

## 論文審査の結果の要旨

森迪也

本論文において論文提出者は、von Neumann 環の射影たちがなす束の間のしかるべき写像が、どのような形をしているかを決定する問題を研究した。

前半では束を距離空間と考え、二つの von Neumann 環の射影束の間の等距離全単射がどのような形をしているかを決定した。射影束は一般にいくつかの連結成分に分かれるので各連結成分について考えればよい。有限次元の場合との対比から、各連結成分を Grassmann 空間と呼ぶ。von Neumann 環同士に  $*$  同型または  $*$  反同型があるとき、これらは明らかに Grassmann 空間の間の等距離全単射を誘導する。また射影に対してその像の直交補空間への射影を対応させる写像も Grassmann 空間の等距離全単射を与える。論文提出者は、Grassmann 空間二つの間の等距離全単射は、これらの形の写像の合成、直和で表されるものに限ることを証明した。

von Neumann 環が I 型因子環で、射影が 1 次元の場合は、それらのなす Grassmann 空間からそれ自身への等距離全単射がユニタリまたは反ユニタリから誘導されることが古くから Wigner の定理として知られている。Gehér, Šemrl はこの結果を I 型因子環の場合に拡張していたが、本論文の結果はこれをさらに任意の von Neumann 環の場合に拡張するものである。

この証明には、Halmos, Gehér, Šemrl, Hatori, Molnár, Dye らの先行する結果、アイデアを用いる。主結果の応用として、von Neumann 環が可換な直和成分を持たない場合には、二つの von Neumann 環の射影束の間に等距離全単射があれば、von Neumann 環同士は Jordan  $*$  同型であることが導かれる。

後半は射影束を単に束と考えてその間の束としての同型写像を研究した。von Neumann 環の射影束は complemented modular lattice と呼ばれるものになる。von Neumann はこのような束についての一般論を研究し、そのことから二つの  $II_1$  型 von Neumann 環の射影束の間の束同型は、それらに付随する作用素全体のなす環の間の環同型 (加法的かつ乗法的な全単射のことで、 $\mathbb{C}$  線型性は仮定しない) に一対一に対応することを示した。論文提出者はこの結果を一般の von Neumann 環に拡張し、 $I_1$  型と  $I_2$  型を除く一般の二つの von Neumann 環に対し、それらの射影束の束同型は、対応する局所可測作用素全体のなす環の環同型に一対一に対応していることを証明した。von Neumann 環が  $II_1$  型の場合は、局所可測作用素は von Neumann 環に付随する作用素と同じものなので、この結果は上述の von Neumann の結果の拡張になっている。

この結果の証明においては、Halmos の結果を用いて射影束における LS 直交性という二項関係を新たに導入した。この束論的特徴づけを与えること

により, complemented modular lattice に対する von Neumann の手法を一般の von Neumann 環の射影束に拡張することに成功している.

von Neumann の古い結果でカバーされない,  $I_\infty$  型と III 型の von Neumann 環の場合についてはさらに, 局所可測作用素全体のなす環の環同型は, 実\*同型に相似であることを示した. これを用いて,  $I_\infty$  型と III 型の von Neumann 環の場合について, 射影束の束同型のより具体的な記述を行った.

これらはいずれも関数解析学, 作用素環論の立場から興味があり, 重要と認められる成果である. よって, 論文提出者森迪也は, 博士(数理科学)の学位を受けるにふさわしい十分な資格があると認める.