

審査の結果の要旨

氏名 井上 瑛二

井上君の研究分野は複素微分幾何学です。特にケーラー・アインシュタイン計量に代表される標準ケーラー計量の存在問題、そのような多様体の安定性、モジュライ理論を研究しています。近年のChen-Donaldson-Sun、Tianらによるファノ多様体上のケーラー・アインシュタイン計量の存在と幾何学的不変式論(GIT)の意味での多様体の安定性の同値性の解決を受けて、益々急速に発展している研究分野です。

その中で井上君はケーラー・リッチ・フローの極限に現れるケーラー・リッチ・ソリトンという標準計量に注目し、ケーラー・リッチ・ソリトンを許容するファノ多様体のモジュライ空間の構成や、ケーラー・アインシュタイン計量、cscK計量(スカラー曲率一定ケーラー計量)、extremalケーラー計量などの標準計量を包括的に扱う理論の構築などの研究成果を挙げています。

修士論文において、ケーラー・リッチ・ソリトンを持つファノ多様体全体が自然な複素解析的空間の構造を持つこと、つまりモジュライ空間の存在を示しました。これは先行する尾高氏(京大理)らの結果、ケーラー・アインシュタイン計量を持つファノ多様体全体のモジュライ空間の存在、を特別な場合として含むスケールの大きな研究成果です。井上君の証明は独創的であり、ケーラー・リッチ・ソリトンをモーメント写像の零点と理解する視点、グロモフ・ハウズドルフ収束の議論、解析的Artinスタックの導入、その枠組みでのGITによるモジュライ空間の構成、などからなっています。この修士論文は、当該分野で世界をリードするDonaldson、Tianらの下であっても十分に博士論文のレベルにあると思われま

す。続いて反標準偏極とは限らないファノ多様体、より一般的な標準計量を持つケーラー多様体としての安定性の定式化、モジュライ理論に取り組みました。まずスカラー曲率のある変種である(指数偏) μ -スカラー曲率と、それが定数になる μ -cscK計量という標準計量を導入しました。それにより、これまでは独立に研究されてきたケーラー・リッチ・ソリトンやcscK計量等を統一的に扱う理論を打ち出しました。初めにその基礎理論とcscK計量の場合と類似した性質について理論を整理しました。例えば、 μ -cscK計量を持つ多様体の自己同型群の簡約性(所謂松島の定理の一般化)、 μ -二木不変量の導入、 μ -二木不変量に関するTian-Zhu型の一意性定理の一般化、 μ -スカラー曲率に対するYau-Tian-Donaldson型予想の考察、などを行いました。 μ -K安定性の概念を定式化し、 μ -cscK計量を持つ多様体の μ -K半安定性を示しました。特にそのモジュライ空間の代数性に関係して重要な、所謂CM(Chow-Mumford)直線束の類似物を構成しました。これらの研究は世界的にも高く評価されている。よって、論文提出者 井上 瑛二 は、博士(数理学)の学位を受けるにふさわしい十分な資格があると認める。