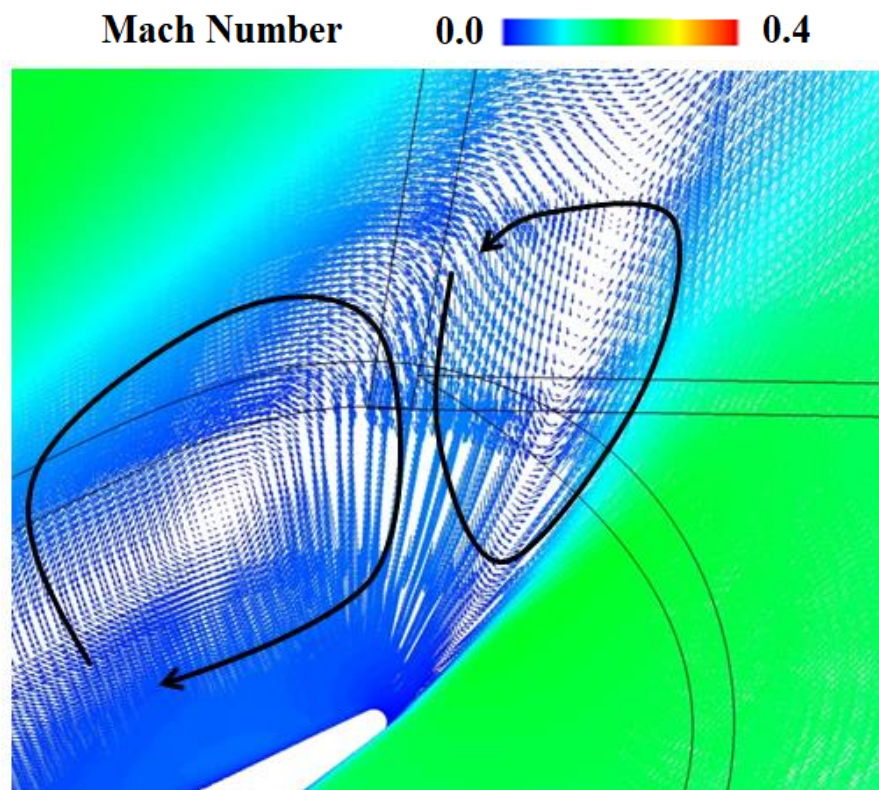


(b) Mean Pitchwise TKE Profiles

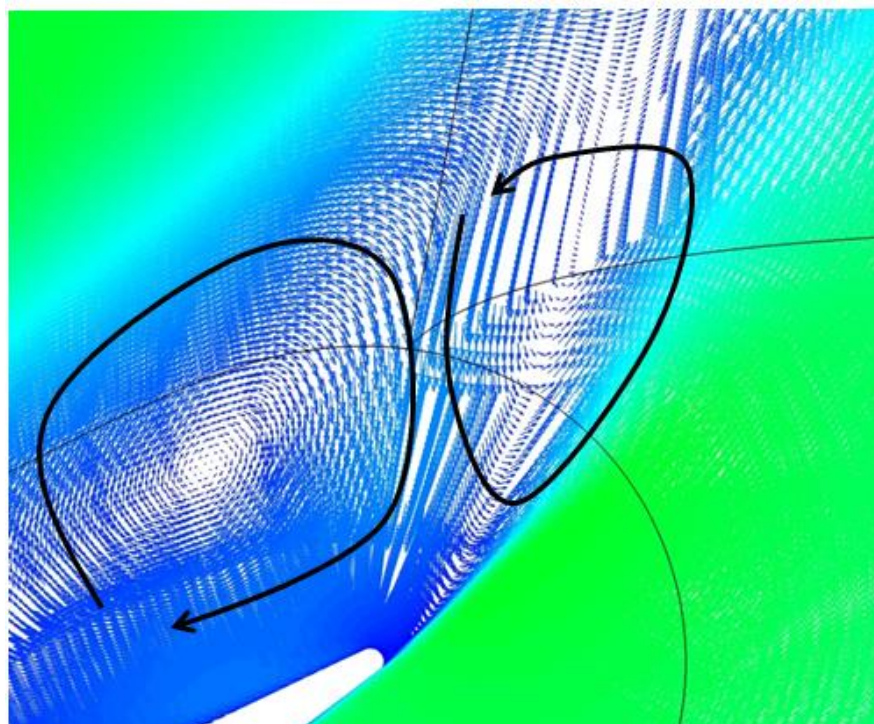


(c) Mean Pitchwise Reynolds Stress Profiles

Fig. 4.35 Profiles of the (a) Total Pressure Loss, (b) TKE, and (c) Reynolds Stress at 0.05, 0.15, and 0.25 Chord Downstream of the Trailing Edge

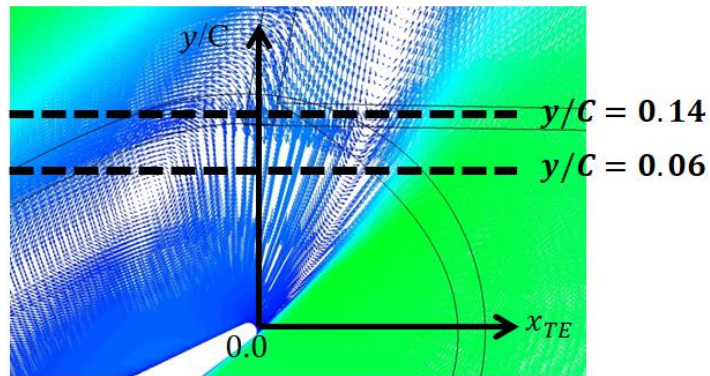


(a) Intp. Case

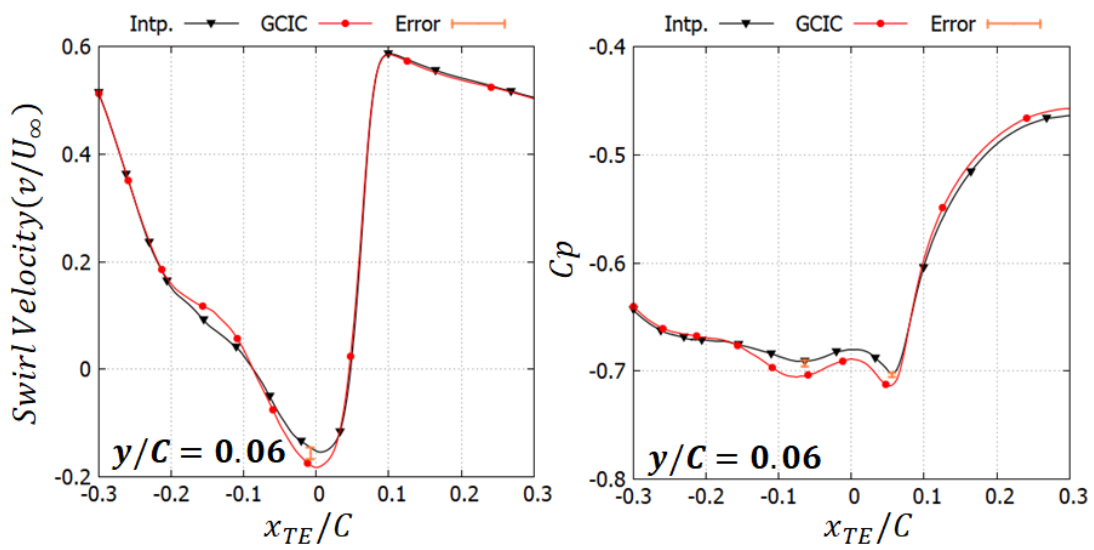


(b) GCIC Case

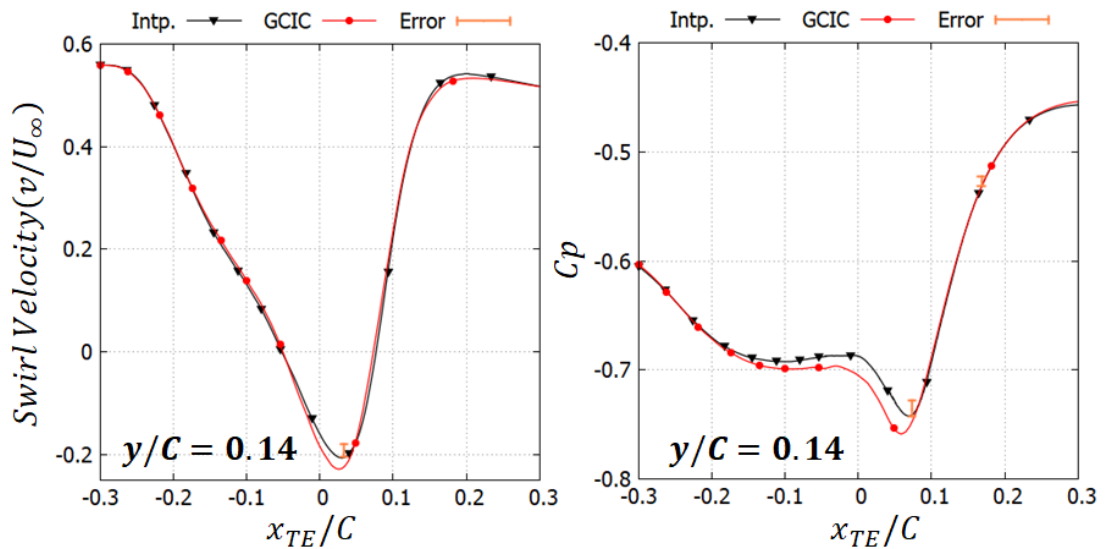
Fig. 4.36 Mean Velocity Vectors around Trailing Edge and Block Interfaces, (a) Intp. Case and (b) GCIC Case, Colored with Mach Number



(a) Plotting Postions

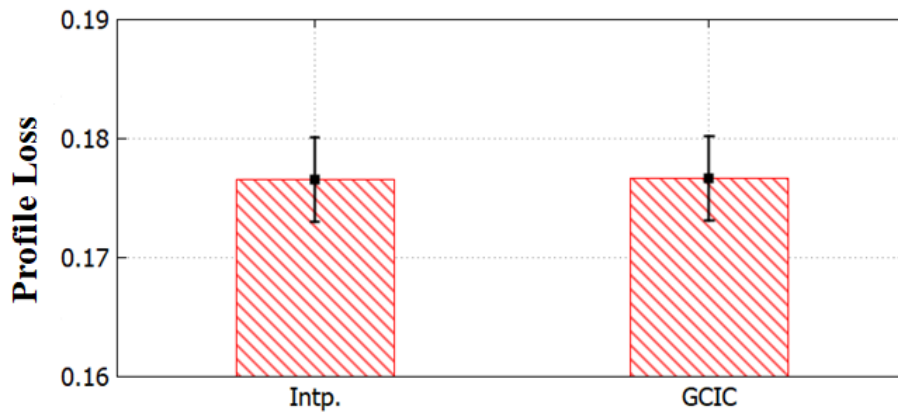


(b) Swirl Velocity and Cp Distributions at $y/C = 0.06$

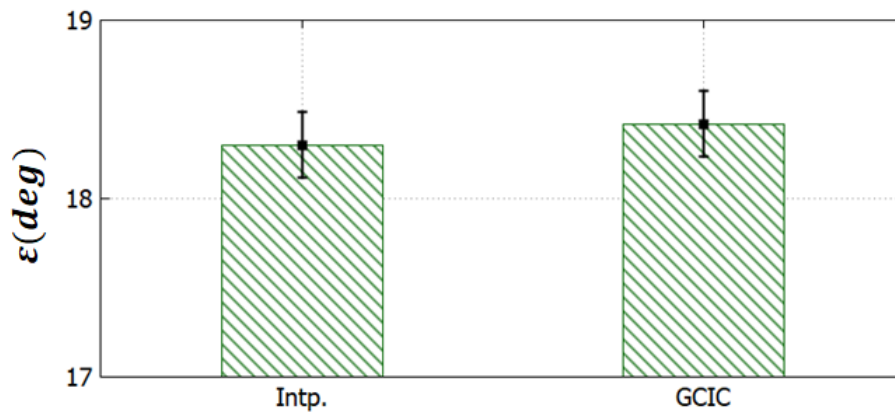


(c) Swirl Velocity and Cp Distributions at $y/C = 0.14$

Fig. 4.37 Swirl Velocity and Cp Distributions around Trailing Edge



(a) Profile Loss



(b) Deflection Angle

Fig. 4.38 Comparisons of the Predicted Cascade Performances, (a) Profile Loss, (b) Deflection Angle

4.6 結果のまとめおよび考察

本章では大規模剥離渦が含まれている翼列失速流れ場において LES 解析における解析パラメータの影響を調べることを目的として、入口乱れ、出口境界条件、解析空間のスパン方向長さ、単位解析時間あたりの Low-Pass Filter 適用回数、ブロック境界条件をパラメータとし、解析パラメータを変更した LES 解析を行った。各パラメータの影響に関する結果のまとめ及び考察を以下に示す。

4.6.1 入口乱れ

入口乱れは過去の研究より層流剥離渦の大きさ、壁面付着乱流境界層、壁面摩擦に影響することが知られている [26], [27]。入口乱れが存在する場合、層流剥離渦の大きさが減少し、壁面乱流境界層の厚さや壁面摩擦も同様に減少する。また、壁面摩擦の減少は全圧損失の減少にも繋がる。本研究における解析結果でも同じく、入口乱れありの解析ケースにおいて翼前縁近傍での層流剥離渦長さ、壁面乱流境界層厚さ、壁面摩擦係数が減少する結果が得られている。

壁面乱流境界層が剥がれ、剥離せん断層を形成する位置ではその差が見えなくなる。これは Mid-Chord から翼後縁まで形成されている剥離せん断層領域での平均量や乱流統計量の比較図 (Fig. 4.6) から確認できる。

大規模剥離渦が形成される翼後縁位置から下流までの全圧損失の分布 (Fig. 4.7 (a)) では、翼の Suction Side から繋がる位置 ($y_{Pitch}/Pitch = 0.5 \sim 0.8$) において、Inlet Turb. Case が No Inlet Turb. Case より損失が減少する結果が得られている。Inlet Turb. Case では翼前縁近傍の壁面乱流境界層による壁面摩擦が入口乱れの影響により減少し、全圧損失も減少していると思われる。翼後縁側における乱流運動エネルギー (Fig. 4.7 (b)) やレイノルズ応力 (Fig. 4.7 (c)) の分布では後流中心部で両ケースの違いが見えないことから、本研究において設定している解析条件下では、入口乱れの大規模剥離渦への影響は大きくない結果が得られている。

入口乱れによる翼 Suction Side の全圧損失の減少により、Profile Loss の計算結果も Inlet Turb. Case において減少する (Fig. 4.8 (a))。一方、転向角に最も影響する大規模剥離渦に入口乱れは影響しないため、転向角は両ケースの違いが見られない (Fig. 4.8 (b))。本研究において付加している翼コード長 2% スケールの入口乱れは、翼前縁近傍流れにおいて大規模剥離渦に比べて小スケールである層流剥離渦、乱流渦などへの影響が大きいのに対し、大スケールの翼後縁近傍大規模剥離渦への影響は小さいことから、入口乱れの影響は同スケールの流れに限られていると思われる。

本研究において解析対象とする翼列失速流れ場では、壁面乱流境界層は翼前縁から 40% コード位置まで翼壁面上に付着されており、その後翼壁面から剥がれる。壁面乱流境界層が翼壁面に付着している距離が付着境界層翼列流れ場に比べ短くなっているが、入口乱れによる壁面乱流境界層への影響は流れ場の全圧損失に有意な影響を及ぼすことが確認された。

上記の結果から、入口乱れは大規模剥離渦が存在する翼列流れ場においても、壁面乱流境界層が発達する領域では過去の知見と同じく影響することが確認された。また、その影響は壁面付着境界層領域において限られており、壁面から剥がれている剥離せん断層や大規模剥離渦への影響は大きいことが明らかになった。付着壁面乱流境界層の割合が比較的小さい翼列流れ場においても付着壁面乱流境界層は流れ場全体に対する全圧損失に大きな割合を占めており、LES 解析を用いた翼列における損失に関する解析を行う際には入口乱れ影響を無視してはいけない。

4.6.2 出口境界条件の影響

出口境界条件は過去の研究より出口境界からの反射に影響することが分かっている。出口境界における反射が減衰されない場合、出口境界からの反射により圧力変動が大きくなり、その影響は特に翼列流れ場の翼後縁近傍に大きく影響することが知られている [30]。本研究における解析結果では、出

口境界までの距離が短い No Buffer Case における圧力変動を Buffer Case と比較した際に (Fig. 4.11) 翼前縁から翼 Mid-Chord 位置まで No Buffer Case の圧力変動が大きくなっている。しかし大規模剥離渦形成される翼後縁近傍から下流においては出口境界からの反射による圧力変動よりも大規模剥離渦による圧力変動が大きく、出口境界からの反射による圧力変動は目立たない (Fig. 4.11 (b))。両ケースにおける圧力変動による流れ場の平均量への影響も目立たなく、翼面上 10% から 90% 位置までの流速、乱流運動エネルギー、レイノルズ応力の分布に大きな違いは現れていない (Fig. 4.12)。この結果から、出口からの反射による圧力変動は本研究において解析対象とする大規模剥離渦が存在する翼列流れ場には大きく影響しないことが分かる。

一方、翼後縁から下流位置(105%, 115%, 125%) では、後流中心部の乱流運動エネルギー、レイノルズ応力の分布の比較から (Fig. 4.13), No Buffer Case は Buffer Case より大規模剥離渦の強度が弱くなっていることが分かる。これは、出口境界近傍 (130%, 140%, 149%) の全圧損失、乱流運動エネルギー、レイノルズ応力の分布 (Fig. 4.14) と対応している。149%位置における後流中心部の全圧損失が No Buffer Case において大きく減少していることが確認されている (Fig. 4.14 (a))。乱流運動エネルギー (Fig. 4.14 (b)) やレイノルズ応力 (Fig. 4.14 (c)) についても、後流中心部におけるピーク値の減少が 140%位置および 149%位置で見られる。

Fig. 4.15 に示されているように、出口境界までの距離が短い No Buffer Case では、出口境界において固定されている静圧が大規模剥離渦に直接影響していると思われる。これらの結果より、出口境界までの距離が短い場合、出口境界において固定されている静圧が大規模剥離渦を抑制していると思われる。抑制されている大規模剥離渦は流れ場の全圧損失を減少させ、No Buffer Case において Buffer Case より減少した Profile Loss の結果が得られている (Fig. 4.16 (a))。

上記の結果から、出口境界からの距離は大規模剥離渦が存在する翼列流れ場において圧力変動に影響するが、圧力変動による流れ場の平均量への影響は大きくないことが確認された。過去の知見における翼後縁近傍で現れる圧力変動による影響は、本研究においては現れなかった。その理由は、本研究において解析対象とする流れ場では翼後縁近傍に存在する大規模剥離渦による圧力変動が出口境界からの反射による圧力変動より大きいと思われる。また、出口境界までの距離が短い場合、出口境界において固定されている静圧の影響を受け、大規模剥離渦が抑制されることが確認された。抑制された大規模剥離渦は流れ場における全圧損失を減少させることが明らかになった。これにより、大規模剥離渦が存在する翼列流れ場においては出口境界条件から発生する流れ場への影響が翼後縁近傍の大規模剥離渦および翼列の全圧損失に影響するため、流れ場への影響を考慮した出口境界の位置や出口境界条件の設定が必要であることが示された。

4.6.3 スパン方向解析空間幅

過去の単独翼周り流れ場に関する研究より、スパン方向解析空間幅は大規模剥離渦の減衰に影響することが知られている。大規模剥離渦のスパン方向成分は大規模剥離渦の減衰に影響するため、大規模剥離渦のスパン方向成分を解像するために必要な解析空間が確保されない場合、大規模剥離渦の減衰率が減少することが確認されている [23], [24]。

本研究において解析対象とする大規模剥離渦が存在する翼列流れ場においても同じ結果が得られている。翼後縁近傍 (105%, 115%, 125%) における後流の中心部においてスパン方向解析空間幅が長い 0.2 Span Case で全圧損失、乱流運動エネルギー、レイノルズ応力の分布が減少した (Fig. 4.20)。また、速度変動の比較図 (Fig. 4.21) から後流中心部の位置におけるスパン方向速度変動成分 w' が 0.2 Span Case で増加しており、大規模剥離渦の回転方向速度変動成分 u', v' は 0.2 Span Case で減少している。過去の研究による知見と同様に、スパン方向解析空間幅が短い 0.1 Span Case の場合、大規模剥離渦のスパン方向成分が十分解像されず、解像されていないスパン方向成分 w' が大規模剥離渦の回転方向成分 u', v' に変換されていると思われる。

この結果より、流れ角が制限されている翼列流れ場においてもスパン方向解析空間幅の影響は単独翼周り流れ場における過去の知見と同じ結果が得られることが示された。また、スパン方向解析空間幅の影響による大規模剥離渦への影響により、スパン方向解析空間幅が短い 0.1 Span Case において Profile Loss, 転向角が増加する結果が得られている (Fig. 4.23)。大規模剥離渦の回転方向速度変動 u', v' に変換されているスパン方向速度変動 w' の影響により後流での混合が加速され、その混合による損失が増加していると思われる。転向角についても同様に、回転方向の速度変動 u', v' の増加により大規模剥離渦が強化されていることから、スパン方向解析空間幅が短い 0.1 Span Case において転向角が増加する結果が得られている。

上記の結果から、大規模剥離渦が存在する翼列流れ場においてスパン方向解析空間幅が不十分な場合は大規模剥離渦の回転方向速度変動が増加することによって大規模剥離渦が強化され、翼列の全圧損失および転向角の両方を増加させることが明らかになった。これにより、大規模剥離渦が存在する翼列流れ場の解析において剥離渦のスケールに対応する解析空間が確保されない場合は、翼列平均流に関する予測結果に有意な影響を及ぼすため、信頼性のある LES 解析結果を得るためには大規模剥離渦のスパン方向成分が解像できる十分なスパン方向解析空間幅を確保する必要がある。

4.6.4 単位解析時間あたり Low-Pass Filter の適用回数

単位解析時間あたりの Low-Pass Filter 適用回数は、Low-Pass Filter による乱流渦の減衰に影響することが過去の研究から知られている [13]。本研究において解析対象とする大規模剥離渦が存在する翼列流れ場において、単位解析時間あたり Low-Pass Filter の適用回数が多い Half CFL Case において大規模剥離渦の強さが減少していることが、翼後縁近傍における後流の中心部の全圧損失、乱流運動エネルギー、レイノルズ応力の分布から確認されている (Fig. 4.28)。この結果により、単位解析時間あたり Low-Pass Filter の適用回数が多い Half CFL Case における大規模剥離渦は Low-Pass Filter の影響により弱められ、その影響により Profile Loss および転向角が両方減少した結果が得られている (Fig. 4.30)。

一方、翼前縁近傍に存在する壁面乱流境界層や Mid-Chord 領域に存在する剥離せん断層においては Low-Pass Filter の影響が目立たない (Fig. 4.25, 4.26, 4.27)。これは Low-Pass Filter の乱流遷移への影響に関する過去の知見 [55] から説明することができる。Low-Pass Filter が強くかけられた場合、乱流遷移が遅くなり遷移点が下流側に移動するが、壁面乱流境界層が十分発達した領域においては乱流渦が十分に成長しているため Low-Pass Filter の影響が現れないことが過去の研究から報告されている。壁面乱流境界層は遷移点近傍において乱流運動エネルギー、レイノルズ応力が最大となり発達していくことによって減少していくため、遷移点が下流側に移動すると壁面乱流境界層内の同じ位置における乱流運動エネルギー、レイノルズ応力に違いが現れることになる。

Half CFL Case における乱流遷移点は Default Case より下流側に移っていることが翼コード 10%位置における乱流運動エネルギー、レイノルズ応力の分布 (Fig. 4.26) から推定できる。翼コード 10%位置では、乱流運動エネルギー、レイノルズ応力のピーク値が Half CFL Case において Default Case より若干大きくなっている。遷移点が下流に移動した影響によって、Half CFL Case では翼コード 10%位置において乱流運動エネルギー、レイノルズ応力が大きくなっている。しかしその影響は本研究における解析条件下では大きくないため、翼前縁近傍における流速分布には違いが見られず、乱流運動エネルギー、レイノルズ応力にのみにおいて若干の違いがみられている。

剥離せん断層領域である翼コード 50%位置においても、Low-Pass Filter の影響は見られていない (Fig. 4.27)。剥離せん断層における乱流渦は既に十分に発達したものであるため Low-Pass Filter による減衰が現れていないと思われる。Low-Pass Filter の影響は大規模剥離渦が形成される領域 (Fig. 4.28) において再度現れ、大規模剥離渦に影響している。

上記の結果から、大規模剥離渦が存在する翼列流れ場において単位解析時間あたり Low-Pass Filter の適用回数は、翼前縁近傍における乱流遷移、大規模剥離渦の強度に影響することが確認された。付

着境界層では、乱流渦が十分発達している場合 Low-Pass Filter の影響が現れないという過去の知見と同様な結果が得られている。また、Low-Pass Filter の適用回数は乱流渦が十分発達している剥離せん断層領域において乱流渦を減衰させないことが確認された。最後に、Low-Pass Filter の適用回数は大規模剥離渦の形成時に影響することで Profile Loss および転向角の予測結果に影響することが明らかになった。翼列の平均流に対する Low-Pass Filter の影響は大規模剥離渦への影響によるものであるため、大規模剥離渦が含まれている翼列流れ場解析を行う際には付着境界層における解析より慎重に考慮する必要があることが示された。

4.6.5 ブロック境界条件

ブロック境界条件は渦がブロック境界を通過する際に渦の強度に影響し、精度が低いブロック境界条件は渦の強度を弱くすることが過去の研究から知られている [15]。本研究において解析対象とする大規模剥離渦が存在する翼列流れ場において、ブロック境界の剥離渦への影響は過去の知見と同じく現れている。ブロック境界条件の精度が高い GCIC Case において精度が低い Intp. Case より渦の強度を表す Swirl Velocity や渦中心部の静圧のピークの絶対値が大きい結果が得られている (Fig. 4.37)。

両ケースにおける渦中心部の強度の違いは、翼後縁近傍 (105%, 115%, 125%) での後流の中心部の全圧損失、乱流運動エネルギー、レイノルズ応力の分布からも確認されている (Fig. 4.35)。GCIC Case の後流中心部における全圧損失、乱流運動エネルギー、レイノルズ応力は、Intp. Case よりも大きくなっている。一方、ブロック境界条件に影響された弱化された渦の中心部は Profile Loss および転向角に大きく影響しないことが確認されている (Fig. 4.38)。

上記の結果から、大規模剥離渦が存在する翼列流れ場においてブロック境界条件は剥離渦の強度に影響することが確認された。この結果は、ブロック境界条件に関する渦移流解析に関する過去の結果と同様な結果である。ブロック境界条件が渦に及ぼす影響により流れ場の局所的な違いは現れているものの、Profile Loss および転向角の翼列平均流には有意な影響が現れないことが明らかになった。この結果より、大規模剥離渦が存在する翼列流れ場の解析においてブロック境界条件は翼列流れ場内の局所的な流れ場に注目する場合にはブロック境界条件の影響を考慮し、翼列の平均流に注目する場合には優先順位を下げてもいいことが示された。

4.7 本章のまとめ

以上の結果および考察から、本研究において解析対象とする大規模剥離渦が存在する翼列流れ場における解析パラメータの影響について過去の知見が適用可能な場合○、適用不可能な場合×、新しい知見が得られている場合は△にして整理すると以下の Table 4.9 のようにまとめることができる。

Table 4.9 Summary of the Calculation Results

	流れ場に及ぼす影響			翼列の平均流に及ぼす影響	
	L.E.	Mid-Chord	T.E.	Loss	Deflection Angle
入口乱れ	○	△	△	△	△
出口境界条件	△	△	×	△	△
スパン方向解析空間幅	○	○	○	△	△
単位解析時間あたりの Low-Pass Filter	○	×	○	△	△
ブロック境界条件	○	△	○	△	△

過去の知見が適用可能：○，適用不可能：×，新しい知見：△

第5章 結論

大規模剥離渦が存在する翼列失速流れ場における、LES 解析の解析パラメータの影響について調べた結果、以下のような結論を得た。

大規模剥離渦が存在する翼列失速流れ場でも、過去の単純な流れ場における解析パラメータの影響に関する知見がそのまま適用できる場合が存在する。

- 入口乱れは翼前縁近傍における乱流遷移、壁面乱流境界層、壁面摩擦に影響する。
- スパン方向解析空間幅は大規模剥離渦の強度に影響する。
- 単位解析時間あたり Low-Pass Filter の適用回数は、翼前縁近傍における乱流遷移および大規模剥離渦の強度に影響する。
- ブロック境界条件は、大規模剥離渦がブロック境界を通過する際にその強度に影響する。

大規模剥離渦が存在する翼列失速流れ場において、過去の単純な流れ場における解析パラメータの影響に関する知見がそのまま適用できない場合が存在することが明らかになった。

- 出口境界条件の影響は、出口境界からの反射による圧力変動が及ぼす流れ場への影響より、出口境界条件として固定している静圧の影響の方が大きい。
- 単位解析時間あたり Low-Pass Filter の適用回数は、乱流渦が十分発達している剥離せん断層領域において乱流渦を減衰させない。

大規模剥離渦が存在する翼列失速流れ場において、翼列の平均流に対する解析パラメータの影響について以下の新しい知見が得られた。

- 入口乱れは Mid-Chord における剥離せん断層や大規模剥離渦に大きく影響しない。大規模剥離渦への影響が小さいため、転向角に影響しない。
- 出口境界までの距離が短い場合は、出口境界条件が大規模剥離渦に影響し、翼列における全圧損失、転向角に影響する。
- 解析空間のスパン方向長さは大規模剥離渦の強度に影響し、翼列における全圧損失や転向角に影響する。
- 単位解析時間あたり Low-Pass Filter の適用回数は大規模剥離渦の強度に影響し、翼列の全圧損失や転向角に影響する。
- ブロック境界条件は大規模剥離渦の中心部における強度に影響するが、全圧損失や転向角への影響は大きくない。

これらの結果から LES 解析における解析パラメータの影響に関する過去の知見は、大規模剥離渦が存在する翼列流れ場に適用可能である場合、適用不可能である場合両方存在することが明らかになった。また、解析パラメータの大規模剥離渦への影響が翼列の平均流の予測結果に大きく影響することが明らかになった。

以上の結果から大規模剥離渦が存在する翼列流れ場において、信頼性のある LES 解析結果を得るためには、以下の解析パラメータの影響を慎重に考慮する必要があることが示された。

- 付着壁面乱流境界層の割合が比較的小さい翼列流れ場においても、境界層損失は流れ場全体の全圧損失の大きな割合を占めており、入口乱れの壁面乱流境界層への影響を無視してはいけない。
- 大規模剥離渦が存在する翼列流れ場においては、出口境界までの距離が近いと剥離渦が出口境界条件の影響を受けやすくなり、流れ場への影響を考慮した出口境界の位置や出口境界条件の設定が必要である。
- スパン方向解析空間幅は、大規模剥離渦が存在する翼列流れ場の解析において大規模剥離渦に影響することにより翼列平均流に有意な影響を及ぼすため、十分なスパン方向解析空間幅の確保が必要である。
- 単位解析時間あたり Low-Pass Filter の適用回数は、付着境界層よりも大規模剥離渦に大きく影響するので、付着境界層翼列流れ場に関する解析よりもさらに Low-Pass Filter の影響について考慮する必要がある。
- 大規模剥離渦が存在する翼列流れ場の解析において、翼列流れ場内の局所的な流れ場に注目する場合にはブロック境界条件の影響を考慮する必要があり、翼列の平均流に注目する場合には優先順位を下げてもいい。

以上の結論から大規模剥離渦が含まれている翼列流れ場における LES 解析を実行する際に解析パラメータの影響が解析結果に有意な影響を及ぼすことが示された。また、これらの結果から大規模剥離渦が含まれている翼列流れ場に関する LES 解析を行う際に解析パラメータの選択および解析結果の検討に必要な情報を示した。

参考文献

- [1] G. G. Fleming and U. Ziegler, “Environmental Trends in Aviation to 2050,” *ICAO Environ. Rep.*, 2016.
- [2] M. Inoue and M. Kuroumaru, “Structure of Tip Clearance Flow in an Isolated Axial Compressor Rotor,” *J. Turbomach.*, vol. 111, pp. 250–256, 1989.
- [3] F. Gao *et al.*, “Large-eddy simulation of 3-D corner separation in a linear compressor cascade,” *Phys. Fluids*, vol. 27, 2015.
- [4] N. Gourdain, F. Sicot, F. Duchaine, and L. Gicquel, “Large Eddy Simulation of Flows in Industrial Compressors : A Path from 2015 to 2035,” *Philos. Trans. R. Soc. London*, vol. 372, 2015.
- [5] G. Erlebacher, M. Y. Hussaini, C. G. Speziale, and T. A. Zang, “Toward the Large-Eddy Simulation of Compressible Turbulent Flows,” *J. Fluid Mech.*, vol. 238, pp. 155–185, May 1992.
- [6] W. Rodi, “Comparison of LES and RANS Calculations of the Flow around Bluff Bodies,” *J. Wind Eng. Ind. Aerodyn.*, vol. 69–71, pp. 55–75, Jul. 1997.
- [7] N. Gourdain, “Prediction of the Unsteady Turbulent Flow in an Axial Compressor Stage. Part 1: Comparison of Unsteady RANS and LES with Experiments,” *Comput. Fluids*, vol. 106, pp. 119–129, 2015.
- [8] W. A. McMullan and G. J. Page, “Towards Large Eddy Simulation of Gas Turbine Compressors,” *Prog. Aerosp. Sci.*, vol. 52, pp. 30–47, 2012.
- [9] G. Medic, V. Zhang, G. Wang, J. Joo, and O. P. Sharma, “Prediction of Transition and Losses in Compressor Cascades Using Large-Eddy Simulation,” *J. Turbomach.*, 2016.
- [10] J. Poggie, N. J. Bisek, and R. Gosse, “Resolution effects in compressible, turbulent boundary layer simulations,” *Comput. Fluids*, vol. 120, pp. 57–69, Oct. 2015.
- [11] S. Rezaeiravesh and M. Liefvendahl, “Effect of grid resolution on large eddy simulation of wall-bounded turbulence,” *Phys. Fluids*, vol. 30, no. 5, pp. 1–27, 2018.
- [12] H. Choi and P. Moin, “Effects of the Computational Time Step on Numerical Solutions of Turbulent Flow,” *J. Comput. Phys.*, vol. 113, no. 1, pp. 1–4, Jul. 1994.
- [13] A. K. Edoh, N. L. Mundis, C. L. Merkle, A. R. Karagozian, and V. Sankaran, “Comparison of artificial-dissipation and solution-filtering stabilization schemes for time-accurate simulations,” *J. Comput. Phys.*, vol. 375, pp. 1424–1450, Dec. 2018.
- [14] Z. J. Wang *et al.*, “High-order CFD methods: current status and perspective,” *Int. J. Numer. Methods Fluids*, vol. 72, no. 8, pp. 811–845, Jul. 2013.
- [15] S. E. Sherer and J. N. Scott, “Development and Validation of a High-Order Overset Grid Flow Solver,” *AIAA Fluid Dyn. Conf. Exhib.*, vol. 32nd, 2002.
- [16] C. Meneveau and J. Katz, “Scale-Invariance and Turbulence Models for Large-Eddy Simulation,” *Annu. Rev. Fluid Mech.*, vol. 32, no. 1, pp. 1–32, Jan. 2000.
- [17] F. F. Grinstein, L. G. Margolin, and W. J. Rider, *Implicit Large Eddy Simulation*, vol. 9780521869, no. March. Cambridge: Cambridge University Press, 2007.
- [18] A. G. Kravchenko and P. Moin, “On the Effect of Numerical Errors in Large Eddy Simulations of Turbulent Flows,” *J. Comput. Phys.*, vol. 131, no. 2, pp. 310–322, Mar. 1997.
- [19] I. Mary and P. Sagaut, “Large Eddy Simulation of Flow Around an Airfoil Near Stall,” *AIAA J.*, vol. 40,

- no. 6, pp. 1139–1145, 2002.
- [20] C. P. Mellen, J. Frongrave, H. H. Hlich, and W. Rodi, “Lessons from LESFOIL Project on Large-Eddy Simulation of Flow Around an Airfoil,” *AIAA J.*, vol. 41, no. 4, pp. 573–581, 2003.
- [21] M. Sato, K. Asada, T. Nonomura, S. Kawai, and K. Fujii, “Large-Eddy Simulation of NACA 0015 Airfoil Flow at Reynolds Number of 1.6×10^6 ,” *AIAA J.*, vol. 55, no. 2, pp. 673–679, 2017.
- [22] P. Fernandez, N. C. Nguyen, and J. Peraire, “The hybridized Discontinuous Galerkin method for Implicit Large-Eddy Simulation of transitional turbulent flows,” *J. Comput. Phys.*, vol. 336, pp. 308–329, 2017.
- [23] M. R. Visbal and D. J. Garmann, “Analysis of Dynamic Stall on a Pitching Airfoil Using High-Fidelity Large-Eddy Simulations,” *AIAA J.*, vol. 56, no. 1, pp. 46–63, Jan. 2018.
- [24] H. Fukumoto, H. Aono, T. Nonomura, A. Oyama, and K. Fujii, “Significance of Computational Spanwise Domain Length on LES for the Flowfield with Large Vortex Structure,” *54th AIAA Aerosp. Sci. Meet.*, no. January, pp. 1–16, 2016.
- [25] J. S. Park, F. D. Witherden, and P. E. Vincent, “High-Order Implicit Large-Eddy Simulations of Flow over a NACA0021 Aerofoil,” *AIAA J.*, vol. 55, no. 7, pp. 2186–2197, 2017.
- [26] T. A. Zaki, J. G. Wissink, W. Rodi, and P. A. Durbin, “Direct numerical simulations of transition in a compressor cascade: The influence of free-stream turbulence,” *J. Fluid Mech.*, vol. 665, pp. 57–98, 2010.
- [27] S. Lardeau, M. Leschziner, and T. Zaki, “Large Eddy Simulation of Transitional Separated Flow over a Flat Plate and a Compressor Blade,” *Flow, Turbul. Combust.*, vol. 88, no. 1–2, pp. 19–44, Mar. 2012.
- [28] F. Hammer, N. Sandham, and R. Sandberg, “The Influence of Different Wake Profiles on Losses in a Low Pressure Turbine Cascade,” *Int. J. Turbomachinery, Propuls. Power*, vol. 3, no. 2, p. 10, Apr. 2018.
- [29] J. Leggett, S. Priebe, A. Shabbir, R. Sandberg, E. Richardson, and V. Michelassi, “Loss prediction in an axial compressor cascade at off-design incidences with free stream disturbances,” *J. Turbomach.*, vol. 140, 2018.
- [30] V. Granet, O. Vermorel, T. Léonard, L. Gicquel, and T. Poinso, “Comparison of Nonreflecting Outlet Boundary Conditions for Compressible Solvers on Unstructured Grids,” *AIAA J.*, vol. 48, no. 10, pp. 2348–2364, Oct. 2010.
- [31] M. R. Visbal and D. V. Gaitonde, “On the Use of Higher-Order Finite-Difference Schemes on Curvilinear and Deforming Meshes,” *J. Comput. Phys.*, vol. 181, no. 1, pp. 155–185, 2002.
- [32] C. J. Barnes and M. R. Visbal, “On the role of flow transition in laminar separation flutter,” *J. Fluids Struct.*, vol. 77, pp. 213–230, Feb. 2018.
- [33] J. SMAGORINSKY, “General Circulation Experiments with the Primitive Equations,” *Mon. Weather Rev.*, vol. 91, no. 3, pp. 99–164, Mar. 1963.
- [34] M. R. Visbal and D. V. Gaitonde, “High-order-accurate methods for complex unsteady subsonic flows,” *AIAA J.*, vol. 37, pp. 1231–1239, Jan. 1999.
- [35] M. R. Visbal and D. P. Rizzetta, “Large-Eddy Simulation on Curvilinear Grids Using Compact Differencing and Filtering Schemes,” *J. Fluids Eng.*, vol. 124, no. 4, 2002.
- [36] S. Kawai, S. K. Shankar, and S. K. Lele, “Assessment of localized artificial diffusivity scheme for large-eddy simulation of compressible turbulent flows,” *J. Comput. Phys.*, vol. 229, no. 5, pp. 1739–1762, Mar. 2010.
- [37] S. K. Lele, “Compact finite difference schemes with spectral-like resolution,” *J. Comput. Phys.*, vol. 103, pp. 16–42, 1992.
- [38] D. V. Gaitonde and M. R. Visbal, “High-Order Schemes for Navier-Stokes Equations: Algorithm and Implementation into FDL3DI,” *Tech. Rep. AFRL-VA-WP-TR-1998-3060*, 1998.

- [39] J. W. Kim and D. J. Lee, "Optimized Compact Finite Difference Schemes with Maximum Resolution," *AIAA J.*, vol. 34, no. 5, pp. 887–893, 1996.
- [40] J. W. Kim and D. J. Lee, "Implementation of boundary conditions for optimized high-order compact schemes," *J. Comput. Acoust.*, vol. 5, no. 2, pp. 177–191, 1997.
- [41] H. Nishida and T. Nonomura, "ADI-SGS scheme on ideal magnetohydrodynamics," *J. Comput. Phys.*, vol. 228, no. 9, pp. 3182–3188, 2009.
- [42] K. FUJII and S. OBAYASHI, "Practical applications of new LU-ADI scheme for the three-dimensional Navier-Stokes computation of transonic viscous flows," in *24th Aerospace Sciences Meeting*, 1986, pp. 0–11.
- [43] S. Yoon and A. Jameson, "Lower-upper Symmetric-Gauss-Seidel method for the Euler and Navier-Stokes equations," *AIAA J.*, vol. 26, no. 9, pp. 1025–1026, Sep. 1988.
- [44] S. CHAKRAVARTHY, "Relaxation methods for unfactored implicit upwind schemes," in *22nd Aerospace Sciences Meeting*, 1984.
- [45] S. Gottlieb and C. Shu, "Total variation diminishing Runge-Kutta schemes," *Math. Comput. Am. Math. Soc.*, vol. 67, no. 221, pp. 73–85, Jan. 1998.
- [46] G. Dhatt, G. Touzot, and E. Lefrançois, *Finite Element Method*. Hoboken, NJ, USA: John Wiley & Sons, Inc., 1984.
- [47] T. Sumi, T. Kurotaki, and J. Hiyama, "Generalized Characteristic Interface Conditions for High-Order Multi-Block Computation," *Int. J. Comput. Fluid Dyn.*, vol. 21, pp. 335–350, 2007.
- [48] J. W. Kim and D. J. Lee, "Characteristic Interface Conditions for Multiblock High-Order Computation on Singular Structured Grid," *AIAA J.*, vol. 41, pp. 2341–2348, 2003.
- [49] R. H. Kraichnan, "Diffusion by a Random Velocity Field," *Phys. Fluids*, vol. 13, no. 1, p. 22, 1970.
- [50] A. Smirnov, S. Shi, and I. Celik, "Random Flow Generation Technique for Large Eddy Simulations and Particle-Dynamics Modeling," *J. Fluids Eng.*, vol. 123, no. 2, p. 359, 2001.
- [51] P. Batten, U. Goldberg, and S. Chakravarthy, "Interfacing Statistical Turbulence Closures with Large-Eddy Simulation," *AIAA J.*, vol. 42, no. 3, pp. 485–492, Mar. 2004.
- [52] A. Prasad, "Calculation of the Mixed-Out State in Turbomachine Flows," *J. Turbomach.*, vol. 127, no. 3, p. 564, 2005.
- [53] S. J. Andrews, "Tests Related to the Effect of Profile Shape and Camber-Line on Compressor Cascade Performance," *A.R.C. Tech. Rep. No.2743*, 1949.
- [54] N. J. Georgiadis, D. P. Rizzetta, and C. Fureby, "Large-eddy simulation: Current capabilities, recommended practices, and future research," *AIAA J.*, vol. 48, no. 8, pp. 1772–1784, 2010.
- [55] S. Kawai and K. Fujii, "Compact scheme with filtering for large-eddy simulation of transitional boundary layer," *AIAA J.*, vol. 46, no. 3, pp. 690–700, 2008.
- [56] J. C. . Hunt, A. . Wray, and P. Moin, "Eddies, streams, and convergence zones in turbulent flows," *Cent. Turbul. Res. Stanford Univ.*, vol. 1, 1988.
- [57] M. Sato *et al.*, "Mechanisms for laminar separated-flow control using dielectric-barrier-discharge plasma actuator at low Reynolds number," *Phys. Fluids*, vol. 27, no. 11, 2015.
- [58] A. R. Felix and J. C. Emery, "A Comparison of Typical National Gas Turbine Establishment and NACA Axial-Flow Compressor Blade Sections In Cascade at Low Speed," *Natl. Advis. Comm. Aeronaut.*, 1953.
- [59] Y. Elazar and R. P. Shreeve, "Viscous Flow in a Controlled Diffusion Compressor Cascade With Increasing Incidence," *J. Turbomach.*, vol. 112, p. 256, 1990.
- [60] W. M. Konig, D. K. Hennecke, and L. Fottner, "Improved blade profile loss and deviation angle models for advanced transonic compressor bladings: Part II—a model for supersonic flow," *J. Turbomach.*, vol.

- 118, no. 1, pp. 81–87, 1996.
- [61] R. G. Jacobs and P. A. Durbin, “Simulations of bypass transition,” *J. Fluid Mech.*, vol. 428, pp. 185–212, Feb. 2001.
- [62] J. Choi and S. B. Yoon, “Numerical simulations using momentum source wave-maker applied to RANS equation model,” *Coast. Eng.*, vol. 56, no. 10, pp. 1043–1060, Oct. 2009.

謝辞

本論文を結ぶにあたり様々さ方にご指導，ご支援を頂きました。

指導教員である寺本進教授に心から感謝を申し上げます。修士課程から博士課程の卒業までご指導頂きました。研究に関する工学的知識から，研究者としての考え方や日常生活に関する相談まで大学にいる間発生していた悩みをご多忙な中でも多くの助言を頂きました。先生のご指導おかげで本論文をまとめることができました。

岡本光司准教授には研究室輪講を通じて，数値解析に集中している本研究について実験的立場からの様々なご意見，ご助言を頂きました。また，研究室生活に関しても相談させて頂きました。深く感謝いたします。

渡辺紀徳教授，鈴木宏二郎教授，姫野武洋准教授には学位論文審査の際に多くの貴重なご意見，ご指摘を頂きました。深く感謝いたします。渡辺紀徳教授，姫野武洋准教授には合同輪講の場や学会でも様々なご助言を頂きました。心より感謝いたします。

学術支援職の山口和夫には研究室に配属されてから研究室生活に関するご支援を頂きました。深く感謝いたします。

寺本研究室の都木貴彦元助教，赤嶺政仁助教，渡辺姫野研究室の立石敦元助教には大変お世話になりました。先生方に相談できない細かい研究に関する話から日常生活に関する話まで相談させて頂いたことは非常に有意義でした。心より感謝いたします。

JAXA の賀澤順一さん，田口秀之さんには本研究を進めて行く際に必要なスーパーコンピュータ(JSS2)の利用に関するご支援を頂いたこと感謝しております。

公益財団法人東急財団には博士課程における経済的支援を頂き，経済的悩みなく研究に集中することができました。心より感謝いたします。

最後に長い留学生生活を物心両面で支えてくれた父，母，姉に心より感謝を表します。

2020年8月7日 李 允台