

# 流れ場のデジタル画像処理

Digital Image Processing Techniques For Analysing Two-Dimensional Flow Fields

小林 敏 雄\*

Toshio KOBAYASHI

速度場の定量測定という面における流れの可視化とデジタル画像処理の結び付きの典型的な例は流跡写真の自動解析である。この解析における主な課題は、流れ方向の判定と交差あるいは接触する流跡の分離であろう。本稿では、この課題を解決するために提案された可視化=画像解析システムのうち、2台のカメラを用いて流跡写真とその始点、終点写真を撮影し解析するシステムおよび1台のカメラを用い露光開始時に強力な閃光を与えて始点を強調した流跡写真を撮影し解析するシステムを紹介し問題点を考察する。

## 1. Computer Aided Flow Visualization

コンピュータの昨今の発達情報は情報の伝達方法、保存方法を変化させるとともに表現の方法も変えつつある。流体の流れを表現する方法も紙面上の二次元表示からコンピュータ・グラフィックスの利用による三次元カラー表示へと移り、人間の視覚に直接的に訴える方向にある。このような方向は流れが本来、非定常・三次元的であることを考えれば流れを理解する上で当然要求されることであり、Computer Aided Flow Visualization (コンピュータ応用流れの可視化、CAFVと略す)とか、Visual Simulationなどと呼ばれる分野が注目される由縁でもある。コンピュータを利用して流れをとらえる方法は図1に示すように3種類に大別される。第1は流れ場を数学的あるいは数値的に解き、その膨大な量の計算結果を用いてタイムラインや流跡を生成させたり、等圧分布や三次元速度分布などの流体力学的情報を与える方法である。ポテンシャル理論、境界層理論を用いて特定の流れ場を解析することは古くから行われているが、流れを支配する方程式が非線形であるため解析的手法には限界がある。したがって、大容量高速コンピュータの出現は数値計算的手法を指向することになる。最近では剥離を含む複雑な乱流現象をLarge Eddy Simulationと呼ばれる方法でコンピュータ上に表現しようとする試みもあるが、<sup>1)</sup>特に乱流を扱う場合、「流れ計算」そのものの整備が急務である。<sup>2)</sup>

第2の方法は流れ場をピトー管、圧力計、熱線風速計、超音波流速計あるいはレーザ流速計などを用いて詳細に測定し、その測定データをコンピュータ処理することによって流れを表現しようとするものである。たとえば、自動車背後の流れを全圧管によって測定し、自動車が作

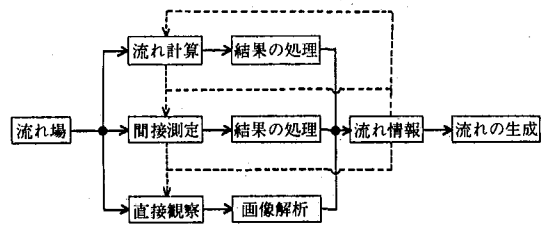


図1 CAFVの分類

る縦うずの時間平均の大きさを表現した例などがある。<sup>3)</sup>この方法は、一点での計測を流れ場全域に広げる必要があること、時間的に変動する流れ場を同時刻に測定できないことなどの難点をもつ。前者は自動計測システムの導入によって克服されつつあり、また後者の難点に対処する方策として、周期的変動流に対する統計的手法を用いて円柱背後のカルマンうず列の瞬時うず度分布を熱線風速計による測定から予測した例<sup>4)</sup>や人間の心臓内の拍動血流を超音波流速計による測定から予測し、カラー表示した例などが報告されている。この間接測定法の長所は測定法そのものが長い歴史をもち測定精度や測定方法に関する知識に十分な蓄積があることであろう。

第3は流れ場を直接的に可視化し、その結果を画像処理し必要な情報を得る方法である。流れの可視化技術の大きな特徴は、流れの基本的性質の直観的概観の把握と広い空間の情報の同時刻採取とにある。このうち後者の特徴を活かし流れ場の定量的測定を行うためには膨大な作業量という壁が存在していた。しかし昨今のコンピュータを土台とする情報処理技術の急速な進歩は流れの可視化結果の画像処理による情報抽出を流れ場の定量的測定の一手段として登場させつつある。これら3方法はいずれも著しい変化の過程にあるが、ここでは第3の方法に限定して現状を述べることにする。

\* 東京大学生産技術研究所 第2部

さて、デジタル画像処理の対象となる可視化方法には数多くの方法があるが、<sup>9)</sup>流れの速度場の定量的測定に関して最も多用されるのは流体中に目印となる微細な粒子（トレーサと呼ぶ）を混入して、その動きをカメラ等で撮影し流跡や流脈を得る方法である。特に流跡写真による方法は流れが非定常であっても十分小さな露光時間で撮影を行うことにより瞬時の速度情報を得ることができる。そこで本稿では流れの可視化とデジタル画像処理との結びつきを概説し、流跡写真の画像処理による流れ場の自動解析システムの考え方を詳述する。

2. 流れの可視化とデジタル画像処理

流れの可視化結果のデジタル画像処理の手順の概略は図2に示すように数値化、解析処理および表示とからなる。可視化された画像はカメラとディジタイザの組合せによって微細な画素に分割され、その位置座標と濃度値が数値列に変換される。この信号に2値化、細線化や特徴抽出などの操作を施し、目的とする流体力学的情報に変換するのが解析処理であり、多種のソフトウェアを必要とする部分である。変換された情報は各種のディスプレイ装置によって立体的に、動的にあるいはカラー画像として表示される。この一連の操作の中で要求される事項、解決されるべき問題点の主なものは次のとおりである。まず、ハードウェア面における問題点としては

- (1) ホストコンピュータとの整合性を考慮した画像入力装置の選定
- (2) ホストコンピュータの記憶容量と計算処理時間
- (3) データ転送時間の短縮

がある。画像入力装置としてはTVカメラが利用されることが多い。TVカメラはメカニカルスキャナーなどの

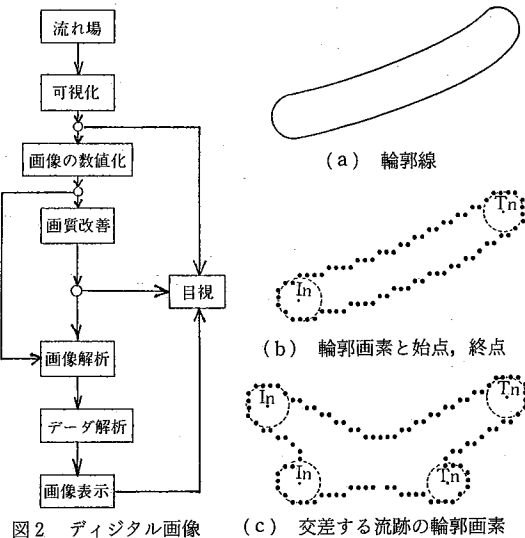


図2 デジタル画像処理の構成

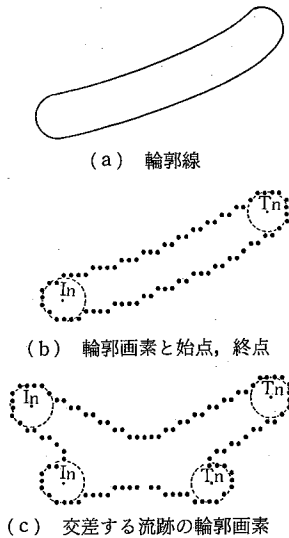


図3 流跡の輪郭

入力装置に比べて分解能の点で劣ってはいるが、価格、変換速度、機動性などの点で優れている。TVカメラを用いて画像入力したトレーサ粒子の大きさは数 $\mu\text{m}$ ~ $10\text{mm}$ 程度のものが多いが、特殊なSITビジコンで $0.1\mu\text{m}$ の微粒子を撮影した例<sup>10)</sup>もある。高分解能のCCDカメラや、高速AD変換器を組み込んだ小型CCDカメラの開発も進んでおり、TVカメラによる画像入力方法がますます定着するものと思われる。ホストコンピュータとしては流れの時系列変化を追うような場合には大量のデータを記憶し処理するため、現在のところ外部の大型コンピュータに頼らざるを得ない。しかし、マイクロコンピュータ、ミニコンピュータの高性能化と低価格化は画像処理専用コンピュータの導入を可能とし、これと容量不足を補うためのソフトウェアでの工夫とによって非定常流れ場の実時間処理もある程度まで可能となるように思われる。“ある程度まで”としたのは実時間処理の限界はデータの転送速度に依るためである。現在のところTVカメラを用いての画像情報の転送は通常 $1/30\sim 1/60$ 秒を要し、これより速い現象の実時間処理は困難である。このように変動の速い非定常流れ場の実時間処理には問題が残るもののハードウェア面での制限は急速に緩和されつつある。

一方、流跡写真の処理におけるソフトウェア面での主な課題としては

- (1) 画面上の局所的な明暗のむらや画像雑音の処理
- (2) 複数の接触する、あるいは重なり合う流跡の分離
- (3) 速度ベクトルの方向の判定

がある。このうち、画像雑音に関しては流跡を構成する画素数と雑音による画素数を対比させ、不適当な画素数をもつ輪郭情報を除去する方法が用いられている。<sup>7),8)</sup>しかし、この方法はトレーサ粒子が小さく、しかも低流速領域では流跡と雑音との区別は困難となる。画面上の局所的なむらを除去する方策としては、二次元高速フー

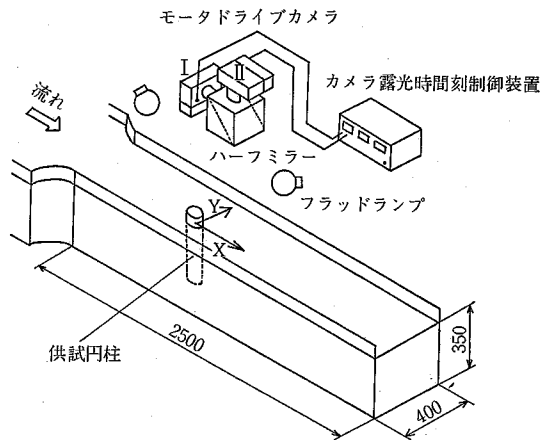


図4 実験装置の概略

リエ変換によるバンドパスフィルターを全画面に施し、明暗の平滑化を行う方法<sup>9)</sup>が提案されている。流跡の重なりでの分離・除去に関しては流跡の輪郭形状から判定する方法<sup>10)</sup>や周囲に分布する他の流跡の平均形状と比較して判定する方法<sup>10)</sup>が試みられている。一方、速度ベクトルの方向の判定はソフトウェアの対応だけで解決することは難しい。ある露光時間で撮影した写真画面上の流跡は図3(a)に示すように速度ベクトルの大きさは与えてくれるが、流れの向きについての情報を与えていない。したがって、なんらかの手段によって図3(b)に示すようなトレーサ粒子の露光時刻における最初の位置  $I_n$  と最後の位置  $T_n$  (以下、それぞれ始点、終点と呼ぶことにする) を区別する必要がある。なお、始点と終点の区別のための流跡情報は図3(c)に示すように重なる流跡の分離に対しても有効な情報となる。この始点、終点の区別のために流跡写真の撮影方法に工夫がなされている。その代表的なものは露光時間の最初に別の強力なストロボスコープを発光させ、流跡の始点を定める方法、2台のカメラにより流跡とその始点、終点を独立して撮影する方法およびカラーフィルタを用いて流跡とその始点、終点を判定する方法であろう。<sup>11)</sup> カラー写真を用いる方法はカラーディジタイザを必要とすることおよびRGBそれぞれについての濃度情報を必要とするためコンピュータの記憶容量の節約にならないことを考え、ここでは前二者について述べることにする。

3. 流跡・始点・終点の独立撮影法による可視化画像の自動解析システム

トレーサ粒子の追跡から速度ベクトルを求める方法は

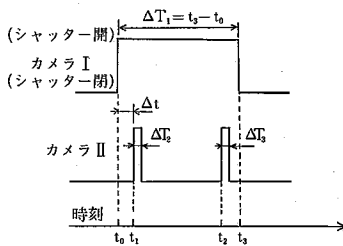


図5 露光時刻の制御方法

微小時間差の粒子位置を示す2枚の瞬時画像において粒子の対応をとることにより速度ベクトルを求める方法<sup>12),13)</sup>とトレーサ粒子の流跡輪郭から速度ベクトルを求める方法<sup>7)</sup>に分けられる。前者における粒子の対応づけは、粒子の分布がまばらで微小時間内の粒子の移動距離が粒子間距離に比べて短い場合には容易であるが、情報量を増すために粒子数を増加させると困難になる。<sup>14)</sup> 後者の方法はこのような対応づけは不要であるが逆流を含むような流れ場では前述のように流れの向きが決定できない。そこで、流跡写真にそのトレーサ粒子の始点、終点を示す瞬間写真を加えた第2カメラによる始点、終点独立撮影法<sup>11)</sup>が考案され、その画像の自動解析システム<sup>15)</sup>が提案されている。

このシステムにおける流れ場の撮影方法の例を図4に、カメラの露光時刻の制御方法を図5に示す。すなわち、カメラIによって流れ場を露光時間  $\Delta T_1$  で撮影し流

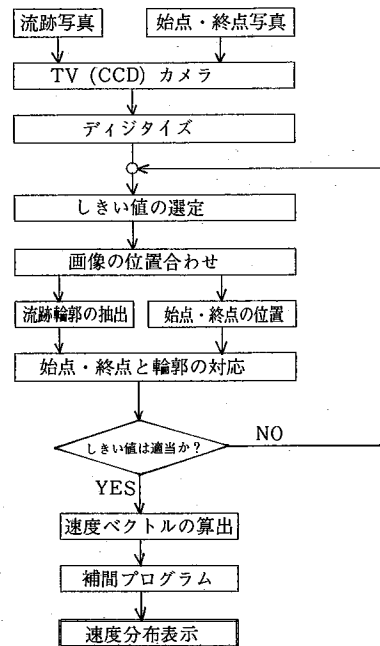
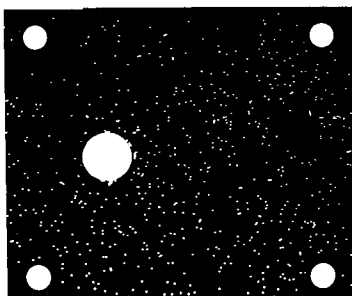
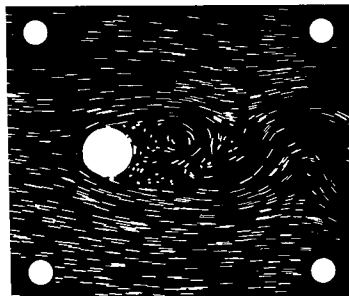


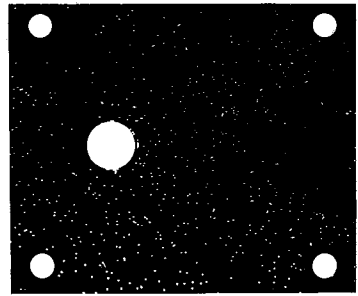
図6 画像処理の手順概略 (流跡・始点・終点独立撮影法)



(a) トレーサ粒子の始点位置



(b) 流跡



(c) トレーサ粒子の終点位置

図7 円柱まわりの流れの撮影例

表1 実験条件と撮影条件

|        |   |      |                                 |  |
|--------|---|------|---------------------------------|--|
| 装置     | 開水路回流水槽                                     | フィルム | ASA 400                         |  |
| 流体     | 水   | カメラ  | 35mm一眼レフカメラ                     |  |
| 流速     | $U=0.02\text{m/s}$                          |      | 50mm標準レンズ F 1.2                 |  |
| 円柱径    | $d=40\text{mm}\phi$                         | 撮影条件 | カメラ I                           | カメラ II                                   |
| レイノルズ数 | $Re=800$                                    |      | $f11$                           | $f2.8$                                   |
|        |   |      | $\Delta T_1=0.49\text{s}$       | $\Delta T_2=\Delta T_3=0.033\text{s}$    |
| トレーサ   | ナイロン粒子<br>平均径 $\sim 1.7\text{mm}$<br>比重0.98 | 照明   | $t_0=0.0$<br>$t_2=0.44\text{s}$ | $t_1=0.01\text{s}$<br>$t_3=0.49\text{s}$ |
|        |   |      | フラッドランプ500W×2                   |  |

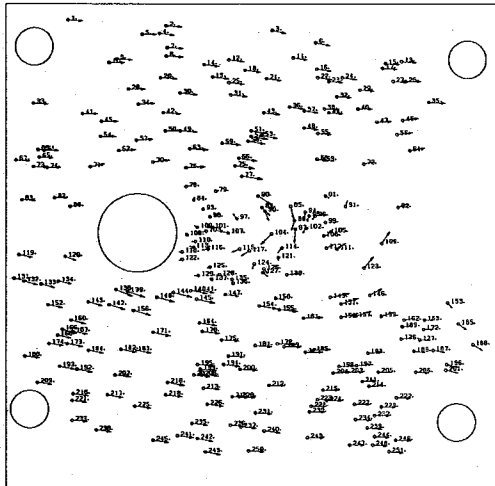


図8 速度ベクトルの分布

跡写真を得る。一方、カメラIIによって同じ流れ場を2時刻について露光時間 $\Delta T_2, \Delta T_3$ で撮影し、始点写真、終点写真を得る。この2時刻の瞬間写真上でのトレーサ粒子の対応づけを流跡写真の流跡輪郭を媒介して行うことが本システムの特徴である。

得られた流跡、始点、終点写真は図6に示す手順で画像解析される。まず、3枚の画像をそれぞれ拡大陽画として再生し、それをCCDカメラで撮影し、画像処理装置で $512 \times 480 \times 8\text{bit}$ 程度の分解能で数値情報に変換する。続いて、濃度レベルのしきい値を選定し2値化を行い、予め流れ場の中に設置した基準マーク(たとえば後述の図7の四隅のマークや供試物体など)を用いて3枚の画面の座標軸の位置合わせを行う。

次に流跡写真については流跡輪郭を構成する画素のみを、始点、終点写真についてはトレーサ粒子の輪郭(ほぼ円形をなす)の重心画素のみを記憶する。図3(b)に示すように始点、終点の重心( $In, Tn$ )の各1個が流跡輪郭の内部に存在するとき、この $In$ と $Tn$ を同一トレーサ粒子の画像とみなすことができる。一つの流跡輪郭の中に同一個数の複数の $In, Tn$ が存在する場合には、不適当な情報として消去することもできるし、あるいは $In, Tn$

表2 しきい値と速度ベクトル数

|         |    |     |     |     |     |     |
|---------|----|-----|-----|-----|-----|-----|
| しきい値    | 70 | 80  | 90  | 100 | 110 | 120 |
| 速度ベクトル数 | 62 | 148 | 233 | 251 | 181 | 92  |

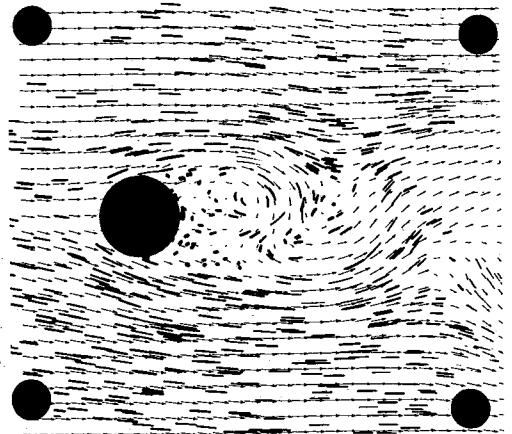
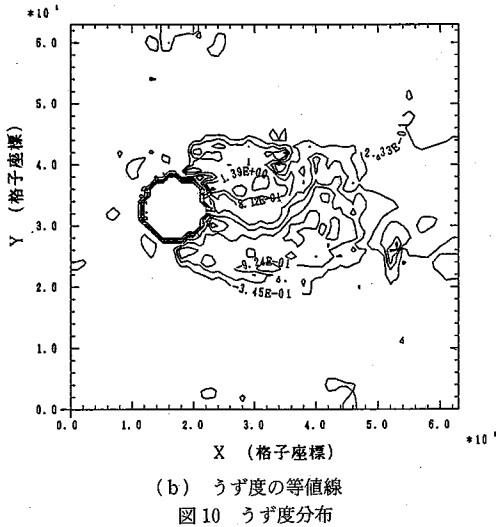
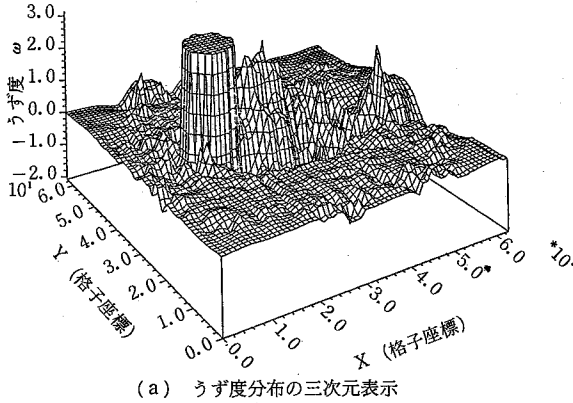


図9 格子点速度ベクトル

の個数と流跡輪郭の形状とを考慮して対応づけを行うこともできる。対応づけられたトレーサ粒子の数 $N$ は一般にしきい値に依存する。したがって、図6に示すシステムでは $N$ がなるべく大きくなるよう、しきい値を選定し直して繰返し処理するよう工夫されている。対応づけられた $In, Tn$ と露光間隔 $\Delta T_s = t_2 - t_1$ とからそのトレーサ粒子の位値における速度ベクトルを決定できる。

得られた速度ベクトルは流れ場全体に散在している。これを見やすくするために、あるいはうずや流れ関数などを求めるためには、等間隔格子上の速度ベクトルに変換しておいた方が便利である。そこで、流れ場を格子分割し、その格子点まわりに小さな平均化領域を想定し領域内の平均ベクトルをその格子点の速度ベクトルと置き換えることにより、このシステムの速度場予測が完成する。

このシステムを逆流を含む2次元円柱背後のウェーク流れに適用してみる。図4に示す回流水槽中に円柱を静置し、固体トレーサで流れ場を観察する。トレーサ粒子



の径は流れへの追随性を考えれば小さい方がよいが、観察の容易さおよび画像処理の精度を考慮して1~2 mm程度のもので選択している。実験条件および撮影条件を表1に、この条件で撮影された3枚の画像例を図7に示す。図には約400個のトレーサ粒子が観察される。

さて、図7の3枚の画像を上述の図6の手順で画像解析する。始点、終点の画像に対してはしきい値の影響は少ないが、流跡画像に関してはしきい値を低く(明かい方に)選定すると流跡同士の重複が生じやすく、重複する流跡を除去するシステムでは単独流跡数の減少を招く。逆にしきい値を高く選ぶと2値画像上での流跡輪郭が縮まったり切断されたりして単独流跡数の減少となる。したがって、しきい値が高すぎても、あるいは低すぎても対応のつく  $In, Tn$  の組合せは少なくなる。図7の画像に関して対応関係の得られたトレーサ粒子数としきい値の関係の例を表2に示す。この表を参考にして、3画像についてしきい値を100として解析した結果を図8および図9に示す。図8は各トレーサ粒子位置における速度ベクトルで251個の速度ベクトルが描かれている。図9は図8を基にして流れ場を  $32 \times 32$  の格子点に分割

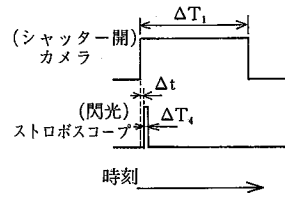


図 11 露光時間と閃光時間

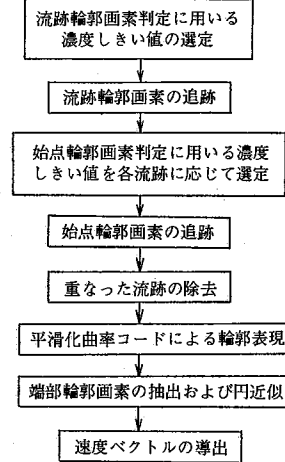


図 12 画像処理の手順概略 (始点強調撮影法)

し(格子幅:  $\Delta h = d/5, d$ : 円柱直径), それぞれの格子点を中心として直径  $R$  の円形平均化領域を設定し格子点ベクトルを求めたものである。  $R$  としては流速の高い領域では  $5\Delta h$ , 流速の低い領域では  $\Delta h$  というように局所流速に応じて平均化領域の大きさを変化させることができる。図9には流跡の2値画像が太い線で併記されている。この図における速度分布の精度は流れの可視化技術の精度を別とすれば、①粒子の数とその空間分布、②ディジタルイザの分解能、③写真拡大時、撮影時の誤差、④選定しきい値、⑤速度ベクトルの決定方法、⑥補間方法などに依存する。これらの諸要因の精度に及ぼす影響については今後詳しく検討されねばならない。

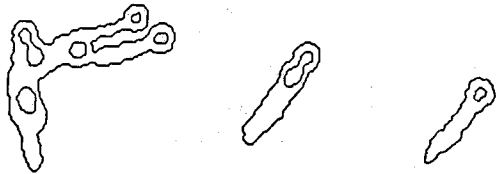
なお、図9を用いると流れ場のうず度分布を算出することができる。<sup>10)</sup> 格子点  $P(i, j)$  のうず度は差分近似式

$$\omega_{ij} = -\frac{u_{i,j+1} - u_{i,j-1}}{2\Delta h} + \frac{v_{i+1,j} - v_{i-1,j}}{2\Delta h}$$

によって求められる。ここに  $u_{i,j}$  は点  $P$  における速度ベクトルの分速度である。このようにして得られるうず度分布の立体表示と等うず度線を図10に示す。

#### 4. 始点強調撮影法による流跡写真の画像解析システム

前章の流跡・始点・終点独立撮影法は重なり合う流跡の分離も可能であり3次元流れ場への適用を考慮したとき大きな利点をもつが、1つの流れ場を得るために3枚の画面の処理を要し、大きな記憶容量を必要とする。そ



(a) 交差する流跡 (b) 付着粒子による流動跡 (c) 単独流跡

図 13 流跡輪郭と始点輪郭

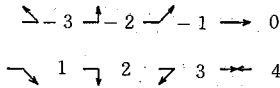


図 14 3 輪郭画素と曲率コードの関係

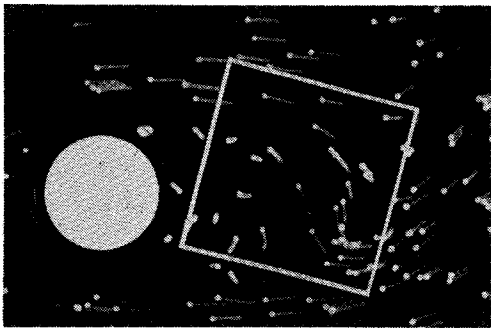


図 15 流跡写真例

ここで、図 11 に示すように流跡写真の露光開始時にストロボスコープを閃光させることにより流跡中の始点が明らかく、広く撮影されることを利用し 1 枚の流跡写真から流れの方向まで含めた速度ベクトルを求める方法が提案されている。<sup>17),18)</sup>

画像解析手順の概略を図 12 に示す。まず、流跡輪郭画素を探索し、輪郭点の座標を記憶する。次に処理に不適当な重なり合う流跡を除去するため、流跡内の画素の濃度分布を参考にして流跡内の始点輪郭画素を追跡する。重なり合う流跡には、流跡が交差して生じたもの(図 13(a))と粒子が付着した状態で流れて生じたもの(図 13(b))とがある。処理を簡単にするためには、前者を流跡輪郭中に含まれる始点の数から、後者を始点輪郭の円弧度の評価によって除去してしまう。この操作の後に得られる流跡はすべて始点 1 個を内包する単独流跡(図 13(c))であり、この流跡、始点と露光時間から速度ベクトルが求められる。図 12 に示す解析方法では、流跡輪郭の曲率が流跡の始端、終端の近傍で極大となることを考えて、輪郭構成画素における曲率を離散化された曲率コード<sup>19)</sup>で表現することを提案している。曲率コードと隣接する 3 輪郭画素の関係を図 14 に示す。図において正の曲率コードは輪郭の凸部に、負の曲率コードは凹部に対応する。流跡輪郭の形状はこれらの曲率コードの列で

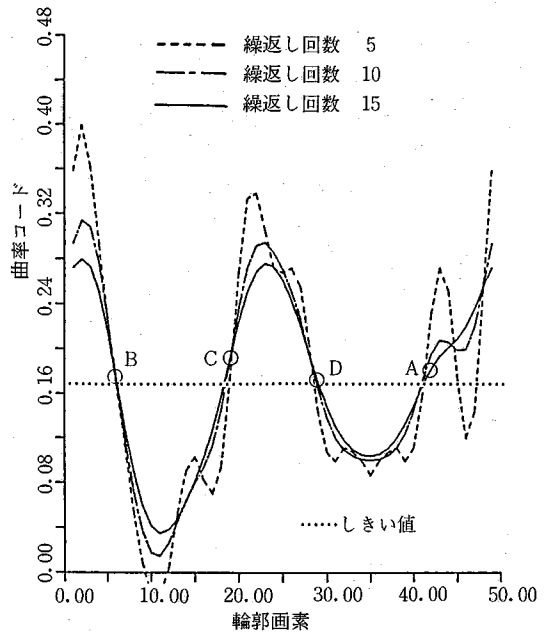


図 16 曲率コードの平滑化

表現できるが、この曲率コード列は離散的であり、これから直接に流跡先端を決めることは難しい。そこで、たとえば連続する 3 輪郭画素の曲率コードの平均値をその中央画素の新たな曲率コードとして置き換えるような平滑化操作を施す。平滑後の曲率コードは一般に後述の図 16 のように 2 カ所で極大値をとり、これが流跡の両先端部分に対応する。したがって、ある曲率コード値をしきい値として選べば流跡の先端部分を構成する画素が決まり、この画素列を円弧で近似することにより、流跡の速度ベクトルとしての始点、終点の座標を近似円中心として求めることができる。なお、始点と終点の区別は近似円半径の比較から大きい方を始点と認定することになる。

このシステムを前述の二次元円柱背後のウェーク流れ場に適用してみる(図 4 参照)。実験条件および撮影条件を表 3 に、この条件で撮影された画像例を図 15 に示す。この画像中の白線枠内の部分を 256×256×8 bit 程度の分解能で数値情報に変換し図 12 に示す手順で求めた平滑化曲率コードの一例を図 16 に示す。平滑化操作の繰返し回数が少ないうちは流跡輪郭の両先端部を評価することが難しい。適当な繰返し回数(図 15 の画像に関しては 15 回)を選択し、さらに得られた平滑化曲率コードを適当なしきい値(たとえば平滑化曲率コードの積分平均値)で分割し、このしきい値以上の曲率コードをもつ画素を流跡先端部を構成する画素(図 16 の AB 間および CD 間の画素)とみなし、これに円近似を施すと図 17 のようになる。図において大きい円の中心から小さい円の中心に向く矢印がその流跡の速度ベクトルとなる。

以上の操作による 1 枚の流跡写真から逆流を含む流れ

表 3 実験条件と撮影条件

|        |                            |      |  |
|--------|----------------------------|------|--|
| 装置     | 開水路回流水槽                    | カメラ  | 35 mm 一眼レフカメラ                              |
| 流体     | 水                          |      | 50 mm 標準レンズ F 1.2                          |
| 流速     | $U=0.1$ m/s                | 撮影条件 | f 8  |
| 円柱径    | $d=50$ mm $\phi$           |      | $\Delta T_1=0.125$ s, $\Delta T_2=0.001$ s |
| レイノルズ数 | $Re=5 \times 10^3$         |      | $\Delta t=0.001$ s                         |
| トレーサ   | 発泡スチロール<br>平均径 $\sim 2$ mm | 照明   | フラッドランプ 500 W $\times$ 2<br>ストロボ GNo. 32   |

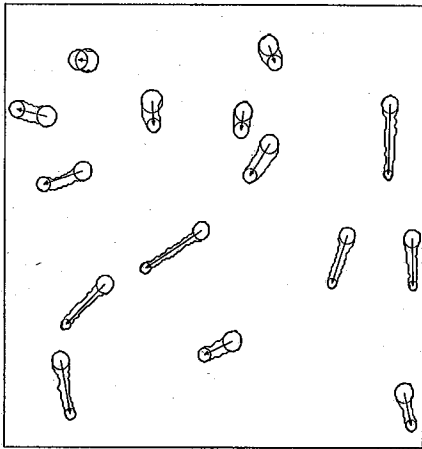


図 17 速度ベクトル図

場の速度ベクトルを自動的に導出し得ることを示した。この手順の中で、濃度しきい値の選定、曲率コード平均化操作の方法と回数、あるいは端部構成画素の抽出などは現在のところコンピュータと人間の会話によって処理されており、汎用の処理方法の提案が次の課題となろう。

## 5. ま と め

流跡とその始点、終点の独立撮影法および始点強調撮影法による可視化画像の自動解析システムを中心に速度場の定量測定における流れの可視化とデジタル画像処理の結び付きの現状を概説した。画像解析のためのソフトウェアは既製のものが数多く用意されており、これらを利用して、より汎用性の高い可視化=画像処理システムの出現が期待される。

今後の CAFV は画像の解析や画像の表示という方向の処理だけでなく、表示された流れをフィードバックして、流れ計算、間接測定、直接観察を総合的に制御する方向に発展していくものと思われる。

(1985年2月15日受理)

## 参 考 文 献

- 小林, 乱流の数値シミュレーション: 数値乱流風洞の夢, 機械学会誌 88-799 (1985) 掲載予定
- 小林・村上, 数値シミュレーション適用上の問題点に関する具体例, 生産研究 36-12 (1984), 502.
- Cogotti, A., A Passenger Car Wake Survey Using Colored Isopressure Maps, Proc. Intern. Symp. on Flow Visualization 3 (1983), 600.
- 田中・村田, 計算機援用可視化法による円柱の後流構造の研究, 機械学会講演論文集 840-13 (1984), 89.
- 小林, 情報の解説, 機械学会第 525 回講習会教材, (1981), 55.
- 村上他 4 名, 全デジタル 3 板式固体カラーカメラの開発, TV 学会技術報告, TEBS 96-5 (1984), 21.
- Kobayashi, T. et. al., Automatic Analysis of Photographs of Trace Particles by Microcomputer System, Proc. Intern. Symp. on Flow Visualization 3 (1983), 261.
- 今市, 流れの可視化と画像処理, 機械学会関西支部第 129 回講習会教材(1985), 105.
- 小林・瀬川, 回転円板表面上の油膜筋の画像処理による自動測定システム, 流れの可視化 5-増刊(1984), 73.
- Dimotakis, P. E. et. al., Particle Streak Velocity Field Measurements in a Two-Dimensional Mixing Layer, Phys. Fluids 24 (1981), 995.
- 小林他 4 名, 画像処理に適した流れの可視化方法, 流れの可視化 3-10 (1983), 193.
- Jonas, P. R., Kent, P. M., Two-Dimensional Velocity Measurement by Automatic Analysis of Trace Particle Motion, J. Phys. E. Sci. Instrum., 12 (1979), 604.
- Chang, T. P., Tatterson, G. B., An Automated Analysis Method for Complex Three-Dimensional Mean Flow Fields, Proc. Intern. Symp. on Flow Visualization 3 (1983), 266.
- 箕, トレーサ画像の相関処理による流速計測, 流れの可視化, 3-10 (1983), 189.
- 小林他 3 名, 逆流を含む二次元流れ場の画像処理システムの開発, 流れの可視化 5-17 (1985), 掲載予定
- 今市・近江, 可視化の画像の数値的処理, 機械学会講演論文集 820-3 (1982), 230.
- 小林・吉武, 流跡写真自動処理システムの開発, 機械学会第 62 期通常総会講演概要集 (1985), 88.
- Koromilas, C. A., et. al., Unsteady Laminar Separation: An Experimental Study, J. Fluid Mech. 97 (1980), 347.
- Eccles, M. J. et. al., Analysis of the Digitized Boundaries of Planer Objects, Pattern Recog. 9 (1977), 31.