

審査の結果の要旨

氏名 北岡 旦

学位申請論文 Ray-Singer torsion and the Laplacians of the Rumin complex on lens spaces において、北岡氏は CR 多様体上で定義されるルマン複体のラプラシアンの特値から与えられる解析的振率を考察している。ルマン複体はド・ラーム複体の類似物であるが、2階の微分作用素を含み、そのラプラシアン(ルマン・ラプラシアン)は4階の微分作用素になる。またルマン・ラプラシアンは楕円型ではなく、準楕円性しか持たない。Rumin と Seshadri はルマン・ラプラシアンのスペクトル・ゼータ関数を用いて解析的振率を定義し、 S^1 作用を持つ3次元 CR 多様体では、それがド・ラーム複体から定義されるレイ・シンガー振率と一致することを示した。しかし、高次元での解析的振率について全く情報は得られていなかった。北岡氏は一般次元のレンズ空間の上のルマン・ラプラシアンのスペクトルを完全に決定し、その解析的振率とレイ・シンガー振率の比を次元とベッチ数を用いて具体的に表示した。スペクトルの計算には球面へのユニタリ群の作用によるルマン複体の既約分解を用いている。ルマン複体に現れる微分作用素をケーラー関係式が成り立つように正規化した場合に、ラプラシアンのスペクトルを既約表現の最高次元ウェイトを用いて明示した。スペクトルの部分的な計算結果はいくつか知られていたが、それら統合・補完し、表現論的な理解を与えたのは注目に値する。池田と谷口は対称空間でのド・ラーム複体のラプラシアンのスペクトルが表現論的に決定できることを示している。その類似がルマン・ラプラシアンでも成り立つことを示した最初の結果である。スペクトルの表現論的な対称性は解析的振率の計算において多くの打ち消しを与え、解析的振率のフルビッツ・ゼータ関数を用いた表示を可能とする。これは Rumin と Seshadri によって定義された解析的振率では起こらない顕著な性質である。北岡氏はルマン複体の正規化を行わない場合の解析的振率の振る舞いも考察している。5次元球面においてルマン複体の全てのパラメータ付に対して解析的振率を求め、特にこれらの解析振率がレイ・シンガー振率の整数倍になるのは上述の正規化条件に対応したパラメータに限ることを示した。これは CR 多様体の解析振率の「正しい」定義を示唆するものである。

これら結果は、優れた数学的業績であり、CR 多様体上の解析幾何学への重要な貢献であると評価できる。論文提出者北岡旦は、博士(数理科学)の学位を受けるにふさわしい十分な資格があると認める。