

審査の結果の要旨

氏名 ブルキン セルゲイ ウラディミロヴィチ

ブルキン セルゲイ ウラディミロヴィチの博士論文は、オペラッドに対して、捻れ射圏とよばれる圏を構成し、その上の Segal 前層の圏と、オペラッド上の代数の圏との間の圏同値を示したものである。

一般に圏 C に対して、その捻れ射圏 $Tw(C)$ は次のように構成される。捻れ射圏 $Tw(C)$ の対象は、圏 C の射全体とする。また、 $Tw(C)$ の射は圏 C の射 f, g に対して、それらの間の可換図式を与える射の組、つまり、 $g = h_0 \circ f \circ h_1$ を満たす (h_0, h_1) として定める。

オペラッド (operad) は圏の一般化であり、対象の間の射を、根付きツリー (rooted tree) で記述される演算によって定めたものである。本論文では、まず圏に対する捻れ射圏の概念を拡張して、一般のオペラッド P に対する捻れ射圏 $Tw(P)$ を構成した。

圏論的な手法によるホモトピー論では、Eilenberg-Zilber による単体的集合の概念が重要な役割を果たす。単体的集合とは、単体の圏 Δ から集合の圏への反変関手である。圏 C に対してその nerve $N(C)$ とは、圏 C の対象と射から構成される単体的集合であり、その幾何学的実現は圏 C の分類空間とよばれる。単体的集合がある圏 C から構成される $N(C)$ となるための条件は Segal 条件として知られている。

本論文では、この枠組みを以下のように一般化した。まず、オペラッド P がモノイド圏の場合に、対応する捻れ射圏 $Tw(P)$ は単体の圏 Δ であることを示した。さらに、さまざまなオペラッド P を考えることにより、Connes の巡回圏など重要な圏が得られることを示し、このような一般的な捻れ射圏 $Tw(P)$ 上で、Segal 条件を定式化した。圏 C 上の前層 (presheaf) とは、 C から集合の圏への反変関手であるが、 $Tw(P)$ 上で、Segal 条件を満たす Segal 前層の圏を定義することができる。本論文の主定理は次の通りである。

定理 P をオペラッドとする。 P の捻れ射圏 $Tw(P)$ 上の対象が一つの Segal 前層の圏は P 上の代数の圏と同値である。

本論文では、さらにオペラッド P に対して、捻れ射圏 $Tw(P)$ が一般化された Reedy 条件を満たすための特徴付けを与えた。

ブルキン セルゲイ ウラディミロヴィチの博士論文は、オペラッド P から捻れ射圏 $Tw(P)$ を構成し、その上の Segal 条件を考察することによって、従来の単体的集合に関する理論を一般化した。これは、圏論的手法によるホモトピー論の分野に新しい知見を与えたものである。よって、論文提出者 ブルキン セルゲイ ウラディミロヴィチは、博士 (数理科学) の学位を受けるにふさわしい十分な資格があると認める。