

論文審査の結果の要旨

氏名 三ノ宮典昭

本論文は、 $\mathcal{N}=1$ 超対称性を持つ 1 次元格子模型における超対称性の自発的破れとそれに伴う南部・ゴールドストーンモード (超対称 NG モード) を論じたもので、以下の 5 章からなる。

第 1 章では、序論として超対称性に関するレビューを行っている。超対称性はフェルミ粒子とボース粒子を結びつける対称性で、素粒子論において重要な概念である。超対称性を持つ量子力学系や物性系も提案されているが、超対称性の自発的破れに関する研究は少ない。超対称性は超対称変換の生成子の数 \mathcal{N} で特徴づけられ、場の理論ではこの \mathcal{N} の値によって物理が大きく異なることが知られている。 $\mathcal{N}=2$ 超対称性とその自発的破れを示す複素フェルミオン鎖に関しては論文提出者自身の先行研究があり、ここで紹介されている。

第 2 章では、超電荷 Q に基づく $\mathcal{N}=1$ 超対称代数の定義を紹介している。一般に、超対称性を持つ系のエネルギー固有値は非負であり、正のエネルギー固有値を持つ状態は Q の作用により生成される超対称パートナーを持つ。ただし、基底状態がゼロエネルギーを持てば、これは超対称パートナーを持たない Q の固有状態になっている。そこで、超対称量子力学系においては、基底状態のエネルギーが正であれば超対称性が自発的に破れているとされる。しかし、本論文で扱う多体系においては、「熱力学的極限における基底状態エネルギー密度が正であること」を超対称性の自発的破れの定義とするべきであることが指摘されている。

第 3 章と第 4 章が本論文の中心で、オリジナルな研究成果の報告である。第 3 章では、 $\mathcal{N}=1$ 超対称性を実現する 1 次元格子模型として、1 つの実パラメータ g を含むマヨラナ・ニコライ鎖を導入している。この模型は、1 次元格子上で相互作用するマヨラナフェルミオンの系と見なすことができる。まず、 $g=1$ の場合にはゼロエネルギーを持つ厳密な基底状態を構成し、超対称性が破れないことを証明した。 $g \neq 1$ では有限系の基底状態のエネルギーは正になるが、数値的に求めた基底状態エネルギーの外挿により、 g が小さい領域では基底状態のエネルギー密度はゼロになり超対称性が回復することを示している。一方、 $g > 8/\pi - 1 \doteq 1.54648$ では、厳密な不等式により基底状態のエネルギー密度が正である、すなわち超対称性が自発的に破れることを証明している。さらに、変分励起状態を構成し、超対称性が自発的に破れていればギャップレスな励起が存在することを証明した。これは、場の理論で知られている超対称 NG モードに対応する。変分法により求めたエネルギーの上限は運動量に比例しているが、励起状態の実際の分散関係を数値的に求めるとエネルギーが運動量の 3 乗

に比例している。これは、この模型における超対称 NG モードが非相対論的であることを意味する。

第 4 章では、第 3 章で議論したマヨラナ・ニコライ模型を変更した模型について論じている。この模型を第 3 章と同様な手法で解析すると、やはり g が小さい領域では超対称性が破れていない相を、 g が大きい領域で超対称性が自発的に破れた相を持つことがわかる。また、超対称性が自発的に破れた相では、変分法によりギャップレスな超対称 NG モードの存在を示すことができる。ただし、第 3 章の模型と異なる点として、数値的に求めた分散関係が線形になっている。すなわち、この模型の超対称 NG モードは相対論的である。さらに、この超対称 NG モードのスペクトルがセントラルチャージ $1/2$ を持つイジング共形場理論で記述されることも示した。

第 5 章では、全体のまとめが行われ、今後の展望が述べられている。

以上のように、本論文では $\mathcal{N}=1$ 超対称性を持つ 1 次元の格子模型を 2 種類構成し、超対称性の自発的破れとそれに伴う超対称 NG モードの存在を示している。また、この超対称 NG モードは 1 つの模型では非相対論的でありエネルギーが運動量の 3 乗に比例するが、もう 1 つの模型では相対論的である。本論文の主要な成果のうち、超対称性が自発的に破れていない状態と超対称性が自発的に破れた相の存在、および超対称性の自発的破れに伴う超対称 NG モードの存在は厳密に証明している。一方、超対称性が破れていない相が有限のパラメータ領域に存在していることや、超対称 NG モードの分散関係などは数値計算により示しているが、その解析は信頼性が高いものと認められる。

本論文は論文提出者自身による $\mathcal{N}=2$ 超対称性に関する先行研究と共通する部分もあるが、本論文で導入した $\mathcal{N}=1$ 超対称性を持つ模型では有限のパラメータ領域で超対称性が回復するなど、重要な差異も見出した。本論文は、格子模型における超対称性の自発的な破れに関して貴重な実例を示した研究として、学術的に十分な価値が認められる。なお、本論文は桂法称氏との共同研究に基づいているが、論文提出者本人の寄与は主体的で十分であると判断する。したがって、博士（理学）の学位を授与できると認める。