# 論文の内容の要旨

論文題目　Irregular Riemann–Hilbert correspondence and enhanced ind-sheaves
（不確定特異点型 Riemann–Hilbert 対応と拡大帰納層）

氏名　伊藤　要平

本博士論文では、A. D'Agnolo 氏と柏原正樹氏による不確定特異点型ホロノミー（irregular holonomic）$\mathcal{D}$ 加群に対する Riemann–Hilbert 対応（定理 2）の本質的像に 1 つの特徴付けを与えた。具体的には、複素構成可能層の概念を enhanced ind-sheaf に拡張して定義した $\mathbb{C}$-constructible enhanced ind-sheaf が、本質的像に属する対象に他ならないことを示した。すなわち、複素多様体 $X$ 上のホロノミー $\mathcal{D}_X$ 加群の三角圏 $\mathbf{D}^{\mathrm{b}}_{\mathrm{hol}}(\mathcal{D}_X)$ と $X$ 上の $\mathbb{C}$-constructible enhanced ind-sheaf の三角圏 $\mathbf{E}^{\mathrm{b}}_{\mathbb{C}\text{-}c}(\mathrm{I}\mathbb{C}_X)$ が、忠実充満関手 $\mathrm{Sol}^{\mathrm{E}}_X\colon \mathbf{D}^{\mathrm{b}}_{\mathrm{hol}}(\mathcal{D}_X)^{\mathrm{op}} \hookrightarrow \mathbf{E}^{\mathrm{b}}_{\mathbb{R}\text{-}c}(\mathrm{I}\mathbb{C}_X)$ により圏同値となることを示した（主結果 B）。

$$\begin{tikzcd} & \mathbf{E}^{\mathrm{b}}_{\mathbb{R}\text{-}c}(\mathrm{I}\mathbb{C}_X) \arrow[d, phantom, "\cup"] \\ \mathrm{Sol}^{\mathrm{E}}_X\colon \mathbf{D}^{\mathrm{b}}_{\mathrm{hol}}(\mathcal{D}_X)^{\mathrm{op}} \arrow[ur, hook, "\text{D'Agnolo–柏原'16}"] \arrow[r, "\sim", "\text{主結果 B}"'] & \mathbf{E}^{\mathrm{b}}_{\mathbb{C}\text{-}c}(\mathrm{I}\mathbb{C}_X). \end{tikzcd}$$

また滑らかな複素代数多様体上の代数的ホロノミー（algebraic holonomic）$\mathcal{D}$ 加群の三角圏と algebraic $\mathbb{C}$-constructible enhanced ind-sheaf の三角圏が圏同値となることも示した（主結果 E）。

まず最初に基礎概念を復習する。$X$ を複素多様体とし、$X$ 上の線型微分作用素のなす環の層を $\mathcal{D}_X$ で表す。$\mathcal{D}_X$ が作用する複素ベクトル空間の層を $\mathcal{D}_X$ 加群と呼ぶ。$\mathcal{D}$ 加群は線型微分方程式系を代数的に定式化し直した概念として 1960 年頃に佐藤幹夫氏により導入された。そして 1970 年代初期より河合隆裕氏や柏原氏、J. Bernstein 氏らが中心となって本格的に理論を進展させた。特に柏原氏は 1980 年頃に、Riemann–Hilbert 対応の高次元版と解釈できる以下の圏同値を示した（定理 1）。Z. Mebkhout 氏による証明は [9, Thm. 2.1.1] を参照されたい。

$\mathbf{D}^{\mathrm{b}}(\mathcal{D}_X)$ を $\mathcal{D}_X$ 加群の有界導来圏とし、各コホモロジーが確定特異点型ホロノミー（regular holonomic）$\mathcal{D}_X$ 加群である複体からなる部分三角圏を $\mathbf{D}^{\mathrm{b}}_{\mathrm{rh}}(\mathcal{D}_X)$ で表すことにする。また $\mathbf{D}^{\mathrm{b}}(\mathbb{C}_X)$ を複素ベクトル空間の層の有界導来圏とし、各コホモロジーが複素構成可能層（$\mathbb{C}$-constructible sheaf）である複体からなる部分三角圏を $\mathbf{D}^{\mathrm{b}}_{\mathbb{C}\text{-}c}(\mathbb{C}_X)$ で表す。このとき確定特異点型 Riemann–Hilbert 対応と呼ばれる次の圏同値が柏原氏によって証明された。

**定理 1** (柏原 [5, Main Theorem])**.** $\mathrm{Sol}_X := \mathrm{R}\mathcal{H}om_{\mathcal{D}_X}(\,\cdot\,, \mathcal{O}_X)\colon \mathbf{D}^{\mathrm{b}}_{\mathrm{rh}}(\mathcal{D}_X)^{\mathrm{op}} \xrightarrow{\sim} \mathbf{D}^{\mathrm{b}}_{\mathbb{C}\text{-}c}(\mathbb{C}_X)$.

その後、この確定特異点型 Riemann–Hilbert 対応を、不確定特異点型を含む一般のホロノミー $\mathcal{D}$ 加群を包括する形（これは不確定特異点型 Riemann–Hilbert 対応と呼ばれる）に拡張する問題に対して、以下のような研究が行われた。

2001 年頃に、柏原氏と P. Schapira 氏は緩増加 $\mathcal{C}^\infty$ 級関数のなす "層"を捉えるために帰納層（ind-sheaf）の理論を導入した [7]。帰納層とは、良い位相空間（脆弱次元（flabby dimension）が有限な第二可算公理を満たす局所コンパクト Hausdorff 空間）$M$ 上のコンパクト台をもつ層による小さいフィルター帰納系（small filtrant inductive system）$\{\mathcal{F}_i\}_{i\in I}$ の帰納極限

$$\text{“}\varinjlim_{i\in I}\text{”}\mathcal{F}_i := \varinjlim_{i\in I}\mathrm{Hom}_{\mathbb{C}_M}(\ \cdot\ ,\mathcal{F}_i)$$

のことである。ここで $I$ は小さいフィルター圏である。$M$ 上の帰納層の圏は Abel 圏となるのでその有界導来圏を考えることができ、それを $\mathbf{D}^{\mathrm{b}}(\mathrm{I}\mathbb{C}_M)$ で表すことにする。

2013 年頃には、D'Agnolo 氏と柏原氏は緩増加 $\mathcal{C}^\infty$ 級関数の "増大度"を捉えるために、bordered space 上の帰納層を導入し、更にそれを "強化"した enhanced ind-sheaf を導入した [2]。bordered space とは、良い位相空間 $\check{M}$ とその開集合 $M$ の組であり、$M_\infty = (M, \check{M})$ などで表す。典型例としては、実数直線 $\mathbb{R}$ とその 2 点コンパクト化 $\overline{\mathbb{R}} := \mathbb{R}\sqcup\{\pm\infty\}$ の組 $\mathbb{R}_\infty := (\mathbb{R}, \overline{\mathbb{R}})$ が挙げられる。他にも滑らかな複素代数多様体 $X$ とその完備化 $\widetilde{X}$ に対して、その下部構造としての複素解析多様体 $X^{\mathrm{an}}, \widetilde{X}^{\mathrm{an}}$ の組 $X^{\mathrm{an}}_\infty := (X^{\mathrm{an}}, \widetilde{X}^{\mathrm{an}})$ が挙げられる。また良い位相空間 $M$ に対して $(M, M)$ は bordered space であり、これを単に $M$ で表すことにする。bordered space $M_\infty$ 上の帰納層（より正確には、帰納層の複体）とは、商圏 $\mathbf{D}^{\mathrm{b}}(\mathrm{I}\mathbb{C}_{M_\infty}) := \mathbf{D}^{\mathrm{b}}(\mathrm{I}\mathbb{C}_{\check{M}})/\mathbf{D}^{\mathrm{b}}(\mathrm{I}\mathbb{C}_{\check{M}\setminus M})$ に属する対象のことである。更に商圏 $\mathbf{E}^{\mathrm{b}}(\mathrm{I}\mathbb{C}_{M_\infty}) := \mathbf{D}^{\mathrm{b}}(\mathrm{I}\mathbb{C}_{M_\infty\times\mathbb{R}_\infty})/\pi^{-1}\mathbf{D}^{\mathrm{b}}(\mathrm{I}\mathbb{C}_{M_\infty})$ に属する対象を $M_\infty$ 上の enhanced ind-sheaf と呼ぶ。ここで $\pi\colon M_\infty\times\mathbb{R}_\infty\to M_\infty$ は射影 $M\times\mathbb{R}\to M$ から誘導される bordered space の射である。そして関手 $\mathrm{Sol}_X$ をある意味で "強化"した関手 $\mathrm{Sol}^{\mathrm{E}}_X$ を用いて次を証明した。

**定理 2** (D'Agnolo–柏原 [2, Thm. 9.5.3])**.** $X$ を複素多様体とし、$\mathbf{E}^{\mathrm{b}}_{\mathbb{R}\text{-}c}(\mathrm{I}\mathbb{C}_X)$ で $\mathbb{R}$-constructible enhanced ind-sheaf のなす $\mathbf{E}^{\mathrm{b}}(\mathrm{I}\mathbb{C}_X)$ の部分三角圏を表す。このとき次の忠実充満関手が存在する。

$$\mathrm{Sol}^{\mathrm{E}}_X\colon \mathbf{D}^{\mathrm{b}}_{\mathrm{hol}}(\mathcal{D}_X)^{\mathrm{op}}\hookrightarrow \mathbf{E}^{\mathrm{b}}_{\mathbb{R}\text{-}c}(\mathrm{I}\mathbb{C}_X).$$

2015 年秋の高木レクチャーで柏原氏は、enhanced ind-sheaf の代わりに enhanced subanalytic sheaf を用いて定理 2 と同様の結果が得られたことについて講演された [6, Thm. 6.2]。また定理 2 における忠実充満関手 $\mathrm{Sol}^{\mathrm{E}}_X$ の像は、望月拓郎氏により曲線テストという方法で特徴付けられた [10, Thm. 12.1]。一方で桑垣樹氏は、有限 Novikov 環を係数とする特殊な次数付き複素構成可能層のなす三角圏と忠実充満関手 $\mathrm{Sol}^{\mathrm{E}}_X$ の像が圏同値であることを証明した [8, Thm. 8.5]。このように、不確定特異点型 Riemann–Hilbert 対応の確立への取り組みは近年発展してきている。

本論文では、一般のホロノミー $\mathcal{D}$ 加群に対する Fourier 変換の振る舞いを研究することを動機付けとして、定理 2 における忠実充満関手 $\mathrm{Sol}^{\mathrm{E}}_X$ の像に 1 つの記述を与えた (主結果 B)。そのために normal form、quasi-normal form、modified quasi-normal form をもつ enhanced ind-sheaf を順に定義し（Definitions 3.6, 3.12, 3.15)、複素構成可能層の概念を enhanced ind-sheaf に拡張するとい

う形で $\mathbb{C}$-constructible enhanced ind-sheaf を次のように定めた。有界導来圏 $\mathbf{D}^{\mathrm{b}}(\mathrm{I}\mathbb{C}_{X\times\mathbb{R}})$ の標準 t 構造から誘導される $\mathbf{E}^{\mathrm{b}}(\mathrm{I}\mathbb{C}_X)$ の t 構造に関する心臓（heart）を $\mathbf{E}^0(\mathrm{I}\mathbb{C}_X)$ で表すことにする。

**定義 A** (Definition 3.20)**.** enhanced ind-sheaf $K\in\mathbf{E}^0(\mathrm{I}\mathbb{C}_X)$ が $\mathbb{C}$-constructible であるとは、$X$ の滑層分割 $\{X_\alpha\}_\alpha$ が存在して、$\pi^{-1}\mathbb{C}_{\overline{X}_\alpha^{\mathrm{bl}}\setminus D_\alpha}\otimes\mathbf{E}b_\alpha^{-1}K$ が $D_\alpha:=b_\alpha^{-1}(\overline{X_\alpha}\setminus X_\alpha)$ に沿う modified quasi-normal form をもつことである。ここで $b_\alpha\colon\overline{X}_\alpha^{\mathrm{bl}}\to X_\alpha$ は $\overline{X_\alpha}$ の $\overline{X_\alpha}\setminus X_\alpha$ に沿う複素ブローアップであり、$\pi\colon\overline{X}_\alpha^{\mathrm{bl}}\times\mathbb{R}_\infty\to\overline{X}_\alpha^{\mathrm{bl}}$ は自然な射影から誘導される bordered space の射を表す。

$\mathbb{C}$-constructible enhanced ind-sheaf は各滑層 $X_\alpha$ 上で有限階数の（enhanced ind-sheaf の意味で）局所定数層となることに注意する。次は本論文の主結果の 1 つである。

**主結果 B** (Theorem 3.27)**.** $X$ を複素多様体とする。各コホモロジーが $\mathbb{C}$-constructible enhanced ind-sheaf からなる $\mathbf{E}^{\mathrm{b}}(\mathrm{I}\mathbb{C}_X)$ の部分三角圏を $\mathbf{E}^{\mathrm{b}}_{\mathbb{C}\text{-}c}(\mathrm{I}\mathbb{C}_X)$ とおく。このとき次の圏同値が存在する。

$$\mathrm{Sol}_X^{\mathrm{E}}\colon\mathbf{D}^{\mathrm{b}}_{\mathrm{hol}}(\mathcal{D}_X)^{\mathrm{op}}\xrightarrow{\sim}\mathbf{E}^{\mathrm{b}}_{\mathbb{C}\text{-}c}(\mathrm{I}\mathbb{C}_X).$$

また逆関手が $\mathrm{RH}_X^{\mathrm{E}}\colon\mathbf{E}^{\mathrm{b}}_{\mathbb{R}\text{-}c}(\mathrm{I}\mathbb{C}_X)\to\mathbf{D}^{\mathrm{b}}(\mathcal{D}_X)^{\mathrm{op}}$ で与えられることも示した。

ここまでは $X$ が複素多様体の場合を考えてきたが、以下では滑らかな複素代数多様体とする。この場合にも、定理 1 に相当する以下の圏同値（定理 3）が、1980 年頃に Bernstein 氏 [1, Main Theorem C (c)] により、また解析的 $\mathcal{D}$ 加群の場合に帰着することで柏原氏により、同時期に独立に証明された。$\mathbf{D}^{\mathrm{b}}(\mathcal{D}_X)$ を代数的 $\mathcal{D}_X$ 加群の有界導来圏とし、各コホモロジーが確定特異点型ホロノミー $\mathcal{D}_X$ 加群である複体からなる部分三角圏を $\mathbf{D}^{\mathrm{b}}_{\mathrm{rh}}(\mathcal{D}_X)$ で表すことにする。また各コホモロジーが代数的複素構成可能層（algebraic $\mathbb{C}$-constructible sheaf）である複体からなる $\mathbf{D}^{\mathrm{b}}(\mathbb{C}_{X^{\mathrm{an}}})$ の部分三角圏を $\mathbf{D}^{\mathrm{b}}_{\mathbb{C}\text{-}c}(\mathbb{C}_X)$ で表す。更に $\mathcal{M}\in\mathbf{D}^{\mathrm{b}}(\mathcal{D}_X)$ に対して $\mathcal{M}^{\mathrm{an}}:=\mathcal{D}_{X^{\mathrm{an}}}\otimes_{\mathcal{D}_X}\mathcal{M}\in\mathbf{D}^{\mathrm{b}}(\mathcal{D}_{X^{\mathrm{an}}})$ と定める。ここで $X^{\mathrm{an}}$ は $X$ の下部構造としての複素解析多様体である。このとき次の圏同値が存在する。

**定理 3** (J. Bernstein, M. Kashiwara)**.** $\mathrm{Sol}_X:=\mathrm{Sol}_{X^{\mathrm{an}}}\big((\cdot)^{\mathrm{an}}\big)\colon\mathbf{D}^{\mathrm{b}}_{\mathrm{rh}}(\mathcal{D}_X)^{\mathrm{op}}\xrightarrow{\sim}\mathbf{D}^{\mathrm{b}}_{\mathbb{C}\text{-}c}(\mathbb{C}_X)$.

そこで $X$ が滑らかな複素代数多様体の場合に、定理 2 および主結果 B に相当するものが何かが疑問になる。その 1 つの答えとして以下の主結果 C と E を得た。

enhanced ind-sheaf $K\in\mathbf{E}^0(\mathrm{I}\mathbb{C}_{X^{\mathrm{an}}})$ が条件 (**AC**) を満たすとは、$X$ の滑層分割 $\{X_\alpha\}$ が存在し、それから誘導される $X^{\mathrm{an}}$ の滑層分割 $\{X_\alpha^{\mathrm{an}}\}$ に関して $K$ が定義 A における条件を満たすことである。各コホモロジーが条件 (**AC**) を満たす対象からなる $\mathbf{E}^{\mathrm{b}}(\mathrm{I}\mathbb{C}_{X^{\mathrm{an}}})$ の部分三角圏を $\mathbf{E}^{\mathrm{b}}_{\mathbb{C}\text{-}c}(\mathrm{I}\mathbb{C}_X)$ とおく。

**主結果 C** (Theorem 4.13)**.** $X$ を完備で滑らかな複素代数多様体とすると、次の圏同値が存在する。

$$\mathrm{Sol}_X^{\mathrm{E}}:=\mathrm{Sol}_{X^{\mathrm{an}}}^{\mathrm{E}}\big((\cdot)^{\mathrm{an}}\big)\colon\mathbf{D}^{\mathrm{b}}_{\mathrm{hol}}(\mathcal{D}_X)^{\mathrm{op}}\xrightarrow{\sim}\mathbf{E}^{\mathrm{b}}_{\mathbb{C}\text{-}c}(\mathrm{I}\mathbb{C}_X).$$

しかしながら、$X$ が完備でない場合は関手 $\mathrm{Sol}_X^{\mathrm{E}}\colon\mathbf{D}^{\mathrm{b}}_{\mathrm{hol}}(\mathcal{D}_X)^{\mathrm{op}}\to\mathbf{E}^{\mathrm{b}}_{\mathbb{C}\text{-}c}(\mathrm{I}\mathbb{C}_X)$ は忠実充満関手とは限らない。$X$ が一般の滑らかな複素代数多様体の場合は、以下で述べるように $X$ の完備化 $\widetilde{X}$ を 1 つとり、bordered space $X_\infty^{\mathrm{an}}=(X^{\mathrm{an}},\widetilde{X}^{\mathrm{an}})$ 上の enhanced ind-sheaf を考えることにより主結果 C

に相当する結果（主結果 E）を得た。$j\colon X^{\rm an}_\infty \to \widetilde{X}^{\rm an}$ を開埋め込み射 $X^{\rm an} \hookrightarrow \widetilde{X}^{\rm an}$ から誘導される bordered space の射とする。このとき次の圏同値が存在することに注意する。

$$\mathbf{E}^{\rm b}(\mathrm{I}\mathbb{C}_{X^{\rm an}_\infty}) \underset{\mathbf{E}j^{-1}}{\overset{\mathbf{E}j_{!!}}{\rightleftarrows}} \{K \in \mathbf{E}^{\rm b}(\mathrm{I}\mathbb{C}_{\widetilde{X}^{\rm an}}) \mid \pi^{-1}\mathbb{C}_{X^{\rm an}} \otimes K \overset{\sim}{\longrightarrow} K\} \ \subset\ \mathbf{E}^{\rm b}(\mathrm{I}\mathbb{C}_{\widetilde{X}^{\rm an}}).$$

すなわち、$\mathbf{E}^{\rm b}(\mathrm{I}\mathbb{C}_{X^{\rm an}_\infty})$ は三角圏 $\mathbf{E}^{\rm b}(\mathrm{I}\mathbb{C}_{\widetilde{X}^{\rm an}})$ の部分三角圏とみなせる。また bordered space $X^{\rm an}_\infty = (X^{\rm an}, \widetilde{X}^{\rm an})$ 上の enhanced ind-sheaf の圏 $\mathbf{E}^{\rm b}(\mathrm{I}\mathbb{C}_{X^{\rm an}_\infty})$ は完備化 $\widetilde{X}$ の取り方に依らない事に注意する。

**定義 D** (Definition 4.16)**.** $X$ を滑らかな複素代数多様体とする。$K \in \mathbf{E}^{\rm b}(\mathrm{I}\mathbb{C}_{X^{\rm an}_\infty})$ が algebraic $\mathbb{C}$-constructible であるとは、$\mathbf{E}j_{!!}K \in \mathbf{E}^{\rm b}(\mathrm{I}\mathbb{C}_{\widetilde{X}^{\rm an}})$ が $\mathbf{E}^{\rm b}_{\mathbb{C}\text{-}c}(\mathrm{I}\mathbb{C}_{\widetilde{X}})$ に属することである。

algebraic $\mathbb{C}$-constructible enhanced ind-sheaf からなる $\mathbf{E}^{\rm b}(\mathrm{I}\mathbb{C}_{X^{\rm an}_\infty})$ の部分三角圏を $\mathbf{E}^{\rm b}_{\mathbb{C}\text{-}c}(\mathrm{I}\mathbb{C}_{X_\infty})$ とおく。定義より直ちに $\mathbf{E}^{\rm b}_{\mathbb{C}\text{-}c}(\mathrm{I}\mathbb{C}_{X_\infty}) \simeq \{K \in \mathbf{E}^{\rm b}_{\mathbb{C}\text{-}c}(\mathrm{I}\mathbb{C}_{\widetilde{X}^{\rm an}}) \mid \pi^{-1}\mathbb{C}_{X^{\rm an}} \otimes K \overset{\sim}{\longrightarrow} K\}$ が得られる。埋め込み $X \hookrightarrow \widetilde{X}$ を同じ記号 $j$ で表し、$\mathcal{M} \in \mathbf{D}^{\rm b}_{\rm hol}(\mathcal{D}_X)$ に対して以下を定める。

$$\mathrm{Sol}^{\rm E}_{X_\infty}(\mathcal{M}) := \mathbf{E}j^{-1}\mathrm{Sol}^{\rm E}_{\widetilde{X}}(\mathbf{D}j_*\mathcal{M}) \ \big(= \mathbf{E}j^{-1}\mathrm{Sol}^{\rm E}_{\widetilde{X}^{\rm an}}\big((\mathbf{D}j_*\mathcal{M})^{\rm an}\big)\big) \in \mathbf{E}^{\rm b}(\mathrm{I}\mathbb{C}_{X^{\rm an}_\infty}).$$

**主結果 E** (Theorem 4.17)**.** $X$ を滑らかな複素代数多様体とする。このとき次の圏同値が存在する。

$$\mathrm{Sol}^{\rm E}_{X_\infty}\colon \mathbf{D}^{\rm b}_{\rm hol}(\mathcal{D}_X)^{\rm op} \overset{\sim}{\longrightarrow} \mathbf{E}^{\rm b}_{\mathbb{C}\text{-}c}(\mathrm{I}\mathbb{C}_{X_\infty}).$$

$X$ を滑らかな複素代数多様体としたとき、以上で述べた 3 つの主結果を可換図式にしてまとめると次のようになる。

$$\begin{array}{ccccc}
\mathbf{D}^{\rm b}_{\rm hol}(\mathcal{D}_X) & \xhookrightarrow{\mathbf{D}j_*} & \mathbf{D}^{\rm b}_{\rm hol}(\mathcal{D}_{\widetilde{X}}) & \xrightarrow{(\cdot)^{\rm an}} & \mathbf{D}^{\rm b}_{\rm hol}(\mathcal{D}_{\widetilde{X}^{\rm an}}) \\
{\scriptstyle \text{主結果 E}}\downarrow{\scriptstyle \wr\ \mathrm{Sol}^{\rm E}_{X_\infty}} & & {\scriptstyle \text{主結果 C}}\downarrow{\scriptstyle \wr\ \mathrm{Sol}^{\rm E}_{\widetilde{X}}} & & {\scriptstyle \text{“主結果 B”}}\downarrow{\scriptstyle \wr\ \mathrm{Sol}^{\rm E}_{\widetilde{X}^{\rm an}}} \\
\mathbf{E}^{\rm b}_{\mathbb{C}\text{-}c}(\mathrm{I}\mathbb{C}_{X_\infty}) & \underset{\mathbf{E}j_{!!}}{\hookrightarrow} & \mathbf{E}^{\rm b}_{\mathbb{C}\text{-}c}(\mathrm{I}\mathbb{C}_{\widetilde{X}}) & \underset{\substack{\text{algebraic}\\ \text{stratification}}}{\subset} & \mathbf{E}^{\rm b}_{\mathbb{C}\text{-}c}(\mathrm{I}\mathbb{C}_{\widetilde{X}^{\rm an}}).
\end{array}$$

## 参考文献


[1] J. Bernstein, Algebraic Theory of $\mathcal{D}$-Modules, unpublished notes.

[2] A. D'Agnolo and M. Kashiwara, Riemann-Hilbert correspondence for holonomic $\mathcal{D}$-modules, Publ. Math. Inst. Hautes Études Sci., **123(1)**, 2016, 69–197.

[3] Y. Ito, $\mathbb{C}$-Conctructible Enhanced Ind-Sheaves, Tsukuba journal of Mathematics, **44(1)**, 155–201, 2020.

[4] Y. Ito, Note on Algebraic Irregular Riemann–Hilbert Correspondence, arXiv:2004.13518, 52 pages, preprint.

[5] M. Kashiwara, The Riemann-Hilbert problem for holonomic systems, Publ. Res. Inst. Math. Sci. **20(2)**, 1984, 319–365.

[6] M. Kashiwara, Riemann–Hilbert correspondence for irregular holonomic $\mathcal{D}$-modules, Japan J. Math., **11**, 2016, 113–149.

[7] M. Kashiwara and P. Schapira, Ind-sheaves, Astérisque, **271**, 2001.

[8] T. Kuwagaki, Irregular perverse sheaves, arXiv:1808.02760, preprint.

[9] Z. Mebkhout, Une autre équivalence de catégories, Compositio Math. **51(1)**, 63–88, 1984.

[10] T. Mochizuki, Curve test for enhanced ind-sheaves and holonomic $\mathcal{D}$-modules, arXiv:1610.08572, preprint.