

# 論文の内容の要旨

論文題目 Statistical Inference for Stochastic Differential Equations with Jumps:  
Global Filtering Approach

(ジャンプを含む確率微分方程式に対する統計推測：大域的フィルターによる方法)

氏名 稲次 春彦

本論文では、ジャンプを含む確率微分方程式に対する統計推測について、パラメトリック推定およびノンパラメトリック推定の両面において、既存研究を拡張し、より正確な推計値を得るための新たな手法を提案した。

本論文のセットアップは以下の通りである。確率基底  $(\Omega, \mathcal{F}, \mathbf{F} = (\mathcal{F}_t)_{t \in [0, T]}, P)$  上の確率過程  $Y = (Y_t)_{t \in [0, T]}$  が下式の確率積分方程式に従うとする。

$$Y_t = Y_0 + \int_0^t b_s ds + \int_0^t \sigma_s dw_s + J_t; \quad t \in [0, T].$$

ここで、 $Y_0$  は  $\mathcal{F}_0$ -可測な確率変数、 $b = (b_t)_{t \in [0, T]}$  および  $\sigma = (\sigma_t)_{t \in [0, T]}$  は càdlàg かつ  $\mathbf{F}$ -適合な確率過程、 $J = (J_t)_{t \in [0, T]}$  は  $Y$  のジャンプ部分を表す。また、 $w = (w_t)_{t \in [0, T]}$  は  $\mathbf{F}$ -適合な標準ブラウン運動とする。本論文の目的は、ブラウン運動  $w$  にかかる拡散係数  $\sigma$  について、ジャンプ  $J$  の影響をより効果的に除去し、安定的な統計推測を行う方法を提案することである。

ジャンプを含む確率微分方程式に対する統計推測では、データに含まれるジャンプに適切に対処することが、正確な推定結果を得るうえで決定的に重要である。この方面の研究では、これまでに、(1) 各区間におけるデータの変動を個別に調べ、データに依存しないある閾値を上回るものをジャンプと見なしてデータから除去する方法、(2) 隣接する区間の増分を用いることで（大きな変動のデータは残しつつも）ジャンプの影響を緩和する方法が、それぞれ提案されている。いずれの方法も、単一あるいは数個のデータのみを利用しているという意味で、「局所的」なアプローチといえる。

しかし、これらの方法は、理論上は正確な推定量が得られるはずであるにもかかわらず、実際のデータに適用すると推計値が真の値から大きく乖離する場合がある。この現象の一因は、データを局所的に調べるだけではジャンプの影響を十分に除去・緩和できないことにある。真値からの乖離は、理論的にはもちろん、ファイナンスなど応用の現場においても解決すべき大きな課題であり、現実のデータをより良く説明できる推定方法の構築が求められている。

本論文では、局所的アプローチの問題を克服する新たな手法を提案した。この手法では、全てのデータを用いて得られる閾値を超えるものをジャンプと見なしてデータから除去する。閾値の設定に全てのデータを活用することから、これを「大域的フィルター」の方法と名付けた。

大域的フィルターの閾値は、観測データの増分の絶対値を大きさの順に並べ、上位の分位点に位置するものを用いている。このように時系列データを大きさの順に並べ替えると、推定関数の（真値における）時系列的

な性質、すなわちマルチンゲール性が崩れてしまう。先行研究の局所的アプローチでは、マルチンゲールの性質をうまく利用して推定量の性質を議論しているが、本論文ではその方法を直接使うことができない。この点が大域的フィルターの性質を考察するうえでの大きな困難となる。本論文では、この困難を解消するため、大域的フィルターの導入によって失われたマルチンゲール性をうまく復元する一連の補題「global filtering lemmas」を証明した。これが本論文の鍵となる重要な補題である。この補題によって、大域的フィルターを用いた場合でも、先行研究のようにマルチンゲール性を活用して推定量の性質を論じることが可能になった。

本論文では、パラメトリック・ノンパラメトリック両方のケースに対して大域的フィルターを適用し、推定量の理論的な性質を考察したほか、本手法によって先行研究より正確な推定値が得られることを、数値シミュレーションで示した。