

博士論文

**壁乱流における最適制御機構の解明と
新しい制御則への展開**

伊藤 宗嵩

目次

第 1 章 緒論	3
1.1 工学における諸問題と乱流	4
1.2 壁乱流の流れ構造とダイナミクス	5
1.2.1 壁乱流のコヒーレント構造	5
1.2.2 再生成サイクル	7
1.3 壁乱流の制御	10
1.4 高 Reynolds 数乱流の物理と制御	12
1.5 最適制御理論	14
1.6 本論文の目的と構成	17
第 2 章 数値計算手法	20
2.1 チャネル乱流の直接数値計算	21
2.2 随伴法に基づくチャネル乱流の最適制御	22
第 3 章 低 Reynolds 数チャネル乱流の最適制御	30
3.1 タイムホライズン長の影響	31
3.1.1 制御効果	32
3.1.2 制御入力	33
3.1.3 最適制御結果に基づく u-control	35
3.2 ストリーク過渡成長に対する最適制御	36
3.2.1 初期場の生成	36
3.2.2 制御機構	38
第 4 章 制御入力の空間スケールに対する制約の導入	54
4.1 問題設定	55
4.2 制御効果のカットオフ波長依存性	56
4.3 制御機構	57
第 5 章 チャネル乱流最適制御に対する Reynolds 数の影響	68
5.1 制御効果	69
5.2 制御機構	71
5.3 制御効果低下の原因に関する検討	73

第6章 結論	86
参考文献	90
謝 辞	97

第 1 章

緒論

1.1 工学における諸問題と乱流

20世紀中盤以降の人口爆発と人間活動の拡大は地球規模の環境問題を引き起こし、その弊害はもはや我々の日常生活にも直接の影響を及ぼすに至った。数十年や数百年に一度と形容される異常気象が毎年のように発生し、それらがもたらす自然災害が激甚化の一途を辿っている実感は、大雨や猛暑日などの極端現象の増加として気象統計にも表れている[気象庁, 2021]。化石燃料消費量の増大に伴う大気中の温室効果ガスの急激な増加が、異常気象をもたらす全球的な気候変動の一因となっている可能性は、長年にわたり強く指摘されている。また、人間活動による過度な環境負荷の弊害は異常気象のみならず、エネルギー資源の枯渇や公害問題など枚挙に暇がない。人間社会が今後も持続的発展を遂げていくためには、現代社会構造の変革が求められることは論をまたない。このような状況を受け、2015年、国連は人類社会の持続的発展を達成するための国際目標「持続可能な開発目標 (SDGs)」を全会一致で採択した。

環境問題解決に向けて工学が果たすべき役割は大きい。それは、省エネルギー化、新エネルギー創出などを通じて、科学技術の発展が環境負荷低減に大きく貢献しうるからである。先のSDGsは、世界全体のエネルギー効率の改善率を倍増させること、ならびに再生可能エネルギーの利用、先進的かつ環境負荷の低い化石燃料技術などのクリーンエネルギーの研究および技術へのアクセスを確保することを、2030年までに達成することを掲げている。

工学の扱う領域は多岐に亘るが、中でも流体力学は長い歴史をたたえると同時に、環境、エネルギー、医療生命など実に幅広い工学問題に関わる学問領域でもある。そのうち、最も重要で、かつ困難な問題は乱流であろう。乱流は、我々にとって身近であると同時に、工学上の様々な問題にも密接に関連する極めて重要な現象である。これは乱流が、熱、物質、運動量の高い輸送能力を有することによる[木田, 柳瀬, 1999]。例えば、物体表面に沿う乱流は、流体と壁面との運動量交換を促進し、その結果摩擦抵抗が増大する。航空機や船舶、自動車や高速鉄道車両などの輸送機器が空気や水から受ける摩擦抵抗あるいは圧力抵抗を低減することは、燃費の向上に大きく貢献する。乱流は熱輸送も促進するため、熱交換器や蓄熱機器、特に微細流路における熱交換では、乱流状態を維持し、高い熱輸送能を持つ流れを維持することが重要となる。さらに、ジェットエンジンや動力機器の内部における燃料と空気の混合は燃焼効率に直結するため、乱流による混合促進に関する研究が活発に行われている。また、乱流による拡散の促進は、大気や海洋中における汚染物質の希釈や、鉱床などの資源探査において重要となる。さらに、乱流がもたらす圧力変動は、しばしば騒音となって実用の際に問題となる。乱流騒音は空調機やファンなどの

身近な電化製品のほか、鉄道や空港施設などの建設にとり重要である。このように、工学問題で乱流が重要な鍵を握る例は多岐にわたり、乱流運動を正確に予測し、自在に制御することができれば、様々な輸送機器や熱流体機器を高効率化できる可能性がある。この上から、乱流研究の目的は現象理解、予測、制御に置かれてきた。

1.2 壁乱流の流れ構造とダイナミクス

壁乱流は、壁面近傍の平均せん断と、壁面での不透過条件によって特徴付けられ、壁からの距離に応じて様々なダイナミクスを示す。壁近傍では、壁面の影響により乱れのスケールが小さくなるため、粘性の影響が卓越する。この領域を内層と呼び、そこでのスケールは壁単位で表される。一方、壁から離れた領域では、慣性力が支配的となり、自由流の性質が強くなる。この領域を外層と呼び、境界層厚さやチャンネル半幅などが長さスケールとなる。

壁乱流の力学は、内層と外層とに分けて考えることが多い。特に内層には、乱れの生成と散逸の強いピークが存在する。平均流の運動エネルギーの一部は、ある種の持続的なプロセスによって絶えず乱れのエネルギーに変換され、最終的に熱エネルギーへ散逸する。壁近傍では、コヒーレント構造と呼ばれる時空間的に持続する流れ構造が、生成と消滅を繰り返してこの持続的なプロセスを担う。このプロセスは、コヒーレント構造間の相互作用による閉じたサイクルからなり、特に乱れの再生成サイクルと呼ばれる。コヒーレント構造や再生成サイクルは、壁近傍の乱れの維持に不可欠であり、それらに働きかけることが壁乱流制御の基本方針となるため重要である。ここでは、壁乱流を構成するコヒーレント構造と、再生成サイクルについて概観する。

1.2.1 壁乱流のコヒーレント構造

乱流中に繰り返し現れるコヒーレント構造の発見は、乱流が完全なランダム運動ではなく、ある程度の秩序を内包していることを示唆する点で重要であった。Kline et al. [1967] による低速ストリークおよびその bursting の可視化によって、コヒーレント構造は高い注目を浴びるようになり、その詳細の解明に多くの研究者が取り組むこととなった。Robinson [1991] は、それらの研究を総括するとともに、乱流境界層に現れるコヒーレント運動を8つに分類した。そのうち、壁乱流のダイナミクスにおいて特に重要な構造は、縦渦と低速ストリークであるとしている。

壁近傍では、縦渦 (quasi-streamwise vortex) と呼ばれる、流れ方向に軸を持つ管状の渦構造が多数生じる。縦渦は、壁近傍での活発な乱流生成、壁垂直方向輸送に重要な役割を果たし、壁面摩擦抵抗の増大にも関係する [Kravchenko et al., 1993]。典型的な直径は約 $30\delta_v$ 、長さは約 $200 - 300\delta_v$ とされる。ここで $\delta_v \equiv u_\tau/\nu$ は粘性長さ、 $u_\tau \equiv \sqrt{\tau_w/\rho}$ は摩擦速度、 ν は流体の動粘度、 τ_w は壁面摩擦、 ρ は流体密度である。壁乱流中の秩序構造が具体的なモデルとして初めて提案されたのは、Theodorsen [1952] による馬蹄渦とされる。彼は、このような要素渦を考えることで、乱流中の壁垂直方向輸送と Reynolds 応力生成の説明を試みた。そのうち、Townsend [1956] は著書の中で付着渦モデル (attached eddy) を提唱している。付着渦は、渦軸と壁からの距離が渦核半径に一致するような縦渦で、壁からの距離に比例したスケールを持つ渦モデルである。今日では、馬蹄渦と付着渦は同一の渦を指すと考えられている [Panton, 2001]。

縦渦は、流れ方向と完全には配向せず、垂直面内および水平面内の双方に傾きを持つ。Jeong et al. [1997] は、チャンネル乱流中の縦渦構造を抽出し、その統計的性質を調査した。それによれば、縦渦の下流側は壁から離れる方向に向かって平均的に約 9° の角度を持つ (inclination)。これは平均流の回転とせん断の効果によるものと理解される。この inclination は乱流エネルギーの生成に重要である。すなわち、縦渦が垂直面内で傾きを持つことにより、縦渦の両側面に誘起される速度は、高速流体の吹下し ($u' > 0, v' < 0$) あるいは低速流体の吹上げ ($u' < 0, v' > 0$) となる。前者は sweep、後者は ejection と呼ばれ、ともに負の Reynolds せん断応力 $u'v' < 0$ を生じる。チャンネル流などの平行流では、乱流エネルギーの生成は $P_k = -\overline{u'v'}dU/dy$ で与えられるため、sweep と ejection はともに乱流エネルギーの生成に寄与することになる。縦渦は、その回転方向に応じてスパン方向にも約 $\pm 4^\circ$ の角度を持つ (tilting)。tilting は、縦渦の側方と渦核中心に速度勾配 $\partial u'/\partial x$ (internal shear layer) を生じ、圧力・歪み相関を誘起する。これにより、平均流から u' に供給された乱れ速度のエネルギーは、 v' や w' へ再分配される。 v' は乱流生成に必要な Reynolds せん断応力 $-\overline{u'v'}$ を生成するため、Jeong et al. [1997] は tilting も乱流維持に不可欠であるとしている。

ストリークは、流れ方向速度の低速・高速領域が交互に並ぶ、主流方向に長く伸びた縞状構造である。このような構造は、壁乱流の壁近傍領域のほか、強いせん断を持つ自由せん断流や自由滑り界面にも現れることが知られている [Lee et al., 1990, Rashidi and Banerjee, 1990, Lam and Banerjee, 1992]。Hama et al. [1957] は、色素を用いた境界層の可視化実験を行い、壁面近傍のストリークの存在を初めて明らかにした。その後、スタンフォード大のグループによって、水素気泡 [Kline et al., 1967] や色素 [Kim et al., 1971] を

用いた可視化実験が行われ、ストリーク構造の詳細が調査された。

壁面近傍におけるストリークは、流れ方向に $O(1000\delta_v)$ の長さを持ち、スパン方向におよそ $100\delta_v$ の間隔で並ぶ [Smith and Metzler, 1983]. del Alamo and Jimenez [2006] は線形解析により、増幅率が極大となる乱れの波長が2つ存在し、その内の一つは $100\delta_v$ であることを明らかにした。Jiménez and Moin [1991] は、チャンネル乱流が維持される最小の計算領域（ミニマルチャンネル）の大きさを求め、そのスパン方向長がストリーク間隔と同様の $100\delta_v$ であることを示した。これは、ストリークが壁近傍のダイナミクスに重要な役割を果たしていることを示唆する。この点については次項で詳しく述べる。

ストリークは、断続的かつ急激に壁から上昇する特徴的な運動を示す。この現象は *bursting* と呼ばれ、Kline et al. [1967] や Kim et al. [1971] によって早くから認知されており、壁遠方への垂直方向運動量輸送と Reynolds 応力および乱流エネルギー生成の大半を担っていることが指摘されている。Corino and Brodkey [1969] は Reynolds 応力の70%がこのような *ejection* で生じることを見積もっている。Wallace et al. [1972] は Reynolds せん断応力 $\overline{u'v'}$ の四象限分析を提案し、*ejection*（第2象限, Q2）と *sweep*（第4象限, Q4）が $\overline{u'v'}$ に占める寄与を詳細に調査した。*Bursting* は、低速ストリークの上昇とそれに伴う不安定な速度分布の発生による、局所的な不安定性によるものとされていた [Kim et al., 1971]。一方、*bursting* は単に縦渦の通過の結果生じる副次的な *ejection* であり、それ自体は壁乱流のダイナミクスにおける重要な役割を果たしていないとする見方もある [Robinson, 1991, Moin and Mahesh, 1998, Schoppa and Hussain, 2002]。Schoppa and Hussain [2002] は、*bursting* や *ejection*, *sweep* は、それ自体は特別な現象ではないとしている。一方、*bursting* は壁近傍のダイナミクスの本質的構成要素と考えるべきであるという指摘は近年にもなされており [Jiménez, 2013]、その評価は依然定まっていない。

1.2.2 再生成サイクル

乱流エネルギーは平均流から供給され、粘性の効果によって絶えず熱エネルギーへ散逸する。したがって、乱流運動が維持されるためには、平均流から運動エネルギーを受け取る乱流構造が絶えず生成されなければならない。一方、壁乱流において乱流エネルギー生成が卓越するのは壁近傍であり、そこには縦渦やストリークなどのコヒーレント構造が時空間的に繰り返し現れる。したがって、これらコヒーレント構造と乱流維持の持続的プロセスを関連付けようとする試みは自然な帰結であろう。

Hamilton et al. [1995] は、ミニマルチャネル内の Couette 流れにおいて、再生成サイクルを調査した。彼らは、3つのプロセスからなる閉じた再生成サイクルを提案した (図 1.1)。

- 縦渦が誘起するリフトアップ機構による低速ストリークの生成
- 線形プロセスによる低速ストリークの崩壊
- 流れ方向に変化する擾乱による縦渦の生成

Jiménez and Pinelli [1999] は、ミニマルチャネル流において、壁から離れた領域の乱れを人工的に打ち消した場合に、壁近傍の乱れが維持されるか否かを調査した。その結果、 $y^+ \approx 60$ より外側の乱れが無い状態でも、壁近傍の乱流が維持されることを明らかにした。これは、壁近傍の再生成サイクルが、外側の流れとは独立な自律的プロセスであることを示している。

縦渦構造が低速ストリークを生成する過程は、縦渦が誘起する壁垂直方向速度による低速流体の持ち上げとして容易に理解できる [Blackwelder and Eckelmann, 1979]。この過程はリフトアップ機構と呼ばれ、平均せん断 dU/dy と壁垂直方向擾乱 v' の相互作用により、流れ方向擾乱 u' が時間に比例して大きくなる代数的成長 (algebraic growth) が生じる。これは、通常の線形安定性解析で検討される、擾乱のノーマルモードの指数関数的増幅とは異なっており、過渡成長 (transient growth) と呼ばれる非モーダル成長として理解される。過渡成長は、微小擾乱の時間発展を支配する線形化された演算子が自己随伴でない場合に生じうる。この場合、系の固有関数が直交しない可能性があり、各ノーマルモードは減衰するにもかかわらず、それらの重ね合わせで表される擾乱が一時的に増幅する場合がある。Reddy et al. [1993] は、流れの擾乱が従う Orr-Sommerfeld 演算子が非正規であり、過渡成長が生じうることを報告している。

ストリークの生成が、縦渦によるリフトアップ機構でもたらされることは、早くから多くの研究者の同意を得ている。一方、縦渦の生成機序については、さまざまな説が唱えられた。それらは親子渦説、ストリーク不安定性説の2つに大別できる [Jiménez and Pinelli, 1999, Panton, 2001]。親子渦説は、既に存在する縦渦 (親渦) と壁との相互作用によって、新たな縦渦 (子渦) が生成されるとする説である [Smith et al., 1991, Brooke and Hanratty, 1993]。壁面での滑り無し条件により、壁近傍の親渦と壁の間には、親渦と逆符号の渦度が生じる。この高渦度領域は既に縦渦の形状を有しており、親渦の誘起速度によって壁から離れたのち、平均せん断による伸長を受けて強化され、新たな親渦となって同様の機構を生じる。このサイクルは、縦渦のみが関係しストリークが含まれない点を特

徴とする。Brooke and Hanratty [1993] と Bernard et al. [1993] は、ともにチャンネル乱流の DNS 結果から、親渦から子渦が生成される現象を確認しているほか、Haidari and Smith [1994], Singer and Joslin [1994] による実験でも同様の現象が観察されている。

ストリーク不安定性説は、ストリークが不安定性によって崩壊し、その結果として縦渦が生成されるという説である。この説では、擾乱が発達するために十分な時間にわたって不安定な基本流が持続し、かつプロセスの結果として基本流が再度生じることが求められる。Jiménez and Pinelli [1999] は、低速ストリークを人工的に打ち消した場合の流れの時間発展を調査したところ、乱流が再生しないことを発見した。これは、再生成サイクルにおいてストリークが重要な役割を果たしていることを示唆しており、本説を支持する結果である。ストリーク不安定性説では、縦渦生成をもたらす非線形過程への移行に十分な程度まで、低速ストリークの乱れの増幅が生じる必要がある。Schoppa and Hussain [2002] は、ノーマルモード不安定性で十分な擾乱強度に達すると予測される低速ストリークの割合が、通常の十分発達場では高くない事実から、ノーマルモード不安定に替えて過渡成長が主要な不安定化機構であるとした。この場合の過渡成長とは低速ストリークに生じるものを指し、先述のリフトアップ機構における過渡成長とは異なる現象であることに注意されたい。彼らによれば、過渡成長はノーマルモード不安定性を大きく上回る擾乱増幅率を示し、流れ場の多くの低速ストリークが非線形過程に移行できるとした。彼らは、ミニマルチャンネル流において1本の低速ストリークを表す基本流を考え、これに3次元擾乱を加えることで、低速ストリークが過渡成長過程を経て1組の縦渦対を生成する過程を再現し、詳細な検討を加えた。彼らの解析は、3次元擾乱によって壁近傍に生じるシート状の流れ方向渦度 ω_x が、過渡成長の進行とともに roll-up し、ストリークの蛇行により生じる internal shear $\partial u'/\partial x$ によって伸長され、縦渦が形成されていく過程を明確に捉えている。生成された縦渦対が、Jeong et al. [1997] の示した平均的縦渦構造と非常に類似していることは特筆に値する。

Hamilton et al. [1995], Jiménez and Pinelli [1999], Schoppa and Hussain [2002] はいずれもミニマルチャンネル流での検討であり、通常の十分発達場において壁近傍の縦渦生成過程を詳細に検討した例は少ない。そのため、研究者間で広く見解の一致を得るには至っていないものの、現在ではストリーク不安定化過程が、縦渦生成において支配的な役割を担っているという見方が有力なようである。いずれにせよ、壁近傍の再生成サイクルに関しては詳細な知見が得られており、研究の軸足はその抑制による乱流制御の実現に移されていると言って良いであろう。

1.3 壁乱流の制御

乱流は熱，物質，運動量輸送と密接に関連するため，その自在な制御は，抵抗低減，伝熱促進，混合促進，騒音低減など，様々な工学的問題において重要である．本論文では，最も基礎的な乱流制御問題の一つである壁面摩擦抵抗低減に注目する．壁面上を通過する乱流中では，壁垂直方向運動量輸送が活発化するため，層流時と比較して壁面摩擦抵抗が増加する．そのため，乱れを抑制することが摩擦抵抗低減制御の基本方針の一つとなる．

一般に制御手法は，受動制御と能動制御に大別される．受動制御は，制御にエネルギーを必要としない手法である．乱流摩擦抵抗低減では，リブレットと呼ばれる流れ方向に沿った凹凸を設ける方法や [Walsh, 1990]，表面に撥水加工を施す手法 [Daniello et al., 2009]，流体から受ける力に応じて変形するコンプライアント表面の使用 [Bandyopadhyay and Hellum, 2014] などが挙げられる．能動制御は，アクチュエータの使用などにより，制御にエネルギーを必要とする手法である．制御装置が複雑化するなどの問題はあるものの，受動制御よりも多様な制御入力を与えることが可能であり，高い制御効果が得られる可能性があるため，広く研究されている．受動制御はさらにフィードフォワード制御とフィードバック制御に分類される．フィードフォワード制御は，制御入力を時間の関数として与える手法であり，代表的な例として，壁面一様吹出し/吸込み [Antonia et al., 1988, Sumitani and Kasagi, 1995, Kametani and Fukagata, 2011]，スパン方向壁面振動 [Jung et al., 1992, Baron and Quadrio, 1995, Quadrio and Ricco, 2004, Toubert and Leschziner, 2012]，流れ方向進行波制御（吹出し・吸込み：Min et al. [2006], Marref and Jovanović [2010], Lieu et al. [2010], Mamori et al. [2014]，壁面変形：Shen et al. [2003], Nakanishi et al. [2012]，スパン方向壁面速度：Quadrio et al. [2009], Viotti et al. [2009]）などが挙げられる．比較的単純な制御入力を用いて高い効果が得られる点は，フィードフォワード制御の特長の一つである．例えば，流れ方向進行波制御では，適切なパラメータ設定により再層流化が達成されることが報告されている [Mamori et al., 2014]．また，制御入力が単純であることや，センサーが不要であることから，制御装置が簡素になる利点もある．これは，メンテナンスコスト削減などの観点から重要である．一方，十分な制御効果を得るためには，しばしば大きな制御入力が必要となる．Mamori et al. [2014] は，再層流化にはバルク速度の10%以上の強い吹出し・吸込みを与える必要があるとした．特に，高 Reynolds 数流れでは粘性スケールが小さくなるため，壁面近傍の構造を制御対象とするような制御則を用いる場合，より小型のアクチュエータを用いる必要があり，強い制御入力を印加することが困難になる．

フィードバック制御は，制御入力を観測量または状態量の関数として与える手法であ

る。その時々の流れに応じて制御入力を印加するため、一般に効率的な制御が可能とされる。Gad-el Hak [1996]によれば、フィードバック制御はさらに物理規範型制御、適応制御、低次元モデルに対する制御、最適制御などに分類される。物理規範型制御の代表的な手法は、Choi et al. [1994]によって提案された v-control (opposition control) である。これは、壁近傍の縦渦構造が乱流摩擦抵抗と密接に関連するという知見 [Kravchenko et al., 1993] から、それらが誘起する速度を打ち消すように、壁面から吹出し・吸込みを与える手法である。Choi et al. [1994] は、壁面からの高さ $y = y_d$ に検知面を設定し、その面上の壁垂直方向速度を反転させて壁面上の速度とすることで、この手法を数値計算上で検証した。彼らは、 $Re_\tau = 180$ のチャンネル乱流において $y_d^+ = 10$ (+ は壁単位) とすることで、25%の摩擦抵抗低減を得た。Hammond et al. [1998] は、 $y_d^+ = 15$ とすることで制御効果が向上することを報告した。さらに、v-control による抵抗低減機構は、検知面と壁面の中間位置に壁垂直方向速度が平均的に零となる「仮想壁」が生じ、乱流輸送が阻害されるためとした。比較的大きな抵抗低減効果が得られることに加え、制御則の簡潔さと物理的意味の明確さもあり、v-control に関連する研究は実験 [Rebeck and Choi, 2001, 2006] と数値計算 [例えば Iwamoto et al., 2002, Chung and Talha, 2011] の両面から数多く行われている。また、v-control に着想を得た物理規範型制御として、壁面近傍の渦度フラックスに基づく制御 [Koumoutsakos, 1999] があるほか、縦渦構造に替わりストリーク構造の安定化を目的とした制御 [Endo et al., 2000] も提案されている。

柔軟な制御が可能なフィードバック制御では、効率的な制御が行える利点がある一方、複雑な制御系を用いるにもかかわらず、制御効果はフィードフォワード制御などに比べ必ずしも高くない。フィードバック制御の能力を十分に発揮させる優れた制御則の開発は、本手法の実用化に向け解決しなければならない課題となっている。壁面摩擦抵抗は、壁近傍の微細渦構造と密接に関連していることから [Kravchenko et al., 1993]、摩擦抵抗低減制御則の設計は、流れ場の全てのスケールを解像する直接数値計算を用い、研究者の直観に基づく試行錯誤により行われることが多い。しかし、このような発見的手法には、多大な労力と計算資源を要する。このことから、線形安定性解析やリゾルベント解析などの線形理論に基づくアプローチが提案されており、様々な制御手法に適用されている (スパン方向壁振動: Moarref and Jovanović [2012], Blesbois et al. [2013], Hack and Zaki [2015], 進行波状壁面吹出し・吸込み: Lee et al. [2008], Marref and Jovanović [2010], v-control: Lim and Kim [2004], Luhar et al. [2014])。一方、先に述べたように、乱流は強い非線形性を示す現象であり、壁乱流の再生成サイクルでも非線形過程は重要な役割を担っている。したがって、このような非線形性を考慮した制御を行うことで、より高い制御効果が

得られる可能性があるが、そのような制御則を試行錯誤や理論的アプローチにより構築することは困難であることが予想される。

1.4 高 Reynolds 数乱流の物理と制御

工学応用上重要な流れの多くは高い Reynolds 数を有する。輸送機器を例に取れば、自動車の場合で $Re \sim O(10^6)$ 、航空機の場合で $Re \sim O(10^8)$ となる。流れの Reynolds 数が増加すると、低 Reynolds 数の場合には見られない大規模な構造が生じ、流れのダイナミクスや壁面摩擦抵抗の生成における重要性が増していく。このことは、摩擦抵抗低減のための最適な戦略が変化する可能性を示唆するため、制御手法の実用化に際して十分に検討する必要がある。

低 Reynolds 数乱流では、壁近傍にストリーク状のコヒーレント構造が現れることは既に述べたが、高 Reynolds 数乱流においても大規模なストリーク構造が対数層に現れる。それらは、流れ方向長さがチャンネル幅や境界層厚さの 10 倍から 20 倍に及ぶ Large-scale Motion (LSM) や、それらが連なって生じる Very Large-scale Motion (VLSM) と呼ばれ [Kim and Adrian, 1999], DNS [Tomkins and Adrian, 2003] や熱線レーキ [Hutchins and Marusic, 2007], PIV [Ganapathisubramani et al., 2003] などにより、実験と計算の双方で検出されている。LSM と VLSM は、スペクトル解析により乱流運動エネルギーと Reynolds 応力生成に大きく寄与していることが示されており [Guala et al., 2006, Balakumar and Adrian, 2007], 乱流運動中に占める役割の重要性が指摘されている。例えば、Balakumar and Adrian [2007] は、運動エネルギーの 40-65% と Reynolds 応力の 30-50% が、波長 $\lambda_x/h > 3$ の長波長モードにより担われていることを報告している。

一方、Reynolds 数増加の影響は壁近傍の乱れにも現れる。壁単位でスケールされた壁近傍の乱れ強度は、Reynolds 数の増加とともに増加することが知られている [Klewicki and Falco, 1990, De Graaff and Eaton, 2000, Marusic and Kunkel, 2003, Hoyas and Jiménez, 2006]。このような壁近傍の Reynolds 数効果は、先に述べた大規模構造との非線形相互作用によるものであるという指摘がなされている。異なるスケール間の非線形相互作用は、大スケール信号による小スケール信号の振幅変調 (amplitude modulation) として解釈されることが多い。Bandyopadhyay and Hussain [1984] は、様々なせん断流において、大スケール速度信号と、残りの小スケール信号のエンベロープに類似した信号との間の相互相関を求め、両者が強く相関することを示した。また、両者の位相が壁近傍では固定されている一方、壁からの距離とともに徐々にシフトし、対数層の上端で 180° に達することを

報告した。Mathis et al. [2009] は、Bandyopadhyay and Hussain [1984] の手法を改良し、小スケール構造が対数領域に存在するはるかに大きなスケールから振幅変調を受けていることを示した。この結果に基づき、Marusic et al. [2010], Mathis et al. [2013] は、振幅変調を用いて対数層の大スケール信号から壁近傍の統計量を予測するモデルを構築している。

このように、高 Reynolds 数乱流では外側の大規模構造の影響が顕著になる一方、それらが壁近傍のダイナミクスに与える具体的な影響は依然明確になっていない。また、大規模構造の影響下でどのような制御が最適であるかも明らかにすべき問題である。既存の乱流制御手法は、壁面近傍の乱れの抑制に主眼を置くものが多いため、Reynolds 数の増加とともにその効果に変化する可能性がある。実際、Reynolds 数の増加により、既往手法の摩擦抵抗低減率は低下することが明らかになっている。例えば、Iwamoto et al. [2002], Chang et al. [2002] はそれぞれ DNS および LES を用いて、v-control の制御効果が Reynolds 数の増加とともに低下することを報告した。また Deng et al. [2014] は、Reynolds 数増加による摩擦抵抗低減率の減少の原因を、仮想壁面上に残留する Reynolds 応力により説明した。また、Gatti and Quadrio [2013] はスパン方向壁面振動に関して調査を行い、Reynolds 数に応じて制御パラメータを適切に選択することで、制御効果の低下を緩和できることを示した。一方、Iwamoto et al. [2005] は、壁近傍の乱れを仮想的に除去した場合に得られる摩擦抵抗低減率を調査し、その Reynolds 数依存性は大きくないことを報告した。これは、高 Reynolds 数乱流でも壁近傍の乱れを十分抑制できれば、高い制御効果が得られる可能性があることを示している。一方、Touber and Leschziner [2012] は、大規模構造が壁近傍のストリークに直接的な影響を与えているとし、特にスパン方向壁振動の適用時にストリーク再生を早めることで、摩擦抵抗低減率の低下をもたらしているとしている。このことは、壁近傍の乱れの抑制を図る場合でも、大規模構造の影響を念頭に置く必要性を示唆している。

大規模構造に対する制御方針として最も直観的なものは、大規模構造そのものを弱めることである。近年、このような見地に立脚した、大規模な入力による制御手法が提案されており [Schoppa and Hussain, 1998, Canton et al., 2016, Yao et al., 2017, 2018], それぞれ一定の効果を取めている。しかし、大規模構造を弱めることで、他のスケールがどのように応答するかは明らかでない。de Giovanetti et al. [2016] は、 $Re_\tau = 4000$ までのチャネル乱流の LES を行い、摩擦抵抗に対する各スケールの構造の寄与を調査した。彼らは、LSM や VLSM などの大規模構造は $Re_\tau = 2000$ において 20-30% の摩擦抵抗に寄与しているとした一方、それらを除去した場合に得られる摩擦抵抗低減率は 5-8% に留まることを報

告した。これは、大規模構造を弱めたことにより、小スケールの乱れが活性化したためであり、同様の傾向は Fukagata et al. [2010] でも確認されている。このように、大規模構造の直接的な抑制は必ずしも高い摩擦抵抗低減に繋がらない可能性が指摘されており、高い Reynolds 数の流れにおける制御則に関しては更なる検討が求められている。

1.5 最適制御理論

工学的問題では、最も望ましい結果を得られるよう、設計変数を適切に設定することがしばしば重要となる。結果の望ましさが設計変数の関数として表される場合、その関数を評価関数あるいはコスト関数と呼び、設計変数を決定する問題はコスト関数を最小化する問題に帰着される。このような問題を最適化問題と呼ぶ [大塚, 2011]。また、離散的な設計変数の代わりに関数を決定する問題の場合、コスト関数は汎関数となり、汎関数の最小化問題はすなわち変分問題となる。制御問題における制御入力を変関数、制御目的をコスト汎関数と考えると、その制御問題はコスト汎関数を最小化する変分問題とみなすことができる。これを最適制御問題と呼ぶ。また、制御入力¹を最適化する時間区間をタイムホライズンと呼ぶ。

最適制御理論では、コスト関数を決定すると、これを最小化する最適な入力が数学的に決定される。コスト関数の選択は制御効果に大きな影響を及ぼすため、コスト関数にどのような量を含めるか、またコスト関数に含まれるパラメータをどのように設定するかは、事前の試行錯誤によって慎重に決定する必要がある。つまり、最適制御理論を適用することで、制御入力を決定する問題がコスト関数を決定する問題に置き換えられることになる。しかしながら、コスト関数は通常制御目的を表すため、制御入力の関数形を調整するよりもはるかに容易となる点が重要である [大塚, 2011]。

最適制御問題では、1つのタイムホライズン内での最適化結果として、所与の初期条件の下での最適制御入力が時間の関数として得られる。これを系に適用する場合、制御中に生じた外乱の影響を補償する機構が無い場合、最適制御はフィードフォワード制御となる。しかし実際の問題において、外乱の影響を考慮しない制御を行うことは望ましくない。これに対し、最適制御でもフィードバック制御を行うような問題を考えることは可能であり、この場合の最適制御入力は、時間ではなく系の状態の関数として求められることになる。しかし、そのような最適制御入力を求めるためには、一般に解くことが非常に困難な Hamilton-Jacobi-Bellman 方程式を解く必要が生じる。そこで、従来のフィード

¹最適制御問題で得られる制御入力を最適制御と呼ぶ。本論文では、制御手法としての最適制御との混乱を避けるため、制御入力を指す場合は最適制御入力と明記することとする。

フォワード制御の定式化を用い、最適制御入力を時間の関数として求めながらも、フィードバック制御を行う枠組みが考案されている。具体的には、適当な間隔で系の状態を推定し、それを初期条件として最適制御入力を時間の関数として求め、その最初の一部のみを実際の制御入力として与える。特に、各時刻で最適制御入力を求め、その初期値のみを与える手法は、モデル予測制御²あるいは receding horizon 制御と呼ばれる。これにより、各タイムホライズンの初期状態に依存して制御入力が求まるため、状態フィードバック制御を行うことができる。

最適制御理論の枠組みは、系が線形か非線形かによらず適用することができる。系が線形であり、コスト関数が二次形式で与えられるような問題を線形二次形式問題と呼ぶ。この場合、最適制御入力が状態の関数として解析的に求められるため、特に区別して扱われる。また、線形二次形式問題において、 $T \rightarrow \infty$ の場合に得られるフィードバック制御系をレギュレータと呼ぶ。

Abergel and Temam [1990] は、様々な流れの制御問題に対して最適制御問題を定式化するとともに、その数値解法のアルゴリズムを提示した。具体的には、タイムホライズンにおいて速度場の時間発展を計算・保存し、これを用いて Navier-Stokes 方程式の随伴方程式を解くことで、コスト関数の感度情報を内包する随伴場を求め、勾配法に基づき制御入力を繰り返し更新していくというものである。しかしこの手法では、全空間の速度場および制御入力の時間発展を常に保存しておく必要があるほか、制御入力が収束するまで Navier-Stokes 計算および随伴計算を繰り返す必要がある。当時の計算機性能では、この手法を適用できる問題は非常に限られ、3次元非定常流れに対して適用されるのは約10年後のことであった [Bewley et al., 2001]。一方、Choi et al. [1993] は、Abergel and Temam [1990] が示した最適制御問題において、極めて短い対象期間で最適制御入力を求める準最適制御を提案した。この場合、各時刻においてコスト関数を最小化する最適制御入力が解析的に求められるため、制御入力の最適化のための繰り返し計算が不要となり、計算負荷を飛躍的に抑制できる。彼らは Burgers 方程式に準最適制御を適用して、その効果を実証した。さらに、Bewley et al. [1993], Bewley and Moin [1994] は、チャンネル乱流に本手法を適用し、17%の抵抗低減効果を得た。彼らの定式化では、流れ場全体の状態の情報を必要としたため、実用性に書ける点があった。Lee et al. [1998] は、Choi et al. [1994] の v-control 制御が、壁面近傍のスパン方向圧力勾配を増加させる事実に着目し、これを最大化するようなコスト関数による準最適制御を提案し、 $Re_\tau = 110$ のチャンネル乱流で 16-22%の抵抗

²チャンネル乱流に対して非線形最適制御を行った Bewley et al. [2001] は、得られた最適制御入力を適用する時間長 T_a を定義し、初期値のみならず一定期間最適制御入力をを用いているが、彼らはこれもモデル予測制御と呼んでいる。ただし、乱流モデルなどとの混同を避けるため、彼らはモデルの語を省き、単に予測制御 (predictive control) と呼んでいる。

低減効果を得た。彼らの定式化の優れている点は、準最適制御入力が一瞬時の壁面圧力分布のみから求められ、流れ場中の状態推定を必要としない点にある。Fukagata and Kasagi [2004] は、摩擦抵抗が Reynolds せん断応力 $-\overline{u'v'}$ の積分として与えられることに着目し [Fukagata et al., 2002], コスト関数として壁近傍に設定した検知面上の $-\overline{u'v'}$ を用いた。彼らは、Taylor 展開を適用することで、壁面せん断応力のみを用いて準最適制御入力を決定することを提案し、実際にチャネル乱流で抵抗低減効果が得られることを実証した。Iwamoto et al. [2002] は、Lee et al. [1998] の制御則で得られる制御効果の Reynolds 依存性を調査している。Hasegawa and Kasagi [2011] は、準最適制御を摩擦抵抗低減と伝熱促進の同時制御問題に拡張している。このように、準最適制御は多様な問題に対してその効果が実証されているほか、壁面観測量のみに基づいた制御を行うことも可能である点で優れている。一方、極めて短いタイムホライズンでの系の時間発展しか考慮しないため、長期的視点での最適制御入力とは一致せず、得られる制御効果は限定的である可能性が高い。また、準最適制御入力が解析的に求められるのは、系の支配方程式の非線形項を無視したことによる。他方、非線形なダイナミクスが乱流運動において重要な役割を担っていることは既に述べた通りである。したがって、系の非線形性を考慮した制御を行うことで、さらに高い制御効果が得られる可能性がある。

Bewley et al. [2001] は、非線形最適制御をチャネル乱流に対して適用した。彼らはタイムホライズンを $T^+ = 1.5 - 100$ と設定し、制御効果に及ぼす影響を調査した。その結果、タイムホライズンを長くするほど高い制御効果が得られる傾向が確認され、特に $T^+ \geq 25$ とした場合に再層流化することを報告した。これは、タイムホライズンを長く設定することで、完了に時間を要する非線形過程を考慮した最適制御入力が見られるようになるためであるとし、計算資源の許す限り長いタイムホライズンを設定するべきであるとした。しかし、実際はこの限りではなく、タイムホライズンを過大に設定することで、随伴場から得られる勾配情報が意味をなさなくなる場合がある [Wang et al., 2014, Blonigan and Wang, 2018]。これは、系がカオスである場合、計算される感度が時間とともに指数関数的に増加し、非常に大きな値となるためである。したがって、タイムホライズンの設定は慎重に行う必要がある。

Bewley et al. [2001] は制御目的を摩擦抵抗低減としたが、これを達成するためにコスト関数に含める量としては、壁面摩擦抵抗そのものや乱流統計量など、様々な候補が挙げられる。彼らはいくつかのコスト関数を提案し、それらの制御効果を比較した。そのうち最も効果の高かったものは、タイムホライズンの最終時刻における乱流エネルギーであった。先述の再層流化はこのコスト関数を用いて得られたものである。興味深いことに、摩

擦抵抗や乱流エネルギーの時間平均値をコスト関数とした場合、流れは再層流化されず、抵抗低減効果も限定的であった。彼らはこの差について、タイムホライズンの途中における乱れの増加にペナルティを与えないことで、より自由な戦略が取れるようになったためと推察している。

最適な制御入力を適用することで、少なくとも低 Reynolds 数の乱流については速やかに再層流化することが可能であることを示した点で、Bewley et al. [2001] の結果は重要なものであった。一方、彼らの論文では、制御入力や制御時の流れ場の様子は示されておらず、制御効果をもたらされる機構に関する検討もなされていない。先に述べた通り、非線形最適制御では、系全体における状態の正確な推定、モデル化誤差やシステム外乱の無い理想的状態、潤沢な計算資源の確保が可能な場合にのみ実行できる [Bewley et al., 2000]。実際の問題では、これらはいずれも確保することが極めて困難であり、したがって実問題に対して非線形最適制御を適用することは非常に困難である。一方、非線形最適制御の適用により、非常に効果の高い制御入力が見出されていることは事実であり、そこから得られる知見を実際の制御問題に適用できる形に展開することが、乱流能動制御の実用化の観点から極めて重要となる。そのための方策として、最適制御入力が見出されるために重要な入力要素を適切に抽出し、それらを系の状態量あるいは観測量の関数として表すことで、新たな制御則に展開することが考えられる。このためには、(1) 機械学習などのデータ駆動型手法を用いる方法、(2) 制御機構の物理的理解に基づき制御則を決定する方法の2つが挙げられる。(1) の手法では、系の状態とそれに対応する最適制御入力の大量の組が必要となり、特に乱流制御においてはそのデータ量や必要計算資源が膨大となる困難がある。そこで本研究では、(2) の手法に基づき、実問題に適用可能な新しい乱流制御則の構築を試みる。これまで、最適制御による乱流抑制機構は詳細に検討されて来なかった。それは、乱流が元来持つ3次元性、強非線形性などの特性と、非定常乱流制御において現れる時空間的に複雑な制御入力、ならびにその制御入力による効果が時間的に重畳していくことなどにより、解析が極めて困難であることによる。したがって制御機構の検討にあたっては、最適制御入力の本質的部分を維持しつつ、系あるいは制御入力の自由度を削減するなど、解析を容易にする何らかの工夫が必要となる。

1.6 本論文の目的と構成

本研究では、高い制御効果を有する新しい乱流摩擦抵抗低減制御則を構築するため、壁乱流における非線形最適制御の乱流抑制機構を解明することを目的とする。第2章では、

本研究で検討対象とするチャンネル乱流の直接数値計算手法ならびに使用する流体ソルバーについて述べる。また、最適制御計算の概要と、制御入力之感度計算に用いる随伴法の説明ならびに随伴方程式の導出を行う。第3章では、低 Reynolds 数チャンネル乱流における最適制御機構を検討する。はじめに、最適制御のタイムホライズンを変化させた場合の制御効果、入力ならびに流れ場の応答の変化を調査し、制御入力の時間方向の自由度が最適制御結果に与える影響を検討する。続いて、系を単純化するアプローチとして、ミニマルチャンネル流内のストリーク過渡成長に対する最適制御機構を調査する。単一のストリーク構造を模した初期場に正弦波状の擾乱を与え、これが過渡成長により増幅する過程において制御を行うことで、再生成サイクルの素過程に対する最適制御機構を検討する。第4章では、制御入力の自由度を制限するアプローチとして、長波長モードのみを含むような吹出し・吸込みを用いた最適制御を行う。これにより、実用的にも好ましい大きなスケールの制御入力で達成可能な制御効果を明らかにするとともに、制御入力の複雑さを緩和した上で最適制御機構の理解を試みる。第5章では、Reynolds 数を増加させたチャンネル乱流に対して最適制御を行い、その制御効果および制御機構の Reynolds 数依存性を調査する。最後に、第6章で結論を述べる。

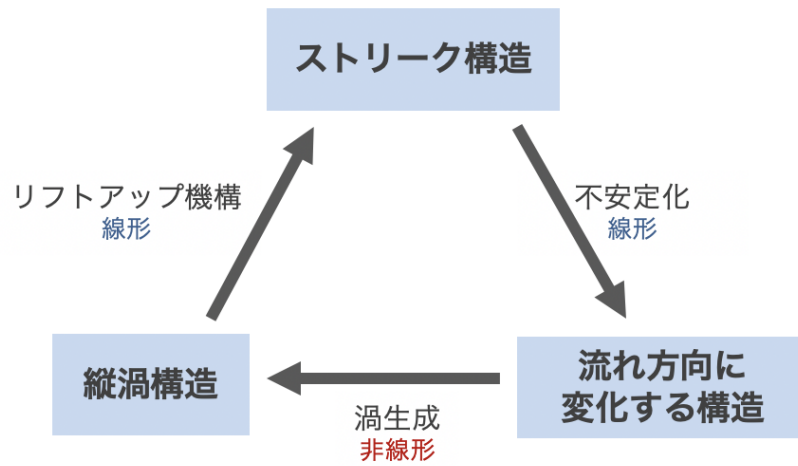


FIGURE 1.1: Regeneration cycle of wall turbulence [Hamilton et al., 1995].

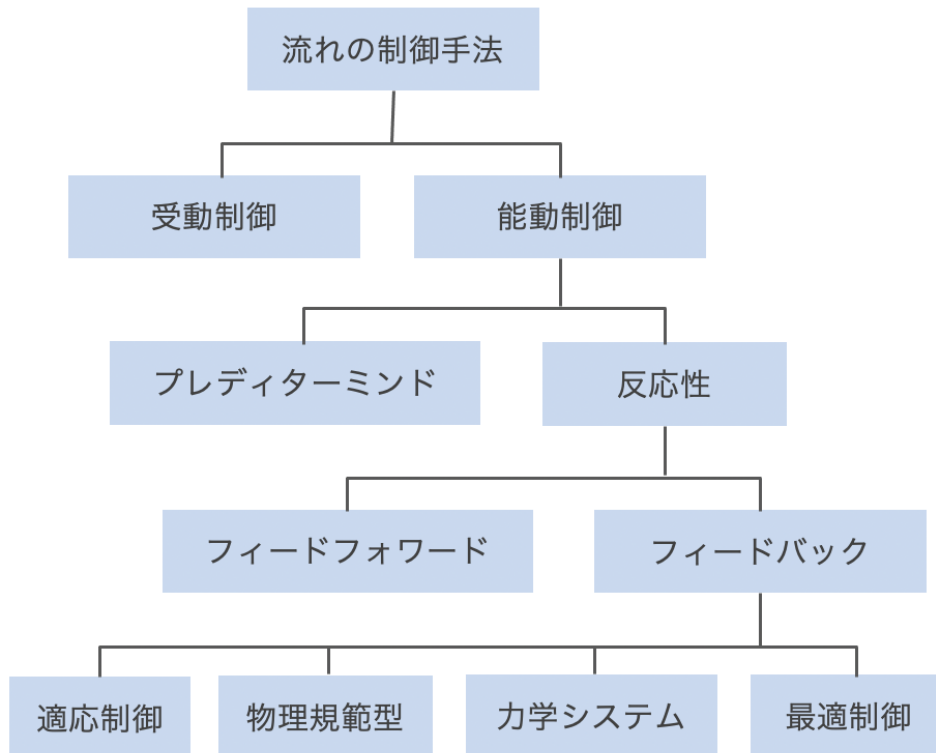


FIGURE 1.2: Classification of turbulence control technics [Gad-el Hak, 1996].

第 2 章

数值計算手法

2.1 チャネル乱流の直接数値計算

オープンソース非圧縮性流体ソルバー Incompact3D [Laizet and Lamballais, 2009, Laizet and Li, 2011] を用いて、チャネル乱流の直接数値計算 (Direct Numerical Simulation, DNS) を行う。流れの支配方程式は非圧縮性 Navier-Stokes 方程式と連続の式である。

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{1}{Re_b} \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j^2}, \quad (2.1)$$

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0. \quad (2.2)$$

ここで、 u_i は速度、 p は圧力を表す。 Re_b はバルク流量 U_b に基づく Reynolds 数であり、チャネル半幅 h 、流体の動粘性係数 ν を用いて $Re_b \equiv 2U_b h / \nu$ と定義される。流量一定条件のもとで上式を数値的に時間積分することで、流れ場の時間発展を得る。

直方体の計算領域を設定し、流れ方向 (x) およびスパン方向 (z) に周期境界条件、壁垂直方向 (y) に滑りなし条件を課す。空間離散化には6次精度コンパクト差分法 [Lele, 1992] を用いる。一方、線形方程式である圧力の Poisson 方程式は Fourier 空間で解く。時間積分は、粘性項のうち y 方向微分を含む項に2次精度 Crank-Nicolson 法、その他の全ての項に3次精度 Adams-Bashforth 法を用いる。時間刻みは Courant 数がおよそ 0.2 以下となるように設定する。ソルバーは Message Passing Interface (MPI) により並列化されており、大規模並列計算に対応できる [Laizet and Li, 2011]。

表 2.1 に、本論文で用いる計算条件を示す。 $Re_\tau \equiv u_\tau h / \nu$ は摩擦 Reynolds 数 ($u_\tau \equiv \sqrt{\tau_w / \rho}$ は摩擦速度、 τ_w は壁面せん断応力、 ρ は流体の密度)、 L_x, L_y, L_z は計算領域長、 N_x, N_y, N_z は格子点数、 $\Delta x, \Delta y, \Delta z$ は格子幅であり、上付きの $+$ は本論文全体を通して非制御時の摩擦速度に基づく粘性スケールを表す。計算格子は Cartesian 格子を用い、流れ方向およびスパン方向には一様等間隔とし、壁垂直方向には壁面近傍に格子が集中するように伸長を施す。格子点の y 座標は以下の式で表される [Laizet and Lamballais, 2009]。

$$y = h(s), \quad 0 \leq s \leq 1, \quad 0 \leq y \leq L_y, \quad (2.3)$$

$$h = \frac{L_y \sqrt{\beta}}{\gamma \sqrt{\alpha} \sqrt{\alpha\beta + 1}} \times \left\{ \tan^{-1} \left[\frac{\sqrt{\alpha\beta + 1} \tan(\pi(\gamma s + \delta))}{\sqrt{\alpha} \sqrt{\beta}} \right] + \pi \left[H \left(s - \frac{1 - 2\delta}{2\gamma} \right) + H \left(s - \frac{3 - 2\delta}{2\gamma} \right) \right] - \tan^{-1} \left[\frac{\sqrt{\alpha\beta + 1} \tan(\pi\delta)}{\sqrt{\alpha} \sqrt{\beta}} \right] \right\}. \quad (2.4)$$

上式において、 H は Heaviside のステップ関数を表す。また、格子を集中させる位置は γ, δ によって決定でき、チャンネル流のように上下壁に格子を集中させる場合、 $\gamma = 1/2, \delta = 1/2$ とする。 β は格子の集中度合いを決定する任意のパラメータであり、本研究では $\beta = 0.259065151$ とする。これらの (β, γ, δ) のもとで $h(1) = L_y$ が満たされるように、 α が次式に基づいて決定される。

$$\alpha = \frac{-1 + \sqrt{1 + 4\beta^2\pi^2}}{2\beta}. \quad (2.5)$$

表中、ケース名の minimal はミニマルチャンネル、Re110, 300, 650 および 1000 はフルサイズのチャンネルでそれぞれ摩擦 Reynolds 数を変更した計算を指す。

図 2.1 に、Re110, Re300 および Re1000 での非制御時における基本的統計量を示す。実線が Incompact3D による結果、シンボルが Iwamoto et al. [2002] のスペクトル法および Abe et al. [2004] の有限差分法による結果であり、左側が平均流速分布 $U(y)$ 、右側が速度の rms 値 $u_{i,\text{rms}}(y)$ である。今回の結果は、いずれの Reynolds 数でも文献値と良好な一致を示しており、妥当な結果が得られていることが確認できる。

TABLE 2.1: Numerical conditions.

Case	Re_b	Re_τ	$L_x \times L_y \times L_z$	$N_x \times N_y \times N_z$	Δx^+	Δy_{\min}^+	Δy_{\max}^+	Δz^+
minimal	4000	134.8	$\pi h \times 2h \times 0.3\pi h$	$32 \times 129 \times 16$	12.8	0.72	5.7	8.1
Re110	3222	109.3	$4\pi h \times 2h \times 4/3\pi h$	$128 \times 129 \times 96$	10.7	0.61	4.8	4.8
Re300	10076	298.1	$2.5\pi h \times 2h \times 2\pi h$	$256 \times 257 \times 192$	9.2	0.83	6.6	4.9
Re650	24258	642.0	$2.5\pi h \times 2h \times 2\pi h$	$512 \times 469 \times 384$	9.9	0.96	7.7	5.3
Re1000	39578	987.3	$2.5\pi h \times 2h \times 2\pi h$	$648 \times 721 \times 450$	12.0	0.97	7.7	6.9

2.2 随伴法に基づくチャンネル乱流の最適制御

熱流体システムにおける最適化問題では、設計空間の次元が膨大となることがある。本研究の場合、壁面上を連続的に分布する吹出し・吸込みを制御入力として仮定し、これを時空間方向に離散化した上で、最適な制御入力分布を数値的に求める。離散化後の変数の個数が数値計算上の設計変数の個数となるが、Reynolds 数が高い場合などでは、その数は数億に達することもある。このように多数の設計変数に対する最適化問題では、遺伝的アルゴリズムなどの探索的手法を適用することがほぼ不可能である。随伴法に基づく最適化は、このような高次元最適化問題における勾配を効率よく求める手法である。具体的には、はじめに Navier-Stokes 計算（順解析）を行った後、随伴方程式を時間逆方向に解く

ことで（逆解析），全ての設計変数に関するコスト関数の勾配が求められる．順解析と同程度の計算量である逆解析を1回行うことで勾配が求められるため，本研究のように高次元な設計変数を扱うチャンネル乱流の最適制御問題に適している．

本研究では，チャンネルの上下壁で流体の吹出し・吸込み $\phi(x, z, t)$ を適用し，その時空間分布を最適化する．最適制御理論では，はじめに制御入力を最適化する有限の時間区間を設定する．これをタイムホライズンと呼び，制御開始時刻 t_0 ，制御対象期間 T を用いて $t \in [t_0, t_0 + T]$ と表される．このタイムホライズンにおいて，制御目的を表すコスト汎関数 J を定義し，これを最小化するような制御入力を勾配法に基づく繰返し計算により求める．Bewley et al. [2001] は，チャンネル乱流において，様々なコスト汎関数を用いた場合の摩擦抵抗低減効果について調査を行い，以下で表されるコスト汎関数を用いた場合に流れが再層流化され，最大の摩擦抵抗低減が得られることを報告した．

$$J = \frac{d_1}{2V} \left[\int_{\Omega} u_i'^2 dV \right]_{t=t_0+T} + \frac{1}{2TS} \int_{t_0}^{t_0+T} \int_{\partial\Omega} \phi^2 dS dt. \quad (2.6)$$

d_1 は重み係数であり， $'$ は変動成分， V は計算領域の体積， S は壁面面積， $\int_{\Omega} dV$ は計算領域全体での積分， $\int_{\partial\Omega} dS$ は壁面上での積分を表す．右辺第1項はタイムホライズンの最終時刻 ($t = t_0 + T$) における乱流エネルギー，第2項は制御入力の運動エネルギーを表す．このようなコスト汎関数を最小化することにより，出来るだけ少ない制御入力によって，乱流エネルギーを最大限抑制するような制御入力を得られる．通常，制御入力の最小化と乱流エネルギーの最小化は相反する制御目的となる．したがって，このような最適化問題は多目的最適化問題となり，コスト汎関数において二つの目的の重みを決定する係数 d_1 の値を変化させることで，Pareto 最適解の集合が得られる．

上で定義したコスト汎関数を最小化するような制御入力を勾配法により求める．勾配法は，最小化する関数の勾配情報から探索方向を決定し，その方向に設計変数を更新することを繰り返す数理最適化手法である．この手法は局所的な勾配情報のみに基づくため，特に多峰性の強い関数では局所解に陥りやすく，注意が必要である．

コスト汎関数の勾配は随伴法により求める．随伴法はLagrange 未定乗数法に基づく手法であり，系の支配方程式に対応する随伴方程式を解くことが特徴である．随伴方程式やその初期条件および境界条件は，用いるコスト関数によって変化するため，問題ごとにこれらを導出する必要がある．本問題に対する随伴方程式の導出を以下に示す．

制御入力 ϕ の微小変化 $\delta\phi$ に関する速度, 圧力の摂動を $\delta u_i, \delta p$ とする.

$$\delta u_i = \frac{\mathcal{D}u_i}{\mathcal{D}\phi} \delta\phi \quad (2.7)$$

$$\delta p = \frac{\mathcal{D}p}{\mathcal{D}\phi} \delta\phi. \quad (2.8)$$

ここで $\mathcal{D}/\mathcal{D}\phi$ は ϕ に関する Fréchet 微分を表す. $\delta u_i, \delta p$ に関する支配方程式は, Navier-Stokes 方程式および連続の式から以下のように求められる.

$$\frac{\partial \delta u_i}{\partial t} + \frac{\partial (\delta u_i u_j + u_i \delta u_j)}{\partial x_j} + \frac{\partial \delta p}{\partial x_i} - \frac{1}{Re_b} \frac{\partial^2 \delta u_i}{\partial x_j^2} = 0, \quad (2.9)$$

$$\frac{\partial \delta u_i}{\partial x_i} = 0. \quad (2.10)$$

上式において, 摂動の二乗量は小さいとして無視した. これは, 制御入力の微小変化 $\delta\phi$ による速度および圧力の変化が小さいとする仮定に基づく. Navier-Stokes 方程式および連続の式を等式拘束条件と考えた場合のコスト汎関数の最小化問題を, Lagrange 未定乗数法で解くことを考える. Lagrange 乗数 (随伴変数) u_i^*, p^* を導入し, 最適化問題における Hamiltonian H を以下のように定義する.

$$H = J - \int_{t_0}^{t_0+T} \int_{\Omega} \{u_i^* \times (2.1) - p^* \times (2.2)\} dV dt. \quad (2.11)$$

これにより, コスト汎関数 J に関する制約付き最小化問題は, Hamiltonian H の制約なし最小化問題に帰着される. 上式の Fréchet 微分を取る.

$$\begin{aligned} \frac{\mathcal{D}H}{\mathcal{D}\phi} \delta\phi &= \frac{\mathcal{D}J}{\mathcal{D}\phi} \delta\phi - \int_{t_0}^{t_0+T} \int_{\Omega} \{u_i^* \times (2.6) - p^* \times (2.7)\} dV dt \\ &= 0. \end{aligned} \quad (2.12)$$

0 と等置するのは最適性条件による. ここで, 以下の内積記号を導入する.

$$\langle fg \rangle = \int_{t_0}^{t_0+T} \int_{\Omega} fg dV dt. \quad (2.13)$$

部分積分を用いて、随伴変数 u^*, p^* と変分 $\delta u_i, \delta p$ の順序を入れ替えることで、次式を得る。

$$\begin{aligned}
 \frac{\mathcal{D}H}{\mathcal{D}\phi} \delta\phi &= \frac{\mathcal{D}J}{\mathcal{D}\phi} \delta\phi \\
 &+ \left\langle \delta u_i \left(\frac{\partial u_i^*}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i^*}{\partial x_j} + u_j \frac{\partial u_j^*}{\partial x_i} - \frac{\partial p^*}{\partial x_i} + \frac{1}{Re_b} \frac{\partial^2 u_i^*}{\partial x_j^2} \right) \right\rangle \\
 &+ \left\langle \delta p \left(\frac{\partial u_i^*}{\partial x_i} \right) \right\rangle \\
 &- \left[\int_{\Omega} u_i^* \delta u_i dV \right]_{t_0}^{t_0+T} \\
 &- \int_{t_0}^{t_0+T} \int_{\partial\Omega} \left[u_i^* (\delta u_i u_j + u_i \delta u_j) - \frac{1}{Re_b} \left\{ \left(u_i^* \frac{\partial \delta u_i}{\partial x_j} \right) - \left(\delta u_i \frac{\partial u_i^*}{\partial x_j} \right) \right\} \right. \\
 &\quad \left. + (-p^* \delta u_j + \delta p u_j^*) \right] n_j dS dt \\
 &= 0.
 \end{aligned} \tag{2.14}$$

上式で、 n_j は外向き法線ベクトルの成分を表す。上式は、 $\delta u_i, \delta p$ によらず恒等的に成り立つ必要があるから、以下の式が常に成り立たなければならない。

$$\frac{\partial u_i^*}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i^*}{\partial x_j} + u_j \frac{\partial u_j^*}{\partial x_i} - \frac{\partial p^*}{\partial x_i} + \frac{1}{Re_b} \frac{\partial^2 u_i^*}{\partial x_j^2} = 0, \tag{2.15}$$

$$\frac{\partial u_i^*}{\partial x_i} = 0. \tag{2.16}$$

上式を Navier-Stokes 方程式を比較すると、拡散項の係数が負となっていることがわかる。したがって上式は、時間に関して逆方向に解く必要があるため、新たな時間変数 $t^* = -t$ を導入し、上式を書き直す。

$$\frac{\partial u_i^*}{\partial t^*} - u_j \frac{\partial u_i^*}{\partial x_j} + u_j \frac{\partial u_j^*}{\partial x_i} = -\frac{\partial p^*}{\partial x_i} + \frac{1}{Re_b} \frac{\partial^2 u_i^*}{\partial x_j^2}, \tag{2.17}$$

$$\frac{\partial u_i^*}{\partial x_i} = 0. \tag{2.18}$$

上式は随伴変数 u_i^*, p^* が従う支配方程式で、随伴方程式と呼ぶ。続いて、コスト汎関数の Fréchet 微分を取る。

$$\frac{\mathcal{D}J}{\mathcal{D}\phi} \delta\phi = d_1 \left[\int_{\Omega} u_i \delta u_i dV \right]_{t=t_0+T} + \int_{t_0}^{t_0+T} \int_{\partial\Omega} \phi \delta\phi dS dt. \tag{2.19}$$

上式を式 (2.14) に代入した上で、随伴場の初期条件と境界条件を定める。上式右辺第 1 項

は, $t = t_0 + T$ において

$$u_i^* = d_1 u_i \quad (2.20)$$

とすることで打ち消される. また, 壁面上で

$$u_i^* = 0 \quad (2.21)$$

とすることで, 式(2.14)は最終的に

$$\frac{\mathcal{D}H}{\mathcal{D}\phi} \delta\phi = \int_{t_0}^{t_0+T} \int_{\partial\Omega} (\phi + p^* n_2) \delta\phi \, dS dt \quad (2.22)$$

となる. ただし, n_2 は上壁で1, 下壁で-1である. したがって, Hamiltonian H の制御入力に関する勾配が以下のように得られる.

$$\frac{\mathcal{D}H}{\mathcal{D}\phi} = \phi + p^* n_2. \quad (2.23)$$

上式で表される勾配は時空間の関数であることに注意されたい.

勾配法による最適化では, 制御入力は次式で更新される.

$$\phi^{n+1} = \phi^n + \alpha^n d^n. \quad (2.24)$$

ここで, n は反復回数, α はステップ幅, d は探索方向である. 最適化アルゴリズムとして最急降下法を用いる場合, 探索方向は勾配 g の逆方向とする.

$$d = -\frac{g}{|g|}. \quad (2.25)$$

最急降下法は単純かつ実装が容易である利点を持つ一方, 最適解に向かう方向の勾配が小さい場合に収束が遅くなる欠点がある. より早い収束が期待できる手法として, Newton法がある. これは, Taylor展開によりコスト関数を局所的に二次形式で近似することを考え, 近似関数の最適解方向 (Newton方向) を探索方向とする手法である. この場合, 最適解から近い範囲では非常に早い収束が得られる. 一方, コスト関数の Hessian を求める必要から計算量が増加するほか, Hessian が正定値行列となる保証がないため, Newton方向が降下方向とならない可能性がある [Press et al., 2007]. このことから, 数理最適化の分野では, Hessian を適当な正定値行列で近似する準 Newton法が広く用いられている.

その中でも特に多く利用されているのが BFGS (Broyden-Fletcher-Goldfarb-Shanno) 法であり, Hessian を次の行列で近似する手法である.

$$B_{n+1}^{-1} = \left(I - \frac{y_n s_n}{y_n^T s_n} \right)^T B_n \left(I - \frac{s_n y_n^T}{y_n^T s_n} \right) + \frac{s_n s_n^T}{y_n s_n}, \quad (2.26)$$

$$s_{n+1} = x_{n+1} - x_n, \quad (2.27)$$

$$y_{n+1} = g_{n+1} - g_n, \quad (2.28)$$

$$g_{n+1} = \nabla f(x_{n+1}) \quad (2.29)$$

上式で x は探索点, f はコスト関数である. BFGS 法では, 過去の反復における s, y を全て保存しておく必要があるが, 多くの場合, 直近数回の反復での値のみを利用する L-BFGS 法が用いられる. 本研究でも, L-BFGS 法を主に用いる.

探索方向を定めると, その方向へのステップ幅を決定する. ステップ幅を最適化する過程を直線探索と呼ぶ. これには, 黄金分割法, 逆二次補間法, Brent 法などが用いられる [Press et al., 2007]. しかし, これらの手法では, その過程でコスト関数の評価を繰り返す必要があり, 特に流体問題においてはその都度 Navier-Stokes 方程式を解く必要がある. このようにコスト関数の評価が高価であるような問題では, 厳密な直線探索により各探索方向における最適ステップ幅を求めることはせず, 適当なステップ幅を用いて更新することが多い. 事前検討の結果, 本研究で用いるコスト関数では, 探索方向を定めた場合のステップ幅 α とコスト関数 $J(\alpha)$ の関係は, 二次関数で非常に良く近似できることが明らかになった. そこで, 探索方向が定まったのち, ステップ幅を3通りに変化させてコスト関数を求め, それら3点を通る2次関数でコスト関数 $J(\alpha)$ を近似し, その最適解を与える α をステップ幅とした (逆二次補間).

以上の手順を一つのタイムホライズンの中で繰り返し, 制御入力を更新していくことで, コスト汎関数を最小化する制御入力を得られる. 一つのタイムホライズンにおける制御入力収束したのち, タイムホライズンを T_a だけ移動させ, 同様の手順を繰り返す. 随伴法による非線形最適制御の概略図を図 2.2 に示す.

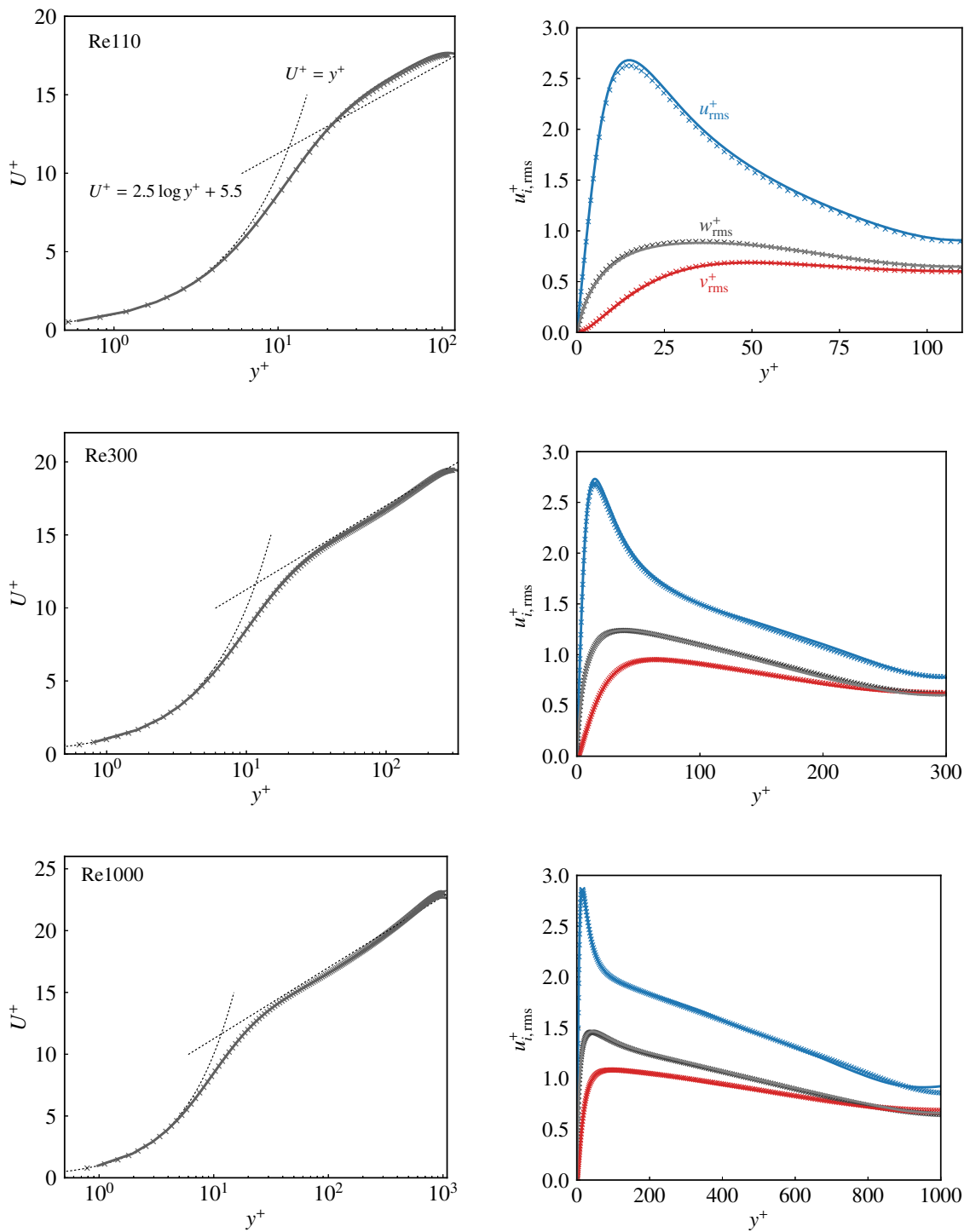


FIGURE 2.1: Profiles of (left) mean velocity and (right) r.m.s. of velocity; Solid lines represent the current DNS and the symbols are the results from the spectral method [Iwamoto et al., 2002] for Re110 and Re300, and from the 4th-order finite difference method [Abe et al., 2004] for Re1000.

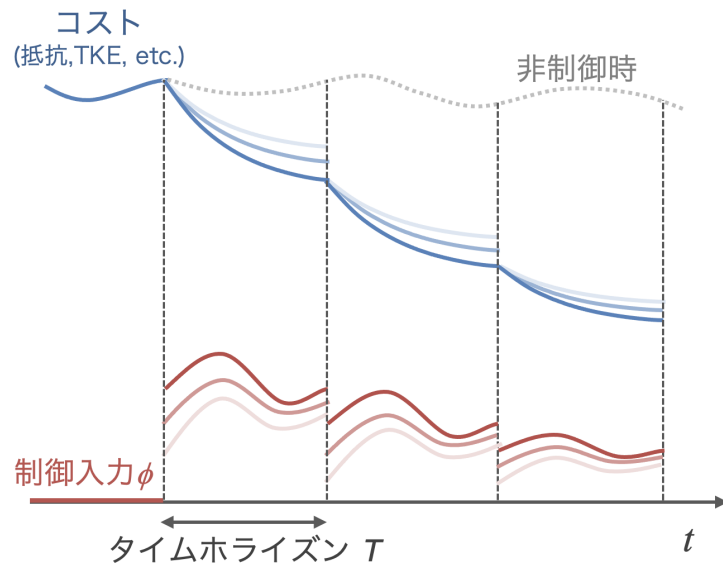


FIGURE 2.2: Schematics of the nonlinear optimal control.

第 3 章

低 Reynolds 数チャネル乱流の最適制御

3.1 タイムホライズン長の影響

制御入力を最適化する時間区間であるタイムホライズンの長さは、最適制御の制御効果に大きな影響を与える重要なパラメータである。最適制御は、系の未来の状態を予測しながら、最も効果の高い制御入力を求める制御手法であるため、タイムホライズンを長く取るほど長期的な観点において優れた制御入力を得られる。したがって、タイムホライズンは基本的にできるだけ長く取ることが望ましい。一方、考える系がカオス的な場合、タイムホライズンが長すぎると、コスト関数の感度を求めるための随伴解析が発散することがある。随伴方程式の導出において、制御入力の変化による摂動の方程式を線形化する必要があるが、これは制御入力微小変化するとき、系の状態の変化も微小であると仮定することに相当する。系がカオス的な場合、すなわち系の Lyapunov 指数が正である場合、ごく近接した軌道でもそれらの距離は時間とともに指数関数的に増大するため、タイムホライズンを長くすると、摂動方程式の線形化が成り立たなくなる。これにより、随伴解析で得られる感度情報が意味をなさなくなることがある [Wang et al., 2014]。また、タイムホライズンを長くすると、計算コストが著しく増大することも問題となる。これは、随伴方程式を解くために、順解析で得られた系の状態の時間発展を保存しておく必要があるためである。一方、タイムホライズンを短く取ると、計算コストは抑制できるものの、短期的な最適戦略しか得られなくなるため、制御効果は基本的に低下する。したがって、非線形最適制御を行う際には、以上の事情を考慮してタイムホライズン長を適切に設定する必要がある。

Bewley et al. [2001] は、チャネル乱流の最適制御において、タイムホライズン T^+ を 1.5 から 100 まで変化させ、制御効果の変化を調査した。タイムホライズンを増加させるにつれ制御効果が向上し、特に $T^+ \geq 25$ とした場合に流れが再層流化されることを報告した。

壁乱流の運動では、線形過程と非線形過程がともに重要な役割を担う一方 [Hamilton et al., 1995]、非線形過程の時間スケールは線形プロセスと比較して一般に長くなることが予想される。このことから、非定常乱流制御においてタイムホライズンを短く設定すると、時間スケールの短い線形プロセスのみを考慮した制御が行われ、長くするにつれ非線形プロセスも考慮した複雑な制御が行われるようになると予想される。したがって、タイムホライズン長を徐々に延長した際、制御入力ならびに流れ場の応答がどのように変化していくか調査することで、最適制御機構を明らかにする上で有用な知見が得られることが期待される。Bewley et al. [2001] は、タイムホライズン長が摩擦抵抗低減効果に及ぼす影響を調査しているが、制御機構に関する検討は行っていない。そこで本節では、低 Reynolds 数チャネル乱流の抑制問題において、タイムホライズン長を変化させた最適制

御を行う。

タイムホライズン長は $T^+ = 1, 10, 25, 50, 100, 150$ とし、全ての計算は、 Re_{110} のケースにおける充分発達場から行う。コスト汎関数における重み係数は $d_1 = 1$ とする。この値を増加させると、コスト汎関数における制御コストが減少することでより大きな制御入力が印加され、制御効果が向上する。ただし今回のコスト関数では、重み係数を一定程度まで増加させると制御効果がほとんど変化しなくなり、さらに増加させると最適化計算の収束が遅くなる傾向が確認されたため、おおよそ最大の制御効果を与える最小の値である上記を用いる。なお、 $T^+ = 1$ のケースでは、制御によって得られる乱流エネルギーの減少量が小さく、コスト汎関数における制御入力エネルギーの重みを実効的に大きくなるため、 $d_1 = 100$ とすることで制御入力エネルギーの重みを減少させる。

3.1.1 制御効果

図 3.1 に、摩擦抵抗係数 C_f および乱流エネルギーの体積平均値 k の時間発展を示す。摩擦抵抗係数は次式で定義される。

$$C_f = \frac{\tau_w}{\frac{1}{2}\rho U_b^2}. \quad (3.1)$$

制御開始時刻を $t = 0$ としている。また比較のため、v-control [Choi et al., 1994]

$$\phi(x, z) = -Av'(x, y_d, z) \quad (3.2)$$

による結果も示している。検知面高さ y_d および比例定数 A は、最大の抵抗低減効果が得られる値 ($y_d^+ = 15$, $A = 1$) としている [Hammond et al., 1998]。 $T^+ = 1, 10$ の場合、v-control とほぼ同等の抵抗低減効果が得られていることがわかる。 $T^+ = 10$ よりも $T^+ = 1$ の場合に若干抵抗低減効果が大きいのは、コスト関数の重み係数 d_1 を増加させたことによると考えられる。抵抗低減効果の指標として、抵抗低減率 DR を導入する。

$$DR = \frac{C_f^{\text{unctrl}} - C_f^{\text{ctrl}}}{C_f^{\text{unctrl}}} \times 100 [\%]. \quad (3.3)$$

上付きの ctrl, unctrl はそれぞれ制御時、非制御時を表す。 $T^+ = 1$ では $DR = 33[\%]$ であり、非常に短いタイムホライズンでありながら、v-control の $DR = 26[\%]$ を上回る制御効果が得られている。また、 T の増加とともに制御効果は向上し、 $T^+ \geq 50$ の場合に乱

流エネルギーが0へ、摩擦抵抗係数が層流時の値 ($C_f = 12/Re_b$) へ漸近していることから、再層流化が達成されていることがわかる。また、 $T^+ = 100$ と 150 の場合、摩擦と乱流エネルギーはともにほぼ同様の割合で減少しており、 $T^+ = 100$ で制御効果が頭打ちになることがわかる。一方、Bewley et al. [2001] では $T^+ = 25$ の場合も再層流化に至ることが報告されているが、今回の結果では、一旦乱流が減少したのち、 $t^+ = 1500$ 以降で急激に活発化していることがわかる。Bewley et al. [2001] では、コスト汎関数の重み d_1 を非常に大きく設定し、より制御効果を得やすい条件で検討を行っている。この差が、再層流化可能なタイムホライズン長の差につながったものと推察される。しかしながら、その他のケースにおける制御効果はおおむね Bewley et al. [2001] と一致しており、本研究でも最適制御計算が正しく行われていることを示している。

3.1.2 制御入力

図 3.2 に、各タイムホライズン長において得られた下壁での制御入力の $t = 0$ における分布を示す。また、図 3.3(a) に、 $y^+ = 20$ の平面上における u' の分布を示す。両者を比較すると、タイムホライズンが短い場合 ($T^+ = 1-25$)、制御入力は壁近傍の u' と強い正の相関を持つことがわかる。これは、壁近傍に高速領域 ($u' = u - U(y) > 0$) が存在する場合、壁面から吹出し ($\phi > 0$) を与えて、平均流速 $U(y)$ の大きい領域まで流体を上昇させることで、 u' を減少させているものと考えられる（反対に、低速領域に対しては吸込みを与えることで u' を減少させる）。一方、v-control で最大の制御効果が得られる $y^+ = 15$ の平面上での v' の分布 (図 3.3(b)) との相関は明確ではなく、最適制御入力が v-control と本質的に異なる制御則に従っていることを示唆している。以上の結果は、乱流エネルギー最小化問題における短期的な最適制御入力は、 u' を直接打ち消すために、壁面近傍の u' と正の相関をもつ吹出し・吸込みであることを示すものと考えられる。これは、図 2.1 に示したように、乱流エネルギーに寄与する速度変動二乗量のうち、壁面近傍で支配的であるのは $\overline{u'u'}$ であることから支持される。乱流フィードバック制御のうち高い摩擦抵抗低減効果を示すことで知られ、広く研究されている v-control ではなく、むしろ u' に強く関連する入力が最適制御によって得られ、こちらも同様に高い摩擦抵抗低減効果を発揮することは興味深い。また、このことは短いタイムホライズンでの最適制御のみならず、長いタイムホライズンを用いた場合でも、直接乱れを打ち消す成分として同様の制御入力が印加される可能性があり、最適制御機構を理解する上で重要な知見である。

なお、 $T^+ \leq 25$ の場合の制御入力は、 $t = 0$ において類似した分布を示しているが、そ

第3章 低 Reynolds 数チャネル乱流の最適制御

の時間変化には顕著な差が見られる。すなわち、制御入力の下流側への移動は、 $T^+ = 1$ の場合、壁近傍の u' にほぼ追従する一方、 $T^+ = 10, 25$ の場合、 u' の移流速度よりも顕著に遅く、タイムホライズンの切替り時に u' と同様の位置に戻る傾向が見られる。このことは、タイムホライズンを長くするにつれ、制御入力と u' の位置関係が複雑化することを示しており、より高い制御効果が得られるようになることと関連していると考えられる。なお、 $T^+ = 1$ の場合の制御入力が強くなっているが、これは重み係数 d_1 を大きく設定したことによると考えられ、制御開始後速やかに他のケースと同様の強さまで低下する。

一方、 $T^+ \leq 50$ とした場合、制御入力は顕著に複雑化し、 u' および v' との相関も明確でない。特に、小スケールの変動が強くなり、 $T^+ = 100$ の場合、流れ方向に伸びる縞状の分布が不明確になり、 u' との相関が低下する。図 3.4 に、各ケースにおける、制御入力と u' および v' との相互相関係数の分布を示す。 ϕ と物理量 f の相互相関係数は次式で与えられる。

$$R_{\phi f}(r_x, y) = \frac{\overline{\phi(x, z, t)f(x + r_x, y, z, t)}}{\sigma_\phi \sigma_f(y)}. \quad (3.4)$$

ここで、 r_x は流れ方向の 2 点間距離、 σ は標準偏差を表す。タイムホライズンが短い場合 ($T^+ \leq 25$)、制御入力と u' の相関は $y^+ \sim 10 - 20$ を境に符号を反転し、壁側で負、外側で正となる。壁近傍で負相関となるのは、吹出し・吸込みが自身と負相関の u' を誘起するためである。 $T^+ = 1$ の場合に注目すると、 $y^+ = 18$ かつ $r_x = 0$ よりわずかに上流側で相関係数が最大値 0.78 を取る。制御入力と v' との相関も $r_x = 0$ 付近で強くなるが、相関係数の最小値は $y^+ = 20.7$ で -0.59 であり、相関の強さが u' を下回っている。これらは、先に示した可視化結果と整合する。一方、 $T^+ \geq 50$ の場合、相関係数の分布が顕著に変化し、 $T^+ = 100$ では原点付近に制御入力自身の影響による高相関領域が生じるのみで、他の領域では相関係数が 0 に近い。このことは、タイムホライズンを延長するにつれて、制御入力と流れ場の間に線形な相関関係が無くなることを裏付けると同時に、制御機構が著しく変化することを示唆している。

長タイムホライズンの場合の制御機構に関する示唆を得るために、流れ場の応答を確認する。図 3.5 に、 $T^+ = 100$ のケースでの u' 、速度勾配テンソルの第二不変量 $Q = -\frac{1}{2} \frac{\partial u'_i}{\partial x_j} \frac{\partial u'_j}{\partial x_i}$ の等値面と下壁での制御入力の時間発展を示す。左列は非制御時、右列は制御時を示す。 $t^+ = 40$ (図 3 段目) より、低速ストリーク (青色等値面) が流れ方向に短くなる傾向が観察され、 $t^+ = 60$ (図 4 段目) で細分化の傾向が明確になる。細分化された低速ストリークは千鳥状の分布を示し、最終時刻にかけて個々の構造が減衰する。一方、短タイムホライズンの場合、低速ストリーク構造は制御開始とともに比較的単調に縮小するのみである

(結果はここには示さない)。このことから、低速ストリークの細分化が長時間ホライズンにおける制御機構と密接に関連している可能性が強く示唆される。この点については、3.2節で詳細に検討する。

3.1.3 最適制御結果に基づく u-control

v-control を提案した Choi et al. [1994] は、検知面上の u' に比例した制御入力を与える制御則を u-control と名付け、その制御効果についても検討を行った。しかし彼らは、検知面高さを $y_d^+ = 10$ とした u-control の抵抗低減率は約 10% に留まると報告した。この結果に関する記述は、制御入力 ϕ と u' 間の比例定数の値を示していないなど、非常に限られている。一方前項では、u-control に類似した制御で Choi et al. [1994] の報告を大きく上回る摩擦抵抗低減が得られており、最適なパラメータの選択で u-control の制御効果を向上させることができる可能性を示唆している。ここでは、得られた最適制御結果に基づいて u-control のパラメータを決定し、u-control における最適なパラメータを探索する。また、短い時間ホライズンでの最適制御における制御機構が、単純な u-control によってどの程度説明可能か検討する。

u-control は、壁面近傍のある検知面 $y = y_d$ における u' に比例した吹出し・吸込みを壁面から与える制御である。

$$\phi(x, y, z) = Au'(x, y_d, z). \quad (3.5)$$

ここで、 A は比例定数である。図 3.6 に、制御入力と $y^+ = 18$ における u' の散布図を示す。 $y^+ = 18$ は、制御入力と u' の相関が最大となる位置であり (図 3.4)、両者はおおよそ正比例する関係にあることが明確である。これらのデータに対して、最小二乗法により直線回帰を行った結果も図に示している。回帰直線は $\phi = 0.17u' + 0.0$ で表される。

以上より、検知面高さをおおよそ 18、比例定数 A をおおよそ 0.17 とした u-control で、短い時間ホライズンにおける最適制御入力精度良く再現できる可能性が示唆された。以下では、これらの値を参考にした u-control を行う。具体的には、 $y_d^+ = 10, 20$ 、 $A = 0.12, 0.24$ とし、制御効果を比較する。結果を図 3.7 に示す。左図は $y_d^+ = 10$ 、右図は $y_d^+ = 20$ とした場合の C_f の時間発展を示している。赤線は $T^+ = 1$ とした場合の最適制御結果である。図より、 $y_d^+ = 10$ とした場合に制御効果が安定することがわかる。実際、 $y_d^+ = 20$ とした場合、一度減少した C_f が再び増加に転じる傾向が強く、その後の変動も大きい。その結果、抵抗低減率 DR も $y_d^+ = 10$ の場合のほうが高く、 $A = 0.12$ とした場合に $DR = 23[\%]$

となった。これは v-control の 26% に匹敵する効果である。Choi et al. [1994] による報告は 10% の抵抗低減率であったことを踏まえると、本研究において行った最適制御結果に基づき、u-control のパラメータを再検討した結果、より高い制御効果が得られたと言える。また、最適なパラメータに差があるほか、抵抗低減効果も最適制御の場合に及ばないながらも、u-control によって依然として大きな抵抗低減効果が得られていることから、u-control が短タイムホライズンにおける最適制御機構をある程度説明しうるものであることが示唆される。

3.2 ストリーク過渡成長に対する最適制御

Schoppa and Hussain [2002] は、壁乱流の再生成サイクルにおいて、不安定化した低速ストリークから縦渦が生成される過程として、ストリークの過渡成長 (Streak Transient Growth, STG) に注目し、詳細な検討を行った。彼らは、線形安定性解析で通常用いられる平均流速分布 $U(y)$ ではなく、ミニマルチャネル流において 1 本のストリークを表す、壁垂直方向およびスパン方向の双方に変化する基本流 $U(y, z)$ を用いた。スパン方向速度成分に正弦波状の 3 次元擾乱を加えることで過渡成長を再現し、初期場中にランダムな乱れが存在しない理想的な流れ場で検討を行った。一方前項では、フルサイズチャネル流の最適制御において $T^+ = 100$ とした場合、低速ストリークが細分化されたのち急速に減衰することが確認された。壁近傍の速度変動で支配的な成分は u' であるため、乱流エネルギー最小化問題では u' と関連するストリーク構造の抑制に主眼が置かれることが予想される。しかし、最適制御入力がかどのようにストリークを操作し、乱流運動を効率的に抑制しているのかを明らかにすることは、最適制御入力や流れ場が複雑であることから容易ではない。そこで本節では、Schoppa and Hussain [2002] が検討した STG 流れに対して最適制御を行い、乱れの抑制過程を調査する。再生成サイクルの素過程に対して最適制御がかどのように制御を加えるのかを検討し、フルサイズチャネル流における最適制御機構の解明に繋がる知見を獲得することが本節の目的である。

3.2.1 初期場の生成

Schoppa and Hussain [2002] に基づき、STG 流れの初期場を生成する。基本流 $U_i(y, z)$

第3章 低 Reynolds 数チャンネル乱流の最適制御

は、平均流 U_0 とストリークを模した変動の重ね合わせとする.

$$U(y, z) = U_0(y) + \frac{\Delta u}{2} \cos(\beta_s z) g(y), \quad V = W = 0. \quad (3.6)$$

Δu は高速および低速ストリークの速度差, β_s はストリーク幅を決定するスパン方向波数, $g(y)$ はストリークの高さを決定する関数である. 平均流はチャンネルの片側のみを乱流プロファイルとする, 以下のような分布とする.

$$U_0(y) = \begin{cases} U_{lam} = U_c [1 - ((y/h) - 1)^2], & y_m \leq y \leq 2h \\ U_{turb} = u_\tau \left[2.5 \ln(1 + 0.4y/\delta) + 7.8 \left(1 - e^{(-y/11\delta)} - \frac{y}{11\delta} e^{-0.33y/\delta} \right) \right], & 0 \leq y < y_m. \end{cases} \quad (3.7)$$

ここで

$$u_\tau = \frac{Q}{2h} \sqrt{0.0365(Q/\nu)^{-0.25}}, \quad \delta = \nu/u_\tau \quad (3.8)$$

であり, Q は流量, δ は粘性長さ, y_m は2つの速度プロファイルの接合位置である. 接合位置では, 2つのプロファイルが滑らかに接合するものとする.

$$U_{lam}(y_m) = U_{turb}(y_m), \quad \frac{dU_{lam}}{dy}(y_m) = \frac{dU_{turb}}{dy}(y_m). \quad (3.9)$$

上式の条件を満たす位置 y_m は数値的に求める. 基本流 (3.6) の第2項のパラメータについては, 所望のストリーク形状・強度となるように決定する. ここでは, 得られるストリークが線形安定となるように設定する.

$$\Delta u = \frac{2}{\beta_s} \frac{dU_0}{dy} \Big|_{y^+=20} \tan 45^\circ, \quad \beta_s = \frac{2\pi}{L_z}. \quad (3.10)$$

したがって, 本解析で生じる擾乱の増幅は全て過渡成長によるものとなる. また, ストリークの高さを決める関数 g は次式で定義される.

$$g(y) = y \exp(-\eta y^2) \quad (3.11)$$

パラメータ η は, $g(y)$ が $y^+ = 20$ で最大値を取るように決定する. ここまでで得られる

第3章 低 Reynolds 数チャネル乱流の最適制御

基本流を図 3.8(左) に示す. この基本流に, スパン方向速度擾乱を重ね合わせる.

$$w'(x, y) = A_w \sin(\alpha x)g(y), \quad \alpha = \frac{2\pi}{L_x} \quad (3.12)$$

擾乱強度 A_w は, タイムホライズン内でストリークが崩壊し, 縦渦が生成されるように決定する. 以上の手順により, 図 3.8(右) に示すような初期場が得られる.

本節では, 表 2.1 における minimal ケースの条件で計算を行う. 最適制御の条件は, タイムホライズンを $T^+ = 120$, コスト汎関数の重み係数を $d_1 = 1$ とする.

3.2.2 制御機構

本節では, 生成した初期場から 1 タイムホライズンのみで最適制御を行う ($t^+ \in [0, 120]$). 図 3.9 に, 制御時および非制御時における乱流エネルギーの時間変化を示す. 非制御時 (点線) では, 乱流エネルギーは初期値から減少したのち, $t^+ = 60$ より大きく増加する. 一方, 制御時ではこの時刻において減少し, 最終時刻では非制御時と比較して大きく抑制されている. このような乱流エネルギーの挙動から, $t^+ = 60$ 以降に明確になる乱れの生成機構が最適制御によって不活化していることが推察される.

統計量に基づく検討

流れ方向およびスパン方向に平均した物理量 $\langle f \rangle_{x,z}$ の, 制御時と非制御時における差

$$\Delta_f(y, t) = \overline{f^{\text{ctrl}}} - \overline{f^{\text{unctrl}}} \quad (3.13)$$

を定義する. 上付きの ctrl, unctrl はそれぞれ制御時, 非制御時を表す. 図 3.10 に, $\overline{u'u'}$, $\overline{v'v'}$, $\overline{w'w'}$, $-\overline{u'v'}$ の制御時と非制御時の差 $\Delta_{u'u'}$, $\Delta_{v'v'}$, $\Delta_{w'w'}$, $\Delta_{-u'v'}$ を示す. 値は非制御時の平均プロファイルの最大値 $\max[\overline{f^{\text{unctrl}}}(y)]$ で正規化されている. また, 各図の右側には, タイムホライズン内で平均した諸量のプロファイル $\overline{f}(y)$ を, 非制御時 (黒) および制御時 (赤) について示している. 制御時における $\overline{u'u'}$, $\overline{v'v'}$, $-\overline{u'v'}$ は, タイムホライズンの前半で壁近傍を中心に増加し, $t^+ = 60$ 以降に顕著に減少していることがわかる. これら 3 つの量は, 乱れ速度の生成, 再分配に密接に関連する量であり, 最適制御が積極的に抑制していることがうかがえる. 以下では, 収支解析を通してこれらの量が減少した原因を調査する.

第3章 低 Reynolds 数チャネル乱流の最適制御

Reynolds 応力 $\overline{u'_i u'_j}$ の輸送方程式は以下で与えられる。

$$\begin{aligned} \frac{\partial \overline{u'_i u'_j}}{\partial t} + U_k \frac{\partial \overline{u'_i u'_j}}{\partial x_k} = & - \overline{u'_j u'_k} \frac{\partial U_i}{\partial x_k} - \overline{u'_i u'_k} \frac{\partial U_j}{\partial x_k} + \overline{p' \left(\frac{\partial u'_j}{\partial x_i} + \frac{\partial u'_i}{\partial x_j} \right)} \\ & - \frac{\partial}{\partial x_k} \left[\overline{u'_i u'_j u'_k} + p' (\delta_{kj} u'_i + \delta_{ki} u'_j) - \frac{1}{Re_b} \frac{\partial}{\partial x_k} \overline{u'_i u'_j} \right] - \frac{2}{Re_b} \frac{\partial u'_i}{\partial x_k} \frac{\partial u'_j}{\partial x_k}. \end{aligned} \quad (3.14)$$

右辺第 1,2 項は生成項 P_{ij} ，第 3 項は圧力・歪み相関項 ϕ_{ij} ，第 4 項は拡散項，第 5 項は粘性散逸項 ϵ_{ij} を表し，拡散項の括弧内の 3 項はそれぞれ乱流拡散 D_{ij}^t ，圧力拡散 D_{ij}^p ，粘性拡散 D_{ij}^v を表す。

図 3.11 に，乱れの減少が顕著である $t^+ = [84, 108]$ で時間平均した $\overline{u'u'}$ ， $-\overline{u'v'}$ ， $\overline{v'v'}$ の収支分布を示す。はじめに $\overline{u'u'}$ について検討する。 $\overline{u'u'}$ の総量を増加させるのは生成項であるが，この時間帯では非制御時から広い範囲で大きく減少していることがわかる。これは， $\overline{u'u'}$ の減少が生成項の減少によって引き起こされていることを示す。生成項は $-\overline{u'v'}$ と dU/dy の積で表されるが，図 3.10 に見たように，同時刻において $-\overline{u'v'}$ が大きく減少していることから，このことが $\overline{u'u'}$ 生成項の減少の原因であると考えられる。 dU/dy の制御時と非制御時における差を図 3.12 に示すが， dU/dy の減少が見られるのは $y^+ \sim 15$ 以下に限られ，その変化は全時刻にわたっており，この時間帯における $\overline{u'u'}$ 生成項の減少の主因ではないことがわかる。

続いて， $-\overline{u'v'}$ の減少の原因を検討する。 $-\overline{u'v'}$ の収支分布 (b) より，生成項および速度・圧力勾配相関項が大きく減少していることがわかる。特に， $-\overline{u'v'}$ の減少が大きい $y^+ \geq 20$ では生成項の減少の寄与が大きい。同時刻に $\overline{v'v'}$ が顕著に減少していることから， $\overline{v'v'}$ に比例する生成項は，これに伴い減少していることが示唆される。

最後に $\overline{v'v'}$ の収支分布を確認すると， $y^+ \geq 30$ において速度・圧力勾配相関項の減少が著しいことが確認できる。詳細な検討のため，本項を圧力拡散項および圧力・歪み相関項に分解した分布を図 (d) に示す。速度・圧力勾配拡散項の減少が大きい $y^+ = 30$ 近傍では，圧力・歪み相関項が大きく減少していることがわかる。非制御時の場合に生成項が平均的に 0 となる $\overline{v'v'}$ は，この項を通した $\overline{u'u'}$ からの再分配によって維持される。最適制御は，この再分配機構に作用し， $\overline{u'u'}$ からの正味の再分配量を減少させることで，乱流エネルギーの抑制の端緒を開いている可能性がある。この点に関してさらに検討するため， $\overline{u'u'}$ ， $\overline{v'v'}$ ， $\overline{w'w'}$ の圧力・歪み相関項 $\phi_{u_i u_i}$ 間の結合確率密度関数を図 3.13 に示す。(a,c) では，いずれも制御時に確率密度関数の分布が第 4 象限へ張り出しており， $\phi_{vv} < 0$ あるいは $\phi_{ww} < 0$ となる位置で $\phi_{uu} > 0$ となる確率が高くなっていることがわかる。これは，

$\overline{v'v'}$ あるいは $\overline{w'w'}$ から $\overline{u'u'}$ への乱れの再分配が制御により活発化したことを示しており、これが $\overline{v'v'}$ の減少機構であることが示唆される。

流れ構造

図 3.14 に、最適制御時および非制御時におけるストリークおよび縦渦の発達過程を示す。非制御時では、初期擾乱が成長し、ストリークの揺動が明確になったのち、2本の縦渦対が生成される。Schoppa and Hussain [2002] は、この縦渦生成は擾乱によって生成される壁面近傍のシート状の ω_x が、ストリークの揺動によって生じる $\frac{\partial u'}{\partial x}$ (internal shear) による伸長を受け、強化されることで生じるものとし、ストリークの崩壊に続く縦渦の再生成の主要な機構であるとした。縦渦対の生成後、ストリークは大きく乱れるものの、低速領域が占める領域は依然として大きい。一方、最適制御を行うと、ストリークの揺動における節の部分でストリークが分断され、その後2本の直線状の低速構造がしばらく発達したのち、減衰して消失する。この場合も、ストリークの揺動に続く縦渦の生成 ($t^+ = 40.5$) は依然として生じており、大きな変化は見られない。このことから、今回のケースにおける最適制御機構は、縦渦生成の抑制ではなく、ストリークをその揺動を利用して分断することであると推察される。特に、ストリークが分断した節の部分は、非制御時においてはスパン方向せん断が強く、ストリーク構造が薄くなる箇所である。したがって、最適制御入力とはストリークの構造的に弱い部分を選択的に操作し、効率よくストリークを分断している可能性がある。このようなストリーク分断は、フルサイズチャネルにおける最適制御でも確認されており、最適制御機構に密接に関係する重要なイベントであると考えられる。

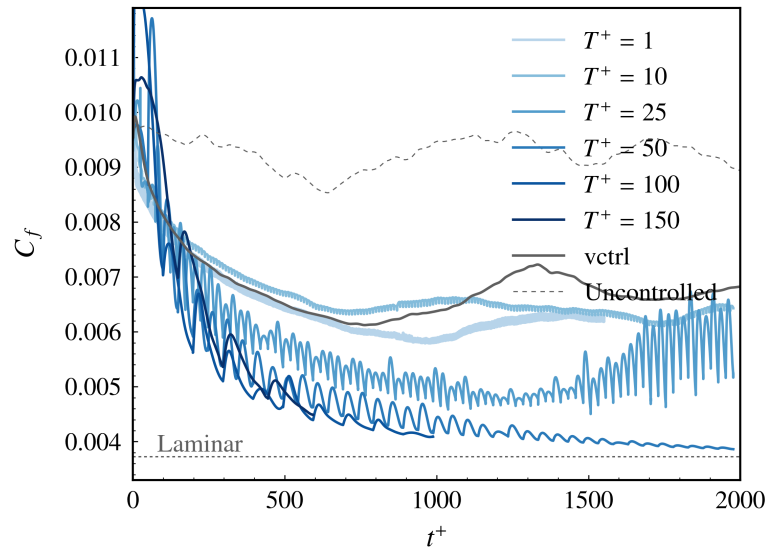
図 3.15 に、揺動時の低速ストリークと制御入力の上図を示す。灰色の影の部分は、 $y^+ = 10$ における $u^+ < -2$ の領域を表す。低速ストリークの節となる部分では、初期時刻から吸込みが印加されており、これによって低速ストリークが弱体化し切断されていることがわかる。一方、低速ストリークの湾曲部の内側に強い吹出しが印加されており、やがてその上流側に低速領域が誘起され、切断された低速ストリークと合体して直線的な低速領域を形成する。このような過程を経て、2本の直線的な低速領域が千鳥状に配置される場が生じる。これは、フルサイズチャネルでの最適制御時での、タイムホライズン後半における低速領域の分布 (図 3.5) と類似する。したがって、フルサイズチャネルにおいても、低速ストリークの揺動を利用したストリークの細分化が行われている可能性が示唆される。

$t^+ = 80.0$ における低速ストリークおよび渦構造と、 $\overline{u'u'}$ 生成項 P_{11} の分布を図 3.16 に

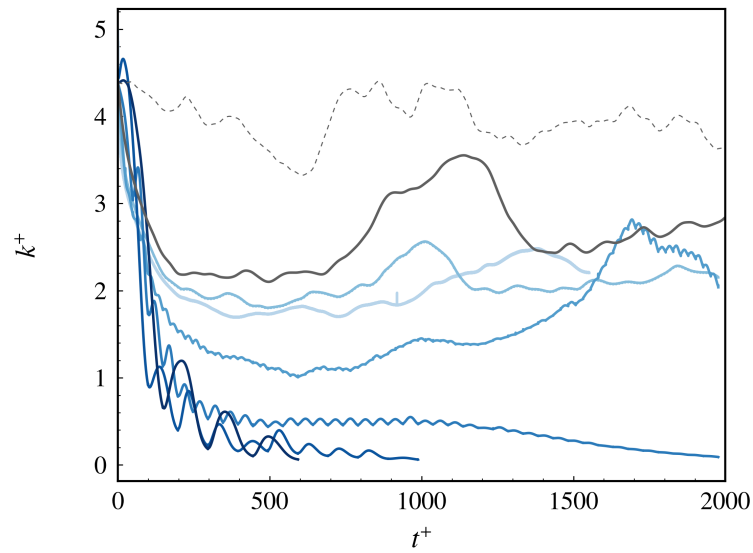
第3章 低 Reynolds 数チャンネル乱流の最適制御

示す。生成項は赤色の等値面で示している。非制御時には、低速ストリークの揺動の中心線に沿って強い生成項が存在していることがわかる。この生成項は、これ以降の時刻における低速ストリークの維持に重要な役割を果たしている。一方、制御時には生成項が大きく抑制されている。この原因を検討するため、同図の手前側の端面における圧力および面内速度ベクトルの分布を図 3.17 に示す。赤い影の部分が生成項の強い領域 $P_{11}^+ > 0.8$ を表し、コンターは圧力分布を示す。非制御時には、低速領域を中心とする回転流と、図右側から合流する吹上げ流が低速流体を強く押し上げ、大きい $\overline{u'u'}$ 生成を生じている（図中青線部）。一方、制御時にはこの強い吹上げを阻害するような位置に高圧領域が移動しており、これによって生成が生じなくなっているものと考えられる。

STG 流れに対する最適制御入力は、低速ストリークの揺動の長さスケールを持つ（図 3.14, 3.15）。このことから、制御入力を比較的大きなスケールに限定しても、同様の機構が働くことで高い制御効果が得られる可能性がある。この点は、次章で詳しく検討する。



(a)



(b)

FIGURE 3.1: Time development of (a) the skin friction coefficient C_f and (b) the turbulent kinetic energy k .

第3章 低 Reynolds 数チャンネル乱流の最適制御

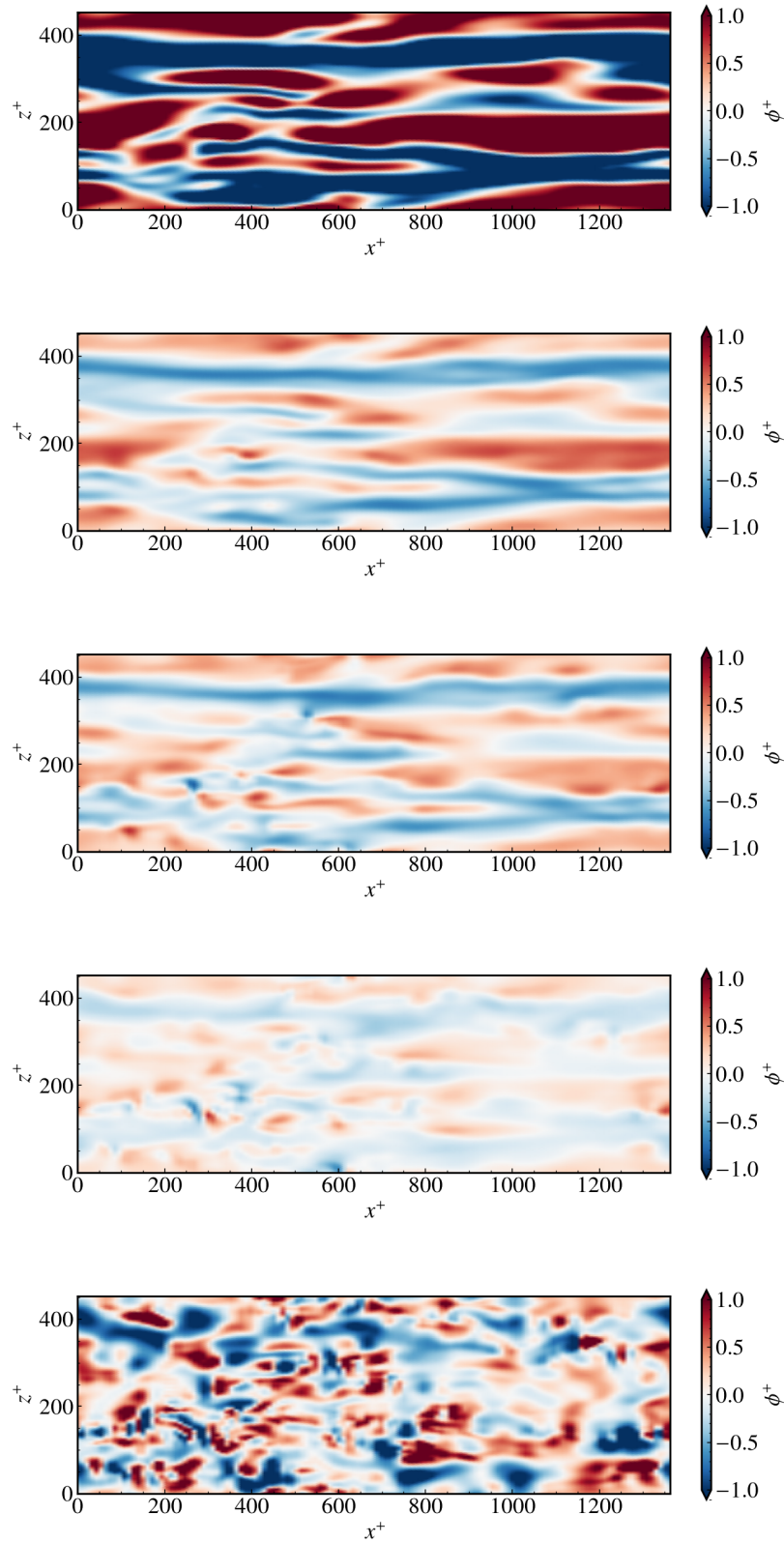
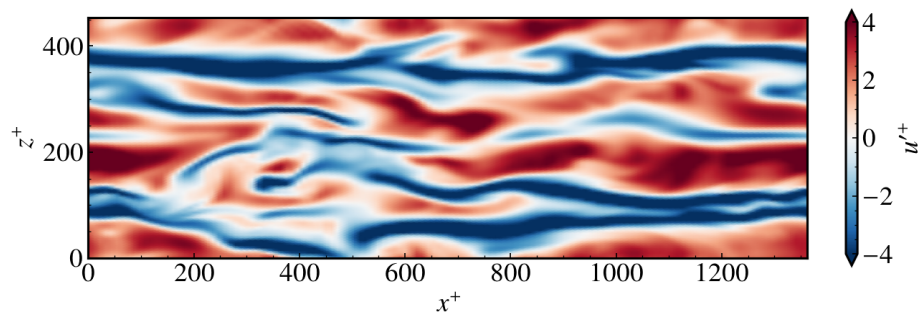
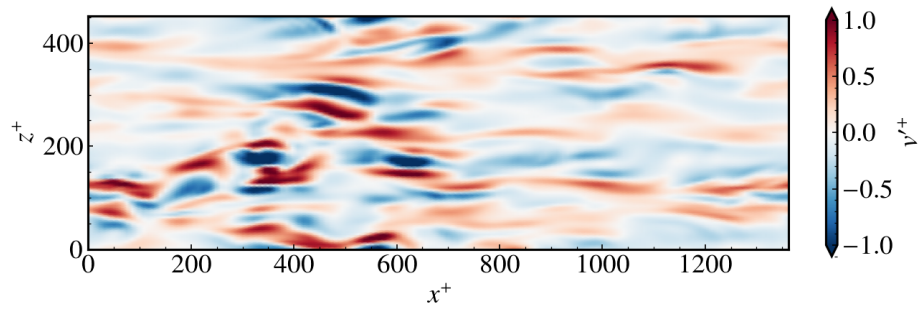


FIGURE 3.2: Optimal control input at $t = 0$ for $T^+ = 1, 10, 25, 50$ and 100 (from top to bottom).



(a)



(b)

FIGURE 3.3: Distributions at $t = 0$ of (a) u' on the x - z plane at $y^+ = 20$, and (b) v' at $y^+ = 15$.

第3章 低 Reynolds 数チャネル乱流の最適制御

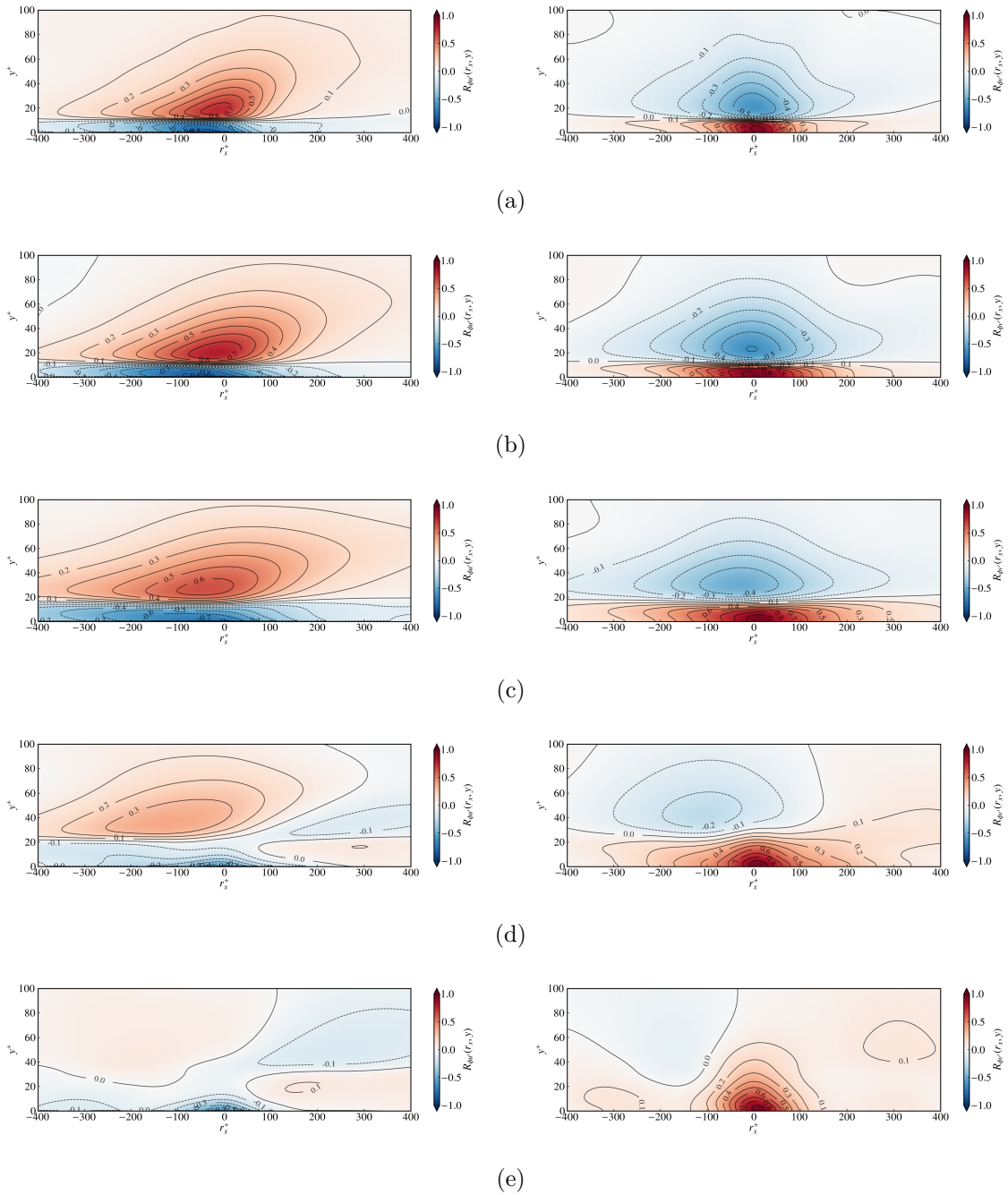


FIGURE 3.4: Cross-correlation coefficient between (left) ϕ and u' and (right) ϕ and v' .

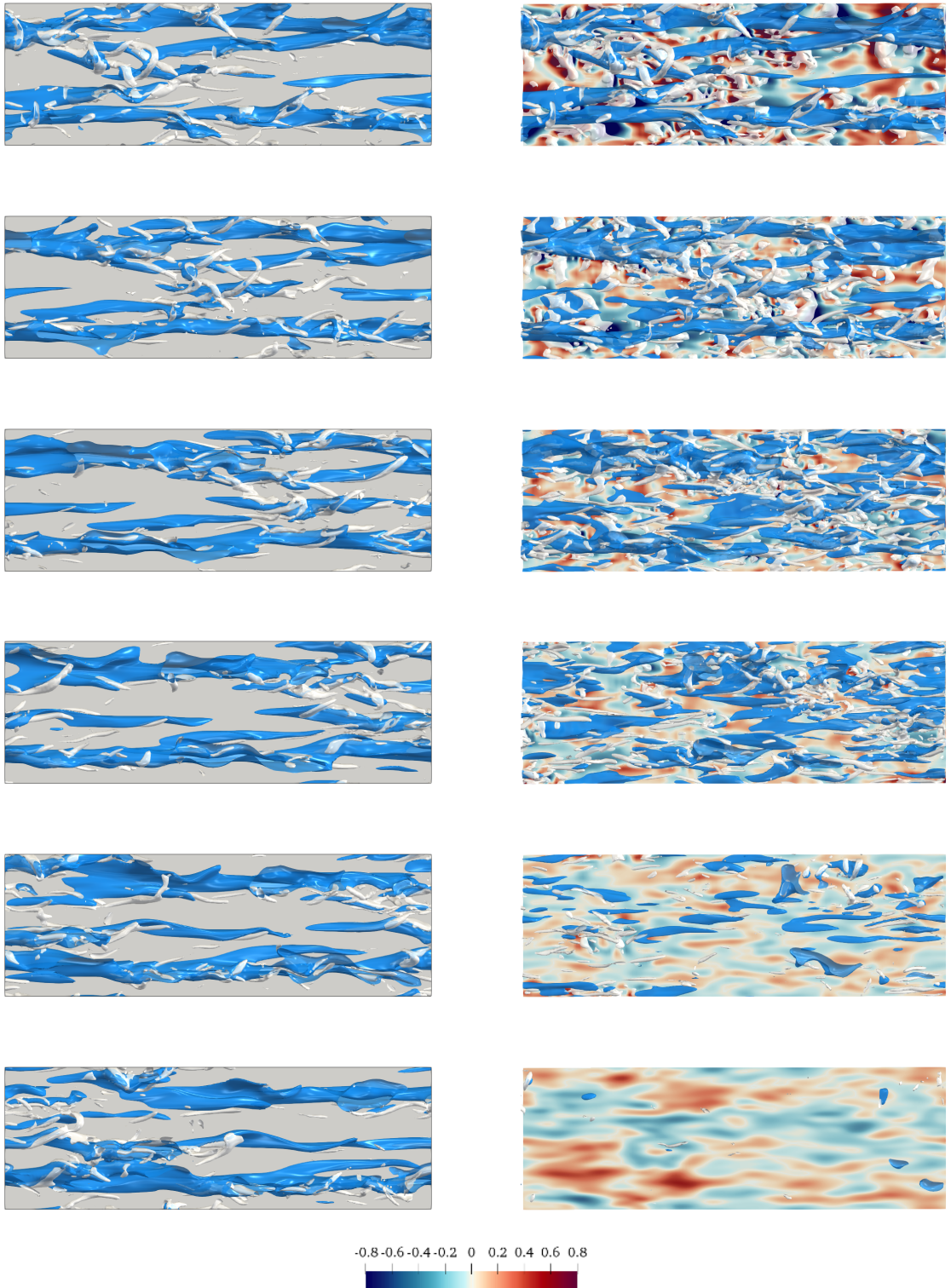


FIGURE 3.5: Isosurfaces of (blue) $u^+ = -2$ and (white) $Q^+ = 0.012$ for (left) uncontrolled and (right) controlled case with $T^+ = 100$. Contours on the wall is the control input ϕ^+ . Snapshots are taken at $t^+ = 0, 20, 40, 60, 80$ and 100 (from top to bottom). The flow direction is from left to right.

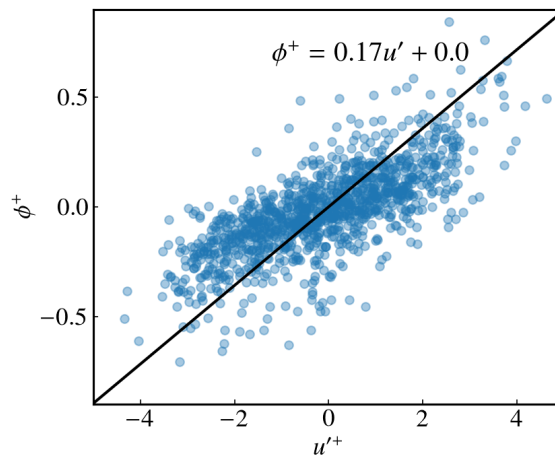


FIGURE 3.6: Scatter plot of u' at $y^+ = 18$ and ϕ in an equilibrium state with optimal control ($T^+ = 1$).

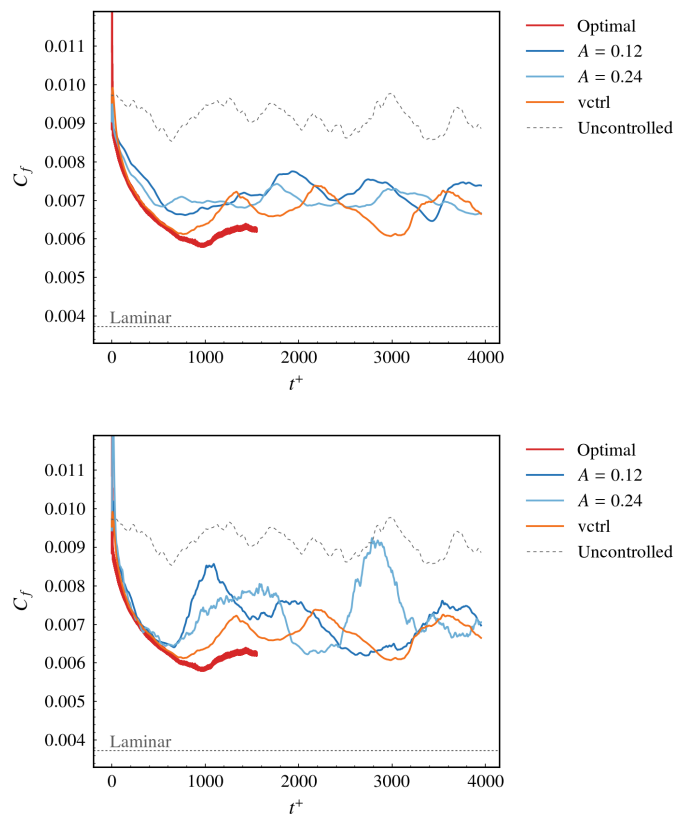


FIGURE 3.7: Time development of the skin friction coefficient C_f for (left) $y_d^+ = 10$ and (right) $y_d^+ = 20$. Two blue lines are for the u-control cases.

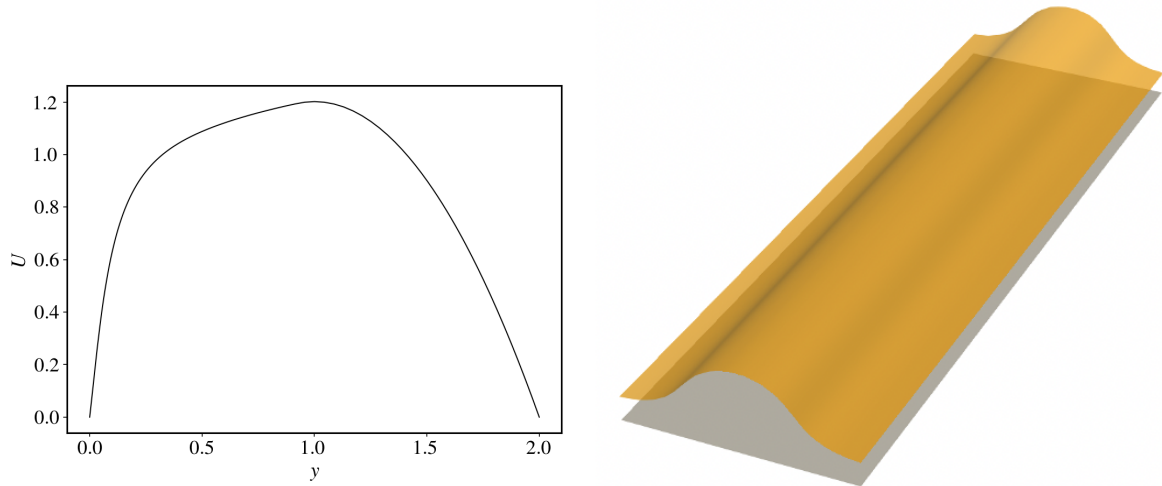


FIGURE 3.8: (Left) the initial mean velocity profile $U(y)$ and (right) the isosurface of $u = 0.5$ in the baseflow for the STG analysis. Velocities are normalized by U_b .

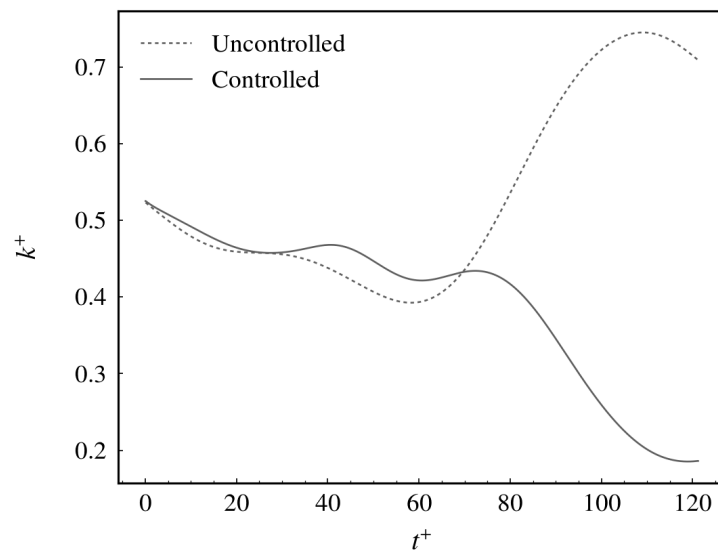


FIGURE 3.9: Time history of the turbulent kinetic energy for the STG flow.

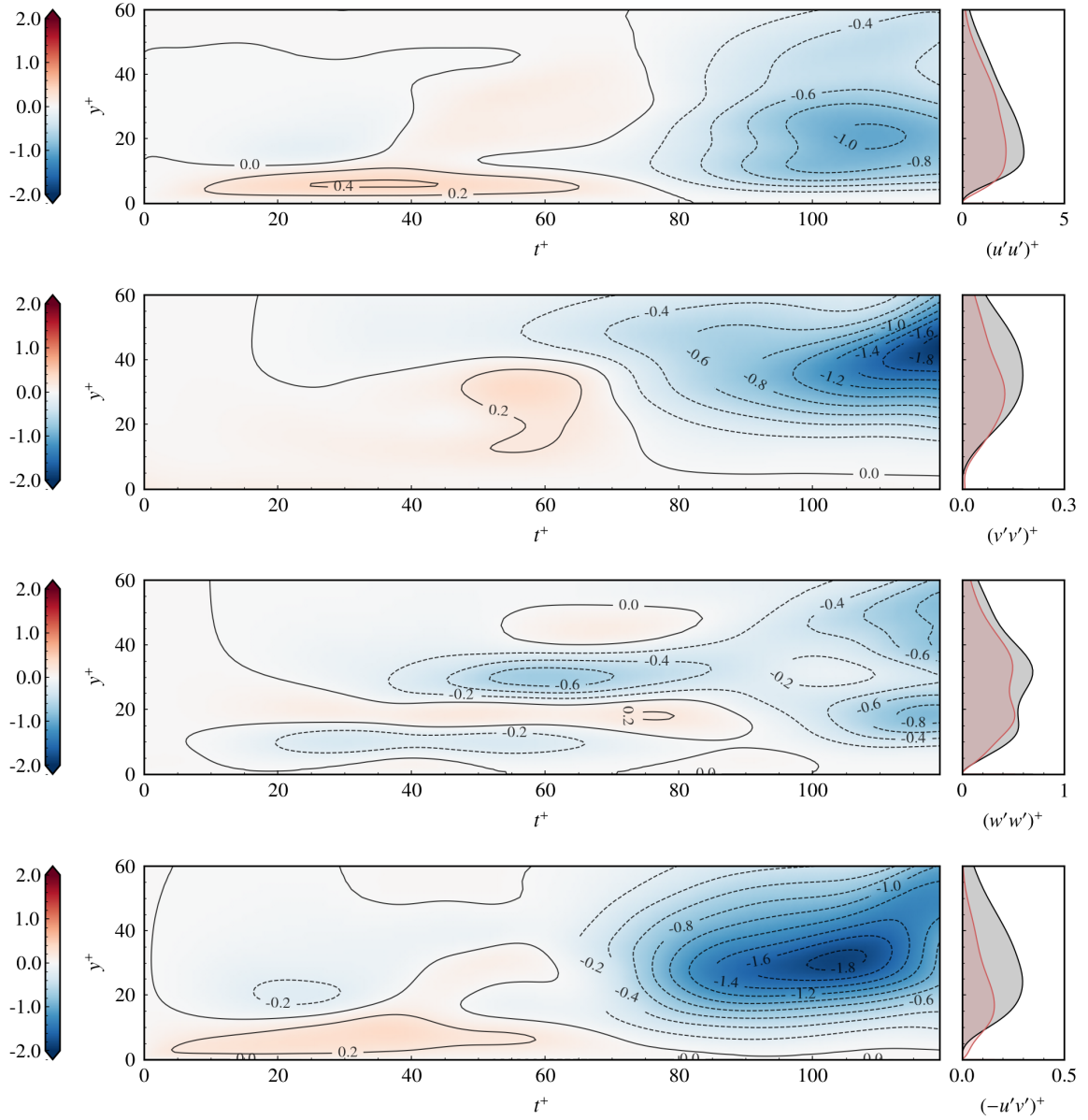


FIGURE 3.10: Distributions of $\Delta_{u'u'}$, $\Delta_{v'v'}$, $\Delta_{w'w'}$ and $\Delta_{-u'v'}$. Values are normalized by the peak value of its wall-normal profile in the uncontrolled case. Time-averaged profiles of each quantity are also shown in the right boxes; black, uncontrolled; red, controlled.

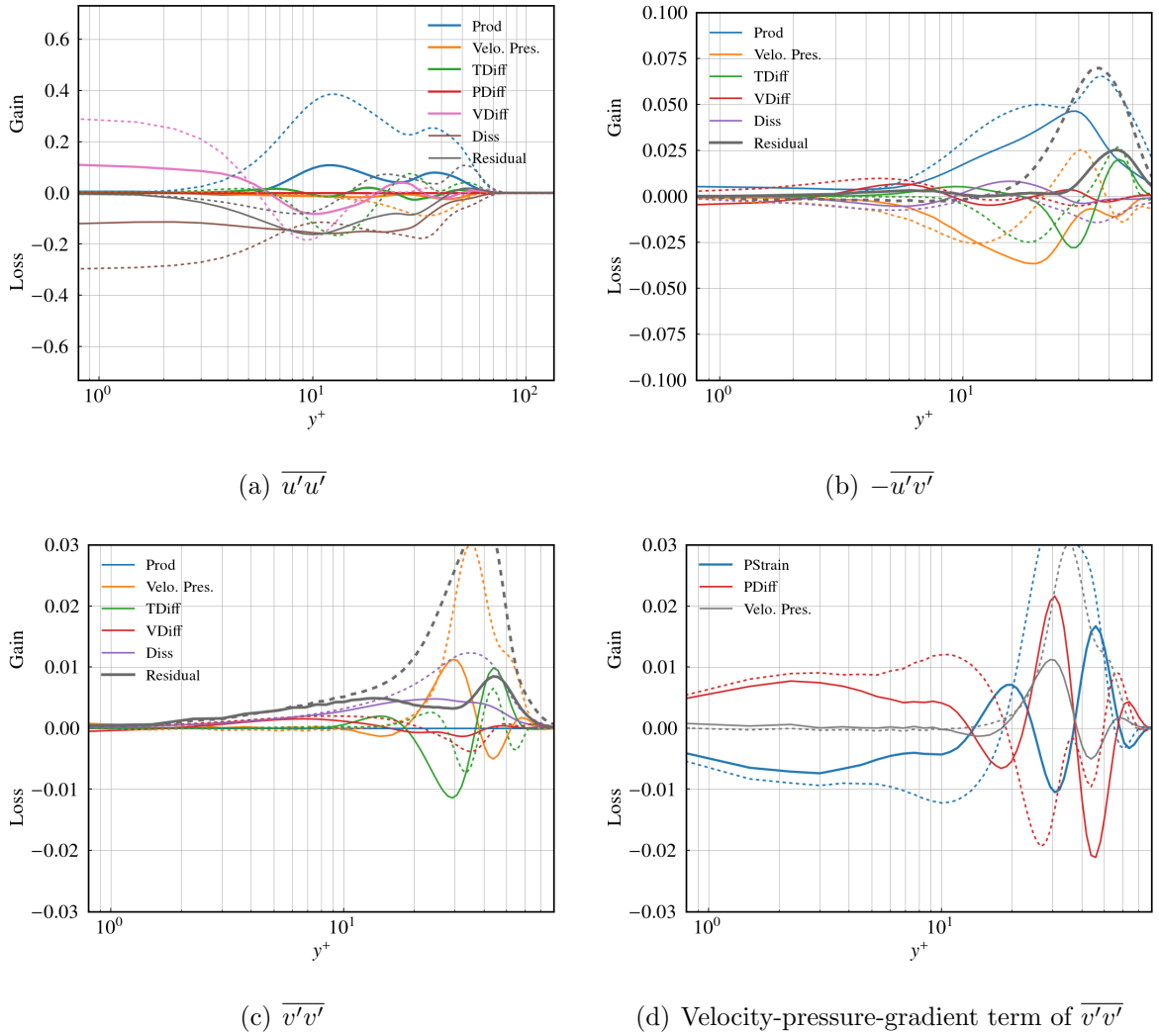


FIGURE 3.11: (a-c) Budget of $\overline{u'u'}$, $-\overline{u'v'}$ and $\overline{v'v'}$ and (d) decomposed velocity-pressure-gradient term of $\overline{v'v'}$ averaged in $t^+ = [84, 108]$. Solid lines are for the controlled case and dashed lines for the uncontrolled case.

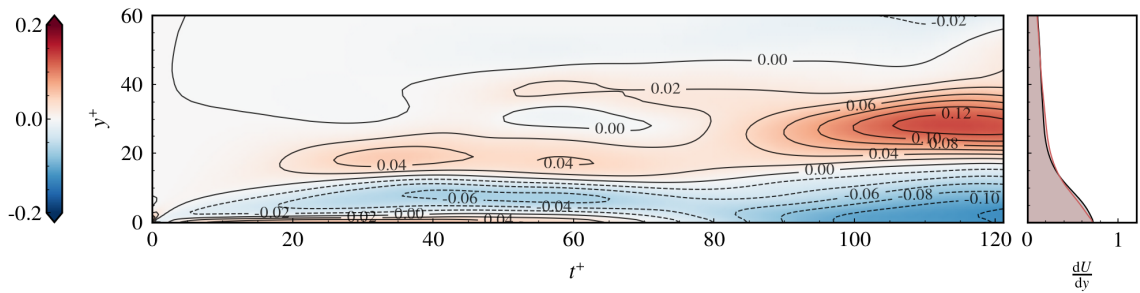


FIGURE 3.12: Distributions of $\Delta_{dU/dy}$. Values are normalized by the peak value of its wall-normal profile in the uncontrolled case.

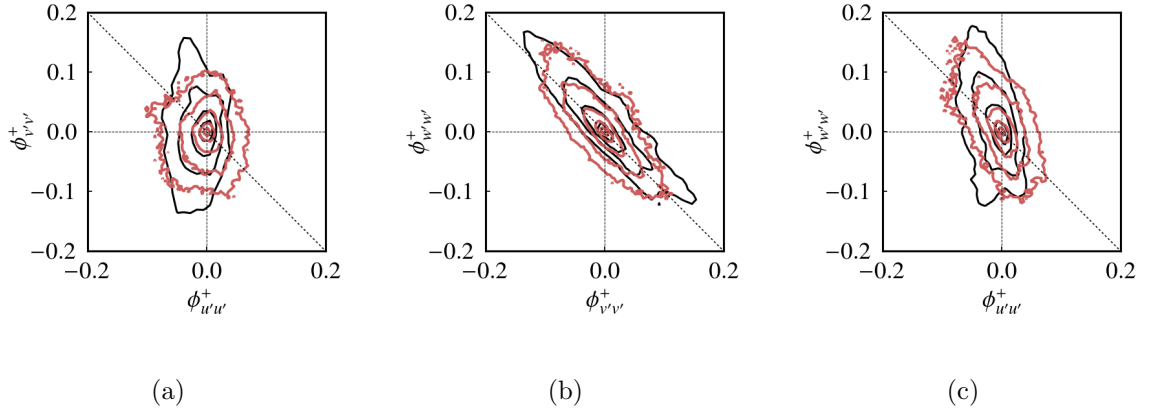


FIGURE 3.13: Joint probability density functions of the pressure-strain correlation terms; (a) ϕ_{uu} and ϕ_{vv} , (b) ϕ_{vv} and ϕ_{wv} , (c) ϕ_{wv} and ϕ_{uu} . Black lines are for the uncontrolled case and red ones the controlled case. P.d.f.s are temporary averaged in $t^+ = [84, 108]$.

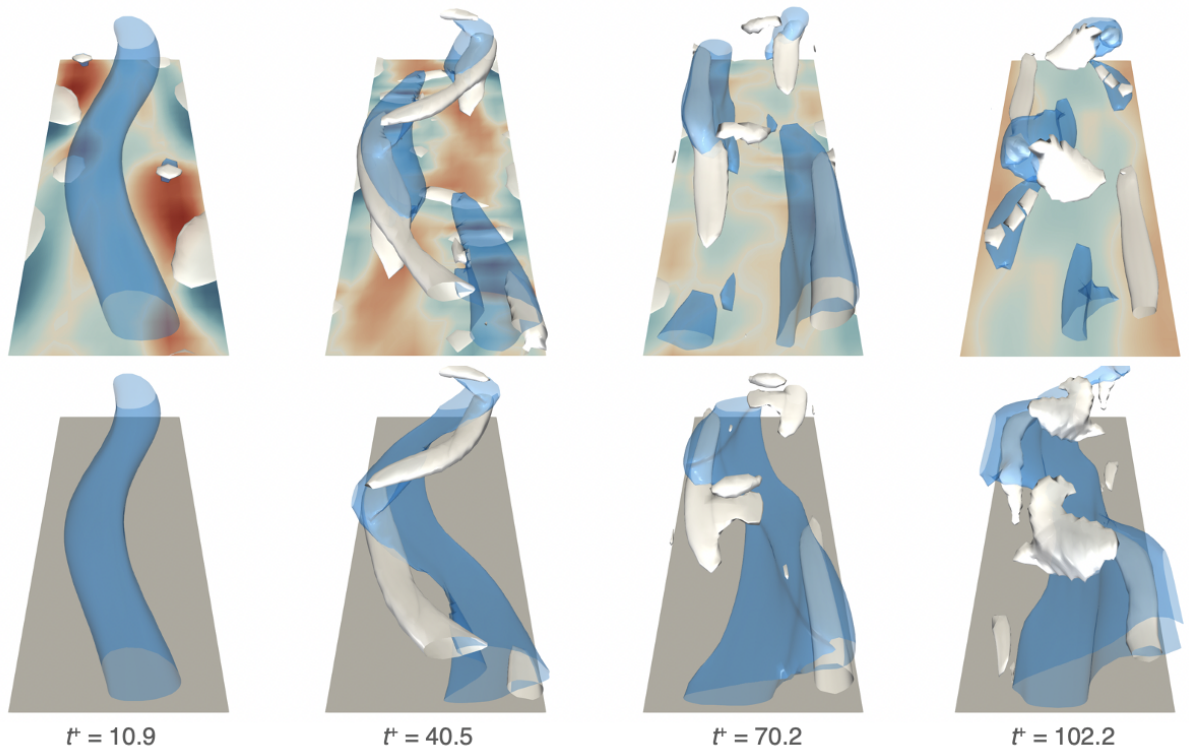


FIGURE 3.14: Development of the STG (top) with control and (bottom) without control. Blue isosurfaces are $u'^+ = -2$ and white ones are $Q^+ = 0.012$. Contour on the wall is the control input.

第3章 低 Reynolds 数チャンネル乱流の最適制御

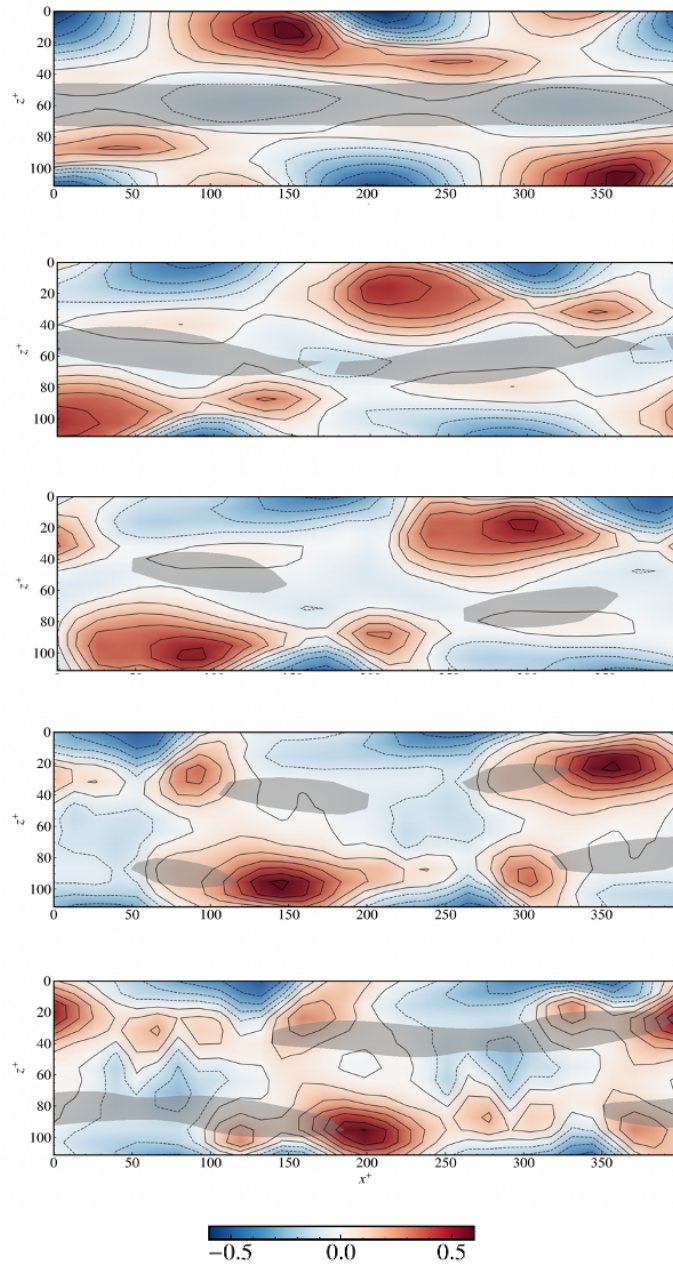


FIGURE 3.15: Top view of the low-speed streak and the control input ϕ^+ on the lower wall at $t^+ = 0, 7.9, 13.3, 20.1$ and 26.1 (from top to bottom). Shaded area represents $u'^+ < -2$ at $y^+ = 10$.

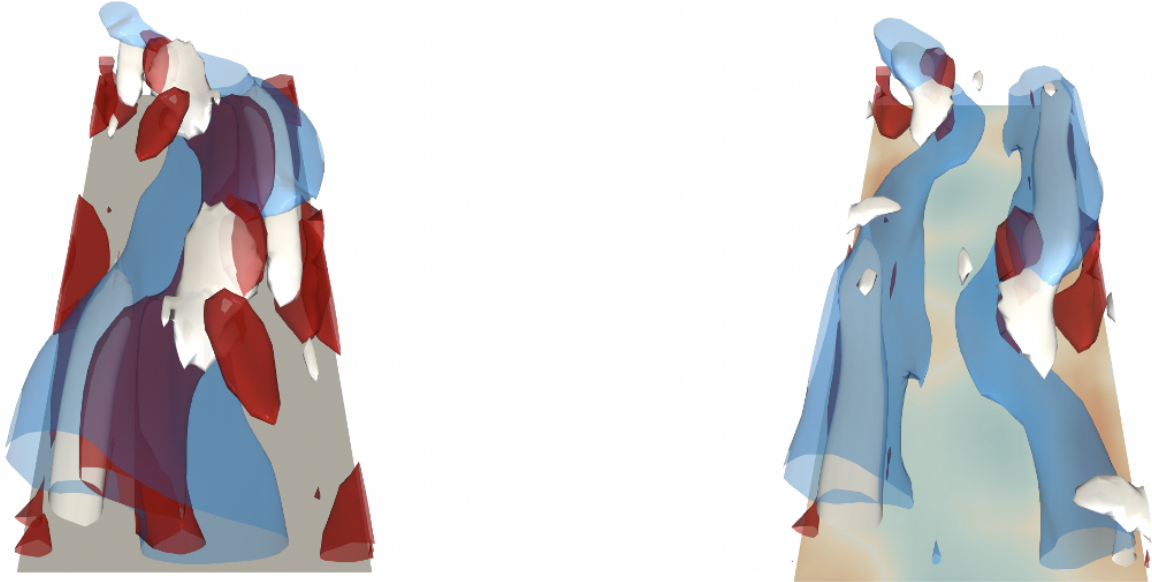


FIGURE 3.16: Isosurfaces of (blue) $u'^+ = -2$, (white) $Q^+ = 0.012$, and (red) the $\overline{u'u'}$ production term $P_{11}^+ = 0.8$ at $t^+ = 80.0$ for (left) the uncontrolled and (right) controlled case.

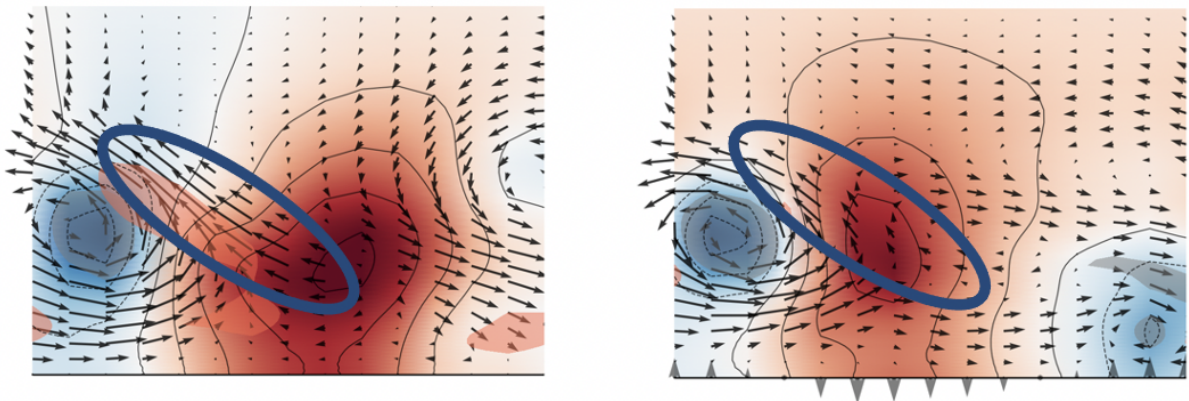


FIGURE 3.17: Contour plot of the pressure p' and the velocity vector on the z - y plane at $t^+ = 80.0$ for (left) the uncontrolled and (right) controlled case. Shade represents a region where $P_{11}^+ > 0.8$.

第 4 章

制御入力の空間スケールに対する制約の導入

一般に最適制御入力は、対象とする流れ場の瞬時構造に対応した、非常に複雑な時空間分布を持つことが知られている。これにより、制御機構の解明や、様々な流れの状態に対して高い制御効果を実現する普遍的制御則の抽出が困難となる。また実用的な観点では、高い時空間分解能を持つセンサやアクチュエータを要するなどの課題が生じる。

前章では、STG 流れに対する最適制御を行い、ストリーク揺動と同様の空間スケールを持つ制御入力によって、低速ストリークが細分化され、乱流が大きく抑制されることが明らかになった。同様の制御機構がフルサイズチャンネル流でも働く場合、制御入力を大きい空間スケールに限定しても、高い制御効果が得られる可能性がある。

そこで本章では、フルサイズチャンネル流において、制御入力である壁面吹出し・吸込みに長波長モードのみを許す制約を加えた最適制御を行い、制御効果が得られるか検証する。はじめに、制約を考慮した最適化問題を定式化し、チャンネル乱流制御に適用する。続いて、制約に用いるカットオフ波長を系統的に変化させることにより、制御効果に対する制約の影響を調査する。さらに、比較的強い制約のもとでも高い制御効果が得られるケースに注目し、Reynolds 応力の収支解析を軸に、制御機構を調査する。

4.1 問題設定

本章では、制御入力に長波長モードのみを許す制約条件を課す。したがって、最適制御問題は以下のように定式化される。

$$\phi(x, z, t) = \underset{\phi}{\operatorname{argmin}} J, \quad (4.1)$$

$$\text{s.t. } \hat{\phi}(k_x, k_z, t) = 0 \text{ for } |k_x| \geq \frac{2\pi}{\lambda_x^f} \text{ and } |k_z| \geq \frac{2\pi}{\lambda_z^f}. \quad (4.2)$$

k_x および k_z は流れ方向およびスパン方向波数、 λ_x^f および λ_z^f は流れ方向およびスパン方向カットオフ波長、 $\hat{\phi}$ は Fourier 係数である。

これまでと同様に、Navier-Stokes 方程式と随伴方程式を解き、得られた随伴圧力場 p^* から、制御入力に対するコスト関数の感度 g が求められる。制約条件が無い場合、感度は以下で表される。

$$g = \phi + p^* n_y. \quad (4.3)$$

一方、制約条件 (4.2) を満たす最適解は、波数空間上の $|k_x| < \frac{2\pi}{\lambda_x^f}$ and $|k_z| < \frac{2\pi}{\lambda_z^f}$ の範囲で探索すればよい。具体的には、制約条件 (4.2) を満たす適当な初期制御入力 ϕ^0 から出発

し、波数空間でカットオフ・フィルタを施した感度 $\hat{G}\hat{g}$ に基づいて入力を更新する。ここで、 \hat{G} は波数空間上でのフィルタ関数である。

$$\hat{G}(k_x, k_z) = \begin{cases} 0 & |k_x| \geq \frac{2\pi}{\lambda_x^f} \text{ and } |k_z| \geq \frac{2\pi}{\lambda_z^f} \\ 1 & \text{(otherwise)} \end{cases} \quad (4.4)$$

本章では、表 2.1 における Re110 の条件で計算を行う。また、最適化計算のパラメータは $d_1 = 1, T^+ = T_a^+ = 109$ と設定し、カットオフ波長 λ^f を流れ方向およびスパン方向にそれぞれ 0 (制約なし) から計算領域長 (一様入力) の間で変化させ、制御効果を比較する。

4.2 制御効果のカットオフ波長依存性

図 4.1 に、代表的なケースにおける乱流エネルギー k の時間変化を示す。図中、括弧内の数字は流れ方向およびスパン方向のカットオフ波長 $(\lambda_x^{f+}, \lambda_z^{f+})$ を表し、 $(0, 0)$ は制約の無い場合を指す。また、灰色の領域は最初のタイムホライズン $t^+ \in [0, 109]$ を表し、本章ではこの区間での制御機構を調査する。制御時に見られる k の周期的な増減は、各タイムホライズンの序盤において、吹出し・吸込みが一時的に壁近傍の乱れを増加させることに起因する。下側の 3 つのケースでは、 k が小さい値へ漸近しており、流れが再層流化へ向かっていることがわかる。

図 4.2 は、 $t^+ = 1090$ での k^+ の瞬時値を、カットオフ波長 $\lambda_x^{f+}, \lambda_z^{f+}$ の関数として図示したものである。再層流化に至るケース (緑色の領域) と至らないケース (赤色の領域) の境界が明確であり、前者のうち、制御入力に含まれるモード数が最も少ないのは $(\lambda_x^{f+}, \lambda_z^{f+}) = (343, 153)$ のケースである。このとき、制御入力に含まれる Fourier モードは 11 個であり、その最小波長は、流れ方向、スパン方向に粘性スケールでそれぞれ 458, 229 である。これは典型的な縦渦の直径・長さやストリーク間隔と比べ、同等かそれよりも大きい。特にスパン方向の長さスケールについて、壁近傍の縦渦構造を主たる制御対象とする v-control などのフィードバック制御手法では、縦渦直径 $\sim 30\delta_v$ と同程度の制御入力を要するため、これと比較して長さスケールの要件を大幅に緩和している点が重要である。またこの波長は、前章において用いたミニマルチャネルの大きさと比較すると、スパン方向には大きいものの、大きく乖離する値ではない。このことは、STG 流れの最適制御で見られた、低速ストリーク細分化機構との関連は示唆している可能性がある。

4.3 制御機構

以下では、 $(\lambda_x^{f+}, \lambda_z^{f+}) = (343, 114)$ のケースについて、最初のタイムホライズンにおける乱流抑制機構を調査する。これ以降に示す各統計量は、異なる初期場から最適制御を行った20ケースのアンサンブル平均である。各ケースにおける制御入力 of rms 値およびアンサンブル平均値を図4.3に示す。各ケースでおおよそ同様の時間発展を示しており、同様の制御機構が働いていることが推察される。また、タイムホライズン前半で大きい入力 of 印加される傾向が見られる。これは、タイムホライズン初期において強い入力を与えることで、その後大きな制御効果が得られるためと考えられる。

図4.4に、制御入力および流れ場の時間発展を示す。青と白の等値面はそれぞれ低速ストリークと縦渦に対応し、左列が非制御時、右列が制御時を示す。制御入力 of 分布を見ると、制約を与えたことで空間スケールが大きくなっていることがわかる。このような入力にもかわらず、タイムホライズン of 最終時刻では乱流構造が弱化していることが確認できる。特に、制御 of 適用による渦構造の数や空間分布 of 変化は明確でない一方、低速ストリーク of 細分化は明確に確認できる。このことから、大きい空間スケールを有する制御入力を用いても、STG 流れと同様の制御機構が働いている可能性が示唆される。また、 $t^+ = 9.9$ において (2段目)、強い吹出しが印加されている領域 of 壁面上に、扁平な低速構造が生じていることがわかる。これは、吹出しによって直接誘起された低速領域であり、制約を加えた場合に顕著に見られる構造である。

図4.5に、流れ方向およびスパン方向に平均した物理量 \bar{f} の、制御時と非制御時における差 $\Delta_{-u'v'}, \Delta_{v'v'}$ の分布を示す。値は非制御時 of 平均プロファイル of 最大値 $\max [f^{\text{unctrl}}(y)]$ で正規化されている。タイムホライズン of 第2クォーター (図中2Q) において、 $-\overline{u'v'}$ が顕著に減少し始める。同時刻において、 $\overline{v'v'}$ の減少はごく緩やかであり、 $\overline{u'u'}, \overline{w'w'}$ は増加していることから、第2クォーターでは $-\overline{u'v'}$ を直接減少させる機構が働いていることが示唆される。タイムホライズン前半における $\overline{u'u'}$ の増加は、壁面近傍で制御入力 of u' を誘起するためである。制約を導入した最適制御では特にこの傾向が顕著であり、大きいスケールの導入により u' が誘起されやすくなっている可能性がある。なお、 $-\overline{u'v'}$ もこれら制御入力 of 直接的な影響により、壁近傍で増加する。これが、図4.1などにおいて摩擦抵抗係数や乱流エネルギー of 時間変化が山なりになる原因と考えられる。一方、第3クォーターに入ると (図中3Q)、 $\overline{u'u'}, \overline{v'v'}$ も顕著な減少を開始する。減少量が最大となる位置は、各量の平均プロファイル of 最大値を取る位置 of 付近であり、壁近傍 of 乱流運動に重要なイベントが抑制されていることが窺える。また、 $\overline{w'w'}$ はタイムホライズン of 最終盤まで増加傾向であり、最適制御が $\overline{w'w'}$ の抑制を重視していないことを示唆する。

第4章 制御入力 of 空間スケールに対する制約の導入

$\overline{u'u'}$ の生成項は $P_{11} = -\overline{u'v'} \frac{dU}{dy}$ で表されるため、Reynolds せん断応力 $-\overline{u'v'}$ は乱れ生成に深く関与する。また、 $-\overline{u'v'}$ の生成項は $P_{22} = \overline{v'v'} \frac{dU}{dy}$ で表される。したがって、 $-\overline{u'v'}$ および $\overline{v'v'}$ は乱流維持に重要な役割を果たすことがわかる。図 4.5 では、これら二つの量はともに制御によって顕著に減少していた。以下では、これらが減少する機構を、収支解析を通して検討する。図 4.6(上) に、第 2 クォーター内で平均した $-\overline{u'v'}$ の収支を示す。実線が制御時、点線が非制御時を表す。生成項と速度-圧力勾配相関項が、制御によって共に活発化しているものの、後者による損失がバッファ層全域で前者を上回り、 $-\overline{u'v'}$ 減少に支配的な影響を及ぼしていることがわかる。また、その他の項については顕著な変化を示していない。速度-圧力勾配相関項を、圧力拡散項と圧力-歪み相関項に分解する (図 4.6 下)。局所の損失として寄与しているのは、 $10 \leq y^+ \leq 30$ では圧力拡散項である一方、 $y^+ \leq 10$ では圧力-歪み相関項であることがわかる。また、圧力拡散項による y 方向フラックス $-\overline{p'u'}$ は、制御時に大きく負となっている。このことから、制御時には、活発化した圧力拡散によりバッファ層の $-\overline{u'v'}$ が壁方向へ輸送され、同様に活発化した圧力-歪み相関項によって、壁のごく近傍で $-\overline{u'v'}$ が破壊されていることが示唆される。なお、このメカニズムは第 2 クォーターで最も活発となるが、最終時刻にかけて徐々に衰えながらも機能し続ける。

速度圧力項による $-\overline{u'v'}$ 抑制機構と流れ場の構造との対応を明らかにするため、制御入力 ϕ と u', p' の相互相関係数の分布を調べる。 ϕ, u' の相関係数を見ると (図 4.7 上)、 $r_x = 0$ を中心に強い負相関の領域が形成されている。これは制御入力による壁垂直方向への流体のリフトアップによって u' が誘起されるためであり、図 4.4 に示した壁面近傍のシート状構造によく対応する。この図から、構造の高さは平均的に粘性スケールで約 20 であることがわかる。一方、 ϕ, p' の相関係数を見ると (図 4.7 下)、原点付近の上流側で正相関、下流側で負相関の領域が見られるが、両者の分布は上流側へ偏っている。このことは、吹出し吸込みの直上に形成されるシート状構造は、同符号の p' とより広い範囲でオーバーラップする傾向にあることを示している。以上を、吹出しがある場合について模式的に表したものを図 4.8 (a) に示す。吹出し ($\phi > 0$) の直上に $u' < 0, p' < 0$ 構造が誘起されている。両者がオーバーラップする領域では、圧力拡散による $-\overline{u'v'}$ の y 方向フラックス $-\overline{p'u'}$ が負となるため、 $-\overline{u'v'}$ は壁方向へ輸送される。一方、シート状構造の下部には $\partial u' / \partial y < 0$ 構造が生じ、こちらも $p' < 0$ とよりオーバーラップするため、そこでは圧力歪みの支配項 $-p' \partial u' / \partial y$ は負となり、 $-\overline{u'v'}$ の破壊が発生する。実際に、流れ場中の典型的なシート状構造周りの瞬時場を図 4.8(b-d) に示す。上記の分布が確認できるほか、シート状構造の上部には正の圧力歪みも生じており、諸量の y 方向位置も含め図 4.6

第4章 制御入力 of 空間スケールに対する制約の導入

と合致する。以上より、第2クォーターから活発化する、圧力項による $-\overline{u'v'}$ 破壊 (図4.6) は、吹出し吸込みが u' のシート状構造を生成すると同時に、 u' と同符号の p' がシート状構造にオーバーラップするように誘起されることで生じると考えられる。なお、上記の圧力拡散および圧力・歪み相関による $-\overline{u'v'}$ 抑制機構は、フルサイズチャンネル流の制約なし最適制御にも見られるが、その過程を担う流れ構造や制御入力分布は明確でない。したがって、本章で導入した制約は、制御入力ならびに流れ場の応答を単純化し、制御機構と流れ構造の対応を明確化したことにその意義の一つが存すると言える。一方、同様の機構はSTG流れの場合には見られない。これは、STG流れにおいては、タイムホライズンの前半では乱れが発達していないためと考えられる。

図4.9に、第3クォーター内で平均した $\overline{v'v'}$ の収支を示す。制御時、 $20 \leq y^+ \leq 40$ で各項の強さが減少しているが、速度-圧力勾配相関項の減少が著しい。したがって、これが $\overline{v'v'}$ 減少の主因であると見られ、その他の項の減少は、 $\overline{v'v'}$ 自体の減少による副次的なものと考えられる。

速度-圧力勾配相関項が減少していることから、圧力-歪み相関項による $\overline{u'_i u'_i}$ 間の再分配が変化していることが推察される。 $\overline{u'u'}$, $\overline{v'v'}$, $\overline{w'w'}$ の圧力-歪み相関項 $\phi_{u'u'}$, $\phi_{v'v'}$, $\phi_{w'w'}$ 間における結合確率密度関数を図4.10に示す。STG流れの場合と同様に、制御によって $\phi_{u'u'} > 0$ かつ $\phi_{v'v'} < 0$ となる確率が増加する傾向が確認できる。したがって、第3クォーターでは $\overline{v'v'}$ から $\overline{u'u'}$ への再分配が増加したことが、 $\overline{v'v'}$ の減少の主因であることが示唆される。これに伴い $-\overline{u'v'}$ 生成項が減少し、 $-\overline{u'v'}$ の減少を加速させることで、乱流エネルギー生成の減少を引き起こし、最終的に顕著な乱流抑制がもたらされるものと考えられる。上記の機構は、フルサイズチャンネル流の制約なし最適制御ならびにSTG流れの場合にも共通して確認されることから、これら3つのケースでは、タイムホライズン後半に同様の制御機構が働いているものと推察される。前章および本章では、流れ場または制御入力を単純化して制御機構を検討するアプローチを採用したが、以上の結果はこれらの検討が通常のフルサイズチャンネル流に対する最適制御機構についても有益な知見を与えるものであることを示唆している。

第4章 制御入力の空間スケールに対する制約の導入

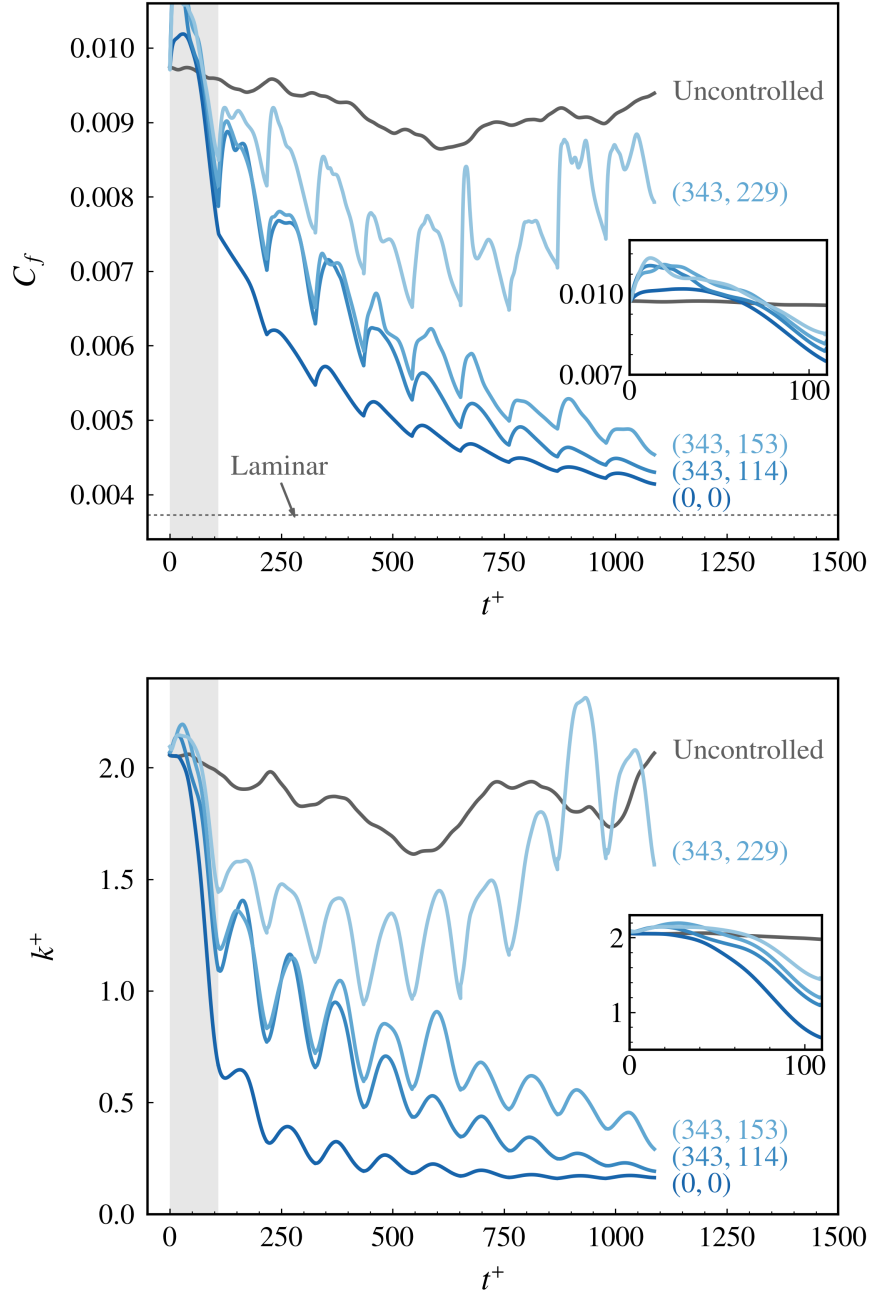


FIGURE 4.1: Time history of k^+ for different cut-off wave-lengths λ_x^{f+} , λ_z^{f+} for the control input. Values inside the parenthesis are λ_x^{f+} and λ_z^{f+} , respectively. The shaded interval indicates the first time horizon, $t^+ \in [0, 109]$.

第4章 制御入力の空間スケールに対する制約の導入

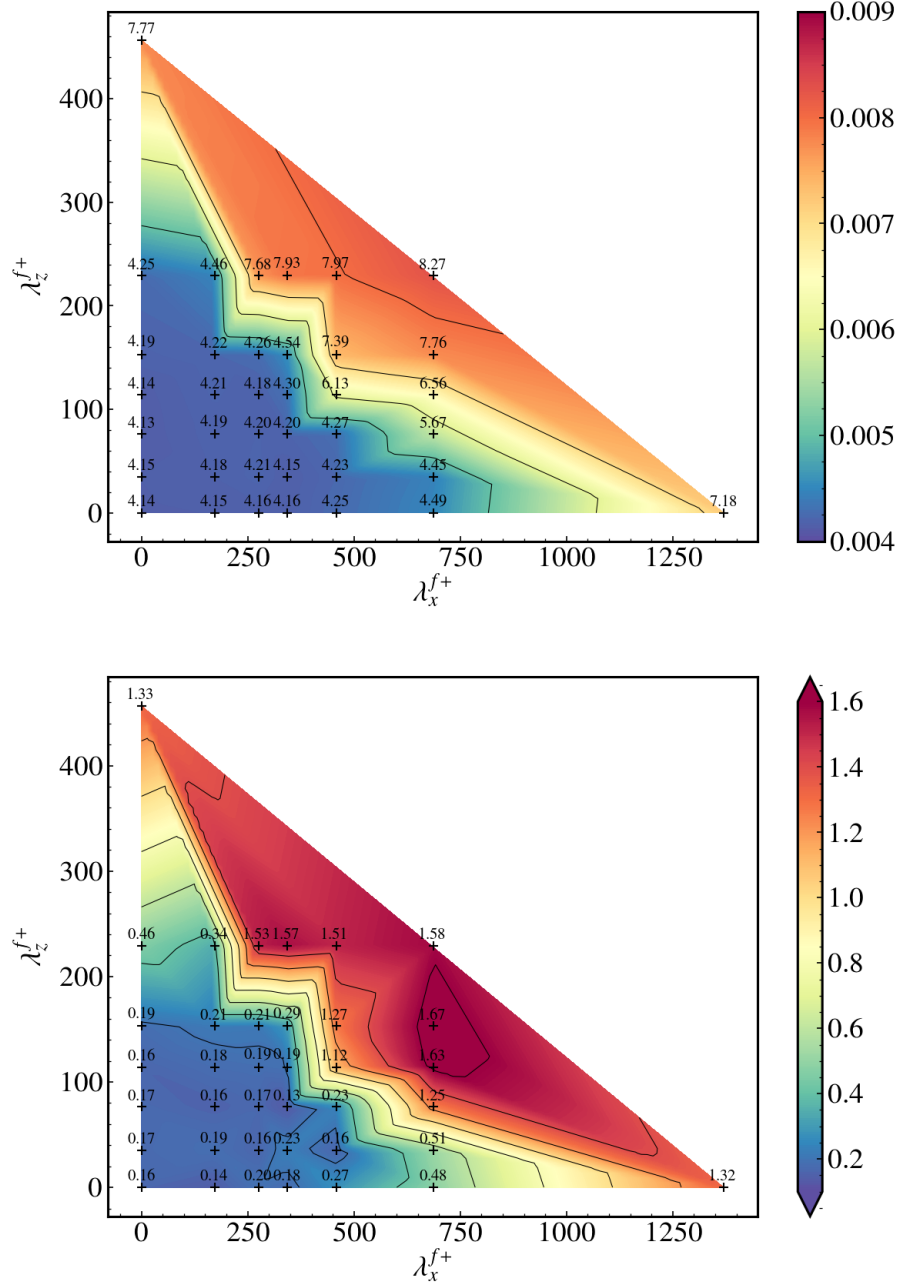


FIGURE 4.2: The skin friction coefficient C_f and turbulent kinetic energy k^+ on the λ_x^f - λ_z^f plane at the end of the 10th time horizon (i.e., $t^+ = 1090$).

第4章 制御入力の空間スケールに対する制約の導入

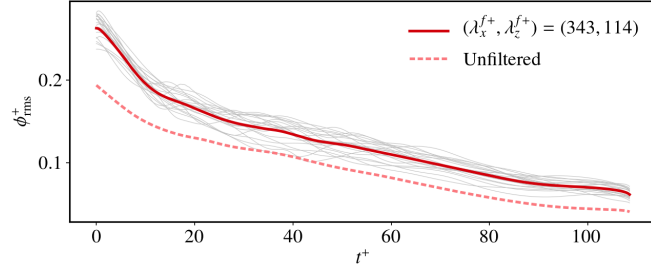


FIGURE 4.3: Time history of the r.m.s. value of the control input. Thin grey lines represent each trial and the thick red line indicates the mean.

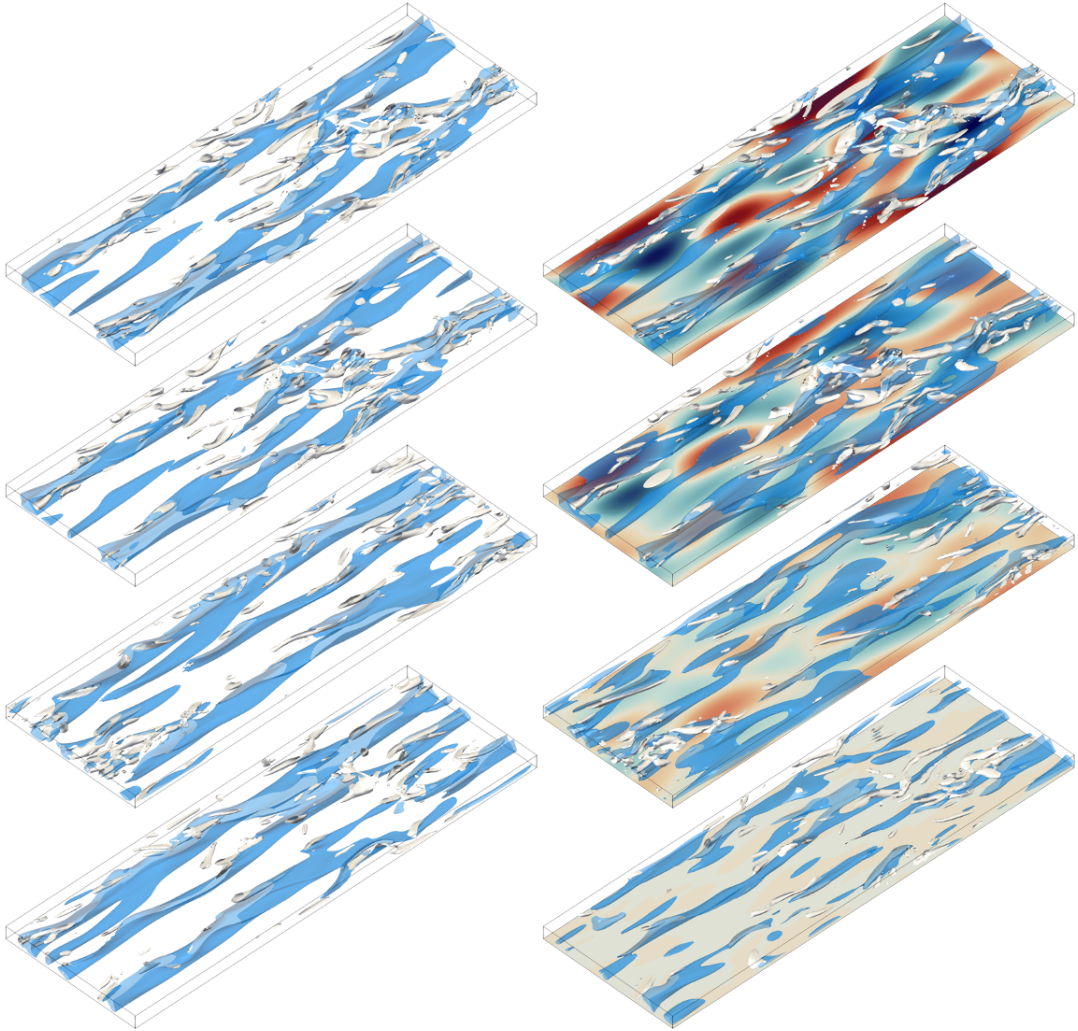


FIGURE 4.4: Isosurfaces of $Q^+ = 0.012$ (white) and $u^+ = -2$ (blue) during the first time horizon $t^+ \in [0, 109]$ superposed on the contour of the control input; (left) uncontrolled; (right) $(\lambda_x^+, \lambda_z^+) = (343, 114)$. Time for each snapshot is $t^+ = 0, 9.9, 81.1$ and 109 from top to bottom. Only $y^+ < 40$ is shown.

第 4 章 制御入力の空間スケールに対する制約の導入

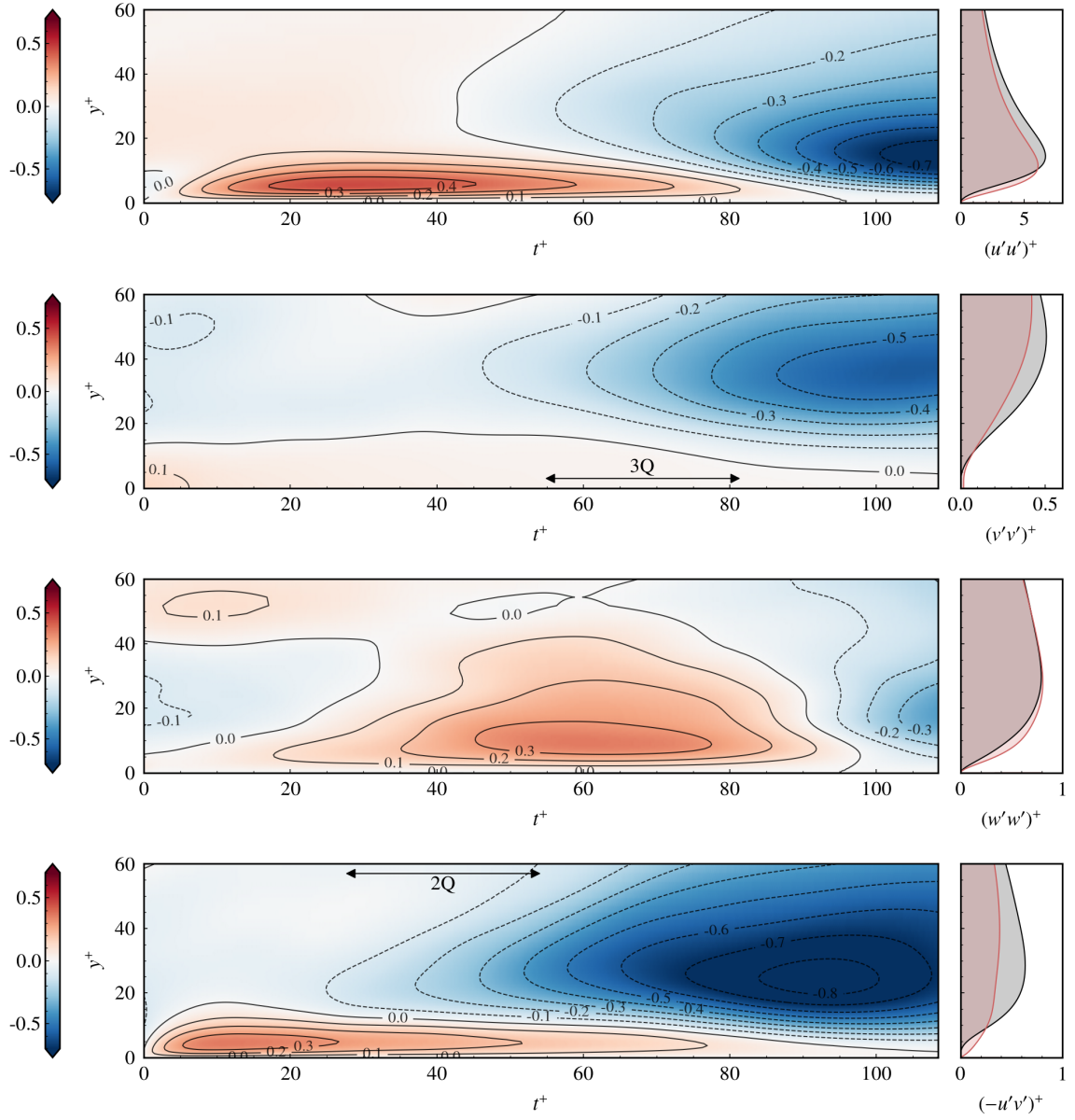


FIGURE 4.5: Distributions of $\Delta_{u'u'}$, $\Delta_{v'v'}$, $\Delta_{w'w'}$ and $\Delta_{-u'v'}$. Values are normalized by the peak value of its wall-normal profile in the uncontrolled case. $2Q$ and $3Q$ indicate the second and third quarters of the time horizon, respectively.

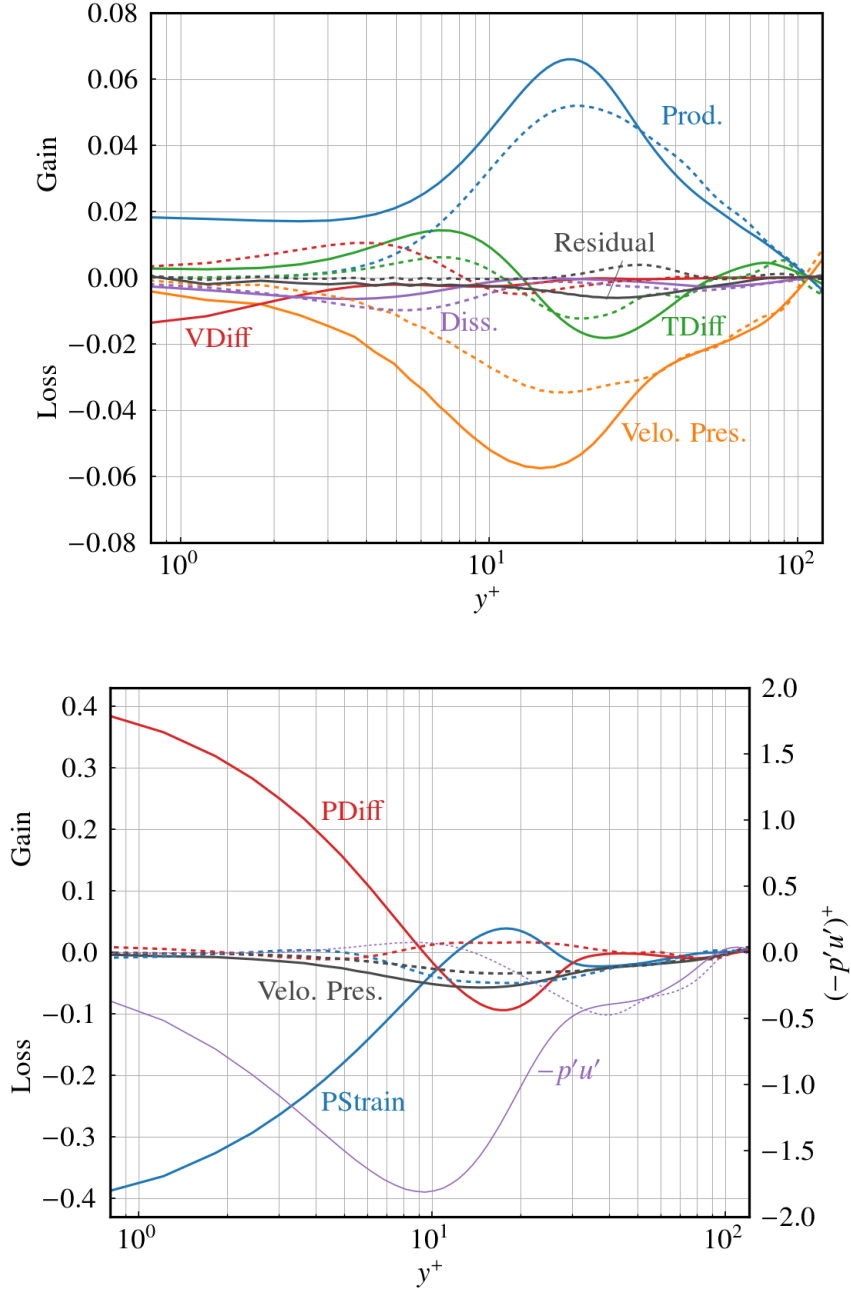
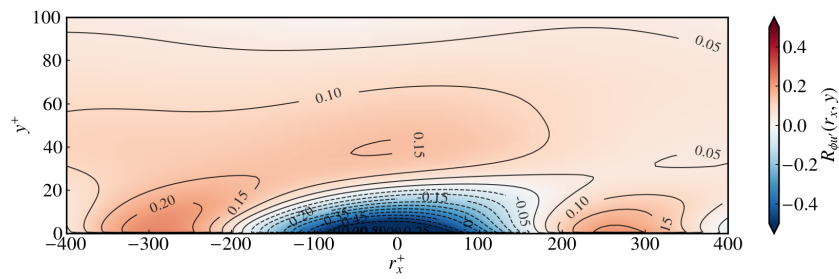
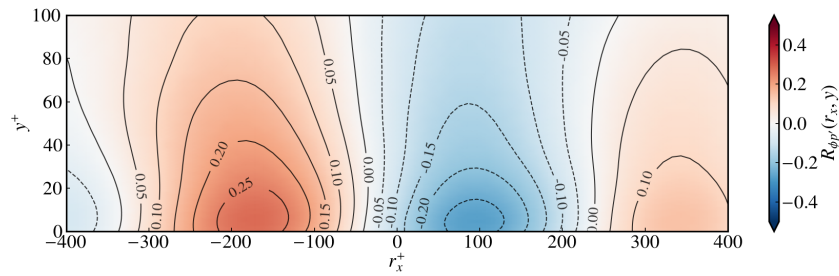


FIGURE 4.6: (Top) Budget of $-\overline{u'v'}$ and (bottom) decomposition of the velocity-pressure-gradient correlation term and the wall-normal flux of $-\overline{u'v'}$ by the pressure diffusion term, $-\overline{p'u'}$. All quantities are temporally averaged in the second quarter. Solid lines represent $(\lambda_x^+, \lambda_z^+) = (343, 114)$ and dashed lines uncontrolled.

第4章 制御入力の空間スケールに対する制約の導入



(a)



(b)

FIGURE 4.7: Cross-correlation coefficient between the control input ϕ and (a) u' and (b) p' temporally averaged within the second quarter, $t^+ \in [27, 55]$.

第4章 制御入力の空間スケールに対する制約の導入

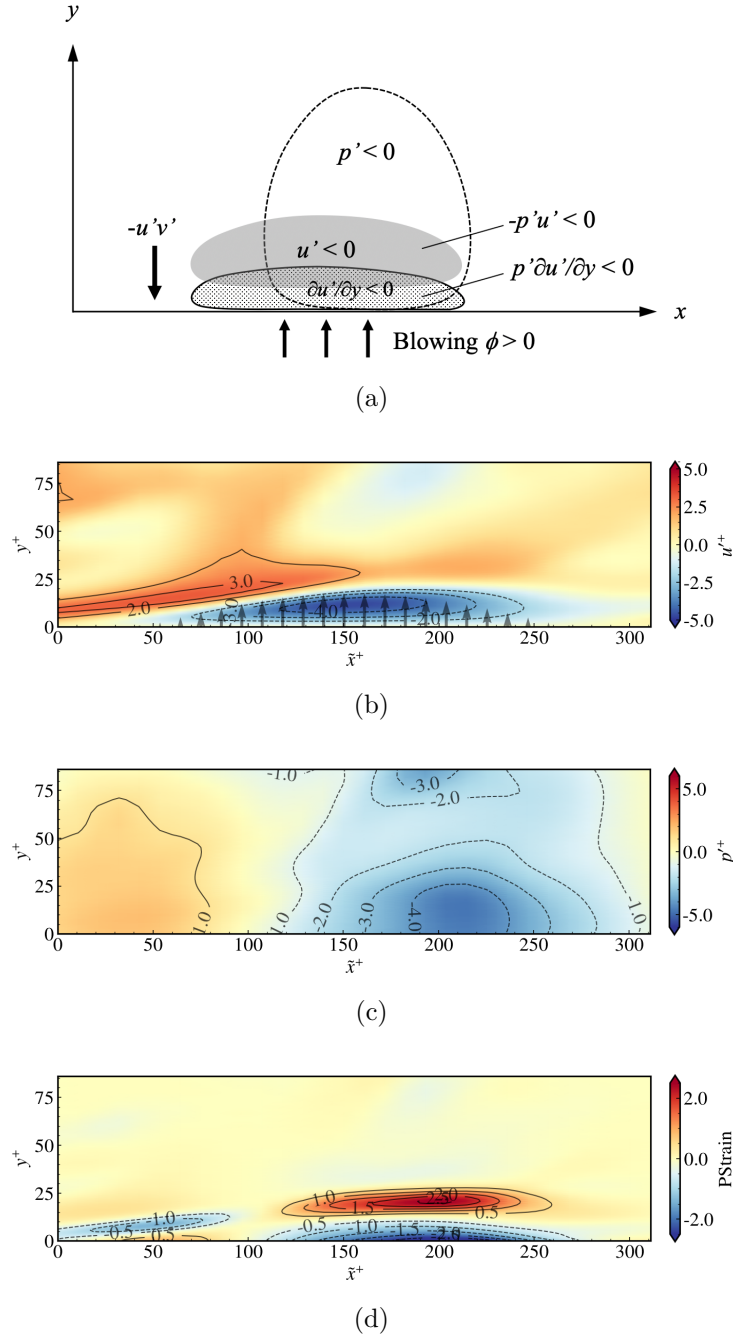


FIGURE 4.8: (a) Schematic of the $-u'v'$ reduction mechanism near wall blowing and (b-d) instantaneous distribution of u' , p' and the pressure-strain correlation term of $-u'v'$ at $t^+ = 41$ around a typical sheet-like u' structure. The wall blowing and suction is indicated by the vectors on the wall in (b). \tilde{x} represents a local coordinate.

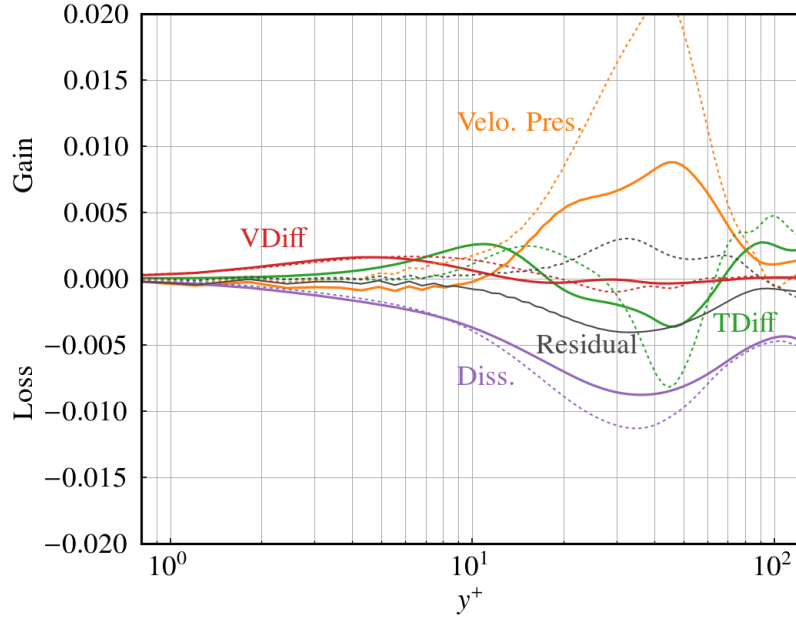


FIGURE 4.9: Budget of $\overline{v'v'}$ temporally averaged in the third quarter. Solid lines represent $(\lambda_x^+, \lambda_z^+) = (343, 114)$ and dashed lines uncontrolled.

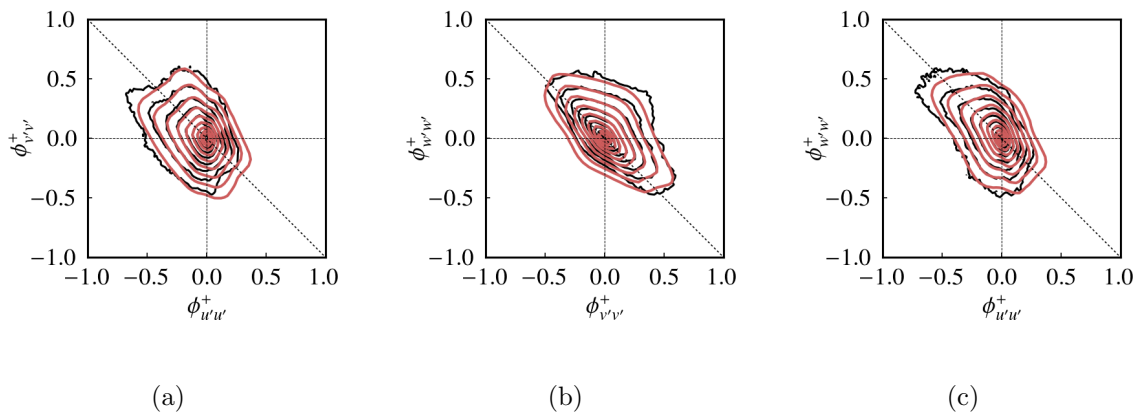


FIGURE 4.10: Joint probability density functions of the pressure-strain correlation terms; (a) ϕ_{uu} and ϕ_{vv} , (b) ϕ_{vv} and ϕ_{ww} , (c) ϕ_{ww} and ϕ_{uu} . Black lines are for the uncontrolled case and red ones the controlled case. P.d.f.s are temporary averaged in the third quarter.

第 5 章

チャネル乱流最適制御に対する Reynolds 数の影響

第5章 チャネル乱流最適制御に対する Reynolds 数の影響

既存の乱流制御手法は、 v -control など壁面近傍の乱れの抑制に主眼を置くものが多い。一方、流れの Reynolds 数が増加すると、壁面摩擦抵抗に対する壁遠方の乱れの影響が大きくなるため [Kasagi et al., 2009], 壁面近傍の制御による摩擦抵抗低減効果は減少することが予想される。実際、Reynolds 数の増加による v -control の摩擦抵抗低減率の減少は、先行研究で報告されている [Iwamoto et al., 2002]。実際の工学問題における流れは高 Reynolds 数である場合が多いため、そのような流れでも十分高い効果を発揮できる制御手法の確立が求められている。

Bewley et al. [2001] や本論文でも確認されたように、 $Re_\tau \approx 100 - 200$ 程度のチャネル乱流では、最適制御により再層流化が可能である。しかし、さらに高い Reynolds 数の流れにおける最適制御の効果についてはこれまで検討されていない。これは、時空間 4 次元にわたる順解析解の保存や順・逆解析の反復を要する最適制御において、Reynolds 数の引き上げに伴う必要計算資源量の増加が、通常の DNS などと比べて非常に大きいことが要因である。一方、計算機性能は日々向上を続けており、スーパーコンピューターなどの計算環境も充実しつつある。さらに本研究では、大規模並列計算に対応可能な Navier-Stokes および随伴ソルバーを構築しており、スーパーコンピューターの利用によって、Reynolds 数を増加させた流れでの最適制御計算の実行に目処が立った。そこで本章では、Reynolds 数を増加させた流れに対して最適制御を行い、その乱流抑制効果の Reynolds 数依存性を調査する。

以下では、Reynolds 数を $Re_\tau = 300, 650, 1000$ とした計算を行う。計算条件は表 2.1 における Re_{300} , Re_{650} および Re_{1000} を用いる。

5.1 制御効果

図 5.1 に、各 Reynolds 数における最適制御適用時の C_f および k の時間発展を示す。図に示す時間区間は $Re_\tau = 1000$ のケースのみ異なることに注意されたい。Reynolds 数の増加とともに、抵抗低減率および乱流エネルギー低減率が減少し、いずれのケースでも再層流化に至らないことがわかる。Bewley et al. [2001] は、 $Re_\tau = 180$ のチャネル乱流が最適制御によって再層流化されることを報告しているため、最適制御により再層流化可能であるのは $Re_\tau = 200 - 300$ 程度までの流れに限られると考えられる。

各 Reynolds 数ごとに、最大の制御効果が得られるタイムホライズン長を確認する。 $Re_\tau = 300$ の場合、 $T^+ = 100$ および 150 で制御効果はほぼ変わらない。 $T^+ = 100$ で制御効果が頭打ちとなる傾向は $Re_\tau = 110$ での結果と同様である。また、 $Re_\tau = 650$ の場合、 $T^+ = 50$

第5章 チャネル乱流最適制御に対する Reynolds 数の影響

および 100 で制御効果がほぼ同等となる。一方, $Re_\tau = 1000$ では, $T^+ = 50$ および 100 の制御効果が $T^+ = 25$ の場合を下回っている。これは, 最適化中にある時刻の制御入力が増加し続け, Courant 数が大きくなることで順解析が発散してしまう現象が生じたため, これを回避するために制御入力の更新をコスト関数の収束前に打ち切ったためである。このように, 本研究では Reynolds 数の増加とともに最適化計算が失敗する傾向が強くなることが確認された。この原因として, Reynolds 数の増加によって流れの非線形性が強くなることで, 摂動方程式の線形化に基づく随伴解析を用いて有用な感度情報を得ることが難しくなっている可能性が挙げられる。なお, 制御効果の向上が見込めないと判断したケースでは, 流れが平衡状態へ達する前に計算を打ち切っている。

図 5.2 に, 各 Reynolds 数における抵抗低減率 DR をタイムホライズン長の関数として示す。 DR は, 流れが平衡状態に達するまで計算を行ったケースについてのみ求めている。いずれの Reynolds 数でも, タイムホライズン長の増加とともに制御効果が向上し, $T^+ \geq 25$ とすることで v-control を上回る抵抗低減率が得られる。また, 再層流化時に得られる DR (図中矢印) は Reynolds 数とともに増加するため, $Re_\tau = 300, T^+ = 100$ では再層流化には至らないにもかかわらず, 再層流化する $Re_\tau = 110, T^+ = 100$ の DR を上回る。一方, $Re_\tau \geq 300$ では, 制御効果が Reynolds 数の増加とともに減少する傾向が顕著になり, タイムホライズン長の延長による制御効果の向上が小さくなる。これは, Reynolds 数の増加とともに, 時間スケールの長い大規模な構造が流れ場のなかで支配的となり, 流れ場の時間スケールと随伴解析が可能なタイムホライズン長 $T^+ = O(100)$ との乖離が拡大するためである可能性がある。なお, Reynolds 数の増加による制御効果の低下は, 他の乱流制御手法でも報告されている [Iwamoto et al., 2002, Hurst et al., 2014, Gatti and Quadrio, 2016]。

図 5.3 に, 各 Reynolds 数で $T^+ = 50$ とした場合の制御入力の rms 値の時間変化を示す。上段は摩擦速度 u_τ , 下段はバルク平均速度 U_b で無次元化した値を示している。 $Re_\tau = 110$ において, $t^+ = 0 - 50$ の制御入力が顕著に小さいが, これはこの時間帯において最適化計算が発散する傾向が見られたため, 最適化を早期に打ち切ったためである。 $Re_\tau = 110$ では制御開始直後 ($t^+ \leq 200$) における制御入力が大きく, 時間が経過し乱れが抑制されると減少する。一方, $Re_\tau = 300, 650$ ではほぼ一定の大きさが保たれ, 制御開始直後では $Re_\tau = 110$ を下回る一方, その後は上回る。 Reynolds 数を増加させると, 制御入力は大きくなるにもかかわらず制御効果が低下することから, Reynolds 数の増加により, 乱れの抑制が困難になっていることが示唆される。この点については, 5.3 節でさらに検討する。

5.2 制御機構

以下では、 $Re_\tau = 650, T^+ = 50$ のケースでの、制御開始直後の遷移過程が終了した後の時間帯において検討を行う。図 5.4 に、制御時と非制御時の乱流構造の可視化結果を示す。青の等値面は流れ方向速度の低速領域、白の等値面は渦構造を表し、可視化領域はチャンネルの下半分としている。また、制御時の図では、乱流エネルギーが最も減少する、タイムホライズンの最終時刻を示している。非制御時をみると、チャンネル全体に乱流構造が存在し、特に壁から離れた領域では、大規模な低速ストリークが存在していることがわかる。一方、制御時においては、低速ストリーク、渦構造ともにチャンネル全体で弱くなっていることがわかる。渦構造は、壁から離れた領域でその数が減少する傾向にあり、壁近傍における数は大きく変化していない。一方で、低 Reynolds 数の場合にほぼ減衰していたこれらの乱流構造は明確に残存しており、流れが再層流化に至っていないことがわかる。

図 5.5 に、 z - y 断面内での可視化結果を示す。コンターマップは u' を示し、灰色の領域は $Q^+ \geq 0.012$ の領域を表す。図より、制御時においてチャンネル全体で流れ方向速度変動が低下していることがわかる。また、 $y^+ \geq 100$ における渦構造が減少していることが確認できる。一方、壁付近の拡大図 (d) を見ると、壁近傍に依然として $u' \approx 4$ の強い乱れが残存していることがわかる。このことから、Reynolds 数の増加によって、壁付近の乱れ構造の抑制効果も減少していることが窺える。また、制御時の壁付近には多数の渦構造も残存している。これまでの解析で、タイムホライズンが長い場合、最適制御入力は多数の渦構造を生成することが明らかになっている。そのため、これらの渦が乱流運動と制御入力のどちらに由来するものは明らかでない。しかし、再層流化可能なケースでは、制御入力によって生成された渦はタイムホライズン内で十分減衰していたため、今回のケースではそのような機構が十分に働いていない可能性がある。

図 5.6(a) に、Reynolds 応力 $\overline{u'_i u'_j}$ の分布を示す。制御によって、3成分ともにチャンネル全体にわたって減少しており、特に $\overline{u'u'}$ のピーク値は約 50% 減少している。一方、壁から離れた領域における減少割合は低下する。また、 $\overline{v'v'}, \overline{w'w'}$ はチャンネル全体としてほぼ一定の減少割合を示す。このことから、最適制御によって壁近傍の u' が特に抑制されていることがわかり、 $Re_\tau = 650$ の場合も、低 Reynolds 数の場合と同様に、壁近傍の低速ストリークを対象とした制御が行われていることが示唆される。図 5.6(b) に、変動渦度 $\overline{\omega'_i \omega'_j}$ の分布を示す。 ω_x は、制御によってほぼ変化しておらず、壁面近傍の縦渦構造が時間平均的に減少していないことが示唆される。一方、 ω_y および ω_z は制御によって大きく減少している。壁面近傍の ω_y は、低速および高速ストリークの間を生じるせん断 $\frac{\partial u'}{\partial z}$ 、 ω_z はストリークと壁面間の強いせん断 $\frac{\partial u'}{\partial y}$ によって誘起されるため、いずれもストリーク構造

第5章 チャネル乱流最適制御に対する Reynolds 数の影響

と関連する。したがって、これらの減少はいずれもストリーク構造が抑制されたことを反映するものと考えられる。これは、先の可視化結果と合致する。

図 5.7 に、 u', v', w' の 1 次元 pre-multiplied spectra を示す。実線が制御時、点線が非制御時を示し、左列が流れ方向、右列がスパン方向のスペクトルを表す。各図から、 v' の流れ方向およびスパン方向スペクトル、 w' のスパン方向スペクトルは、制御によって大きく変化していない一方、 u' の流れ方向およびスパン方向スペクトル、 w' の流れ方向スペクトルは、いずれも壁近傍の長波長成分が大きく減衰している。 u' のスペクトルは、非制御時に壁近傍で $\lambda_x^+ \approx 1000, \lambda_z^+ \approx 100$ にピークを持っており、壁近傍のストリーク構造を表している。一方、制御時にはこれらのピークが減衰し、特に流れ方向スペクトルのピークは $\lambda_x^+ = 400 - 500$ 程度まで移動している。 $Re_\tau = 110$ のケースでは、壁近傍のストリーク構造が制御によって流れ方向に分断されていることが観察されたが、これらの観察結果とスペクトルは合致している。比較のため、v-control の適用時に得られた u' の流れ方向スペクトルを図 5.8 に示す。v-control は壁面近傍の乱れを打ち消すことを意図した制御則であるが、ストリークに分断は行わない。図を見ると、長波長側が減衰してピーク位置が短波長側に移動しており、ピークがむしろ長波長側へ移動する最適制御時との差が明確である。このことから、 $Re_\tau = 650$ の場合でも、最適制御入力には壁近傍のストリークを分断することによって乱流運動を抑制している可能性が示唆される。

続いて、壁乱流のダイナミクスが制御によってどのように変化しているか検討する。図 5.9 に、乱流エネルギーの収支を示す。 $Re_\tau = 300$ (左図) では、壁近傍の各項の値がほぼ 0 であり、乱流活動がほとんど抑制されていることがわかる。一方、 $Re_\tau = 650$ (右図) では、 $y^+ = 12$ における生成項のピークは大きく減少しているものの、バッファ層の上部に依然として比較的大きな乱流生成が行われており、このことが再層流化に至らない一因と考えられる。一方、制御時において、 $y^+ \leq 30$ における各項の値が減少していることから、バッファ層以下の乱流活動のみが、制御によって抑制されていることがわかる。また、バッファ層より外側の領域については、収支における大きな変化は見られない。したがって、制御入力によって大きく影響を受ける領域は、壁の近傍に限られていることがわかる。一方、本ケースで得られる抵抗低減率は $DR = 36[\%]$ と比較的大きい。限られた影響範囲で高い抵抗低減効果が得られた原因を検討するため、重み付き Reynolds せん断応力 $-(1-y)\overline{u'v'}$ の分布 (図 5.10) を確認する。重み付き Reynolds せん断応力は、FIK 恒等式 [Fukagata et al., 2002]

$$C_f = \frac{12}{Re_b} + 12 \int_0^1 2(1-y) (-\overline{u'v'}) dy \quad (5.1)$$

の第2項の被積分関数であり、壁からの距離 y における Reynolds せん断応力 $\overline{u'v'}$ の C_f に対する寄与を表す。図より、重み付き Reynolds せん断応力の減少は、制御の直接的効果が及ぶ壁近傍のみならず、外側領域においても顕著であることがわかる。これは、壁近傍の乱れが抑制されたことで、流れの実効的な Reynolds 数が減少し、その間接的效果 [Fukagata and Kasagi, 2003] によって外側の Reynolds 応力が減少したことによる。このような機構により、外側の構造が活発となる高 Reynolds 数乱流でも、壁面近傍の乱れを抑制することで高い制御効果が得られることが報告されている [Iwamoto et al., 2005]。今回の結果からも、高 Reynolds 数流れの摩擦抵抗低減においても、壁近傍の乱れの抑制が重要であることが支持される。

5.3 制御効果低下の原因に関する検討

本節では、Reynolds 数の増加とともに制御効果が低下する原因を検討する。Reynolds 数が増加するにつれ、外側の大規模構造が活発化し、全体の乱流エネルギーに占める割合が増加する。また、そのような構造は、壁近傍の乱れと相互作用することが知られている [Smits et al., 2011]。これらを勘案すると、今回確認された制御効果の低下の原因として、以下の2つが考えられる。

1. 外側の乱れの抑制を試みた結果、内側の乱れの抑制が阻害された。
2. 外側の乱れとの相互作用により、壁近傍の乱れの抑制が困難になった。

以下では、新たに数値実験を行うことで、上記の2点に関する検証を行う。

乱流エネルギー抑制対象領域の限定

1点目の可能性を検討するため、乱流エネルギーを抑制する領域を内側のみあるいは外側のみとした最適制御を行う。コスト関数を新たに以下のように設定する。

$$J = \frac{d_1}{2V} \left[\int_{\Omega} w(y; y_1, y_2) u_i^2 dV \right]_{t=t_0+T} + \frac{1}{2TS} \int_{t_0}^{t_0+T} \int_{\partial\Omega} \phi^2 dS dt, \quad (5.2)$$

$$w(y; y_1, y_2) = \begin{cases} 1 & (y_1 \leq y \leq y_2, \quad 2h - y_2 \leq y \leq 2h - y_1) \\ 0 & (\text{otherwise}) \end{cases} \quad (5.3)$$

上式では、右辺第一項の被積分関数内に新たな重み関数 w を加えている。この重み関数により、上下壁からの距離が $[y_1, y_2]$ の領域内の乱流エネルギーのみがコストとして考慮

第5章 チャネル乱流最適制御に対する Reynolds 数の影響

されることになる。これに伴い、随伴場の終端条件が以下のように修正される。

$$u_i^* = d_1 w(y; y_1, y_2) u_i \quad \text{at } t = T. \quad (5.4)$$

随伴解析におけるその他の手続きはこれまでと同様である。

計算条件は、 Re_{650} の場合と同様とし、タイムホライズン長は $T^+ = 50$ とする。パラメータ (y_1^+, y_2^+) は、再層流化が達成された $Re_\tau = 110$ の場合との比較を念頭に、内側を抑制対象とする場合で $(0, 110)$ 、外側を対象とする場合で $(110, Re_\tau)$ とする。

図 5.11 に、摩擦抵抗係数および乱流エネルギーの時間変化を示す。制御対象領域を $y^+ \leq 110$ に限定した場合、乱流エネルギーおよび摩擦抵抗の抑制効果が向上し、摩擦抵抗低減率 DR は 49% に達した。全領域を対象とした場合の DR は 38% であるから、約 11% の向上となる。図 5.12 に、各ケースでの制御入力 rms 値を示す。値はバルク平均速度で無次元化している。制御対象領域を $y^+ \leq 110$ に限定した場合、より強い制御入力が増加され、特に制御開始直後では $Re_\tau = 110$ の場合 (図 5.3) と同程度の強さとなっている。この入力強度の増加が制御効果の向上に寄与していると考えられるが、領域を限定することで制御入力が増加した原因は明らかではない。全領域を対象とする場合でも、コスト関数内の重み係数 d_1 を増加させ制御コストを下げることで、より大きな制御入力が増加することが予想される。しかし、 d_1 を 10 倍として全領域を対象とする最適制御を行ったところ、最初のタイムホライズンで計算が発散することを確認した。したがって、制御入力が増加する原因は、全領域の乱流エネルギーを抑制すること自体にあると考えられる。

そこで、図 5.11 から制御対象領域を $y^+ \geq 110$ に限定した場合の制御結果を確認すると、最初のタイムホライズンで乱流エネルギーが大きく増加していることがわかる。このケースでは、続くタイムホライズンで計算が発散することを確認している。この場合の乱流エネルギー分布 \bar{k} の制御時および非制御時の差 Δ_k を図 5.13 に示す。乱流エネルギーは制御対象領域の $y^+ \geq 110$ でごくわずかに非制御時から減少しているものの、制御対象でない壁近傍で大きく増加していることがわかる。このことから、乱流エネルギーを抑制する制御則は、内側および外側を対象とする場合でそれぞれ異なり、後者は壁近傍の乱れを増加させる作用を持つことが示唆される。したがって、Reynolds 数の増加とともに最適制御の制御効果が低下した原因の一つとして、内側と外側の乱れの抑制を同時に試みた結果、それぞれを対象とする制御則が互いの効果を相殺した可能性が示された。外側の乱れが活発化する高い Reynolds 数の流れに最適制御を適用する場合、外側の乱れは制御対象から除外するべきであると考えられる。なお、制御対象領域を内側に限定した場合でも、再層流化に至らなかったことから、Reynolds 数増加に伴う制御効果低下の原因がなお存在す

ることが示唆される。

大規模構造を除去した流れ場への最適制御

制御効果低下の2点目の可能性として、Reynolds 数の増加に付随して活発化した外側の大規模構造と、壁近傍の乱れとの相互作用が挙げられる。これに関する検討として、本項では、あらかじめ大規模構造を除去した流れ場に対して最適制御を適用し、制御効果が向上するか確認する。

除去の対象とする構造を検討するため、 $Re_\tau = 110$ および $Re_\tau = 650$ における u の pre-multiplied スペクトルを確認する (図 5.14)。Reynolds 数の増加によって新たに出現する波長成分は、流れ方向スペクトルでは $y^+ \sim 15$ 程度にピークを持つ一方、スパン方向スペクトルでは λ_z^+ に応じてより壁から離れた位置にピークを持つ。したがって、本項で興味の対象とする構造は大きいスパン方向波長 λ_z^+ によって特徴づけられると考えられるため、これに対応する構造を除去することとする。具体的には、Re110 の条件で存在しなかった、 $\lambda_z^+ = 502, 670, 1004, 2009$ の上位4つのモードを除去する (一様成分は除去しない)。図 5.14 では、除去の対象となる波長領域を灰色で強調している。

長波長モードの除去は、Navier-Stokes 方程式に新たな体積力項を加えることで実施する。

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{1}{Re_b} \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j^2} - \alpha \Delta_F u_i. \quad (5.5)$$

α は定数、 Δ_F はフィルター演算子であり、Fourier 空間上で除去対象となるスパン方向モードに対して1、それ以外に対して0となる。このようなフィルター演算子は自己随伴 ($\Delta_F^* = \Delta_F$) であるため [Vreman, 2004]、この場合の Navier-Stokes 方程式に対応する随伴方程式は以下となる。

$$\frac{\partial u_i^*}{\partial t^*} - u_j \frac{\partial u_i^*}{\partial x_j} + u_j \frac{\partial u_j^*}{\partial x_i} = -\frac{\partial p^*}{\partial x_i} + \frac{1}{Re_b} \frac{\partial^2 u_i^*}{\partial x_j \partial x_j} - \alpha \Delta_F u_i^*. \quad (5.6)$$

すなわち、逆解析においても随伴速度場の長波長成分を抑制するような体積力項が加わることになる。

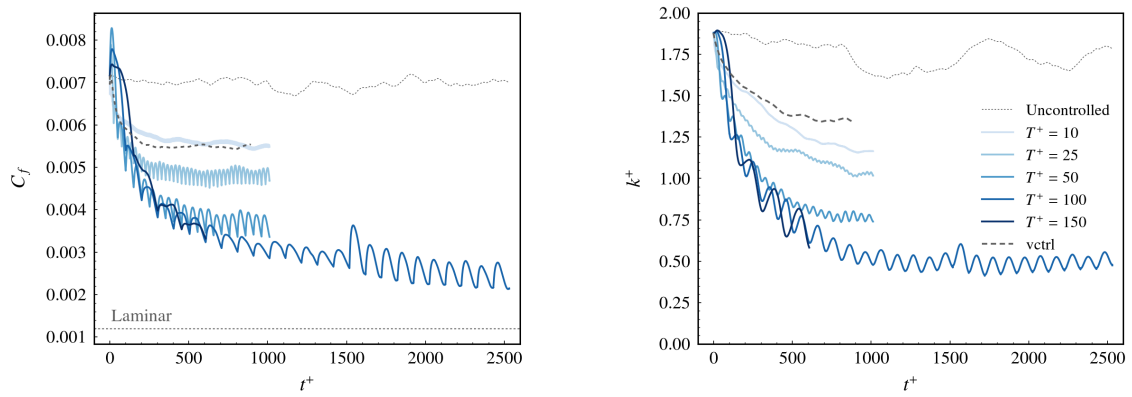
非制御時の流れ場に対して、長波長成分を除去して得られた pre-multiplied スペクトルを図 5.15 に示す。体積力を加えたモードが除去されていることが確認できる。一方、除去対象より若干短い波長のモードに強いピークが現れたほか、壁近傍のピークの値も大きくなっていることがわかる。体積力適用前後での流れ場の様子を図 5.16 に示す。体積

第5章 チャネル乱流最適制御に対する Reynolds 数の影響

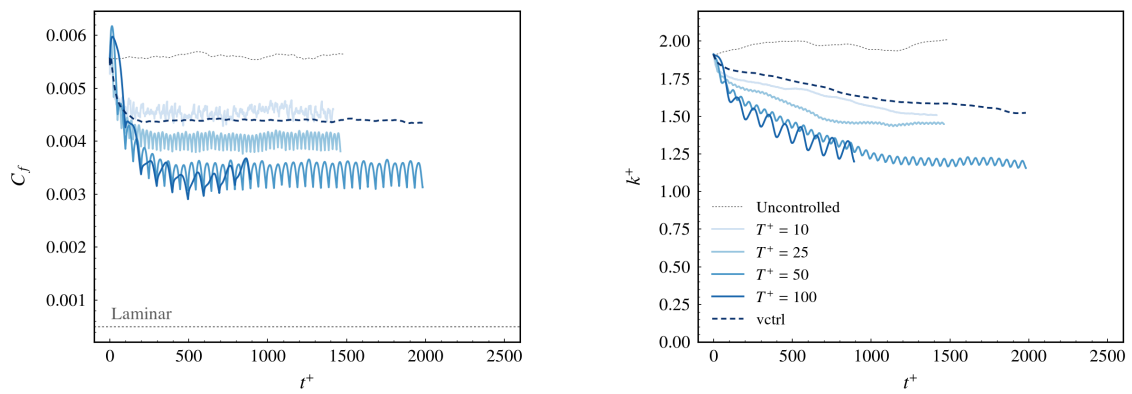
力を加えた場合、スパン方向領域サイズに対して波数6の成分が卓越していることがわかる。以上の結果は、除去された長波長モードとそれ以外のモード間のスケール間相互作用の存在を示すものと考えられる。特に、カットオフ波長付近のエネルギーが増加したことは、短波長モードから長波長モードへのエネルギー輸送を示唆する可能性があり、乱流力学の観点から非常に興味深い結果であるが、ここでは詳細な検討は行わない。なお、長波長成分を除去することで短波長モードが増幅する傾向は、過去の文献でも確認されている [Fukagata et al., 2010, de Giovanetti et al., 2016].

スパン方向長波長成分を除去した流れ場に対して最適制御を行う。計算条件は $Re650$ と同様とし、タイムホライズン長は $T^+ = 50$ とする。また、ここでは前項で制御効果の改善が確認された、 $y^+ \leq 110$ の乱流エネルギーのみを抑制対象とするコスト関数を用いて制御を行う。摩擦抵抗係数および乱流エネルギーの時間変化を図5.17に示す。図には、体積力を加えない場合に $y^+ \leq 110$ の乱流エネルギーのみを抑制対象とした場合の結果を比較のために示している。摩擦抵抗係数を見ると、層流時の値に達すること無く一定値に漸近しており、その値は長波長成分を除去しない場合とほぼ等しい。このことから、長波長成分の除去の前後で、制御効果は大きく変化しないことがわかる。この原因には、(1) 今回除去したスケールが壁近傍の乱れに大きな影響を及ぼしていない、(2) 大規模構造の除去により壁近傍の乱れが活性化したことで、完全な抑制が困難になった、(3) 大規模構造の除去により壁遠方の乱れが活性化したことで、スケール間相互作用が強化されたことで制御が困難になった、(4) 壁垂直方向領域長が粘性長さ基準で増加したことにより、反対側の壁の影響が低下したことが制御効果に何らかの影響を及ぼした、(5) 外側構造の存在とは無関係に壁近傍の自律的サイクルが Reynolds 数効果を有する、などが挙げられる。これまで、壁近傍における Reynolds 数効果は、壁遠方の大規模構造の干渉によるものと考えられてきたが、このような非線形相互作用については依然明らかでない点が多く、本節のような最適制御を通じたアプローチから、乱流力学に関する有用な知見が得られることが期待される。

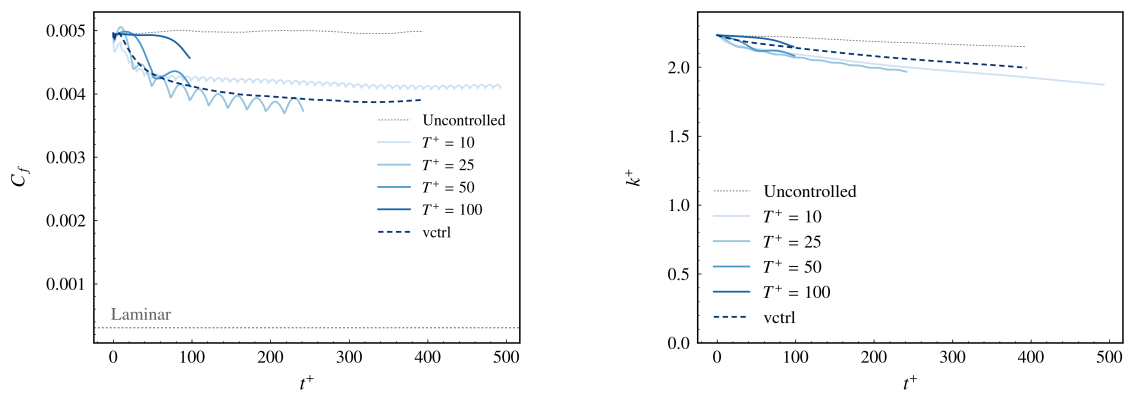
第5章 チャネル乱流最適制御に対する Reynolds 数の影響



(a) $Re_\tau = 300$



(b) $Re_\tau = 650$



(c) $Re_\tau = 1000$

FIGURE 5.1: Time development of (left) the skin friction coefficient C_f and (right) the turbulent kinetic energy k for different Reynolds numbers.

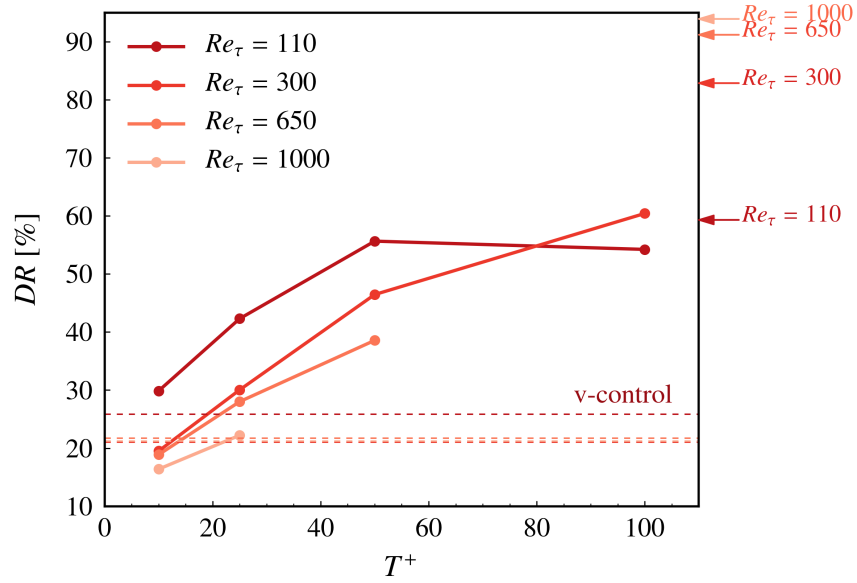
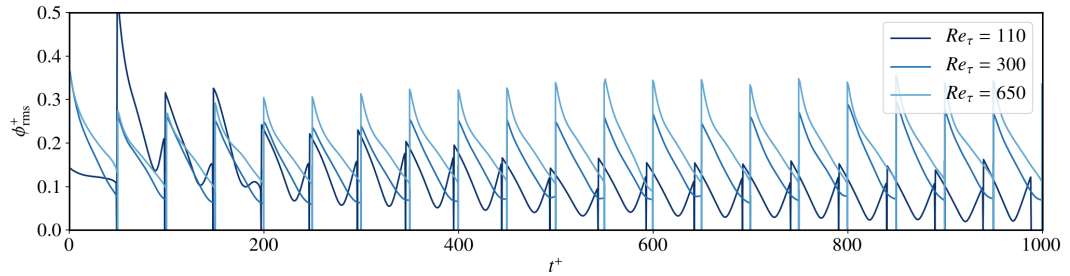
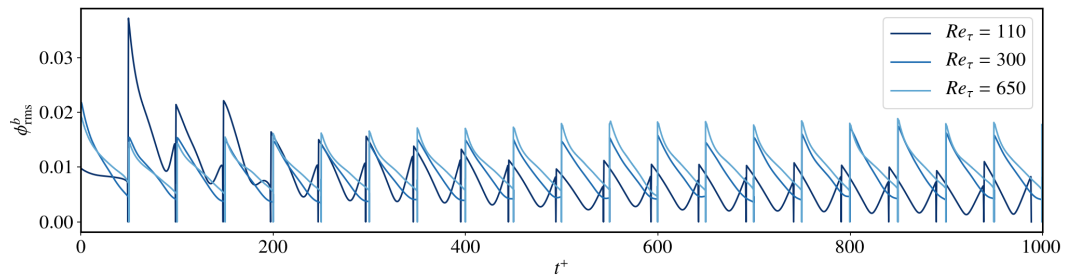


FIGURE 5.2: Dependency of the drag reduction ratio DR on the time horizon length T and the Reynolds number. Dashed lines show DR for the v-control at each Reynolds number. Arrows indicate DR when relaminarization is achieved.



(a)



(b)

FIGURE 5.3: Time history of the r.m.s. value of the control input ϕ nondimensionalized (a) by the friction velocity and (b) by the bulk mean velocity.

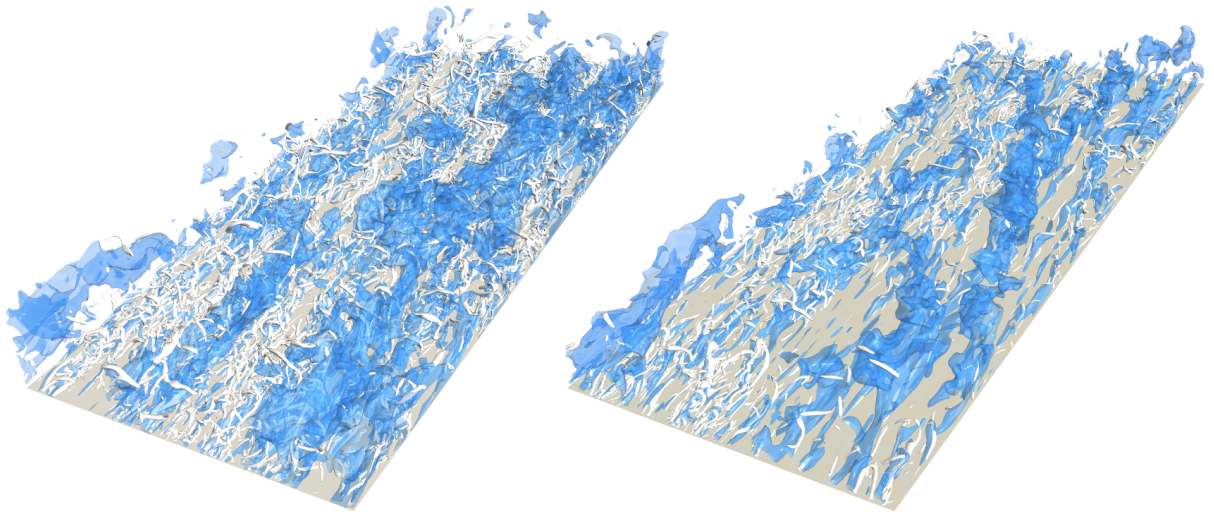


FIGURE 5.4: Flow at $Re_\tau = 650$ for (left) uncontrolled case and (right) controlled case with $T^+ = 50$. Blue isosurfaces represent $u'^+ = -2$ white ones $Q^+ = 0.012$. Snapshot for the controlled case is at the end of a time horizon.

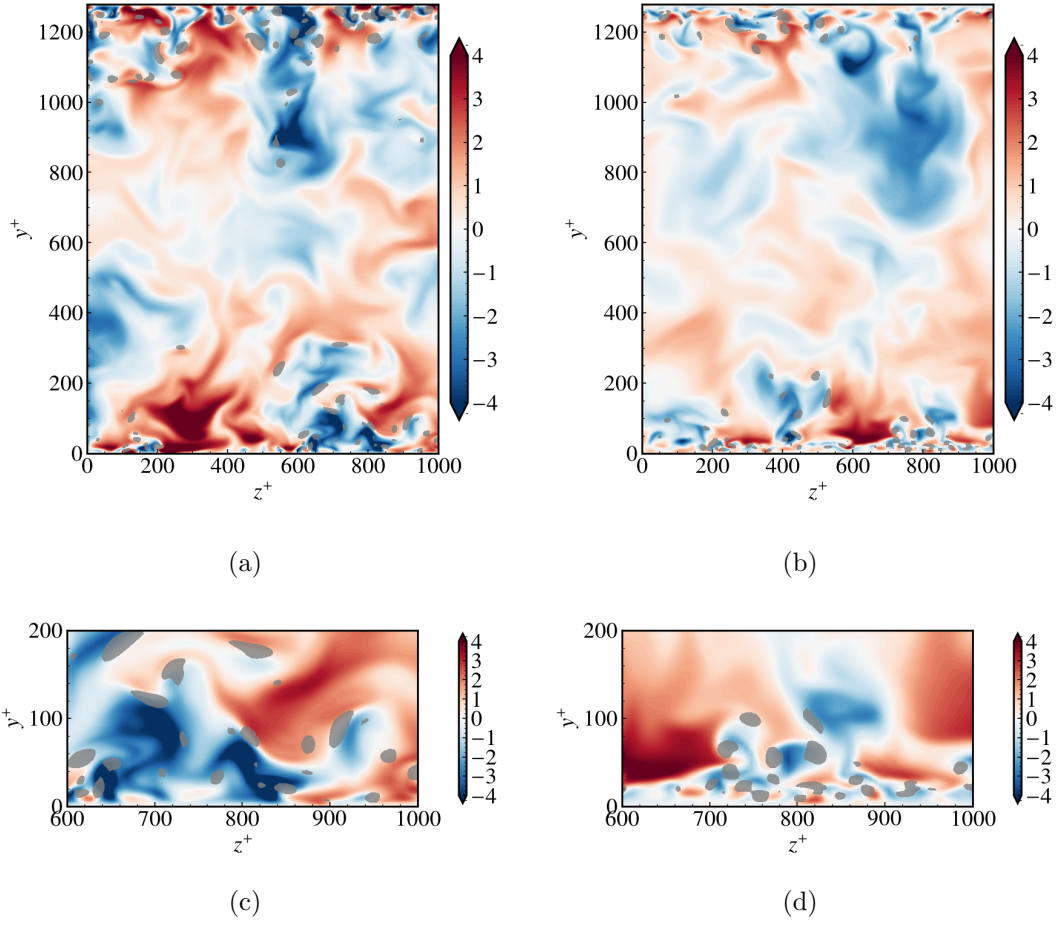


FIGURE 5.5: Contour plot of u'^+ for (left) the uncontrolled and (right) the controlled cases. Grey shaded area represent a region where $Q^+ \geq 0.012$. The same snapshot with the previous figure is shown.

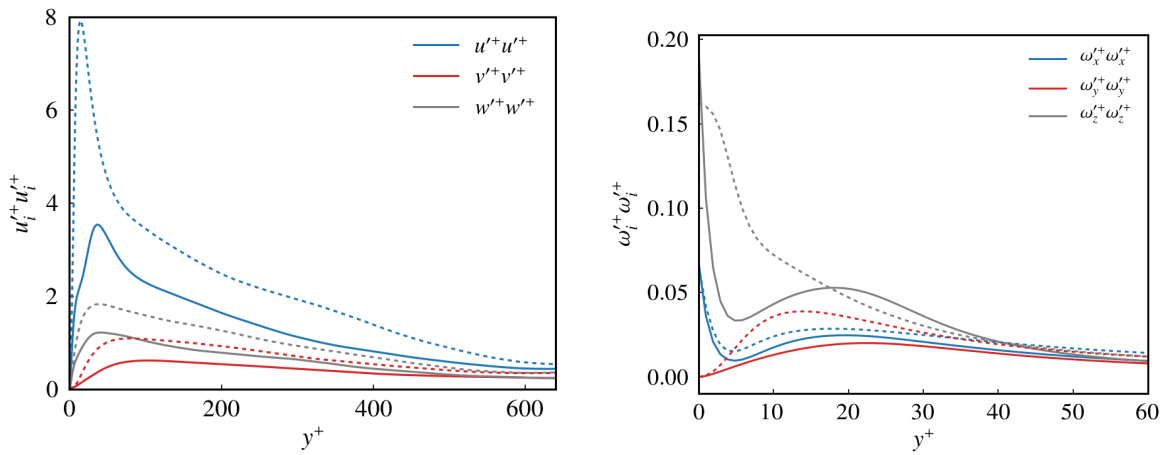


FIGURE 5.6: For $Re_\tau = 650, T^+ = 50$. (a) the mean velocity profile, (b) distribution of $\overline{u'u'}$, $\overline{v'v'}$, and $\overline{w'w'}$.

第5章 チャネル乱流最適制御に対する Reynolds 数の影響

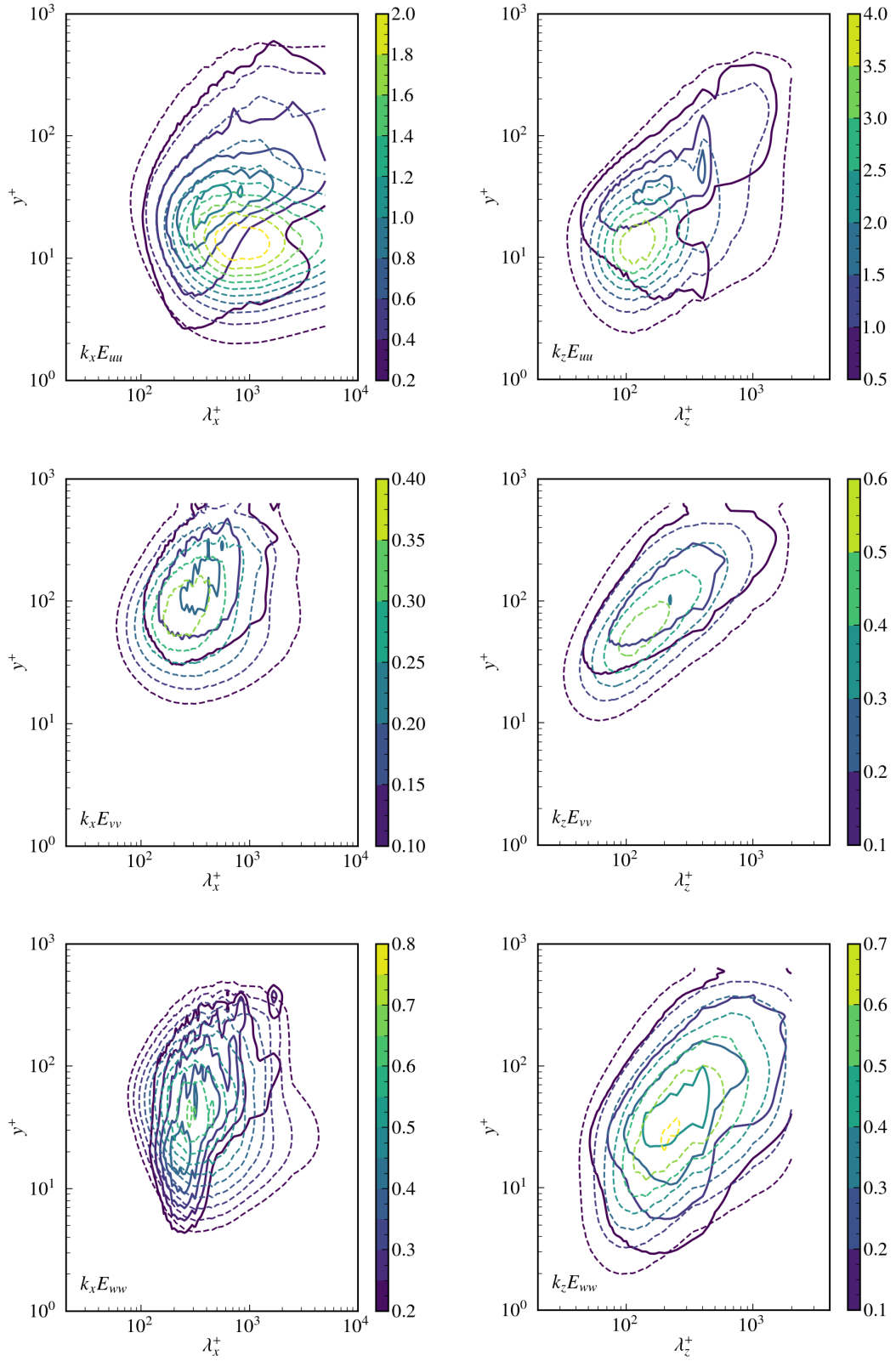


FIGURE 5.7: For $Re_\tau = 650, T^+ = 50$. One-dimensional pre-multiplied spectra of the velocity $(kE_{uu})^+, (kE_{vv})^+$, and $(kE_{ww})^+$; solid lines, optimal control; dashed lines, uncontrolled.

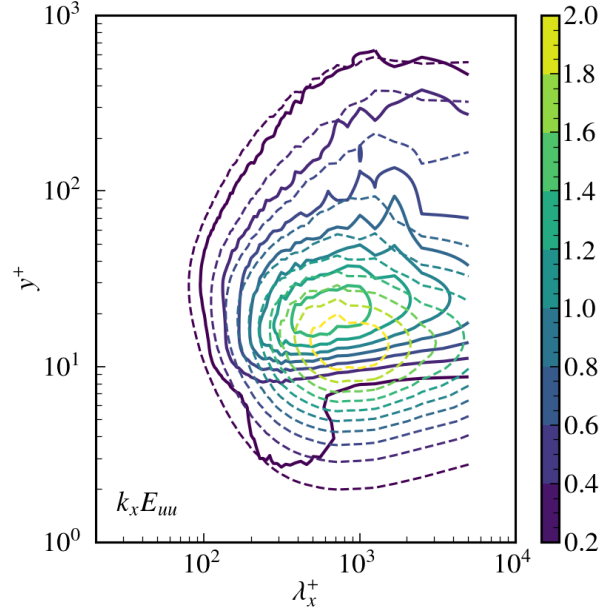


FIGURE 5.8: Streamwise pre-multiplied spectra of $E_{u'u'}$; solid lines, the v-control; dashed lines, uncontrolled.

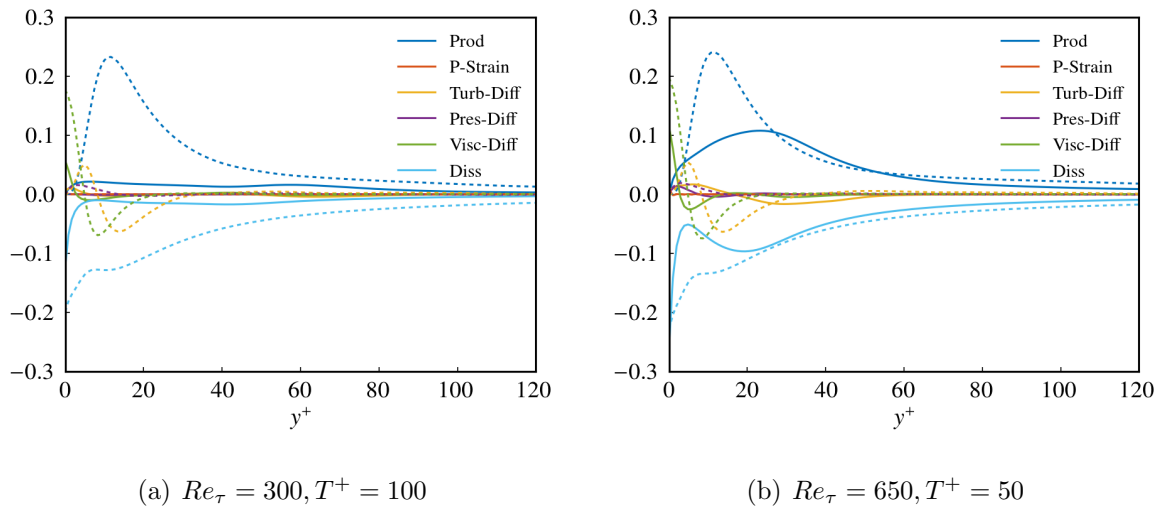


FIGURE 5.9: Turbulent kinetic energy budget for different Reynolds numbers.

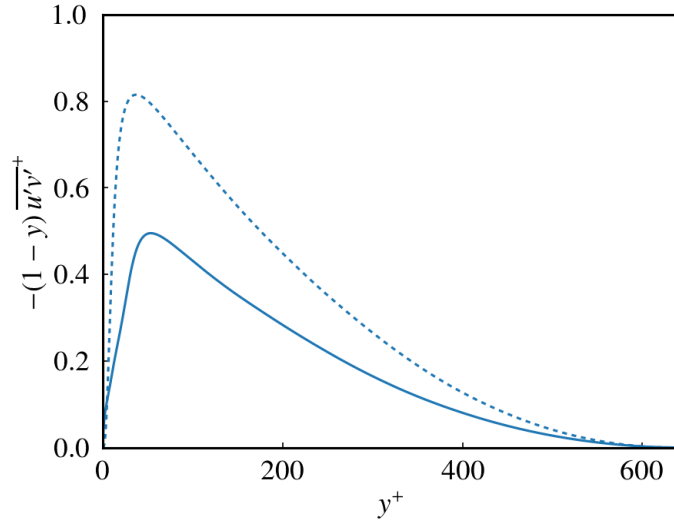


FIGURE 5.10: Distribution of the weighted Reynolds shear stress for $Re_\tau = 650$. Solid line indicates the controlled case and dashed line the uncontrolled case.

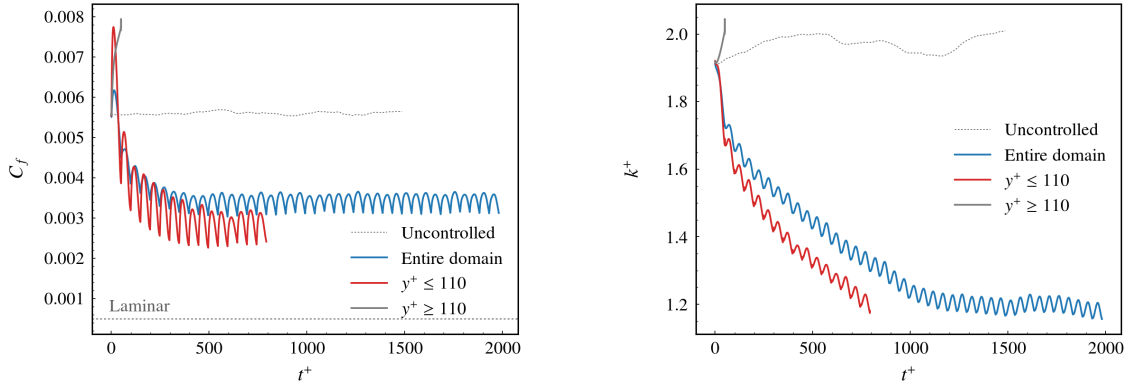


FIGURE 5.11: Time development of (left) the skin friction coefficient C_f and (right) the turbulent kinetic energy k .

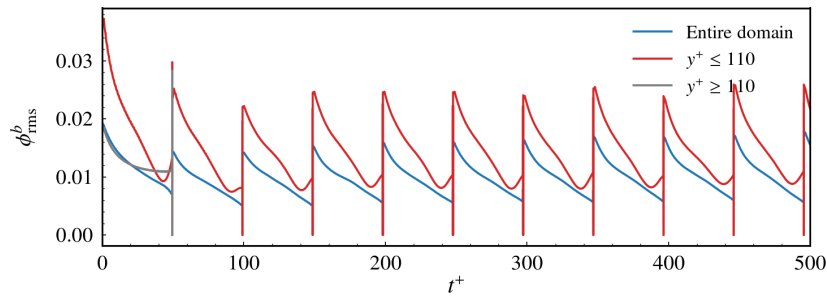


FIGURE 5.12: Time history of the r.m.s. value of the control input ϕ nondimensionalized by the bulk mean velocity.

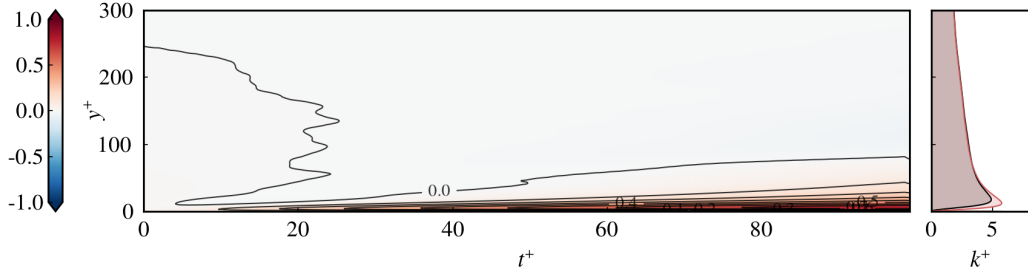


FIGURE 5.13: Distribution of Δ_k when only the TKE in $y^+ \geq 110$ is minimized. Values are normalized by the peak value of its wall-normal profile in the uncontrolled case.

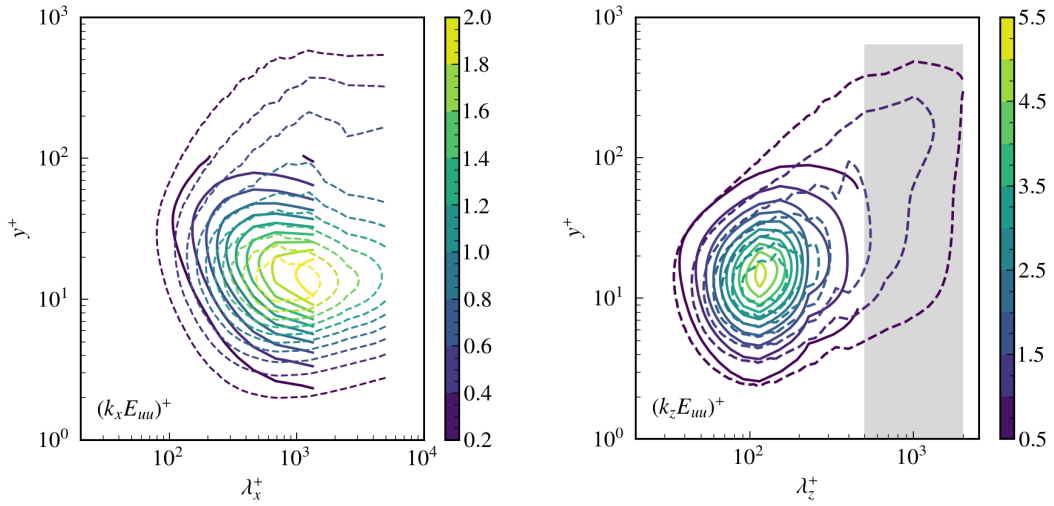


FIGURE 5.14: One-dimensional pre-multiplied spectra of the streamwise velocity $(kE_{uu})^+$ in uncontrolled flows; solid lines, $Re_\tau = 110$; dashed lines, $Re_\tau = 650$. The shaded area indicates long-wavelength modes that will be damped by forcing.

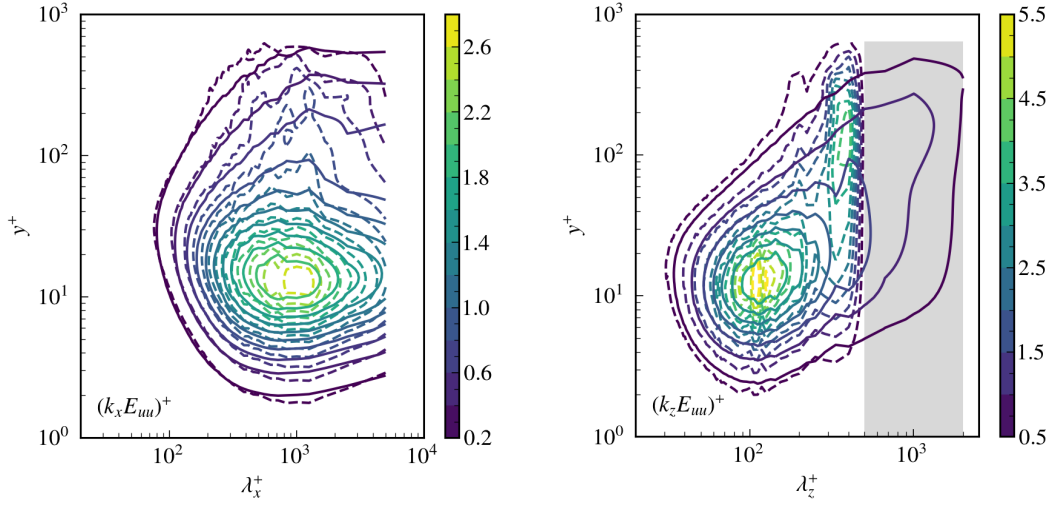


FIGURE 5.15: One-dimensional pre-multiplied spectra of the streamwise velocity $(kE_{uu})^+$ in uncontrolled flows at $Re_\tau = 650$; solid lines, unforced; dashed lines, forced. The shaded area indicates long-wavelength modes that forcing is applied.

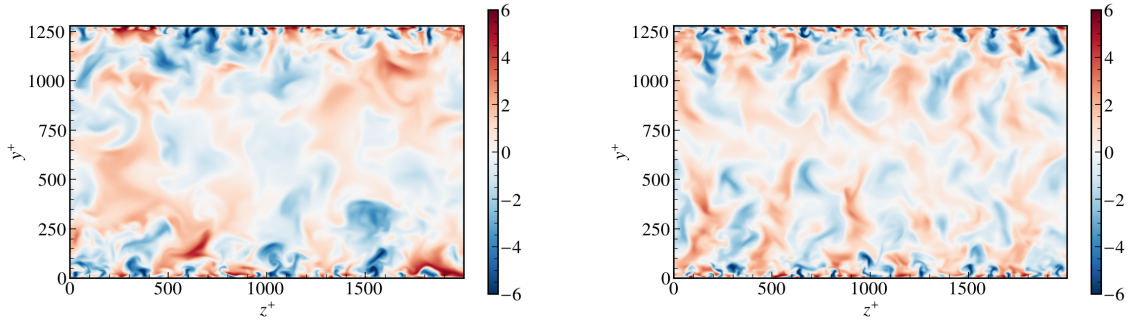


FIGURE 5.16: Contour plot of u^+ for (left) the unforced and (right) the forced cases.

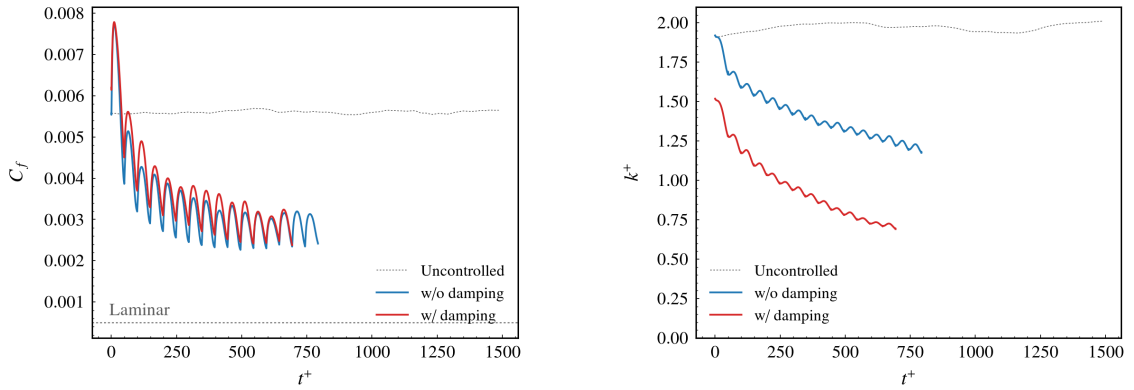


FIGURE 5.17: Time development of (left) the skin friction coefficient C_f and (right) the turbulent kinetic energy k .

第 6 章

結論

深刻化する環境・エネルギー問題を背景に、高速輸送機器の燃費向上などを目的とした、壁面摩擦抵抗低減のための乱流制御手法の確立が求められている。乱流フィードバック制御は、高効率な制御が可能である一方、既存制御則による抵抗低減効果は限定的であるのが現状であり、革新的フィードバック制御則の開発が長く望まれている。一方、最適制御理論の枠組みでは、制御目的を表すコスト関数を必ず減少させる制御入力が見られる利点があり、既往研究でも低 Reynolds 数乱流の再層流化が可能であることが報告されている。したがって、最適制御入力の乱流抑制機構を明らかにすることで、優れたフィードバック制御則への展開が期待できる。本論文では、新たな壁乱流摩擦抵抗低減手法の創出に繋がる知見を獲得することを目的に、チャンネル乱流に対して最適制御を行い、その制御効果や制御機構に関する検討を行った。具体的には、壁面吹出し・吸込みを制御入力とし、乱流エネルギーの最小化を目的とした最適制御を行った。

はじめに、最適制御計算に必要な随伴解析ソルバーの開発を行った。最適化部を含めたコード全体を並列化することで、膨大な計算資源を必要とする随伴解析への対応を図った。これにより、先行例の無い摩擦 Reynolds 数が 1000 程度の流れでの最適制御計算を行うことが可能となった。

低 Reynolds 数流れでの最適制御機構を解明することを目的として、制御入力の最適化時間区間であるタイムホライズン長を変化させた場合の制御効果や制御入力および応答の変化を調査した。タイムホライズン長を短く設定した場合、制御入力は壁近傍の主流方向速度変動 u' と強い正の相関を持つ制御入力が見られ、短期的な最適制御機構が u' の直接的な打消しであることが示唆された。このことは、 u' に比例した制御入力を与えるフィードバック制御を行い、高い制御効果が見られたことから支持された。タイムホライズン長を長く設定した場合、制御入力が著しく複雑化し、瞬時の流れ場との相関が不明確となった。このときの乱流構造の時間発展を可視化した結果、低速ストリークが細分化されたのち、乱れが著しく減少することが観察され、最適制御入力がストリーク構造の操作を積極的に行っていることが示唆された。また、Reynolds 応力の収支解析を行った結果、 $\overline{v'v'}$ から $\overline{u'u'}$ および $\overline{w'w'}$ への再分配の促進ならびに速度・圧力勾配相関項による $-\overline{u'v'}$ 破壊の促進が、乱流エネルギーの抑制機構であることが明らかになった。

これらの点についてさらに検討するため、ミニマルチャンネル流において低速ストリークの過渡成長 (STG) を再現した流れ場で最適制御を行った。初期場においてランダムな乱れを含まない理想的な流れ場を対象とすることで、乱流構造と制御入力ならびに制御機構との関連性の明確化を図った。その結果、最適制御は低速ストリーク揺動の節の位置で吸込みを印加することで低速ストリークを切断し、その結果、細分化された低速構造が千

鳥状に配置する流れ場が得られた。これは通常のチャンネル流の応答と類似しているほか、Reynolds 応力の収支解析からも、両者に同様の制御機構が働いていることが示唆された。また、制御入力 of 分布は、同時刻の流れ場のみならず、将来の流れ場の状態にも強く依存している可能性が示された。ストリークが細分化されたのちに生じる乱れの減衰は、ストリーク揺動の中心線上で活発になる $\overline{u'u'}$ 生成の抑制と、低速ストリーク尾部での $\overline{v'v'}$ から $\overline{u'u'}$ への再分配の活発化によることが明らかになった。揺動を利用したストリークの細分化による乱流抑制はこれまで提案されたことが無く、ストリークの挙動を予測しながら制御を行うことで、高い制御効果が得られる可能性が示された。

乱れの抑制がストリーク構造程度の空間スケールの制御入力で実現できる可能性が示唆されたことを受け、制御入力 of 空間スケールに制約を加えて最適制御を行い、制御効果が得られるか検証した。その結果、制御入力に含まれるモードの最小波長を、ミニマルチャンネルの領域サイズとおおよそ同様としても、流れが再層流化されることが明らかになった。また、制約を加えた場合でもストリーク細分化が生じるほか、収支解析からも制約なしの場合と同様の制御機構が働くことが示唆された。さらに、STG 流れには現れない、タイムホライズン前半での $-\overline{u'v'}$ 抑制について検討を行い、圧力拡散項による $-\overline{u'v'}$ の壁側への輸送と、圧力歪み相関項による壁上での $-\overline{u'v'}$ 破壊が要因であることを明らかにした。制約の導入によって制御入力と流れ場の応答が単純化されたことで、壁面上に制御入力 that 直接生成する扁平な u' 構造と、その近傍に誘起される圧力場が、これらの機構に関連することが明確化した。以上の結果を模擬することで新しい制御則が構築できる可能性があり、工学的観点から重要な知見であると考えられる。さらに、応用上望ましい大きなスケールの制御入力によって、極めて高い制御効果が得られることが示された点も特筆に値する。

最後に、工学応用上重要な高 Reynolds 数流れの制御を念頭に、摩擦 Reynolds 数 $Re_\tau = 300, 650, 1000$ の流れで最適制御を行い、制御効果や制御機構の Reynolds 数依存性を調査した。その結果、最適制御による乱流抑制効果は Reynolds 数の増加とともに低下し、いずれの場合も流れが再層流化しないことが明らかになった。制御機構に関する知見を得るため、 $Re_\tau = 650$ の流れ場の解析を行った。壁面近傍の乱れは大きく抑制される一方、乱流エネルギーの収支が大きく変化するのはバッファー層までに限られ、壁から離れた領域の乱流運動は大きく影響されないことが明らかになった。しかしながら、壁面近傍の乱れが抑制されたことで、Reynolds せん断応力が流れ場全体で大きく減少し、その結果高い抵抗低減効果が維持された。また、Reynolds 数を増加させた場合でも、低 Reynolds 数の場合と同様に、ストリーク構造の細分化による乱流抑制機構が働いていることが示唆され

た。以上のことから、Reynolds 数が増加した流れでも、低 Reynolds 数流れの場合と同様に、壁面近傍のストリーク構造の細分化を意図した制御を行うことで、高い摩擦抵抗低減効果が期待できると考えられる。

Reynolds 数の増加とともに制御効果が低下する原因を検討するため、2つの数値実験を行った。はじめに、Reynolds 数の増加とともに外層領域が拡大する影響を調査するため、制御対象領域を内側または外側に限定した最適制御を行った。その結果、対象領域を内側の領域に限定することで、摩擦抵抗低減率が大きく向上することが明らかになった。一方、対象領域を外側に限定する場合、そこでの乱流エネルギーはわずかに抑制されるものの、内側領域内の乱流エネルギーは大きく増加した。このことから、壁近傍と遠方の乱れを抑制する制御則は互いに異なり、特に壁近傍に対して両者は相反する効果を持つことが明らかになった。これは、流れ場全体を制御対象に含めることで、内層および外層の乱れを抑制する制御入力相互に制御効果を相殺し合い、制御効果が低下する可能性を示している。最適制御を実行可能なタイムホライズン $T^+ \sim O(100)$ は、外層領域で支配的な大規模構造の時間スケールよりも短く、それらの抑制は元来困難であると考えられる。そのような構造をあらかじめ制御対象から除くことで、より高い制御効果が得られることが示唆される。

続いて、Reynolds 数の増加による大規模構造と壁近傍の小スケール構造の非線形相互作用の活発化が制御効果低下の原因である可能性を調査するため、それらをあらかじめ除去した流れ場に対して検討を行った。除去を行った流れ場では、カットオフ波長付近の長波長成分および壁近傍の小スケール構造に対応する成分が増幅した。この流れ場に対して最適制御を適用した結果、除去しない場合と比較して制御効果がほとんど変化しなかった。このことは、大規模構造のみを抑制できた場合でも、高い抵抗低減効果を得ることは期待できず、Reynolds 数が増加した流れでも、依然として壁面近傍の乱れの抑制が重要であることを示唆する。また、制御効果が得られない点について、大規模構造の除去により活性化した乱れが原因である可能性がある一方、今回除去していないスケールとの相互作用が重要であることや、反対側の壁との距離が粘性長さ基準で増加していること、壁近傍の自律的サイクルに Reynolds 数効果が存在することが原因である可能性も考えられる。これまで、壁近傍における Reynolds 数効果は、壁遠方の大規模構造の干渉によるものと考えられてきたが、このような非線形相互作用については依然明らかでない点が多く、最適制御を通じたアプローチから、乱流力学に関する有用な知見が得られることが期待できる。

本論文では壁乱流の最適制御における乱流抑制機構を調査した。その結果、最適制御入

力は壁近傍の低速ストリーク構造を，その揺動を利用して細分化することで，乱流生成を抑制することを初めて提示した．このような指針に基づいて新たな制御則を設計することで，高い制御効果が得られる可能性があり，今回得られた知見は工学上重要である．

参考文献

- H. Abe, H. Kawamura, and Y. Matsuo. Surface heat-flux fluctuations in a turbulent channel flow up to $Re\tau = 1020$ with $pr = 0.025$ and 0.71 . *Int. J. Heat Fluid Flow*, 25(3):404–419, 2004.
- F. Abergel and R. Temam. On some control problems in fluid mechanics. *Theor. Comput. Fluid Dyn.*, 1(6):303–325, 1990.
- R. A. Antonia, L. Fulachier, L. V. Krishnamoorthy, T. Benabid, and F. Anselmet. Influence of wall suction on the organized motion in a turbulent boundary layer. *J. Fluid Mech.*, 190:217–240, 1988.
- B. J. Balakumar and R. J. Adrian. Large-and very-large-scale motions in channel and boundary-layer flows. *Phil. Trans. Royal Soc. A*, 365(1852):665–681, 2007.
- P. R. Bandyopadhyay and A. M. Hellum. Modeling how shark and dolphin skin patterns control transitional wall-turbulence vorticity patterns using spatiotemporal phase reset mechanisms. *Scientific reports*, 4(1):1–10, 2014.
- P. R. Bandyopadhyay and A. K. M. F. Hussain. The coupling between scales in shear flows. *Phys. Fluids*, 27(9):2221–2228, 1984.
- A. Baron and M. Quadrio. Turbulent drag reduction by spanwise wall oscillations. *Applied Scientific Research*, 55(4):311–326, 1995.
- P. S. Bernard, J. M. Thomas, and R. A. Handler. Vortex dynamics and the production of reynolds stress. *J. Fluid Mech.*, 253:385–419, 1993.
- T. Bewley and P. Moin. Optimal control of turbulent channel flows. *Active Control of Vibration and Noise*, 75:221–227, 1994.
- T. Bewley, H. Choi, R. Temam, and P. Moin. Optimal feedback control of turbulent channel flow. *Center for Turbulence Research Annual Research Brief*, 1993.
- T. Bewley, R. Temam, and M. Ziane. A general framework for robust control in fluid mechanics. *Physica D: Nonlinear Phenomena*, 138(3-4):360–392, 2000.
- T. Bewley, P. Moin, and R. Temam. Dns-based predictive control of turbulence: an optimal benchmark for feedback algorithms. *J. Fluid Mech.*, 447(2):179–225, 2001.
- R. F. Blackwelder and H. Eckelmann. Streamwise vortices associated with the bursting phenomenon. *J. Fluid Mech.*, 94(3):577–594, 1979.
- O. Blesbois, S. I. Chernyshenko, E. Touber, and M. A. Leschziner. Pattern prediction by linear analysis of turbulent flow with drag reduction by wall oscillation. *J. Fluid Mech.*, 724:607, 2013.
- P. J. Blonigan and Q. Wang. Multiple shooting shadowing for sensitivity analysis of chaotic dynamical systems. *J. Comp. Phys.*, 354:447–475, 2018.

- J. W. Brooke and T. J. Hanratty. Origin of turbulence-producing eddies in a channel flow. *Phys. Fluids A*, 5(4):1011–1022, 1993.
- J. Canton, R. Örlü, C. Chin, and P. Schlatter. Reynolds number dependence of large-scale friction control in turbulent channel flow. *Phys. Rev. Fluids*, 1(8):081501, 2016.
- Y. Chang, S. S. Collis, and S. Ramakrishnan. Viscous effects in control of near-wall turbulence. *Phys. Fluids*, 14(11):4069–4080, 2002.
- H. Choi, R. Temam, P. Moin, and J. Kim. Feedback control for unsteady flow and its application to the stochastic burgers equation. *J. Fluid Mech.*, 253:509–543, 1993.
- H. Choi, P. Moin, and J. Kim. Active turbulence control for drag reduction in wall-bounded flows. *J. Fluid Mech.*, 262:75–110, 1994.
- Y. M. Chung and T. Talha. Effectiveness of active flow control for turbulent skin friction drag reduction. *Phys. Fluids*, 23(2):025102, 2011.
- E. R. Corino and R. S. Brodkey. A visual investigation of the wall region in turbulent flow. *J. Fluid Mech.*, 37(1):1–30, 1969.
- R. J. Daniello, N. E. Waterhouse, and J. P. Rothstein. Drag reduction in turbulent flows over superhydrophobic surfaces. *Phys. Fluids*, 21(8):085103, 2009.
- M. de Giovanetti, Y. Hwang, and H. Choi. Skin-friction generation by attached eddies in turbulent channel flow. *J. Fluid Mech.*, 808:511–538, 2016.
- D. B. De Graaff and J. K. Eaton. Reynolds-number scaling of the flat-plate turbulent boundary layer. *J. Fluid Mech.*, 422:319–346, 2000.
- J. C. del Alamo and J. Jimenez. Linear energy amplification in turbulent channels. *J. Fluid Mech.*, 559:205–213, 2006.
- B. Q. Deng, C. X. Xu, W. X. Huang, and G. X. Cui. Strengthened opposition control for skin-friction reduction in wall-bounded turbulent flows. *J. Turbul.*, 15(2):122–143, 2014.
- T. Endo, N. Kasagi, and Y. Suzuki. Feedback control of wall turbulence with wall deformation. *Int. J. Heat Fluid Flow*, 21(5):568–575, 2000.
- K. Fukagata and N. Kasagi. Drag reduction in turbulent pipe flow with feedback control applied partially to wall. *Int. J. Heat Fluid Flow*, 24(4):480–490, 2003.
- K. Fukagata and N. Kasagi. Suboptimal control for drag reduction via suppression of near-wall reynolds shear stress. *Int. J. Heat Fluid Flow*, 25(3):341–350, 2004.
- K. Fukagata, K. Iwamoto, and N. Kasagi. Contribution of reynolds stress distribution to the skin friction in wall-bounded flows. *Phys. Fluids*, 14(11):L73–L76, 2002.
- K. Fukagata, M. Kobayashi, and N. Kasagi. On the friction drag reduction effect by a control of large-scale turbulent structures. *J. Fluid Sci. Tech.*, 5(3):574–584, 2010.
- M. Gad-el Hak. Modern developments in flow control. *Appl. Mech. Rev.*, 49:365–379, 1996.
- B. Ganapathisubramani, E. K. Longmire, and I. Marusic. Characteristics of vortex packets in turbulent boundary layers. *J. Fluid Mech.*, 478:35–46, 2003.
- D. Gatti and M. Quadrio. Performance losses of drag-reducing spanwise forcing at moderate values of the reynolds number. *Phys. Fluids*, 25(12):125109, 2013.

- D. Gatti and M. Quadrio. Reynolds-number dependence of turbulent skin-friction drag reduction induced by spanwise forcing. *J. Fluid Mech.*, 802:553–582, 2016.
- M. Guala, S. E. Hommema, and R. J. Adrian. Large-scale and very-large-scale motions in turbulent pipe flow. *J. Fluid Mech.*, 554:521, 2006.
- M. J. P. Hack and T. A. Zaki. Modal and non-modal stability of boundary layers forced by spanwise wall oscillations. *J. Fluid Mech.*, 778:389–427, 2015.
- A. H. Haidari and C. R. Smith. The generation and regeneration of single hairpin vortices. *J. Fluid Mech.*, 277(1):135–162, 1994.
- F. R. Hama, J. D. Long, and J. C. Hegarty. On transition from laminar to turbulent flow. *J. Appl. Phys.*, 28(4):388–394, 1957.
- J. M. Hamilton, J. Kim, and F. Waleffe. Regeneration mechanisms of near-wall turbulence structures. *J. Fluid Mech.*, 287(1):317–348, 1995.
- E. P. Hammond, T. R. Bewley, and P. Moin. Observed mechanisms for turbulence attenuation and enhancement in opposition-controlled wall-bounded flows. *Phys. Fluids*, 10(9):2421–2423, 1998.
- Y. Hasegawa and N. Kasagi. Dissimilar control of momentum and heat transfer in a fully developed turbulent channel flow. *J. Fluid Mech.*, 683:57–93, 2011.
- S. Hoyas and J. Jiménez. Scaling of the velocity fluctuations in turbulent channels up to $re \tau = 2003$. *Phys. Fluids*, 18(1):011702, 2006.
- E. Hurst, Q. Yang, and Y. M. Chung. The effect of reynolds number on turbulent drag reduction by streamwise travelling waves. *J. Fluid Mech.*, 759(28-55):11, 2014.
- N. Hutchins and I. Marusic. Evidence of very long meandering features in the logarithmic region of turbulent boundary layers. *J. Fluid Mech.*, 579:1–28, 2007.
- K. Iwamoto, Y. Suzuki, and N. Kasagi. Reynolds number effect on wall turbulence: toward effective feedback control. *Int. J. Heat Fluid Flow*, 23(5):678–689, 2002.
- K. Iwamoto, K. Fukagata, N. Kasagi, and Y. Suzuki. Friction drag reduction achievable by near-wall turbulence manipulation at high reynolds numbers. *Phys. Fluids*, 17(1):011702–011702, 2005.
- J. Jeong, F. Hussain, W. Schoppa, and J. Kim. Coherent structures near the wall in a turbulent channel flow. *J. Fluid Mech.*, 332(185-214):188, 1997.
- J. Jiménez. Near-wall turbulence. *Phys. Fluids*, 25(10):101302, 2013.
- J. Jiménez and P. Moin. The minimal flow unit in near-wall turbulence. *J. Fluid Mech.*, 225:213–240, 1991.
- J. Jiménez and A. Pinelli. The autonomous cycle of near-wall turbulence. *J. Fluid Mech.*, 389:335–359, 1999.
- W. J. Jung, N. Mangiavacchi, and R. Akhavan. Suppression of turbulence in wall-bounded flows by high-frequency spanwise oscillations. *Phys. Fluids A*, 4(8):1605–1607, 1992.
- Y. Kametani and K. Fukagata. Direct numerical simulation of spatially developing turbulent boundary layers with uniform blowing or suction. *J. Fluid Mech.*, 681:154–172, 2011.
- N. Kasagi, Y. Suzuki, and K. Fukagata. Microelectromechanical systems–based feedback control of turbulence for skin friction reduction. *Annu. Rev. Fluid Mech.*, 41:231–251, 2009.

- H. T. Kim, S. J. Kline, and W. C. Reynolds. The production of turbulence near a smooth wall in a turbulent boundary layer. *J. Fluid Mech.*, 50(1):133–160, 1971.
- K. C. Kim and R. J. Adrian. Very large-scale motion in the outer layer. *Phys. Fluids*, 11(2):417–422, 1999.
- J. C. Klewicki and R. E. Falco. On accurately measuring statistics associated with small-scale structure in turbulent boundary layers using hot-wire probes. *J. Fluid Mech.*, 219:119–142, 1990.
- S. J. Kline, W. C. Reynolds, F. A. Schraub, and P. W. Runstadler. The structure of turbulent boundary layers. *J. Fluid Mech.*, 30(4):741–773, 1967.
- P. Koumoutsakos. Vorticity flux control for a turbulent channel flow. *Phys. Fluids*, 11(2):248–250, 1999.
- A. G. Kravchenko, H. Choi, and P. Moin. On the relation of near-wall streamwise vortices to wall skin friction in turbulent boundary layers. *Phys. Fluids A*, 5(12):3307–3309, 1993.
- S. Laizet and E. Lamballais. High-order compact schemes for incompressible flows: A simple and efficient method with quasi-spectral accuracy. *J. Comp. Phys.*, 228(16):5989–6015, 2009.
- S. Laizet and N. Li. Incompact3d: A powerful tool to tackle turbulence problems with up to $o(10^5)$ computational cores. *Intl. J. Numer. Methods Fluids*, 67(11):1735–1757, 2011.
- K. Lam and S. Banerjee. On the condition of streak formation in a bounded turbulent flow. *Phys. Fluids A*, 4(2):306–320, 1992.
- C. Lee, J. Kim, and H. Choi. Suboptimal control of turbulent channel flow for drag reduction. *J. Fluid Mech.*, 358:245–258, 1998.
- C. Lee, T. Min, and J. Kim. Stability of a channel flow subject to wall blowing and suction in the form of a traveling wave. *Phys. Fluids*, 20(10):101513, 2008.
- M. J. Lee, J. Kim, and P. Moin. Structure of turbulence at high shear rate. *J. Fluid Mech.*, 216:561–583, 1990.
- S. K. Lele. Compact finite difference schemes with spectral-like resolution. *J. Comp. Phys.*, 103(1):16–42, 1992.
- B. K. Lieu, R. Marref, and M. R. Jovanović. Controlling the onset of turbulence by streamwise travelling waves. part 2. direct numerical simulation. *J. Fluid Mech.*, 663:100–119, 2010.
- J. Lim and J. Kim. A singular value analysis of boundary layer control. *Phys. Fluids*, 16(6):1980–1988, 2004.
- M. Luhar, A. S. Sharma, and B. J. McKeon. Opposition control within the resolvent analysis framework. *J. Fluid Mech.*, 749:597–626, 2014.
- H. Mamori, K. Iwamoto, and A. Murata. Effect of the parameters of traveling waves created by blowing and suction on the relaminarization phenomena in fully developed turbulent channel flow. *Phys. Fluids*, 26(1):015101, 2014.
- R. Marref and M. R. Jovanović. Controlling the onset of turbulence by streamwise travelling waves. part 1. receptivity analysis. *J. Fluid Mech.*, 663:70–99, 2010.
- I. Marusic and G. J. Kunkel. Streamwise turbulence intensity formulation for flat-plate boundary layers. *Phys. Fluids*, 15(8):2461–2464, 2003.
- I. Marusic, R. Mathis, and N. Hutchins. Predictive model for wall-bounded turbulent flow. *Science*, 329(5988):193–196, 2010.

- R. Mathis, N. Hutchins, and I. Marusic. Large-scale amplitude modulation of the small-scale structures in turbulent boundary layers. *J. Fluid Mech.*, 628:311–337, 2009.
- R. Mathis, I. Marusic, S. I. Chernyshenko, and N. Hutchins. Estimating wall-shear-stress fluctuations given an outer region input. *J. Fluid Mech.*, 715:163, 2013.
- T. Min, S. M. Kang, J. L. Speyer, and J. Kim. Sustained sub-laminar drag in a fully developed channel flow. *J. Fluid Mech.*, 558:309–318, 2006.
- R. Moarref and M. R. Jovanović. Model-based design of transverse wall oscillations for turbulent drag reduction. *J. Fluid Mech.*, 707:205–240, 2012.
- P. Moin and K. Mahesh. Direct numerical simulation: a tool in turbulence research. *Annu. Rev. Fluid Mech.*, 30(1):539–578, 1998.
- R. Nakanishi, H. Mamori, and K. Fukagata. Relaminarization of turbulent channel flow using traveling wave-like wall deformation. *Int. J. Heat Fluid Flow*, 35:152–159, 2012.
- R. L. Panton. Overview of the self-sustaining mechanisms of wall turbulence. *Prog. Aero. Sci.*, 37(4):341–383, 2001.
- W. H. Press, S. A. Teukolsky, W. T. Vetterling, and B. P. Flannery. *Numerical recipes 3rd edition: The art of scientific computing*. Cambridge university press, 2007.
- M. Quadrio and P. Ricco. Critical assessment of turbulent drag reduction through spanwise wall oscillations. *J. Fluid Mech.*, 521:251, 2004.
- M. Quadrio, P. Ricco, and C. Viotti. Streamwise-travelling waves of spanwise wall velocity for turbulent drag reduction. *J. Fluid Mech.*, 627:161–178, 2009.
- M. Rashidi and S. Banerjee. The effect of boundary conditions and shear rate on streak formation and breakdown in turbulent channel flows. *Phys. Fluids A*, 2(10):1827–1838, 1990.
- H. Rebbeck and K. S. Choi. Opposition control of near-wall turbulence with a piston-type actuator. *Phys. Fluids*, 13(8):2142–2145, 2001.
- H. Rebbeck and K. S. Choi. A wind-tunnel experiment on real-time opposition control of turbulence. *Phys. Fluids*, 18(3):035103, 2006.
- S. C. Reddy, P. J. Schmid, and D. S. Henningson. Pseudospectra of the orr–sommerfeld operator. *SIAM Journal on Applied Mathematics*, 53(1):15–47, 1993.
- S. K. Robinson. Coherent motions in the turbulent boundary layer. *Annu. Rev. Fluid Mech.*, 23(1):601–639, 1991.
- W. Schoppa and F. Hussain. A large-scale control strategy for drag reduction in turbulent boundary layers. *Phys. Fluids*, 10(5):1049–1051, 1998.
- W. Schoppa and F. Hussain. Coherent structure generation in near-wall turbulence. *J. Fluid Mech.*, 453:57–108, 2002.
- L. Shen, X. Zhang, D. Yue, and M. S. Triantafyllou. Turbulent flow over a flexible wall undergoing a streamwise travelling wave motion. *J. Fluid Mech.*, 484:197–221, 2003.
- B. A. Singer and R. D. Joslin. Metamorphosis of a hairpin vortex into a young turbulent spot. *Phys. Fluids*, 6(11):3724–3736, 1994.
- C. R. Smith and S. P. Metzler. The characteristics of low-speed streaks in the near-wall region of a turbulent boundary layer. *J. Fluid Mech.*, 129:27–54, 1983.

- C. R. Smith, J. D. A. Walker, A. H. Haidari, and U. Sobrun. On the dynamics of near-wall turbulence. *Phil. Trans. Royal Soc. A*, 336(1641):131–175, 1991.
- A. J. Smits, B. J. McKeon, and I. Marusic. High Reynolds number wall turbulence. *Annu. Rev. Fluid Mech.*, 43(1):353–375, 2011.
- Y. Sumitani and N. Kasagi. Direct numerical simulation of turbulent transport with uniform wall injection and suction. *AIAA J.*, 33(7):1220–1228, 1995.
- T. Theodorsen. Mechanisms of turbulence. In *Proceedings of the 2nd Midwest Conference on Fluid Mechanics, 1952*, 1952.
- C. D. Tomkins and R. J. Adrian. Spanwise structure and scale growth in turbulent boundary layers. *J. Fluid Mech.*, 490:37–74, 2003.
- E. Toubert and M. A. Leschziner. Near-wall streak modification by spanwise oscillatory wall motion and drag-reduction mechanisms. *J. Fluid Mech.*, 693(2):150–200, 2012.
- A. A. Townsend. *The structure of turbulent shear flow*. Cambridge university press, 1956.
- C. Viotti, M. Quadrio, and P. Luchini. Streamwise oscillation of spanwise velocity at the wall of a channel for turbulent drag reduction. *Phys. Fluids*, 21(11):115109, 2009.
- A. W. Vreman. The adjoint filter operator in large-eddy simulation of turbulent flow. *Phys. Fluids*, 16(6):2012–2022, 2004.
- J. M. Wallace, H. Eckelmann, and R. S. Brodkey. The wall region in turbulent shear flow. *J. Fluid Mech.*, 54(1):39–48, 1972.
- M. J. Walsh. Viscous drag reduction in boundary layers. *Progress in astronautics and aeronautics*, 123:203–261, 1990.
- Q. Wang, R. Hu, and P. Blonigan. Least squares shadowing sensitivity analysis of chaotic limit cycle oscillations. *J. Comp. Phys.*, 267:210–224, 2014.
- J. Yao, F. Chen, X. and Thomas, and F. Hussain. Large-scale control strategy for drag reduction in turbulent channel flows. *Phys. Rev. Fluids*, 2(6):062601, 2017.
- J Yao, X Chen, and F Hussain. Drag control in wall-bounded turbulent flows via spanwise opposed wall-jet forcing. *J. Fluid Mech.*, 852:678–709, 2018.
- 気象庁. 大雨や猛暑日など (極端現象) のこれまでの変化, 2021. www.data.jma.go.jp/cpdinfo/extreme/extreme_p.html.
- 大塚. 非線形最適制御入門. コロナ社, 2011.
- 木田, 柳瀬. 乱流力学. 朝倉書店, 1999.

謝辞

指導教員の長谷川洋介准教授には、博士課程での研究遂行ならびに本論文の執筆にあたり甚深の御指導を賜り、厚く御礼を申し上げます。直接相對しての御指導を賜る機会の限られる特殊な3年間ではございましたが、万般に亘って懇切丁寧な御指導を賜り、一切不自由無く研究活動に専心することが出来ました。また研究内容のみならず、企業との共同研究への参画、米ブラウン大への短期留学、独ハイデルベルク大およびカールスルーエ工科大への訪問、経済面での御配慮等、忝くも私の前途を慮つての様々なお取り計らいを賜りました。何事にも浅学非才の身ゆえ、先生の御厚意を無下にしている自覚はやむを得ず、顧みて甚だ恐懼する次第ではありますが、格別の御高配は誠に有難く、重ねて御礼を申し上げます。

副査の加藤千幸教授、半場藤弘教授、鹿園直毅教授、森本賢一講師には、御繁忙の折にも拘らず、本論文を御高閲頂くのみならず、予備審査および本審査の砌には甚深の御指摘を賜りました。これによる本論文の改良充実は著しく、厚く御礼を申し上げる次第でございます。

亀谷幸憲特任助教には、間断なき愚考の開陳にも常に真摯にお付き合い頂き、研究の発展ならびに自身の学解深化に大変有益な御助言を頂きました。また中倉満帆博士には、流体ソルバーの改良修正に大変な御尽力を頂きました。深く御礼を申し上げます。

Arjun J. Kaithakkal 博士、劉竺辰氏、Dominik Henzel 氏、王漢治氏を始め、研究室の学生諸氏には、日々のセミナー等を通して活発な御議論を頂きました事、深く御礼を申し上げます。

また博士課程の3年間に亘り、東京大学大学院工学系研究科より博士課程学生特別リサーチ・アシスタント (SEUT-RA) 制度を通じて御支援を賜り、経済面に何らの支障無く研究活動に全力を傾注することが出来ました。厚く御礼を申し上げます。

本論文がここに一往の完成を見たのは、偏に諸先生、諸先輩方の御指導御鞭撻と、両親および友人各位の御支援による所であり、ここに重ねて御礼を申し上げます。本論文が乱流研究の発展にわずかでも貢献できたならば、これに過ぎる喜びはありません。

以上、一言もって本論文の結びとさせていただきます。

2021年2月
伊藤宗嵩