

論文審査の結果の要旨

氏名 董 青秀雄

量子情報処理は通常、量子状態から量子状態への変換として記述される。しかし、量子操作は一般にはそのような変換だけに限られず、量子操作から量子操作への変換を考えることもできる。このような変換は、高階量子変換と呼ばれる。具体的には、ユニタリ反転・制御ユニタリ操作・Quantum Switch・Neutralizationなどが例として挙げられる。高階量子変換は、様々な量子アルゴリズムの実装に役立つと考えられているが、量子力学の範疇でそれらをどのように実装するか、また実際どのような利点があるか、といった点は明らかではない。本論文はこのような背景のもと、主にユニタリ操作に対する高階量子変換に着目して、その効率的な実装の方法および理論的限界について調べたものである。

本論文は英文で、6章と付録からなる。第1章は序論で、研究背景と目的、および本論文の構成について述べられている。まず、量子情報処理および高階量子変換の概念を導入し、次に本論文で議論される3つの高階量子変換(1) Quantum Switch、(2) 制御化、(3) 成功/引き分け型の確率的高階量子変換、についての研究の動機および結果の概観が述べられている。第2章では、最初に量子情報理論の基礎事項についての解説があり、次にその後の解析で必用となる、量子操作の3つの表示(Kraus表示、Choi-Jamiolkowski表示、Stinespring表示)や量子超写像についての詳しい解説が与えられている。また、種々の高階量子変換が導入され、それらに関する既知の結果がまとめられている。

第3章~5章の内容が、本論文の主要結果である。第3章では、Quantum Switchの定義の一意性について議論されている。Quantum Switch(QS)とは、2つのユニタリ操作 U_1, U_2 から、 U_1U_2 と U_2U_1 のコヒーレントな重ね合わせを生成する高階量子変換である。一般の量子操作に対しても、Kraus表示を用いたQSの定義が広く使用されているが、このような定義が一意的であるかは明らかではなかった。本論文では、次の3つの仮定の下で、QSの定義が一意的に定まることを証明している: (i) ユニタリ操作に対するQSの作用、(ii) 入力量子操作に関する線形性、(iii) 高階量子変換の完全正值性。証明は、QSのChoi演算子の要素に対する線形拘束条件や、(iii)から従

う Choi 演算子の非負性を用いたものである。得られた結果は、QS の理論的な解析および実験的な実装の基礎を与えるものと考えられる。

第4章では、制御化の理解や解析に必用な一般的な枠組みや、制御化を近似的に実装する方法の提案がなされている。制御化とは、ユニタリ操作を制御ユニタリ操作に変換する高階量子変換のことで、古典的アルゴリズムにおける if 文の、量子的アルゴリズムにおける対応物と考えることができる。この章では、まずユニタリ操作とは限らない一般の量子操作の制御化を公理的に定義し、さらにこの定義を制御化高階量子変換へと拡張している。また、一般の制御化は制御 Neutralization comb とみなせることを示した。この観点は、既存の制御化の量子アルゴリズムに統一的な描像を与える点で重要である。また、この方法を用いて、補助系を必用としない、ユニタリ操作の制御化の新しい近似的実装法も提案されている。

第5章では、成功/引き分け型の確率的高階量子変換について議論されている。確率的高階量子変換とは、測定結果が成功ラベル（失敗ラベル）なら所望の高階量子変換が実現される（されない）ものを指す。一般に確率的アルゴリズムでは、くり返すことで成功確率を上げることができるが、高階量子変換の場合は、入力量子操作および量子状態を何度も準備する必用があり容易に実現できない。本章では、測定結果が失敗ラベルの場合には、恒等操作が実現される成功/引き分け型の確率的高階量子変換の提案とその定式化が行われている。特に、もし d 次元のユニタリ操作に対する高階量子変換が確率的に実現可能なら、そのユニタリ操作を d 回用いることで、成功/引き分け型の確率的高階量子変換が構成できることを証明している。さらに、 $d = 2$ の場合の最適な成功確率が、 $p = 1/3$ であることを、半正定値計画問題を解くことにより示している。

最後に第6章では、論文全体のまとめと今後の展望が述べられている。付録は A~D からなり、本文中の議論に必要な事項の証明などにあてられている。

以上のように、本論文では、高階量子計算に関する3つのテーマに関する研究を行い、広いクラスの高階量子変換の一般的な定式化やその効率的な実装の方法が提案されている。得られた結果は量子計算、特に高階量子変換を用いた量子情報処理の基礎となることが期待される。よって本論文は、

学位論文として十分な内容を持つものと審査委員全員が認めた。

なお、本論文の結果は村尾美緒氏、添田彬仁氏、仲山将順氏、Marko Túlio Quintino 氏との共同研究に基づいているが、論文提出者が主体となって問題設定と定式化、解析及び結果の検討を行ったもので、論文提出者の寄与が十分であると判断する。

したがって、博士（理学）の学位を授与できると認める。