

審査の結果の要旨

氏名 木村 満晃

木村満晃の博士論文は、可微分多様体の微分同相群の擬準同型写像、有界コホモロジー、およびその一般化に関わるもので、特に3次元有界コホモロジーの無限次元性についての新しい結果を得た。群の有界コホモロジーはGromovの研究以来、幾何群論における重要な研究対象となっているが、一般には計算が困難である。群の実数係数有界コホモロジーは1次元の場合は自明で、2次元有界コホモロジーは擬準同型写像に対応する。論文では主に、実数係数の3次元有界コホモロジーについて考察した。

論文は3つの主要部分からなる。最初の部分は川崎盛通との共同研究に基づいており、群作用に関する不変擬準同型写像を扱った。 G を群として、 H を G の正規部分群とするとき、 H 上の G 不変擬準同型写像について考察した。この状況で、Bavardの双対定理の類似が成り立つことを示し、 G と H の組に関する安定交換子長(scl)と G 不変擬準同型写像との関係を与える結果を得た。応用として、種数が2以上の閉曲面のシンプレクティック微分同相群について、フラックス準同型写像とよばれる曲面の1次元コホモロジーへの写像が切断準同型を持たないことを示した。

第二部では、完備リーマン多様体 M の微分同相群の3次元有界コホモロジーについて考察した。 M の体積が有限で、基本群が十分に大きい場合には、Brandenbursky-Marcinkowskiによって、 M の微分同相群の3次元有界コホモロジーが無限次元であることが知られていた。木村満晃はこの結果を、 M の体積が有限でない場合に拡張するために、ノルムによって制御されたコホモロジーの概念を導入した。論文では、基本群の複雑さに関するある仮定の下で、必ずしも体積が有限でない完備リーマン多様体 M の微分同相群の3次元有界コホモロジーが無限次元であることを証明した。

第三部では、曲面の面積保存微分同相群の有界コホモロジーについての研究を行った。Brandenbursky-Marcinkowskiによって、オイラー数が負であるようなコンパクトで向き付けられた曲面 Σ について、面積保存微分同相群の3次元有界コホモロジーは無限次元であることが知られていた。論文では、 Σ のオイラー数が非負の場合、Gambaudo-Ghysの構成を一般化して、 Σ の組みひも群の有界コホモロジーから、 Σ の面積保存微分同相群の有界コホモロジーへの準同型写像を構成した。さらに、3次の組みひも群の場合に精密な考察を行うことにより、オイラー数が非負の Σ について、この写像が単射であることを証明した。これにより、Brandenbursky-Marcinkowskiの結果をオイラー数が非負の場合にも拡張し、コンパクトで向き付けられた曲面 Σ の面積保存微分同相群の3次元有界コホモロジーはつねに無限次元であることを証明した。

本論文は、微分同相群の擬準同型写像および有界コホモロジーについて新しい手法と知見を与えるものであり、位相幾何学、特に幾何群論の分野に大きく貢献する。よって、論文提出者木村満晃は、博士(数理科学)の学位を受けるにふさわしい十分な資格があると認める。