審 査 の 結 果 の 要 旨

論 文 提 出 者 氏 名　　　大 城　 泰 平

現代の科学技術において、数値シミュレーションが大きな役割を果たしている。動的システムの自然なモデル化は、微分方程式の形で与えられ、これを数値的に解くことで、その挙動が観察できる。これには、莫大な計算資源と計算時間を要することも多く、数値解法に関する研究が盛んになされている。一方で、同じ物理現象をモデル化して得られた微分方程式であっても、その立式の仕方によって、数値的な解き易さが変わって来る。したがって、数値計算を始める前に、数値的に解き易い形の微分方程式に変形することが望まれる。この段階では、数式処理が必要となり、計算代数の手法に頼らざるを得ない。しかし、記号演算による数式処理には、計算が進むに従って、必要とされる記憶領域が爆発するという欠点がある。この欠点を克服するために、組合せ爆発の問題を回避する技法が発達してきた組合せ最適化手法を活用するのが、有用と考えられる。

本論文は、このような問題意識に基づいて、付値斜体上の行列の行列式の付値を計算するという計算代数の問題を取り上げ、組合せ爆発を回避した効率的なアルゴリズムを設計している。さらに、組合せ最適化手法を利用して、微分代数方程式を数値的に解き易い等価な形に変形する手法を開発している。

本論文は「Computing Valuations of Determinants via Combinatorial Optimization: Applications to Differential Equations」(組合せ最適化による行列式の付値計算：微分方程式への応用)と題して、全部で９章からなる。

第１章「Introduction」（序論）では、行列式の付値、組合せ緩和法、微分代数方程式に関する背景を説明するとともに、本論文の主要な結果を概説している。

第２章「Preliminaries on Valuated Skew Field」（付値斜体に関する準備）では、特に、付値斜体上の行列に関して、本論文中で用いる既知の事実を概説している。特に、多項式行列の行列式の次数の一般化に対応する概念として、Dieudonné 行列式の付値が紹介されている。

第３章「Preliminaries on Discrete Convex Analysis」（離散凸解析に関する準備）では、本論文で利用される組合せ最適化手法として、マトロイドと離散凸解析に関する既知の事実を紹介している。

第４章「Computing Valuations of the Dieudonné Determinants」（Dieudonné 行列式の付値計算）では、付値斜体上の行列の Dieudonné 行列式の付値を計算する２種類のアルゴリズムを提案している。一方は、組合せ緩和法を適用したものであり、他方は、展開行列による表現と離散凸解析の双対定理に基づいている。どちらも組合せ爆発を回避した効率的なアルゴリズムとなっている。

第５章「Applications of Valuations of the Dieudonné Determinants」（Dieudonné 行列式の付値の応用）では、Dieudonné 行列式の付値計算の応用を論じている。特に、非可換な不定元を含む多項式行列の行列式次数を求める重み付き非可換Edmonds問題に対する多項式時間アルゴリズムを与えている。また、線形微分方程式や線形差分方程式に対して、解空間の次元を計算することが、Dieudonné行列式の付値計算に帰着されることも解説されている。

第６章「Structural Methods for Differential-Algebraic Equations」（微分代数方程式のための構造的手法）では、微分代数方程式に対して、数値的困難性の指標となる微分指数を減少させる既存手法を解説している。この手法は、変数と制約式との接続関係に注目した上で、組合せ最適化手法を利用した効率的なものであるが、稀に意図した指数減少が正しく行われない場合があるという欠点があることが説明されている。

第７章「Structural Modification for Linear DAEs with Mixed Matrices」（混合行列を伴う線形DAEの構造修正）では、混合行列を係数行列とする微分代数方程式に対して、既存の指数減少法が正しく動作することが保証されている形に等価変形する効率的な手法を設計している。混合行列は、システムの記述に現れる数値に正確なものと不正確なものがあることに注目し、不正確な数値を不定元として扱うことによって得られる行列である。これによって、広範な動的システムを記述できるとともに、正確で効率的な指数減少法が実現できている。

第８章「Structural Modification for Nonlinear DAEs」（非線形DAEの構造修正）では、非線形DAEに対して、必要最低限の数式処理演算を援用することに組合せ緩和法に基づく式変形を用いた指数減少法を開発している。若干の技術的仮定を満たす全ての非線形DAEに適用可能であることを証明すると共に、既存手法が正しく動作しないことが知られているベンチマーク問題に適用することで、提案手法の有効性を検証している。

最後に、第９章「Conclusion」（結論）では、本論文の成果を簡潔に纏めると共に、今後の研究課題を提示している。

以上を要するに、本論文は、数値解析、代数計算、組合せ最適化といった領域に関わる分野横断的な研究成果を纏めており、大きなスケールで精緻な理論を展開していると共に、実用上も有意義である。計算手法の研究に新たな境地を切り拓く、非常に質の高い貢献であり、数理情報学の発展に大きく寄与している。

よって本論文は博士（情報理工学）の学位請求論文として合格と認められる。