論文審査の結果の要旨

氏名　原田　浩一

本論文は、８章と４つの補遺からなり、第１章で研究の背景を述べた後、第２章で W 代数とミニマル模型の解説、第３章で Y 代数とその拡張についてのレビュー、第４章で等価な実現を与えるアファインヤンギアンの説明を行っている。第５章から第７章までが以下に詳述するオリジナルな研究結果、第８章がまとめとなっている。

本論文が目標とするのは、2 次元の共形場理論の中でも W_N 代数やその拡張を対称性として持つ場の理論で、かつ有限個のプライマリー場からなる、所謂ミニマル模型についての研究である。W_N 代数は、重要な代数であるにもかかわらず、代数関係が一般には非線形であることから、そもそも任意の N の場合の代数関係を明示的に書き下すことさえ困難で、線形な代数に対する標準的な手法では表現論も極めて取り扱いが難しい。

最近、この W_N 代数を特別な場合として含む、より広い概念として Y 代数が提唱され、さらにその取り扱い方法としてプレーン分割の方法と呼ばれる視覚的に理解しやすい方法が開発された。プレーン分割とは、３次元座標の第一象限にボックスと呼ぶ単位立方体を並べた図形で、この並べ方から組み合わせ論的に表現指標の展開係数が読み取れる。このプレーン分割の方法では、W_N 代数はピットと呼ばれるボックスを置くことができない禁止点を設定することで表現できる。

他方、ミニマル模型では、代数の表現として、その無限次元の多重項（あるいは表現モジュール）の中にヌル状態と呼ばれる最高ウエイト状態と同じ性質を満たす状態が現れる表現を考えることで、理論を構成する最高ウエイト表現が有限個で閉じる。このヌル状態を含む表現を縮退表現と呼ぶ。

原田浩一氏は、指導教員の松尾泰氏と共に、前述のプレーン分割の方法の枠内でどのようにこの縮退表現が構成できるかを追求し、ピットが２個存在するプレーン分割を考えることにより実現できることを見出した。具体的にはアファインヤンギアンという Y 代数と等価な別の表現法を用いて、その演算子のプレーン分割に対する作用を定義し、ヌル状態の現れる条件とピットの関係を調べ、知られている W_N 代数ミニマル模型の共形次元を再現することを示した（第５章）。

さらに、この方法を Y 代数のグルーイングと呼ばれる拡張によって得られる代数にも広げて、$\mathcal{N}$=2 超対称共形代数のミニマル模型に対しても適用できることを示した（第６章）。また、同様のグルーイングで得られるベルシャドスキー・ポリヤコフ代数にも適用して、この方法の汎用性を示した（第７章）。

以上のように、原田氏は本論文の研究によって Y 代数からのリダクションあるいはそのグルーイングによって得られる共形代数に対して、ミニマル模型のプライマリー場の表現をプレーン分割によって実現する汎用性の高い構成法を得ることに成功し、W_N 代数をはじめ多くの興味ある代数の表現論に貢献した。

なお、本論文第 5 章並びに第 6 章は、松尾　泰教授との共同研究であるが、論文提出者が主体となって計算及び解析を行ったもので、論文提出者の寄与が十分であると判断する。また、第 7 章の結果は論文提出者単独の解析結果である。

したがって、博士（理学）の学位を授与できると認める。