

## 論文の内容の要旨

# Study of Semiclassical Periodic Orbits in Kinetically Constrained Quantum Many-Body Systems (運動論的拘束のある量子多体系における半古典的周期軌道の研究)

氏名 中野 颯

ミクロな法則である量子力学から、マクロな法則である熱力学を導き出すことは、現代物理学における大きなテーマの一つである。熱平衡化は、熱力学における重要な公理の一つであり、マクロな系が少数の熱力学変数によって記述される熱平衡状態へと緩和することを主張する。近年、冷却原子系の実験技術の発展に刺激され、環境から孤立した量子多体系の熱平衡化現象が深く研究されるようになった。理論的側面からは、固有状態熱化仮説 (ETH) の重要性が理解され、関連した多くの研究が行われている。

ETH は、量子多体系のエネルギー固有状態が、局所物理量に着目する限りは熱平衡状態と同一視できる、という仮説であり、熱平衡化の十分条件を与えることが知られている。したがって、どのような系が ETH を満たし、どのような系が満たさないのかを理解することは重要である。これまでの数値計算による検証から、ETH は非可積分な量子多体系について一般に成立すると考えられていた。対して、可積分系や強い乱れのある多体局在系においては ETH が成立せず、熱平衡化も生じないことが分かっている。ここで、系の可積分性は局所保存量の有無およびエネルギー固有値の準位統計によって定義されている。では、これらの意味で非可積分でありながら ETH を破るような量子多体系は存在しないのだろうか。この問いに対する回答として近年盛んに研究されているのが、量子多体スカー (QMBS) と呼ばれる現象である。

QMBS は、非可積分なハミルトニアンが ETH を破る非熱的な固有状態を持つ現象、またはその非熱的な固有状態そのものを指す。QMBS の研究の始まりとなったのは、Rydberg 原子系における実験によって観測された熱平衡化しない長寿命の周期運動である。この系は、今日において PXP 模型と呼ばれる非可積分なハミルトニアンによって有効的に記述されることが分かっている。この PXP 模型では、非可積分でありながらも非熱的な固有状態が連続スペクトル中に存在し、非可積分かつ ETH を破る具体例となっている。初期状態がこれらの非熱的な状態と重なりを持っているかによって系の緩和の様子も大きく変化する。この、初期状態に強く依存した「弱い」エルゴード性の破れは、QMBS の特徴の一つである。

熱平衡化や ETH の議論で重要になる準位統計などの概念は、元来、少数系における量子カオスの研究の中で見出されてきた。QMBS においても、対応する少数系の量子スカーという現象が存在する。これは、スタジアム・ビリヤード系のような古典力学においてカオス的に振る舞う力学系を量子化したときに、そのエネルギー固有状態にエルゴード性を破るものが見出されるという現象である。ここで言うエルゴード性とは、状態の確率分布を計算したときに、それが計全体で均一になることを意味する。エルゴード性を破る固有状態においては、古典力学で扱った時の不安定周期軌道の周りに確率密度が集中していることが観察される。

以上のことから、QMBS を古典力学系の周期軌道の概念から理解できないかという問いが自然と生じる。この問題に対して用いられてきたのが、時間依存変分原理 (TDVP) と呼ばれる手法である。TDVP においては、シュレディンガー方程式で記述される系の時間発展を古典変数でパラメータ付けされた変分波動関数の集合が成す多様体の上に射影し、非線形な古典力学系を得ることができる。QMBS の代表例と言える PXP 模型に対しては、適切に選ばれた多様体の上に周期軌道が存在し、それがこれまで知られていた長寿命の周期運動と対応することが見出されている。

この手法において問題となるのが、変分多様体の選択には強い恣意性があるということである。先行研究における変分多様体は、並進対称性を仮定したボンド次元 2 の行列積状態 (MPS) のさらに部分多様体として定義されている。ここでボンド次元というパラメータは、MPS が表現可能な量子状態の集合の大きさを規定しており、ボンド次元無限の極限において MPS の集合はヒルベルト空間全体と一致する。MPS と TDVP を組み合わせてカオス的な (ETH を満たす) 量子多体系の緩和を解析した他の研究では、ボンド次元に対するスケーリング解析を適切に行うことで、熱力学極限で意味のある結果を取り出していた。しかし、QMBS に対してはこのような解析は行われてこなかった。QMBS においては周期軌道が重要となるが、より大きなボンド次元の MPS の中に周期軌道がどのように存在するのかも未解決の問題だった。

本論文では、MPS 上に TDVP によって定義された力学系に対して、周期軌道を数値的に探索するアルゴリズムを構成することで、この問題を解決した。得られたアルゴリズムを PXP 模型に対して適用することで、一般のボンド次元の多様体上に周期軌道が存在することを発見した。我々の結果は、その周期軌道がボンド次元を無限に取った極限においても意味を持つことを強く示唆している。さらに、得られた周期軌道を重ね合わせることで、非熱的なエネルギー固有状態を近似的に再構成できることを指摘し、得られた固有状態の持つエネルギー分散により周期軌道の正確さを定量的に議論した。これによって、変分多様体の選択の恣意性をなくし、QMBS を半古典近似からより正確かつ系統的に議論することが可能となった。この手法は、PXP 模型以外にも数多く提案されている QMBS を示す多体ハミルトニアンに対する解析にも適用可能であり、ETH や QMBS のより深い理解へ大きく貢献すると期待される。