

東京大学 大学院新領域創成科学研究科
基盤科学研究系
先端エネルギー工学専攻

2022 年度

修士論文

ITG 乱流による電子・イオンエネルギー交換の
ジャイロ運動論的シミュレーション解析

2023 年 1 月 25 日提出
指導教員 洲鎌 英雄 教授

47216079 加藤 鉄志

目次

第 1 章	序論	3
1.1	磁場閉じ込め方式と乱流	3
1.2	乱流研究の動向	4
1.3	乱流エネルギー交換の先行研究と本研究の目的	5
第 2 章	理論背景	7
2.1	プラズマ物理の階層性	7
2.2	ジャイロ運動論的方程式	8
2.3	エントロピーバランス方程式	16
2.4	エネルギーバランス方程式	18
2.5	乱流エネルギー交換の性質と物理的解釈	18
第 3 章	GyroKinetic Vlasov code	21
3.1	フラックスチューブ座標	21
3.2	支配方程式	23
3.3	無次元化	24
3.4	離散化	24
3.5	エントロピーバランス方程式の計算	24
第 4 章	シミュレーション設定とその結果	27
4.1	シミュレーション設定	27
4.2	線形計算解析結果	28
4.3	非線形計算解析結果	31
第 5 章	結論	55

第 1 章

序論

1.1 磁場閉じ込め方式と乱流

太陽と同じエネルギー生成プロセスである核融合反応によって人類のエネルギーを賄おうという挑戦は前世紀から続く。核融合反応は水素などの軽い原子核が衝突し重い原子核を新たに形成する反応である。新しく生まれた重い原子核との質量は元々の軽い原子核の質量の合計よりも軽いため、その分の質量欠損が膨大なエネルギーとして放出される。このエネルギーを人類社会のエネルギー源として用いるためには、核融合反応を長時間維持する必要がある。しかし、原子核同士を衝突させるためにはクーロン障壁を上回るほど大きい運動エネルギーを原子核に与える必要がある。そのため、超高温プラズマを扱う必要がある。さらに、このように高いエネルギーを持った原子核を一定の領域に閉じ込めることができなければ、そのエネルギーが外に逃げてしまう。太陽は非常に強い重力がその役割を担っているが、地球上で重力を使ったプラズマ閉じ込めは不可能である。そこで考案されたのが強力な磁場を用いた磁場閉じ込め方式である。磁場閉じ込め方式にも、磁気モーメント保存を利用したミラー磁場閉じ込め方式、ドーナツ状に磁力線が閉じた磁場形状を持つトカマク方式や、ステラレーター・ヘリオトロンが含まれるヘリカル方式などがある。フランスで建設中の国際熱核融合実験炉 ITER や日本の JT60-SA は磁場閉じ込めのトカマク方式を採用している。建設完了後には実際にプラズマ燃焼実験を行い核融合原型炉や商用炉の建設のための研究を進める計画だ。

これまでも磁場閉じ込めプラズマについて研究がなされてきたが、その中で閉じ込め性能に対して乱流が大きく影響することが明らかになった。核融合プラズマ物理における乱流は、プラズマの密度や温度の勾配に起因する不安定性が作り出す電磁場や粒子分布関数の揺動が非線形相互作用することで発生する現象である。この揺動はマクロな分布よりは

るかに小さい揺動であるが，この乱流によって引き起こされる輸送は荷電粒子間のクーロン衝突に基づく古典・新古典輸送理論の予測よりもはるかに大きい。そのため，プラズマ乱流輸送に関する理論・シミュレーション研究が盛んに行われるようになった。

1.2 乱流研究の動向

プラズマ乱流の理論・シミュレーション解析に用いられる基礎方程式は，ジャイロ運動論と呼ばれる理論体系から構築される。ジャイロ運動論は強磁場中をジャイロ運動している荷電粒子が磁力線垂直方向にジャイロ半径程度の波長を持つ揺らぎに対してどのような運動をするのかを論じる運動論モデルである。ジャイロ運動論的方程式の取り扱う時空間スケールや簡単な導出は次章に譲るが，微視的不安定性や乱流を論じることに適した理論である。静電ポテンシャル揺動 [1] や電磁揺動 [2] の線形解析のための理論モデルや，非線形相互作用を取り入れたモデル [3] が発表されている。

乱流はプラズマ中の様々な微視的不安定性によって作り出される。それらの中には電子の小半径方向の温度勾配から駆動される電子温度勾配不安定 (Electron Temperature Gradient, 略して ETG) やイオンの温度勾配から誘起されるイオン温度勾配不安定性 (Ion Temperature Gradient, 略して ITG) バナナ軌道に捕捉された電子によって誘起される捕捉電子不安定性モード (Trapped Electron Mode, 略して TEM) などがある。本研究では ITG モードを取り扱うためその物理描像について触れておく。図 1.1 はトーラ

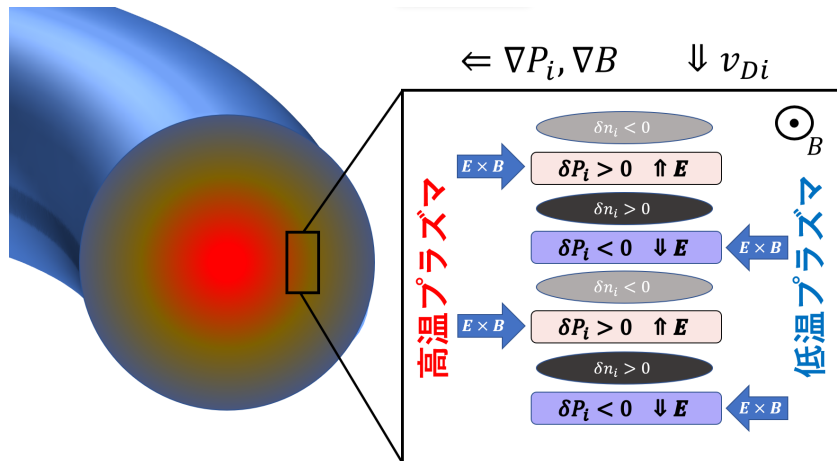


図 1.1: ITG モード不安定性 [4]

ス磁場配位における ITG モードの物理描像を示す [4]。一般的にトーラス磁場閉じ込めではトーラス小半径方向の内側で高温となり外側で低温となるため、急激な温度勾配が生じる。磁力線垂直方向にドリフトする ∇B -曲率ドリフト速度は粒子速度に依存するため、ドリフト方向にイオン温度分布の揺動 (図中の δP_i) が生ずるとドリフト速度にも差が生まれる。その差によって密度の疎密領域 (図中の δn_i) が生まれ、荷電分離を打ち消すための電場 E が発生する。こうしてできた電場と背景磁場によって $\mathbf{E} \times \mathbf{B}$ ドリフトが誘起され、温度揺動振幅を増長させる。これによって微視的不安定性が線形成長することになる。やがて線形成長した異なる波数の揺動同士で非線形相互作用を引き起こし、乱流が現れる。

乱流は多角的な視点から研究がなされている。ジャイロ運動論的数値シミュレーションを用いて熱輸送フラックスを計算したり [5, 6], ヘリカル磁場配位における ITG モードの不安定性 [7] や熱フラックス [8] について調べられている。また、乱流揺動のエントロピーに着目しエントロピーバランスの構成や波数モード間のエントロピー移送も明らかにされている [9–12]。近年では、単一の不安定性の波数領域のみを調べるのではなく、マルチスケールの数値シミュレーションも行われている [13]。他には、乱流シミュレーションの計算コストを削減するために、乱流輸送をより簡単に予測できるモデル開発の研究も進んでいる。準線形モデルはそのうちの 1 つである。不安定性が顕著な波数モードの線形計算から非線形計算で得られる粒子・熱フラックスを予測するモデルであり、精度よく予測がなされている [14–18]。これらの研究から得られた局所的な乱流輸送のモデルが、プラズマのグローバルな密度・温度分布を予測するためのシミュレーションに用いられる。

1.3 乱流エネルギー交換の先行研究と本研究の目的

前節で紹介したのは主に乱流による粒子・熱の輸送に焦点を当てた研究であった。しかし、乱流は粒子・熱の輸送フラックスを発生するだけでなく、異粒子種間のエネルギー交換にも寄与することが知られている。ジャイロ運動論を用いて理論的に定式化されている [11, 12]。[11, 12] では乱流のエントロピー・エネルギーバランス方程式を導出するとともに、電磁揺動による乱流エネルギー交換を定式化した。また、ジャイロ運動論的シミュレーションによって乱流エネルギー交換を計算した先行研究も存在する。[19] は DIII-D Lmode shot No. 101391 のプラズマ条件のもと、グローバルシミュレーションを用いて熱フラックスに対する乱流エネルギー交換を比較した結果、局所的に 10% 以下となることを示した。また、[20] では DIII-D shot 128913 のプラズマ条件をもとに、乱流エネルギー交換の有無によって電子・イオン温度のグローバルプロファイルがあまり変化しない

ことを示した。

一方、これらの先行研究の中でいずれも衝突によるエネルギー交換との比較が行われておらず、衝突周波数や電子・イオンの温度比のプラズマ条件が変化する場合における乱流によるエネルギー交換の影響が明らかにされていない。例えば、核融合反応によって生じた α 粒子により加熱された電子からイオンへのエネルギー伝達に対する乱流の影響を評価することは重要である。特に衝突エネルギー交換は同じ密度でもプラズマ温度が上昇するにしたがって衝突周波数が小さくなり、エネルギー交換量は小さくなる。その場合、エネルギー交換項としては衝突より乱流の影響が支配的になると考えられる。しかし、大域的輸送シミュレーションコードでは衝突エネルギー交換の影響を含めているが、乱流によるエネルギー交換は含まれていない [21]。ITER や JT60-SA のような超高温プラズマの影響を論じる場合は、衝突と乱流のエネルギー交換の影響を定量的に比較する必要がある。

そのため、本研究ではジャイロ運動論的シミュレーションを用いて、トカマクプラズマにおける電子・イオン間のエネルギー交換に対する ITG 乱流と衝突の影響を比較し、ITG 乱流によるエネルギー交換の相対的な大きさや電子・イオン間のエネルギー伝達の向きが、衝突周波数や電子とイオンの温度比にどのように依存するのかを定量的に明らかにする。また、エントロピーバランスの観点から、乱流エネルギー交換の役割を論じ、波数空間スペクトル解析により、乱流揺動によるエントロピー伝達過程を詳細に調べる。

第 2 章

理論背景

2.1 プラズマ物理の階層性

核融合プラズマは荷電粒子の集合体である。これらはお互いの電荷との相互作用や、外部から印加された電磁場によって興味深い物理を見せる。磁場閉じ込め方式においては外部磁場によってプラズマを閉じ込めるため、ミクロスケールではサイクロトロン運動、マクロスケールにおいては電磁流体としての挙動を示す。図 2.1 には核融合プラズマ物理の時間・空間スケールとその物理対象が示されている。プラズマ物理においては時空間スケールに合う適切な近似を施すことで、関心のある物理現象を論じるのが一般的である。Vlasov/Boltzmann 運動論モデルは第一原理として広範囲のプラズマ物理を取り扱うことができる。特にサイクロトロン周波数帯の荷電粒子と波動の相互作用を捉えることができるため、高周波ビーム加熱や波動伝播解析などで活用される。

ジャイロ運動論はサイクロトロン周波数帯よりも十分ゆっくりで、磁力線平行方向には装置スケール、垂直方向にはサイクロトロン半径程度の波長を持つ揺動に関するプラズマ物理に適した運動論モデルである。詳細は次節で述べるが、微視的不安定性や非線形相互作用からくる乱流の解析に用いられる。

さらにマクロな物理現象を論じる時には、プラズマを電磁流体とみなしてその流体方程式を解くことがある。MHD モデルは核融合プラズマのマクロな物理現象に適しており、磁場閉じ込め核融合プラズマの磁場や圧力分布の平衡や安定性の解析に用いられる。

ここで気を付けるべきことは、それぞれの物理モデルは他の時空間スケールの現象を捉えることができないことである。ジャイロ運動論モデルはサイクロトロン運動を粗視化して速度空間を 1 次元落としているため、計算コストを削減することができるが、サイクロトロン共鳴のような高周波領域の現象を扱うことができない。また MHD モデルが取り

扱うような巨視的スケールの運動と比較すると、ジャイロ運動論の取り扱う微視的揺動は非常に小さく、また微視的揺動の時間スケールでは背景のマクロなプラズマ分布はまるで時間変化しないように見える。このようにプラズマ物理モデル間には時空間スケールの隔たりがあるため、補完し合う必要がある。

プラズマの輸送研究はその一例である。磁場閉じ込め核融合プラズマの密度と内部エネルギー (圧力) の平衡分布解析のような最もマクロな近似では、密度と圧力が等磁気面 (小半径) において一定であると考えられる。そのため、プラズマの密度 n と圧力 p を小半径 r の関数とみなして、これらの時間発展を記述した方程式を 1 次元輸送方程式といい、以下の式で表す。

$$\frac{\partial n_e}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \Gamma_e) = 0 \quad (2.1)$$

$$\frac{3}{2} \frac{\partial p_e}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[r \left(\Theta_e + \frac{5}{2} T_e \Gamma_e \right) \right] = J_E X_E - W_{ie} \quad (2.2)$$

$$\frac{3}{2} \frac{\partial p_i}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[r \left(\Theta_i + \frac{5}{2} T_i \Gamma_i \right) \right] = W_{ie} \quad (2.3)$$

ここで $T, \Theta, \Gamma, W_{ie}, J_E X_E$ はそれぞれ、温度、熱フラックス、粒子フラックス、電子からイオンに流れるエネルギー交換、ジュール加熱を表している。下付き文字 e, i は電子とイオンをそれぞれ示す。このように密度・圧力分布の時間発展を調べるには、フラックスとエネルギー交換、ジュール加熱の影響をそれぞれ見積もる必要がある。しかし、フラックスやエネルギー交換には乱流の影響が含まれているため、マクロな物理モデルのみでは取り扱うことができない。そのため、よりミクロスケールを対象としたジャイロ運動論モデルから得られた乱流フラックスをマクロな輸送シミュレーションに受け渡すことで初めてマクロなプラズマ密度・圧力分布を計算することができる。

このように、プラズマ物理を扱う上で時空間スケールを明らかにすることが重要となる。本研究で取り扱うジャイロ運動論は図 2.1 に示されるスケールに適した理論モデルであり、微視的不安定性やその非線形相互作用から生ずる乱流状態を取り扱うことができる。

2.2 ジャイロ運動論の方程式

はじめにジャイロ運動論の方程式の導出を行う。実際には磁気圧に対してプラズマ圧力が大きくなると磁場揺動も考慮する必要があるが、ここでは簡単のため、静電近似 (磁場揺動がない) を用い、背景電場がないことを仮定したジャイロ運動論の方程式を導出する。

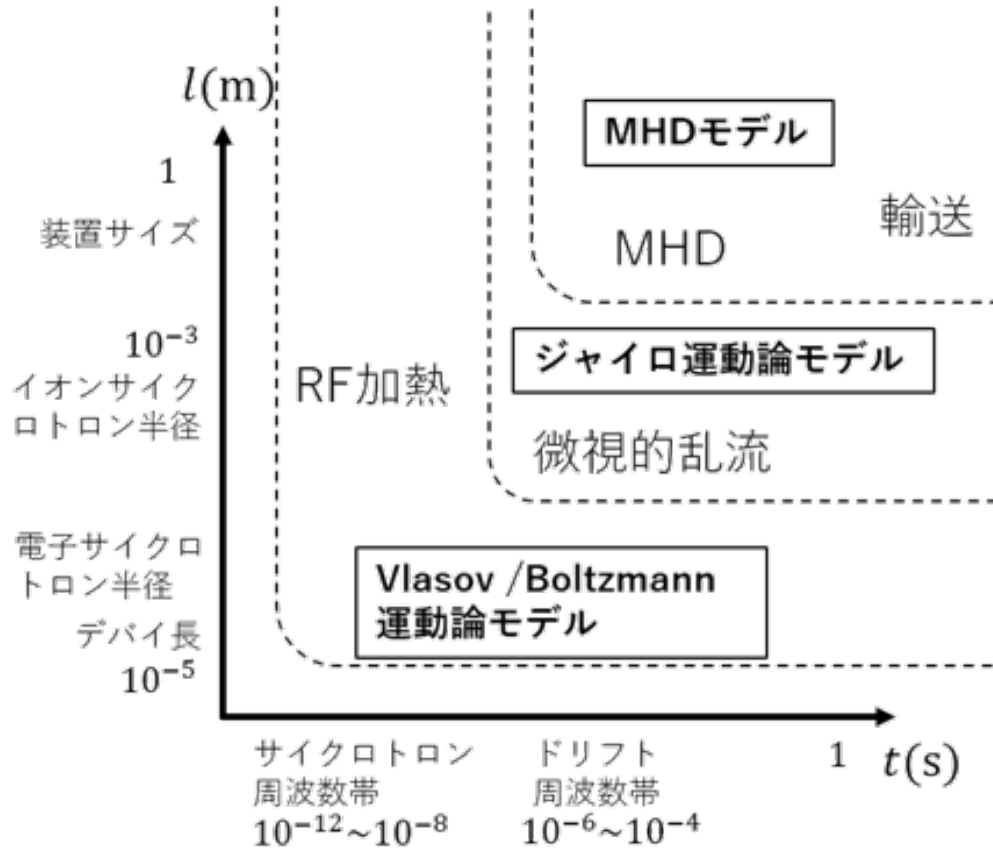


図 2.1: プラズマ物理の階層性 (ここでは電子密度 $n_e = 1 \times 10^{20} [\text{m}^{-3}]$, 温度 $T_i = T_e = 1 [\text{keV}]$, 磁場強度 $B = 1 [\text{T}]$ の場合を示している)

まず, 第一原理として Boltzmann 方程式から出発する。6 次元位相空間上の s 種粒子 (電子やイオン) に対する粒子分布関数 $F_s(\mathbf{x}, \mathbf{v}, t)$ の時間発展は

$$\frac{dF_s}{dt} = \left(\frac{\partial}{\partial t} + \dot{\mathbf{x}} \cdot \nabla + \dot{\mathbf{v}} \cdot \frac{\partial}{\partial \mathbf{v}} \right) F_s(\mathbf{x}, \mathbf{v}, t) = C_s \quad (2.4)$$

と書き表せる。ここで, C_s はクーロン衝突項を示している。電磁場中の荷電粒子はローレンツ力が働くため,

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{v}, \dot{\mathbf{v}} = \frac{e_s}{m_s} \left(\tilde{\mathbf{E}} + \frac{1}{c} \mathbf{v} \times \mathbf{B} \right) \quad (2.5)$$

となる。ここで, $\tilde{\mathbf{E}}$ は電場揺動を表しており, 静電ポテンシャル揺動 $\phi(\mathbf{x}, t)$ を用いると

$$\tilde{\mathbf{E}} = -\nabla \phi(\mathbf{x}, t) \quad (2.6)$$

と表せる。また、 $\mathbf{B}(\mathbf{x})$ は定常的な外部磁場を示す。分布関数も

$$F_s(\mathbf{x}, \mathbf{v}, t) = f(\mathbf{x}, \mathbf{v}) + \tilde{f}(\mathbf{x}, \mathbf{v}, t) \quad (2.7)$$

のように定常成分 $f(\mathbf{x}, \mathbf{v})$ と摂動成分 $\tilde{f}(\mathbf{x}, \mathbf{v}, t)$ に分解することができる (図 2.2)。これらを共に式 (2.4) に代入し、定常成分と摂動成分に分けて書くとそれぞれ

$$\left(\mathbf{v} \cdot \nabla + \frac{e_s}{m_s c} \mathbf{v} \times \mathbf{B} \cdot \frac{\partial}{\partial \mathbf{v}} \right) f_s(\mathbf{x}, \mathbf{v}) = \sum_b C_{sb}(f_s, f_b) \quad (2.8)$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla + \frac{e_s}{m_s} \left(\tilde{\mathbf{E}} + \frac{1}{c} \mathbf{v} \times \mathbf{B} \right) \cdot \frac{\partial}{\partial \mathbf{v}} \right) \tilde{f}_s(\mathbf{x}, \mathbf{v}, t) + \frac{e_s}{m_s} \tilde{\mathbf{E}} \cdot \frac{\partial f_s}{\partial \mathbf{v}} = C_s^L(\tilde{f}_s) \quad (2.9)$$

となる。ただし、 $C_s^L(\tilde{f}_s)$ は定常成分と摂動成分の分布関数の衝突を表しており、摂動量としては 1 次である。また、電場・分布関数の揺動を同時に含む非線形項が (2.9) 式に含まれている。しかし、その定常成分は (2.11) 式で定義されるオーダーリングパラメータ δ に関して 2 次の微小量で、(2.8) 式では無視されている。

強い磁場中の荷電粒子の運動を考えたときに、磁力線垂直方向にはローレンツ力が働き自由に動くことはできないが、磁力線平行方向にはスムーズに移動することができる。このことから、 $\tilde{\mathbf{E}}$ や \tilde{f}_s のような摂動量には次のような性質があると考えられる。磁力線平行方向に対しては巨視的スケール長 L (一般的には装置サイズや外部磁場の勾配長) で緩やかに変化し、磁力線垂直方向にはジャイロ半径 ρ 程度の波長で素早く振動する。このような性質を持つ任意の摂動量 $\tilde{Q}(\mathbf{x}, t)$ を表すとき、アイコナール $S_{\mathbf{k}_\perp}(\mathbf{x}, t)$ と呼ばれる位相を用いて

$$\tilde{Q}(\mathbf{x}, t) = \sum_{\mathbf{k}_\perp} \tilde{Q}_{\mathbf{k}_\perp}(\mathbf{x}, t) \exp(iS_{\mathbf{k}_\perp}(\mathbf{x}, t)) \quad (2.10)$$

のように書くことができる。ここで $\mathbf{k}_\perp = \nabla S_{\mathbf{k}_\perp}$ であり、摂動量 \tilde{Q} の磁力線垂直方向の波数ベクトルとなる。このような摂動量の表示を WKB 近似、バレーニング表示、もしくはアイコナール表示と呼ぶ。この表式は磁力線垂直方向の波数の固有モードをかき集めたものであるが、磁力線平行方向の揺動は各固有モードの振幅成分 $\tilde{Q}_{\mathbf{k}_\perp}$ に含まれている。

前節で時空間スケールに適した近似を行うことで対象とする物理現象を捉えることができることを説明したが、ジャイロ運動論においてもジャイロ運動論的オーダーリングがその役目を果たす。摂動量の各物理量に対して以下の関係が満たされることを仮定する。

$$\frac{\tilde{f}_s}{f_s} \sim \frac{e_s \phi}{T_s} \sim \frac{\omega}{\Omega} \sim \frac{k_\parallel}{k_\perp} \sim \frac{\rho_s}{L} \sim \delta \ll 1 \quad (2.11)$$

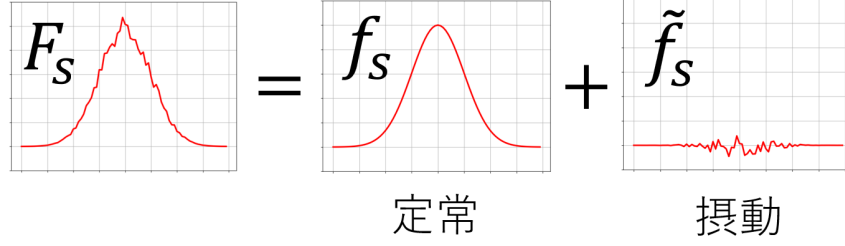


図 2.2: プラズマの分布関数の定常成分と摂動成分の分解

ただし, T_s, Ω_s, ρ_s は温度, サイクロトロン周波数, ジャイロ半径を表している。また, $\omega, k_{\parallel}, k_{\perp}$ は摂動量の振動周波数, 磁力線平行方向の波数, 垂直方向の波数をそれぞれ表しており, これらの比を摂動パラメータ δ で表すことにする。

式 (2.11) では分布関数の定常成分と摂動成分の比を摂動パラメータとして分けている。これは図 2.2 に示したように, 摂動分布関数は定常成分の上でゆらゆらと揺れている状態であり, 定常成分と比べて非常に小さい揺れであることを示している。それとは別で分布関数自体も次のように摂動展開できる。

$$f_s = f_{s0} + f_{s1} + f_{s2} + \dots, \quad \tilde{f}_s = \tilde{f}_{s1} + \tilde{f}_{s2} + \tilde{f}_{s3} + \dots \quad (2.12)$$

ただし, 下付き添え字の番号は摂動展開のオーダーを示している。さらに, 速度座標系を変換する。 $\mathbf{v} = (v_x, v_y, v_z) \rightarrow \mathbf{v}' = (\varepsilon, \mu, \xi)$ のような座標変数変換をして,

$$\varepsilon = \frac{1}{2} m_s v^2, \mu = \frac{m_s v_{\perp}^2}{2B}, \frac{\mathbf{v}}{v_{\perp}} = \cos \xi \mathbf{e}_1 + \sin \xi \mathbf{e}_2 \quad (2.13)$$

と定義し ε, μ, ξ はそれぞれ粒子の運動エネルギー, 磁気モーメント, サイクロトロン運動の位相を表している。ここで速度ベクトル $\mathbf{v} = v_{\parallel} \mathbf{b} + \mathbf{v}_{\perp}$ ($v_{\parallel} = \mathbf{v} \cdot \mathbf{b}, \mathbf{b} = \mathbf{B}/B$) のように磁力線平行方向成分 v_{\parallel} と垂直方向成分 v_{\perp} に分解でき, 磁力線平行方向の単位ベクトル \mathbf{b} とそれに直交する単位ベクトル $\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2$ が正規直交基底を成している。

このように (\mathbf{x}, \mathbf{v}) から $(\mathbf{x}, \varepsilon, \mu, \xi)$ への速度座標変数変換を行うことで, $\nabla, \partial/\partial \mathbf{v}$ による偏微分が

$$\nabla = \nabla' - [\mu \nabla B + m_s v_{\parallel} (\nabla \mathbf{b} \cdot \mathbf{v})] \frac{\partial}{\partial \mu} + \left[(\nabla \mathbf{e}_2) \cdot \mathbf{e}_1 + \frac{v_{\parallel}}{v_{\perp}^2} (\nabla \mathbf{b}) \cdot (\mathbf{v} \times \mathbf{b}) \right] \frac{\partial}{\partial \xi} \quad (2.14)$$

$$\frac{\partial}{\partial \mathbf{v}} = m_s \left(\mathbf{v} \frac{\partial}{\partial \varepsilon} + \mathbf{v}_\perp \frac{\partial}{B \partial \mu} \right) + \frac{\mathbf{b} \times \mathbf{v}}{v_\perp^2} \frac{\partial}{\partial \xi} \quad (2.15)$$

ここで、 ∇ は (\mathbf{x}, \mathbf{v}) 座標系において \mathbf{v} を固定したときの \mathbf{x} に関する偏微分であり、 ∇' は $(\mathbf{x}, \varepsilon, \mu, \xi)$ 座標系において (ε, μ, ξ) を固定したときの \mathbf{x} に関する偏微分を表している。

以上でジャイロ運動論的方程式の導出のための準備が整った。これから摂動展開パラメータ δ のオーダーごとに摂動展開を行い、各オーダーの定常・摂動分布関数の表式または満たすべき方程式を導出する。まず、定常成分の分布関数の δ における最低次数 $\mathcal{O}(\delta^{-1})$ を抽出すると、 ξ による偏微分項のみが残り、

$$\frac{\partial f_{s0}}{\partial \xi} = 0 \quad (2.16)$$

となる。これは定常分布関数 f_{s0} は $(\mathbf{x}, \varepsilon, \mu, \xi)$ 座標系で表現すると ξ に依存しないことを示している。ここで、 f_{s0} を局所 Maxwell 分布関数 f_{sM} によって与えられるものと仮定する。Maxwell 分布関数同士の衝突は分布関数に影響を及ぼさないため、十分衝突を起こして定常状態になったらプラズマの分布関数が Maxwell 分布になると仮定するのが一般的である。今回も十分な衝突によって定常状態になった分布関数として Maxwell 分布を用いる。

$$f_{sM} = n_s \left(\frac{m_s}{2\pi T_s} \right)^{\frac{3}{2}} \exp \left(-\frac{\varepsilon}{T_s} \right) \quad (2.17)$$

Maxwell 分布関数は磁気モーメント μ にも依存しないが、粒子の運動エネルギー ε (定常的な静電ポテンシャルがある場合は粒子の運動エネルギーとその和) には依存する。また、平衡密度 n_s と平衡温度 T_s も Maxwell 分布関数に現れる。詳細は後述するが、平衡分布に空間依存性がある時は微視的不安定性が生じる原因となる。

次に、式 (2.8) における次の次数 $\mathcal{O}(\delta^0)$ の項を抽出し整理すると

$$\mathbf{v} \cdot \nabla' f_{sM} - \Omega_s \frac{\partial f_{s1}}{\partial \xi} = 0 \quad (2.18)$$

となる。両辺を ξ で周回積分すると、 $\oint \mathbf{v}_\perp d\xi = 0$, $\oint (\partial/\partial \xi) d\xi = 0$ となることから

$$v_\parallel \mathbf{b} \cdot \nabla' f_{sM} = 0 \quad (2.19)$$

となる。式 (2.18), (2.19) の差を取ると

$$\mathbf{v}_\perp \cdot \nabla' f_{sM} - \Omega_s \frac{\partial f_{s1}}{\partial \xi} = 0 \quad (2.20)$$

となる。 ξ に関して積分することで 1 次オーダーの定常分布関数の表式を求めることができ、

$$f_{s1} = -\boldsymbol{\rho}_s \cdot \nabla' f_{sM} + \langle f_{s1} \rangle \quad (2.21)$$

ここで、 $\boldsymbol{\rho}_s = \mathbf{b} \times \mathbf{v} / \Omega_s$ はジャイロ半径ベクトルを表し、 $\langle f_{s1} \rangle$ は f_{s1} のジャイロ位相平均を表している。 $\langle f_{s1} \rangle$ が満たすべき条件式は (2.8) 式における $\mathcal{O}(\delta)$ の式から導かれる。

次に摂動分布関数における最低次数 $\mathcal{O}(\delta^0)$ の項を調べる。ここで、式 (2.10) で示したように、1 次の摂動分布関数 \tilde{f}_{s1} をバレーニング表示すると、

$$\tilde{f}_s(\mathbf{x}, \mathbf{v}, t) = \sum_{\mathbf{k}_\perp} \tilde{f}_{\mathbf{k}_\perp}(\mathbf{x}, \mathbf{v}, t) \exp(iS_{\mathbf{k}_\perp}(\mathbf{x}, t)) \quad (2.22)$$

となる。この式をそのまま式 (2.9) に代入すると、最低次のオーダーでは

$$\begin{aligned} \left(i\mathbf{k}_\perp \cdot \mathbf{v}_\perp - \Omega_s \frac{\partial}{\partial \xi} \right) \tilde{f}_{s1\mathbf{k}_\perp} &= -\Omega_s \exp(-i\mathbf{k}_\perp \cdot \boldsymbol{\rho}_s) \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\exp(i\mathbf{k}_\perp \cdot \boldsymbol{\rho}_s) \tilde{f}_{s1\mathbf{k}_\perp} \right) \\ &= -i(\mathbf{k}_\perp \cdot \mathbf{v}_\perp) \frac{e_s \phi_{\mathbf{k}_\perp}}{T_s} f_{sM} \end{aligned} \quad (2.23)$$

の関係式を得ることができる。この式の両辺に $\exp(i\mathbf{k}_\perp \cdot \boldsymbol{\rho}_a)$ をかけて ξ に関して積分すると

$$\tilde{f}_{s1\mathbf{k}_\perp} = -\frac{e_s \phi_{\mathbf{k}_\perp}}{T_s} f_{sM} + h_{s\mathbf{k}_\perp} \exp(-i\mathbf{k}_\perp \cdot \boldsymbol{\rho}_s) \quad (2.24)$$

のように粒子摂動分布関数を書き表すことができる。式 (2.24) において第 1 項は静電ポテンシャル揺動に対する分布関数の断熱応答成分であり、第 2 項は ξ 積分で出てくる積分定数であり、非断熱応答成分を表し、 $h_{s\mathbf{k}_\perp}$ はジャイロ位相 ξ に依存しない。非断熱応答成分が実際の乱流輸送やエネルギー交換を引き起こす原因となる。今のままでは非断熱応答成分の満たすべき条件式が分からないため、(2.9) 式における次のオーダー $\mathcal{O}(\delta)$ について調べると

$$\begin{aligned} \left(i\mathbf{k}_\perp \cdot \mathbf{v} - \Omega_s \frac{\partial}{\partial \xi} \right) \tilde{f}_{s2\mathbf{k}_\perp} &= -\Omega_s \exp(-i\mathbf{k}_\perp \cdot \boldsymbol{\rho}_s) \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\exp(i\mathbf{k}_\perp \cdot \boldsymbol{\rho}_s) \tilde{f}_{s2\mathbf{k}_\perp} \right) \\ &= \left(-\frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla \right) \tilde{f}_{s1\mathbf{k}_\perp} + i \frac{e_s}{m_s} \phi_{\mathbf{k}_\perp} \mathbf{k}_\perp \cdot \frac{\partial f_{s1}}{\partial \mathbf{v}} - \frac{e_s}{T_s} f_{sM} \mathbf{v} \cdot \nabla \phi_{\mathbf{k}_\perp} \\ &\quad + i \frac{e_s}{m_s} \sum_{\mathbf{k}'_\perp + \mathbf{k}''_\perp = \mathbf{k}_\perp} \phi_{\mathbf{k}'_\perp} \mathbf{k}'_\perp \cdot \frac{\partial \tilde{f}_{s1\mathbf{k}''_\perp}}{\partial \mathbf{v}} + C_s^L(\tilde{f}_{s1\mathbf{k}_\perp}) \end{aligned} \quad (2.25)$$

の関係式を得ることができる。ここで両辺に $\exp(\mathbf{k}_\perp \cdot \boldsymbol{\rho}_s)$ をかけ、 ξ に関する周回積分を取ると、

$$\langle \exp(i\mathbf{k}_\perp \cdot \boldsymbol{\rho}_s) [\text{RHS of Eq.(2.25)}] \rangle = 0 \quad (2.26)$$

となる。これから摂動分布関数における非断熱応答成分の条件式が分かり、

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + v_\parallel \mathbf{b} \cdot \nabla' + i\mathbf{k}_\perp \cdot \mathbf{v}_{ds} \right) h_{s\mathbf{k}_\perp} - \langle \exp(i\mathbf{k}_\perp \cdot \boldsymbol{\rho}_s) C_s^L(\exp(-i\mathbf{k}_\perp \cdot \boldsymbol{\rho}_s) h_{s\mathbf{k}_\perp}) \rangle$$

$$\begin{aligned}
&= f_{sM} J_0(k_\perp \rho_s) \frac{e_s}{T_s} \left[\frac{\partial}{\partial t} + i \mathbf{k}_\perp \cdot \mathbf{b} \times \frac{c T_s}{e_s B} \left\{ \nabla \ln n_s + \left(\varepsilon - \frac{3}{2} \right) \nabla \ln T_s \right\} \right] \phi_{\mathbf{k}_\perp} \\
&+ \frac{c}{B} \sum_{\mathbf{k}'_\perp + \mathbf{k}''_\perp = \mathbf{k}_\perp} [\mathbf{b} \cdot (\mathbf{k}'_\perp \times \mathbf{k}''_\perp)] J_0(k'_\perp \rho_s) \phi_{\mathbf{k}'_\perp} h_{s\mathbf{k}''_\perp}
\end{aligned} \tag{2.27}$$

としてジャイロ運動論的方程式を求めることができる。ここで、磁力線垂直方向のドリフト速度 $\mathbf{v}_{ds} = \mathbf{v}_{s\nabla B} + \mathbf{v}_{s,c} = c\mathbf{b} \times \left(\mu \nabla B + m_s v_\parallel^2 \mathbf{b} \cdot \nabla \mathbf{b} \right)$ としている。右辺の $\nabla \ln n_s, \nabla \ln T_s$ の項は線形不安定性のソースであり密度・温度勾配が存在するときに不安定性を駆動させ、非断熱摂動分布関数を作り出している。波数の組み合わせで総和を取る最後の項は揺動によって発生する電場 $\tilde{\mathbf{E}}$ による $\mathbf{E} \times \mathbf{B}$ ドリフトを示しており、これが異なる波数の間の非線形相互作用を引き起こし乱流を発生させる。

揺動電場は Poisson 方程式によって求められる。

$$\nabla^2 \phi = -4\pi \sum_s e_s \tilde{n}_s \tag{2.28}$$

ここで揺動密度 $\tilde{n}_s = \int \tilde{f}_s d^3v$ と定義する。(2.24) 式を用いると δ 展開の最低次数において、バルーニング表示による Poisson 方程式は

$$(k_\perp^2 + \lambda_D^{-2}) \phi_{\mathbf{k}_\perp} = 4\pi \sum_s e_s \int_0^\infty d\varepsilon \int_0^{\varepsilon/B} d\mu \sum_{\sigma=\pm 1} \frac{2\pi B}{m_s^2 |v_\parallel|} J_0 h_{s\mathbf{k}_\perp} \tag{2.29}$$

と書ける。ここで、 $\lambda_D = (4\pi \sum_s n_s e_s^2 / T_s)^{1/2}$ は Debye 長である。 $k_\perp^2 \ll \lambda_D^{-2}$ のときは Poisson 方程式における k_\perp^2 の項を無視することができ、準中性近似 $\sum_s e_s \tilde{n}_s = 0$ に帰着する。また、 ε と μ の二重積分は速度空間積分を表し、速度空間変数変換による Jacobian は $|\partial \mathbf{v} / \partial (\varepsilon, \mu, \xi)| = B / (m_s^2 |v_\parallel|)$ となり、 σ は磁力線平行方向速度の向きを示している。

これまでは粒子位置の摂動分布関数について議論してきたが、ジャイロ中心位置の摂動分布関数もシミュレーションで用いられるためその関係性について触れておく。ジャイロ中心の位置ベクトル $\mathbf{X} = \mathbf{x} - \boldsymbol{\rho}_s$ と定義して、ジャイロ中心位置でのバルーニング表示を

$$h_s(\mathbf{X}, \varepsilon, \mu, t) = \sum_{\mathbf{k}_\perp} h_{s\mathbf{k}_\perp} \exp(i\mathbf{k}_\perp \cdot \mathbf{X}) = \sum_{\mathbf{k}_\perp} h_{s\mathbf{k}_\perp} \exp(i\mathbf{k}_\perp \cdot (\mathbf{x} - \boldsymbol{\rho}_s)) \tag{2.30}$$

と表す。このような関係性から (2.24) 式を実空間表示に書き直すと

$$\tilde{f}_s(\mathbf{x}, \varepsilon, \mu, \xi, t) = -\frac{e_s \phi(\mathbf{x}, t)}{T_s} f_{sM}(\mathbf{X}, \varepsilon) + h_s(\mathbf{x} - \boldsymbol{\rho}_s, \varepsilon, \mu, t) \tag{2.31}$$

となる。ここでジャイロ中心位置 \mathbf{X} を固定したままジャイロ位相 ξ 平均を取ると

$$\tilde{f}_s^{(g)}(\mathbf{X}, \varepsilon, \mu, t) = \langle \tilde{f}_s(\mathbf{X} + \boldsymbol{\rho}_s, \varepsilon, \mu, \xi, t) \rangle = -\frac{e_s \langle \phi(\mathbf{X} + \boldsymbol{\rho}_s, t) \rangle}{T_s} f_{sM}(\mathbf{X}, \varepsilon) + h_s(\mathbf{X}, \varepsilon, \mu, t) \tag{2.32}$$

となる。これらの関係から実空間表示における粒子位置とジャイロ中心位置の摂動分布関数の関係は以下のように書き表すことができる。

$$\tilde{f}_s(\mathbf{x}, \varepsilon, \mu, \xi, t) = \tilde{f}_s^{(g)}(\mathbf{x} - \boldsymbol{\rho}_s, \varepsilon, \mu, t) - f_{sM}(\mathbf{x}, \varepsilon) \frac{e_s}{T_s} [\phi(\mathbf{x}, t) - \langle \phi(\mathbf{X} + \boldsymbol{\rho}_s, t) \rangle_{\mathbf{X}=\mathbf{x}-\boldsymbol{\rho}_s}] \quad (2.33)$$

上式を見て分かるように、粒子位置とジャイロ中心位置の摂動分布関数の差は、右辺第二項に示されているように、有限ジャイロ半径効果からくる静電ポテンシャル揺動の分極効果によって発生する。また、ジャイロ中心位置の摂動分布関数を実空間からもう一度波数空間表示すると

$$\tilde{f}_{s\mathbf{k}_\perp}^{(g)} = -J_0(k_\perp \rho_s) \frac{e_s \phi_{\mathbf{k}_\perp}}{T_s} f_{sM} + h_{s\mathbf{k}_\perp} \quad (2.34)$$

$$\tilde{f}_{s\mathbf{k}_\perp} = \tilde{f}_{s\mathbf{k}_\perp}^{(g)} \exp(-i\mathbf{k}_\perp \cdot \boldsymbol{\rho}_s) - f_{sM} \frac{e_s \phi_{\mathbf{k}_\perp}}{T_s} [1 - \exp(-i\mathbf{k}_\perp \cdot \boldsymbol{\rho}_s) J_0(k_\perp \rho_s)] \quad (2.35)$$

と書き表せる。ここで J_0 は 0 次の第 1 種ベッセル関数を表しており、ジャイロ位相平均からくる係数である。ジャイロ運動論における基本方程式 (2.25), (2.29) は非断熱摂動分布関数 $h_{s\mathbf{k}_\perp}$ を用いて書いている。しかしジャイロ中心摂動分布関数 $\tilde{f}_{s\mathbf{k}_\perp}^{(g)}$ によってあらわすこともでき、(2.34) 式を用いて書き直すと

$$\begin{aligned} & \left(\frac{\partial}{\partial t} + v_\parallel \mathbf{b} \cdot \nabla' + i\mathbf{k}_\perp \cdot \mathbf{v}_{ds} \right) \tilde{f}_{s\mathbf{k}_\perp}^{(g)} - \left\langle \exp(i\mathbf{k}_\perp \cdot \boldsymbol{\rho}_s) C_s^L(\tilde{f}_{s\mathbf{k}_\perp}) \right\rangle \\ &= f_{sM} J_0(k_\perp \rho_s) \frac{e_s}{T_s} \left[-v_\parallel \mathbf{b} \cdot \nabla' - i\mathbf{k}_\perp \cdot \mathbf{v}_d + i\mathbf{k}_\perp \cdot \mathbf{b} \times \frac{cT_s}{e_s B} \left\{ \nabla \ln n_s + \left(\varepsilon - \frac{3}{2} \right) \nabla \ln T_s \right\} \right] \phi_{\mathbf{k}_\perp} \\ &+ \frac{c}{B} \sum_{\mathbf{k}'_\perp + \mathbf{k}''_\perp = \mathbf{k}_\perp} [\mathbf{b} \cdot (\mathbf{k}'_\perp \times \mathbf{k}''_\perp)] J_0(k'_\perp \rho_s) \phi_{\mathbf{k}'_\perp} h_{s\mathbf{k}''_\perp} \end{aligned} \quad (2.36)$$

$$k_\perp^2 \phi_{\mathbf{k}_\perp} = 4\pi \sum_s e_s \left[\int_0^\infty d\varepsilon \int_0^{\varepsilon/B} d\mu \sum_{\sigma=\pm 1} \frac{2\pi B}{m_s^2 |v_\parallel|} J_0 \tilde{f}_{s\mathbf{k}_\perp}^{(g)} - \frac{e_s \phi_{\mathbf{k}_\perp} n_s}{T_s} \{1 - \Gamma_0(b_s)\} \right] \quad (2.37)$$

となる。ただし、 $b_s = k_\perp^2 \rho_{ts}^2 \left[\rho_{ts} = (T_s/m_s)^{1/2} / |\Omega_s| \right]$, $\Gamma_0(b_s) = I_0(b_s) \exp(-b_s)$ で定義しており、 I_0 は 0 次の変形ベッセル関数を示す。

以上に示したジャイロ運動論的方程式と Poisson 方程式を連立して解くことにより摂動分布関数の時間・空間変化を計算することができ、後に示す粒子・熱フラックスやエネルギー交換について求めることができる。

2.3 エントロピーバランス方程式

ここではジャイロ運動論的方程式から得られる揺動エントロピーのバランス方程式 [11, 12] について紹介する。前節まではジャイロ運動論的方程式を導出するため静電近似を用いて磁場の揺動成分は 0 と仮定したが、プラズマ圧力と磁気圧の比であるプラズマ β 値が高くなるにつれて、静電近似は有効でなくなる。ここからは、磁場の揺動成分も考慮して、以下に示すジャイロ運動論的方程式を用いる。

$$\begin{aligned} & \left(\frac{\partial}{\partial t} + v_{\parallel} \mathbf{b} \cdot \nabla' + i \mathbf{k}_{\perp} \cdot \mathbf{v}_{ds} \right) h_{s \mathbf{k}_{\perp}} \\ &= \frac{e_s}{T_s} f_{sM} \left[\frac{\partial}{\partial t} + i \mathbf{k}_{\perp} \cdot \mathbf{b} \times \frac{c T_s}{e_s B} \left\{ \nabla \ln n_s + \left(\varepsilon - \frac{3}{2} \right) \nabla \ln T_s \right\} \right] \psi_{\mathbf{k}_{\perp}} \\ &+ \frac{c}{B} \sum_{\mathbf{k}'_{\perp} + \mathbf{k}''_{\perp} = \mathbf{k}_{\perp}} [\mathbf{b} \cdot (\mathbf{k}'_{\perp} \times \mathbf{k}''_{\perp})] \psi_{\mathbf{k}'_{\perp}} h_{s \mathbf{k}''_{\perp}} + C_s \end{aligned} \quad (2.38)$$

ここで、 $\psi_{\mathbf{k}_{\perp}}$ は静電ポテンシャル揺動 $\phi_{\mathbf{k}_{\perp}}$ とベクトルポテンシャル揺動 $\mathbf{A}_{\mathbf{k}_{\perp}}$ によって構成されるポテンシャル関数であり、

$$\begin{aligned} \psi_{\mathbf{k}_{\perp}} &= \oint \frac{d\xi}{2\pi} \exp(i \mathbf{k}_{\perp} \cdot \boldsymbol{\rho}_s) \left(\phi_{\mathbf{k}_{\perp}} - \frac{v}{c} \cdot \mathbf{A}_{\mathbf{k}_{\perp}} \right) \\ &= J_0(k_{\perp} \rho_s) \left(\phi_{\mathbf{k}_{\perp}} - \frac{v_{\parallel}}{c} A_{\parallel \mathbf{k}_{\perp}} \right) + J_1(k_{\perp} \rho_s) \frac{v_{\perp}}{c} \frac{\tilde{B}_{\parallel \mathbf{k}_{\perp}}}{k_{\perp}} \end{aligned} \quad (2.39)$$

と定義される。ただし、 J_1 は 1 次の第一種ベッセル関数を表し、 $A_{\parallel \mathbf{k}_{\perp}} = \mathbf{b} \cdot \mathbf{A}_{\mathbf{k}_{\perp}}$ 、 $\tilde{B}_{\parallel \mathbf{k}_{\perp}} = i \mathbf{b} \cdot (\mathbf{k}_{\perp} \times \mathbf{A}_{\mathbf{k}_{\perp}})$ と定義する。また、 C_s はジャイロ位相に関して平均化されたクーロン衝突項を示す。

この (2.39) 式から摂動分布関数に起因するエントロピーバランスを求めることができる。摂動分布関数からくるエントロピー密度 dS_s を、巨視的エントロピー密度 $S_{sM} = - \int d^3v f_{sM} \log f_{sM}$ とアンサンブル平均された微視的エントロピー密度 $\langle S_{sm} \rangle_e = - \left\langle \int d^3v \left(f_{sM} + \tilde{f}_s \right) \log \left(f_{sM} + \tilde{f}_s \right) \right\rangle_e$ の差によって定義すると、次式で表せる。

$$dS_s = \sum_{\mathbf{k}_{\perp}} \left\langle \int d^3v \frac{|\tilde{f}_{s \mathbf{k}_{\perp}}|^2}{2 f_{sM}} \right\rangle_e \quad (2.40)$$

ここで、 $\mathcal{O}(\delta^3)$ は無視している。また、 $\langle \cdots \rangle_e$ はアンサンブル平均を示す。(2.9) 式よ

り, (2.40) 式の括弧内を非断熱摂動分布関数 $h_{s\mathbf{k}_\perp}$ を用いて,

$$\int d^3v \frac{|\tilde{f}_{s\mathbf{k}_\perp}|^2}{2f_{sM}} = \int d^3v \frac{|h_{s\mathbf{k}_\perp}|^2}{2f_{sM}} - \frac{n_s e_s^2}{2T_s^2} |\phi_{\mathbf{k}_\perp}|^2 - \frac{e_s}{T_s} \text{Re} [\phi_{\mathbf{k}_\perp}^* \tilde{n}_{s\mathbf{k}_\perp}] \quad (2.41)$$

と書き下すことができる。ここで, 上付き文字 * は複素共役を示す。揺動エントロピーのバランス方程式は表式が様々存在する。詳細な導出は省略し, 結論として非断熱摂動分布関数を用いた揺動エントロピーバランス方程式は次式で表せる。

$$\frac{\partial}{\partial t} \sum_{\mathbf{k}_\perp} \left\langle \left\langle \int d^3v \frac{|h_{s\mathbf{k}_\perp}|^2}{2f_{sM}} \right\rangle \right\rangle = \sum_{i=1}^3 J_{si} X_{si} + \sum_{\mathbf{k}_\perp} \text{Re} \left\langle \left\langle \int d^3v \frac{\tilde{f}_{s\mathbf{k}_\perp}^*}{f_{sM}} C \right\rangle \right\rangle \quad (2.42)$$

ただし, 二重括弧 $\langle\langle \cdots \rangle\rangle$ は磁気面平均とアンサンブル平均を示す。定常乱流状態においては $\partial\langle\langle \cdots \rangle\rangle/\partial t = \mathcal{O}(\delta^2)$ となるため, 左辺の揺動エントロピーの時間微分項は右辺の各項に比べて δ^2 の因子の分だけ小さく無視できる。右辺第 1 項の中 $i = 1, 2$ は熱力学的力 X と流れ J の積によるエントロピー生成項である。それぞれの表式は

$$[X_{1s}, X_{2s}] = \left[-\frac{\partial \ln p_s}{\partial r}, -\frac{\partial \ln T_s}{\partial r} \right] \quad (2.43)$$

$$\begin{aligned} [J_{1s}, J_{2s}] &= \left[\Gamma_s, \frac{\Theta_s}{T_s} \right] \\ &= \text{Re} \left\langle \left\langle \int d^3v \left[1, \varepsilon - \frac{5}{2} \right] \sum_{\mathbf{k}_\perp} h_{s\mathbf{k}_\perp}^* \left(-i \frac{c}{B} \psi_{s\mathbf{k}_\perp} \mathbf{k}_\perp \times \mathbf{b} \right) \cdot \nabla r \right\rangle \right\rangle \end{aligned} \quad (2.44)$$

である。ここで r はトーラスの小半径方向座標を表す。 $i = 1$ の場合は圧力勾配と乱流粒子フラックス, $i = 2$ は温度勾配と乱流熱フラックスが共役ペアとなってエントロピーを生成している。

$i = 3$ の場合は X_{3s} が温度の逆数 $1/T_s$ であり, J_{3s} が乱流エネルギー交換を示す。

$$J_{3s} = e_s \sum_{\mathbf{k}_\perp} \text{Re} \left\langle \left\langle \int d^3v h_{s\mathbf{k}_\perp}^* \frac{\partial \psi_{\mathbf{k}_\perp}}{\partial t} \right\rangle \right\rangle \quad (2.45)$$

J_{3s} は乱流電磁場と粒子の相互作用による s 種粒子のエネルギー生成を表すが, 定常乱流状態では $\sum_s J_{3s} = 0$ となることが示され, 全体として, 乱流による正味のエネルギー生成はなく, 異種粒子間のエネルギー交換として解釈できる。

(2.42) 式右辺の最終項は衝突による揺動エントロピーの散逸を示す。揺動エントロピーは乱流による異常輸送と熱力学的力の中積によって生成されるが, それと等量の散逸が起こり, バランスが保たれる。散逸される揺動エントロピーは巨視的なエントロピーに受け渡される。

2.4 エネルギーバランス方程式

ここでは、乱流によって生じる粒子および熱のフラックスとエネルギー交換がマクロスケールのエネルギーバランスにどのように寄与するかを述べる [22]。2.1 節で紹介した (2.1)～(2.3) 式は大アスペクトトーラスプラズマにおける 1 次元輸送方程式であり、マクロスケールの粒子およびエネルギーの小半径方向分布の時間発展を記述する。これらの式を見ると、密度 n_s 、圧力 (内部エネルギー) p_s の時間変化は粒子フラックス Γ_s 、熱フラックス Θ_s 及び電子からイオンへのエネルギー移送 W_{ie} によって決定されることが分かる。粒子・熱フラックスは

$$\Gamma_s = \Gamma_s^{\text{cl}} + \Gamma_s^{\text{ncl}} + \Gamma_s^{\text{turb}} \quad (2.46)$$

$$\Theta_s = \Theta_s^{\text{cl}} + \Theta_s^{\text{ncl}} + \Theta_s^{\text{turb}} \quad (2.47)$$

と分解することができる。ここで上付き文字 cl, ncl, turb はそれぞれ古典輸送、新古典輸送、乱流輸送を示す。これらの粒子・熱フラックスは、(2.1)～(2.3) 式の発散項の中に現れる。一方電子からイオンへのエネルギー移送項は

$$W_{ie} = \frac{\Gamma_i^{\text{cl}} + \Gamma_i^{\text{ncl}}}{n_i} \frac{\partial p_i}{\partial r} + \langle \mathbf{u}_i \cdot (\nabla \cdot \Pi_i) \rangle_s + \frac{3m_e}{m_i} n_e \nu_e (T_e - T_i) + J_3 \quad (2.48)$$

と書くことができる。ここで、 Π_i 、 ν_e 、 $\langle \cdots \rangle_s$ はそれぞれイオンの粘性テンソル、電子の衝突周波数、磁気面平均を示している。(2.48) 式の右辺において、第 1 項は小半径方向の圧力勾配と古典・新古典輸送フラックスの積から得られる仕事量、第 2 項は粘性によるエネルギー生成項、第 3 項および第 4 項は、それぞれクーロン衝突および乱流による電子からイオンへのエネルギーの移送を表す。ここで W_{ie} の中、初めの 3 項は粒子同士の衝突に起因するため衝突周波数が小さいほど影響が小さくなる。しかし、乱流エネルギー交換はポテンシャル揺動と粒子速度の相互作用から生じるため、衝突周波数が小さくなくても影響が残る。本研究では第 3 項の衝突エネルギー交換と第 4 項の乱流エネルギー交換の衝突周波数や電子・イオン温度等の条件に対する依存性を比較し、乱流エネルギー交換の特性や、その影響が大きくなるプラズマ条件を調べた。

2.5 乱流エネルギー交換の性質と物理的解釈

2.3 節で示した乱流エネルギー交換 (2.45) 式を書き換えて、乱流エネルギー交換に寄与する物理過程を明らかにする。定常乱流状態であることを仮定すると、(2.45) 式の右辺に

現れる揺動ポテンシャルの時間の偏微分を非断熱揺動分布関数の偏微分に移し替えることができる。さらに (2.39) 式を代入することで、次のように書き直すことができる。

$$\begin{aligned}
J_{3s} &= -e_s \sum_{\mathbf{k}_\perp} \text{Re} \left\langle \left\langle \int d^3v \psi_{\mathbf{k}_\perp}^* \frac{\partial h_{s\mathbf{k}_\perp}}{\partial t} \right\rangle \right\rangle \\
&= \sum_{\mathbf{k}_\perp} \text{Re} \left\langle \left\langle \int d^3v \mathbf{F}_{s\mathbf{k}_\perp} \cdot \mathbf{u}_{s\mathbf{k}_\perp} - C_s \psi_{\mathbf{k}_\perp}^* \right\rangle \right\rangle \tag{2.49}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \sum_{\mathbf{k}_\perp} \text{Re} \left\langle \left\langle \int d^3v \mathbf{F}_{s\parallel\mathbf{k}_\perp} \cdot \mathbf{u}_{s\parallel\mathbf{k}_\perp}^* + \mathbf{F}_{s\perp\mathbf{k}_\perp} \cdot (\mathbf{u}_{sB\mathbf{k}_\perp}^* + \mathbf{u}_{s\psi\mathbf{k}_\perp}^*) - C_s \psi_{\mathbf{k}_\perp}^* \right\rangle \right\rangle \tag{2.50}
\end{aligned}$$

$$= \sum_{\mathbf{k}_\perp} (J_{3s\parallel\mathbf{k}_\perp} + J_{3sB\mathbf{k}_\perp} + J_{3s\psi\mathbf{k}_\perp} + J_{3sC\mathbf{k}_\perp}) \tag{2.51}$$

ここで、揺動ローレンツ力 $\mathbf{F}_{s\mathbf{k}_\perp}$ 、プラズマのジャイロ中心における速度 $\mathbf{u}_{s\mathbf{k}_\perp}$ および $J_{3s\parallel\mathbf{k}_\perp}, J_{3sB\mathbf{k}_\perp}, J_{3s\psi\mathbf{k}_\perp}, J_{3sC\mathbf{k}_\perp}$ は次式で定義する。

$$\mathbf{F}_{s\mathbf{k}_\perp} = -e_s \nabla_\parallel \psi_{\mathbf{k}_\perp} - i\mathbf{k}_\perp \psi_{\mathbf{k}_\perp} = \mathbf{F}_{s\parallel\mathbf{k}_\perp} + \mathbf{F}_{s\perp\mathbf{k}_\perp} \tag{2.52}$$

$$\mathbf{u}_{s\mathbf{k}_\perp} = \mathbf{u}_{s\parallel\mathbf{k}_\perp} + \mathbf{u}_{s\perp\mathbf{k}_\perp} \tag{2.53}$$

$$\mathbf{u}_{s\parallel\mathbf{k}_\perp} = h_{s\mathbf{k}_\perp} v_\parallel \mathbf{b} \tag{2.54}$$

$$\mathbf{u}_{s\perp\mathbf{k}_\perp} = \mathbf{u}_{sB\mathbf{k}_\perp} + \mathbf{u}_{s\psi\mathbf{k}_\perp} \tag{2.55}$$

$$\mathbf{u}_{sB\mathbf{k}_\perp} = h_{s\mathbf{k}_\perp} (\mathbf{v}_{s\nabla B} + \mathbf{v}_{s,c}) \tag{2.56}$$

$$\begin{aligned}
\mathbf{u}_{s\psi\mathbf{k}_\perp} &= \frac{ic}{B} \sum_{\mathbf{k}'_\perp + \mathbf{k}''_\perp = \mathbf{k}_\perp} (\mathbf{b} \times \mathbf{k}'_\perp) \left(J_0(k'_\perp \rho_s) \left(\phi_{\mathbf{k}'_\perp} - A_{\parallel\mathbf{k}'_\perp} \frac{v_\parallel}{c} \right) + J_1(k'_\perp \rho_s) \frac{\tilde{B}_{\parallel\mathbf{k}'_\perp}}{k'_\perp} \frac{v_\perp}{c} \right) h_{s\mathbf{k}''_\perp} \\
&= \sum_{\mathbf{k}'_\perp + \mathbf{k}''_\perp = \mathbf{k}_\perp} h_{s\mathbf{k}''_\perp} \left(\tilde{v}_{E\mathbf{k}'_\perp} + \frac{i}{B} \left(J_0(k'_\perp \rho_s) k'_\perp A_{\parallel\mathbf{k}'_\perp} v_\parallel - J_1(k'_\perp \rho_s) \tilde{B}_{\parallel\mathbf{k}'_\perp} v_\perp \right) \left(\frac{\mathbf{k}'_\perp}{k'_\perp} \times \mathbf{b} \right) \right) \tag{2.57}
\end{aligned}$$

$$J_{3s\parallel\mathbf{k}_\perp} = \text{Re} \left\langle \left\langle \int d^3v \mathbf{F}_{s\parallel\mathbf{k}_\perp} \cdot \mathbf{u}_{s\parallel\mathbf{k}_\perp}^* \right\rangle \right\rangle \tag{2.58}$$

$$J_{3sB\mathbf{k}_\perp} = \text{Re} \left\langle \left\langle \int d^3v \mathbf{F}_{s\perp\mathbf{k}_\perp} \cdot \mathbf{u}_{sB\mathbf{k}_\perp}^* \right\rangle \right\rangle \tag{2.59}$$

$$J_{3s\psi\mathbf{k}_\perp} = \text{Re} \left\langle \left\langle \int d^3v \mathbf{F}_{s\perp\mathbf{k}_\perp} \cdot \mathbf{u}_{s\psi\mathbf{k}_\perp}^* \right\rangle \right\rangle \tag{2.60}$$

$$J_{3sC\mathbf{k}_\perp} = -\text{Re} \left\langle \left\langle \int d^3v C_s \psi_{\mathbf{k}_\perp}^* \right\rangle \right\rangle \tag{2.61}$$

ただし、 $\mathbf{u}_{s\psi\mathbf{k}_\perp}$ は (2.39) 式の非線形項からくる、静電ポテンシャル揺動とベクトルポテンシャル揺動によるドリフトである。(2.49) 式の第 2 項は揺動ポテンシャルエネルギーの衝突による変化率を示している。

乱流エネルギー交換は (2.49) 式から明らかなように揺動ポテンシャルによる力と非断熱分布するジャイロ中心の流速の内積としてエネルギーが受け渡される。その力と流れは磁力線平行方向と垂直方向に分解することができる。さらに、垂直方向の流れはトロイダル磁場による ∇B -曲率ドリフトとポテンシャル揺動によるドリフトとの 2 種類に分類できる。そのため、乱流エネルギー交換は衝突項も含め全 4 つの成分で構成されている。

加えて、乱流エネルギー交換の \mathbf{k}_\perp スペクトルに関する性質について触れる。先ほども述べたように、定常乱流状態では乱流エネルギー交換は正味のエネルギー増大・減少は起きないため、

$$\sum_s J_{3s} = 0 \quad (2.62)$$

となる。この関係は各波数モードについても同様であるため、

$$\sum_s J_{3s\mathbf{k}_\perp} = 0 \quad (2.63)$$

となる。ここで、 $J_{3s\mathbf{k}_\perp} = J_{3s\parallel\mathbf{k}_\perp} + J_{3sB\mathbf{k}_\perp} + J_{3s\psi\mathbf{k}_\perp} + J_{3sC\mathbf{k}_\perp}$ と定義する。(2.63) 式は、ジャイロ運動論的方程式とジャイロ運動論的ポアソン方程式・アンペール則 ([11] の (66), (67), (68) 式) を使って導かれる。さらに、 $J_{3\psi\mathbf{k}_\perp}$ においては、

$$\sum_{\mathbf{k}_\perp} J_{3\psi\mathbf{k}_\perp s} = 0 \quad (2.64)$$

が成り立つことが、定義を用いて示すことができる。つまり、 $J_{3\psi\mathbf{k}_\perp s}$ は正味の乱流エネルギー交換量に寄与せず、乱流が引き起こす波数空間におけるエネルギーの移送を表す。波数スペクトルの形状を変化させる。そのため、乱流エネルギー交換量の合計は $J_{3\parallel\mathbf{k}_\perp}, J_{3B\mathbf{k}_\perp}, J_{3C\mathbf{k}_\perp}$ の 3 成分の波数空間における総和によって与えられる。

第 3 章

GyroKinetic Vlasov code

ここでは、本研究で使用したジャイロ運動論的シミュレーションコード GKV コードについて説明する。これからは簡単のため下付き添え字 k_{\perp} を k で表すことにする。また、前章ではガウス単位系で表記していたが、以降は MKSA 単位系で表記する。

3.1 フラックスチューブ座標

ジャイロ運動論は装置サイズよりはるかに小さい揺動を取り扱う運動論モデルである。さらに、6 次元位相空間の中ジャイロ位相 ξ の次元をジャイロ平均で減らしたとしても、時間 1 次元 +5 次元位相空間の独立変数を持つ。そのため、装置サイズのドメインで、微視的揺動スケールまで空間を離散化しながら 5 次元数値シミュレーションを行うことは非常に計算コストがかかる。この問題に対する代案の一つとして、計算領域を装置全体から磁力線に沿った管状の領域に置き換えることが考えられる。ジャイロ運動論では (2.11) 式で示したオーダーの揺動に焦点を当てているため、その揺動は磁力線平行方向に長く、垂直方向に短い波長を持つ。このような特徴を持つ揺動のシミュレーションには、磁力線に沿った長いチューブの計算領域で十分であるという考えである。そのような領域をフラックスチューブという (図 3.1) [24]。

円形トカマク磁場の場合、GKV コードは次のようなフラックスチューブ座標を採用している。

$$\begin{aligned}x &= r - r_0 \\y &= q\theta - \zeta \\z &= \theta\end{aligned}\tag{3.1}$$

ここで、 r, θ, ζ, q はそれぞれ小半径、ポロイダル角、トロイダル角、安全係数を示してお

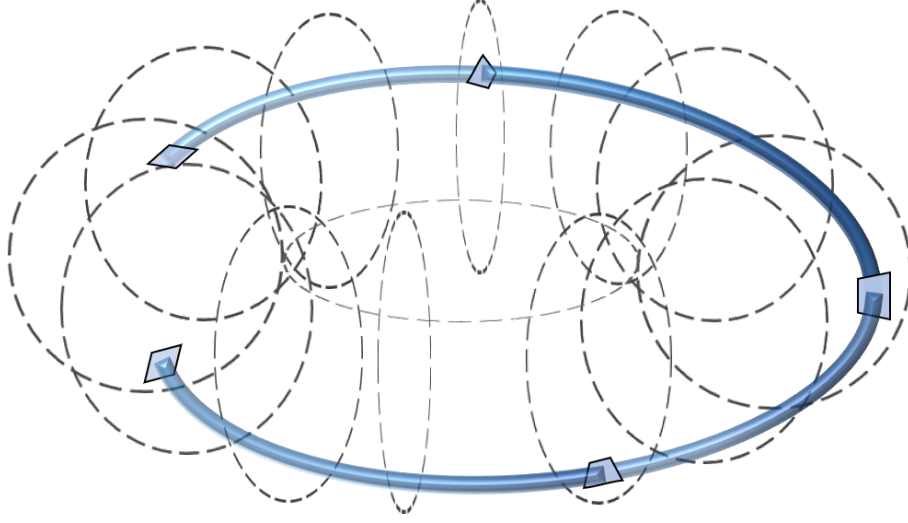


図 3.1: フラックスチューブ：一本の磁力線を中心とした一本の管を計算領域として考えている。

り、 (x, y, z) は斜交座標系である。 x, y はそれぞれフラックスラベル、磁力線ラベルとも呼ばれ、両方を固定することで1本の磁力線を選ぶことができる。その磁力線上で、 z は磁力線平行方向座標と見ることができる。この座標系における摂動量 $\tilde{Q}(x, y, z, t)$ は

$$\tilde{Q}(x, y, z, t) = \sum_{k_x, k_y} \tilde{Q}_k(z, t) \exp(ik_x x + ik_y y) \quad (3.2)$$

と書き表せる。ここで、 k_x, k_y は x, y 方向の波数モードを示し、 x, y 座標の境界条件は周期境界である。また、 z 方向座標の場合は、 (x, y) 固定ではなく (r, ζ) 固定における周期境界条件となっている。

$$\tilde{Q}(x(r), y(\theta, \zeta), z(\theta)) = \tilde{Q}(x(r), y(\theta + 2\pi N, \zeta), z(\theta + 2\pi N)) \quad (3.3)$$

ここで、 N はフラックスチューブがポロイダル方向に周回する数を示している。この関係から、

$$\tilde{Q}_{k_x, k_y}(x(r), y(\theta, \zeta), z(\theta)) = \tilde{Q}_{k_x + \Delta k_x, k_y}(x(r), y(\theta + 2\pi N, \zeta), z(\theta + 2\pi N)) \quad (3.4)$$

$$\Delta k_x = -2N\pi \hat{s} k_y \quad (3.5)$$

が導かれ、 z 方向計算領域の境界より外側の揺動は別の k_x モードに移ることで計算できることが分かる。ここで \hat{s} は磁気シアを示している。つまり、 k_x の波数モード数を多くすることは、 z 方向の計算領域を伸ばすことと同じ意味になる。

3.2 支配方程式

GKV コードでは低 β プラズマにおけるジャイロ中心位置の摂動分布関数 $\tilde{f}_{sk}^{(g)}$ を取り扱う。そのときのジャイロ運動論的方程式、及び Poisson 方程式・Ampere 則は

$$\begin{aligned} & \left(\frac{\partial}{\partial t} + v_{\parallel} \nabla_{\parallel} + i \mathbf{k}_{\perp} \cdot \mathbf{v}_{ds} - \frac{\mu \nabla_{\parallel} B}{m_s} \frac{\partial}{\partial v_{\parallel}} \right) \tilde{f}_{sk}^{(g)} + N_{sk} \\ &= - \frac{e_s f_{Ms}}{T_s} \left[v_{\parallel} \left\{ \nabla_{\parallel} (J_{0sk} \phi_k) + \frac{\partial J_{0sk} A_{\parallel k}}{\partial t} \right\} + i \mathbf{k}_{\perp} \cdot \mathbf{v}_{ds} J_{0sk} \phi_k \right. \\ & \quad \left. - i \mathbf{k}_{\perp} \cdot \mathbf{v}_{*s} J_{0sk} (\phi_k - v_{\parallel} A_{\parallel k}) \right] + C_{sk} \end{aligned} \quad (3.6)$$

$$\left[k_{\perp}^2 + \frac{1}{\epsilon_0} \sum_s \frac{e_s^2 n_s}{T_s} (1 - \Gamma_{0sk}) \right] \phi_k = \frac{1}{\epsilon_0} \sum_s e_s \int d^3 v J_{0sk} \tilde{f}_{sk}^{(g)} \quad (3.7)$$

$$k_{\perp}^2 A_{\parallel k} = \mu_0 \sum_s e_s \int d^3 v J_{0sk} v_{\parallel} \tilde{f}_{sk}^{(g)} \quad (3.8)$$

となる [23]。ここで、 ϵ_0, μ_0 はそれぞれ真空中の誘電率と透磁率を表している。また、 $\mathbf{v}_{*s} = \mathbf{b} \times [T_s \nabla \ln n_s + (m v_{\parallel}^2/2 + \mu B - 3T_s/2) \nabla \ln T_s] / e_s B$ と定義する。ここで、第2章とは異なって速度空間の独立変数が $(\varepsilon, \mu, \xi) \rightarrow (v_{\parallel}, \mu, \xi)$ となっているため、ジャイロ運動論的方程式に平行速度微分項が含まれている。また、低 β プラズマ条件からベクトルポテンシャル揺動の磁力線垂直方向成分は無視できるため、GKV コードにおける Ampere 則は (3.8) 式のように磁力線平行方向成分のみを取り扱っている。他に (3.6) 式に現れる非線形項 $N_{s\mathbf{k}_{\perp}}$ 、Lenard-Bernstein 衝突項 C_s はそれぞれ

$$N_{sk} = - \sum_{\mathbf{k}'_{\perp} + \mathbf{k}''_{\perp} = \mathbf{k}_{\perp}} \frac{\mathbf{b} \cdot \mathbf{k}'_{\perp} \times \mathbf{k}''_{\perp}}{B} J_{0sk} (\phi_{k'} - v_{\parallel} A_{\parallel k'}) h_{sk''} \quad (3.9)$$

$$\begin{aligned} C_{sk} &= \nu_s \left[\frac{\partial}{\partial v_{\parallel}} \left(v_{\parallel} \tilde{f}_{sk}^{(g)} + v_{ts}^2 \frac{\partial \tilde{f}_{sk}^{(g)}}{\partial v_{\parallel}} \right) \right. \\ & \quad \left. + \frac{1}{v_{\perp}} \frac{\partial}{\partial v_{\perp}} \left(v_{\perp}^2 \tilde{f}_{sk}^{(g)} + v_{ts}^2 v_{\perp} \frac{\partial \tilde{f}_{sk}^{(g)}}{\partial v_{\perp}} \right) - k_{\perp}^2 \rho_{ts}^2 \tilde{f}_{sk}^{(g)} \right] \end{aligned} \quad (3.10)$$

と書き表している。ここで ν_s, ρ_{ts} はそれぞれ衝突周波数、熱速度ジャイロ半径を表し、粒子熱速度は $v_{ts} = \sqrt{T_s/m_s}$ と定義する。

3.3 無次元化

GKV コードは無次元パラメータを用いたシミュレーションを行う。独立変数、揺動分布関数や静電ポテンシャルは $\bar{t} = tv_{ti}/R_0$, $\bar{k}_x = k_x \rho_{ti}$, $\bar{k}_y = k_y \rho_{ti}$, $\bar{z} = z$, $\bar{v}_{\parallel} = v_{\parallel}/v_{ts}$, $\bar{\mu} = \mu B_0/T_i$, $\bar{f}_{sk} = \tilde{f}_{sk} v_{ts}^3/(\delta n_e)$, $\bar{\phi}_{sk} = \phi_k e/(\delta T_i)$ のように規格化をする。ここでジャイロ運動論的オーダーリング $\delta = \rho_{ti}/R_0$ と定義して, k_x, k_y, ρ_{ti}, R_0 はそれぞれ x, y 方向の波数, イオンの熱速度ジャイロ半径, 大半径を示す。上付きバーは規格化されたパラメータを表す。この規格化ルールに従って諸量を無次元化する。

3.4 離散化

数値シミュレーションをするために、離散化する必要がある。GKV コードは $(x, y, z, v_{\parallel}, \mu)$ を独立変数とした位相空間上の分布関数を計算するが, (x, y) 方向にはスペクトル法で計算を行うため, (k_x, k_y) のフーリエ空間上の各固有モードの分布関数を解くことになる。残りの (z, v_{\parallel}, μ) には 4 次の中心差分法, 時間発展には 4 次の Runge-Kutta-Gill 法を採用している。(3.6) 式を解く上で、非線形項の計算は他の項と異なった計算をする。直接波数空間で畳み込み計算を行うと計算コストが大きくなってしまいうため、一度逆フーリエ変換をして実空間上での非線形計算を行い、その後 2 次元高速フーリエ変換で波数空間上に戻す操作をしている。

3.5 エントロピーバランス方程式の計算

GKV コードは各波数各粒子種のエントロピーバランスの各項を以下のように計算している。

$$\frac{d\delta S_{sk}}{dt} = \frac{1}{Ts} \left(\frac{\Gamma_{sk}}{L_{ps}} + \frac{\Theta_{sk}}{L_{Ts}} + I_{sk} + R_{sk} + D_{sk} + E_{sk} \right) \quad (3.11)$$

$$\frac{dW_{Ek}}{dt} = - \sum_s R_{sEk} \quad (3.12)$$

$$\frac{dW_{Mk}}{dt} = - \sum_s R_{sMk} \quad (3.13)$$

ここで、各波数各粒子種の揺動エントロピー δS_{sk} , 静電ポテンシャルと磁場の揺動エネルギー W_{Ek}, W_{Mk} , 粒子フラックス Γ_{sk} , エネルギーフラックス Q_{sk} , 熱フラックス

Θ_{sk} , 粒子と電磁場の相互作用 R_{sk} , クーロン衝突によるエントロピー散逸 D_{sk} , および I_{sk} , E_{sk} は,

$$\delta S_{sk} = \left\langle \int d^3v \frac{|\tilde{f}_{sk}^{(g)}|^2}{2f_{sM}} \right\rangle_s \quad (3.14)$$

$$W_{Ek} = \left\langle \left[\epsilon_0 k_\perp^2 + \sum_s \frac{e_s^2 n_s}{T_s} (1 - \Gamma_{0sk}) \right] \frac{|\phi_k|^2}{2} \right\rangle_s \quad (3.15)$$

$$W_{Mk} = \left\langle \frac{k_\perp^2}{\mu_0} \frac{|A_{\parallel k}|^2}{2} \right\rangle_s \quad (3.16)$$

$$\Gamma_{sk} = \Gamma_{sEk} + \Gamma_{sMk} = \text{Re} \left[\left\langle -i \frac{k_y \phi_k}{B} \tilde{n}_{sk}^* + i \frac{k_y A_{\parallel k}}{B} \tilde{u}_{sk}^* \right\rangle_s \right] \quad (3.17)$$

$$Q_{sk} = Q_{sEk} + Q_{sMk} = \text{Re} \left[\left\langle -i \frac{k_y \phi_k}{B} \tilde{p}_{sk}^* + i \frac{k_y A_{\parallel k}}{B} \tilde{q}_{\parallel sk}^* \right\rangle_s \right] \quad (3.18)$$

$$\Theta_{sk} = Q_{sk} - \frac{5}{2} T_s \Gamma_{sk} \quad (3.19)$$

$$I_{sk} = \text{Re} \left[\left\langle \int d^3v - \frac{h_{sk}^*}{f_{sM}} N_{sk} \right\rangle_s \right] \quad (3.20)$$

$$R_{sk} = R_{sEk} + R_{sMk} = \text{Re} \left[\left\langle -\phi_k^* \frac{\partial e_s \tilde{n}_{sk}^*}{\partial t} - e_s \tilde{u}_{sk}^* \frac{\partial A_{\parallel k}}{\partial t} \right\rangle_s \right] \quad (3.21)$$

$$D_{sk} = \text{Re} \left[\left\langle \int d^3v \frac{h_{sk}^*}{f_{sM}} C_{sk} \right\rangle_s \right] \quad (3.22)$$

$$E_{sk} = \text{Re} \left[- \left\langle \int d^3v v_\parallel \nabla_\parallel \frac{|h_{sk}|^2}{2f_{sM}} \right\rangle_s \right] \quad (3.23)$$

$$\tilde{n}_{sk} = \int d^3v J_{0sk} \tilde{f}_{sk}^{(g)} \quad (3.24)$$

$$\tilde{u}_{\parallel sk} = \int d^3v v_\parallel J_{0sk} \tilde{f}_{sk}^{(g)} \quad (3.25)$$

$$\tilde{p}_{sk} = \int d^3v \left(\frac{m_s v_\parallel^2}{2} + \mu B \right) J_{0sk} \tilde{f}_{sk}^{(g)} \quad (3.26)$$

$$\tilde{q}_{\parallel sk} = \int d^3v v_\parallel \left(\frac{m_s v_\parallel^2}{2} + \mu B \right) J_{0sk} \tilde{f}_{sk}^{(g)} \quad (3.27)$$

として計算している。ここで、2.3 節で導出した乱流揺動に関するエントロピー密度 dS_s は粒子位置の揺動分布関数 \tilde{f}_{sk} によって定義されるのに対し、GKV コードで計算されるエントロピー密度 δS_s はジャイロ中心位置の揺動分布関数 $\tilde{f}_{sk}^{(g)}$ から定義されているこ

とに注意したい。 L_{ps}, L_{Ts} はそれぞれ圧力勾配長と温度勾配長を示している。(3.11) 式が GKV コードで計算される波数空間上のエントロピーバランス方程式である。これは非線形計算の精度確認にも用いられる。2.3 節で述べた揺動エントロピーバランス方程式 (2.42) 式と比較すると、(3.11) 式では I_{sk}, E_{sk} が余分にあることが分かる。 I_{sk} は波数モード間のエントロピーの流れを示しているため、正味のエントロピー生成はなく、波数空間全体で総和を取るとエントロピーバランス全体への寄与は 0 となる。

$$\sum_k I_{sk} = 0 \quad (3.28)$$

E_{sk} はポロイダル座標の周回境界条件によってある k_x モードに他の k_x モードが干渉することができるというフラックスチューブ座標の特徴から生じる項である。これも各 k_x モードで値を持つことがあるが、 k_x の総和を取ることによってエントロピーバランスに対する E_{sk} の寄与も 0 となる。

$$\sum_{k_x} E_{sk} = 0 \quad (3.29)$$

その他の項を見ると、(2.42) 式における $[J_{1s}X_{1s}, J_{2s}X_{2s}, J_{3s}X_{3s}]$ は (3.11) 式における $1/T_s \times [T_s\Gamma_s, \Theta_s, R_s]$ に対応しており、(2.42) 式の右辺最終項は (3.11) 式の D_{sk}/T_s に対応している。

第 4 章

シミュレーション設定とその結果

4.1 シミュレーション設定

本研究では、円形断面をもつトカマク磁場配位中の静電近似されたプラズマについて数値シミュレーションを行った。プラズマの無次元パラメータとしては Cyclone D-III D Base Case のパラメータ (規格化密度勾配長 $R_0/L_{ns} = 2.22$, 規格化温度勾配長 $R_0/L_{Ts} = 6.92$, 質量比 $m_e/m_i = 5.446 \times 10^{-4}$, 電子とイオンの温度比 $T_e/T_i = 1.0$, 電荷比 $e_i/e_e = -1$, 逆アスペクト比 $\epsilon_r = 0.18$, 安全係数 $q_0 = 1.4$, 磁気シア $\hat{s} = 0.78$) [5] を参考にする。また, 今回はイオン温度不安定性 (ITG) モードに焦点を当てるため, 運動論電子の計算のときは電子温度勾配 $R_0/L_{Te} = 0$, イオンプラズマの β 値 $\beta = \mu_0 n_i T_i / B^2 = 1 \times 10^{-5}$ に設定した。電子温度勾配を有限にすると, 電子温度勾配に起因する不安定 (捕捉電子不安定モード, 電子温度勾配不安定モード) も駆動されてしまう。また β 値を大きくすると, 磁気圧に対してプラズマ圧力が大きくすることを意味し, 磁場揺動が強く発生する。これによって, ITG モードが観測できなくなるだけでなく, 計算コストも大きくなる。そのため, β 値を非常に小さい値に設定した。電子とイオンの規格化衝突周波数は $\nu_e^* = \nu_e R_0 / v_{ti} = 0.058$, $\nu_i^* = \nu_i R_0 / v_{ti} = 0.068$ と設定している。乱流シミュレーション (非線形計算) を行う際は, 計算領域を $-64.10 \leq \bar{x} \leq 64.10$, $-62.83 \leq \bar{y} \leq 62.83$, $-\pi \leq \bar{z} \leq \pi$, $-4.0 \leq \bar{v}_{\parallel} \leq 4.0$, $0.0 \leq \bar{\mu} \leq 8.0$ と設定した。各座標の格子点数は $(N_x, N_y, N_z, N_{v_{\parallel}}, N_{\mu}) = (192, 96, 96, 64, 31)$ で分けた。また, 今回の研究で計算した磁力線垂直方向の波数モード領域は $-2.94 \leq k_x \rho_{ti} \leq 2.94$, $-1.50 \leq k_y \rho_{ti} \leq 1.50$ であり, $\Delta k_y \rho_{ti} = 0.05$, $\Delta k_x \rho_{ti} = 2\pi \hat{s} \Delta k_y / 5$ ごとの波数を抽出して計算している。

運動論モデルのシミュレーションをするにあたって, 断熱電子と運動論電子の 2 つの

計算方法がある。運動論電子は電子の位相空間上の分布関数も考慮するため、イオンと同様に運動論モデルの方程式を解くことになる。一方、断熱電子近似は電子がイオンよりも早く運動することができるため、静電ポテンシャル揺動に素早く反応して背景プラズマとして扱うことができる近似である。この近似の場合、電子の分布関数を考えず

$$\tilde{n}_e = -\frac{en_e}{T_e} (\phi - \langle \phi \rangle_s) \quad (4.1)$$

として密度揺動を簡単に計算することができる。(4.1) 式を用いると、乱流による粒子輸送、電子の熱輸送や電子・イオン間のエネルギー交換が生じないが、その簡便さにより、シミュレーションコード間のベンチマークテストに用いられている [5]。本研究では、断熱電子と運動論電子の両方の計算を行った。

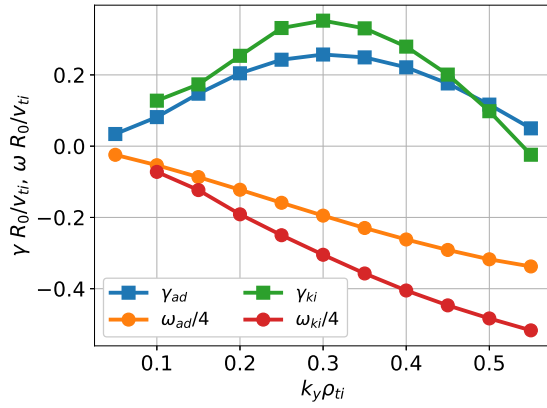
4.2 線形計算解析結果

4.2.1 ITG モードの線形成長率と周波数

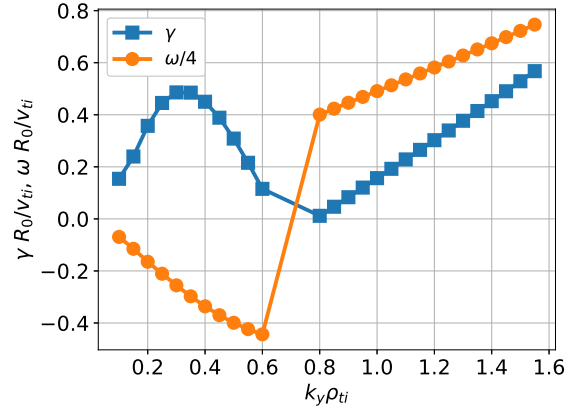
まず、ITG モード不安定性の線形計算を行った。図 4.1 には ITG モード不安定性の線形成長率 γ と周波数 ω を示している。このグラフは最も不安定な $k_x \rho_{ti} = 0$ の波数モードを抽出している。図 4.1a には断熱電子近似の計算結果と、運動論電子で $R_0/L_{Te} = 0$ に設定した計算結果を示す。線形成長率 γ を見ると、ITG モード不安定性は $0 < k_y \rho_{ti} < 0.6$ の波数モードを持ち、 $k_y \rho_{ti} = 0.30$ の波数モードが最も不安定であることが分かる。これは、磁力線垂直方向にイオンジャイロ半径の約 3 倍の長さの波長を持つ揺動が大きく成長することを示している。また、周波数 ω は $k_y \rho_{ti}$ が大きくなるにつれ、絶対値が大きくなっている。また、断熱電子と運動論電子の計算結果を比較すると、運動論電子の方がより不安定であることが分かる。このことから、電子摂動分布関数の非断熱成分が ITG モード不安定性の成長を助長していると言える。

電子温度勾配 $R_0/L_{Te} = 6.92$ として線形計算した結果も図 4.1b に示す。この場合、ITG 不安定性モードの波数領域の線形成長率が、図 4.1a よりも大きくなる。さらに、高い波数領域にも別の不安定性が誘起されている。周波数に着目すると、 $k_y \rho_{ti} = 0.7$ を境に符号が反転していることが分かる。周波数の正負は不安定性モードの区別で重要な役割を果たす。今回の場合はバナナ軌道に捕捉された電子によって駆動される、捕捉電子不安定性モード (TEM) が誘起されている。

図 4.2 には $(k_x \rho_{ti}, k_y \rho_{ti}) = (0.00, 0.30)$ の波数モードの静電ポテンシャル揺動 ϕ_k の z 方向の波形を示す。この図では見やすさのため、 $z = 0$ で $\text{Im}[\phi_k] = 0$ となるように線形複素固有関数 ϕ_k の位相の定数部分を決定している。図 4.2a, 4.2b はそれぞれ断熱電子



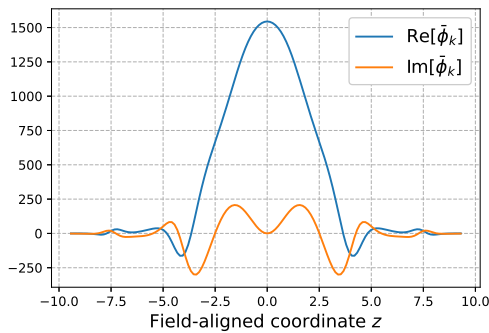
(a) 断熱電子と $R_0/L_{Te} = 0$ の運動論電子: 添え字 "ad", "ki" はそれぞれ断熱電子, 運動論電子を表している。



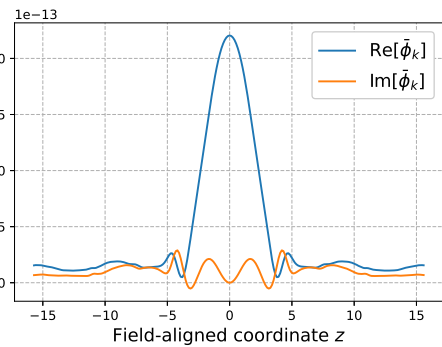
(b) $R_0/L_{Te} = 6.92$ の運動論電子

図 4.1: ITG モード不安定性の線形成長率 γ と周波数 ω

と運動論電子の計算結果を示している。断熱電子の波形は $z = \pm 3\pi$ までで波形の振動が収束している一方で、運動論電子は $z = \pm 5\pi$ でも小さく振動していることが分かる。運動論電子はイオンよりも磁力線平行方向に素早く移動することができるため、静電ポテンシャル揺動も長い波長を持つ。次に静電ポテンシャル揺動振幅の 2 乗の磁気面平均の時間発展を図 4.3 に示す。ここでは断熱電子の場合のみを載せているが、運動論電子の計算も同様な時間発展をする。最も不安定な $k_y \rho_{ti} = 0.30$ が早く成長する。



(a) 断熱電子



(b) 運動論電子

図 4.2: $(k_x \rho_{ti}, k_y \rho_{ti}) = (0.00, 0.30)$ に対する静電ポテンシャル固有関数 $\phi_k(z)$ の実数部分と虚数部分

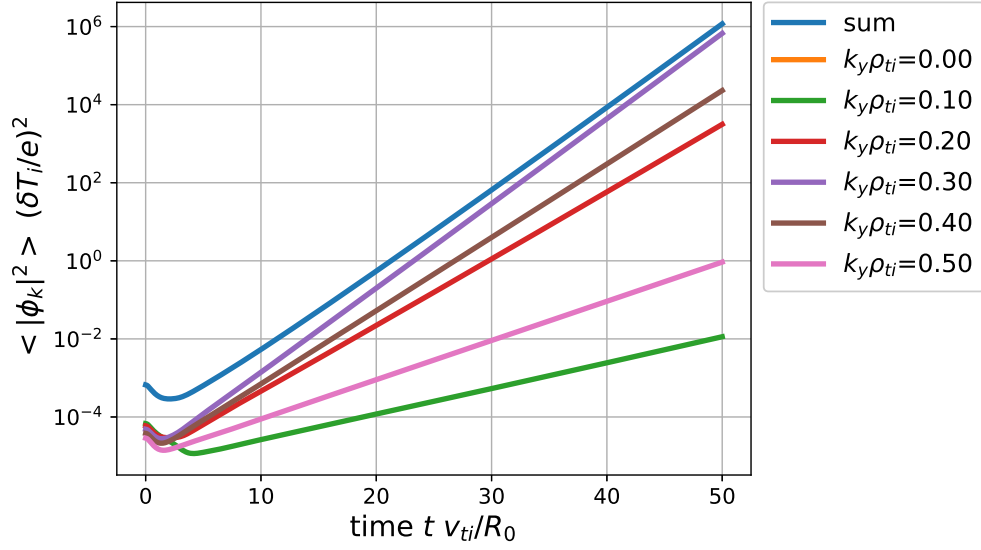


図 4.3: 断熱電子線形計算のときの $\langle |\phi_k|^2 \rangle$ の時間発展

4.2.2 エントロピーバランスの時間発展

次に、線形計算におけるエントロピーバランスの (3.11) 式中の各項の時間発展について述べる。まず、断熱電子におけるエントロピーバランスの時間発展を図 4.4 に示す。ここで示すエントロピーバランスは k_x, k_y で総和を取った結果であるが、先ほども見たように $k_y \rho_{ti} = 0.30$ が最も早く成長するため、 $(k_x \rho_{ti}, k_y \rho_{ti}) = (0.00, 0.30)$ の固有モードを見ていると言ってもよい。断熱電子では電子がエントロピーのやり取りをしないため、イオンのみを計算している。各項の中、粒子フラックス Γ_i は 0 となる。粒子フラックスは準中性条件下では電子とイオンの粒子数が等しくなければならないため、電価数の等しい電子とイオンの場合は $\Gamma_e = \Gamma_i$ とならなければならない。断熱電子の場合は電子の粒子フラックスが発生しないため、イオンの粒子フラックスも発生しないことになる。図 4.4b はイオンの熱フラックス Θ_i を基準にして各項の比を取った結果である。この結果から乱流イオン熱フラックスとイオン温度勾配の積によって、揺動エントロピーが生成され、成長していくことが分かる。また、 Θ_i/L_{Ti} を 1 とすると、 $d\delta S_i/dt, R_i, D_i$ の比はそれぞれ 0.78, -0.10, -0.12 となっていた。

次に運動論的電子の場合におけるエントロピーバランスを調べた。運動論電子の場合は、電子もエントロピーのやり取りを行うため、電子とイオンの両方のエントロピーバランスの時間発展を図 4.5、イオンの熱フラックス Θ_i を基準に比を取った結果を図 4.6 に示

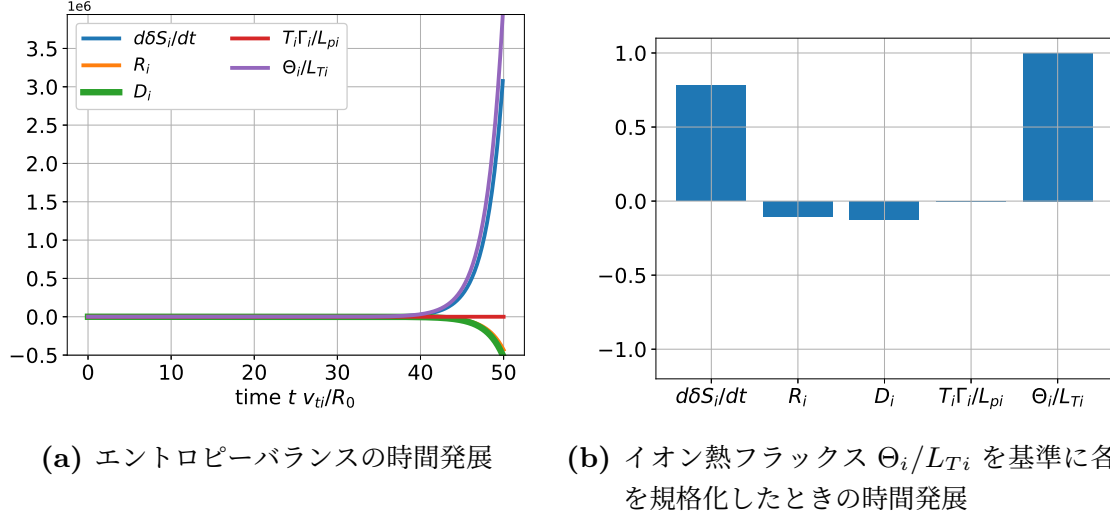


図 4.4: 断熱電子・線形計算の場合におけるイオンのエントロピーバランスの (3.11) 式中の各項の時間発展

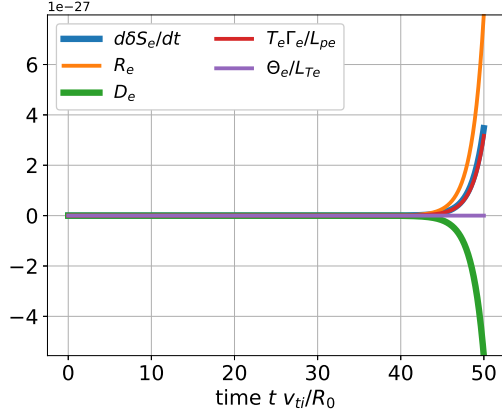
す。イオンのエントロピーバランスを見ると、断熱電子の場合と異なり、粒子フラックスと散逸項も時間に伴って成長している。電子のエントロピーバランスを見ると、主なエントロピー生成項は粒子と電磁場の相互作用となる。これは、電子の熱フラックスが生じていたとしても、それと共役な熱力学的力となる電子の温度勾配長を 0 に設定していることで、電子熱フラックスからのエントロピー生成が発生しないためである。また、イオンの熱フラックス Θ_i/L_{Ti} を基準とした比を調べた結果、 $d\delta S_i/dt, \Gamma_i/L_{pi}, R_i, D_i$ はそれぞれ 0.98, -0.36, 1.0, -0.25, -0.13 であり、 $\delta S_e/dt, \Gamma_e/L_{pe}, \Theta_e/L_{Te}, R_e, D_e$ はそれぞれ 0.09, 0.00, 0.08, 0.21, -0.16 となった。

4.3 非線形計算解析結果

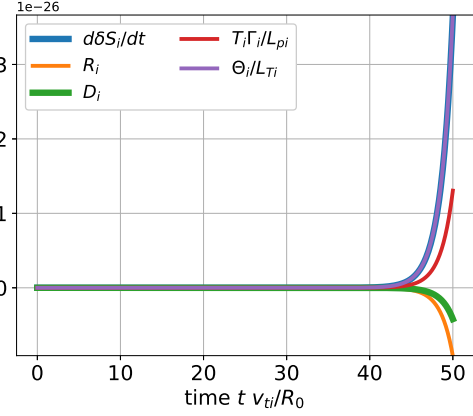
この章では、非線形効果も含めたジャイロ運動論方程式を数値シミュレーションした結果を示す。ここで、前節では粒子と電磁場の相互作用と呼んだ R_s は、定常乱流状態では、(2.45) 式で定義された J_{3s} に等しく、乱流エネルギー交換と呼ぶこととする。

4.3.1 断熱電子の非線形計算結果

ここでは断熱電子近似の非線形計算によって得られた結果を示す。図 4.7 には、静電ポテンシャル揺動の時間発展を示す。この図から、 $tv_{ti}/R_0 = 30$ 付近で線形成長が止ま

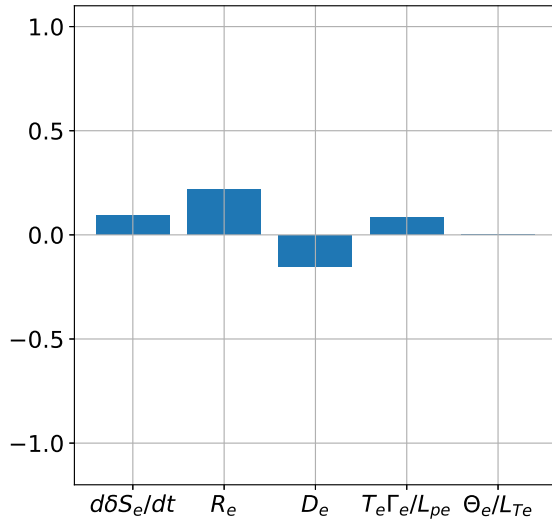


(a) 電子

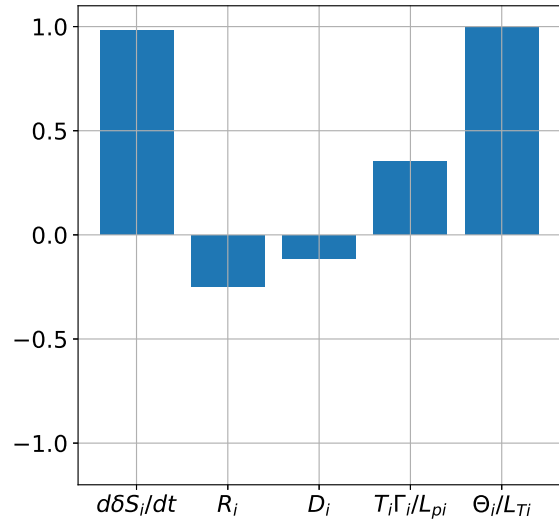


(b) イオン

図 4.5: 運動論電子・線形計算の場合における電子およびイオンのエントロピーバランスの (3.11) 式中の各項の時間発展



(a) 電子



(b) イオン

図 4.6: 運動論電子・線形計算の場合における電子およびイオンのエントロピーバランスの (3.11) 式中の各項の比。 Θ_i/L_{Ti} を用いて各項が規格化されている。

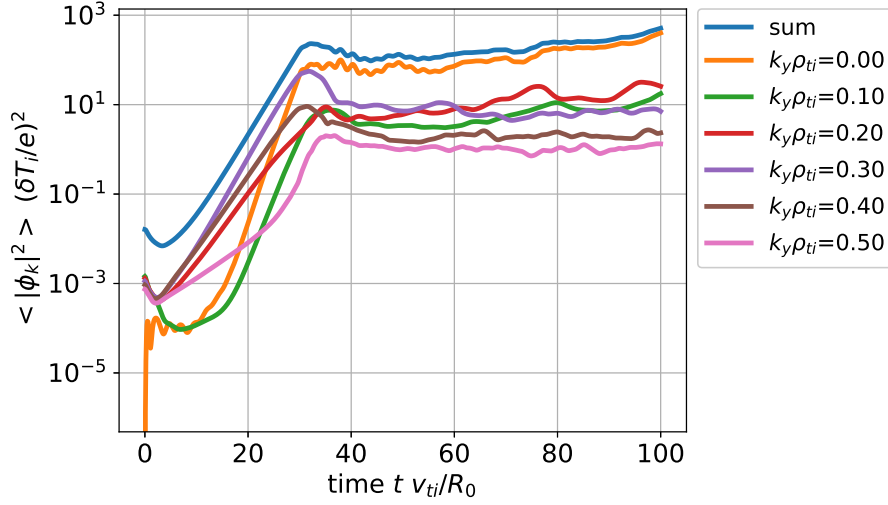
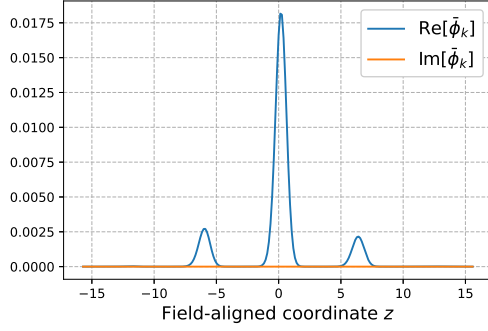


図 4.7: 断熱電子非線形計算のときの $\langle |\phi_k|^2 \rangle$ の時間発展: 各 k_y モードは $\sum_{k_x} \phi_k$, sum は $\sum_{k_x, k_y} \phi_k$ をそれぞれ示す。

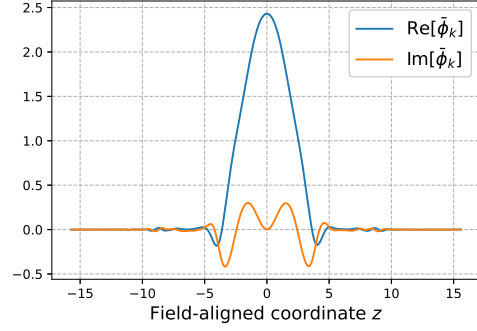
り、定常乱流状態に落ち着いた様子を確認できる。また、線形計算では成長が遅かった $k_y \rho_{ti} = 0.00$ が急激に成長して、定常乱流状態においては最も揺動エネルギーの高い波数モードとなっている。この $k_y \rho_{ti} = 0.00$ のモードは小半径方向にのみ振動する波であり、これをゾーナルフローと呼ぶ。ゾーナルフローは ITG 不安定性モード乱流の特徴の 1 つであり、小半径方向の静電ポテンシャル揺動が電場を形成することで、 y 方向の $\mathbf{E} \times \mathbf{B}$ シアー流を発生させる。また、定常乱流状態におけるポテンシャル揺動エネルギーがゾーナルフロー成分の次に大きいのは $k_y \rho_{ti} = 0.30$ ではなく、 $k_y \rho_{ti} = 0.20$ である。これは 2 次元流体乱流によく見られる逆カスケード現象、すなわち、高波数 (短波長) モードから低波数 (長波長) モードへのエネルギーの移送が生じていることを示す。

図 4.8 は $(k_x \rho_{ti}, k_y \rho_{ti}) = (0.00, 0.30)$ の静電ポテンシャル揺動の磁力線方向 (z 方向) 分布を示している。ここでも同様に $\text{Im}[\phi_k(z=0)] = 0$ となるように複素関数 ϕ_k の位相の定数部分を決定している。 $t v_{ti}/R_0 = 25$ の線形成長時は線形計算で現れたような固有波形が現れている。そこから時間が経過するにつれて、波形が崩れていく。これは、ジャイロ運動論的方程式の非線形項が大きくなり、波数モード間のエネルギーの受け渡しが無視できなくなっていることを示している。そのため、定常乱流状態に遷移した $t v_{ti}/R_0 = 50$ 以降になると、単一波数の固有モードだけでなく複雑な振動波形を持つことになる。

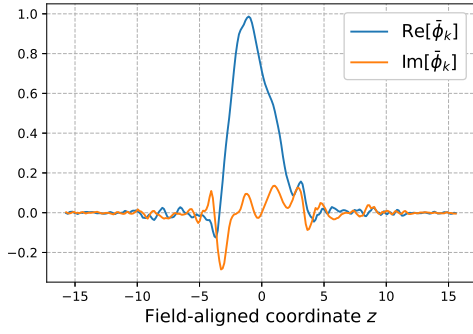
次に静電ポテンシャル揺動の (k_x, k_y) 空間上のスペクトル分布を図 4.9 に示す。これまでは $k_x \rho_{ti} = 0.00$ のみに焦点を当てていたが、この図は k_x 依存性も確認できる。線形



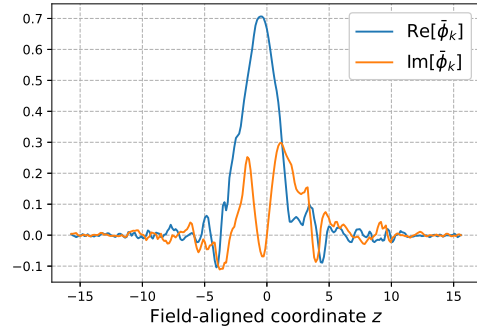
(a) $tv_{ti}/R_0 = 0.0$



(b) $tv_{ti}/R_0 = 25$



(c) $tv_{ti}/R_0 = 50$



(d) $tv_{ti}/R_0 = 75$

図 4.8: 断熱電子の非線形計算における $(k_x \rho_{ti}, k_y \rho_{ti}) = (0.00, 0.30)$ の $\phi_k(z)$

成長領域である $tv_{ti}/R_0 = 25$ のスペクトルを見ると、 $k_x \rho_{ti} = 0.00$ の直線に沿った波数モードが最も大きく成長しており、 $k_x \rho_{ti} = 0.00$ の直線の両側に離れて広がる波数モードも揺動ポテンシャルが大きい。 $k_x \rho_{ti} = 0.00$ は線形成長率が高いことから容易に想定できる結果である。また、両側に広がる波数モードはフラックスチューブ座標の特徴に由来する。今回の非線形計算では各波数モードに対して z 方向に $-\pi < z < \pi$ のみを確保している。そのため、 $\pm\pi$ よりも原点から遠い領域の振動を捉えることができない。しかし、フラックスチューブ座標によって、捉えきれない振動を別の波数モードに移すことができる。例えば今回のシミュレーション設定で、 $(k_x \rho_{ti}, k_y \rho_{ti}) = (0.00, 0.30)$ の波形を考えると、 $z=\pi$ 以降の振動は $(k_x \rho_{ti}, k_y \rho_{ti}) = (1.5, 0.30)$ の $z=-\pi$ に移ることになる。この特徴によって、 z 方向の計算領域を長く確保することができる。しかし、その代わりに k_x 方向のスペクトルに別波数のスペクトルが混ざる現象が発生する。そのため、 k_x スペクトルが両側に広がっている今回の結果も、実際には $k_x \rho_{ti} = 0.00$ の波形に帰結することができる。

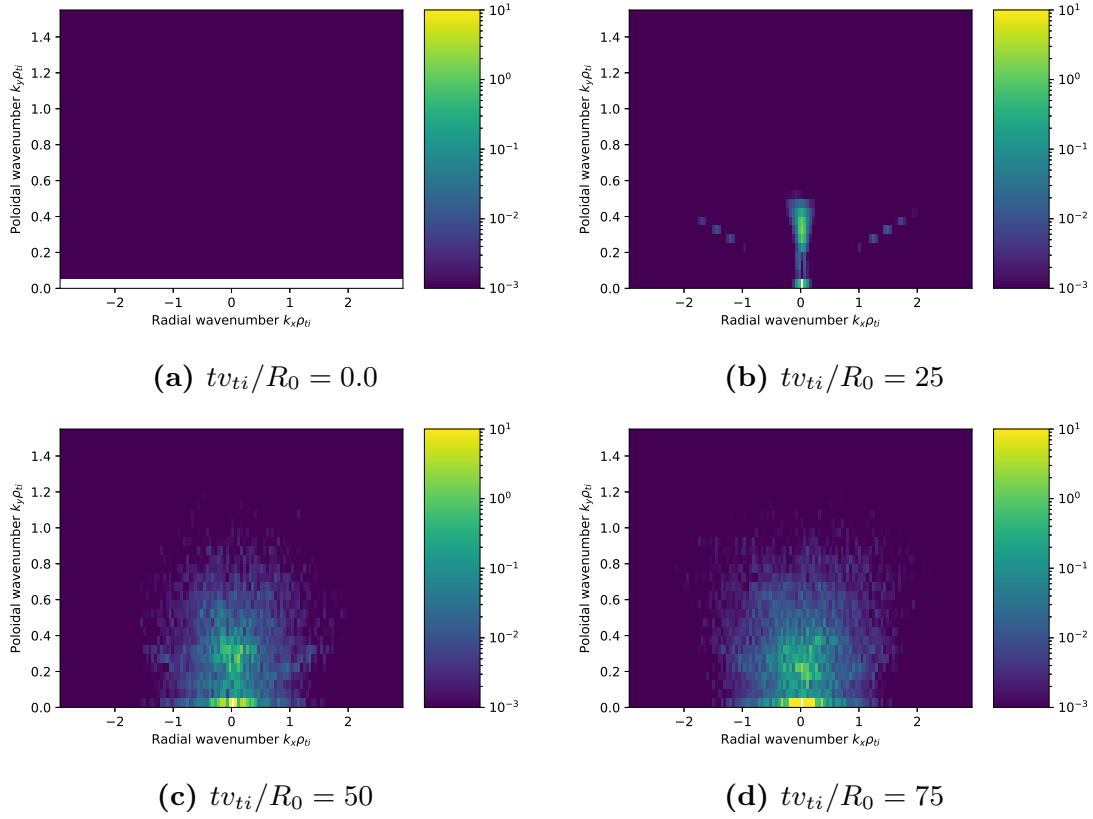


図 4.9: 断熱電子の非線形計算における (k_x, k_y) 空間上の静電ポテンシャル揺動振幅の 2 乗 $\langle |\phi_k|^2 \rangle$ の分布

$tv_{ti}/R_0 = 50$ 以降のスペクトルを見ると、局所的なパワースペクトルではなく、全体的に広がるような分布をしている。これは乱流の波数間のエネルギーの受け渡しによって線形成長が小さい波数モードにもエネルギーが伝わった結果である。また、 $k_y \rho_{ti} = 0$ のゾーナルフローが最も強いスペクトルを持つことがここでも確認できる。

先ほどは波数空間上の静電ポテンシャル揺動のスペクトルに着目したが、次に実空間の静電ポテンシャル揺動を確認する。図 4.10 は $z = 0$ の位置における xy 空間の静電ポテンシャル揺動の時間発展を示している。 $tv_{ti}/R_0 = 25$ の線形成長領域では $(k_x \rho_{ti}, k_y \rho_{ti}) = (0.00, 0.30)$ の波数モードが卓越して成長するため、 y 方向に振動する様子を確認できる。その後多くの波数モードが成長し混ざりあうため、複雑な揺動を確認できる。また、 $tv_{ti}/R_0 = 50$ 以降では、ゾーナルフロー成分により、 y 方向の流れが生じている。実空間上の静電ポテンシャル揺動を見ると、計算領域全体にあらゆる方向のポテンシャル勾配を確認することができる。静電ポテンシャルの勾配は電場を作り上げ、その電

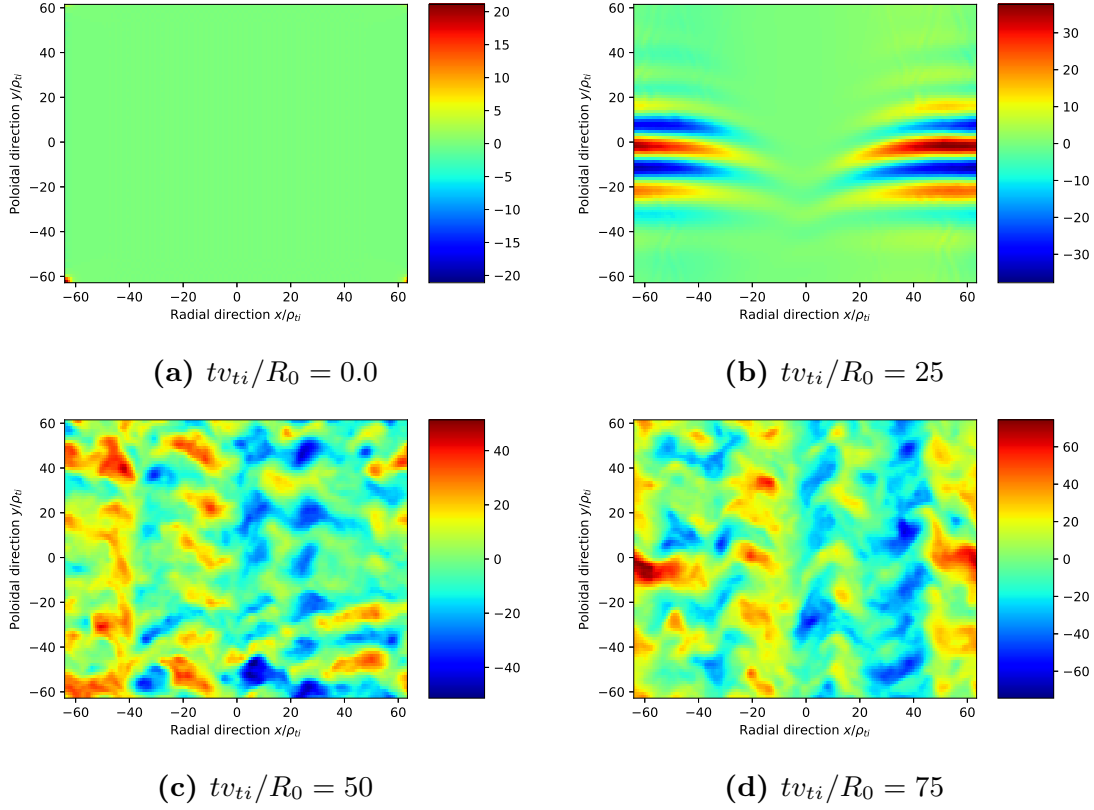
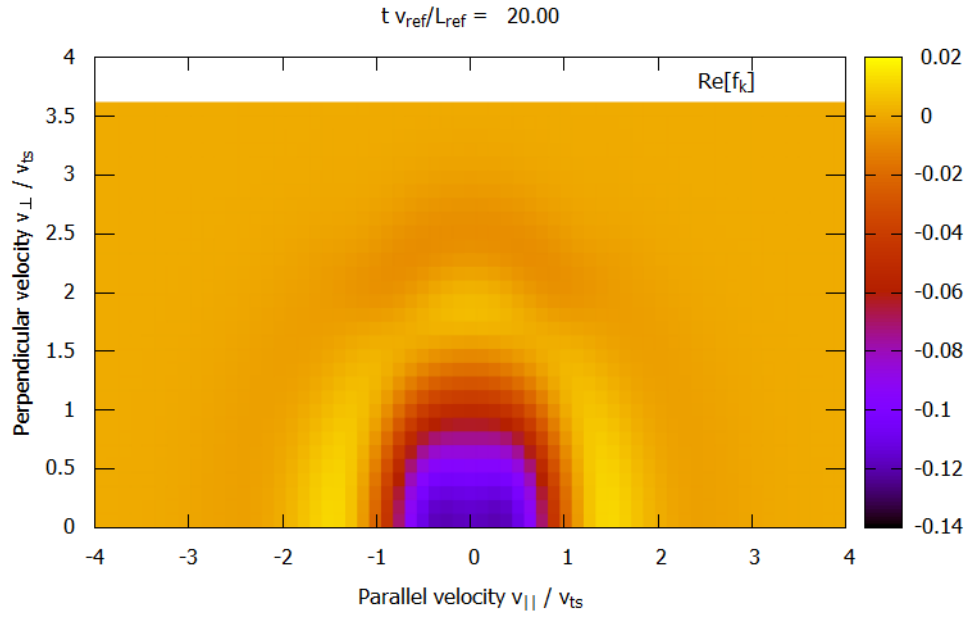


図 4.10: 断熱電子の非線形計算における $\phi(x, y)$ の空間構造

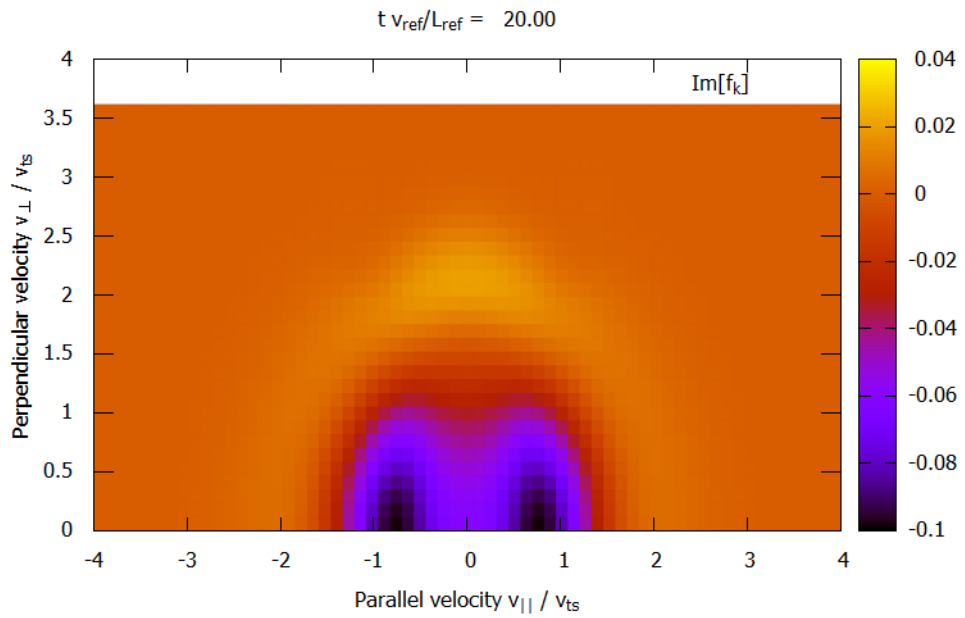
場と背景磁場との $\mathbf{E} \times \mathbf{B}$ ドリフトによって粒子・熱フラックスが生じる。

さらに、イオンのジャイロ中心位置の摂動分布関数 $\tilde{f}_{ik}^{(g)}$ における $(v_{\parallel}, v_{\perp})$ 速度空間構造について調べた。図 4.11 には $tv_{ti}/R_0 = 20$ の線形成長領域、図 4.12 には $tv_{ti}/R_0 = 70$ の定常乱流領域の摂動分布関数 $\tilde{f}_{ik}^{(g)}$ ($k_x \rho_{ti} = 0.00, k_y \rho_{ti} = 0.30, z = 0$) の速度空間構造を示した。また、a は実数部 $\text{Re} [\tilde{f}_{ik}^{(g)}]$ 、b は虚数部 $\text{Im} [\tilde{f}_{ik}^{(g)}]$ を示す。線形成長領域の構造は左右対称で、 v_{\parallel} の対称性を見ることができる。一方、定常乱流状態では、 v_{\parallel} の対称性がやや崩れていることが確認できた。

最後に、定常乱流状態のエントロピーバランスについて調べた。図 4.4a は断熱電子の非線形計算によるエントロピーバランスの時間発展を示している。図 4.13b は $tv_{ti}/R_0 = 50$ 以降の定常乱流領域の各パラメータの時間平均を棒グラフで示したものである。断熱電子・線形計算のときのエントロピーバランスと比較すると、エントロピー散逸 D_i の値が大きくなり、揺動エントロピーの時間微分 $d\delta S_i/dt$ および粒子と電磁場の相互作用 R_i が殆ど時間変化しない部分がある。定常乱流状態においては、長い時間スケールで見たと

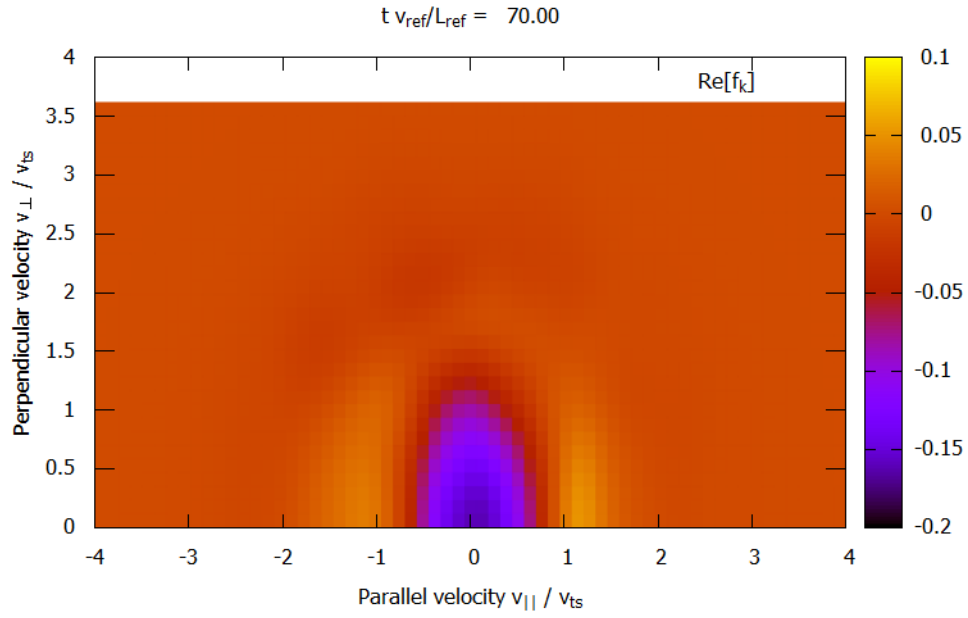


(a) $\text{Re} \left[\tilde{f}_{ik}^{(g)} \right]$

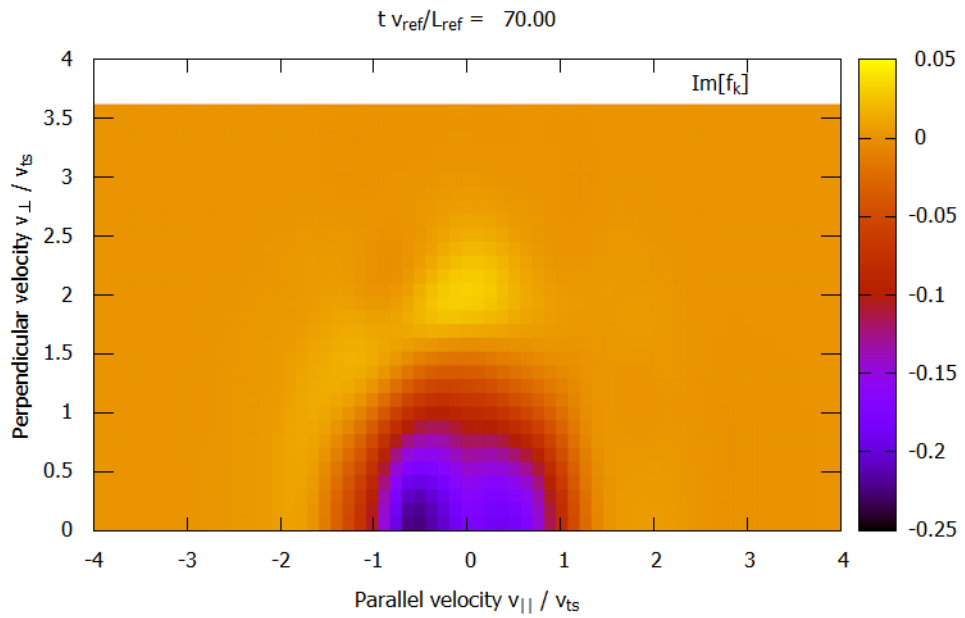


(b) $\text{Im} \left[\tilde{f}_{ik}^{(g)} \right]$

図 4.11: 摂動分布関数 $\tilde{f}_{ik}^{(g)}(k_x \rho_{ti} = 0.00, k_y \rho_{ti} = 0.30, z = 0, t v_{ti}/R_0 = 20)$ の $(v_{\parallel}, v_{\perp})$ 空間上の構造



(a) $\text{Re} \left[\tilde{f}_{ik}^{(g)} \right]$



(b) $\text{Im} \left[\tilde{f}_{ik}^{(g)} \right]$

図 4.12: 摂動分布関数 $\tilde{f}_{ik}^{(g)}(k_x \rho_{ti} = 0.00, k_y \rho_{ti} = 0.30, z = 0, t v_{ti}/R_0 = 70)$ の $(v_{||}, v_{\perp})$ 空間上の構造

きに時間変化しない領域を示すため、 $d\delta S_i/dt$ や R_i が 0 となる。そして、衝突によるエントロピー散逸が熱フラックスによるエントロピー生成と等量になるためエントロピーバランスが成立することになる。また、ここで $ERROR_s$ を (3.11) 式の右辺から左辺を引いた値として

$$ERROR_s = \frac{d\delta S_s}{dt} - \frac{1}{T_s} \left(\frac{\Gamma_s}{L_{ps}} + \frac{\Theta_s}{L_{Ts}} + R_s + D_s \right) \quad (4.2)$$

と定義している。これは、シミュレーション計算の精度を確認するために導入した。 $ERROR_s$ が小さいほどシミュレーションの精度は高いことを示す。今回の計算の場合はイオンの熱フラックス Θ_i/L_{Ti} を基準にしたときの $d\delta S_i/dt, D_i, ERROR_i$ の比がそれぞれ 0.075, -0.82, 0.095 である。この場合の $ERROR_i$ はイオンの熱フラックスに対して十分小さく、このシミュレーションで得られる Θ_i の値は信頼性が高いと判断される。

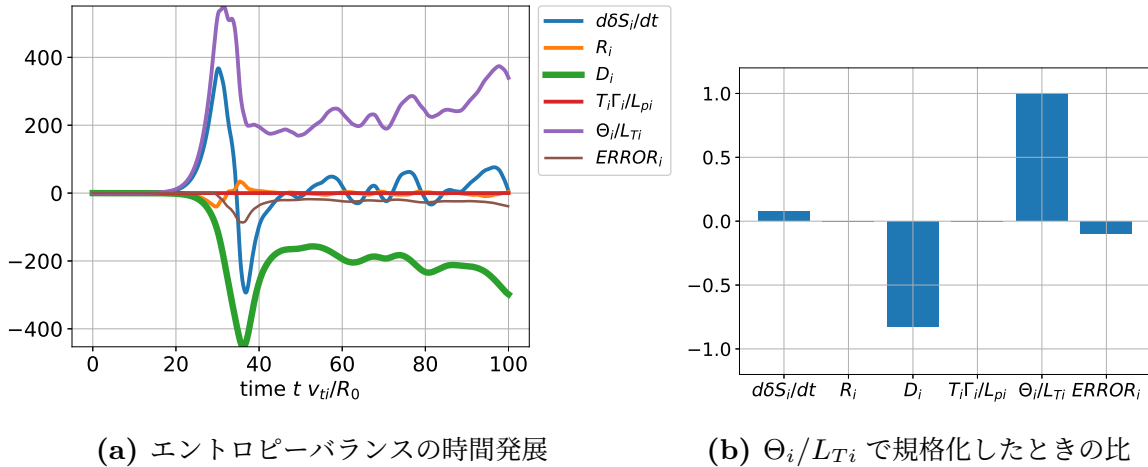


図 4.13: 断熱電子の場合の非線形シミュレーションから得られたエントロピーバランスの式 (3.11) 式中の各項の時間発展と定常状態における各項の比

4.3.2 運動論電子の非線形計算結果

次に運動論電子における非線形計算を行った。まずは、乱流エネルギー交換以外の諸物理量の計算結果を示す。静電ポテンシャル揺動のエネルギー時間発展、 $(k_x\rho_{ti}, k_y\rho_{ti}) = (0.00, 0.30)$ の波数モードにおける z 方向依存性、 (k_x, k_y) 空間スペクトル、 (x, y) 実空間上の時間変化を図 4.14, 4.15, 4.16, 4.17 にそれぞれ示す。断熱電子近似の非線形計算結果と大きく異なるところはないが、 (k_x, k_y) 空間スペクトルを比べると運動論電子の方が

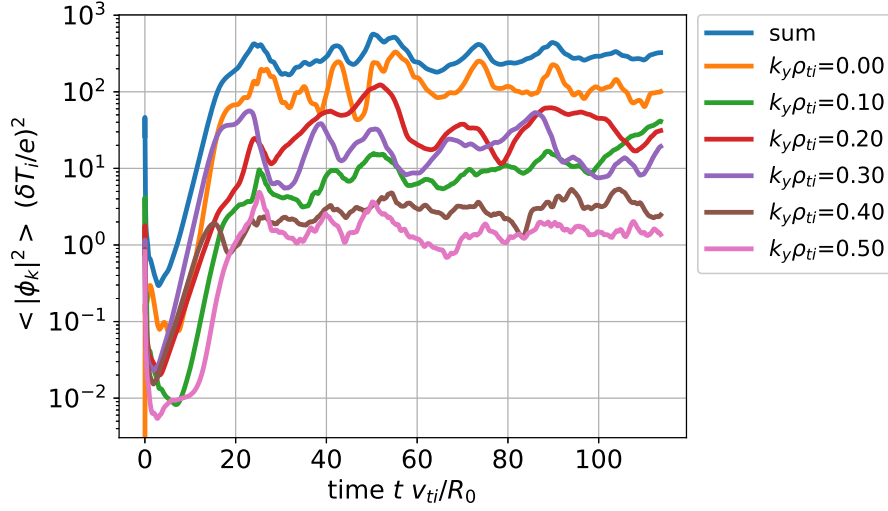


図 4.14: 運動論電子非線形計算のときの $\langle |\phi_k|^2 \rangle$ の時間発展：各 k_y モードは $\sum_{k_x} \phi_k$, sum は $\sum_{k_x, k_y} \phi_k$ をそれぞれ示す。

より広範囲にスペクトルが広がる様子を確認できる。

また、電子のジャイロ中心位置摂動分布関数の速度空間構造を図 4.18, 4.20, イオンのジャイロ中心位置摂動分布関数の速度空間構造を図 4.19, 4.21 に示す。この結果を見ると、 $t v_{ti} / R_0 = 100$ の定常乱流状態における電子の摂動分布関数の速度空間構造が、線形成長領域のような v_{\parallel} 反転対称性を崩していないことを確認できる。一方、イオンの場合は定常乱流上になると線形成長領域の対称性を持った $(v_{\parallel}, v_{\perp})$ 空間上の構造から、非対称な振動を起こす構造に変化している。これは ITG モード乱流がイオンに比べ電子の速度空間構造を大きく変化させないことを示している。

次に各粒子種のエントロピーバランスの中の各項の時間発展を図 4.22, イオンの熱フラックス Θ_i / L_T で規格化されたエントロピーバランス各項の比を図 4.23 に示す。 $t v_{ti} / R_0 = 20$ から定常乱流状態へ遷移し始め、その後は振動しながらも各項が収束している。イオンの場合、粒子・熱フラックスがエントロピーを生成する代わり、乱流エネルギー交換とエントロピー散逸がエントロピーを減少させるため、バランスが保たれている。一方電子は温度勾配がないため、エントロピー生成項として電子熱フラックスは現れない。しかし、電子粒子フラックスの他に乱流エネルギー交換が主なエントロピー生成の役割を担っていることが分かる。こうして、生成されたエントロピーは衝突によって散逸され、電子の揺動エントロピーのバランスが保たれている。

各粒子種の揺動エントロピーの流れを考えると、今回の ITG モード乱流によって、主

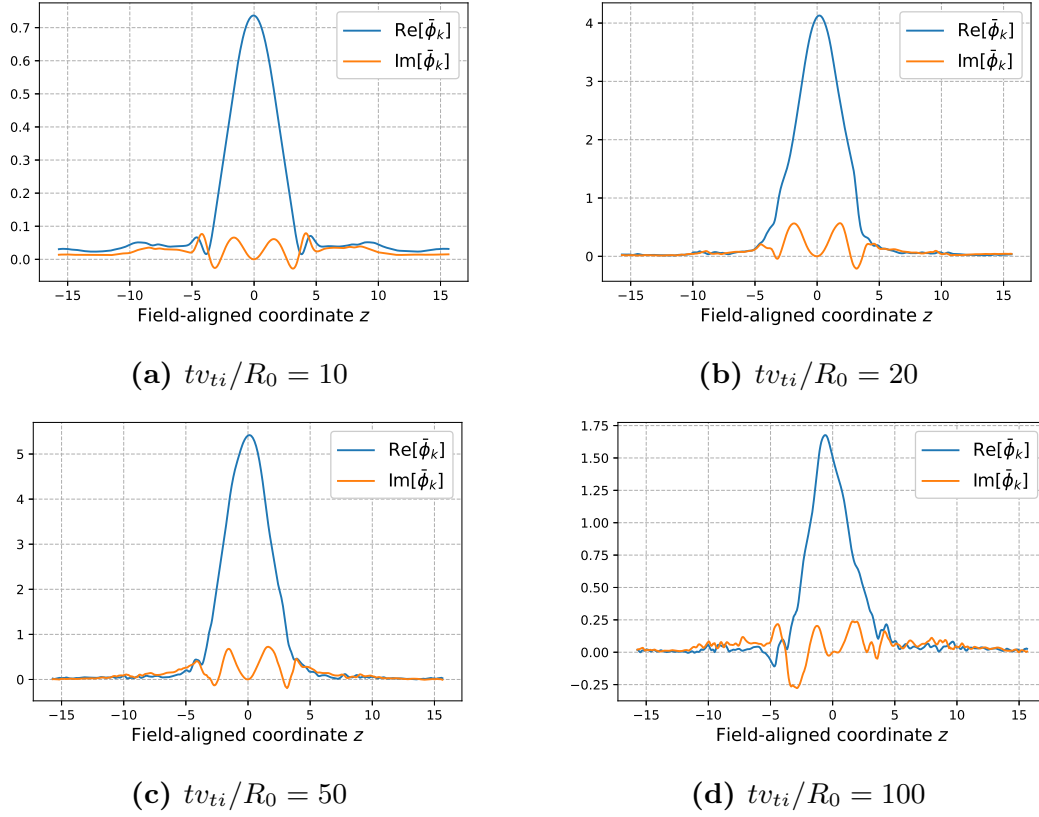


図 4.15: 運動論的電子の非線形計算における $(k_x \rho_{ti}, k_y \rho_{ti}) = (0.00, 0.30)$ の場合の $\phi_k(z)$

にイオンが不安定となり粒子・熱フラックスと圧力・温度勾配の積によって揺動エントロピーを大きく増大させる。このエントロピーの大部分はイオンの衝突によって散逸されるが、一部は乱流エネルギー交換を介して電子に移る。エントロピーを受け取った電子は、自身で生成する粒子フラックスのエントロピーも含めて電子の衝突によって散逸される。乱流輸送フラックスによる揺動エントロピー生成に強弱のあるイオン系と電子系の揺動エントロピーの定常状態が、乱流によるイオン・電子間のエネルギー交換によって保たれていることが明らかになった。

次に乱流エネルギー交換だけでなく、粒子・熱フラックスの (k_x, k_y) 空間スペクトルを図 4.24, 4.25, 4.26 に示す。このスペクトルは、 $tv_{ti}/R_0 = 40$ 以降の定常乱流の時間領域で平均してえられたものである。まず、静電ポテンシャル揺動でも見られたように、 $k_y \rho_{ti} = 0.20$ 付近の波数モードがフラックスやエネルギー交換に強く影響を与えていることが分かる。この点はフラックスとエネルギー交換の共通点として挙げられるが、相違点

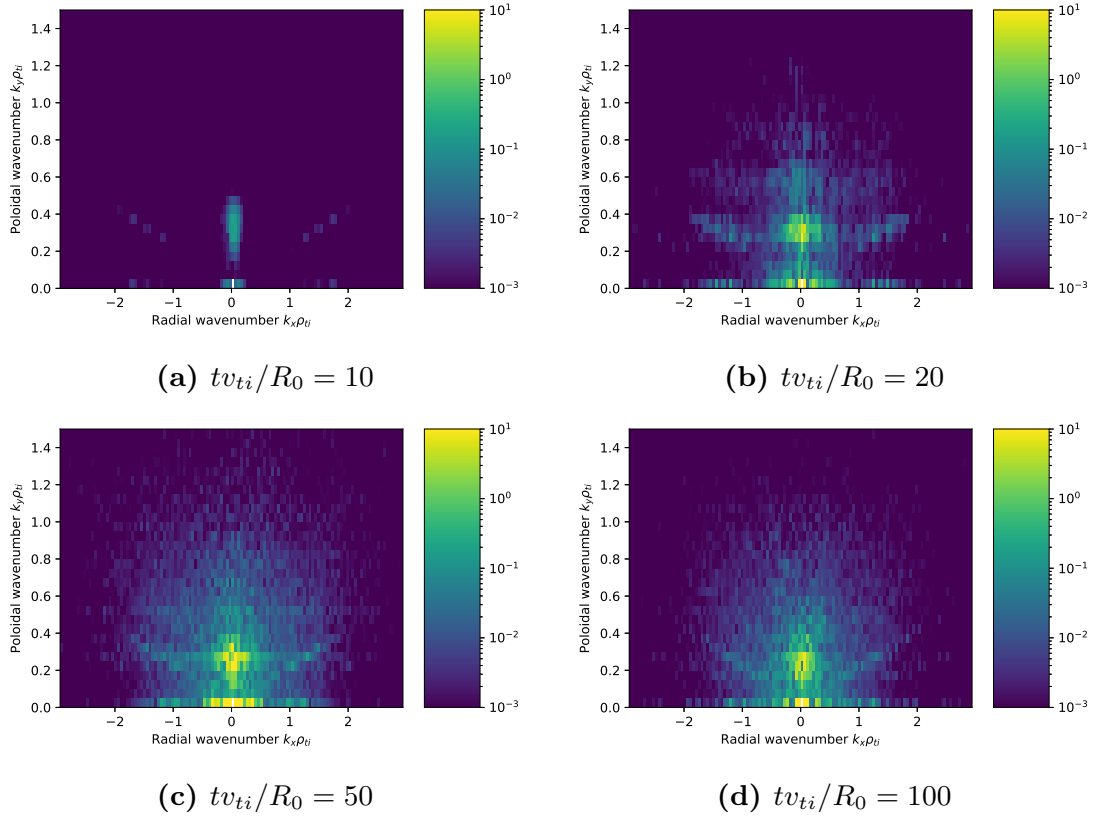


図 4.16: 運動論電子の非線形計算における (k_x, k_y) 空間上の静電ポテンシャル揺動振幅の 2 乗 $\langle |\phi_k|^2 \rangle$ の分布

として $k_y \rho_{ti} = 0$ のゾーナルフロー成分がフラックスにはないのに対しエネルギー交換には存在する。 $k_y \rho_{ti} = 0$ の静電ポテンシャル揺動はポロイダル方向の $\mathbf{E} \times \mathbf{B}$ ドリフトを発生させ小半径外側に逃げる向きのドリフトが生じない。そのため粒子・熱フラックスはゾーナルフロー成分を持たないが、乱流エネルギー交換は空間的に方向を持った現象ではないため、必ず 0 になるわけではない。

4.3.3 衝突エネルギー交換と乱流エネルギー交換の比較

次に衝突エネルギー交換と乱流エネルギー交換を比較する。単位体積・単位時間あたりに、クーロン衝突による電子からイオンへ移るエネルギー Q_i^{coll} は

$$Q_i^{coll} = \frac{3m_e}{m_i} n_e \nu_e (T_e - T_i) \quad (4.3)$$

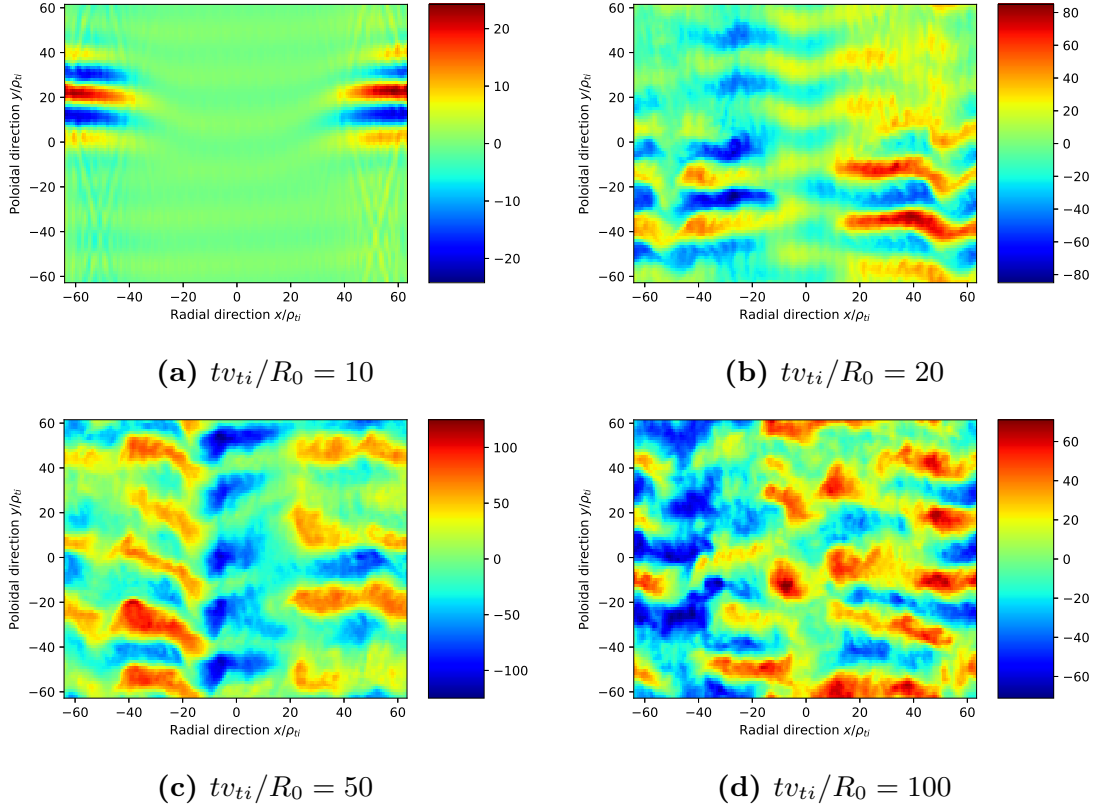


図 4.17: 運動論電子の非線形計算における $\phi(x, y)$ の (x, y) 空間構造

と書き表すことができ、温度差に比例する。そのため、衝突と乱流のエネルギー交換のもつ特性の違いを明らかにするには、電子とイオンの温度比を変えた乱流シミュレーションを行う必要がある。そこで、温度比 T_e/T_i を新しい変数として計算を行った。今回は $T_e/T_i = 0.8, 0.9, 1.0, 1.2, 1.5$ (電子の規格化衝突周波数 $\nu_e^* = 9.0 \times 10^{-2}, 7.2 \times 10^{-2}, 5.8 \times 10^{-2}, 4.1 \times 10^{-2}, 2.7 \times 10^{-2}$) の場合を扱った。初めに運動論電子の場合の線形計算結果によって得られた $k_y \rho_{ti} = 0.30$ の波数モードにおける各温度比の線形成長率・周波数を調べた。その結果を図 4.27 に示す。温度比が大きくなると、周波数はあまり変化しないが線形成長率が大きくなり ITG モードがより不安定になることが分かった。

次に温度比をパラメータとして運動論電子の場合の非線形計算を行った。図 4.28 に温度比の変化に伴う $k_y \rho_{ti} = 0.30$ の線形成長率、粒子・熱フラックス、乱流エネルギー交換の変化を示す。この結果から、温度比が大きくなるにつれて線形成長率が大きくなり、それと共に粒子・熱フラックスと乱流エネルギー交換の絶対値が大きくなることが分かった。これは ITG モードがより不安定になることで静電ポテンシャルの振幅がさらに大き

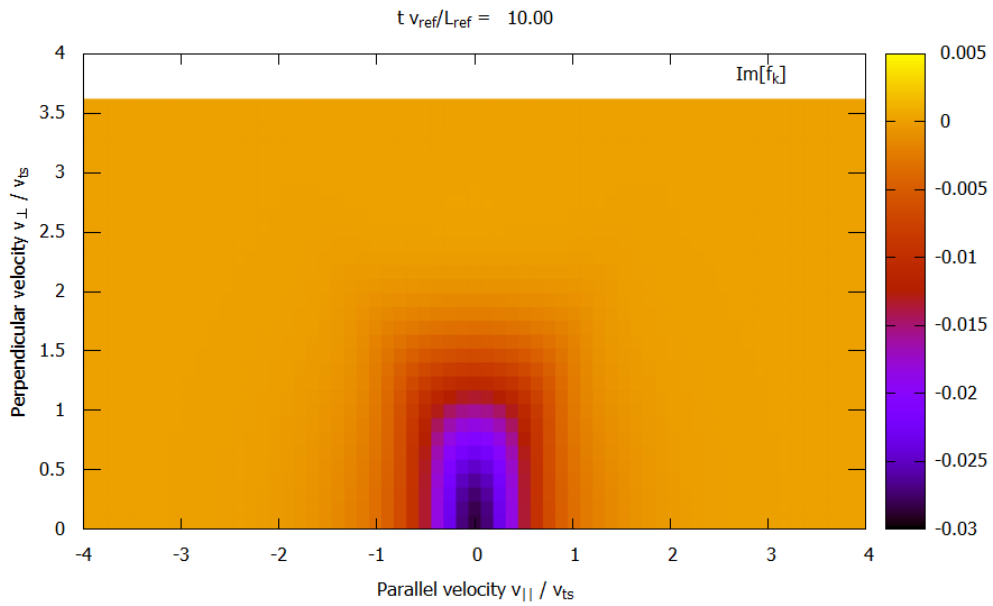
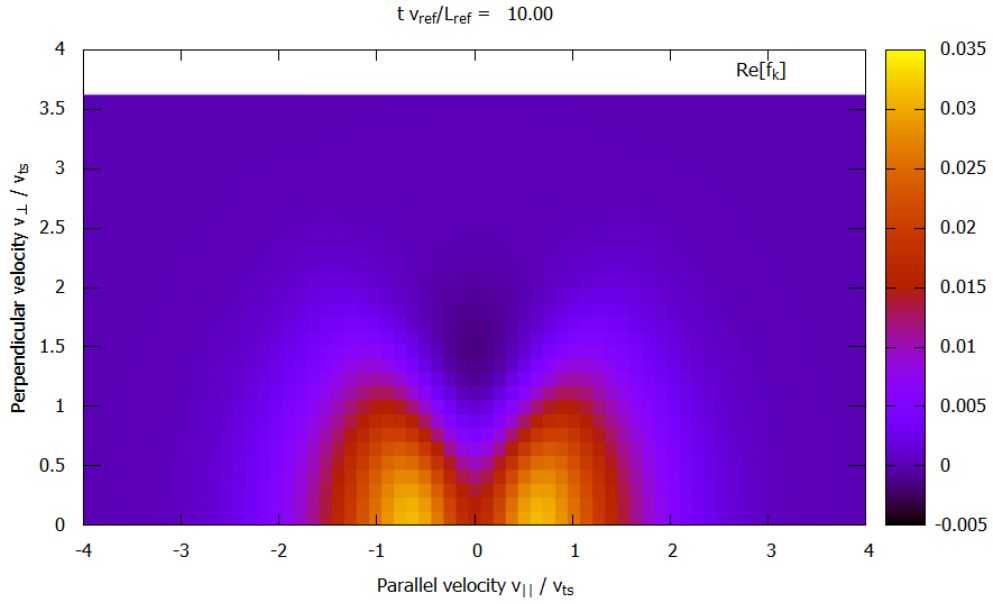
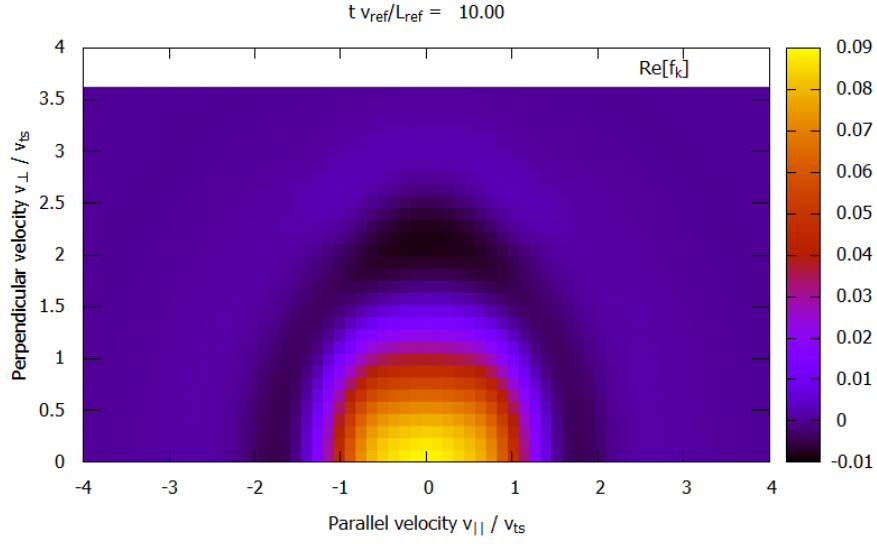
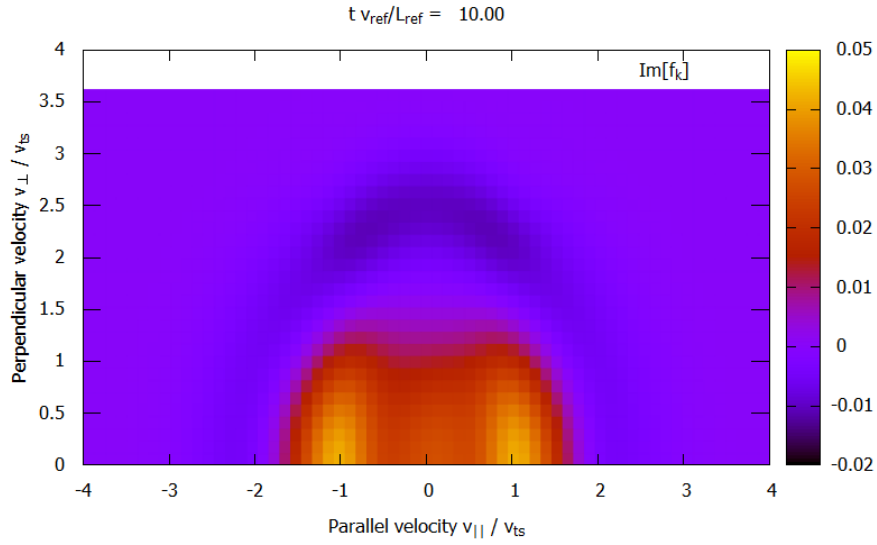


図 4.18: 運動論電子・非線形計算のときの電子の摂動分布関数 $\tilde{f}_{ek}^{(g)}(k_x \rho_{ti} = 0.00, k_y \rho_{ti} = 0.30, z = 0, t v_{ti}/R_0 = 10)$ の $(v_{||}, v_{\perp})$ 空間上の構造



(a) $\text{Re} \left[\tilde{f}_{ik}^{(g)} \right]$



(b) $\text{Im} \left[\tilde{f}_{ik}^{(g)} \right]$

図 4.19: 運動論電子・非線形計算のときのイオンの摂動分布関数 $\tilde{f}_{ik}^{(g)}(k_x \rho_{ti} = 0.00, k_y \rho_{ti} = 0.30, z = 0, t v_{ti}/R_0 = 10)$ の $(v_{\parallel}, v_{\perp})$ 空間上の構造

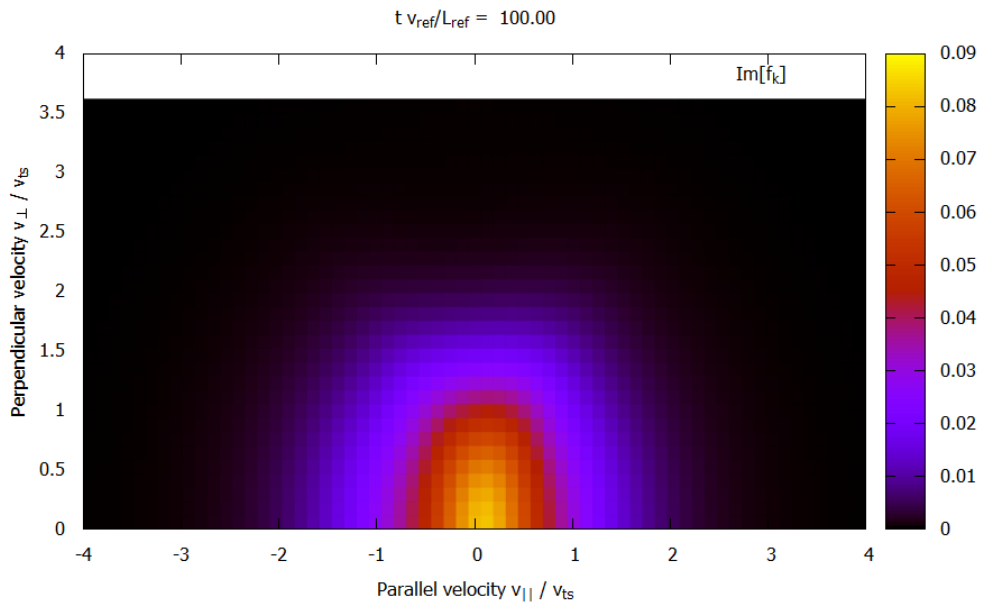
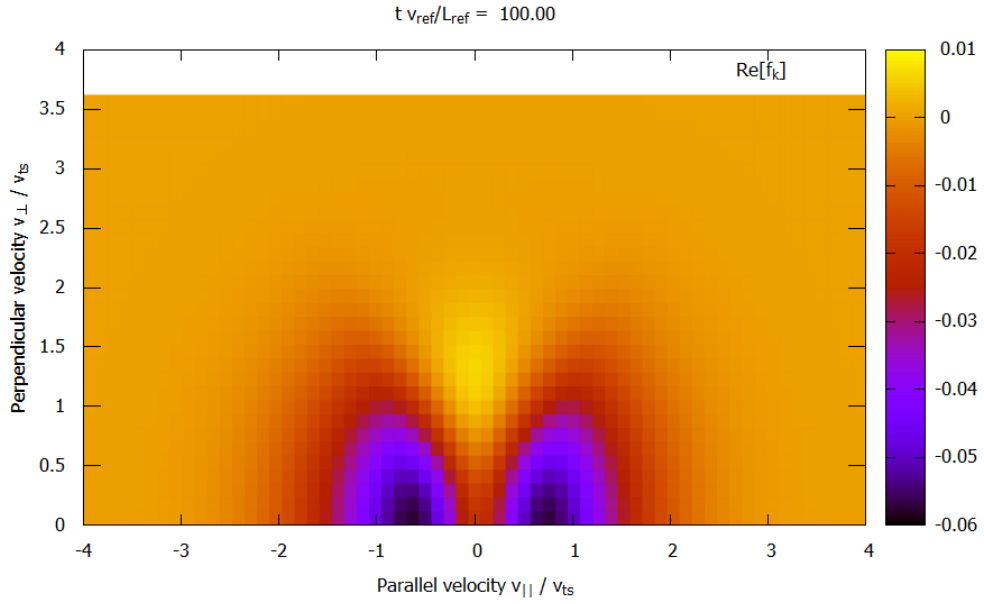
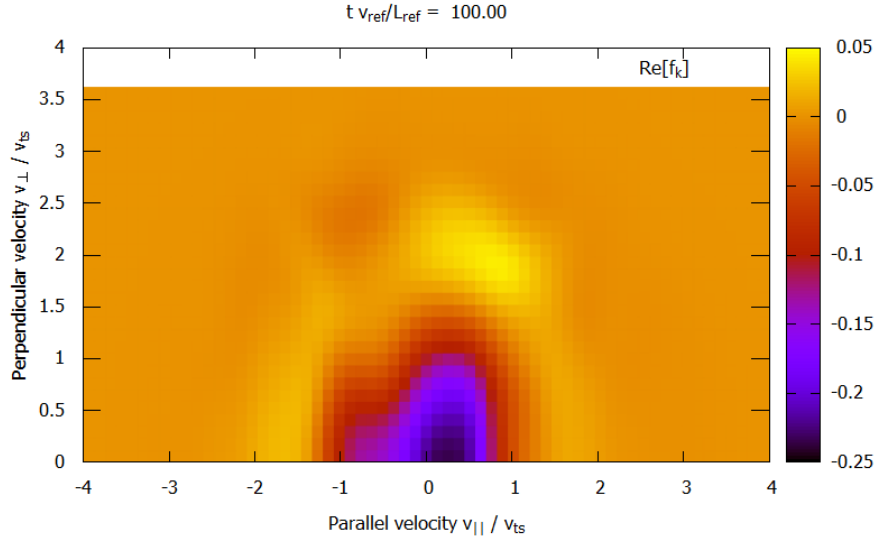
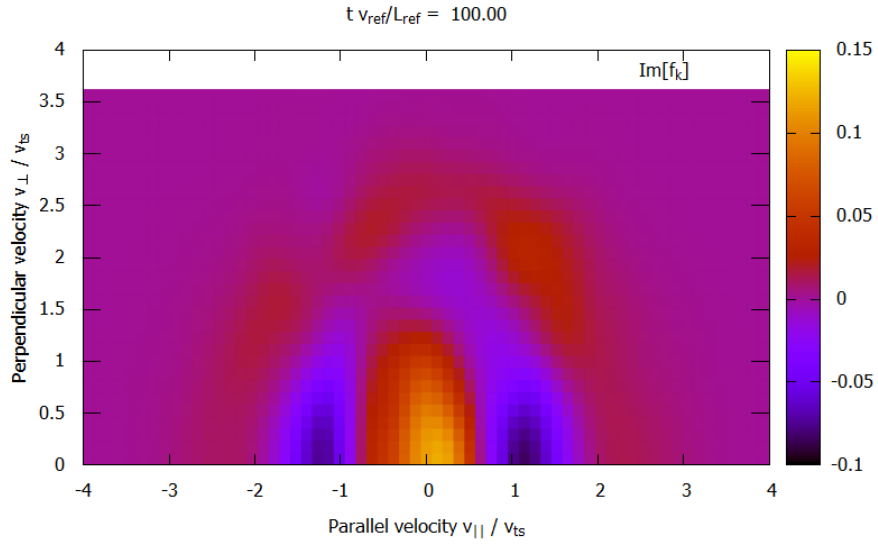


図 4.20: 運動論電子・非線形計算のときの電子の摂動分布関数 $\tilde{f}_{ek}^{(g)}(k_x \rho_{ti} = 0.00, k_y \rho_{ti} = 0.30, z = 0, t v_{ti}/R_0 = 100)$ の $(v_{||}, v_{\perp})$ 空間上の構造



(a) $\text{Re} \left[\tilde{f}_{ik}^{(g)} \right]$



(b) $\text{Im} \left[\tilde{f}_{ik}^{(g)} \right]$

図 4.21: 運動論電子・非線形計算のときのイオンの摂動分布関数 $\tilde{f}_{ik}^{(g)}(k_x \rho_{ti} = 0.00, k_y \rho_{ti} = 0.30, z = 0, t v_{ti} / R_0 = 100)$ の $(v_{\parallel}, v_{\perp})$ 空間上の構造

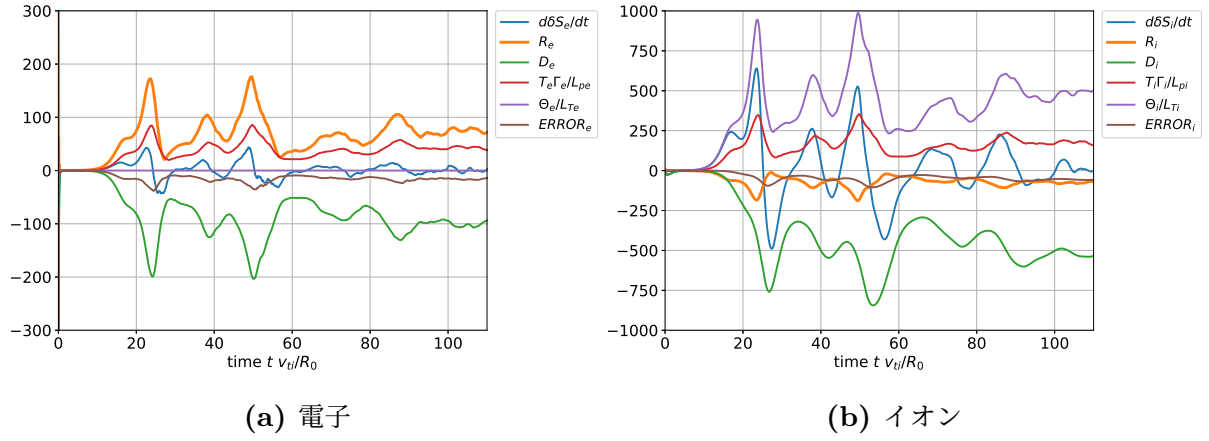


図 4.22: 運動論的電子の場合の非線形シミュレーションにおける電子およびイオンのエントロピーバランスの (3.11) 式中の各項の時間発展

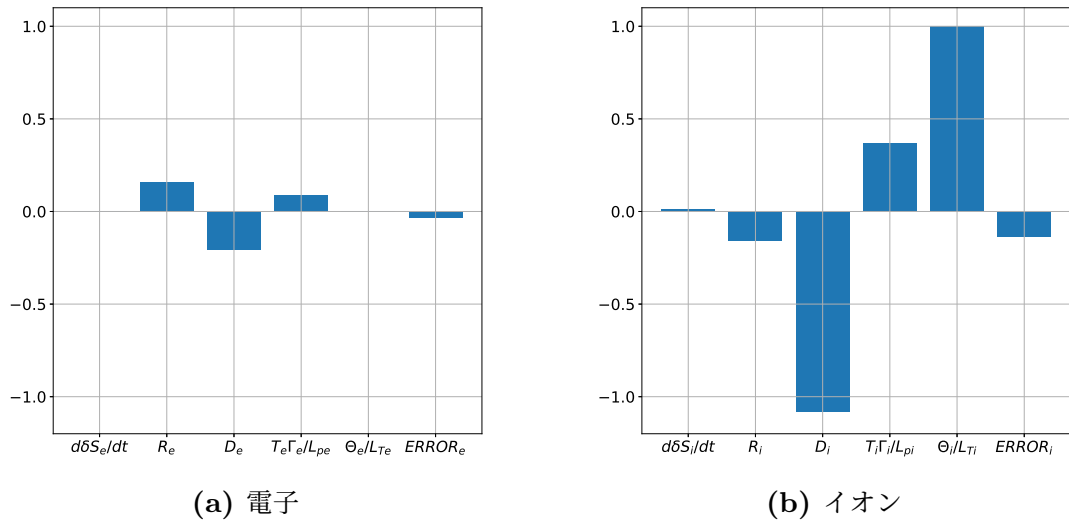
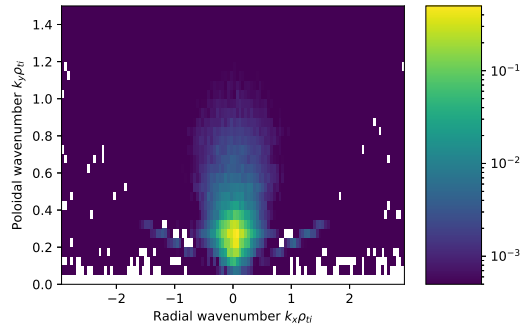
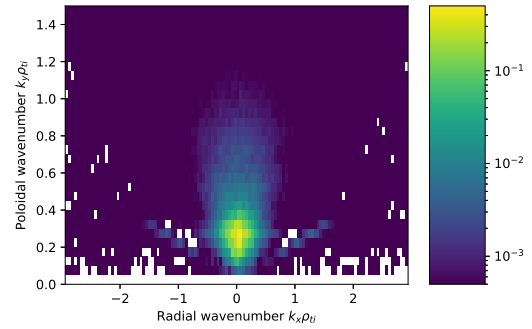


図 4.23: 運動論的電子の場合の非線形シミュレーションにおける電子およびイオンのエントロピーバランスの (3.11) 式中の各項の比。 Θ_i/L_{Ti} を用いて各項が規格化されている。

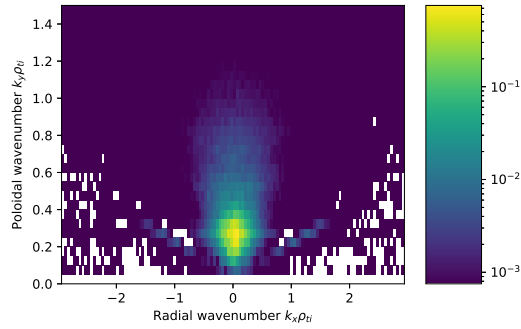


(a) 電子の粒子フラックス Γ_{ek}

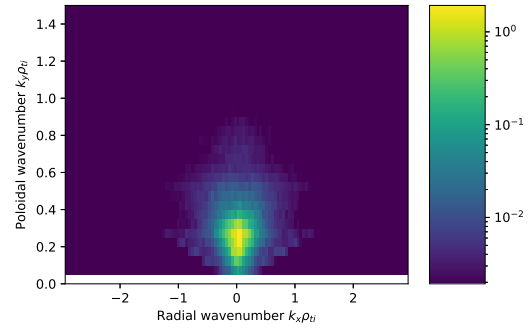


(b) イオンの粒子フラックス Γ_{ik}

図 4.24: 粒子フラックス Γ_s の (k_x, k_y) 空間上の分布

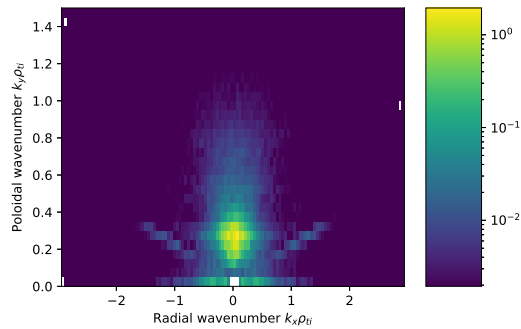


(a) 電子の熱フラックス $(-\Theta_{ek})$

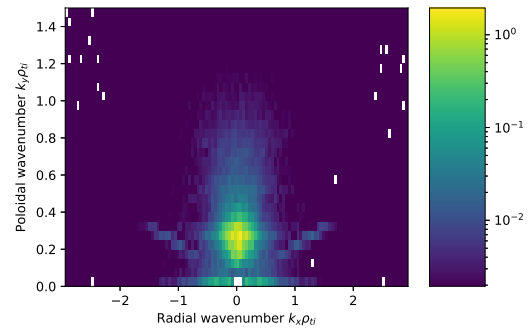


(b) イオンの熱フラックス Θ_{ik}

図 4.25: 熱フラックス Θ_s の (k_x, k_y) 空間上の分布：電子の熱フラックス Θ_{ek} は負の値を持つため、 (-1) 倍した後に対数カラープロットをしている。

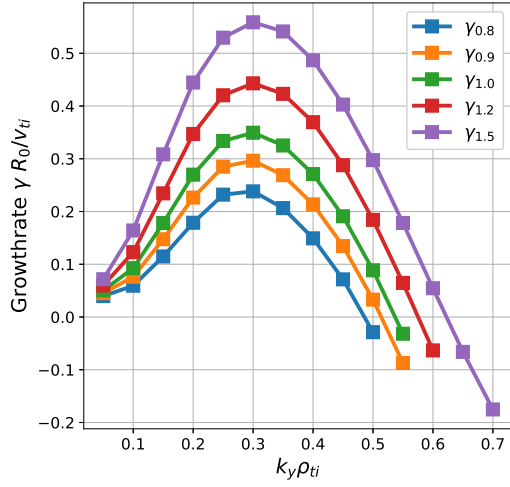


(a) 電子の乱流エネルギー交換 R_{ek}

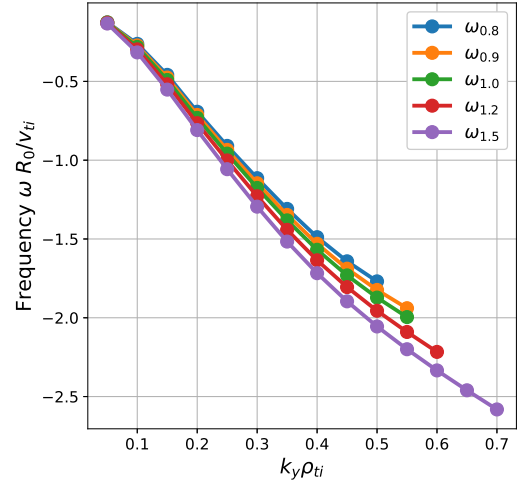


(b) イオンの乱流エネルギー交換 $(-R_{ik})$

図 4.26: 乱流エネルギー交換 R_s の (k_x, k_y) 空間上の分布：イオンの乱流エネルギー交換 R_{ik} は負の値を持つため、 (-1) 倍した後に対数カラープロットをしている。



(a) 線形成長率



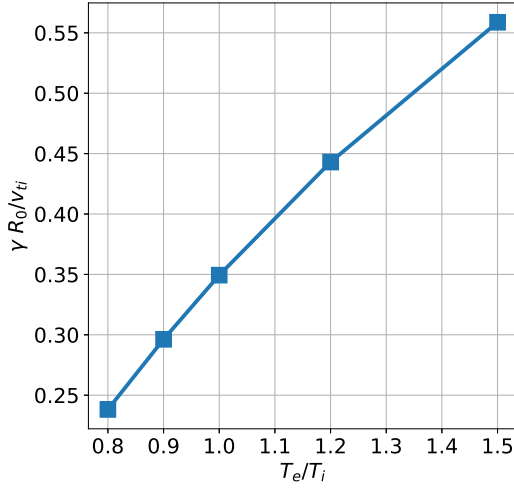
(b) 周波数

図 4.27: 温度比 T_e/T_i の変化に伴う ITG モードの線形成長率と周波数の変化: γ と ω の添え字は温度比 T_e/T_i を示す。

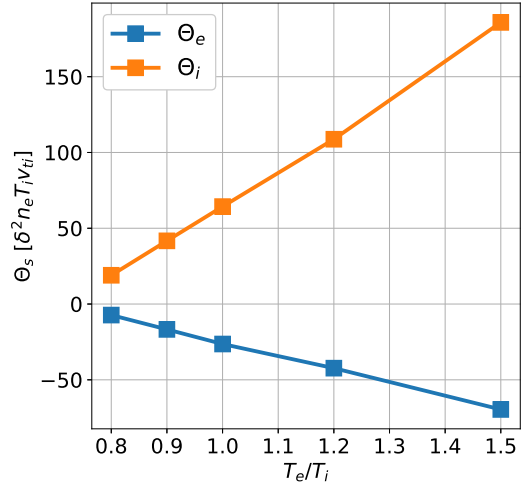
く成長し、粒子や熱を外側へ運ぶ $\mathbf{E} \times \mathbf{B}$ ドリフトや粒子分布関数の揺動に加わるローレンツ力が大きくなるためだと考えられる。

ここで得た乱流エネルギー交換の結果を用いて、衝突エネルギー交換と比較を行った。GKV コードではジャイロボームスケール則に基づき無次元化されたパラメータでシミュレーションを行うため、出力された結果も無次元パラメータとなる。乱流エネルギー交換 J_{3s} は $[\delta^2 n_e T_i v_{ti} / R_0]$ で規格化されている。そこで、密度 $n_e = 1.0 \times 10^{20} [\text{m}^{-3}]$ 、大半径 $R_0 = 1.68 [\text{m}]$ として、イオン温度を $T_i = 1.0, 2.0, 3.0, 4.0 [\text{keV}]$ に変えながらそれぞれのプラズマ条件で比較を行った。今回の非線形計算では $n_e = 1 \times 10^{20}, R_0 = 1.68 [\text{m}]$ 、 $T_i = 2.0 [\text{keV}]$ に対応する規格化衝突周波数を用いているため、 $T_i = 1.0, 3.0, 4.0 [\text{keV}]$ をの場合に、実際の衝突周波数とは異なっていることを断っておく。しかし、すでに規格化衝突周波数が 1 より十分小さいことから乱流輸送フラックスや乱流エネルギー交換の結果に大きな変化はないと考えられる。その結果を図 4.29 に示す。

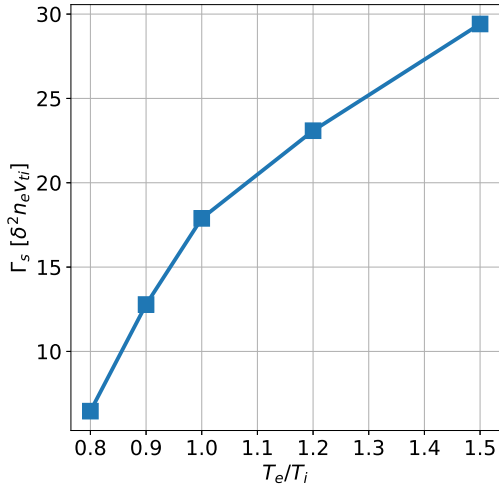
この比較から、まず温度比 T_i/T_i が 1 より小さいか大きいかで Q_i^{coll} の符号が変わるのに対し、乱流エネルギー交換の場合は、温度比に関わらず常に負の向きにエネルギーを流すことが分かる。符号はエネルギーの流れる向きを示し、正の向きが電子からイオンへ、負の向きがイオンから電子への向きを表している。これは、ITG モード乱流においてはイオンが乱流を駆動させるため、より安定な電子にエネルギーが流れると解釈でき



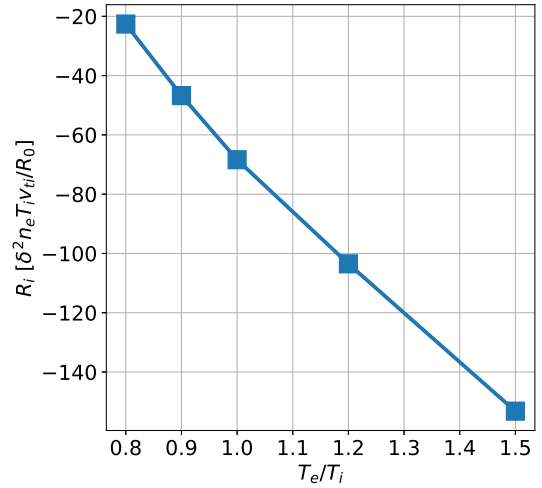
(a) $k_y \rho_{ti} = 0.30$ の線形成長率 γ



(b) 電子・イオンの熱フラックス Θ_e, Θ_i



(c) 粒子フラックス $\Gamma_i = \Gamma_e$

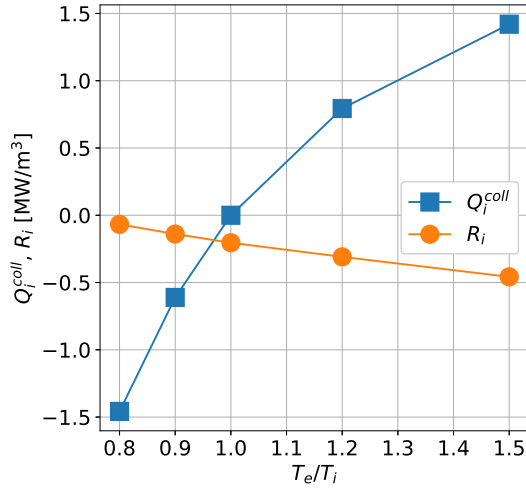


(d) 乱流エネルギー交換 $J_{3i} = R_i$

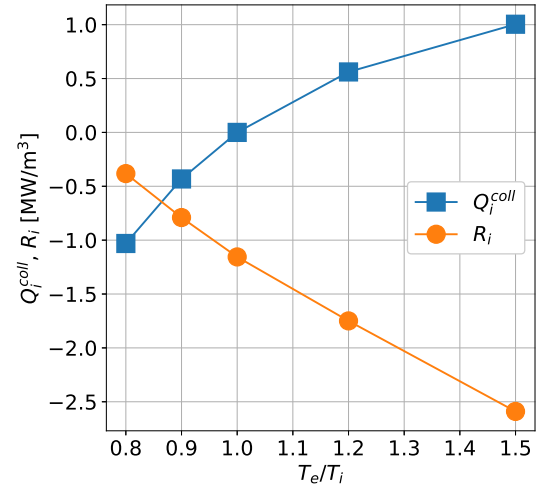
図 4.28: 温度比 T_e/T_i の変化に伴う線形成長率, 粒子・熱フラックス, 乱流エネルギー交換の変化

る。また、前節で述べたように、エントロピーバランスの観点で見るとイオンの粒子・熱フラックスがエントロピーを生成するため、エネルギー交換がイオンから電子へ揺動エントロピーを流す働きを持つ。

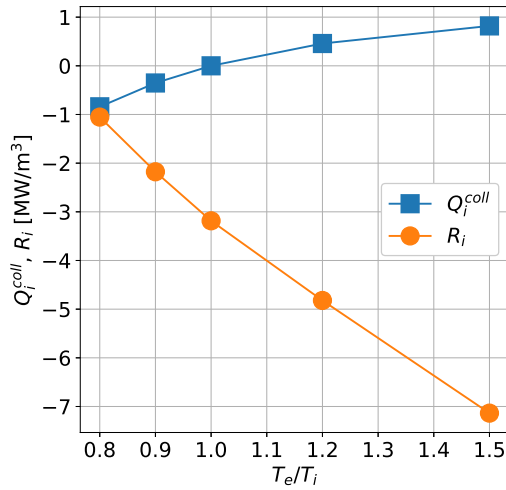
また、電子とイオンの温度差がない等温状態においても乱流エネルギー交換は生じる。衝突エネルギー交換は温度差に比例するため、等温状態では正味のエネルギー交換が起きない。しかし、ITG 乱流における乱流エネルギー交換は等温状態でもイオンから電子へ



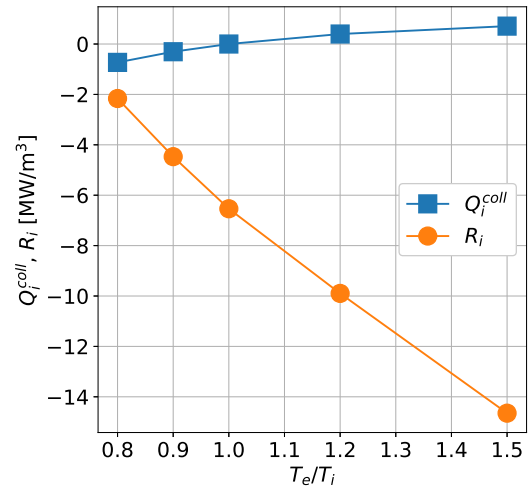
(a) $T_i = 1.0$ [keV]



(b) $T_i = 2.0$ [keV]



(c) $T_i = 3.0$ [keV]



(d) $T_i = 4.0$ [keV]

図 4.29: イオン温度 T_i を変化させたときの衝突エネルギー交換と乱流エネルギー交換の比較

熱を流す。

衝突エネルギー交換と比較することで、乱流エネルギー交換の特徴が明らかになった。さらに、図 4.29 の $T_i = 3, 4$ [keV] の場合に注目すると、衝突エネルギー交換よりも乱流エネルギー交換ははるかに大きいことが分かる。実際に、その温度領域になると衝突エネルギー交換に対する乱流エネルギー交換が 5 ～ 20 倍となり、エネルギー交換項に支配的な影響を与えている。この結果から、ITER や JT60-SA のように超高温プラズマを扱う

場合のエネルギー交換には、乱流によるエネルギー交換を導入する必要があると予想される。

4.3.4 乱流エネルギー交換の各成分の k_y スペクトル

これまで ITG 乱流の諸物理量や乱流エネルギー交換との関係について見てきた。最後に (2.50) 式で示した乱流エネルギー交換を構成する 4 つの成分 $J_{3s\parallel k}, J_{3sBk}, J_{3s\psi k}, J_{3sCk}$ の k_y スペクトル構造について調べた。図 4.30 には乱流エネルギー交換 R_s 及び $J_{3s\parallel k}, J_{3sBk}, J_{3s\psi k}, J_{3sCk}$ の k_y スペクトルを示す。また、図 4.31 は $k_y \rho_{ti} = 0.20$, 図 4.32 には $k_y \rho_{ti} = 0.00$ のスペクトルの各成分を示した。電子の乱流エネルギー交換は磁力線平行方向の揺動ポテンシャル勾配と粒子速度の積 $J_{3e\parallel k}$ が支配的であり、不安定な波数モードでは R_e よりもスペクトルの大きさは大きい。その代わり、磁力線垂直方向の揺動ポテンシャル勾配と ∇B -曲率ドリフトの積 J_{3eBk} が反対の符号を持つことが分かる。これと似たような特徴をイオンでも確認することができる。イオンの場合は J_{3iBk} が負に大きなスペクトル成分を持つが、 $J_{3i\parallel k}$ が正の値を持ち、正味のエネルギー交換量を減少させている。磁力線垂直方向の揺動ポテンシャル勾配と揺動ポテンシャル自身が駆動するドリフトとの積 $J_{3s\psi k}$ は、比較的小さいスペクトルであり不安定な波数モードとゾーナルフロー成分では符号が異なっている。電子とイオン共に不安定な波数モードのスペクトルの 4 成分の合計 J_{3sk} の絶対値を減少させ、ゾーナルフロー成分の J_{3sk} の絶対値を増大させるようなスペクトル形状をしている。また、 $J_{3s\psi k}$ は正味のエネルギー交換量がなく、 k_y スペクトルの形状を変化させる働きをもたらしている。 J_{3sCk} はスペクトル全体でほとんど無視できるほど小さいことが分かった。

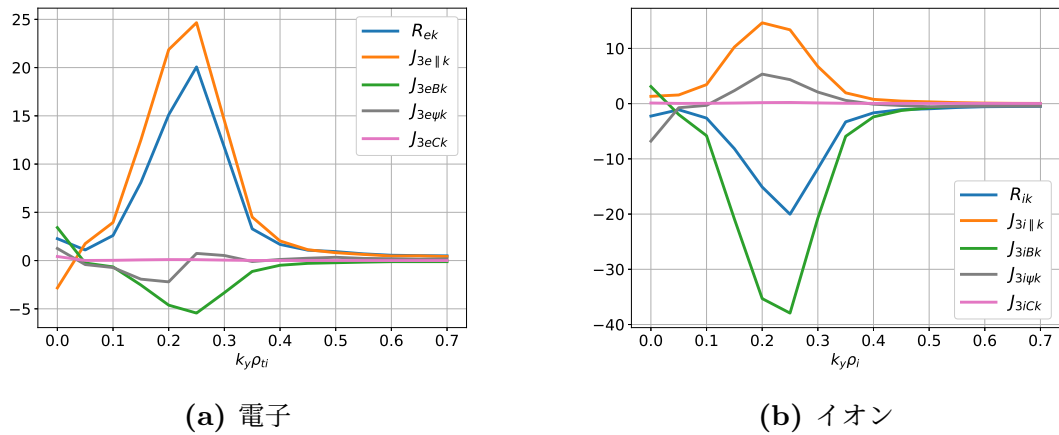
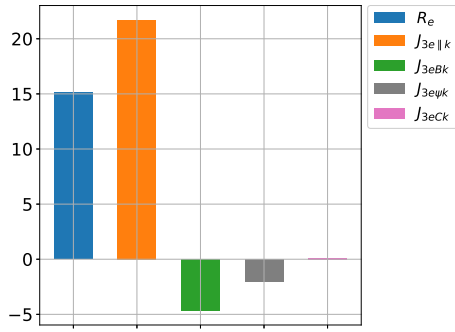
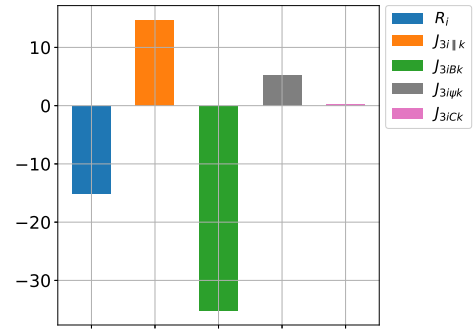


図 4.30: 電子とイオンの乱流エネルギー交換の各成分の k_y スペクトル

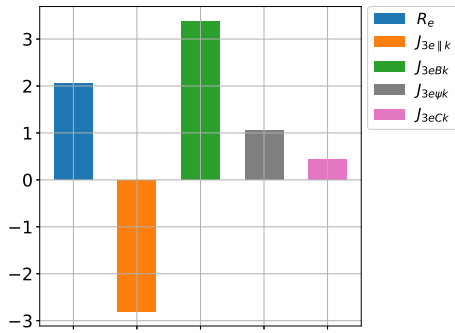


(a) 電子

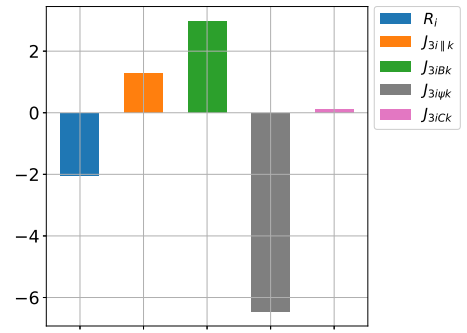


(b) イオン

図 4.31: $k_y \rho_{ti} = 0.20$ モードの乱流エネルギー交換の各成分の構成



(a) 電子



(b) イオン

図 4.32: $k_y \rho_{ti} = 0$ モードの乱流エネルギー交換の各成分の構成

第5章

結論

本研究では、トカマク配位における電子とイオンの間のエネルギー交換に焦点を当て、ジャイロ運動論的シミュレーションにより、ITG モード乱流のエネルギー交換への影響を定量的に評価し、衝突周波数や電子・イオン温度比等のプラズマ条件に対する依存性を調べ、クーロン衝突によるエネルギー交換の場合と比較し、乱流エネルギー交換の特性を明らかにした。特に今回は、ITG モード以外の微視的不安定性の排除するため、電子温度勾配がない特別な条件でシミュレーションを行った。乱流エネルギー交換をエントロピーバランスの観点から見たときに、電子とイオン間で乱流揺動のエントロピーを受け渡す媒介の役目を果たす。ITG モード乱流においては主にイオンの粒子・熱フラックスがエントロピー生成を担う。その揺動エントロピーの大部分は衝突によって散逸するが、一部をポテンシャル揺動を介して電子に移す。電子温度勾配の無いプラズマの場合、イオンから流れるエントロピーが電子側の主なエントロピー生成となる。電子の揺動エントロピーも衝突によって散逸されることでバランスが保たれる。

また、エネルギーバランス方程式におけるエネルギー交換項として、衝突エネルギー交換と乱流エネルギー交換を比較した。衝突エネルギー交換は衝突周波数と、電子とイオンの温度差の積に比例するため、高温低密度のような衝突周波数が小さくなる場合や温度差が小さい場合は衝突エネルギー交換は小さくなる。一方、乱流エネルギー交換はそれとは全く異なる性質を持つことが分かった。まず、乱流エネルギー交換はポテンシャル揺動を介して電子・イオン間のエネルギー交換を引き起こし、無衝突プラズマにおいても存在しうる。むしろ、高温プラズマの場合は衝突よりもはるかに大きいエネルギーが乱流を通して受け渡しされる。2 つ目の衝突エネルギー交換と異なる点は、ITG モード乱流下での乱流エネルギー交換は電子とイオンの温度差の大きさや正負に関わらずエネルギーをイオンから電子へ流すことができることである。衝突エネルギー交換は必ず高温から低温へ熱

が流れ、粒子種間で温度差がない場合は衝突を介してのエネルギー交換は生じない。しかし、イオン温度勾配が不安定性を引き起こす場合、乱流エネルギー交換は温度差に関わらずイオンから電子にエネルギーを移すことが分かった。電子とイオンが等温の場合でも、正味の衝突エネルギー交換はないが乱流エネルギー交換は存在する。ITG 乱流では、主としてイオン温度勾配とイオン熱輸送フラックスの積により、イオン系の揺動エントロピーが生成され、その一部が乱流エネルギー交換によって温度差に関係なく電子系へと移され、電子系の揺動エントロピーの生成の役割を果たすことにより、クーロン衝突散逸が存在するイオン・電子の両方の系の揺動エントロピーの定常的なバランスが実現される。

さらに、乱流エネルギー交換を構成する 4 つの成分の k_y スペクトルについて調べた。乱流エネルギー交換はポテンシャル揺動の勾配とプラズマの粒子速度の内積で表現できる。乱流エネルギー交換の平行成分 $J_{3s\parallel k}$ と ∇B -曲率ドリフト成分 J_{3sBk} によって乱流エネルギー交換の大部分が決定され、ポテンシャル揺動によるドリフト成分 $J_{3s\psi k}$ と衝突項成分 J_{3sCk} は乱流エネルギー交換量にほとんど寄与しない。しかし、 $J_{3s\psi k}$ は不安定性の成長率の高い波数モード領域とゾーナルフローモードで反対の符号をとり、正味のエネルギー交換量は 0 となるが、 k_y スペクトルの形状を変化させる働きをする。また、不安定性が強く発生する波数領域では、電子は $J_{3e\parallel k}$ 、イオンは J_{3iBk} が卓越する。他方、 $k_y \rho_{ti} = 0$ のゾーナルフローモードは異なった成分構成となる。電子は $J_{3e\parallel k}$ と J_{3eBk} が逆向きに相殺し合うが、イオンは $J_{3i\psi k}$ が支配的な影響を及ぼす。このように各粒子種や k_y スペクトル領域ごとに各成分が異なる働きをしていることが明らかになった。

先行研究では乱流エネルギー交換は粒子・熱フラックスと比較するとプラズマのマクロな粒子・温度分布に与える影響は小さいと述べている。しかし、衝突よりも乱流のエネルギー交換の方が大きいプラズマ条件が存在することが示されたことにより、輸送コード解析において乱流エネルギー交換を導入することでより詳細な密度・温度分布を予測することができると考えられる。特に今回は ITG モード乱流のみを対象にしたが、乱流フラックスによってプラズマ内部の粒子・熱が外に逃げってしまう以外に、イオンから電子にエネルギーが移される場合は、核融合反応に必要な高イオン温度の維持に対する妨げとなる。このような観点から他の微視的不安定性からなる乱流エネルギー交換についても調べる必要がある。

謝辞

私が修士課程を2年間過ごすにあたって東京大学においては、洲鎌英雄先生、梶田信先生、斎藤晴彦先生、佐藤直木さん、剣持尚輝さん、中村香織さん、森敬洋さん、上田研二さん、相原寛人さん、谷岡樹さん、中澤拓也さん、布谷圭一郎さん、前角弘毅さん、仲川涼介さん、村井俊太郎君に大変お世話になりました。また、学外関係者では核融合科学研究所の沼波政倫先生、名古屋大学の渡邊智彦先生、前山伸也先生、総合研究大学院大学の中山智成さん、彌富豪さん、那須達丈君、名古屋大学の藤井洸太郎くんにも大変お世話になりました。

洲鎌先生は指導教員として2年間ご指導いただきました。入学当初はジャイロ運動論を全く知らない状態でしたが学生として快く受け入れてくださいました。オンラインを通してのミーティングがほとんどでしたが、ジャイロ運動論について質問させていただいたりシミュレーション結果について共に議論させていただきました。洲鎌先生はジャイロ運動論だけでなく理論物理の幅広い知識を持っているため、結果に対する的確な考察にいつも驚かされました。また、研究者としての心得を教えていただいたり、私の進路についても真剣に考えてくださいました。その他にも、発表資料に関する修正作業とご助言をいただいたり、核融合科学研究所での共同研究の手続きや奨学金申請のための推薦書の作成もさせていただきました。洲鎌先生には研究のための環境整備にも多くご協力していただきました。

沼波先生には共同研究としてプラズマシミュレータのアカウント作成をしていただいたり、GKV コードの取り扱いについてご助言いただきました。渡邊先生と前山先生には、乱流エネルギー交換や GKV コードのシミュレーション結果の精度に関してご議論させていただきました。私自身未熟だったため、精度確認のためのシミュレーションを行う上で様々ご迷惑をおかけしてしまうこともありましたが、丁寧にご説明していただけたことに心から感謝いたします。GKV コードのシミュレーションは、核融合科学研究所の共同研究プログラム (NIFS22KIST013) の後援のもと”Plasma Simulator”(NEC SX-Aurora

TSUBASA)で行われました。

梶田信先生，斎藤晴彦先生，佐藤直木さん，劔持尚輝さんには週に1回のミーティングや学会発表前の検討会・リハーサルで議論させていただきました。専門が異なるからこそ，いろんな視点からのご質問をいただくと多く，私自身のさらなる理解に繋げることができました。斎藤先生にはミーティングや検討会，大学のイベントにも責任を持って取り仕切っていただき感謝いたします。

中村香織さん，森敬洋さん，上田研二さん，相原寛人さん，谷岡樹さん，中澤拓也さん，布谷圭一郎さん，前角弘毅さん，仲川涼介さんは研究室の先輩として研究についてご質問をいただいたり，親身になって進路の相談に乗ってくださいました。

村井俊太郎君は学部の卒業論文の時から一緒にいる唯一の同期です。コロナ禍の時も定期的にご飯を食べにいったり研究の話をしながらお互い支え合って無事卒業ができたと感じています。村井君という同期がいたことをとても嬉しく思います。

中山さん，彌富さん，那須君，藤井君は私が核融合科学研究所に長期滞在したときに，お互いの研究について議論したり，申請書の添削をしていただきました。中山さんと藤井君は同じGKVコードを使用していたため，専門分野の近い学生とプラズマ乱流について語り合えて嬉しかったことを覚えています。彌富さんは生活用品の買い出しのために車を出していただいたり，食堂の夕飯と一緒に食べながら様々なお話をさせていただきました。那須君は添削や研究発表の際に的確な指摘をしていただき，良いご意見をいただきました。

秘書の北山さんは研究室の経費を整理していただいたり，共同研究の申請書の作成にもご協力いただきました。後方支援という形で私たちの研究をサポートしていただき感謝いたします。

学生生活の経済支援としては，公益財団法人服部国際奨学財団様，公益財団法人新日本奨学会様，一般財団法人孝情教育文化財団様から給付型奨学金を支給していただくことで，修士課程の学生期間を研究に注ぐことができました。その他にも他大学の学生との交流会や著名な先生方の講話を準備していただけたおかげで，実りの多い学生生活を送ることができました。心から感謝いたします。

最後に，神川中学と群馬高専の友人，ルームシェアで共に過ごした方々，そして何より私の研究生活を支えてくれた家族である加藤信幸さん，供子さん，拓航，彩乃と井ノ川寛依さんに感謝の意を表したいと思います。

参考文献

- [1] P. H. Antonsen, and E. A. Frieman, The Phys. Fluids 11, 569 1968.
- [2] T. M. Antonsen, Jr. and B. Lane, Phys. Fluids, Vol. 23, No.6, Jun. 1980.
- [3] E. A. Frieman and Liu Chen, Phys. Fluids, Vol. 25, 502, 1982.
- [4] 洲鎌英雄, 矢木雅敏, プラズマ・核融合学会誌 第 76 巻第 10 号, 2000 年 10 月
- [5] A. M. Dimits et al, Phys. Plasmas, Vol. 7, No. 3, 2000.
- [6] A. M. Dimits et al, Nucl. Fusion 47, 2007.
- [7] T. Kuroda, H. Sugama, R. Kanno, and M. Okamoto, "Ion Temperature Gradient Modes in Toroidal Helical System", Journal of the Physical Society of Japan, Vol 69, No.8, Aug. 2000.
- [8] M. Nunami, T.-H. Watanabe, H. Sugama, and K. Tanaka, Phys. Plasmas, Vol. 19, 042504, 2012.
- [9] S. Maeyama, A. Ishizawa, T.-H. Watanabe, M. Nakata, N. Miyato, M. Yagi, and Y. Idomura, Phys. Plasmas, Vol. 21, 052301, 2014.
- [10] M. Nakata, T.-H. Watanabe, and H. Sugama, Phys. Plasmas, Vol. 19, 022303, 2012.
- [11] H. Sugama, M. Okamoto, W. Horton, M. Wakatani, Phys. Plasmas, Vol. 3, No.6, 1996.
- [12] H. Sugama, T.-H. Watanabe, and M. Nunami, Phys. Plasmas 16, 112503, 2009.
- [13] S. Maeyama, Tomo-Hiko Watanabe, Motoki Nakata, Masanori Nunami, Yuuichi Asahi, Akihiro Ishizawa, Nature Communications 13, 3166, 2022.
- [14] J. E. Kinsey, G. M. Staebler, and R. E. Waltz, Phys. Plasmas, Vol. 15, 055908, 2008.
- [15] H. Nordman, J. Weiland, and A. Jarmen, Nuclear Fusion, Vol. 30, No.6, 1990.
- [16] G. M. Staebler, J. Candy, N. T. Howard, and C. Holland, Phys. Plasmas, Vol.

- 23, 062518, 2016.
- [17] G.M. Staebler, E. A. Belli, J. Candy, J.E. Kinsey, H. Dudding, and B. Patel, Nucl. Fusion 61, 116007, 2021.
 - [18] S. Toda, M. Nakata, M. Nunami, A. Ishizawa, T.-H. Watanabe, and H. Sugama, Phys. Plasmas, Vol. 26, 012510, 2019.
 - [19] R. E. Waltz and G. M. Staebler, Phys. Plasmas 15, 014505, 2008.
 - [20] J. Candy, Phys. Plasmas, 20, 082503, 2013.
 - [21] M. Honda, A. Fukuyama, Computer Physics Communications 208, 2016.
 - [22] 洲鎌英雄, プラズマシミュレーション 多階層複雑現象の解明へ, 京都大学学術出版会, プラズマ・核融合学会編, 2018, 2.2-2.3 節.
 - [23] T.-H. Watanabe and H. Sugama, Nucl. Fusion 46, 24, 2006.
 - [24] M. A. Beer, S. C. Cowley, and G. W. Hammett, Phys. Plasmas 2, 1995.

修士論文に関する国内学会・ シンポジウムでの発表

(口頭発表・査読無し)

- 加藤鉄志, 洲鎌英雄, 渡邊智彦, 沼波政倫, 「ジャイロ運動論的シミュレーションに基づく電子イオン間の熱交換に対する ITG 乱流の影響の評価」, 日本物理学会, 講演番号 12aW631-6, 東京工業大学, 2022 年 9 月.

(ポスター発表・査読無し)

- 加藤鉄志, 洲鎌英雄, 渡邊智彦, 沼波政倫, 「ITG 乱流における電子イオン間の熱交換と粒子・熱フラックスとの関係」, プラズマシミュレータシンポジウム, ポスター番号 P1-09, オンライン, 2022 年 9 月.