

博士論文

粒子法による流体潤滑モデルの
開発に関する研究

Research on the development of
the fluid lubrication analysis model by the particle method

工学系研究科システム創成学専攻

学籍番号: 37-197064

氏名: 山田 大輔

指導教員: 柴田和也 准教授

目次

1. 序論.....	1
1-1:潤滑形態予測における CFD 解析手法の有効性.....	1
1-2: 流体潤滑問題への粒子法の適用.....	3
1-3:研究目的（可変解像度粒子法の適用による潤滑問題解析のコスト削減検証）.....	5
2. 研究手法.....	7
2-1. 粒子法.....	7
2-2. 粒子法可変解像度手法（重合粒子法）.....	13
2-2-1. 重合粒子法の概要.....	13
2-2-2. 重合粒子法の適用についての改良点.....	19
3. 流体潤滑モデル.....	22
3-1:流体潤滑モデルでの解析条件.....	22
3-2:レイノルズ方程式.....	25
3-3:単解像度粒子による解像度依存性の検討.....	27
3-4:重合粒子法と単解像度粒子法との比較検討.....	33
3-5:重合粒子法の適用における低解像度領域と高解像度領域の境界座標の検証.....	41
3-6:圧力勾配モデルについての依存性の検証.....	46
3-7:MPS 法流体潤滑モデルに関する考察.....	49
3-8:MPS 法流体潤滑モデルに関する結論.....	52
4. ソフト弾性流体潤滑（EHL）モデル.....	54
4-1: EHL 現象解析の背景と概要.....	54
4-2: 単一解像度粒子モデルを用いたソフト EHL モデルの開発.....	56
4-2-1: ソフト EHL モデルの弾性変形の式の適用.....	56
4-2-2: ソフト EHL モデルにおける粒子法の詳細.....	60
4-2-3: ソフト EHL モデルにおける解析条件.....	63
4-2-4: ソフト EHL モデルにおける解析結果.....	67
4-2-5: ソフト EHL モデルにおける解析に対する考察.....	75

4-2-6: ソフト EHL モデルにおいての解析に対する結論	77
4-3: 重合粒子モデルを用いたソフト EHL モデルの開発	78
4-3-1: 研究概要	78
4-3-2: 手法概要	79
4-3-3: 重合粒子法を用いたソフト EHL モデルの解析条件	84
4-3-4: 低解像度粒子の空間解像度依存性の検討	86
4-3-5: 重合粒子法の境界座標の検討	92
4-3-6: 重合粒子法を用いたソフト EHL モデルにおける考察	98
4-3-7: 重合粒子法を用いたソフト EHL モデルにおける結論	100
5. まとめの結論	101
謝辞	104
[参考文献]	105

1. 序論

1-1:潤滑形態予測における CFD 解析手法の有効性

近年、地球温暖化などの影響によって省エネ技術などの環境改善を実現する技術の重要性が高まっている。環境改善の技術の一つとして機械の長寿命化を実現することが重要なアプローチである。機械の長寿命化のためには、適切な潤滑技術を用いることが必要不可欠である。とくに、機械の長寿命化を実現するためには、潤滑油の枯渇による焼付きなどを防ぐ必要がある。また、長時間の機械の作動による疲労摩耗に関してもできるだけ起こらないように制御する必要がある。よって、潤滑技術においては、さまざまな分野で研究が行われており、数多の実験によって、適切な油量や油膜分布、圧力分布などの潤滑形態の解明が進められ、その結果機械の長寿命化やコスト削減に大きく貢献してきた。このように、潤滑技術は工学的にも非常に重要な研究テーマである。例えば、流体潤滑や構造体の弾性変形を伴う弾性流体潤滑 (EHL) 現象などの重要な潤滑現象については数多くの実験が行われており [1-25]、油膜の潤滑形態の解明に大きく貢献してきた。

また、潤滑形態の解明を行うためには、実験の再現性を高めるためには数値流体力学 (CFD) に基づいた解析が有効である。数値流体力学解析によって、構造物のヤング率や潤滑油の粘度、最小油膜厚さなどのさまざまな物性や摺動条件が異なる条件下でも統一的手法で潤滑形態の予測を行うことができる。特に、宇宙機などの過酷な環境下で作動する際には、潤滑過程で潤滑油の枯渇 (境界潤滑) が起こらないことが必要不可欠である。さらに、宇宙機は使用できる電力量も限られるため、粘性抵抗をできるだけ小さくする必要があり、そのためには、潤滑油やグリースの油量を必要最低限にする必要がある。また、このような厳しい環境下で実験を行うためには、真空条件下で非常に高価な潤滑油、グリースを用いて実験を行う必要があるため、実験コストが高くなってしまい、可能な実験回数が少なくなるという問題も生じる。以上のように厳しい条件下において適切な潤滑状態を長時間維持し続ける設計を行うには、潤滑形態の解明を行い、汎用性の高い潤滑技術の開発が必要である。そのためには、流体潤滑の解明を実験のみならず、それに補完するものとして数値解析を用いることがさらに有効である。また、潤滑問題はスケールが非常に小さく、最小油膜厚さについては、 $1\mu\text{m}$ より小さいことも多いことから、表面形状 (表面粗さ) や材質による依存性が非常に大きく、実験で再現性を保つことが難しくなっている。よって、高い再現性を保った上で複数の条件下で潤滑形態を解明するためには、数値流体解析を用いることが非常に有用である。

以上の背景から、レイノルズ方程式を用いた圧力分布や速度分布の予測が潤滑問題解析で特によく用いられている。レイノルズ方程式は、ナビエ・ストークス方程式に非圧縮条件などの様々な仮定 (詳細は 25 ページにある 3-2:レイノルズ方程式の章を参照) を設けることで簡素化した方程式であり、差分法を用いることで、非常に短時間 (2次

元問題で数秒～数十秒)で解析を行うことができ、実験値とよく一致する圧力分布を得ることができる。ただし、レイノルズ方程式は流入・流出境界を定めてその領域内では2つの構造体の隙間には潤滑油が完全に満たされていると仮定した上で圧力分布や速度分布の計算を行っている。このように、レイノルズ方程式は、摺動部などの局所部に限定して、圧力分布などについて定常的に解析を行う手法であり、軸受全体における潤滑油の油膜形状や油量の変化量などのマクロな流れ場の予測など、潤滑の動的な流れを予測することは難しくなっている。さらに、レイノルズ方程式は、実験結果などから推定した油膜破断距離や圧力などの境界条件を陽的に与える必要もある。

したがって、潤滑油の油量が少なく、油膜形状が複雑になっている場合や、軸受全体の油膜分布や油量の変化などの動的な現象の解明を目的にしている場合には、完全非圧縮条件下であることや解析領域内で油膜が完全に満たされていること、圧力分布が鉛直方向には変化しないことなどのレイノルズ方程式の仮定を外したナビエ・ストークス方程式を用いて流体の流れ場を計算する手法が有力である。動的な解析には、数値流体力学(CFD)がよく用いられている。動的な現象の解明によって、軸受や保持器に存在している油量や油膜の分布の時間的な変化を追跡することが可能であることから、軸受の機構全体での潤滑形態の解明が可能である。また、現状では、実用的に解析できる現象の実時間は短いのが現状であるが、解析によって油膜の潤滑形態が解明されると、同時に潤滑形態サイクルの規則性が見出すことができることから、10年単位にも及ぶ耐久試験における予測も将来的には可能になると考えられる。

動的な潤滑問題の計算には、有限要素法などの格子法がよく用いられ、摺動部付近の圧力分布などの潤滑形態などについては、比較的短時間で計算を行うことができ、非常に有効な手法である。実際に、有限差分法 (FDM), 有限要素法 (FEM), 有限体積法 (FVM) などのさまざまな有限要素法で解析が行われており、圧力計算などで高い計算精度を有している[26-42]。また、計算時間の短縮を目的にメッシュレス法においても計算が行われており[43-45]、単純形状に関しては計算精度を保ったまま計算コストが削減できることが示された。

1-2: 流体潤滑問題への粒子法の適用

本研究においては、メッシュレス法の一つである粒子法（MPS法）[46]を用いて潤滑問題の計算を行った。粒子法の特徴としては、領域全体を粒子の集合として計算を行い、メッシュを用いない計算法であることから、流体の大規模変形をロバストに計算できる点がある。また、粒子法はラグランジュ法で位置更新を行うので、移流項を計算する必要がなく数値拡散が起りにくいという特徴もある。以上の特徴から粒子法は大変形を伴う自由表面を比較的容易に解析を行うことができることから、産業界で広く用いられている手法である。とくに、近年では大変形を伴う津波現象や表面張力を伴う液滴のシミュレーションが行われている。具体的には粒子法は、まず実問題の再現のために表面張力モデルの開発がCSFモデルやポテンシャルモデルなどのさまざまな手法で行われている[47-53]。また、津波現象に関しても砕破、水しぶきなどの表面形状が複雑になることから、粒子法で広く行われている[54-57]。さらに、MPS法について気液二相流やキャビテーションの計算も行われている[58-61]。

さらに、粒子法に関して、計算の高精度化を行ったさまざまな先行研究も数多く行われている。例えば、玉井ら[62]や後藤ら[63]によって、最小二乗法を用いた粒子法離散化モデルを開発することによって、粒子の配置が等方的でない場合でも、高精度の計算を行うことのできる手法を開発した。また、粒子法の壁粒子にポリゴンを用いることで、壁（粒子）に対する相互作用をより忠実に実行できるようになり、また粒子数を削減することにも成功した[64, 65]。さらに、粒子法は圧力計算については、通常的手法を用いた場合、大きな圧力振動が発生するので、計算が不安定になりやすい問題がある。この問題を解決するために、田中ら[66]によって、圧力ポアソン方程式のソースターム項の改良を行なった。また、Khayyer[67,68]らによって圧力ポアソン方程式におけるラブラシアン計算の高精度化を行った。

潤滑問題に関しても流れと垂直な水平方向においても横向きのマクロな変形を伴い、軸受の摺動部から転動体にかけての軸受全体の解析については、大規模な表面形状の変化を伴うことから、潤滑油の表面形状の表現に関して粒子法は潤滑解析に適している手法である。また、粒子法は通常は粒子のみを用いて計算を行うので、流体と構造体の連成も比較的容易に行うこともできる。さらに、大規模変形に強いことから表面張力や油膜破断によるキャビテーションについても比較的ロバストに表現することもできる。したがって、粒子法は流体潤滑問題について潤滑油の流れ場などの非定常条件における解析を比較的容易に計算することができるという特徴がある。それに加えて、粒子法は気体の領域を計算する必要がないので、計算が比較的安定に行うことができるという特徴がある。潤滑問題では、圧力分布などの静的な現象はレイノルズ方程式を解くことで予測を行うだけでなく、前述のように軸受全体の潤滑形態の解明のためには、油膜形状の予測、軸受に保持する油量の変化量など動的な現象の予測を行うことが重要である。以上の背景から、粒子法による潤滑問題の先行研究が行われている。Paggiら[69]は、SPH

(Smoothed particle hydrodynamics) 法を用いて流体潤滑問題モデルの構築を行った。Ji ら [70] は, SPH 法によって, ギアボックス内の油膜の形状についての解明を行った。また, 田中, 岩本[71]は, SPH 法を用いて潤滑問題に関しての表面張力モデルの開発を行い, 構造体に潤滑油が張り付きながら逆流する計算の再現に成功した。根岸ら[72] は, MPS 法を潤滑問題への適用を行い, 圧力計算, 粘性計算のそれぞれにおいて陽解法, 陰解法で解くモデルを開発, 検証を行った。この検証から, 必要空間解像度は最小油膜厚さの 8 分の 1 程度と定めることもできた。このように, 粒子法を用いることで, 摺動部などの局所的な箇所での静的な計算のみならず, 油膜形状などの動的な潤滑形態について比較的ロバストに表現することができる。したがって, 粒子法は, 油膜分布の時刻ごとの変化など非定常な潤滑形態の予測に適している手法であるので, 将来的には潤滑形態サイクルの規則性を見出して, 長時間の軸受の耐久性を予測するツールになる可能性もあると考えられる。

ただし, 粒子法は通常的手法では全領域にわたって同一解像度で計算を行うので, 粒子数が大きくなり, 多大な計算コストを要してしまうという問題がある。とくに, 潤滑問題に関しては解析スケールが油膜厚さ方向では非常に小さい ($0.1\ \mu\text{m}\sim 100\ \mu\text{m}$ 程度) ので, 必要空間解像度が非常に大きくなることから, 特に計算時間が大きくなってしまふ。実際に先行研究についても, 単一解像度粒子を用いて計算を行ったので, 多大な計算時間を要する, あるいは解析できる実現象の時間が非常に短くなってしまふ問題が生じている。このような問題から, 先行研究では粒子法で解析した潤滑問題の最小油膜厚さは $100\sim 400\ \mu\text{m}$ 程度となっている。潤滑問題の解析を実用的に行うためには, 1 週間程度で計算を終えることが望ましく, そのためには粒子数, 計算コストを削減することは必要不可欠である。したがって, 粒子法で潤滑問題を計算する際には計算時間を削減して実用性を高めることは必要不可欠な課題である。

本研究では, 潤滑モデルの開発において, 計算コストを削減するために, 粒子法の変解像度手法の一つである重合粒子法[73,74]の適用を行う。粒子法の変解像度手法としては, 田中ら[75]によって, 粒子の分裂, 結合を表現するモデルが開発され, 計算時間の短縮に成功した。重合粒子法の特徴としては, 田中ら[75]の分裂, 結合モデルとは異なり, 低解像度領域と高解像度領域に分割し, それぞれの領域について独立に計算を行うことがあり, 低解像度領域と高解像度領域の解像度比 (粒子径比) を比較的大きくしても安定に計算を行うことができる。以上の背景から, 重合粒子法によって, 津波などの解析領域が大きな問題について適用検証が行われている。本研究では, 重合粒子法の計算コスト削減効果を用いて, 先行研究よりも最小油膜厚さが $4\sim 40\ \mu\text{m}$ と小さい体系の流体潤滑問題に適用した解析を行う。さらに, 本研究では, 高解像度領域と低解像度領域のそれぞれの領域で用いる粒子空間解像度比 N_r は重合粒子法の先行研究[73,74] さらに大きい値である $N_r = 8\sim 16$ まで大きくして計算を行う。

1-3:研究目的（可変解像度粒子法の適用による潤滑問題解析のコスト削減手法の開発）

本研究の目的は、このように大きな計算コストを有する流体潤滑問題について粒子法の可変解像度手法である重合粒子法を適用することによって、計算コストを削減することのできる解析モデルの開発を行うことである。具体的には、将来的に潤滑問題の3次元解析を実用的に行えるようにするために、転がり軸受を模擬した2次元の基礎的な解析モデルを用いてこの重合粒子法を潤滑問題に適用することによるコスト削減効果についての検証を行う。まず、最初の段階として、構造体の弾性変形を伴わない流体潤滑モデルについて計算を行うことである。また、重合粒子法で用いる高解像度領域と低解像度領域それぞれについての必要空間解像度の検証のために、圧力計算についての計算精度についても検証を行う。圧力計算の精度検証の方法としては、潤滑計算でよく用いられるレイノルズ方程式との比較を行い、それぞれの解像度の領域についての必要空間解像度を決定する。なお、本研究では、油膜の形状、摺動部での油量が時刻とともにこれ以上変化しない状態である定常状態に至った段階で、圧力分布についてレイノルズ方程式と比較検討を行う。実用的には5%程度の誤差に収めることが計算精度としては望ましい。それに加えて、さらなる計算コストの削減を目的に、高解像度領域や低解像度領域の境界座標による圧力分布の依存性の検証も行い、計算コストと計算精度について適切な境界座標位置についても定める。

流体潤滑モデルへの重合粒子法の適用検証の次の段階として、潤滑時には摺動部で高圧になることから、構造体の弾性変形が起こる弾性流体潤滑(EHL)現象について扱う。この現象によって構造体同士の隙間が大きく広がり、構造体の摩擦や負荷容量が大きく変わることから、流体潤滑問題においてEHL現象を予測、解明することは非常に重要な課題である。EHL現象についても、前述の通り、実験による予測や有限要素法などのCFDを用いた解析による予測が幅広く行われている。本研究では、流体潤滑問題と同様にして、流体の表面形状の表現に優れている粒子法に構造体の弾性変形の式を連成させて弾性流体潤滑(EHL)モデルの開発を行なう。ここで、弾性変形を伴うEHL現象についても粒子法を適用することによって、弾性変形を伴う系についても、流体の表面形状を動的かつロバストに予測することができる。なお、本計算では構造体のヤング率が比較的小さい系を用いるソフトEHL現象について取り扱う。ソフトEHL現象は比較的低圧条件下においても構造物の変形することから、圧力による潤滑油の密度変化、粘度変化をほとんど無視することができ、ニュートン流体として取り扱うことができる。

本研究で用いる弾性変形の式は、圧力によって弾性変形量が決定され、時刻による弾性変形量の依存性を考慮しない静的な現象を表現する式である。静的な弾性変形式を用いた理由としては、動的な弾性変形手法を用いると、タイムステップごとの構造体の変形量と油膜形状の変化がかなり大きくなるので、圧力計算が非常に不安定になることがある。さらに、動的に構造体の弾性変形を表現するためには、有限要素法を用いて非常に高い解像度のメッシュを用いる必要があり、それに加えて時間刻み幅 Δt も静的に弾性

変形を表現する場合よりも細かく設定することから、高い計算コストを要する問題もある。したがって、本研究では、計算の安定性や実用性を保つために、静的な弾性変形式を用いて構造体の弾性変形を表現する。

ソフト EHL 問題についても前述の流体潤滑現象モデルと同様にして、最初に単一解像度粒子を用いてレイノルズ方程式を用いて圧力計算の検証を行い、粒子の空間解像度依存性や計算精度を保つために必要な粒子空間解像度について定める。ただし、本計算での計算結果は局所的に高圧帯が出現する圧力スパイクが見られなかったことから、必要な粒子空間解像度についての知見は圧力スパイクが出現しない系についてであり、圧力スパイクが発生する場合はくさび効果はかなり大きく計算されるので、必要な粒子空間解像度はさらに高く（細かく）なると考えられる。

また、ソフト EHL 問題に関しても重合粒子法を適用して計算を行い、重合粒子法を用いることによる粒子数と計算時間の削減効果を検証する。さらに、流体潤滑モデルと同様に、低解像度領域と高解像度領域の境界座標や低解像度領域の粒子空間解像度依存性についても検証を行う。

また、本研究では、基礎的な問題で計算コスト削減を行うことが目的であり、理論解として用いたレイノルズ方程式と圧力分布や油膜厚さ分布との比較検討を行うために、表面張力やキャビテーションによる影響を無視して計算を行なう。なお、本研究では、流体速度や発生する圧力値も比較的小さいことから、潤滑油中のせん断力がそれほど大きくなく発熱の影響が少なく、乱流も発生しないと考えられる。よって、軸受の速度が小さく、せん断力が小さい条件下ならば等温条件で実用的に計算することができる。[76]したがって、温度上昇も無視できるほど小さくなることから、等温条件下で計算を行う。ただし、軸受の回転速度が非常に速くなると、せん断力による温度変化や発熱の影響が高まるので、温度変化による粘度の依存性も検証する必要がある。

このように、本研究では、今後において3次元での油膜流れ場の予測などの動的な現象の予測を視野に、基礎的な2次元解析領域を用いて、粒子法による潤滑問題の解析手法の開発を行う。今後について、動的な解析手法を開発することによって、軸受に保持している油量の時刻ごとの変化や油膜分布などの動的な現象に対して現象の規則性を見出すことができ、そのことによって、長期的な潤滑形態の解明につなげることができると考えられる。現段階では、潤滑問題に関しての計算時間削減の手法の確立を目的に、収束し、定常状態に達した圧力分布などの静的な現象に関して、レイノルズ方程式との精度検証を行い、計算精度を保つことのできる粒子空間解像度についての検証を行う。さらに、重合粒子法を用いて高解像度領域と低解像度領域における必要空間解像度と、高解像度領域と低解像度領域との境界座標について定めることで計算コスト削減効果の検証も行う。

2. 研究手法

2-1. 粒子法

粒子法は、数値流体力学(CFD)手法に基づく手法で、メッシュレス法の一つである。特徴としては、解析領域全体を粒子の集合として計算を行うので、格子法で見られるようなメッシュ破断が起きないことから、大変形問題に対してロバストに計算できるという特徴がある。また、粒子法はラグランジュ法で速度更新を行うので、移流項の計算による数値拡散が発生しないという特徴もある。また、基本的には粒子のみを用いて計算を行うので、機構連成が比較的容易である特徴や、気体の領域を計算する必要がないという特徴がある。このような特徴から、粒子法は自由表面を比較的ロバストに計算できることから、産業界で広く用いられている手法である。

粒子法の支配方程式は、次のようにナビエ・ストークス方程式 (式(1)) と連続の式 (非圧縮条件) (式(2)) である。

$$\frac{D\vec{u}}{Dt} = -\frac{1}{\rho}\nabla p + \nu\nabla^2\vec{u} + \vec{g} \quad (1)$$

$$\nabla \cdot \vec{u} = 0 \quad (2)$$

粒子法では、式(1)を用いて速度更新を行う。なお、 $\vec{u}, \rho, \nu, p, \vec{g}$ はそれぞれ速度ベクトル、密度、動粘性係数、圧力、外力ベクトルである。本研究では、まずナビエ・ストークス方程式 (式(1)) の外力項 \vec{g} (本研究では、重力加速度)と粘性項 $\nu\nabla^2\vec{u}$ の更新を行う。通常のMPS法では、外力項と粘性項は陽的に解き、粘性項 $\nu\nabla^2\vec{u}$ は次式 (式(3)) で更新される。なお、 k, i, d はそれぞれステップ数、粒子番号、次元数を示す。

$$\nu(\nabla^2\vec{u})_i^k = \frac{2d}{\lambda^0 n^0} \sum_{j \neq i} (\vec{u}_j^k - \vec{u}_i^k) w(|\vec{r}_j - \vec{r}_i|, r_e), \quad (3)$$

なお、 λ^0 はMPS法のラプラシアン離散化モデルに用いられるパラメーターであり、式(4)で表される。 n^0 は正規化のためのパラメーターを表す初期粒子数密度を示し、式(5)で表される。なお、 \vec{r}_i^0 は粒子番号*i*の初期粒子座標である。

$$\lambda^0 = \frac{\sum_{j \neq i'} |\vec{r}_j^0 - \vec{r}_{i'}^0|^2 w(|\vec{r}_j^0 - \vec{r}_{i'}^0|, r_e)}{\sum_{j \neq i'} w(|\vec{r}_j^0 - \vec{r}_{i'}^0|, r_e)} \quad (4)$$

ここで、 i' は初期状態にある基準粒子を指し示す粒子番号である。

$$n^0 = \sum_{j \neq i} w(|\vec{r}_j^0 - \vec{r}_i^0|, r_e) \quad (5)$$

さらに、式(3)~(5)中にある w はMPS法で用いられる重み関数であり、本研究では近藤ら[77]で用いられた重み関数を用いた。用いた重み関数を式(6)に示す。 r_e は粒子法で用

いられる影響半径を示し、本研究では、影響半径 r_e は初期粒子間距離 l_0 の3.1倍とした。影響半径 r_e は、粒子法では重要なパラメーターであり、圧力分布などの物理量計算の安定性を保つためには、計算に考慮すべき近傍粒子数を多くする必要があることから、ある程度大きめの値を設定する必要がある。なお、影響半径 r_e が初期粒子間距離 l_0 の3.1倍である計算条件は、MPS法でよく用いられている値である。

$$w(r, r_e) = \begin{cases} \left(\frac{r}{r_e} - 1\right)^2 & (r < r_e) \\ 0 & (r \geq r_e) \end{cases} \quad (6)$$

この重み関数の特徴としては、粒子が近接しすぎても重み関数の値が極端に大きくなることなく、粒子の数値発散が抑制できるということがある。したがって、この重み関数によって、比較的ロバストに計算を行うことが可能である。

以上の式を用いて、ナビエ・ストークス方程式の式(1)の外力項（本研究では、重力加速度）と粘性項による速度更新が行われ、以下の式(7)のように、仮速度 \vec{u}^* が求められる。

$$\vec{u}^* = \vec{u}^k + \Delta t[\nu \nabla^2 \vec{u} + \vec{g}]^k \quad (7)$$

仮速度 \vec{u}^* を求めた後には、粒子位置の更新も行い、仮位置座標 \vec{r}^* を式(8)で求める。

$$\vec{r}^* = \vec{r}^k + \vec{u}^* \Delta t. \quad (8)$$

このようにして、外力項と粘性項から寄与する速度変化量によって仮速度と仮位置座標を求めたのちには、ナビエ・ストークス方程式（式(1)）の圧力勾配項 $-\nabla P/\rho$ による速度更新を行う。この速度更新を行うために、まず、圧力計算を次式（式(9)）のポアソン方程式を連立一次方程式で解くことを行う。ここで、ポアソン方程式を解かず圧力を陽的に解く EMPS (Explicit Moving Particle Simulation) 法 [78-80]があり、並列化が容易なため津波計算で用いられているが、流体に圧縮を付加するので、非圧縮に近い条件で圧力を計算するときには、通常はポアソン方程式の連立一次方程式を解くことが多い。なお、圧力のラプラシアンモデルの離散化は粘性項ラプラシアン(式(3))と同様にして式(10)を用いる。また、 n_i^* は、粒子番号 i の粒子において、仮タイムステップ*における粒子数密度であり、式(11)で表される。

$$\langle \nabla^2 P \rangle_i^{k+1} - \alpha P_i^{k+1} = -\gamma \rho \frac{1}{(\Delta t)^2} \frac{n_i^* - n^0}{n^0}, \quad (9)$$

$$\langle \nabla^2 P \rangle_i^k = \frac{2d}{\lambda^0 n^0} \sum_{j \neq i} (P_j^k - P_i^k) w(|\vec{r}_j^* - \vec{r}_i^*|, r_e), \quad (10)$$

$$n_i^* = \sum_{j \neq i} w(|\vec{r}_j^* - \vec{r}_i^*|, r_e) \quad (11)$$

式(9)のポアソン方程式について、左辺の αP_i^{k+1} の項は MPS 法で用いられる弱圧縮であり、弱圧縮を付加することによって圧力ポアソン方程式を解く際の連立一次方程式の係数行列の対角成分を強めることになり、圧力振動が少なくなることから計算を安定化

させることができる手法である。また、連立一次方程式を解く際には共役勾配法 (Conjugate Gradient method) がよく用いられるが、本研究では、計算粒子数が大きいことから、連立一次方程式の解を速く収束できるマルチグリッド法[81-83]を用いて連立一次方程式の解を求めた。マルチグリッド法は本研究では、粘性計算も陰的に解いていることから、圧力計算と粘性項での速度計算での連立一次方程式を解く際に用いた。なお、本研究では連立一次方程式の算出に用いたマルチグリッド法のソルバーのみ並列スレッド計算を行い、その他の計算では並列計算を用いずに行った。

本研究で導入を行ったマルチグリッド法の特徴としては、代数的マルチグリッド法である。代数的マルチグリッド法は、従来の幾何的マルチグリッド法と異なり、解析領域におけるさまざまな解像度の格子を用いる代わりに、連立一次方程式の係数行列について詳細な係数行列と粗視化した係数行列をそれぞれ用いることで、連立一次方程式の残差を早く収束させることができ、計算量を大きく削減することが可能である。具体的に、マルチグリッド法の計算量としては、計算する粒子数 N に対して、計算時間のオーダーを $O(N)$ にとどめることができ、SOR (successive over relaxation) 法での計算時間のオーダーである $O(N^2)$ や、共役勾配法 (conjugate gradient method) でのオーダーの $O(N^{1.5})$ と比較すると、粒子数が多くなっても計算時間の増大をかなり抑制することができる。

さらに、本研究では、マルチグリッド法の高い収束性から、完全非圧縮計算を行うために弱圧縮を用いない($\alpha = 0.0$)条件で計算を行った。ただし、本研究では柴田ら[84]の手法によって、壁粒子を1層にして計算を行ったので、仮想粒子を考慮する壁からの反発力を付加したポアソン方程式となっている。この手法は、仮想粒子を考慮することで壁が1層でも壁からの反発力によって粒子のすり抜けを防ぐことができ、ダミー粒子を用いる必要もないことから、粒子数と計算時間を削減することができる手法である。

また、圧力ポアソン方程式(式(9))の右辺については、粒子数密度を用いたソースターム項であり、圧力振動を抑制するために、通常は右辺に緩和係数 γ をかけて計算する。本研究では、流体潤滑モデルはスケールが小さく圧力値が大きい系であることから、圧力を安定に計算できる緩和係数 γ は小さくなり $\gamma = 0.0050$ と設定した。

このとき、圧力計算において境界条件を定める必要があるが、ディリクリ境界条件を設けるために、MPS法では自由表面粒子を判定し、自由表面粒子の圧力を0あるいは大気圧などに設定することが多い。本研究では、自由表面粒子の圧力を0と設定した。ここで、自由表面粒子を判定するためには、MPS法では、以下の式(12)がよく用いられ、式(12)を満たす粒子を自由表面粒子として扱う。 β の値としては、通常は0.9~0.95 くらいの値が用いられる。

$$\frac{n_i^* - n^0}{n^0} < \beta \quad (12)$$

ただし、式(12)で自由表面粒子の判定を行うと、本来内部粒子 (自由表面粒子でない粒子) である粒子が誤って自由表面粒子と判定される可能性がある。したがって、自由

表面粒子をさらに精度良く判定するために、本研究では柴田ら[84]が開発した仮想光源と仮想スクリーンと用いた表面粒子判定法を用いた。具体的には、自由表面判定を行いたい粒子を光源として、他の粒子に向かって仮想的に照射する。つぎに、自由表面判定を行う粒子から影響半径の距離に円状や球状のスクリーンを設けて、光源から直接スクリーンに放たれる光と他の粒子に光が当たってできる影の部分を映し出すことを行う。このとき、影がスクリーンの一定以上の割合(今回は 5/6)の場合は内部粒子として判定し、一定以下(光の部分の領域が多い)場合は自由表面粒子として判定を行う手法である。この手法を用いることで、内部粒子は正しく内部粒子と判定されるので、正しく圧力境界条件を定めることができる。したがって、この自由粒子判定法を用いることで、圧力計算をより精度良く安定に計算を行うことができる。

以上のステップを経て圧力を計算した後は、圧力勾配モデルの計算を行い、ナビエ・ストークス方程式(式(1))の圧力勾配項を用いて速度、位置更新を行う。通常の MPS 法では、以下のように圧力勾配項を計算する。

$$\langle \nabla P \rangle_i^{k+1} = \frac{d}{n^0} \sum_{j \neq i} \frac{p_j^{k+1} - \hat{p}_i^{k+1} (\vec{r}_j^* - \vec{r}_i^*)}{|\vec{r}_j^* - \vec{r}_i^| |\vec{r}_j^* - \vec{r}_i^*|} w(|\vec{r}_j^* - \vec{r}_i^*|, r_e) \quad (13)$$

$$\hat{p}_i^{k+1} = \min_{i,j \in \Lambda_i} (p_i^{k+1}, p_j^{k+1}) \quad (\Lambda_i := \{j \mid 0 \leq |\vec{r}_j^* - \vec{r}_i^*| \leq r_e\}) \quad (14)$$

ここで、式(13)において、粒子 j から粒子 i への圧力の差分に相当する $p_j^{k+1} - \hat{p}_i^{k+1}$ は式(14)のように引き算に相当する部分を小さくして、 $p_j^{k+1} - \hat{p}_i^{k+1}$ の部分必ず非負の値にするということを行っている。この引き算を行うことによって、圧力勾配値が負の値を持つことがなく、負の圧力勾配値によって生じる粒子間の引力が働かなくなる。粒子間の引力が働くと、粒子が過度に近接することや、流体の表面形状が不規則で不安定になってしまうという問題がある。式(14)のように、粒子間では必ず斥力を働かすことによって、粒子が均等に配置されやすくなり、計算を安定に行えるようになるということがある。また、圧力勾配の差分としては、 $p_j^{k+1} - \hat{p}_i^{k+1}$ だけでなく、 $p_j^{k+1} + p_i^{k+1}$ の形もある。これは、粒子法でも SPH (Smoothed Particle Hydrodynamics)法や EMPS(Explicit Moving Particle Simulation)法でよく用いられており、運動量を保存しながら、圧力勾配項で非常に大きな斥力を働かせることによって粒子配置を均一に配置させ、数値安定性を持たせることができるという特徴がある。ただし、本研究のような流体潤滑問題においては、用いる粒子スケールが非常に小さく、算出される圧力値が非常に大きいので圧力勾配値がかなり大きくなってしまい、それに伴って時間刻み幅 Δt も小さく刻む必要があることから、本研究では圧力勾配の差分は $p_j^{k+1} - \hat{p}_i^{k+1}$ の形で表現した。

また、式(13)で表される圧力勾配モデルは、粒子が等方的に配置されていることを仮定した勾配モデルであることから、粒子が等方的に配置されていない場合では、精度が

低下するという問題がある。本研究では、圧力勾配モデルについて計算精度を保つために次式のように LSMPS (Least Squared Moving Particle Simulation) スキーム[62, 85]を用いた圧力勾配モデルを適用した。この圧力勾配モデルを用いることで、勾配計算において実質的には1次精度を有するが、本研究では、 $p_j^{k+1} - \hat{p}_i^{k+1}$ の形の圧力勾配モデルを用いたので、厳密には1次精度を有さずに、代わりに粒子同士の人工斥力を加えることで、ロバスト性を保つことのできる圧力勾配モデルとなっている。なお、式(15)における \hat{p}_i^{k+1} は式(14)と同じ意味を表している。

ここで、LSMPS スキームの特長としては、式(13)で示される通常の MPS 法の圧力勾配モデルは、圧力勾配の正規化に d/n^0 を用いており、これは、全ての粒子に対して、等しい値で正規化を行なっているので、計算が不安定になることがあるが、LSMPS スキームは、各粒子のそれぞれの配置に応じて最小二乗法によって圧力勾配の正規化を行なっているので、計算精度と計算のロバスト性が向上するということがある。

$$\langle \nabla P \rangle_i^{k+1} = \left[\frac{1}{n^0} \sum w(|\vec{r}_j^* - \vec{r}_i^*|, r_e) \frac{(\vec{r}_j^* - \vec{r}_i^*)}{|\vec{r}_j^* - \vec{r}_i^*|} \otimes \frac{(\vec{r}_j^* - \vec{r}_i^*)}{|\vec{r}_j^* - \vec{r}_i^*|} \right]^{-1} \left\{ \frac{1}{n^0} \sum_{j \neq i} \frac{p_j^{k+1} - \hat{p}_i^{k+1}}{|\vec{r}_j^* - \vec{r}_i^*|^2} (\vec{r}_j^* - \vec{r}_i^*) w(|\vec{r}_j^* - \vec{r}_i^*|, r_e) \right\} \quad (15)$$

以上の手順にて、圧力勾配モデルの計算が終わると、ナビエ・ストークス方程式 (式(1)) の圧力勾配項から寄与する速度更新, 位置座標更新を行う。速度更新と位置座標の更新手順を以下の式に示す。

$$\vec{u}^{k+1} = \vec{u}^* + \Delta t [\nabla P / \rho]^{k+1} \quad (16)$$

$$\vec{r}^{k+1} = \vec{r}^* - \vec{u}^* \Delta t + \vec{u}^{k+1} \Delta t. \quad (17)$$

このように、粒子法は以上の計算ステップを踏むことで、ステップごとの速度と位置座標の更新を行う。

また、2粒子同士が近接した場合には、2粒子で衝突が発生し、反発係数に応じて、粒子の速度や位置更新が行われる。衝突は2粒子がある一定(衝突半径)以下の距離の場合に発生し、位置更新した際に衝突処理が行われる。以上の手順の流れを以下の図に示す。

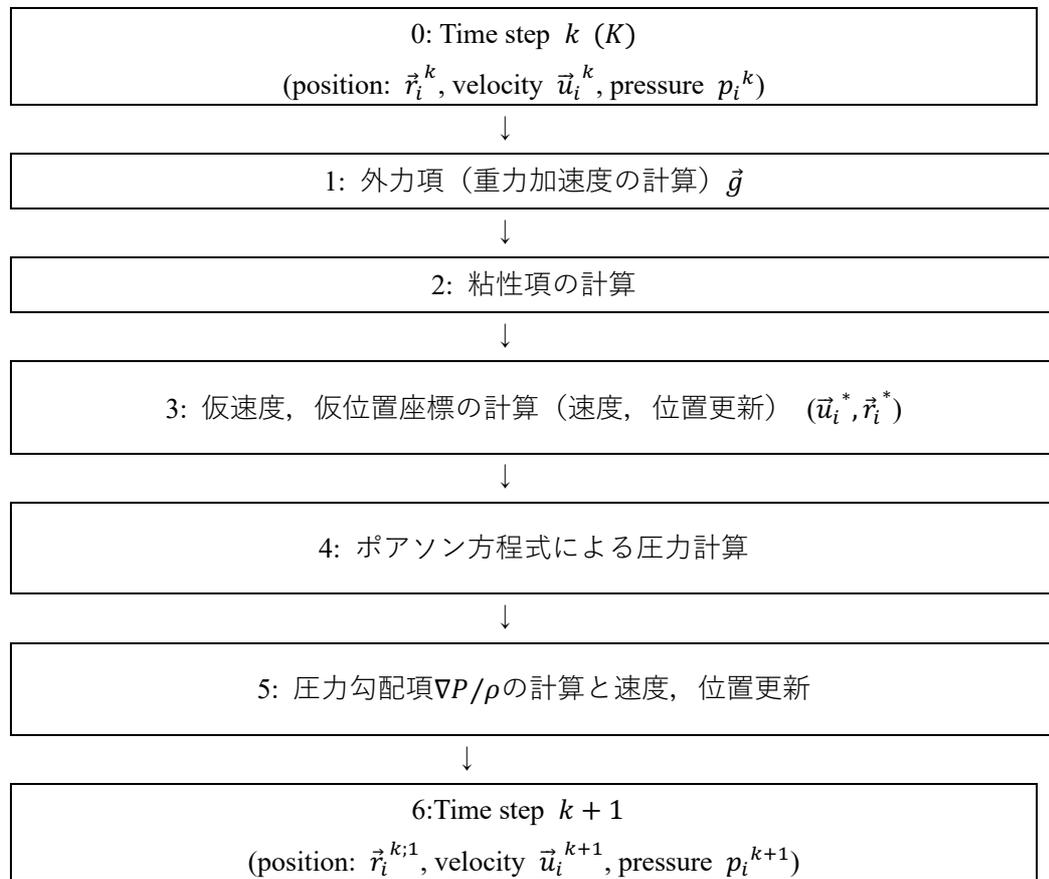


図 1 : MPS 法の計算手順フロー

2-2. 粒子法可変解像度手法（重合粒子法）

2-2-1. 重合粒子法の概要

粒子法は通常、全領域にわたって単一解像度の粒子を用いて計算が行われる。したがって、津波解析などの大規模な解析領域を持つ問題では、粒子数が非常に大きくなり、それに伴って非常に大きな計算コストを要するという問題がある。本研究で開発を行った流体潤滑モデルについても、構造体同士の隙間の幅は約 $1\sim 50\mu\text{m}$ であることから、粒子法で計算される解析領域としては非常に解像度に高い粒子を用いる必要がある。したがって、流体潤滑モデルについては、粒子数が非常に大きくなり、粒子径が非常に小さいことからクーラン数の制限もかなり厳しくなることから非常に大きな計算時間を要する。

このように粒子法は解析領域によっては非常に計算時間がかかる手法であることから、計算時間を削減することのできるさまざまな手法が開発されている。例えば、津波計算については、圧力計算を陽的に解くことによって連立一次方程式を解く必要がなく、並列化を行いやすい EMPS (Explicit Moving Particle Simulation) 法 [78-80] を用いて計算が行われた。また、田中ら[75]によって、粒子が分裂、結合することによって解像度比が2倍程度の異なる粒子径の粒子で計算を行う MPS 法の変解像度粒子法が開発された。

本研究においても、粒子数と計算時間を削減するために可変解像度手法の一つの手法である重合粒子法 [73]の適用、改良を行った。重合粒子法は、前解析領域をさまざまな解像度の領域に分割し、それぞれの領域において独立に計算を行う手法である。この手法では、他解像度領域の粒子とは相互作用を行わない手法である。このように重合粒子法は、粒子の分裂や結合を伴わないことから、低解像度粒子と高解像度粒子の解像度比が4~8倍程度と比較的大きくても安定に計算を行うことができるという特徴がある。この特徴から、粒子法のベンチマーク問題であり、粒子数が大きくなる傾向のあるダムブレイク現象において先行研究 [73] が行われており、低解像度領域内の粒子径 l_{0_Coarse} と高解像度粒子径 l_{0_Fine} の比 $N_r = l_{0_Coarse}/l_{0_Fine}$ が2~4程度においては、高精度で計算を行うことに成功した。本研究では、さらに粒子径比 N_r を16まで大きくして計算を行い、油膜分布や圧力分布に関して検証を行い、比較的安定した計算を行うことができた。

また、ある粒子が異なる解像度領域に流入、流出する場合、粒子の生成を行う。粒子の生成には、図2に示されるように異なる解像度領域内各領域の境界部には2解像度領域の重なり領域 (Overlapping region)を設け、この重なり領域の端部で設けられた1層のセル (図2での Particle generation cells に相当) で各ステップにおいて1粒子以内の粒子を生成する。このセルの大きさは、流入する解像度領域での初期粒子間距離 (l_{0_Coarse} あるいは l_{0_Fine} に相当)と同じ大きさである。このセルでは、粒子を生成しない解像度領域において、このセル付近で流体が満たされていると判定された場合に粒子を生成することで、重なり領域で異なる解像度領域へ粒子を流入させていく。例えば、高解像度領域で粒子の生成を行うとき、高解像度領域でのあるセルの座標の近傍について流出元である低解像度粒子が十分に存在

していると判定されたセル内のみ高解像度粒子が生成されることで、低解像度領域から高解像度領域へ粒子の受け渡しを行っている。

流入する解像度領域のこの重なり領域で、速度や圧力などの物理量の受け渡しを行っている。新たに生成する粒子に対しては粒子が流出する側のもう一つの解像度領域で最小二乗法を用いて物理量の受け渡しを行い、比較的高精度で物理量の受け渡しを行うことができるようになっている。この物理量の受け渡しについては、後述する流体の総質量の保存を目的とした速度補正の影響などで、運動量の保存、応力の連続性については厳密性が満たされないものの、十分な大きさの重なり領域を設けることで、実用的には比較的高精度で速度などの物理量などの受け渡しを行うことができ、本計算でも圧力分布が滑らかに受け渡しできる結果が得られた。

ここで、領域の端部である重なり領域では、粒子生成時について、流入する流量と流出する流量をできるだけ等しくし、さらに、異なる解像度領域間についても速度分布や圧力分布についてなるべく連続性を持たせるために、少なくとも影響半径よりも大きな値である低解像度粒子 6 個以上の幅を持たせるなど、十分な大きさを持たせるように設定した。ただし、厳密には流体の質量や速度などの物理量が重なり領域では保存されないため、重合粒子法では流体の質量保存を目的とした後述の速度補正を加えることで、なるべく流入、流出境界を満たすことを行っている。したがって、重なり領域は、粒子の流入流出境界部であり、流入座標と流出座標に幅を持たせることで、できるだけ流入流出境界が満たさせるような粒子生成を行うことができる。

本研究では、以上のアルゴリズムを有した重合粒子法を、弾性変形を伴わない流体潤滑モデルと弾性変形を伴うソフト EHL モデルの両方に適用を行った。また、今回用いる解像度領域については、高圧が発生する局所的な摺動部については高解像度領域、それ以外の周辺部については低解像度領域と 2 つの解像度領域を設けた。2 つの解像度領域と重なり領域 (Overlapping region) の模式図を図 2 に示す。

また、構造物の弾性変形を伴わない流体潤滑モデルについて、異なる解像度領域に関しては安定に計算を行うことのできる時間刻み幅 Δt が異なる。また、重合粒子法はそれぞれの解像度領域を独立に計算を行うので、式(20)~(22)で示される圧力などの物理量の内挿を行えば、それぞれの解像度領域で異なる時間刻み幅 Δt を用いて計算することができる。したがって、本研究では式(18)で表されるクーラン数 C をすべての解像度粒子モデルと重合粒子のそれぞれの解像度領域で揃うように複数の時間刻み幅 Δt を用いて計算を行った。クーラン数 C の値としては 0.24 を採用した。クーラン数 C を 0.24 で設けた理由としては、粒子法で安定した計算を行うためには通常クーラン数 C を 0.20 以下で計算することが多いことと、単解像度粒子を用いて計算を行なった結果、圧力計算を安定に行うことができたことがある。このことから、流体潤滑モデルの重合粒子モデルに関しては低解像度領域と高解像度領域では時間刻み幅 Δt は、式(19)のように解像度比 $N_r = l_{0_Coarse}/l_{0_Fine}$ に比例した値となる。

$$C = U_1 \Delta t / \Delta x \quad (18)$$

$$\Delta t_{Coarse} = N_r \Delta t_{Fine} \quad (19)$$

ここで、重合粒子法では粒子の生成の際に重力加速度、粘性計算について仮速度を用いて圧力の内挿を行う。仮速度を求める際には、それぞれの解像度領域で時間刻み幅 Δt が異なるので、高解像度領域の粒子の生成の際の圧力の内挿は下式のように時間刻み幅 Δt の大きい低解像度領域の物理量を直線的に近似して求めた。ここで、 k' は高解像度領域でのタイムステップ数、 K は低解像度領域でのタイムステップ数、 b は式(21)が示すように最後に低解像度領域を計算した後に、高解像度領域で計算を行ったタイムステップ数である。

$$p_{i,Coarse}^{k'} = \frac{b}{N_r} p_{i,Coarse}^K + \frac{N_r - b}{N_r} p_{i,Coarse}^{K+1} \quad (20)$$

$$b = k' - KN = k' \bmod N \quad (21)$$

$$k' \Delta t_{Fine} = K \Delta t_{Coarse} + b \Delta t_{Fine} = (KN_r + b) \Delta t_{Fine}, \quad (22)$$

また、速度ベクトルの内挿についても式(20)~(22)と同様の手法を用いてそれぞれの座標での速度について内挿を行なった。その他の重合粒子法の詳細については、柴田ら[73]による論文に示されている。重合粒子法を計算する上の流れを以下のフローチャートに示す。

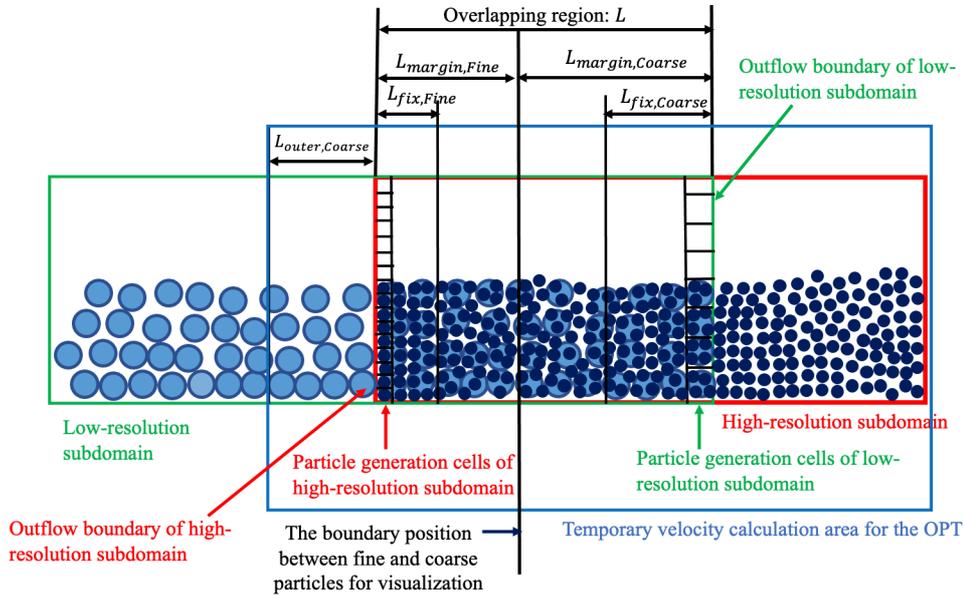
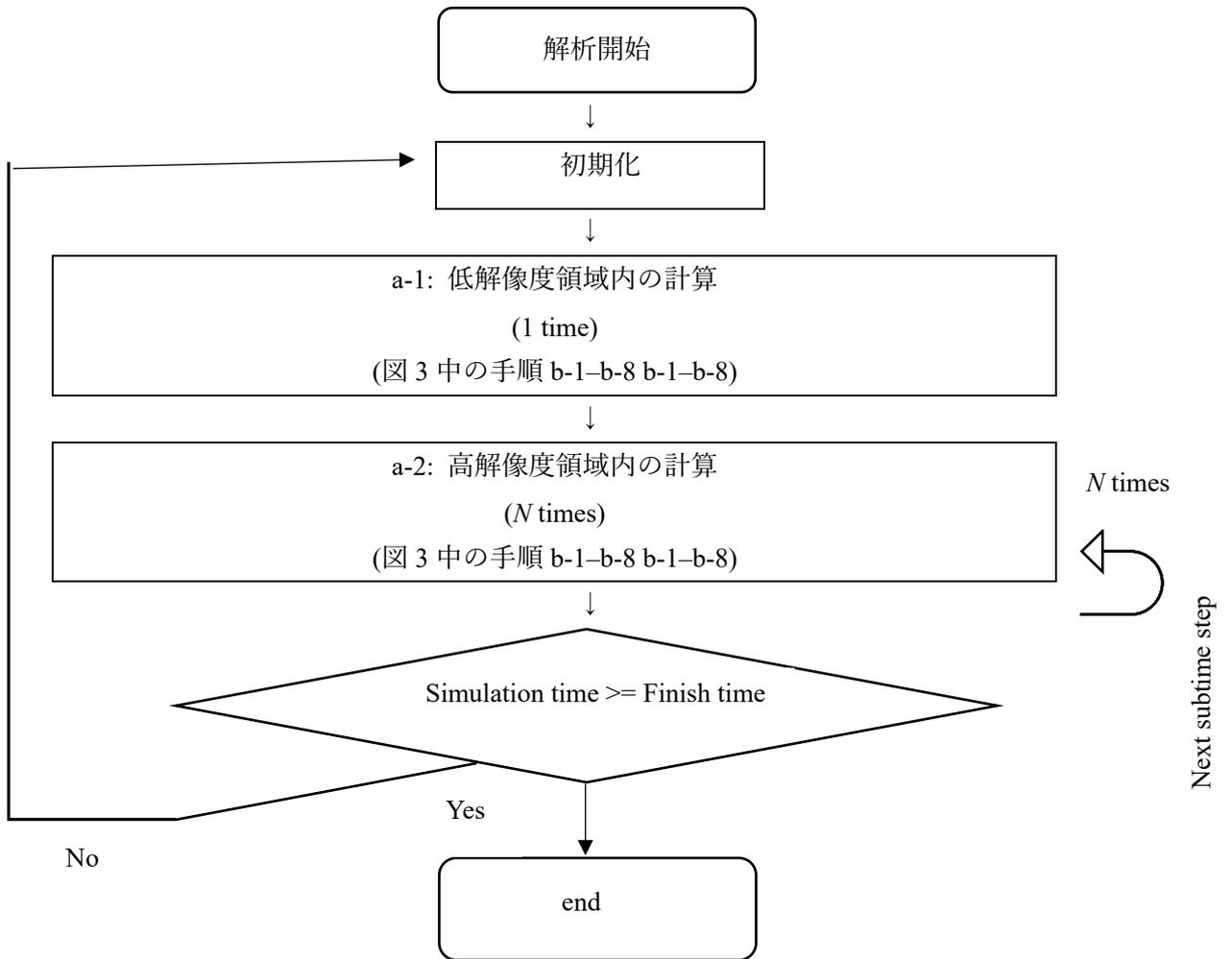
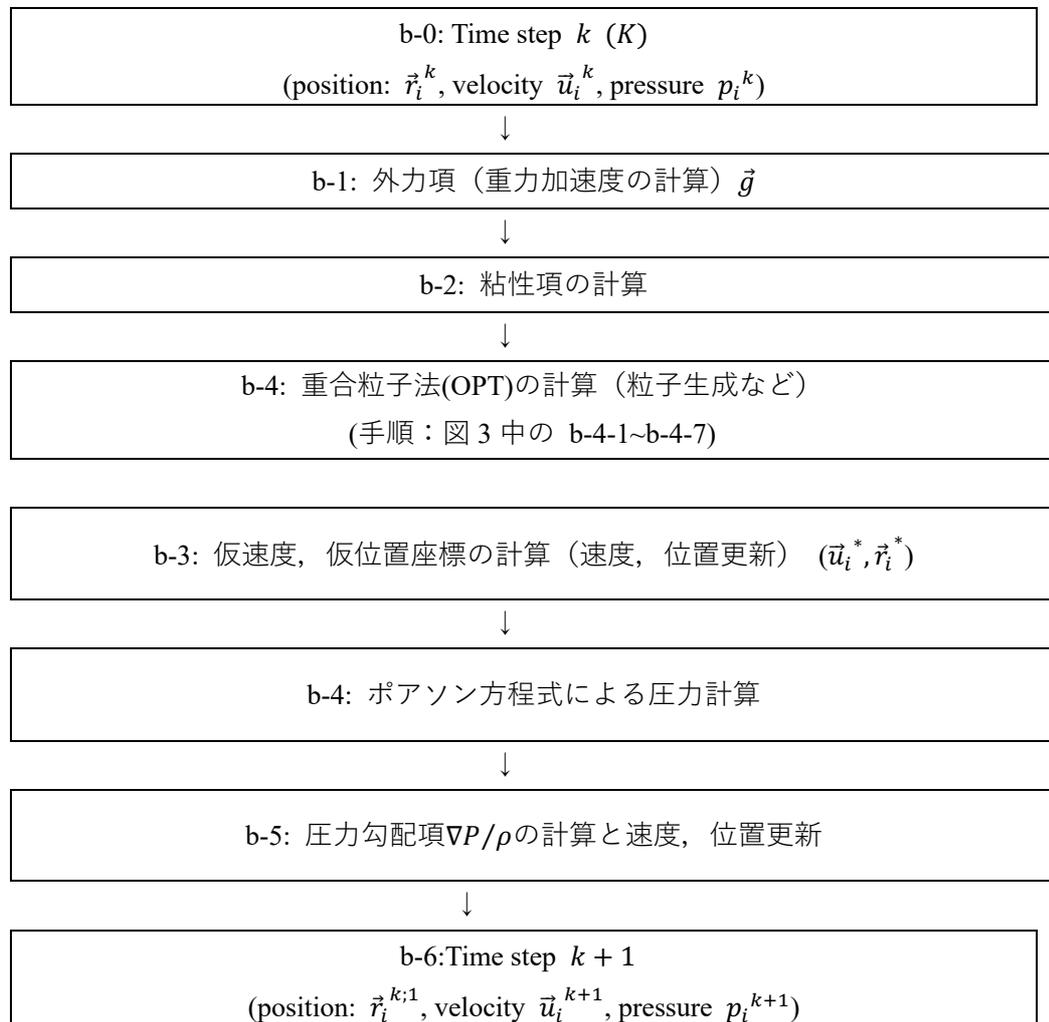


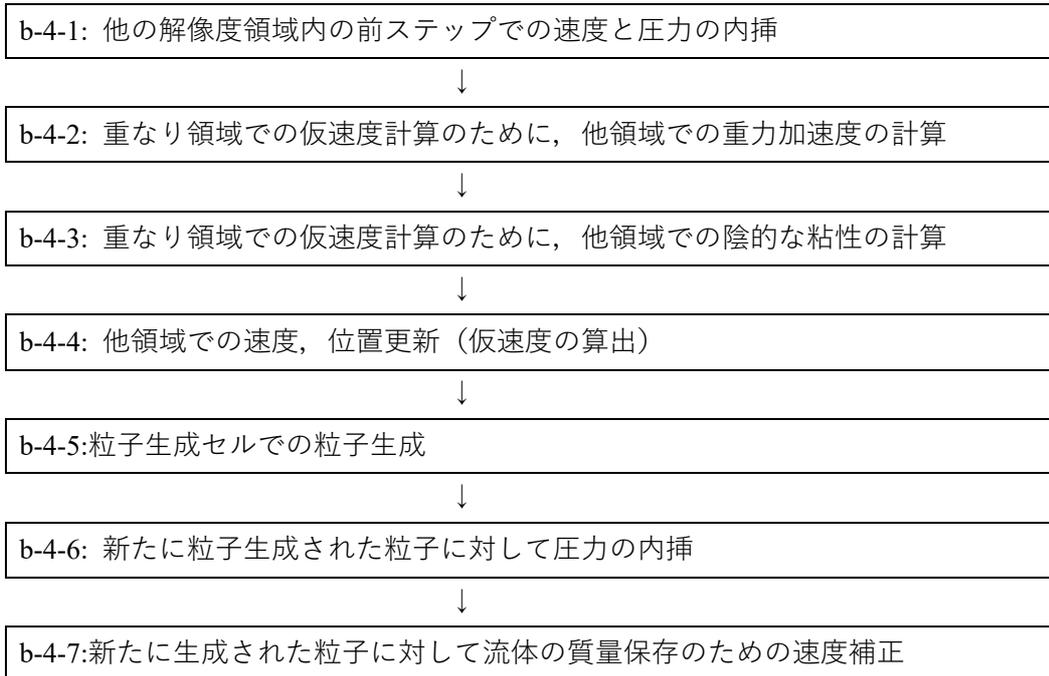
図2：重合粒子法での重なり領域 (Overlapping region)の模式図



(b)異なる解像度領域による計算手順



(b)重合粒子法を用いた粒子法における 1 ステップの計算順序



(c)重合粒子 (OPT) 法計算のアルゴリズム (図(b)の b-4 内の手順)

図 3 : 重合粒子法を用いた粒子法の計算手順

2-2-2. 重合粒子法の適用についての改良点

(1) 重なり領域の長さの検討

重合粒子(OPT)法では、粒子を安定に生成するために、二つの解像度領域の重なり領域をある程度とる必要がある。柴田ら[73]の論文では、図1で示されている重なり領域の長さ L を以下の式(23)のように定めた。

$$L = L_{margin,Coarse} + L_{margin,Fine} = 6 l_0^{Coarse} + 6 l_0^{Fine} \quad (23)$$

ただし、本研究では、低解像度領域の粒子径と高解像度領域の粒子径の比 N が非常に大きく、式(23)の重なり領域の長さでは重なり領域が短くなり速度、圧力の内挿や粒子の生成の過程において計算の不安定性が見られるという問題がある。

したがって、重合粒子法の計算安定性を高めるために、重なり領域の長さ L を長くとることを行い、式(24)のように定めた。この式から、重なり領域の長さ L は粒子の解像度によって変化し、低解像度粒子の解像度に大きく依存することがわかる。本研究では、粒子空間解像度比が大きい系で計算を行なったので、重なり領域の長さ L はほとんど低解像度粒子の径に比例した長さとなっている。また、低解像度粒子に比べて重なり領域の長さ L が短すぎる場合については、速度分布、圧力分布について非物理的な振動が大きくなる場合がある。

$$L = L_{margin,Coarse} + L_{margin,Fine} = 6 l_0^{Coarse} + 12 l_0^{Fine} \quad (24)$$

また、仮速度を求める際に計算安定性を保つために、本研究についても、柴田ら[73]の手法と同様にそれぞれの解像度の仮速度固定領域を式(25)、(26)のように定めた。

$$L_{fix,Coarse} = 4 l_0^{Coarse} \quad (25)$$

$$L_{fix,Fine} = 4 l_0^{Fine} \quad (26)$$

(2) 重合粒子法における速度補正

重合粒子法では、異なる解像度領域間で粒子の流入、流出が起こるので、流入、流出の際に粒子の総質量が変化する。特に、高解像度領域から低解像度領域に粒子が流入する際には、粒子径の大きい低解像度粒子を生成するので粒子の総質量の変化が大きくなる。

したがって、重合粒子法で速度補正を行わないと、粒子の質量保存が行われないことから、質量保存を行うために柴田ら[73]は、速度補正を行うことで粒子の総質量保存を行った。その結果、ダムブレイク現象については、粒子の総質量をおおよそ保存することに成功した。

$$[\Delta u_x]_{correction} = \begin{cases} B \operatorname{sgn}(M^k - M^0) & \text{if } |M^k - M^0| > M' \\ 0 & \text{else} \end{cases} \quad (27)$$

粒子の質量保存のための速度の補正式は式(27)のようになり、重なり領域上にある粒子にこの速度補正を加えている。ここで、 M^k はタイムステップ k における流体の総質量を示し、 M^0 は、初期における流体の総質量を示す。 M' は、速度補正を行うかどうかを決定する質量誤差の閾値を意味する。また、 B は速度補正の大きさを定めるための係数であり、柴田ら[73]の研究では、式(28)のように B を決定した。

$$B = \min \left(\left| \frac{(M^k - M^0)}{\rho A} \frac{1}{C_{relax} \Delta t} \right|, c_{max} \right) \quad (28)$$

ここで、 A は重合粒子の重なり領域における断面積に相当する値で、 C_{relax} は速度補正值における緩和係数でこの研究では、 $C_{relax} = 10.0$ に設定した。また、式(28)では、補正速度の上限値を設けている。速度補正が強く働きすぎると、流体の総質量は保存されるが、速度の変化量が大きすぎて計算の不安定性が大きくなり、数値発散が起きてしまう可能性があることが理由である。また、速度補正が大きすぎると運動量についても大きく変化してしまう可能性があり、物理的にも重なり領域にて不連続になってしまうこともある。速度補正の上限値を設けることで、流体の総質量保存と、物理的な連続性をバランスよく満たすことができる。ただし、速度補正の上限値だけ求めると、流体の総質量保存が行われないことから、本研究では式(29)のように、補正速度の上限値のみならず、下限値を設けることを行った。

$$B = \max \left(\min \left(\left| \frac{(M^k - M^0)}{\rho A} \frac{1}{C_{relax} \Delta t} \right|, c_{max} \right), c_{min} \right), \quad (29)$$

ここで、本計算では、速度補正の上限値 c_{max} は下部壁の速度 U_1 (m/s)の20.0%、下限値 c_{min} は U_1 (m/s)の5.0%と柴田ら[73]の先行研究よりも比較的大きめの値を用いて速度補正を行った。さらに、速度補正の基準値である M' に関しては初期流体総質量 M^0 の0.2%に設けた。

このように、速度の下限値 c_{min} を設定して速度補正を大きめの値にすることによって、流体の総質量誤差を少なくすることができ、本研究の流体潤滑問題に関しては、重なり領域(Overlapping region)についても潤滑油の逆流の速度を維持することができ、圧力分布に関しても高い連続性を示すことができた。

(3)重合粒子法への陰的粘性計算適用

通常、MPS法は式(7)のように、粘性項の計算は陽的に行う。陽的に行うことで連立一次方程式を解く必要がないことから、計算時間を少なくすることができ、並列計算も容易に行うことができる。しかし、粘性計算を陽的に行うと、式(30)で表される拡散数 D の制限を受ける。粒子法については、拡散数 D が0.5を超えると数値不安定性が強くなり、粒子の数値発散が発生するので、拡散数を0.2~0.5以下にする必要がある。

$$D = v \frac{\Delta t}{(l_0)^2} \quad (30)$$

流体潤滑問題に関しては用いる潤滑油の粘度が水に比べて10~100倍と大きく、解析スケールが小さいので用いる粒子径が小さい(1~10 μ m程度)ことから、式(30)の拡散数制限が非常に厳しくなる。したがって、通常のMPS法のように粘性計算を陽的に解くと、安定に計算を行うためには時間刻み幅 Δt を非常に小さく設定する必要があることから、数値解析の実用性が大きく失われてしまう問題が生じる。

本研究では、式(30)の拡散数 D の制限を受けないようにするために、粘性計算を陰的に解

く手法 [86-88]を重合粒子法に適用することを行った。粘性計算は次式のように、クランク・ニコルソン法を用いて計算した。この手法は、陽解法と陰解法の中間的な手法であり、完全陰解法と比較すると高精度で計算を行うことができ、本研究でも圧力計算の精度が上がったことからこの手法を適用した。また、クランク・ニコルソン法は連立一次方程式を解く際の係数行列について対角優位になるために、拡散数の影響を受けない。さらに、本研究では粒子法でよく用いられるフラクショナル・ステップ法を用いて、図 1 のように 2 段階で粒子速度と粒子位置の更新を行なったので、式(31)のように、仮速度 \vec{u}_i^* について陰的な粘性計算による速度更新を行なった。本研究では、このように粘性計算も圧力計算の両方について陰解法で求めたので、2 段階フラクショナル・ステップのいずれの速度更新の際にも、拡散数 D による時間刻み幅 Δt による制限を受けることなく計算を行うことができる。

$$\vec{u}_i^* = \vec{u}_i^k + \Delta t \left\{ \frac{2d}{\lambda n_0} \sum_{j \neq i} v \left(\frac{(\vec{u}_j^* - \vec{u}_i^*) + (\vec{u}_j^k - \vec{u}_i^k)}{2} \right) w(|\vec{r}_j^k - \vec{r}_i^k|, r_e) + \vec{g} \right\} \quad (31)$$

また、この式を重合粒子法に適用するためには、重合粒子の仮速度計算 (図 2 (c)の b-4-3) において適切な境界条件を定める必要がある。本研究においては、仮速度計算についても陰的に行った。境界条件としては、外側の低解像度領域内の粒子 i の仮速度計算前 (タイムステップ k) の速度 \vec{u}_i^k において、高解像度粒子領域(重なり領域)から L_{outer} ($L_{outer} = r_e^{Coarse} + l_0^{Coarse}$)より遠い距離にある粒子に与えられた速度 \vec{u}_i^k は速度を固定したディリクレ境界条件として、連立一次方程式の係数行列には入れず境界条件として導入することで連立一次方程式の計算を行った。

さらに、粘性計算についても圧力計算と同様にしてマルチグリッド法[81-83]を導入して連立一次方程式の計算を行った。速度計算に関してはそれぞれの座標軸における速度を独立に取り扱って計算した。このように、マルチグリッド法のソルバーを用いて粘性計算を陰的に計算することによって、大きい時間刻み幅 Δt で計算を早く収束させることができることから、大きく計算時間を短縮することができる手法の適用となっている。それに加えて、粘性の陰的計算手法を重合粒子法に初めて適用し、粒子数を削減した系で計算を行うことによって、さらなる計算時間の削減に成功した。

3. 流体潤滑モデル

3-1:流体潤滑モデルでの解析条件

本研究では、初期の段階として、構造物の弾性変形を伴わない流体潤滑問題について基礎的な検証を行い、実用的な計算の手法の確立を目指すという趣旨で、流体潤滑問題では最も単純な形状である2次元の軸受を解析対象とした計算を行った。解析対象の模式図を図4に示す。本研究では、図4のように、高圧部が付加される摺動部（シリンダー内の狭い隙間の箇所）では、高解像度粒子を用い、それ以外の外側の部分では、低解像度粒子を用いた。

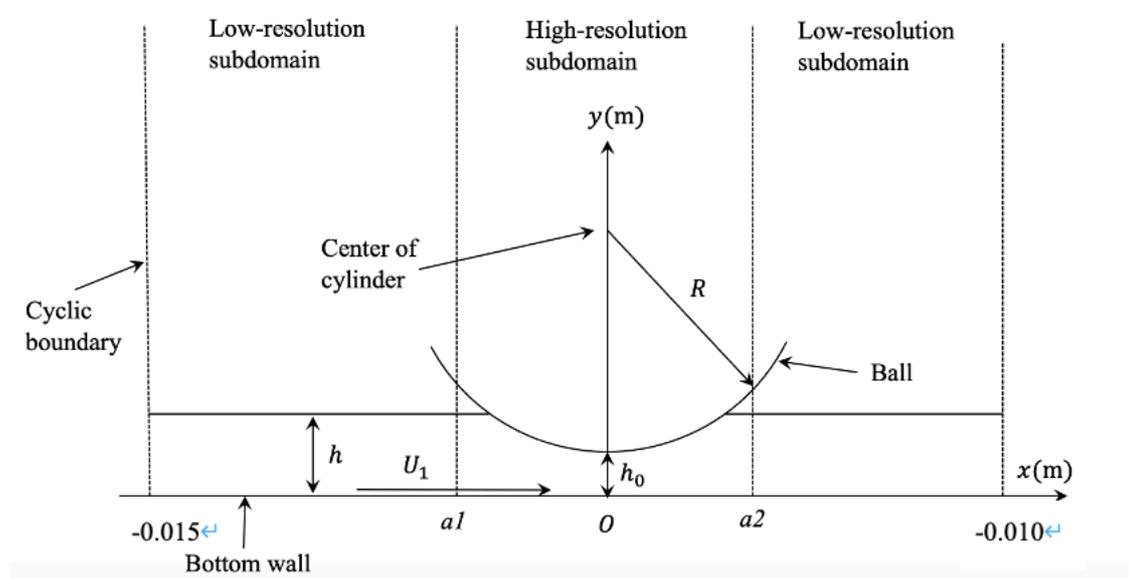


図4：解析領域図

図4において、 R はシリンダーの半径、 h_0 は最小油膜厚さ、 U_1 は下部壁の速度を示す。また、 $a1$ と $a2$ はそれぞれ低解像度領域と高解像度領域の境界座標を意味する。また、この境界座標においては、図1の重合粒子法の説明において、“the boundary position between fine and coarse particles for visualization”が示している座標に相当する。さらに、 $x = -0.015(m)$ から $x = 0.010(m)$ の範囲において、高さ $h = 8.0 \times 10^{-5}m$ まで潤滑油を初期に敷き詰め、解析領域の端部である $x = -0.015, 0.010(m)$ の箇所では、周期境界条件を適用した。周期境界条件を適用した端部の境界座標 $x = -0.015, 0.010(m)$ は、高圧部からは十分に離れた位置であり、運動量の変化などについては無視することができる。また、十分大きな圧力分布を得るためには、比較的多い油量が必要であり、周期境界条件を設けることで、初期条件で適切な油の配置を行うことができ、計算時間の短縮にもつなげることができる。さらに、本研究で計算される潤滑解析は、入口部（解析領域の左側の領域）に油が逆流する現象である。周期境界条件を用いているので、計算領域内の油量が変化しないことから、潤滑油の逆流が進むにつ

れて、入口部の油量が増加せずに入力する油量と流出する油量が釣り合い定常状態に至るプロセスとなっていることから、構造体の左側（入口部）に高圧域が発生する現象となっている。よって、入口部の周期境界座標の方が圧力値などの物理的な変化が起きやすいことから、このような物理的な変化の影響を受けないために、入口部の周期境界座標は出口部よりもより構造体から遠い位置に設けた。

さらに、流体潤滑モデルについて、柴田ら[80]が開発した仮想粒子を考慮し、壁粒子に仮想的に斥力を与える手法を用いて、壁粒子を1層にして計算を行った。また、この手法によってダミー粒子も用いていないことから、粒子数や計算コストを削減することができる。さらに、ナビエ・ストークス方程式（式(1)）内の粘性計算と圧力計算の両方について連立一次方程式を用いて陰的に解いたことから、比較的長い時間刻み幅 Δt を用いて計算を行った。

ここで、表面張力とキャビテーションは流体潤滑現象で重要な現象であるが、圧力計算についてレイノルズ方程式と比較検証を行うために本研究では無視して計算を行った。さらに、本計算では完全に等温の条件下で計算を行なった。今後について、粒子法における流体潤滑モデルとキャビテーションモデルの流体潤滑問題への適用についても視野に入れたモデルの構築を行った。

本研究の詳細の解析条件を表1に示す。表1から、最小油膜厚さ h_0 は $40\mu\text{m}$ と、流体潤滑問題としては比較的広めの条件で計算を行った。また、円筒半径 R は、 $0.04\mu\text{m}$ と、最小油膜厚さ h_0 の1,000倍であり、流体潤滑問題としては標準の比率となっている。潤滑油の密度や粘度などのその他の解析条件としては、通常の実問題でよく用いられる物性値を用いた。さらに、圧縮率に関しては、MPS法では弱圧縮を加えることが多いが、本研究では理論解として用いたレイノルズ方程式との比較検証を行うために、完全非圧縮条件下で計算を行った。

また、MPS法で計算を行う際の解析条件（パラメーター）を表2に示す。計算時間は0.030sで、MPS法で計算される圧力分布や流れ場が定常になるまでの時間まで計算を行った。また、高解像度領域と低解像度領域の境界座標（重なり領域部分の座標）は、表2の $a1, a2(m)$ で定めた。今回の検証課題として、適切な境界座標の検証を行い、 $a1(m)$ を変えたときの圧力分布の依存性を調べた。ここで、境界座標 $a1(m)$ を変えた時の圧力分布依存性分布を検証する理由としては、圧力は円筒(Cylinder)の入口部($x \leq 0$)で発生するので、圧力分布に関しては $a2(m)$ での境界座標位置よりも $a1(m)$ での境界座標位置で大きく依存することとなる。さらに、影響半径については、高解像度領域と低解像度領域の両方について、それぞれの領域の粒子間距離の3.1倍に設定した。本研究では、影響半径は圧力振動の影響を小さくするために比較的大きめの値を用いた。また、本研究の全ての計算において壁粒子は1層に設けて計算を行っており、上部の円筒部の構造体については、粒子は円筒形に滑らかに配置を行った。

さらに、重合粒子法について、流体の総質量をできるだけ保存させるために速度補正を行ったが、速度補正量としては、式(29)について表2のように定めた。表2から、速度補正の

上限値は下部壁の速度 U_1 の 20.0%，下限値としては， U_1 の 5.0%である．本研究では，2つの解像度領域について，流体の流れ場や圧力分布に関してできるだけ連続に接続するために，柴田らの[73]先行研究よりも流体の速度に比べて比較的高い割合の速度補正を加えることを行った．

表 1 Principal physical property

Oil density ρ (kg/m ³)	850
Kinematic viscosity ν (m ² /s)	2.25×10^{-4}
Cylinder radius R (m)	0.04
Outer oil clearance h (m)	8.0×10^{-5}
Minimum clearance h_0 (m)	4.0×10^{-5}
Bottom wall velocity U_1 (m)	1.2
Gravitational acceleration \vec{g} (m/s ²)	-9.81
Compression rate α (Pa ⁻¹)	0.0

表 2 Principal calculation condition

Simulation time (s)	0.030
$a1$ (m)	-0.0036
$a2$ (m)	0.0030
Radius of influential domain in low-resolution subdomain r_e^{Coarse} (m)	$3.1 \times l_0^{Coarse}$
Radius of influential domain in high-resolution subdomain r_e^{Fine} (m)	$3.1 \times l_0^{Fine}$
Upper limit velocity correction in overlapping region for mass conservation (m/s)	0.24
Lower limit velocity correction in overlapping region for mass conservation (m/s)	0.048

3-2:レイノルズ方程式

本研究では、圧力分布精度検証を目的として、理論解としてレイノルズ方程式を用いた。レイノルズ方程式は、ナビエ・ストークス方程式に以下の仮定を設け、簡略化した式である。

- (1) 完全非圧縮条件
- (2) 油膜厚さ方向（鉛直方向）の圧力分布が一定である
- (3) 滑りなし条件（ノンスリップ条件）
- (4) 潤滑油がニュートン流体
- (5) 解析領域においては油膜が完全に満たされている

レイノルズ方程式は、以上の仮定によって簡略化することによって、流体潤滑問題で非常に重要な物理量である圧力分布について非常に短時間で比較的高精度な計算を行うことができ、差分法や有限体積法、有限要素法などの格子法で広く行われている。また、レイノルズ方程式によって計算された値は実験値と比較的一致することも示されている。2次元の解析対象に用いられるレイノルズ方程式は以下の式で表される。また、 U_1, U_2 はそれぞれ下部壁の速度、上部壁の速度を示す。

$$\frac{d}{dx}\left(\frac{h}{\rho\nu}\cdot\frac{dp}{dx}\right)+\frac{d}{dz}\left(\frac{h}{\rho\nu}\cdot\frac{dp}{dz}\right)=6(U_1+U_2)\frac{dh}{dx}+6h\cdot\frac{\partial(U_1+U_2)}{\partial x}+12h\cdot\frac{\partial h}{\partial t} \quad (32)$$

上式の右辺について、 $6(U_1+U_2)\frac{dh}{dx}$ は、壁面の移動で流体が誘い込まれる効果であるくさび膜効果、 $6h\cdot\frac{\partial(U_1+U_2)}{\partial x}$ は、伸縮膜効果、 $12h\cdot\frac{\partial h}{\partial t}$ は、2つの剛体が接近するときの作用である絞り膜効果を意味する。

本研究では、シリンダー（上部壁）の速度が0で、下部壁の速度がx座標方向に一定であることから、伸縮膜効果は無視することができ、油膜を押し潰す絞り膜効果もシリンダー（上部壁）の速度が0であり、壁速度の時間変化が無いために無視することができることから、1次元のレイノルズ方程式に簡略化することができ、以下の式に簡略化できる。

$$\frac{d}{dx}\left(\frac{h}{\rho\nu}\cdot\frac{dp}{dx}\right)=6U_1\frac{dh}{dx} \quad (33)$$

この式は、くさび効果が支配的なレイノルズ方程式であり、最も簡略化されたレイノルズ方程式でもある。本研究は、式(34)を差分法で十分な細かさの解像度の格子を用いて理論解を算出した。

さらに、レイノルズ方程式を計算する上で重要なことは油膜の境界条件を定めることである。レイノルズ方程式の境界条件としては、負圧を計算するゾンマーフェルト(Sommerfeld)の境界条件[89]や、負圧部において油膜破断で生じた領域では圧力がほぼ大気圧に等しくなることを背景に負圧部を大気圧として扱うギュンベル(Gumbel)の境界条件[90]がある。

本研究では、負圧部を計算せず流体潤滑問題ではよく用いられる境界条件であるレイノルズ(Reynolds)の境界条件[91]を用いた。レイノルズ境界条件は、ギュンベルの境界条件とは

異なり、圧力の終端部で、圧力が滑らかに接続するように $dp/dx = 0$ の境界条件を設けたものである。また、本研究は大気圧を0に設定（真空状態に設定）した。具体的な境界条件を下式に示す。

$$p = 0 \quad x = a \quad (34)$$

$$p \geq 0 \quad a \leq x \leq b \quad (35)$$

$$p = 0, \quad \frac{dp}{dx} = 0 \quad x = b \quad (36)$$

式(35)中の a, b はそれぞれ圧力境界条件での入口部と出口部(終端部)を示している。この境界条件を用いることで、式(36)により、圧力が滑らかに接続されていることから、実問題でもよく用いられている境界条件である。また、流体潤滑問題では、圧力境界条件の出口部 b の位置は以下の式で表されるマーティンの式(Martin equation) [92]で定めた。

$$b = 0.475\sqrt{2Rh_0} \quad (37)$$

本研究では、式(33)をレイノルズの境界条件を課した式を差分法で計算することによって、圧力分布の理論解を計算し、MPS法での計算結果との比較検討を行った。

ここで、実験や解析によって得られた圧力分布の計算精度としては、圧力分布や負荷容量の予測について、レイノルズ方程式から5%以内の誤差で予測できることが実用的に望ましく、本研究でも5%程度を閾値として、レイノルズ方程式で得られた圧力分布との誤差を検証した。また、圧力分布の比較に関しては、レイノルズ方程式が静的な物理量を扱う方程式であるために、圧力分布が十分収束したと判断される時刻で行なった。

3-3:単解像度粒子による解像度依存性の検討

粒子法の流体潤滑モデルの開発の第一段階として、摺動部に用いる粒子の必要解像度を検証する必要がある。したがってどれくらいの解像度の粒子を用いれば、摺動部にて高精度に圧力計算を行えるかの検証をこの章で行う。

本研究では、3ケースの単一解像度粒子モデルを用いて、どの解像度を用いれば計算精度と計算時間の両方の面で適切な計算を行えるかという検証を行った。計算精度の検証には、前述のレイノルズ方程式を用いて比較検討を行った。

また、圧力分布の結果は、次式のように、水平方向の座標(x 座標)と圧力値を無次元化したもので表現した。

$$P = \frac{h_0^{3/2}}{\rho\nu U_1 \sqrt{R}} p \quad (38)$$

$$X = \frac{1}{\sqrt{Rh_0}} x \quad (39)$$

本計算で用いる3ケースを表3に示す。

表3 単解像度粒子モデル

Case No.	Method	Spatial resolution l_0 (m)	Initial number of particles	Time increment Δt (s)
1	Single resolution	4.0×10^{-6}	127,484	8.0×10^{-7}
2	Single resolution	5.0×10^{-6}	82,939	1.0×10^{-6}
3	Single resolution	6.67×10^{-6}	47,900	1.33×10^{-6}

表3から、粒子空間解像度 l_0 については、最小油膜厚さ h_0 の1/10~1/6程度の粒子を用いている。また、時間刻み幅 Δt はどのケースについてもクーラン数(式(18))が0.24となるように定めた。すなわち、時間刻み幅 Δt は粒子空間解像度 l_0 に比例した値を設けた。ここで、ケース1についての各時刻の油膜分布を図5に示す。

図5より、油膜はシリンダーの入口部($x \leq 0$)の領域に時刻とともに逆流していき、 $t = 0.0240$ sからは油膜の形状がほぼ一定になり、油膜の始端、終端位置がほとんど一定に近づいたことから、油膜分布は定常状態に近づいていることがわかる。したがって、表2で示された解析時間0.030sの間に油膜分布は定常状態に近づいているので、解析時間としては適切な値であることが示された。



(a) $t = 0.00$ s (Case 1)



(b) $t = 0.0120$ s (Case 1)



(c) $t = 0.0240$ s (Case 1)



(d) $t = 0.0300$ s (Case 1)



(e) $t = 0.100$ s (Case 1)

图 5:流体分布图 (Case1)

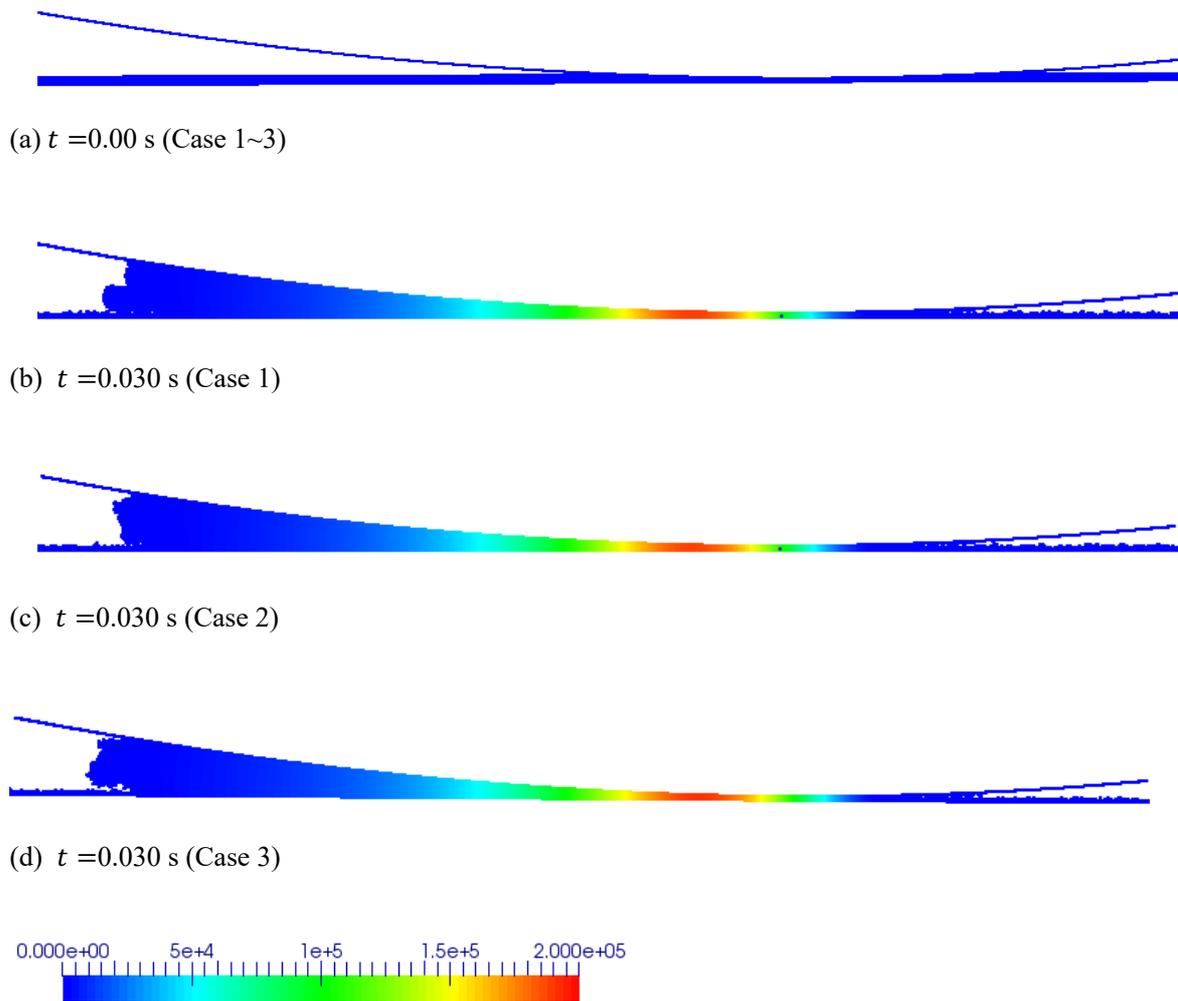


図 6: 圧力, 油膜分布 (単解像度粒子モデル)

つぎに, 圧力分布を示した $t = 0.030$ s 時点での 3 ケースの油膜分布を図 6 に示す. 図 6 から, 油膜分布や圧力分布に関してはどの 3 ケースについても類似した分布が見られた. 圧力のピーク値に関しては, どのケースについても 0.2MPa 程度の値を示した. 以上のことから, 油膜分布に関しては粒子空間解像度 l_0 が最小油膜厚さ l_0 の 1/6 程度でも比較的計算精度を保つことができることが示された.

さらに、3 ケースの圧力分布についてレイノルズ方程式との比較検証結果を図 7 に示す。図 7 から、シリンダーの入口部 ($X < 0$) の領域については、 $X < -3.0$ の領域では、若干どのケースもレイノルズ方程式で得た圧力分布の解よりも小さめの値を示したが、 $X > -3.0$ の領域ではどのケースでもレイノルズ方程式の解とほとんど一致した分布を示した。また、圧力ピーク値やピーク座標に関しても同様にレイノルズ方程式の解とおおよそ一致したこともわかる。

ただし、シリンダーの出口部 ($X > 0$) に関しては、Case1 ($l_0 = 4\mu\text{m}$) と Case2 ($l_0 = 5\mu\text{m}$) から得られる圧力分布に関しては比較的レイノルズ方程式から得られた圧力分布と近い値を得ることができた一方、Case3 ($l_0 = 6.67\mu\text{m}$) で得られた圧力分布に関しては、レイノルズ方程式の解よりも若干大きめの値を示した。

以上の結果から、定量的な圧力分布の計算精度については、Case2 ($l_0 = 5\mu\text{m}$) より細かい粒子を用いることでレイノルズ方程式から得られた圧力分布の解に収束していくことがわかる。したがって、粒子空間解像度 l_0 は最小油膜厚さ l_0 の 1/8 よりも細かい粒子を用いる必要があるという結果が得られた。

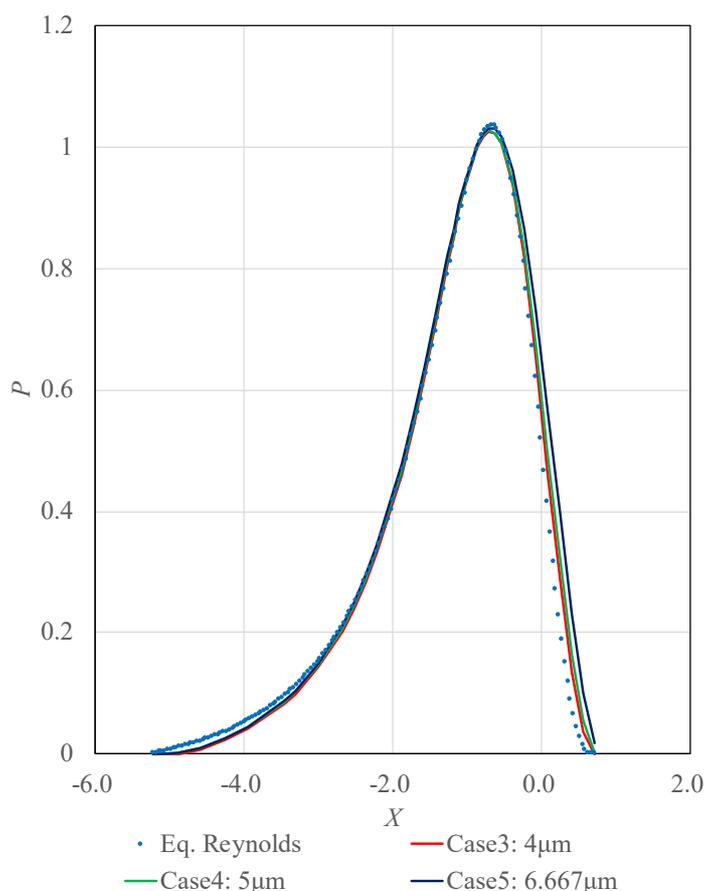
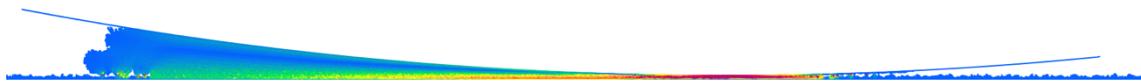


図 7：圧力分布についてのレイノルズ方程式との比較

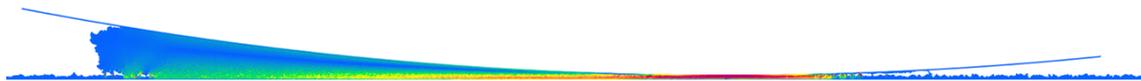
次に、油膜の厚み方向の物理量の考察を行うために、時刻 0.030s 時点のせん断ひずみ速度分布を次図に示す。なお、せん断ひずみ速度 $\dot{\gamma}(x, t)$ は、以下の物理量で表現される。

$$\begin{aligned} \Pi(x, t) &= \left(\frac{\partial u_x}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial u_y}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial u_z}{\partial z}\right)^2 \\ &+ \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_x}{\partial y} + \frac{\partial u_y}{\partial x}\right) + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_x}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial x}\right) + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_y}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial y}\right) \end{aligned} \quad (40)$$

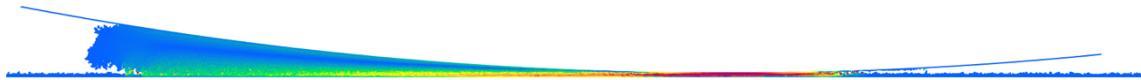
$$\dot{\gamma}(x, t) = \sqrt{2\Pi(x, t)} \quad (41)$$



(a) $t = 0.030$ s (Case 1)



(b) $t = 0.030$ s (Case 2)



(c) $t = 0.030$ s (Case 3)



(d) Legend (m/s)

図 8: せん断ひずみ速度分布

図 8 から、せん断ひずみ速度値に関しては、油膜が一番狭くなっているところが最も大きくなっており、外縁部に伴って小さくなっている。また、外縁部に関しては、下層に行くにしたがって大きな値となっており、鉛直方向の速度勾配が大きくなっているものと考えられる。したがって、下層に関しては鉛直方向に大きな速度勾配が見られていると考えられる。また、せん断ひずみ速度値に関しては、図 8 から、どの解像度モデルに関しても大きな差が見られず、類似した分布が得られた。

最後に、3 ケースごとの計算時間を図 9 に示す。図 9 から、一番粒子空間解像度が大きいケース(Case1 ($l_0 = 4\mu\text{m}$))に関しては、計算時間が 40 時間要してしまうことから、計算コストが過大にかかってしまう問題が生じる。

したがって、図 8 までの結果も踏まえて、Case2 ($l_0 = 5\mu\text{m}$)の解析モデルを用いることで圧力計算の計算精度を保ちながら、できるだけ短い時間で計算を行うことができることが示された。この結果から、流体潤滑モデルについては、粒子空間解像度 l_0 は最小油膜厚さ l_0 の 1/8 の大きさの粒子を用いることが適しているケースであることが示された。この大きさの粒子を用いることで、この流体潤滑モデルに関しては単一解像度粒子モデルでは、20 時間弱の計算で実現象 0.03s の解析を行えることが図 9 からわかる。今後の重合粒子を用いたモデルについては、高解像度領域では Case2 ($l_0 = 5\mu\text{m}$)と同じ大きさの粒子を用いて、低解像度粒子を用いることでどれくらいの計算時間を削減できるかについて検証を行った。

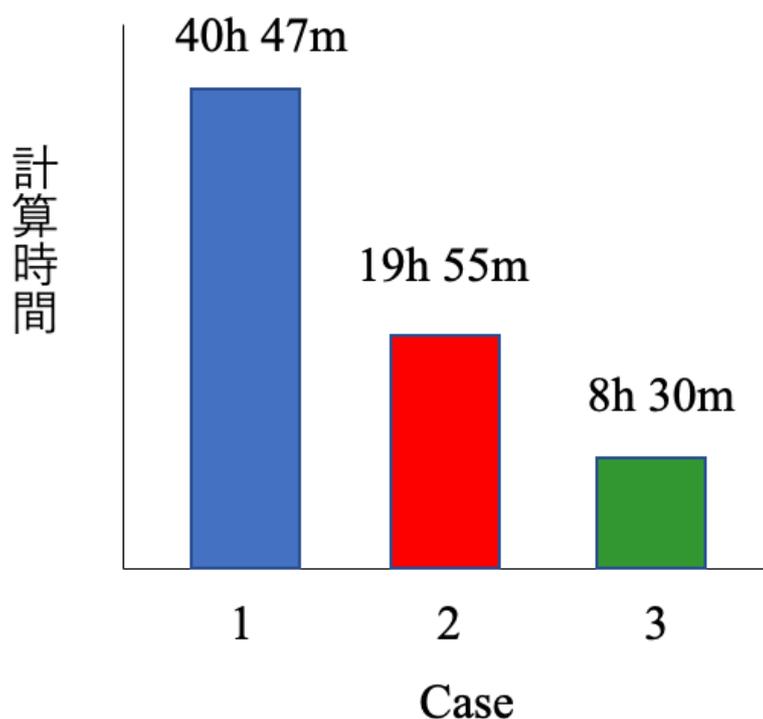


図 9:各ケースにおける計算時間の比較

3-4:重合粒子法と単解像度粒子法との比較検討

前章では、通常の単一解像度で計算した粒子法を用いて、流体潤滑問題に対しては、どれくらいの解像度の粒子を用いれば良いかの検証を行い、その結果、粒子空間解像度 l_0 は、最小油膜厚さ h_0 の1/8程度の粒子を用いることが適切であることが示された。

本章では、重合粒子法を用いて、図4のように、摺動部付近を高解像度粒子、その周辺部を低解像度粒子で計算を行なって粒子数の削減を行った。また、今回の検証課題としては、高解像度粒子を前回の単一解像度粒子で適切と判定された最小油膜厚さ h_0 の1/8の粒子を用いて、低解像度粒子をどの解像度で設定すれば計算精度、計算時間の両方の面で適切であるかの検証を行うことである。本章では、低解像度の解像度依存性の検証のために、表4で示される重合粒子法モデルの4ケースと、単一解像度モデル(Case2)を用いて、圧力分布と計算時間について比較を行った。圧力分布の検証としては、前章と同様にレイノルズ方程式で算出された理論解と比較を行った。

本計算では、高解像度粒子と低解像度粒子の解像度比は $N_r = 2$ から $N_r = 16$ まで大きくして計算を行った。また、時間刻み幅 Δt に関しては低解像度粒子領域と高解像度粒子領域それぞれにおいて、式(18)で表されるクーラン数を0.24に揃えて計算を行った。したがって、前章の単一解像度粒子モデルの場合と同様に、時間刻み幅 Δt は粒子間距離 l_0 に比例した値で設けている。

また、重合粒子の計算について、本章では、図4で示される低解像度領域と高解像度領域の境界座標(a1, a2)は、 $a1 = -0.0036\text{m}$, $a2 = -0.0030\text{m}$ と固定して計算を行った。

表4 重合粒子法計算モデル

Case No.	Resolution	Spatial resolution l_0 (m)	Initial number of particles	Time increment Δt (s)
2	Single resolution	5.0×10^{-6}	82,939	1.0×10^{-6}
4	Multiresolution (OPT)	High-resolution: 5.0×10^{-6} Low-resolution: 10.0×10^{-6} ($N_r = 2$)	53,099 (High-resolution: 29,449 Low-resolution: 23,650)	High-resolution: 1.0×10^{-6} Low-resolution: 2.0×10^{-6}
5	Multiresolution (OPT)	High-resolution: 5.0×10^{-6} Low-resolution: 20.0×10^{-6} ($N_r = 4$)	36,274 (High-resolution: 29,449 Low-resolution: 6,825)	High-resolution: 1.0×10^{-6} Low-resolution: 4.0×10^{-6}
6	Multiresolution (OPT)	High-resolution: 5.0×10^{-6} Low-resolution: 40.0×10^{-6} ($N_r = 8$)	31,611 (High-resolution: 29,449 Low-resolution: 2,162)	High-resolution: 1.0×10^{-6} Low-resolution: 8.0×10^{-6}
7	Multiresolution (OPT)	High-resolution: 5.0×10^{-6} Low-resolution: 80.0×10^{-6} ($N_r = 16$)	30,217 (High-resolution: 29,449 Low-resolution: 768)	High-resolution: 1.0×10^{-6} Low-resolution: 1.6×10^{-5}

また、重合粒子法モデル(Case6)で計算された油膜分布結果を図10に示す。図10から、重合粒子で計算を行った際においても、単一解像度モデル(Case2)での計算結果と同様に、時刻 $t = 0.024$ s から、油膜の形状はほとんど一定になっていることから、 $t = 0.030$ s ではほぼ定常状態に近づいていることがわかる。



(a) $t = 0.00$ s (Case 6)



(b) $t = 0.012$ s (Case 6)



(c) $t = 0.024$ s (Case 6)



(d) $t = 0.030$ s (Case 6)



(e) $t = 0.100$ s (Case 6)

图 10: 压力, 油膜分布 (重合粒子法)



(a) $t = 0.03$ s (Case 2)



(b) $t = 0.03$ s (Case 4)



(c) $t = 0.03$ s (Case 5)



(d) $t = 0.03$ s (Case 6)



(e) $t = 0.03$ s (Case 7)



(f) legend of pressure distribution (Pa)

図 11: 油膜, 圧力分布 (重合粒子法)

また, 単一解像度粒子モデル(Case2)と重合粒子モデル 4 ケースの油膜分布と圧力分布を示した図を図 11 に示す. 図 11 から, 全ての Case において, 圧力のピーク値は類似した分布が見られた. また, Case2, Case4~6 に関しては, 油膜の始端, 終端位置がほとんど同じであり, 低解像度領域と高解像度領域の境界座標付近においても安定に計算を行えていることがわかる. ただし, Case7 に関しては, 油膜の始端位置が他の Case とは異なり, また, 境界座標の出口部(a2)に関しても粒子分布に不自然な挙動が見られる結果が見られた.

つぎに、本章で計算した 5 ケースと理論解として用いたレイノルズ方程式で得られた圧力分布の比較分布を図 12 に示す。図 12 から、出口部($X \geq 0$)については、粒子法で計算されたどのケースについても、レイノルズ方程式で得られた解よりも若干圧力分布が高い傾向が見られたものの、どのケースにおいてもおおよそ理論解と近い値を示した。また、入口部 ($X < -2.0$) に関してはどの粒子法ケースの解析結果についてもレイノルズ方程式とおおよそ一致する結果が示された。

さらに、圧力ピーク値についても Case7 ($N_r = 16$)では、若干レイノルズ方程式よりも小さい傾向が見られるものの、その他のケースに関しては、圧力ピーク値は、おおよそレイノルズ方程式での解析解とほとんど一致する結果が得られた。以上のことから、解像度比 $N_r = 8$ までの重合粒子モデルを用いれば図 11, 12 から圧力計算精度や油膜分布について計算精度を保つことができることが示された。

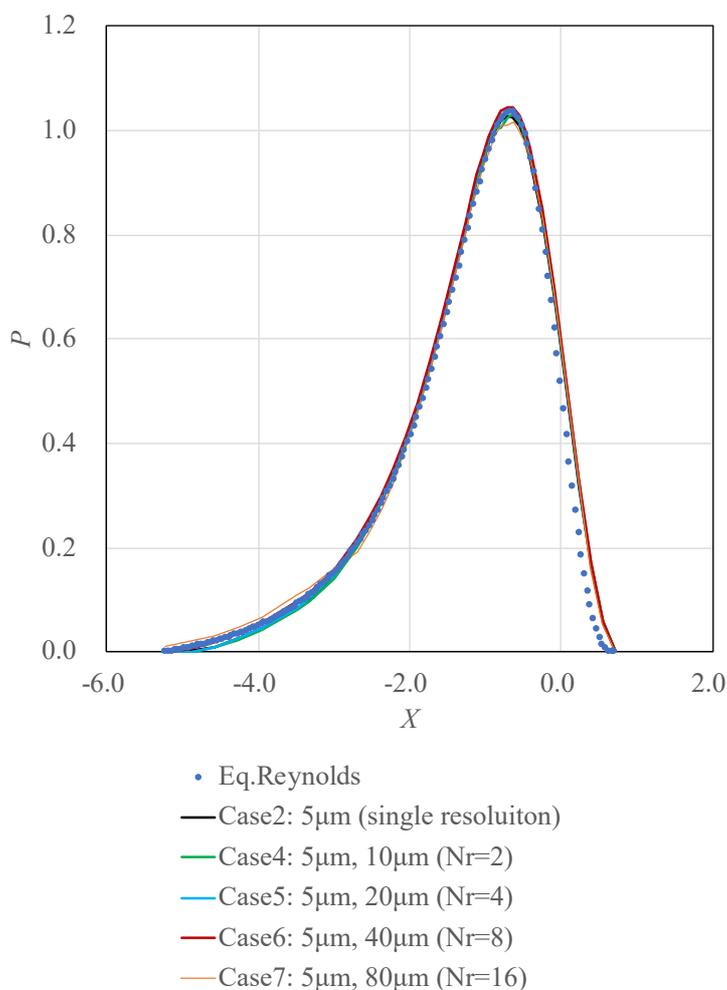


図 12: 圧力分布についてのレイノルズ方程式との比較

今度は、せん断ひずみ速度分布を単一解像度粒子と同様にして示す。図 13 から、Case7 を除いた Case については、せん断ひずみ速度値については、類似した分布を示した。ここで、下部壁に近い領域 ($y = 0$ に近い領域) では、比較的広い範囲でせん断ひずみ速度値が大きくなっており、これは下部壁付近で鉛直方向の速度勾配が大きくなっていることが理由として考えられる。また、Case4 における高解像度領域と低解像度領域の境界座標付近には、高いせん断ひずみ速度分布を示した。また、Case7 に関しては、他の Case より、低解像度領域におけるせん断ひずみ速度分布が小さめの傾向が見られた。これは、油膜形状が他のケースとは異なることから、速度分布についても油膜分布と同様に他の Case とは大きく異なっていることが原因と考えられる。



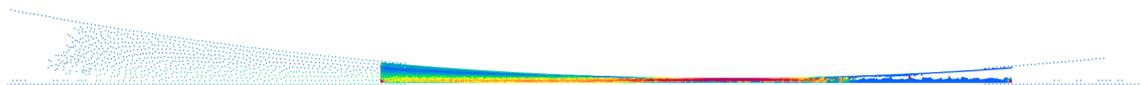
(a) $t = 0.03$ s (Case 2)



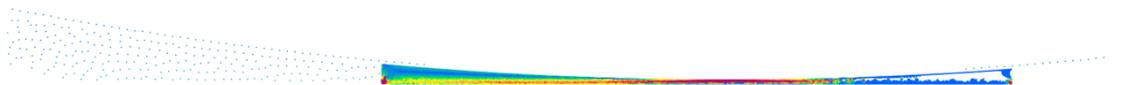
(b) $t = 0.03$ s (Case 4)



(c) $t = 0.03$ s (Case 5)



(d) $t = 0.03$ s (Case 6)



(e) $t = 0.03$ s (Case 7)



(f) legend of pressure distribution (m/s)

図 13: せん断ひずみ速度分布 (重合粒子法)

また、本章で計算を行った 5 ケースの 0.03s の解析に要した時間を図 14 に示す。図 14 から、単解像度粒子モデル (Case2) を用いた場合はおよそ 20 時間計算時間を要しているが、Case4 ($N_r = 2$)では、Case2 の計算時間の 55.6%、Case5 ($N_r = 4$)では 36.1%、Case6 ($N_r = 8$)では 27.0%、Case7 ($N_r = 16$)では 25.5%の結果が得られた。以上の結果から、重合粒子法を用いることで計算時間を削減することができ、とくに、解像度比 N_r が 4 以上の場合において、大きく計算コストを削減することに成功した。

以上の結果から、油膜形状、圧力計算、計算時間の全ての面を考慮すると Case6 ($N_r = 8$) の場合が、最も良い結果が得られた。このことによって、流体潤滑モデルの計算には重合粒子法の適用が非常に有効であることが示された。さらに、本計算によって、計算精度と計算実用性を両立できる解像度比 N_r について検証することができた。

また、計算安定性においては、解像度比が $N_r = 8, 16$ などの先行研究[73]と比較してもかなり高い値についても比較的安定した計算を行うことができた。よって、本研究で開発、適用を行った重合粒子法の解析モデルを用いることで解像度比 N_r を大きくとっても比較的ロバストに流体潤滑問題を計算できることも示された。

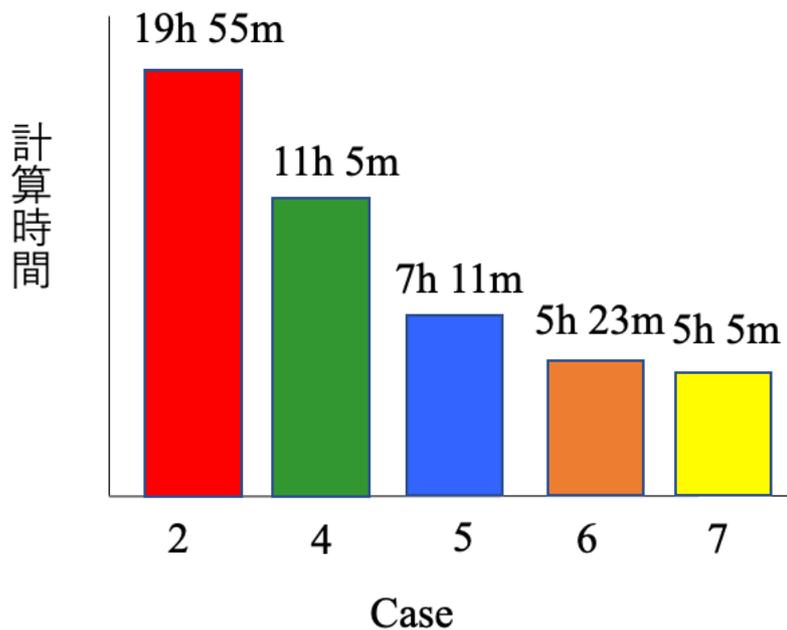


図 14: 5 ケースの計算時間

最後に、重合粒子で計算した際の流体の総質量の誤差について検証を行った。本計算で用いた重合粒子モデル 4 ケースについての流体の総質量の誤差を図 15 に示す。図 15 から、流体の総質量の誤差は、Case7 ($N_r = 16$)の時刻 $t = 0.005 \sim 0.01$ s の区間を除けば、絶対値で 0.5%未満となるという結果が得られた。このことから、解像度比が $N_r \leq 8$ であれば、重合粒子法で用いられる速度補正の式を用いることで、流体の総質量をほとんど保存させることができることが示された。

また、本研究では、先行研究[73]よりも速度補正の上限値を大きくとることで、流体の総質量をできるだけ保存させることを行った。その結果、シリンダーの入口部の境界座標 ($a1$) についても逆流の速度をほとんど保存させることができ、図 10 から、低解像度領域についても単一解像度粒子モデル (Case2) の場合とほとんど同じ速度で逆流を表現することができ、油膜分布もおおよそ一致する結果が得られた。

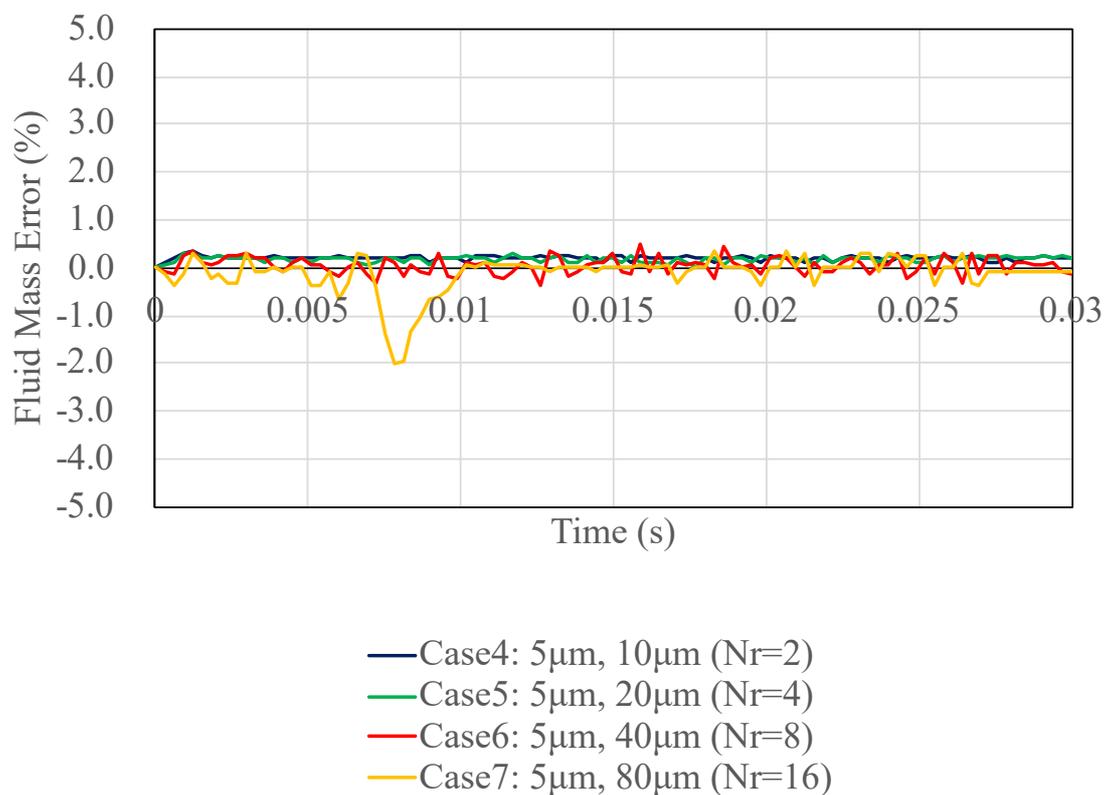


図 15: 流体の質量誤差推移

3-5:重合粒子法の適用における低解像度領域と高解像度領域の境界座標の検証

前章では、流体潤滑問題への重合粒子法の適用について低解像度粒子と高解像度比の解像度比 N_r をどれくらいにするのが適切であるかという検証を行った。その結果、 $N_r = 8$ という結果が得られた。また、重合粒子法を用いることによって、単一解像度粒子で計算するときよりもどれくらいの計算時間を削減するかという検証も行われ、重合粒子によって計算時間を大幅に削減することができることが示された。このように、重合粒子法は流体潤滑問題の解析に対して大いに有用性を持つことが分かった。

本章では、重合粒子の計算コストのさらなる削減を目的に、図3の低解像度領域と高解像度領域の境界座標($a1, a2$)の適切な座標を検討することを行った。すなわち、粒子数の削減のために、圧力計算精度を保った上でどれくらい高解像度領域を小さくすることができるかを検証した。本計算では、出口部の境界座標($a2$)を $a2 = 0.0030\text{m}$ に固定して、逆流が発生する入口部の境界座標($a1$)を変えた4ケース用いて、圧力分布や油膜分布について依存性を検証し、計算精度と計算時間の両方の点から適切な境界座標($a1$)を定めることを行った。本計算で検証を行う4ケースを表5に示す。また、解像度比は、前章で適切なCaseと判定された $N_r = 8$ を用いて計算を行った。解像度の詳細については、表5中の Spatial resolution l_0 に記した。

表5 重合粒子モデルについて境界座標 $a1$ の検討ケース

Case No.	Multi/Single resolution	Spatial resolution l_0 (m)	$a1$ (m)
8	Multiresolution (OPT)	High-resolution: 5.0×10^{-6} Low-resolution: 40.0×10^{-6}	-0.0028
9	Multiresolution (OPT)	High-resolution: 5.0×10^{-6} Low-resolution: 40.0×10^{-6}	-0.0032
6	Multiresolution (OPT)	High-resolution: 5.0×10^{-6} Low-resolution: 40.0×10^{-6}	-0.0036
10	Multiresolution (OPT)	High-resolution: 5.0×10^{-6} Low-resolution: 40.0×10^{-6}	-0.0040



(a) Case8 ($a_1=-0.0028\text{m}$)



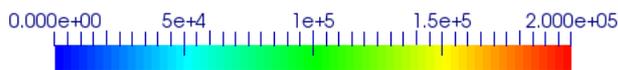
(b) Case9 ($a_1=-0.0032\text{m}$)



(c) Case6 ($a_1=-0.0036\text{m}$)



(d) Case10 ($a_1=-0.0040\text{m}$)



(e) legend of pressure distribution (Pa)

図 16: 油膜, 圧力分布 (重合粒子法)

まずは, 時刻 $t = 0.03\text{s}$ における各 4 ケースの圧力分布を示した油膜分布を図 16 に示す. すべてのケースにおいて油膜の始端, 終端位置や油膜形状については類似した分布が見られた. また, 圧力分布に関しても図 16 から, 高解像度領域の圧力分布と低解像度領域の圧力分布が滑らかに接続されていることがわかる. ただし, 圧力分布については, 高解像度領域が小さいケース (Case8, 9) については, 高解像度領域が大きいケース (Case6, 10) と比較すると圧力分布が小さい傾向も見られた.

また、各ケースについて、圧力分布について理論解であるレイノルズ方程式との比較検証図を図 17 に示す。図 17 で示される圧力分布は、時刻 0.024 ~ 0.030s で計算された圧力分布を平均したものである。図 17 から、高解像度領域が小さいケースほど圧力分布のピーク値が小さい傾向にあることがわかる。とくに、Case8 ($a1 = -0.0028\text{m}$)については、圧力ピーク値がレイノルズ方程式の解よりも明らかに小さくなる結果が得られた。また、高解像度領域を大きくすると圧力ピーク値が大きくなり、Case6 ($a1 = -0.0036\text{m}$)と Case10 ($a1 = -0.0040\text{m}$)については、圧力ピーク値がレイノルズ方程式で計算された圧力分布の解に徐々に収束していくという結果も得られた。

以上の結果から、圧力計算精度を保つことができる境界座標は、 $a1 = -0.0036\text{m}$ であり、高解像度領域が狭すぎると圧力のピーク値が小さくなるという結果となった。

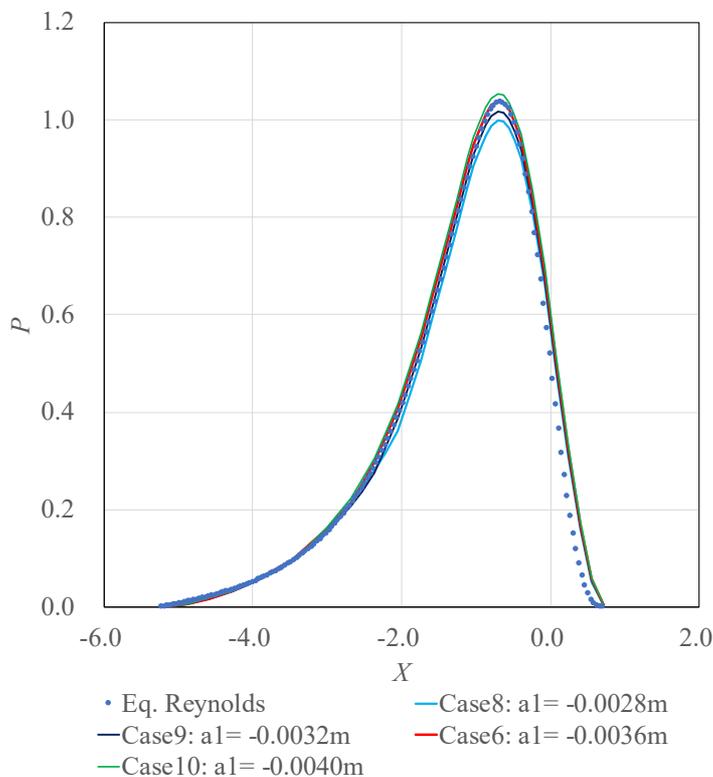
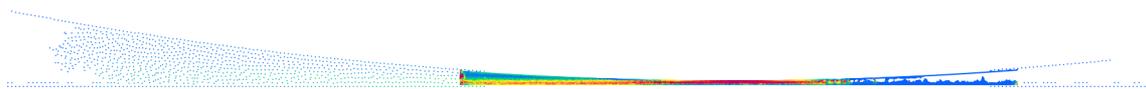
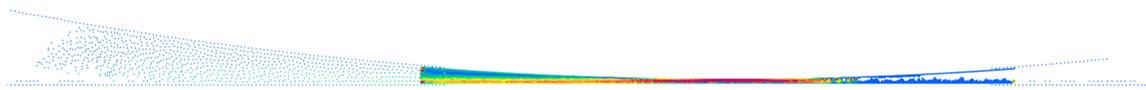


図 17: 圧力分布についてのレイノルズ方程式との比較

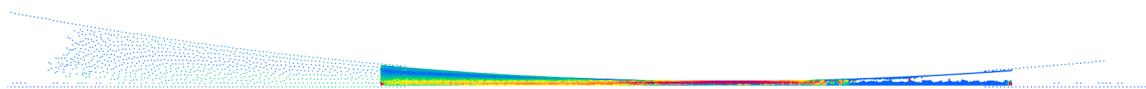
次に、せん断ひずみ速度分布を示す。下図から、どの Case についても比較的類似したせん断ひずみ速度分布を示している。ただし、高解像度領域が小さい Case (Case8) については、高解像度領域と低解像度領域との境界座標付近で高いせん断ひずみ速度値を示しており、速度の不連続性が若干見られた。これは、流体の質量保存のための速度補正の影響もあると考えられる。よって、Case8 はこの結果からも若干物理的に不自然な箇所がある結果が示された。



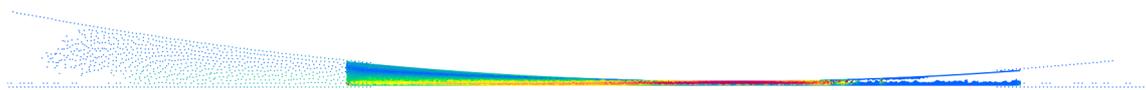
(a) Case8 ($a_1=-0.0028\text{m}$)



(b) Case9 ($a_1=-0.0032\text{m}$)



(c) Case6 ($a_1=-0.0036\text{m}$)



(d) Case10 ($a_1=-0.0040\text{m}$)



(e) legend of pressure distribution (m/s)

図 18: せん断ひずみ速度分布 (重合粒子法)

この章の最後として計算時間の比較結果を図 19 に示す。この図から、境界座標 a_1 を 0.00040m 入口部に移すごとに、すなわち、高解像度領域を 0.00040m 広くとるごとに計算時間が 1 時間弱大きくなっていることがわかる。また、計算時間の割合としては、Case6 が Case10 の 85.9%, Case9 が Case10 の 74.7%, Case8 が Case10 の 60.9%である。この結果から、解析に要する計算時間は、高解像度領域と低解像度領域のそれぞれの解像度や解像度比だけでなく、高解像度領域と低解像度領域の境界座標にも大きく依存することが示された。

以上の結果から、圧力計算精度と計算コスト削減を両立することのできる境界座標 a_1 を定めることができ、本研究では、Case6 ($a_1 = -0.0036\text{m}$)が圧力計算精度と計算コスト削減を両立することができるケースとなった。したがって、本研究では、流体潤滑モデルの解析についての所要時間は 5 時間半程度要することも示された。

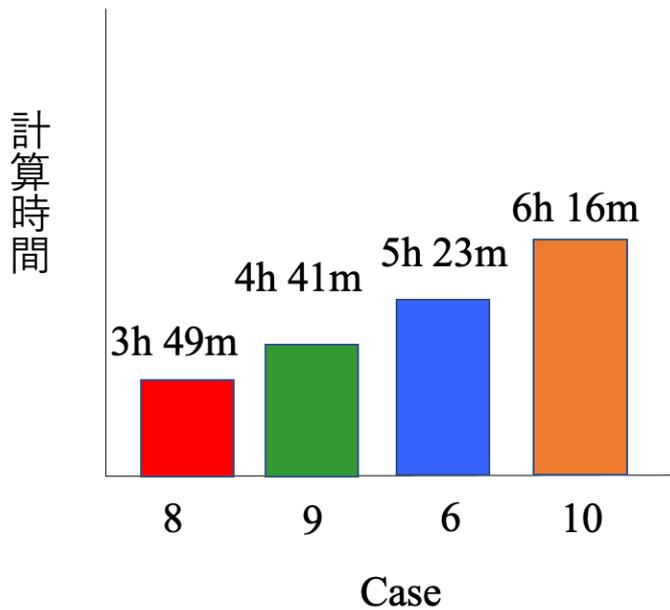


図 19: 各ケースによる計算時間の比較

3-6:圧力勾配モデルについての依存性の検証

本章の最後の結果として、MPS法における圧力勾配モデルの依存性についての検証も行った。本研究におけるMPS法の圧力勾配モデルは、下の式(15)のLSMPSスキームを用いている。このLSMPSスキームの特徴としては、前述の通り、粒子の位置が等方的でない場合においても高い計算精度を保つことのできるという特徴がある。

$$\langle \nabla P \rangle_i^{k+1} = \left[\frac{1}{n^0} \sum w(|\vec{r}_j^* - \vec{r}_i^*|, r_e) \frac{(\vec{r}_j^* - \vec{r}_i^*)}{|\vec{r}_j^* - \vec{r}_i^*|} \otimes \frac{(\vec{r}_j^* - \vec{r}_i^*)}{|\vec{r}_j^* - \vec{r}_i^*|} \right]^{-1} \left\{ \frac{1}{n^0} \sum_{j \neq i} \frac{p_j^{k+1} - \hat{p}_i^{k+1}}{|\vec{r}_j^* - \vec{r}_i^*|^2} (\vec{r}_j^* - \vec{r}_i^*) w(|\vec{r}_j^* - \vec{r}_i^*|, r_e) \right\} \quad (15)$$

この章においては、圧力勾配モデルの圧力計算精度の検証を行い、本研究で用いたLSMPSスキームを用いた圧力勾配モデル(式(15))での計算結果と、MPS法で通常用いられる圧力勾配モデル(下の式(13))との計算結果を用いて比較検証を行った。

$$\langle \nabla P \rangle_i^{k+1} = \frac{d}{n^0} \sum_{j \neq i} \frac{p_j^{k+1} - \hat{p}_i^{k+1}}{|\vec{r}_j^* - \vec{r}_i^*|} \frac{(\vec{r}_j^* - \vec{r}_i^*)}{|\vec{r}_j^* - \vec{r}_i^*|} w(|\vec{r}_j^* - \vec{r}_i^*|, r_e) \quad (13)$$

比較検証のケースとしては、表6のような3ケースを用いた。なお、通常のMPS法で用いられる圧力勾配モデル(式(13))を用いたケースについては、表6のように、2つの時間刻み幅のケースを用いて解析を行った。また、LSMPSスキームを用いた計算モデルに関しては、前章で計算を行ったCase6を用いた。さらに、高解像度領域と低解像度領域の境界座標は3ケースともに、 $a1 = -0.0036\text{m}$ 、 $a2 = 0.0030\text{m}$ とした。

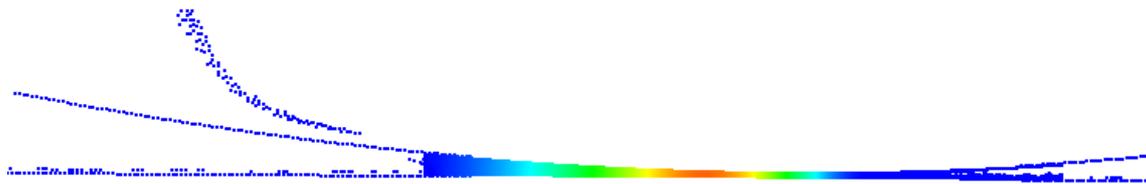
表6 解析条件

Case No.	Multi/Single resolution	Spatial resolution l_0 (m)	Time increment Δt (s)	Pressure gradient model
6	Multiresolution	High-resolution: 5.0×10^{-6} Low-resolution: 40.0×10^{-6}	1.0×10^{-6}	LSMPS (Eq. (15))
11	Multiresolution	High-resolution: 5.0×10^{-6} Low-resolution: 40.0×10^{-6}	1.0×10^{-6}	Without LSMPS (Eq. (13))
12	Multiresolution	High-resolution: 5.0×10^{-6} Low-resolution: 40.0×10^{-6}	4.0×10^{-7}	Without LSMPS (Eq. (13))

この章の最初の結果として、油膜、圧力分布のコンター図を図 20 に示す。図 20 から、通常の MPS 法の圧力勾配モデル (式(13))で計算したケースについては、どちらの時間刻み幅で計算したケースについても LSMPS スキームの圧力勾配モデルでの解析結果と大きく乖離した計算結果が得られた。Case6 と同じ時間刻み幅で計算を行なった Case11 については、高解像度領域と低解像度領域の境界部分の重なり領域 (Overlapping region) 付近で粒子が壁の外側に漏れている結果となった。一方、Case6 で用いた時間刻み幅の 0.4 倍に小さくした時間刻み幅で計算した Case12 に関しては、油膜分布に関しては、Case6 と同様に安定に計算を行うことができたが、圧力分布に関しては、Case6 と比較してかなり大きめの圧力分布を示した。



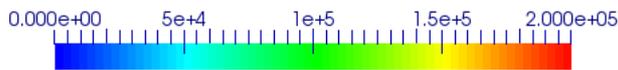
(a)LSMPS pressure gradient model (Case 6)



(b)Standard MPS pressure gradient model (Case11)



(c)Standard MPS pressure gradient model (Case 12))



(d) legend of pressure distribution (Pa)

図 20:油膜分布, 圧力分布

つぎに、圧力分布について、理論解として用いたレイノルズ方程式との比較検証図を図 21 に示す。図 21 で示される圧力分布に関しても、前章と同様に、MPS 法での時刻 0.024~0.030s での計算結果を平均化した圧力を用いた。図 21 から、LSMPS スキームによる圧力勾配モデルを用いたケース (Case6)の圧力分布は、レイノルズ方程式との計算結果とほとんど一致した結果を示した。一方、通常 MPS 法で用いられる圧力勾配モデルを用いたケース (Case11, 12)については、圧力分布がレイノルズ方程式での計算結果とは大きく異なる結果となった。Case11 では、1 ページ前の図 20 で見られた油膜が壁から漏れた現象の影響により、圧力の始点の x 座標が他のケースやレイノルズ方程式との計算結果が大きな値となり、圧力ピーク値に関してもレイノルズ方程式よりも低い値を示した。また、Case12 では、圧力分布がレイノルズ方程式よりもかなり大きな値を示しており、圧力ピーク値においても、同様にかなり大きめの値を示している。よって、本計算で用いた流体潤滑モデルに関しては、通常 MPS 法で計算される圧力勾配モデル (式(13)) を用いて計算を行うと、油膜分布、圧力分布について、複数の時間刻み幅で理論解と大きなずれが生じた。

以上の結果から、流体潤滑モデルを MPS 法で計算を行うには、LSMPS スキームを用いた圧力勾配モデル (式(15)) を用いることが適切であるという結果が得られた。

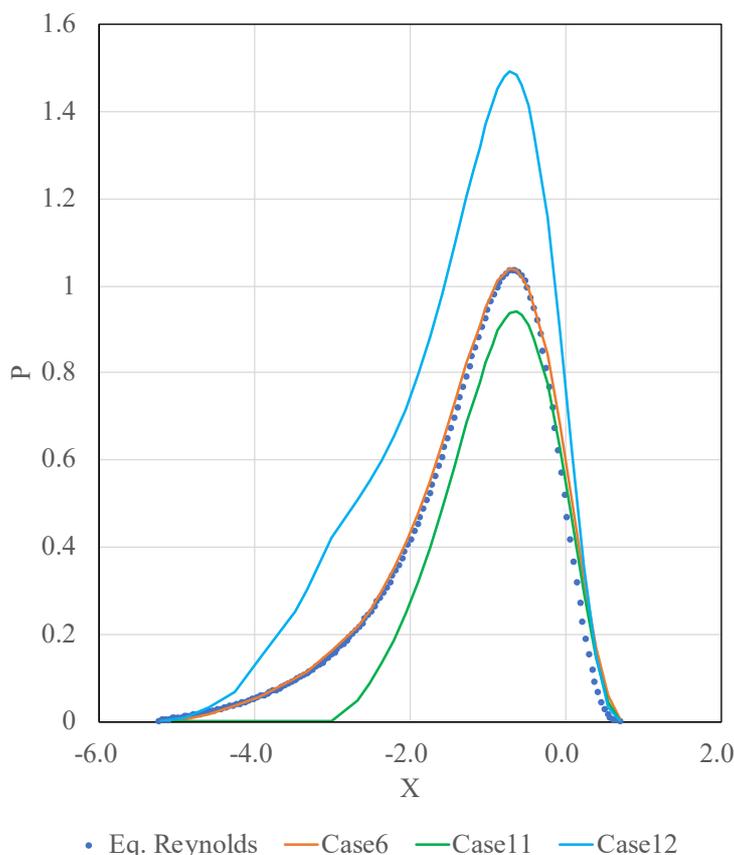


図 21: 圧力分布におけるレイノルズ方程式との比較検証図

3-7: MPS 法流体潤滑モデルに関する考察

まず、本章では、粒子法 (MPS 法) を用いた流体潤滑解析モデルの構築について、まず、重合粒子を適用した際に高解像度領域に用いる適切な粒子空間解像度を定めるために、単一解像度粒子モデルを用いてどの解像度の粒子を用いれば良いかの検証を行なった。

その結果、用いるべき粒子空間解像度 l_0 としては、最小油膜厚さ h_0 のおよそ 1/8 程度の粒子を用いると圧力計算精度、計算実用性の両方の面で適切であるという結果が得られた。この結果から、流体潤滑問題について MPS 法を用いて計算を行うには、最小油膜厚さ h_0 と比較して相対的に小さめの粒子を用いる必要があることが示された。理由としては、流体潤滑現象については、圧力ピーク値が発生する座標付近では、上部の構造物であるシリンダーと下部の平板が近づきつつあり、2つの構造物の間隔が狭くなることに起因して生じるくさび効果が大きく働くことがある。このくさび効果によって、高い圧力値と圧力勾配が生じるので圧力計算をある程度高精度に計算するためには、粒子空間解像度を大きくとることが必要であることから、最小油膜厚さ h_0 のおよそ 1/8 程度の細かい解像度の粒子を用いることが適切であるという結果となったと考えられる。これは、根岸ら[72]の先行研究と相対的には同じ大きさの粒子を用いると良いことも示された。ここで、計算時間を削減するためには、今用いている粒子空間解像度よりも粗い粒子を用いてもレイノルズ方程式と一致させることのできる手法の開発が必要であり、そのためには、圧力ポアソン方程式の改良や粒子ごとの人工斥力手法の導入などが考えられる。

次の検証課題としては、低解像度領域についてどれくらいの解像度の粒子を用いると圧力計算精度を保ちつつ、計算コストを大きく削減することができるかという検証を行なった。本研究では、高解像度粒子と低解像度粒子の解像度比 N_r を 2~16 の範囲で計算を行い、 $N_r = 8$ の解像度比の時が計算精度と計算コストの両方の点で適切な結果が得られた。このことから、流体潤滑問題の解析には解像度比 N_r が 8 とかなり大きな解像度比の低解像度粒子を用いても圧力計算精度を保つことができたことが示された。理由としては、流体潤滑モデルで計算される圧力分布は、圧力ピークが発生する座標付近でかなり大きくなり、圧力勾配もかなり大きくなることから、圧力ピーク座標の外側の座標では、圧力がかなり小さくなりくさび効果もそれに伴って小さくなることから、かなり粗い解像度の粒子を用いても圧力計算精度を保つことができることがある。すなわち、流体潤滑問題の圧力分布は、局所性が大きいので、摺動部のみかなり細かい解像度の粒子を用いれば、周縁部は粗い解像度の粒子でも圧力計算は比較的高精度で行うことができることを意味する。また、流体潤滑問題は解析スケールが非常に小さく、用いる潤滑油の粘度も比較的高いことから、レイノルズ数が非常に小さくなる層流が非常に支配的になる。したがって、流体内で不規則な乱流や水しぶきなどが生じることが少ないので、粒子法のベンチマーク問題であるダムブレイク現象と比べると高い解像度比 N_r で計算を行っても計算が安定に行うことができる傾向がある。以上の背景から、流体潤滑問題においては、計算コストと計算精度の両面について適切な解像度比 N_r は 8 とかなり大きくなるという結果が得られた。その結果、計算時間に関しても単一

解像度粒子モデルと比較して 30%未満の計算時間で解析できたことから、重合粒子によって大きく計算コストを削減することができた。研究の今後の展望としては、より実用的な計算を行うために 3 次元の粒子法流体潤滑モデルを構築することがあり、重合粒子法を用いた際に大きな解像度比 N_r で安定した計算を行えることができたことから、3次元での計算で粒子数、計算時間の削減を実現するためには 3次元になると粒子数の削減効果がさらに大きくなることから重合粒子法を適用することが非常に重要であると考えられる。

また、解像度比 N_r が 16 と大きすぎる場合には、流体の油膜形状が異なる傾向が見られた。さらに、せん断ひずみ速度についても他の Case と異なり、低解像度領域においては、かなり小さな値を示した。理由としては、低解像度粒子径が大きくなると、入口部の高解像度領域と低解像度領域の境界座標($a1$)における隙間の幅が低解像度粒子に比べて相対的に狭くなっているため、速度や圧力の内挿における精度が低下してしまうことがある。ここで、解像度比 N_r が 8 の場合では、境界座標($a1$)における隙間の幅が低解像度粒子 4~5 層分に相当することから、重合粒子法で流体潤滑問題を計算する際には、少なくとも重なり領域 (Overlapping region) の鉛直方向に低解像度粒子 4~5 粒子敷き詰められるような解像度が必要であることが示された。

以上のように、流体潤滑問題へ重合粒子法を適用した際に、低解像度粒子と高解像度粒子のそれぞれの必要空間解像度についての検証を行った。本計算の結果から、粒子法の可変解像度手法である重合粒子法を用いた場合でも、高解像度領域にて、最小油膜厚さ h_0 の 8 分の 1 の空間解像度の粒子で計算を行えば圧力計算精度を保つことができ、これは根岸ら[42]の先行研究と相対的に同じ解像度の粒子を用いても計算精度が保たれていることを意味する。したがって、重合粒子法によって、高圧部で用いる粒子の空間解像度は先行研究[42]と相対的に同一で、外縁部で用いる粒子の空間解像度を粗くして計算を行うことができることから、先行研究[42]よりも粒子数と計算時間を削減することができると考えられる。

本研究では、その後の段階の検証としては計算コストの削減のために、適切な境界座標($a1$)の検証を行った。その結果、圧力計算精度を保つことのできる境界座標は $a1 = -0.0032m$ ($X = -2.53$)より小さい座標の場合であり、適切な座標としては $a1 = -0.0036m$ であるという結果となった。この場合についても前回の解像度比 N_r の検証の場合と同様に、少なくとも重なり領域 (Overlapping region) の鉛直方向に低解像度粒子 4~5 粒子敷き詰められるような解像度が必要であることから、境界座標($a1$)についても、摺動部から入口部方向へ十分な長い場所に設ける必要がある。また、圧力分布について計算精度を保つためには、境界座標($a1$)を高圧部や圧力勾配が激しい箇所に設定しないことが望ましい。したがって、境界座標($a1$)をレイノルズ方程式で計算される圧力分布の変曲点よりも入口側に設けることが適切だと考えられる。

ここで、本研究で得られた圧力分布は、二つの構造体の隙間のくさびに潤滑油が引き込まれて圧力が発生するくさび効果が支配的であり、くさび効果によって得られた圧力分布は隙間の形状によって決定される。よって、隙間の形状が相似であるならば、必要空間解像度

や重合粒子法で用いる異なる解像度領域間の適切な境界座標位置についても同様に相似であり、本研究での計算結果は、同じ形状（円筒と平板）の構造体を用いた潤滑解析の際に対して一般性を持つと考えられる。

最後に、流体潤滑モデルに対する圧力勾配モデルの適用における検証を行った。本研究の計算結果から、流体潤滑問題の計算には等方性の粒子配置でも高精度で計算できる LSMPS スキームを用いることが必要であることが示された。また、流体潤滑の計算において圧力勾配モデルの依存性の大きさにおいても確かめることができた。

3-8:MPS 法流体潤滑モデルに関する結論

本研究では、粒子法を用いた潤滑問題モデルの開発の第一段階として、構造物の弾性変形を伴わない流体潤滑問題へ重合粒子法を適用し、圧力計算精度を保ちながらどれくらいの粒子数、計算時間を削減できるかの検証を行った。また、流体潤滑問題の厳しい拡散数の制限を受けないように、粘性計算を陰的に計算する手法を重合粒子法に導入することで時間刻み幅を大きくすることができ、計算コストを大きく削減することができた。

本章の検証課題としては、まず単一解像度粒子モデルを用いて摺動部に用いる粒子の必要解像度についての検証がある。検証の手段としては、MPS 法を用いた解析モデルによって計算された圧力分布と理論解としてレイノルズ方程式によって計算された圧力分布との比較を行った。その結果、摺動部に用いる粒子の必要粒子空間解像度について検証を行い、重合粒子法で用いる高解像度粒子の粒子空間解像度を定めることができた。

つぎに、重合粒子法を適用する際に計算時間をできるだけ削減するために、低解像度領域での粒子空間解像度や、高解像度領域と低解像度領域で用いる粒子の解像度比 N_r についての検証を行った。検証の結果、 $N_r = 8$ が計算精度、計算実用性の両方の観点から適切と考えられ、流体潤滑問題では解像度比が大きくとるのが適していることが示され、重合粒子法で潤滑解析を行う際の空間解像度依存性に関する知見が得られた。

また、重合粒子法によって計算コストをさらに削減するために、高解像度領域と低解像度領域の境界座標の検討を行った。すなわち、高解像度領域をどれくらい狭くとっても圧力計算精度を保って計算を行えるか検証した。その結果、境界座標については、 $a1 \leq -0.0032m$ ($X \leq -2.53$)程度より小さくとれば、圧力計算精度を保つことが示された。このように、本研究によって、精度、実用面において適切な境界座標における知見も得られた。

最後に、流体潤滑問題に対しての重合粒子法の適用について、圧力勾配モデルの違いによる圧力計算の依存性について検討した。その結果として、高精度圧力勾配モデルであるLSMPS スキームを用いることが、高精度な流体潤滑問題の解析に重要な役割を果たしていることが示された。

以上の結果から、粒子法を用いて流体潤滑現象を計算する際には、重合粒子法を用いることで計算精度を保ちながら、粒子数と計算時間を大きく削減することに成功したことから、重合粒子法の高い有用性を示すことができた。また、流体潤滑問題における重合粒子法で用いるべき解像度についての知見を得ることができた。さらに、適切な高解像度領域の広さの設け方についての知見も得ることができた。

今後の課題としては、より実現象を忠実に再現するために解析領域の3次元化を行うことがある。3次元の解析領域で計算を行うことによって、横方向（奥行き方向）の潤滑油のマクロ流れを表現することができる。また、3次元化することによって、表面張力で用いられる界面をより実問題に近い状態で計算することができる。さらに、軸受の解析対象として、円筒形の軸受だけではなくて、機械の潤滑でよく用いられる球形の軸受を解析することも

可能となる。ただし、3次元の解析領域で計算を行うには、2次元の解析領域に比べてかなり粒子数が大きくなってしまいう問題がある。よって、3次元で実用的に計算を行うためには、重合粒子法で用いる粒子は2種類ではなく、3種類用いることなどによって、粒子数を大きく削減できるようにすることが必要である。

次の課題としては、表面張力現象とキャビテーション現象を考慮した流体潤滑解析を行うことである。本研究では、レイノルズ方程式を理論解として圧力分布の比較を行うために表面張力現象とキャビテーション現象を無視して計算を行ったが、実問題では、この2つの現象は比較的支配的な現象である。実現象をさらに忠実に再現するためには、粒子法に表面張力現象や負圧を安定に計算できるプログラムの導入が必要である。ここで、流体潤滑問題で生じるキャビテーションはシートキャビテーションが主流で、解析スケールと比較すると比較的大きめのキャビテーションが発生する。このキャビテーションは、表面張力や負圧の計算によって解析を行うので、そのことによっても、表面張力現象や負圧の計算手法の確立が重要となってくる。

最後に、潤滑現象では、高圧条件下で、構造体の弾性変形を伴う弾性流体潤滑 (EHL) 現象が重要な現象となるので、この現象の解析手法の確立も必要である。この現象については、次の章で弾性変形の式と MPS 法を連成させた手法で、潤滑油の粘度変化を伴わない物性値のもとで計算を行ったので後述する。

4. ソフト弾性流体潤滑 (EHL)モデル

4-1: EHL 現象解析の背景と概要

前章では、最小油膜厚さ h_0 が $40\mu\text{m}$ と比較的大きく、構造体であるシリンダーを剛体として取り扱うことのできる流体潤滑問題を、重合粒子法を用いて解析を行った。

ここで、潤滑現象では、2つの構造体の隙間が $1\mu\text{m}$ より小さくなることもあり、摺動部に生じる圧力が非常に高圧になることが多く見られる。圧力値としては、しばしば $0.1\sim 10\text{Gpa}$ もの値の圧力が生じるので、ボールなどの構造物の弾性変形が生じる。この現象を伴う潤滑現象を弾性流体潤滑 (EHL) 現象と呼び、工学的にも非常に重要な潤滑現象である。

弾性流体潤滑 (EHL) 現象は、高圧部が発生する摺動部で構造体の弾性変形が発生する。変形の仕方としては、右図の EHL 現象のイメージ図のように、構造体が平らな形になるように隙間が広がるようにして変形する。構造体の大きな弾性変形が発生する箇所としては、図 22 の Hertz 変形域に相当する。また、圧力値が大きく、最小油膜厚さ h_{min} が非常に小さい条件下では、図 22 で示される出口域で油膜のくさびが生じ、そのくさびに応じて圧力が局地的に大きくなることから、図 22 の上図で示されるような圧力スパイクが生じる場合もある。

このように、高圧条件下では、構造体の弾性変形が発生し、最小油膜厚さが大きくなり、枯渇や焼付き現象が起こりにくくなることから、弾性流体潤滑 (EHL) が発生する際の圧力分布予測や構造体の変形分布予測などを行うことは、機械の潤滑形態を解明し、長寿命化を実現するために非常に重要である。

また、EHL 現象については、かなり高圧条件下で発生するために潤滑油の密度変化や粘度変化も発生する。潤滑油の密度変化[94]と粘度変化[95]の式 (Barus の式)はよく次式が用いられる。

$$\rho = \rho_0 \left(1 + \frac{0.6 \times 10^{-9} p}{1 + 1.7 \times 10^{-9} p} \right) \quad (42)$$

$$\eta = \eta_0 \exp(\alpha p) \quad (43)$$

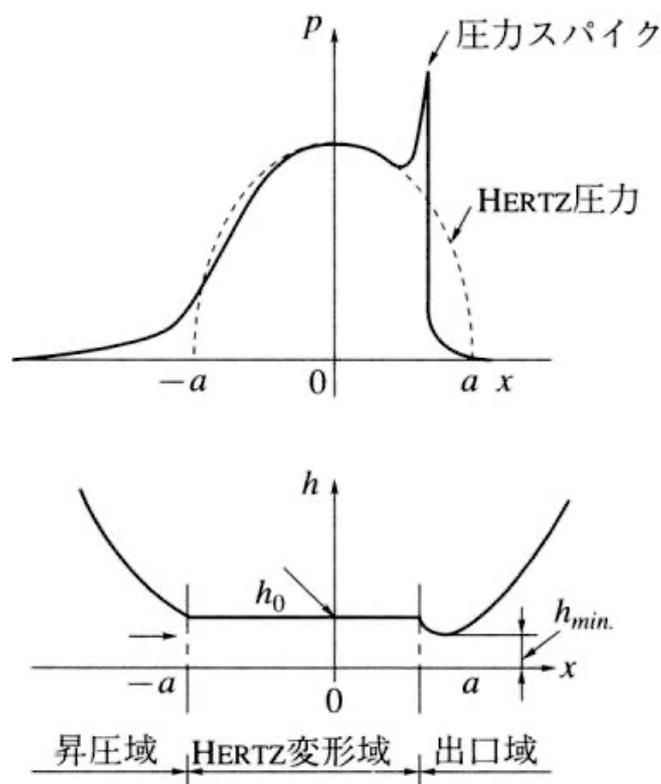


図 22:EHL 現象のイメージ図 [93]

ここで、 ρ_0, η_0 は圧力が0の時の潤滑油の密度、粘度である。また、 α は、潤滑油の粘度によって決定する定数であり、 $10 \times 10^{-9} \sim 30 \times 10^{-9} (\text{m}^2/\text{N})$ 程度の値が用いられることが多い。式(42)から、かなり高圧条件下では、潤滑油の密度が大きくなり、最大約30%程度潤滑油の密度が大きくなることがわかる。また、式(43)は、潤滑油の粘度変化の式であり、潤滑油の粘度は圧力によって指数的に大きくなることもわかる。

ただし、かなり高圧条件下 (0.5GPa 以上) では、式(43)を用いると実験値と比較して潤滑油の粘度を過大に評価してしまうという問題もある。この問題を修正するために、0.5GPa 以上の条件では、式(42)の代わりに、Roeland の式 [96] (式(44)) がよく用いられる。

$$\eta = \eta_0 \exp \left\{ (\ln(\eta_0) + 9.67) \left(1 + \frac{p}{p_0} \right)^Z - 1 \right\} \quad (44)$$

$$Z = \frac{\alpha}{5.1 \times 10^{-9} \{ \ln(\eta_0) + 9.67 \}} \quad (45)$$

ここで、 Z は、式(45)のように、潤滑油の物性によって実験的に決定される定数であり、解析的には $Z = 0.68$ の値を用いることが多い。

このように、EHL 現象については、高圧条件下で計算を行うので、潤滑油の密度も粘度も大きく変化し、工学的にも重要な課題である。しかし、潤滑油の密度変化が最大30%程度も大きくなることから、粒子法で安定かつ高精度で解くことは現状のところ困難である。理由としては、流体の総質量を保存させるには、式(41)のような密度変化を満たしながら行うには粒子数を減らすことが必要になる可能性があり、粒子同士の運動を精度よく表現することが難しいことがある。また、粘度変化についての変化量も大きく、粘性計算を陰的に解く場合でも拡散数が大きすぎる傾向にあり、粒子法を用いて高精度で解くためにはかなり大きな計算コストを要してしまう問題がある。

したがって、本研究では、構造体のヤング率がゴム程度に軟らかく ($E = 10^7 \sim 10^8$ Pa程度)、比較的小さな圧力条件下でも構造体に変形するソフト EHL 条件で、粒子法と弾性変形の式 [97]を連成させたソフト EHL 解析モデルの開発を行った。ソフト EHL 条件下では圧力が小さい (1~10Mpa 程度)ので、式(41)~(44)で表されるような潤滑油の密度変化や粘度変化はほとんど無視することができる。したがって、本研究では、潤滑油はニュートン流体と近似した状態で計算を行った。また、この式は圧力分布について構造体の変形量が静的に決定される式であり、本研究では、序論で述べた通り、圧力計算の安定性や実用面を考慮してこの弾性変形の式を導入した。

4-2: 単一解像度粒子モデルを用いたソフト EHL モデルの開発

4-2-1: ソフト EHL モデルの弾性変形の式の適用

まず、ソフト EHL モデルの開発の初期段階として、単一解像度粒子法モデルを用いたソフト EHL モデルの開発を行った。ソフト EHL モデルの開発については、粒子法を用いた流体潤滑モデルに弾性変形の式[97]を連成させた。弾性変形の式としては、2つの式を組み合わせ、MPS 法の流体潤滑解析モデルへ適用を行った。

弾性変形の一つ目としては、圧力による構造体の弾性変形の表現である。本研究の解析領域図を図 20 に示す。本計算については、図 23 の上部の構造体 (“Ball”) において以下の式で圧力による弾性変形の式を与えた。この弾性変形の式は、Ping [97]が提案した式であり、この式を粒子法用に適用を行ったものである。ここで、図 23 の上部のボールに属する壁粒子の粒子番号*i*の変形量 v_i^k は式(46)で与えられる。なお、上部の構造体に属する壁粒子は流体潤滑計算時と同様に1層で与えられる。また、*N*はこの構造体に属する壁粒子数であり、構造体の弾性変形に関しては、自身の粒子の圧力と他の構造体に属する壁粒子に付加している圧力に依存して決定される。なお、変形量 v_i^k は、流体の圧力や下部壁の圧力には影響されない。

$$v_i^k = -\frac{4}{\pi E} \sum_{j=0}^N \{a_k + \ln(l_o/b)\} p_j^k l_o, \quad (46)$$

$$a_k = (K + 0.5) \times (\ln(K + 0.5) - 1) - (K - 0.5) \times (\ln(|K - 0.5|) - 1) \quad (47)$$

$$K = |x_j^k - x_i^k|/l_o \quad (48)$$

$$b = \sqrt{8WR/\pi E} \quad (49)$$

ここで、 l_o は粒子空間解像度、*W*は図 23 で示される荷重、*R*はボールの半径、*E*はヤング率を示す。また、*b*は接触域の半値を示し、 p_j^k はステップ*k*について直近 1,000 ステップの平均値を示す。ここで、圧力値を直近 1,000 ステップで平均化した理由としては、粒子法は圧力

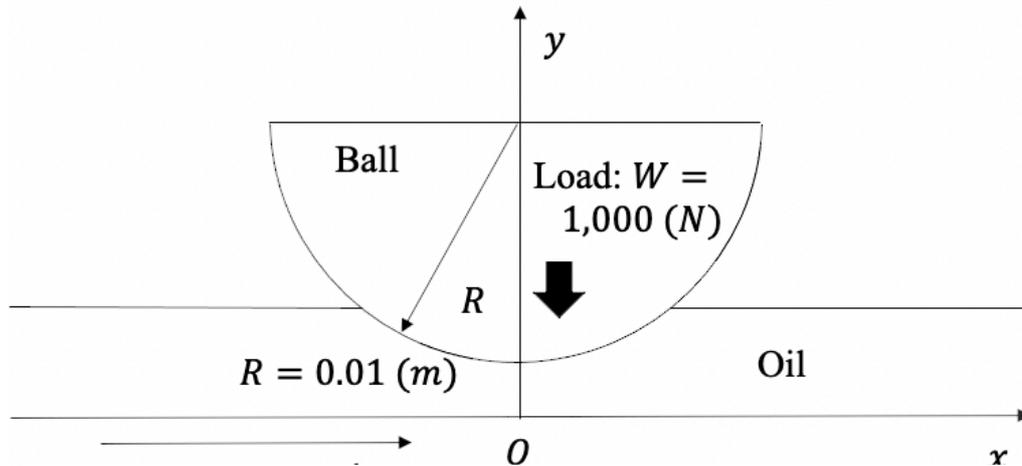


図 23: 本研究の解析領域図

振動が激しく発生する手法であるので、圧力値をそのまま代入すると、激しい圧力振動に伴って、それに従って変形量が1ステップごとに大きく変化してしまう。そのことによって、上部の構造体が流体から大きく離れてしまうことや、上部の構造体が流体の中に入ってしまう、粒子が構造体の外に飛び出してしまうことや、圧力計算がかなり不安定になってしまう問題が生じてしまう。したがって、このような問題が回避するために、本研究では構造体の変形で用いる圧力値 p_j^k は、直近1,000ステップの平均値を用いた。以上のように、粒子番号 i の変形量 v_i^k は、構造体の全粒子の圧力分布によって定められる。

このように、構造体のそれぞれの粒子の変形量 v_i^k が決定されると、構造体の粒子番号 i の鉛直方向(図20の y 座標)の座標位置は以下の式で決定される。

$$y_i^k = h_0^k + \frac{x_i^2}{2R} + v_i^k, \quad (50)$$

ここで、 h_0^k はタイムステップ k における構造体の中心($x=0$)部の油膜厚さを示しており、荷重 W と構造体の圧力積分値 $\int p(x)dx$ によって決定される。ちなみに、 h_0^0 は、 h_0^k の初期状態を示しており、初期最小油膜厚さに相当する。

また、EHL現象で生じる構造体の弾性変形を忠実に再現するためには、式(46)~(49)を用いた圧力分布による弾性変形による構造体の変形値のみならず、荷重 W と構造体の圧力積分値 $\int p(x)dx$ を釣り合わせるような構造体の鉛直方向の並進の変位を考慮する必要がある。本研究では、構造体の壁粒子の1ステップごとの鉛直方向の並進変位量 $\Delta h_0^k (= h_0^k - h_0^{k-1})$ を以下の式で定義した。この変位の式を用いて、図23の上側の構造体(“Ball”)を並進変位させた。なお、下側の壁については、圧力による弾性変形と並進変位を行わずに、鉛直方向の変位量は0とした。

$$\Delta h_0^k = h_0^k - h_0^{k-1} = \begin{cases} \alpha h_0^0 & (\beta \geq 0.20) \\ \alpha(\beta/0.20) h_0^0 & (-0.20 \leq \beta \leq 0.20), \\ -\alpha h_0^0 & (\beta \leq -0.20) \end{cases} \quad (51)$$

$$\beta = \frac{\int p(x)dx}{W} - 1.0, \quad (52)$$

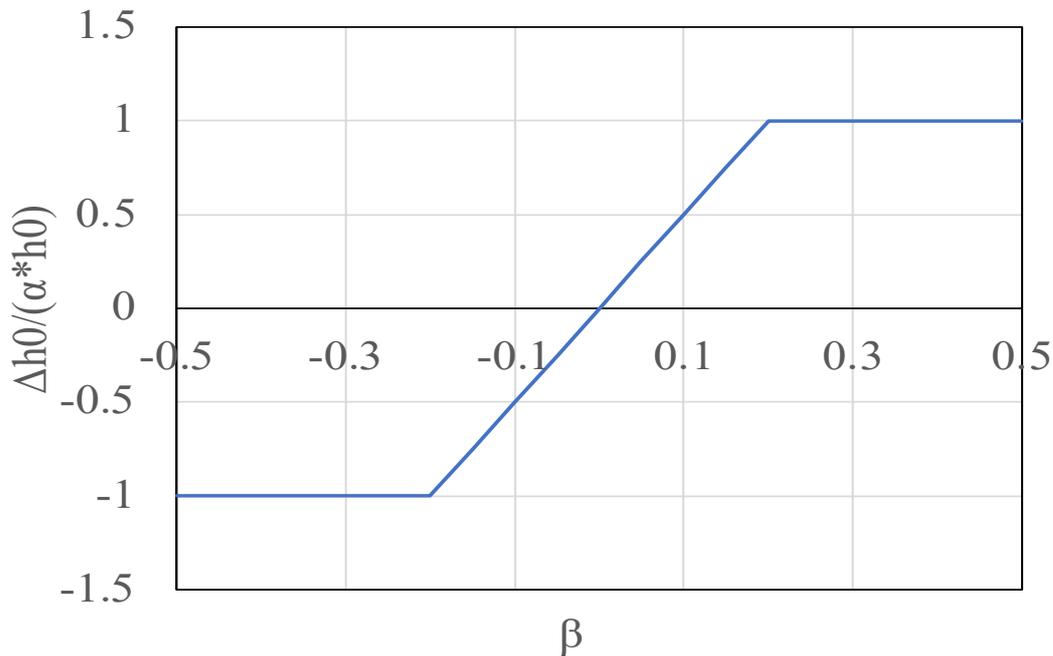


図 24: 変化量 Δh_0^k の推移

また、式(51)における β に対応する1ステップあたりの並進変位量 Δh_0^k を図示すると、右の図 24 のようになる。 β は、構造体の圧力積分値 $\int p(x)dx$ と荷重 W のどちらがどれくらい大きいを示す指標を意味する。図 24 から、並進変位量 Δh_0^k は、 β に対して連続になるように定めた。 β に対して連続性を持つことによって、構造体の並進変位が滑らかに行うことができ、安定した変形計算が可能となる。

また、この式を用いることで荷重 W と構造体の圧力積分値 $\int p(x)dx$ が釣り合って平衡状態になる場合においては、1ステップごとの並進変位量 Δh_0^k が0になることから、構造体の鉛直方向の座標位置に関してもすぐに一定にすることができるという特徴がある。

さらに、式(51)中の初期最小油膜厚さの相当量 h_0^0 は、 $h_0^0 = 4.5 \times 10^{-6} \text{m}$ である。また、式(51)中の α は並進変位量 Δh_0^k の緩和係数である。 α が大きすぎると、1ステップあたりの並進変位量 Δh_0^k が大きすぎて、構造体が大きく動き、潤滑油の動きと構造体の動きが大きく異なることから、油膜分布や圧力計算が不安定になる問題が生じる。よって、本研究では構造体が1ステップごとに鉛直方向に変位しても、流体が構造体同士の隙間に均一に満たされるように α を小さくして計算を行なった。ただし、 α が小さすぎると、並進変位量 Δh_0^k が小さすぎるので、圧力が変化してもなかなか荷重 W と構造体の圧力積分値 $\int p(x)dx$ が釣り合う位置まで移動しないことから、時間刻み幅 Δt や粒子空間解像度 l_0 に大きく依存してしまうという問題が生じる。したがって、 α の値は適切に定める必要があり、本研究では、 $\alpha = 5.0 \times 10^{-6}$ と定めた。

以上のように、構造物に対して、圧力による弾性変形の式と式(51)で表される並進変位の

式を組み合わせることで式(50)から、構造体の鉛直方向の座標(y 座標)が定まるので、ソフト弾性流体潤滑 (EHL) 現象を表現できることとなる。

本研究で粒子法ソフト弾性流体潤滑 (EHL) モデルの開発を行ったが、弾性変形式との連成の流れを下のフローチャートに示す。

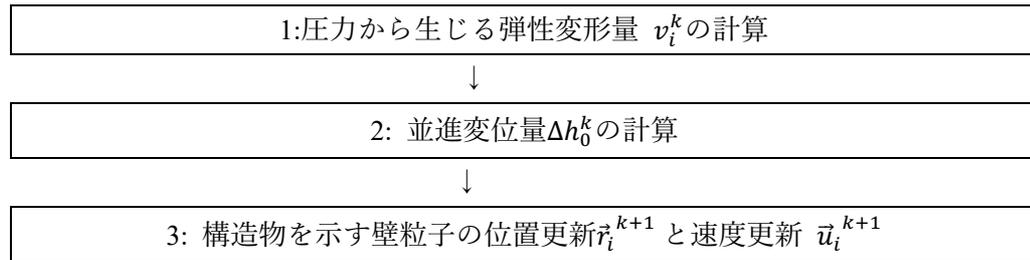


図 25:弾性変形式の計算手順の流れ

4-2-2: ソフト EHL モデルにおける粒子法の詳細

本研究では、粒子法 (MPS 法) を用いたソフト EHL 解析モデルの開発を行ったが、このモデルに関しての粒子法の適用方法について述べる。基本的には、前章の弾性変形を伴わない流体潤滑モデルと同じアルゴリズムで計算を行っているが、解析スケールが流体潤滑モデルと比較してかなり小さくなったので、その点における注意点なども述べる。ここでは、主な粒子法やパラメータについて簡略に説明する。

まず、MPS 法では、物理量の正規化を目的として、重み関数 w が用いられるが、重み関数については、前章の流体潤滑モデルと同様にして、本論文の 8 ページ目の式(6)[77]の重み関数を用いた。また、式番号に関しては、今後については流体潤滑モデルの場合と同一の式を用いた場合は、前述の式の説明で用いた式番号を用いた。式(6)の重み関数は、粒子がかなり近接した場合でも、粒子間距離が 0 でも値は 1 となることから、重み関数 w が大きくなりすぎず、数値発散が起きにくいという特徴がある。

$$w(r, r_e) = \begin{cases} \left(\frac{r}{r_e} - 1\right)^2 & (r < r_e) \\ 0 & (r \geq r_e) \end{cases} \quad (6)$$

また、圧力計算についても、流体潤滑モデルと同様にして、本論文の 8 ページ目の式(9)~(11)を用いて圧力ポアソン方程式を解くことによって圧力計算を行った。

$$\langle \nabla^2 P \rangle_i^{k+1} - \alpha P_i^{k+1} = -\gamma \rho \frac{1}{(\Delta t)^2} \frac{n_i^* - n^0}{n^0}, \quad (9)$$

$$\langle \nabla^2 P \rangle_i^k = \frac{2d}{\lambda^0 n^0} \sum_{j \neq i} (P_j^k - P_i^k) w(|\vec{r}_j^* - \vec{r}_i^*|, r_e), \quad (10)$$

$$n_i^* = \sum_{j \neq i} w(|\vec{r}_j^* - \vec{r}_i^*|, r_e) \quad (11)$$

ただし、ソフト EHL モデルの解析対象は、初期最小油膜厚さ h_0 は、 $4.5 \mu\text{m}$ と、前章の流体潤滑モデルの 8~10 分の 1 程度と、解析スケールがかなり小さくなる。また、それに伴って構造体同士の隙間もかなり小さくなることから、圧力値もかなり大きくなる。したがって、式(9)の右辺のソースタームの緩和係数 γ を流体潤滑モデルと同じ値を用いると圧力振動が激しくなってしまう、圧力計算が不安定になってしまう。したがって、本研究では、緩和係数 γ を流体潤滑モデルの 10 分の 1 に相当する $\gamma = 5.0 \times 10^{-4}$ に定めた。また、本研究でも完全非圧縮条件下 ($\alpha = 0$) で計算を行った。

さらに、圧力勾配モデルについても、式(15)で定められる LSMPS スキーム[62, 85]を用いた圧力勾配モデルを用いて、粒子が非等方的な配置においても高精度な計算を行うことができるようにした。

$$\langle \nabla P \rangle_i^{k+1} = \left[\frac{1}{n^0} \sum w(|\vec{r}_j^* - \vec{r}_i^*|, r_e) \frac{(\vec{r}_j^* - \vec{r}_i^*)}{|\vec{r}_j^* - \vec{r}_i^*|} \otimes \frac{(\vec{r}_j^* - \vec{r}_i^*)}{|\vec{r}_j^* - \vec{r}_i^*|} \right]^{-1} \quad (15)$$

$$\left\{ \frac{1}{n^0} \sum_{j \neq i} \frac{p_j^{k+1} - \hat{p}_i^{k+1}}{|\vec{r}_j^* - \vec{r}_i^*|^2} (\vec{r}_j^* - \vec{r}_i^*) w(|\vec{r}_j^* - \vec{r}_i^*|, r_e) \right\}$$

さらに、粘性計算においても前回の流体潤滑モデルと同様に、拡散数の制限を回避し、時間刻み幅 Δt を大きくとれるようにするために、次式のように粘性計算については陰的に計算を行っている。

$$\vec{u}_i^* = \vec{u}_i^k + \Delta t \left\{ \frac{2d}{\lambda n_0} \sum_{j \neq i} \nu \left(\frac{(\vec{u}_j^* - \vec{u}_i^*) + (\vec{u}_j^k - \vec{u}_i^k)}{2} \right) w(|\vec{r}_j^k - \vec{r}_i^k|, r_e) + \vec{g} \right\} \quad (31)$$

このように、ソフト EHL 問題の解析についても、前章の流体潤滑問題の解析時とほとんど同様な手法で計算を行った。ただし、ソフト EHL モデルについては、流体潤滑モデルよりもかなり小さい解析スケールで計算を行ったので、圧力振動の影響をさらに緩和するために圧力ポアソン方程式のソースターム項の緩和係数 γ に関してはかなり小さめの値を用いた。さらに、時間刻み幅 Δt についても、解析スケールが小さくなることによってクーラン数の制限が厳しくなることや、EHL 現象の圧力計算精度を保つために Δt を小さくする必要があることから、 $\Delta t = 1.0 \times 10^{-7} \text{s}$ とかなり小さめの値で計算した。

以上のような、EHL 粒子法解析モデルにおける計算の手順を次図に示す。

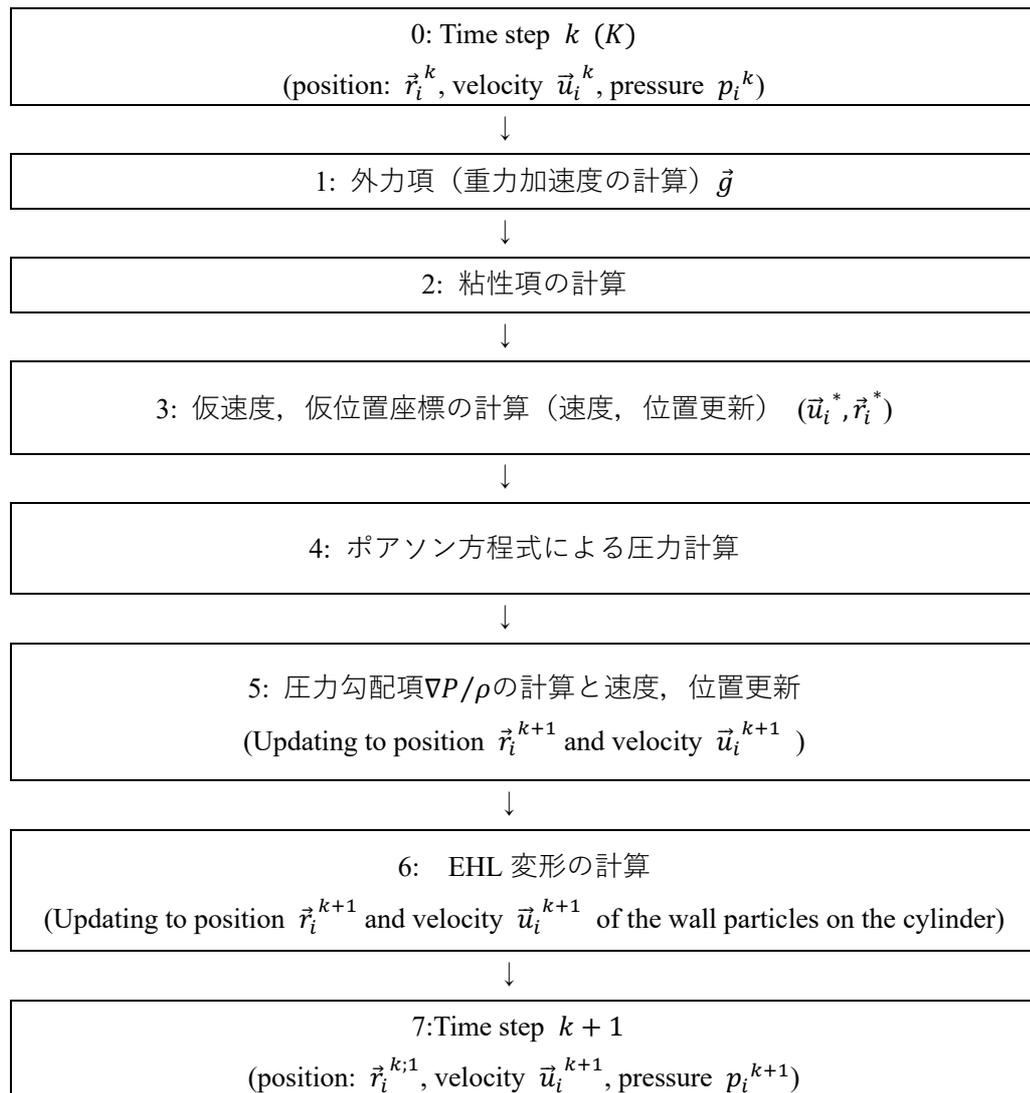


図 26 : MPS 法での EHL 解析モデルの計算手順フロー

4-2-3: ソフト EHL モデルにおける解析条件

(1) 主要解析条件

以上の弾性変形の式の適用と MPS 法の適用手法によって、ソフト EHL モデルの開発を行った。この章では、ソフト EHL 粒子法モデルの解析条件について述べる。

まず、解析領域としては、右の図のようになり、下部壁の速度は $u_1 = 0.8(\text{m/s})$ であり、シリンダー(“Ball”)径は $R = 0.01\text{m}$ であり、機械でよく用いられている大きさの軸受である。さらに、荷重 $W(\text{N})$ は、定常状態では、 $W = 1,000\text{N}$ で定めた。ただし、初期状態から $W =$

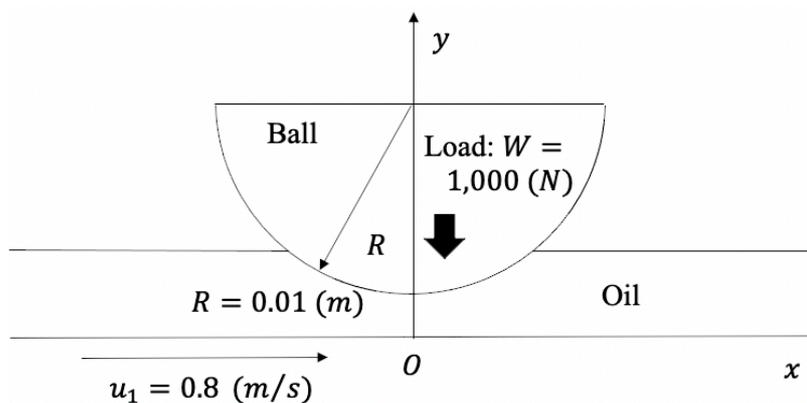


図 23:本研究の解析領域図(再掲)

1,000N の荷重を付加する

と、圧力計算が不安定になり、油膜の形状も不自然になってしまう可能性があるため、以下の式のように時刻 $t = 2.0 \times 10^{-3}$ までの時点では荷重を比例して大きくして、最終的に荷重 $W = 1,000\text{N}$ に達するまで大きくし続けた。

$$W = \begin{cases} \frac{t}{2.0 \times 10^{-3}} \times 1000 & (t \leq 2.0 \times 10^{-3}) \\ 1000 & (2.0 \times 10^{-3} \leq t) \end{cases} \quad (53)$$

また、主解析条件を表 7 に示す。表 7 から、密度や動粘度などの潤滑油の物性値に関しては実験でよく用いられている値を用いた。また、本研究においても流体潤滑モデルと同様に表 7 のように完全非圧縮条件下で計算を行った。

表 7 主要解析条件

Oil density ρ (kg/m^3)	810
Kinematic viscosity ν (m^2/s)	4.5×10^{-4}
Cylinder radius R (m)	0.01
Outer oil clearance h (m)	3.0×10^{-5}
Initial minimum clearance h_0^0 (m)	4.5×10^{-6}
Bottom wall velocity U_1 (m)	0.80
Gravitational acceleration \vec{g} (m/s^2)	-10.0
Compression rate α (Pa^{-1})	0.0
Load W (N)	1,000
Young Modulus E (Pa)	1.966×10^7

また、本計算での初期最小油膜厚さ h_0^0 は、 $h_0^0 = 4.5 \times 10^{-6} \text{m}$ であり、これは、前章の流体潤滑モデルと比較すると 1/8~1/10 程度の厚さではあるが、弾性変形を伴う EHL 現象としては、比較的大きめの値となっている。さらに、本計算の大きな特徴として、ソフト EHL 現象を扱うことから、構造体（シリンダー）のヤング率が $E = 1.966 \times 10^7 \text{Pa}$ と非常に小さい物性値を用いた。このヤング率は、鉄やアルミなどの約 1/10000 程度のオーダーであり、おおよそゴムが持つヤング率に相当する。さらに、短い時間で油膜が十分な領域で充満するように初期の外側の油膜の厚さを $3.0 \times 10^{-5} \text{m}$ と大きめの値を用いた。

さらに、MPS 法で計算する上のパラメーターを表 8 に示す。表 8 から、時間刻み幅 Δt については EHL 現象の弾性変形や MPS 法における圧力計算の安定化のために小さめの値を用いた。ただし、本計算では、流体潤滑モデルとは異なり、EHL 弾性変形の式や並進変位について時間刻み幅 Δt の依存性を小さくするために全てのケースについて同じ時間刻み幅 Δt を用いた。また、MPS 法で用いられる影響半径 r_e は、2次元計算でよく用いられる初期粒子間距離 l_0 の 3.1 倍の距離に設定した。式(9)で表される圧力ポアソン方程式を計算する際の緩和係数 γ は、本計算での解析スケールが非常に小さく、圧力値が大きいことから表 8 で表すように非常に小さい値を設けた。

本研究で計算を行うソフト EHL 問題の解析では、以上のパラメーターを共通で用いた。また、このパラメーターは単一解像度粒子モデルだけではなく、後述する重合粒子法を適用したソフト EHL 解析モデルに関しても同様のパラメーターを用いた。

表 8 MPS 法における主要解析条件

Simulation time (ms)	5.0
Time increment Δt (s)	1.0×10^{-7}
Radius of influential domain r_e (m)	$3.1 \times l_0$
Relaxation coefficient for pressure poisson equation calculation γ	5.0×10^{-4}

(2) レイノルズ方程式

本計算についても、前章の流体潤滑モデルの計算と同様に、圧力計算の理論解としてレイノルズ方程式 (式(33)) を用いて圧力分布における比較検討を行った。前章で述べたとおり、レイノルズ方程式は、非圧縮条件下での圧力分布をかなり短時間で静的に解くことができる手法である。

$$\frac{d}{dx} \left(\frac{h}{\rho\nu} \cdot \frac{dp}{dx} \right) = 6u_1 \frac{dh}{dx} \quad (33)$$

本計算で用いるレイノルズ方程式の特徴としては、前章の流体潤滑モデルとは異なり、構造体の圧力による弾性変形を伴うので、ある x 座標での油膜厚さ h が一定ではなく、圧力分布によって変化する変数となっている。

したがって、式(33)のレイノルズ方程式を流体潤滑モデルと同様に差分法によって求めたが、油膜厚さ h を1ステップごとに変化させて圧力計算を行った。それに伴って、構造体の弾性変形が発生するので、油膜厚さ分布も算出することができる。また、1ステップごとに算出される最小油膜厚さの1ステップごとの変化量が一定以下の割合 (本計算では 1.0×10^{-6} 未満) の場合に圧力分布、油膜厚さ分布が収束したとみなし、理論解としての解を求めることができる。

本計算で用いたレイノルズ方程式 (式(33))の境界条件は、前章の流体潤滑モデルと同様に、式(34)~(36)で表されるレイノルズの境界条件を用いた。本研究では、入口部のレイノルズ方程式境界座標 $a1$ は、圧力ピーク座標から十分遠方である $a1 = -0.0025m$ で設けた。また、出口部のレイノルズ方程式境界座標 $a2$ についても、圧力ピーク座標から十分遠方である $a2 = 0.0012m$ に設定した。

$$p = 0 \quad x = a1 \quad (34)$$

$$p \geq 0 \quad a1 \leq x \leq a2 \quad (35)$$

$$p = 0, \quad \frac{dp}{dx} = 0 \quad x = a2 \quad (36)$$

さらに、本計算では、圧力分布と油膜厚さ分布の両方を高精度で収束させる必要があるのでレイノルズ方程式で計算されるメッシュは細かく分割することが必要であることから、入口部の座標 $a1$ から、出口部の座標 $a2$ まで1,000メッシュを用いて計算を行った。

(3) 粒子空間解像度依存性の検討

本研究についても、流体潤滑モデルと同様にして、計算時間コストの削減を目的として、どれくらいの粒子空間解像度の粒子を用いれば、圧力計算精度と油膜厚さ計算精度を保つことができるかの検証を行った。

本計算では、表 9 で示されている 5 ケースを用いて計算時間と圧力計算精度、油膜厚さ計算精度についての検証を行った。表 9 で示されているように、粒子空間解像度 l_0 は、 $1.5\sim 3.75\ \mu\text{m}$ で解析を行い、これは、初期最小油膜厚さ $h_0^0 = 4.5\ \mu\text{m}$ の $1.2\sim 3$ 分の 1 程度の大きさであり、相対的には流体潤滑モデルの場合よりも大きめの径の粒子を用いて計算を行っている。また、粒子数については、 $2\sim 13$ 万程度と 2 次元 MPS 法の解析としては、比較的大きめの値を用いた。

さらに、時間刻み幅 Δt に関しては、ソフト EHL 変形式の並進変位の式を 1 ステップごとに行うので、時間刻み幅 Δt による依存性が見られることから、時間刻み幅 Δt による依存性を無くすために、全てのケースについて、 $\Delta t = 1.0 \times 10^{-7}\text{s}$ の値を用いた。

このように、5 つのケースを用いて、圧力分布と油膜厚さ分布の粒子空間解像度の依存性の検証を行い、計算精度面と実用面の両方の面において適切な粒子空間解像度について調べた。

表 9 本計算で用いるケース

Case No.	Multi/Single resolution	Spatial resolution l_0 (m)	Initial number of particles
1	Single resolution	1.5×10^{-6}	133,353
2	Single resolution	2.0×10^{-6}	77,024
3	Single resolution	2.5×10^{-6}	50,558
4	Single resolution	3.0×10^{-6}	36,011
5	Single resolution	3.75×10^{-6}	23,921

4-2-4: ソフト EHL モデルにおける解析結果

以上のような解析条件で計算を行ったソフト EHL モデルの解析結果をこの章で示す。まず、解析結果の最初の結果として、荷重 W (式(52)) と構造体 (シリンダー) の圧力積分値 $\int p(x)dx$ の時間推移について、図 27 に示す。図 27 から、圧力積分値 $\int p(x)dx$ については、初期段階で、不安定に高くなるケースも見られたが、荷重 W と構造体 (シリンダー) の圧力積分値 $\int p(x)dx$ に関しては時刻 0~5.0ms のいずれの時刻についてもほとんど一致した分布が得られた。

これは、MPS 法のソフト EHL モデルに関して、圧力積分値 $\int p(x)dx$ が荷重 W に対してほとんどの時刻で釣り合いがとれていることを示している。また、この圧力積分値 $\int p(x)dx$ に関しては粒子空間解像度の依存性もほとんど無いことがわかる。さらに、どの MPS 法のケースに関しても時刻 2.0ms 以降に関しては、圧力積分値 $\int p(x)dx$ に関しては一定に保たれているので、圧力分布に関しても一定に収束していると考えられる。

したがって、図 27 から圧力分布や圧力分布によって決定される油膜厚さ分布については、時刻 5.0ms 時点においてほとんど収束していると見られるので、これからの圧力分布、油膜厚さの分布の結果については、時刻 5.0ms 時点の結果で比較検討を行った。

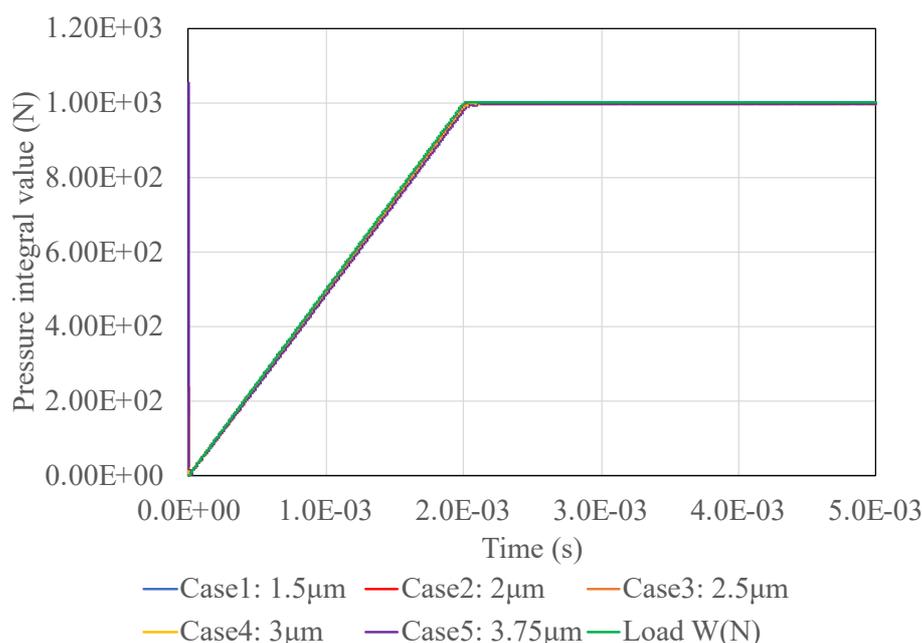
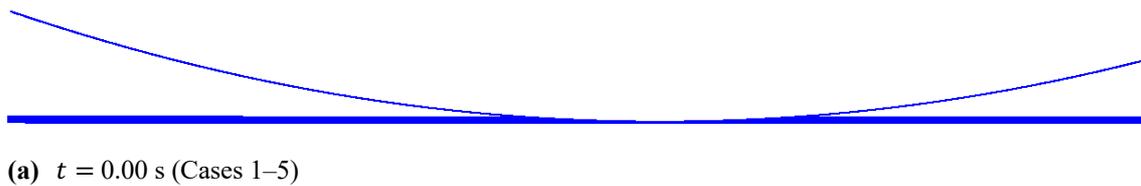


図 27: 荷重 W と構造体 (シリンダー) の圧力積分値 $\int p(x)dx$ の時間推移図

つぎに時刻 5ms 時点でのそれぞれのケースの油膜分布を図 28 に示す。



(g) legend of pressure distribution (Pa)

図 28: 油膜分布図 (圧力コンター図)

以上の結果から、図 28 より時刻 5.0ms 時点では、シリンダーの中央部で圧力分布の高圧域が広く広がっていることがわかる。高圧域に関しては、流体潤滑モデルと比較すると比較的横に広がって分布している傾向がある。また、高圧域付近においては、油膜（構造体）の形状が平らになっていることもわかる。このことから、初期時刻（時刻 0.00s）の構造体（シリンダー）の形状と比較すると、形状の変化が顕著であり、構造体の弾性変形が発生していることもわかる。また、圧力のピーク値としては、5.5MPa 程度であり、これは、弾性変形を伴わない流体潤滑モデルの圧力値よりは大きいものの、弾性変形を伴う EHL 現象解析としては、かなり小さめの圧力値が得られた。

また、油膜分布については、時刻 5.0ms では、入口部に逆流しつづけている段階であり、どのケースにおいても、入口部の油膜形状に大きな変化が見られなかった。また、本計算では表面張力を考慮せずに、さらに MPS 法の計算を安定化する目的で重力加速度 $g = -10.0(m/s^2)$ を付加しているため油膜がシリンダーに張り付かず、シリンダーから離れるようにして鉛直方向下向きに油膜が動いているという傾向も見られた。

このように、油膜の形状計算においては、最小油膜厚さと比較してかなり粗い粒子空間解像度で計算したケースについても、ある程度の計算精度や安定性を保ちながら計算を行うことができることが示された。よって、粒子空間解像度が粗くても定性的な計算は支障なく行うことができることがわかった。

次の議論として、圧力分布を定量的に理論解であるレイノルズ方程式との比較検討を行うことで、圧力計算精度、油膜厚さ計算精度を保つためにはどれくらい粒子空間解像度を粗くすることができるかという検証を行った。よって、次ページ以降については、圧力分布と油膜厚さ分布についてレイノルズ方程式との定量的な比較検証結果を示す。ここで、本計算では、圧力分布と油膜厚さ分布について、よく EHL 現象において用いられる以下の式を用いて圧力値と油膜厚さの変換を行い、無次元数で表した。また、式(55)中の p_H はヘルツ圧力(Pa)、式(58)で表される b はヘルツ接触長さの半値を意味する。

$$P = p/p_H \quad (54)$$

$$p_H = 2W/\pi b \quad (55)$$

$$H = hR/b^2 \quad (56)$$

$$X = x/b \quad (57)$$

$$b = \sqrt{8WR/\pi E} \quad (58)$$

この頁では、前述の通り、圧力分布について理論解であるレイノルズ方程式と定量的な比較検討を行った結果を下図に示す。

図 29 より、シリンダーの中央部($x = 0$)付近で圧力ピークが発生し、その周辺部では徐々に圧力値が小さくなる分布が得られた。この圧力分布の形状については、弾性変形を伴わないモデル (図 7) と比較すると、比較的左右対称的な形状に近く、圧力ピーク座標付近の圧力勾配が相対的に小さい形状となっている。すなわち、圧力分布が流体潤滑モデルと比較して圧力ピーク座標付近では比較的平坦な形状になっている傾向が見られる。

次に、圧力分布において粒子空間解像度の依存性について検証すると、Case1~4 で求めた圧力分布は、レイノルズ方程式で得られた圧力分布とほとんど一致する結果が見られたが、最も粒子空間解像度が粗い Case5($l_0 = 3.75\mu\text{m}$)に関しては、入口部($x \leq 0$)において、レイノルズ方程式で得られた解から若干乖離した結果が得られた。以上の結果から、圧力分布に関しては、必要な粒子空間解像度は、 $l_0 = 3.0\mu\text{m}$ であり、これは、最小油膜厚さの 1.5~2 分の 1 程度に相当する。よって、ソフト EHL モデルに関しては、流体潤滑モデルと比較すると、最小油膜厚さに対しては相対的に粗い粒子を用いても圧力計算精度が保たれるということがわかった。

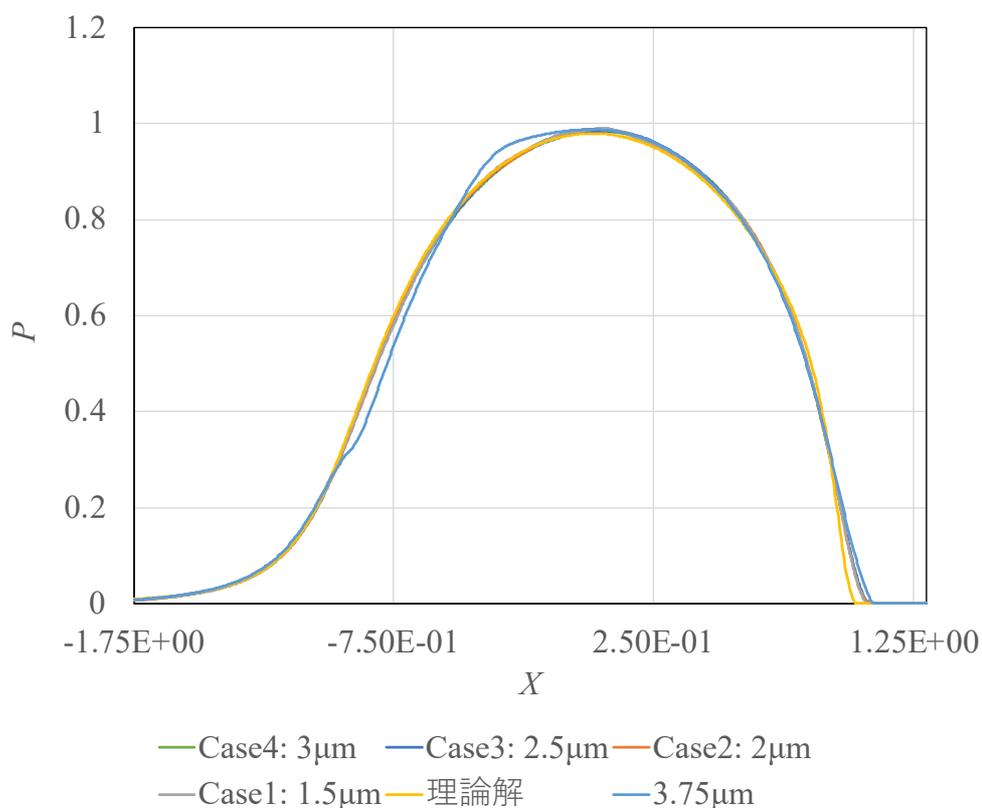


図 29: 圧力分布についてレイノルズ方程式との定量的な比較

次に、圧力分布と同様に油膜厚さ分布についても理論解としてレイノルズ方程式から得られた解と定量的な比較検討を行った。比較検討図として、下図（図 30）に示す。図 30 から、シリンダーの中央部（ $x = 0$ ）付近では、油膜厚さ分布がほとんど平坦になっていることが読み取れる。このことから、シリンダーが圧力による弾性変形が発生していることがわかる。また、シリンダーの出口部（ $x = 0.0012m$ ）付近では、若干油膜がくびれている傾向にある。

また、油膜厚さ分布に関しての粒子空間解像度依存性について検証を行った。図 30 から、粒子空間解像度が最も粗い Case5 に関しては、シリンダーの入口部（ $x = -0.0010m$ ）付近では他の MPS 法の解析モデルやレイノルズ方程式の解よりも油膜厚さがかなり小さくなるという結果が得られた。したがって、油膜厚さ分布についても必要な粒子空間解像度は、 $l_0 = 3.0\mu m$ であるということがわかった。

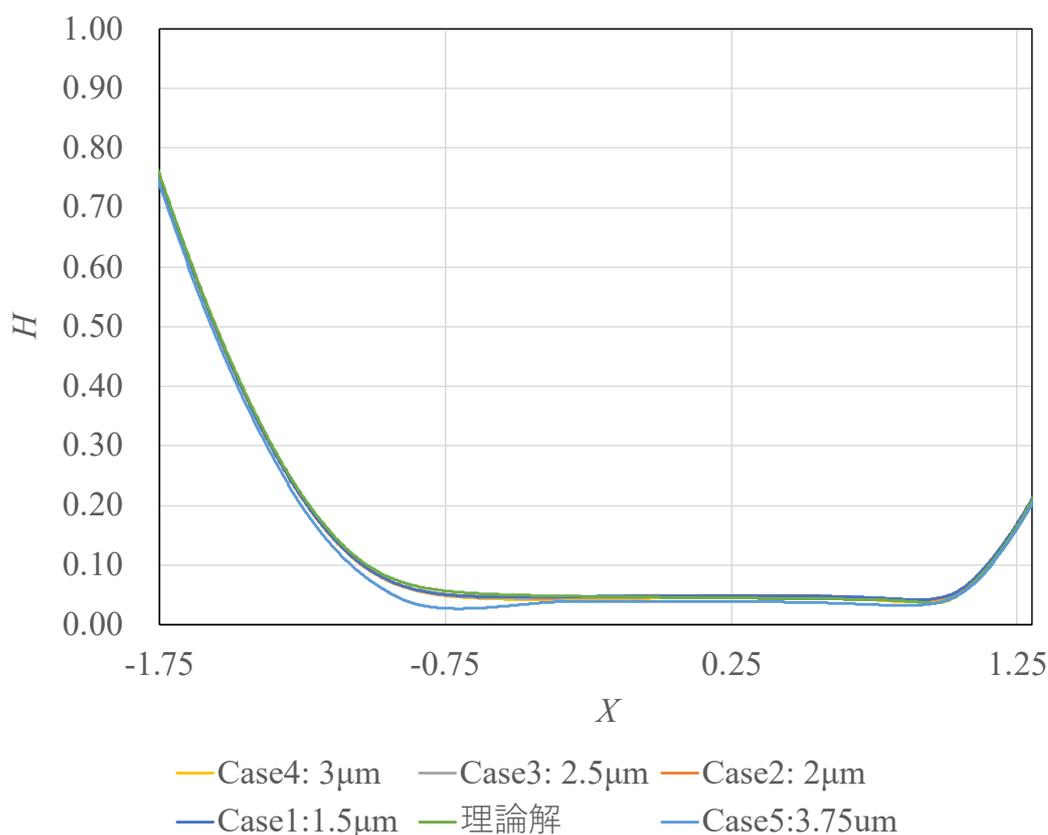


図 30: 油膜厚さ分布についてレイノルズ方程式との定量的な比較

さらに、摺動部の局所的な速度や速度勾配についての定性的な検証も行うために、時刻 5ms 時点での摺動部付近のせん断ひずみ速度のコンター図（油膜分布図）を下図に示す。



(a) $t = 5.0$ ms (Case 1)



(b) $t = 5.0$ ms (Case 2)



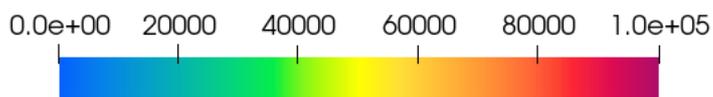
(c) $t = 5.0$ ms (Case 3)



(d) $t = 5.0$ ms (Case 4)



(e) $t = 5.0$ ms (Case 5)



(f) Legend (m/s)

図 31: せん断ひずみ速度分布図

前ページの図から、せん断ひずみ速度としては、Case5を除いては、ほとんど一致した分布が見られた。Cases1~4に関しては摺動部、すなわち中央部の弾性変形が発生して平らな形状になっている箇所に関しては、高いせん断ひずみ速度の値となっており、ほとんど80,000~100,000 (m/s) の範囲で一定の分布となっている。また、その外縁部についても、流体潤滑モデルと同様に、下部壁付近や下部壁に近い流体粒子に関しては若干高いせん断ひずみ速度値が分布していることも読み取れる。この付近にせん断ひずみ速度が分布している理由としては、この付近においても流体の上部と下部で速度分布が大きくなっていることや、外側では、油膜の形状に大きな凹みがあることから、そのことによって速度のひずみが生じていると考えられる。

また、Case5に関しては、他のCaseで見られるような摺動部についてのせん断ひずみ速度が高い領域が見られず、摺動部についても低いせん断ひずみ速度になってしまう結果となった。したがって、圧力分布や油膜厚さ分布の検証と同様にして、せん断ひずみ速度に関しても、Case5で用いた粒子空間解像度はこのEHLモデルの解析に必要な粒子空間解像度を満たしていないことが示された。

次に、それぞれの粒子空間解像度のケースごとの計算時間の結果を示す。図 32 から、Case3 ($l_0 = 2.5\mu m$)より粗くすると、短い計算時間で解析が行えることが示された。また、解像度が細かいモデル Case1 ($l_0 = 2.5\mu m$)を用いると 5ms の現象の解析に 1 日半要してしまい計算コストが非常に高いので、実用性に欠けてしまう結果となった。

よって、本研究で計算精度と計算コストの削減を両立させた粒子空間解像度は、これまでの結果を踏まえると Case3 ($l_0 = 2.5\mu m$)、Case4 ($l_0 = 3.0\mu m$)あたりのケースの解像度を用いることが望ましいという結果が得られた。したがって、後述する重合粒子法の高解像度領域についても、Case3 や Case4 で用いた粒子空間解像度で計算することが良いと考えられる。本研究では、重合粒子法の高解像度領域については、Case3 ($l_0 = 2.5\mu m$)で用いた粒子径を用いて計算を行った。したがって、以上の結果から、ソフト EHL 現象の解析に対して必要な粒子空間解像度の知見を得ることができた。

ただし、本計算では 5ms の現象の計算に最低でも 9 時間を要してしまうことから、さらに計算コストを削減できる手法の開発も行うことも重要になってくると考えられる。

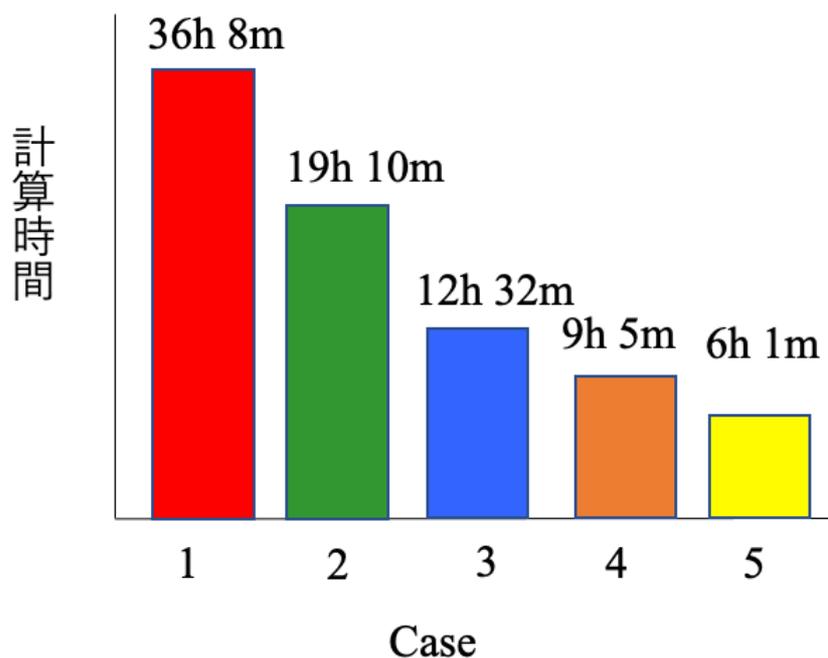


図 32: 各ケースにおける計算時間の比較

4-2-5: ソフト EHL モデルにおける解析に対する考察

本研究では、粒子法ソフト EHL モデルの構築を行い、第一段階として単一解像度粒子を用いて計算を行った。検討課題としては、圧力計算や油膜厚さ計算についての粒子空間解像度の依存性について検証を行った。

油膜形状については、どの粒子空間解像度のケースについても大きな差が見られず、構造体の形状（油膜厚さ）は、高圧域で平坦な形状になっている結果となり、構造体が圧力によって弾性変形していることが定性的に表現できている。また、せん断ひずみ速度分布に関しても、最も粒子空間解像度の粗い Case5 を除いては類似した分布となっており、速度分布に関しても収束性が見られた。

また、定量的な検証として、圧力分布と油膜厚さ分布について理論解として用いたレイノルズ方程式と比較検証を行った。その結果、粒子空間解像度が $l_0 = 3.75\mu\text{m}$ の場合は、圧力分布と油膜厚さ分布の両方についてレイノルズ方程式と乖離が見られた。したがって、本計算で用いた計算領域では、適切な粒子空間解像度は、 $l_0 \leq 3.0\mu\text{m}$ であることが示された。これは、最小油膜厚さの 1.5~2 分の 1 程度の粒子を用いれば計算精度が保たれる結果となった。これは、弾性変形を伴わない流体潤滑モデルでは、圧力計算精度を保つためには最小油膜厚さの 8 分の 1 の大きさの粒子を用いる必要があることから、ソフト EHL モデルに関しては最小油膜厚さに対して相対的に大きめの粒子を用いても計算精度が保たれることがわかる。

理由としては、図 30 の油膜厚さ分布について、図 29 で高圧が生じている領域では、油膜形状が比較的平坦な形状であるために、高圧部でくさび効果が生まれにくいクエット流れに近い流れ場となることがある。このような流れ場では、高圧部で圧力勾配が比較的小さくなるので、高圧域の圧力計算について比較的粗い空間解像度の粒子を用いても計算精度が保たれる傾向にあり、本計算のように最小油膜厚さと比べて 1.5~2 分の 1 程度の粗い解像度の粒子を用いても計算精度が保たれていると考えられる。実際、ソフト EHL モデルで計算された圧力ピーク座標付近での圧力勾配は、弾性変形を伴わない流体潤滑モデルと比較すると、相対的に小さくなるような傾向が見られた。すなわち、ソフト EHL モデルで得られた圧力分布は、圧力ピーク座標で比較的なだらかな形状になっていることを意味する。特に、出口部 ($x \geq 0$) については、流体潤滑モデルと比較して形状の差が顕著であり、ソフト EHL モデルに関しては、ピーク座標が $x = 0$ に近く、入口部と出口部で対称に近い形状の圧力分布が得られた。

また、EHL モデルに関しては、本計算で用いたケースでは、図 22 で示されるような出口部の油膜のくびれは若干見られたものの、大きくくびれがなくおおよ平坦な形状である。それに伴って、本計算では、局地的なくさび現象がほとんど見られなかったことから、図 22 で示される局所的に圧力が大きくなる圧力スパイクも見られなかった。したがって、出口部についても、圧力勾配が大きくなることが無かったので、この箇所についても空間解像度が粗い粒子を用いても計算精度が保たれる結果が得られたと考えられる。したがって、圧力ス

パイクを伴う解析条件で計算する際には、出口部に局所的な大きなくさび効果と圧力勾配を伴うので、この箇所では、さらに細かい空間解像度の粒子を用いる必要があると考えられる。

さらに、計算コストにおける考察も行う。粒子空間解像度が最も細かいケースである Case1 ($l_0 = 1.5\mu\text{m}$) では計算時間が 1.5 日程度要してしまい、実用的にこの解像度で計算を行うことが難しいという結果が得られた。また、Case3 ($l_0 = 2.5\mu\text{m}$) くらいに粒子空間解像度が粗くなると、計算時間が顕著に短くなることから、実用的な解析を実現するためには、圧力スパイクを伴わない EHL 現象の解析には最小油膜厚さの 2 分の 1 程度の空間解像度の粒子を用いるのが望ましいと考えられる。

また、本計算では、時間刻み幅 Δt を $\Delta t = 1.0 \times 10^{-7}\text{s}$ と細かい時間刻み幅で計算を行った。細かい時間刻み幅で計算を行った理由としては、圧力による弾性変形を高精度で表現することや並進変位で荷重と圧力積分値との釣り合いが取れるようにしたことがある。また、本研究に計算される圧力は、EHL 解析としては低い圧力値ではあるが、それでも解析スケールと比較すると非常に大きな値を示すことから、この高い圧力値を高精度で計算を行うにはそれに伴って時間刻み幅 Δt を小さな値に設定する必要がある。本計算では、5ms の計算に最低でも 9 時間強要してしまい、圧力分布だけでなく、油膜分布を定常になるまで計算を行うにはこの時間の 2~3 倍要してしまうと予想される。したがって、より計算コストを削減するためには、粒子空間解像度依存性の検討のほかにも、圧力ポアソン方程式のさらなる高精度化を行うなどして時間刻み幅 Δt を大きくとれるようにすることが重要となる。

また、本研究では、EHL 現象は定常問題を対象に議論することがほとんどであることから、静的な弾性変形の式と粒子法を連成させてソフト EHL モデルの開発を行なった。すなわち、構造体に関しては静的に釣り合っていることを仮定したモデルとなっており、潤滑現象について、静的な状態で定常に収束する条件下の解析については実用的に問題なく計算を行うことができる。例えば、弾性体である構造体同士が接触するとき生じる接触圧は構造体の振動を無視して、静的にヘルツの式を用いて計算を行っても十分な精度を保つことができる。従来の EHL 解析で前提としている種々の過程（厚み方向に物理量一定、慣性項無視など）を排除し、また実験結果等から推定して与える必要のあった油膜破断距離や圧力などの境界条件を陽的に与えることなく、油膜形状や詳細流れ場の予測が可能である。以上の背景から、本研究では、定常の流体潤滑問題を対象にした潤滑問題に関してのソフト EHL モデルについて開発を行うことができた。

4-2-6: ソフト EHL モデルにおける解析に対する結論

本研究では、前章の MPS 法流体潤滑モデルに、構造体の弾性変形の式と構造体の並進変位の式を導入することで、MPS 法ソフト EHL 解析モデルの開発を行った。計算精度検証として、圧力分布と油膜分布に関して理論解として用いたレイノルズ方程式と比較を行い、本研究で開発した MPS 法ソフト EHL 解析モデルについては、圧力分布と油膜分布両方について高い計算精度を示すことができた。このとき算出された圧力分布は、弾性変形を伴わない流体潤滑モデルと比較して、比較的圧力ピーク座標付近でなだらかな形状となっている。これは、構造体の弾性変形を伴うことで構造体の高圧部付近の形状が平坦であることから、流体潤滑問題で支配的な現象であり、油膜が狭まる箇所が生じるくさび効果が相対的に小さくなっていることが原因であると考えられる。

また、ソフト EHL 解析モデル開発にあたって、圧力分布や油膜厚さ分布の計算に対する粒子空間解像度依存性を調べ、それによってどれくらい空間解像度を粗くしても計算精度を保つことができるかの検証を行った。その結果、本計算の解析対象では、 $l_0 = 3.0\mu\text{m}$ まで粗くすることができ、最小油膜厚さの 1.5~2 分の 1 程度の粒子まで粗くしても計算精度が保たれることが本計算の結果から示された。このことから、圧力スパイクを伴わない本研究のようなソフト EHL 解析については、弾性変形を伴わない流体潤滑問題を計算するときと比べて、相対的に粗めの粒子を用いても計算精度を保てることも示された。このように、本研究の結果によって、ソフト EHL 現象を解析する際に、計算精度を保ちながら計算コスト削減を実現するための粒子空間解像度を定めることができた。

また、今後の課題としては、考察で述べたとおり、さらなる計算コストの削減のために時間刻み幅 Δt を大きく取ることができる圧力計算手法の開発がある。手法としては、MPS 法の離散化モデルの高精度化（特にラブラシアンモデルへの LSMPS 法の導入）や、圧力勾配モデルの改良（2 粒子間の相互作用をどのように表現するかなど）がある。とくに、実問題をより考慮した計算を行うためには 3 次元の計算を行うことが必要であるが、粒子数が非常に多くなるので、3 次元の計算を実用的に行えるようにするためには、必要空間解像度の検証と共に時間刻み幅 Δt を大きくとることのできる解析手法の開発が必要となる。

また、計算コストの削減のためには、粒子法の可変解像度手法を用いて、粒子数を削減することも有効である。本研究では、MPS 法の可変解像度手法の一つである重合粒子法を用いてソフト EHL 現象の解析検証を行ったので、次の章で解説する。

4-3: 重合粒子モデルを用いたソフト EHL モデルの開発

4-3-1: 研究概要

前章では、単一空間解像度粒子を用いた粒子法ソフト EHL モデルの開発を行い、理論解として用いたレイノルズ方程式と圧力分布と油膜厚さ分布に対して比較検証を行った。その結果、MPS 法で計算した解析モデルについては、レイノルズ方程式で解析した解とよく一致した。よって、圧力による構造体の弾性変形の式と並進変位の式を組み合わせた式を MPS 法と連成させることによって、圧力分布と油膜厚さ分布に対して高精度で計算を行えたことから、動的な解析手法として構築することができた。

また、粒子空間解像度に対する圧力計算の依存性についても検証を行い、圧力分布や油膜厚さ分布に関してどれくらいの解像度で高精度に計算を行うことができるかという知見についても得ることができた。このように、前章では、単一空間解像度粒子を用いて、粒子法ソフト EHL 解析モデルに対して計算精度と計算実用性を両立させる適切な空間解像度についての大きな知見を得ることができた。

しかし、ソフト EHL 現象は解析スケールが非常に小さく、本計算で用いた解析対象においても最小油膜厚さが $4.5\sim 5\mu\text{m}$ 程度と非常に小さくなっている。それに伴って、用いる粒子の空間解像度も非常に小さくなるので、必要粒子数が非常に大きくなり、多大な計算時間を要してしまうという問題がある。

ここで、粒子法は通常は単一解像度粒子を用いて計算を行うが、前章の流体潤滑現象と同様にしてソフト EHL 現象の解析に単一解像度粒子を用いると、粒子数が非常に大きくなるので、実用的に計算を行うことができない解析になる可能性がある。したがって、本章では、前章で開発を行った粒子法ソフト EHL 解析モデルに対して、粒子法の可変解像度手法の重合粒子法を流体潤滑モデルの場合と同様に適用し、計算精度と計算時間に関する検証を行った。検証を行う順序としては、まず、最初に低解像度粒子に対する空間解像度依存性について検証し、どれくらい低解像度粒子の空間解像度を粗くして計算できるかの検討を行った。本章では、高解像度領域と低解像度領域の解像度比 N_r は、 $N_r = 3\sim 12$ の範囲で計算を行った。また、計算時間と計算精度の比較対象として単一空間解像度粒子を用いたが、高解像度領域粒子と比較対象の単一空間解像度粒子の空間解像度は、どちらも同じ空間解像度であり、 $l_0 = 2.5\mu\text{m}$ と定めた。

適切な空間解像度の低解像度領域粒子を決定した次の検証課題としては、高解像度領域と低解像度領域の適切な境界座標の検討を流体潤滑モデルと同様にして行った。すなわち、計算コスト削減のために、計算精度を保ちながらどれくらい高解像度領域を狭くすることが可能であるかという検証課題となっている。

このように、この章の目的として、重合粒子法をソフト EHL 現象へ適用を行い、低解像度粒子の空間解像度と 2 解像度領域の境界座標の検討によって、どれくらいの計算コストを削減することができるかという検証を行った。

4-3-2:手法概要

ここでは、粒子法ソフト EHL 解析モデルに重合粒子法をどのように適用したかの概要を述べる。なお、圧力勾配モデル (LSMPS スキーム)や重み関数 w などの MPS 法で用いられる手法に関しては、単一粒子空間解像度モデルの場合と同じ手法を用いた。また、圧力ポアソン方程式の緩和係数 γ についても $\gamma = 4.0 \times 10^{-4}$ と単一粒子空間解像度の場合と同様のパラメーターに設定した。なお、影響半径 r_e に関しては、低解像度領域では、低解像度空間解像度 r_e^{Coarse} の 3.1 倍、高解像度領域では、高解像度空間解像度 r_e^{Fine} の 3.1 倍にそれぞれ定めた。

重合粒子法については、ソフト EHL 解析モデルについても図 2 で示されるような低解像度領域と高解像度領域の境界部に重なり領域 (“Overlapping region”)を設けた。また、重なり領域の長さとしては、粒子生成時の計算安定化のために、式(59)のように、若干広めの値を用いた。

$$L = L_{margin,Fine} + L_{margin,Coarse} = 6l_0^{Coarse} + 12l_0^{Fine} \quad (59)$$

また、重なり領域付近の速度固定領域については、流体潤滑モデルの場合と同様にして下式で定めた。

$$L_{fix,Coarse} = 4 l_0^{Coarse} \quad (25)$$

$$L_{fix,Fine} = 4 l_0^{Fine} \quad (26)$$

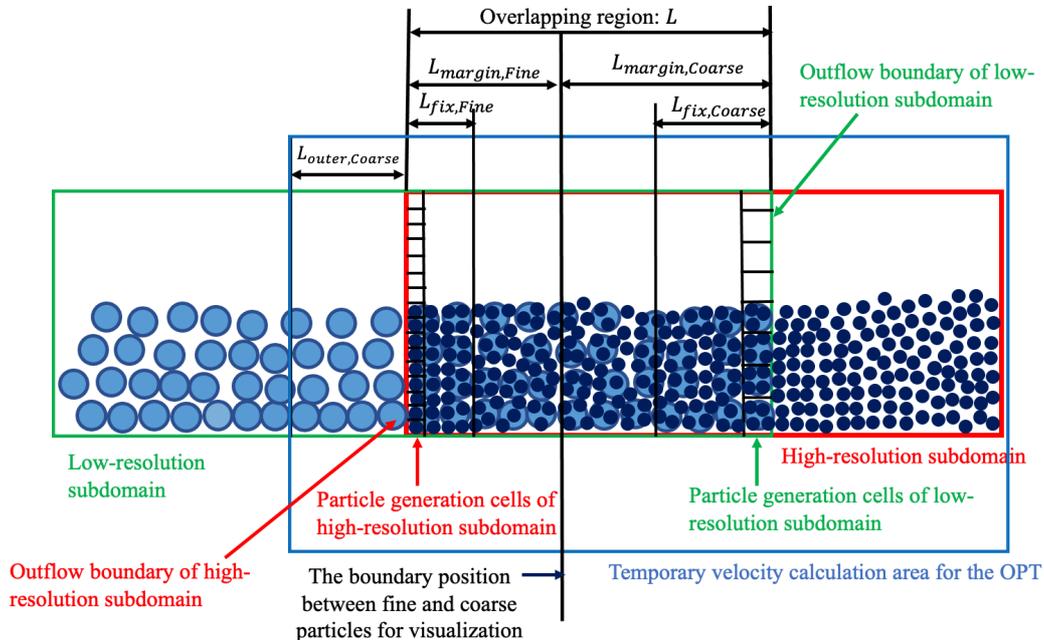


図 2: 重合粒子の重なり領域の概説図 (再掲)

また、流体潤滑モデルについては、重合粒子法を用いる際の時間刻み幅を、全解像度領域でクーラン数を 0.24 になるように、式(19)のように、重合粒子内のサブタイムステップ法を利用することで、解像度比 N_r に比例させた値を用いている。

$$\Delta t_{Corase} = N_r \Delta t_{Fine} \quad (19)$$

ただし、本研究では、ソフト EHL 現象を再現するために、1 ステップごとに圧力による構造体の弾性変形と、荷重 W と構造体にかかる圧力積分値 $\int p(x)dx$ を釣り合わせるための並進変位に関して更新を行うので、式(19)を用いると、壁の変形計算の精度が低下してしまう可能性がある。したがって、計算を安定化させるために全解像度領域について式(60)のように、時間刻み幅 Δt を単一解像度粒子モデルの場合と同様にして $\Delta t = 1.0 \times 10^{-7}s$ として計算を行った。

$$\Delta t_{Corase} = \Delta t_{Fine} = \Delta t \quad (60)$$

また、粘性計算については、式(31)のように、時間刻み幅 Δt について拡散数の制限を回避するために、流体潤滑モデルと単一空間解像度を用いたソフト EHL モデルと同様に、下のように陰的[86]に計算を行った。

$$\vec{u}_i^* = \vec{u}_i^k + \Delta t \left\{ \frac{2d}{\lambda n_0} \sum_{j \neq i} v \left(\frac{(\vec{u}_j^* - \vec{u}_i^*) + (\vec{u}_j^k - \vec{u}_i^k)}{2} \right) w(|\vec{r}_j^k - \vec{r}_i^k|, r_e) + \vec{g} \right\} \quad (31)$$

圧力勾配モデルについても同様に、式(15)で表される LSMPS スキーム[85]を用いることで、非等方的な粒子配置の場合においても計算精度が保たれるようにした。

$$\langle \nabla P \rangle_i^{k+1} = \left[\frac{1}{n^0} \sum w(|\vec{r}_j^* - \vec{r}_i^*|, r_e) \frac{(\vec{r}_j^* - \vec{r}_i^*)}{|\vec{r}_j^* - \vec{r}_i^*|} \otimes \frac{(\vec{r}_j^* - \vec{r}_i^*)}{|\vec{r}_j^* - \vec{r}_i^*|} \right]^{-1} \left\{ \frac{1}{n^0} \sum_{j \neq i} \frac{p_j^{k+1} - \hat{p}_i^{k+1}}{|\vec{r}_j^* - \vec{r}_i^*|^2} (\vec{r}_j^* - \vec{r}_i^*) w(|\vec{r}_j^* - \vec{r}_i^*|, r_e) \right\} \quad (15)$$

さらに、重なり領域で粒子の流入、流出処理を行う際の物理的処理は、流体潤滑モデルと同様に、流体の総質量をできるだけ保存させるために速度補正を付加するが、補正量としては、流体潤滑モデルとは異なり、式(61)のように、速度補正量の下限値を設けずに上限値 c_{max} のみを設けた。上限値 c_{max} としては、流体潤滑モデルと同様に、下部壁の速度 u_1 の 20.0%と比較的大きめの値を用いた。

$$B = \min \left(\left| \frac{(M^k - M^0)}{\rho A} \frac{1}{C_{relax} \Delta t} \right|, c_{max} \right) \quad (61)$$

最後に、ソフト EHL 解析モデルで導入した弾性変形の式を重合粒子法へ適用した際の要点について述べる。重合粒子法を適用した際の弾性変形の式は、式(62)~(65)で示されるように、単一粒子空間解像度で用いた弾性変形の式で用いた粒子空間解像度 l_o を重合粒子用に拡張を行ったことである。ここで、式(62)と(64)で用いられている l_{oj} は粒子番号 j の粒子空間解像度である。式(62)については、高解像度粒子と低解像度粒子の両方の構造体の粒子同士で相互作用が発生することを示しており、 N はここでは、弾性変形を伴う構造体を示す高解像度粒子数と低解像度粒子数の合計値を示している。なお、弾性変形を伴う構造体（本計算では上部のシリンダー）は、単一解像度粒子法の計算と同様にして1層の壁粒子で表した。

$$v_i^k = -\frac{4}{\pi E} \sum_{j=0}^N \{a_K + \ln(l_o/b)\} p_j^k l_{oj} \quad (62)$$

$$a_K = (K + 0.5) \times (\ln(K + 0.5) - 1) - (K - 0.5) \times (\ln(|K - 0.5|) - 1) \quad (63)$$

$$K = |x_j^k - x_i^k|/l_{oj} \quad (64)$$

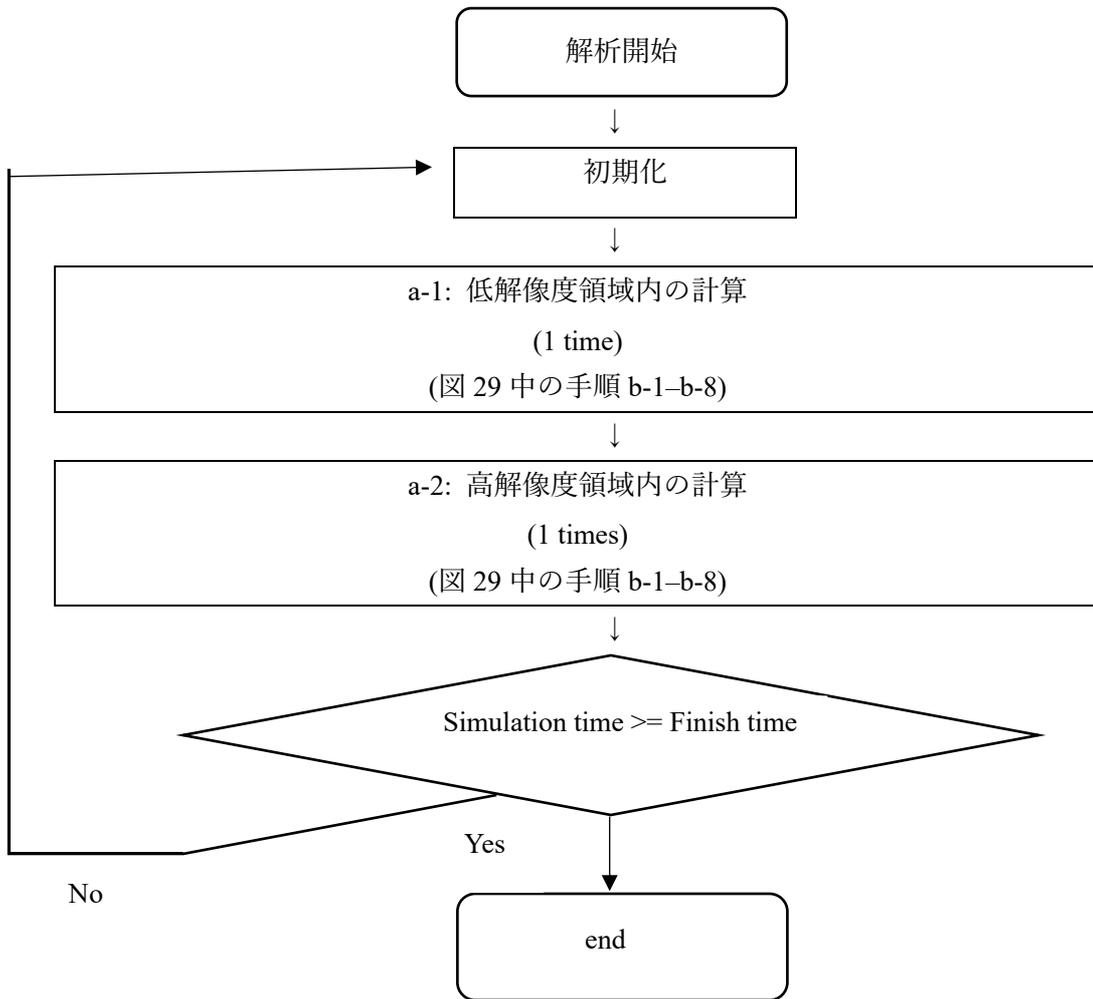
$$b = \sqrt{8WR/\pi E} \quad (65)$$

また、並進変位に関しては、単一解像度粒子モデルの計算と同様にして、下の式(66)、(67)の式で1ステップごとに構造体を鉛直方向 (y 座標) に変位させた。ここで、圧力積分値 $\int p(x)dx$ は、高解像度領域の圧力積分値と低解像度領域の圧力積分値の和であり、高解像度領域と低解像度領域についての変位量は同じである。

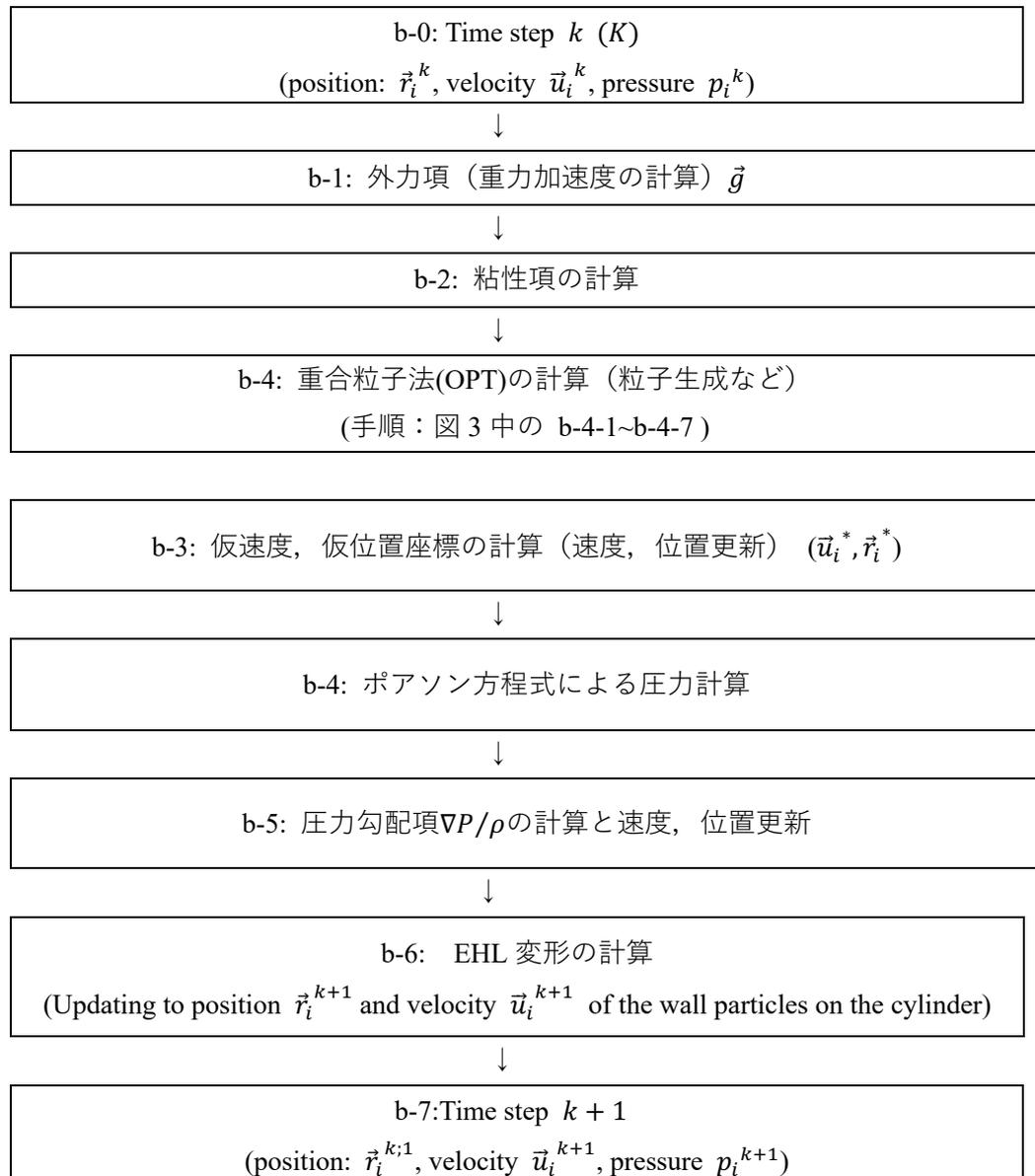
$$\Delta h_0^k = h_0^k - h_0^{k-1} = \begin{cases} \alpha h_0^0 & (\beta \geq 0.20) \\ \alpha(\beta/0.20) h_0^0 & (-0.20 \leq \beta \leq 0.20), \\ -\alpha h_0^0 & (\beta \leq -0.20) \end{cases} \quad (66)$$

$$\beta = \frac{\int p(x)dx}{W} - 1.0, \quad (67)$$

本研究では、以上のような弾性変形と並進変位の式を重合粒子に適用して、圧力分布と油膜厚さ分布の両方についての計算精度と計算時間の検証を行った。この重合粒子法の計算手順の流れを次頁に示す。



(a) 異なる解像度領域による計算手順



(b)重合粒子法を用いた粒子法における 1 ステップの計算順序

図 33:重合粒子法を用いたソフト EHL 解析モデルの計算フロー

4-3-3:重合粒子法を用いたソフト EHL モデルの解析条件

本計算で用いる物性値や MPS 法で用いるパラメーター、重合粒子法で用いるパラメーターについてここで説明する。物性値や MPS 法で用いるパラメーターについては、表 7 と表 8 で示したように、単一解像度粒子法でのソフト EHL モデルの計算時と同じ値を用いた。ただし、表 8 の影響半径では、 l_0 は低解像度領域では l_0^{Coarse} 、高解像度領域では l_0^{Fine} を意味しており、それぞれの領域での影響半径の大きさは異なっている。また、時間刻み幅 Δt は、手法概要で述べたとおり、全解析領域で共通の値を用いた。

また、荷重 W の付加の仕方についても、計算の安定化のために、単解像度粒子モデルの計算時と同様に式(53)のように定めた。

$$W = \begin{cases} \frac{t}{2.0 \times 10^{-3}} \times 1000 & (t \leq 2.0 \times 10^{-3}) \\ 1000 & (2.0 \times 10^{-3} \leq t) \end{cases} \quad (53)$$

表 7 主要解析条件（再掲）

Oil density ρ (kg/m ³)	810
Kinematic viscosity ν (m ² /s)	4.5×10^{-4}
Cylinder radius R (m)	0.01
Outer oil clearance h (m)	3.0×10^{-5}
Initial minimum clearance h_0^0 (m)	4.5×10^{-6}
Bottom wall velocity U_1 (m)	0.80
Gravitational acceleration \vec{g} (m/s ²)	-10.0
Compression rate α (Pa ⁻¹)	0.0
Load W (N)	1,000
Young Modulus E (Pa)	1.966×10^7

表 8 MPS 法における主要解析条件（再掲）

Simulation time (ms)	5.0
Time increment Δt (s)	1.0×10^{-7}
Radius of influential domain r_e (m)	$3.1 \times l_0$
Relaxation coefficient for pressure poisson equation calculation γ	5.0×10^{-4}

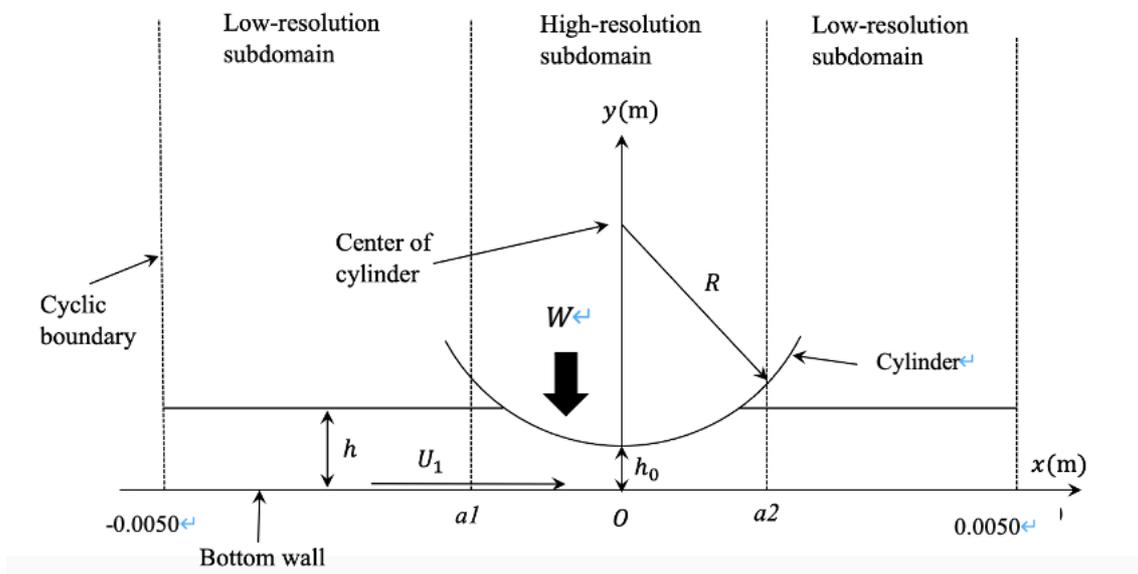


図 34: 重合粒子を用いたソフト EHL モデルの解析領域

本研究で用いる重合粒子を適用したソフト EHL モデルの解析領域図を図 34 に示す。ソフト EHL 解析モデルにおいても，流体潤滑モデルと同様にして，高圧域である摺動部に高解像度領域，周縁部に低解像度領域を設けた。本研究で重要なパラメーターとしては，図 34 で示される高解像度領域と低解像度領域の境界座標である $a1, a2$ である。本研究でも流体潤滑モデルと同様に入口部の境界座標 $a1$ による圧力分布や油膜厚さ分布の依存性について検証を行った。ここで，重合粒子を適用したソフト EHL モデルで用いられるパラメーターを表 10 に示す。特徴としては，影響半径は，2つの解像度領域で異なる大きさを持ち，重なり領域（“Overlapping region”）での速度補正量は，下部壁の速度 U_1 の 20.0% である。

表 10 重合粒子法で用いるパラメーター

$a1$ (m)	-0.0018
$a2$ (m)	0.0015
Radius of influential domain in low-resolution subdomain r_e^{Coarse} (m)	$3.1 \times l_0^{Coarse}$
Radius of influential domain in high-resolution subdomain r_e^{Fine} (m)	$3.1 \times l_0^{Fine}$
Upper limit velocity correction in overlapping region for mass conservation (m/s)	0.16

4-3-4:低解像度粒子の空間解像度依存性の検討

まず、最初の検証課題として、重合粒子法の低解像度領域での適切な粒子空間解像度の検討を行うことを行った。具体的には、低解像度粒子の粒子空間解像度をどれくらいで設定すれば、計算精度を保ったうえで計算コストを最大限に削減することができるかという検証を行った。

また、重合粒子の計算コスト削減効果についての検討も行うために、本計算では単一解像度粒子モデルと計算時間と計算精度の両方の面について比較検討を行った。以上のことを踏まえて、表 11 のように、本計算では単一解像度粒子モデル 1 ケース (Case3) と、重合粒子モデル 3 ケース (Cases6~8) の合計 4 ケースを設けた。

ここで、本計算では高解像度領域と低解像度領域の空間解像度比 N_r は、Cases6~8 より、 $N_r = 3\sim 12$ の範囲で計算時間、計算精度の検証を行った。このように、ソフト EHL 解析モデルについても、流体潤滑モデルと同様にして比較的解像度比 N_r を大きく設定して計算を行った。

ここで、次ページから、油膜分布 (圧力コンター図)、圧力分布におけるレイノルズ方程式との比較検証、油膜厚さ分布におけるレイノルズ方程式との比較検証、計算時間の順に結果を示す。

表 11: 本計算で用いる 4 ケースの解析条件

Case No.	Multi/Single resolution	Spatial resolution l_0 (m)	Initial number of particles
3	Single resolution	2.5×10^{-6}	50,558
6	Multiresolution (OPT)	High-resolution: 2.5×10^{-6} Low-resolution: 7.5×10^{-6}	21,437 (High-resolution: 14,313, Low-resolution: 7,124)
7	Multiresolution (OPT)	High-resolution: 2.5×10^{-6} Low-resolution: 15.0×10^{-6}	16,650 (High-resolution: 14,313, Low-resolution: 2,337)
8	Multiresolution (OPT)	High-resolution: 5.0×10^{-6} Low-resolution: 30.0×10^{-6}	15,177 (High-resolution: 14,313, Low-resolution: 864)



(a) Case 3



(b) Case 6



(c) Case 7



(d) Case 8



(e) legend of pressure distribution (Pa)

図 35: 各ケースに対する圧力, 油膜分布 (時刻 5ms 時点)

図 35 に各ケースの油膜分布 (圧力コンター図) を示す. 図 35 から, 重合粒子モデルを用いても圧力分布に関しては単一解像度粒子モデル (Case3) とほとんど一致した結果が得られた. 油膜分布についても低解像度粒子の解像度が粗い粒子モデルに関しては若干逆流の先端部が丸まっている傾向が見られるものの, 逆流の終端位置などに関してはほとんど一致した傾向が見られた.

このように, 低解像度粒子の粒子空間解像度が粗いモデル (Case8 など) においても, 油膜の形状に大きなズレは見られなかった. ただし, Case8 については, 高解像度領域と低解像度領域の境界 (重なり領域) 付近から, 数粒子壁から漏れてしまっている (特に出口部) ことが図 35 からわかる.

次に、圧力分布について、理論解として用いたレイノルズ方程式との比較検証結果を図36に示す。粒子法が示す圧力値としては時刻5msにおける直近1,000ステップの平均値を用いた。図36から、重合粒子モデルのどのケースについても、圧力分布が単一解像度粒子モデル (Case3)とレイノルズ方程式の解とほとんど一致している結果が得られた。以上の結果から、圧力分布の定量的な比較検証においては、解像度比 N_r が12と大きいケース (Case8)においても計算精度が低下することがほとんどないことが示された。ただし、出口部 ($x > 0$)では、レイノルズ方程式で得られた解から若干のズレが生じている箇所も見られた。

したがって、重合粒子法を用いて低解像度領域に空間解像度が粗い粒子を用いても圧力計算の精度低下がほとんどないことから、圧力計算をする上には重合粒子法によって粒子数を大幅に削減することができることを示された。

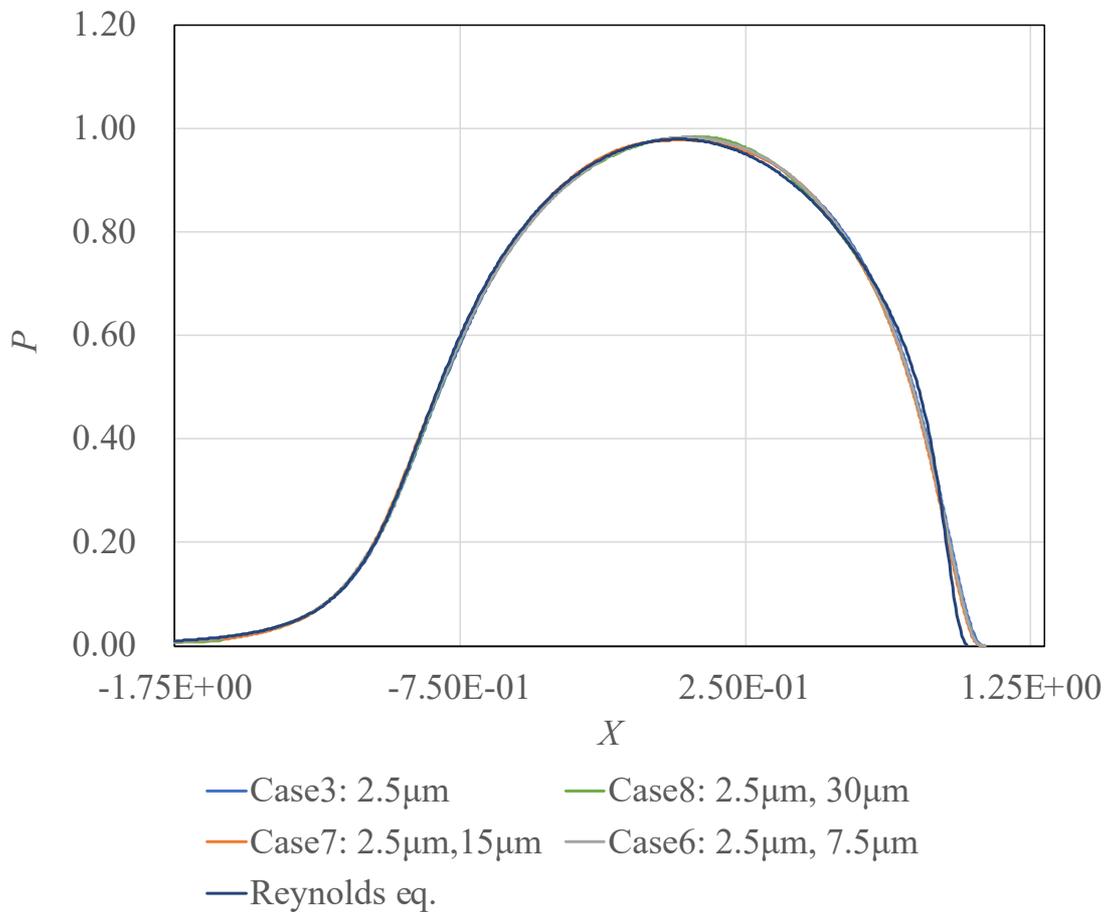


図 36: 圧力分布におけるレイノルズ方程式との比較検討

油膜厚さ分布についても、圧力分布と同様にレイノルズ方程式と比較検証を行い、その結果を図 37 に示す。この結果から、解像度比 N_r が 12 と大きいケース (Case8)についても、高压部で平坦になる形状を示し、出口部で若干の油膜のくぼみがレイノルズ方程式による解や他の粒子法のケースの解と同様に表現できていることから圧力分布と同様にレイノルズ方程式による解や他のケースの解とほとんど一致している結果が示された。このことから、図 36 の圧力分布図の結果も踏まえると、解像度比が大きいモデルについても、圧力による構造体の弾性変形を高精度で表現することができていると考えられる。

よって、圧力分布や油膜厚さ分布の定量的な計算については、解像度比が大きいケースでも高精度で計算できることから、定量的な検証については重合粒子法によって低解像度領域に粗い空間解像度の粒子を用いて粒子数と計算コストを削減することが可能であると考えられる。

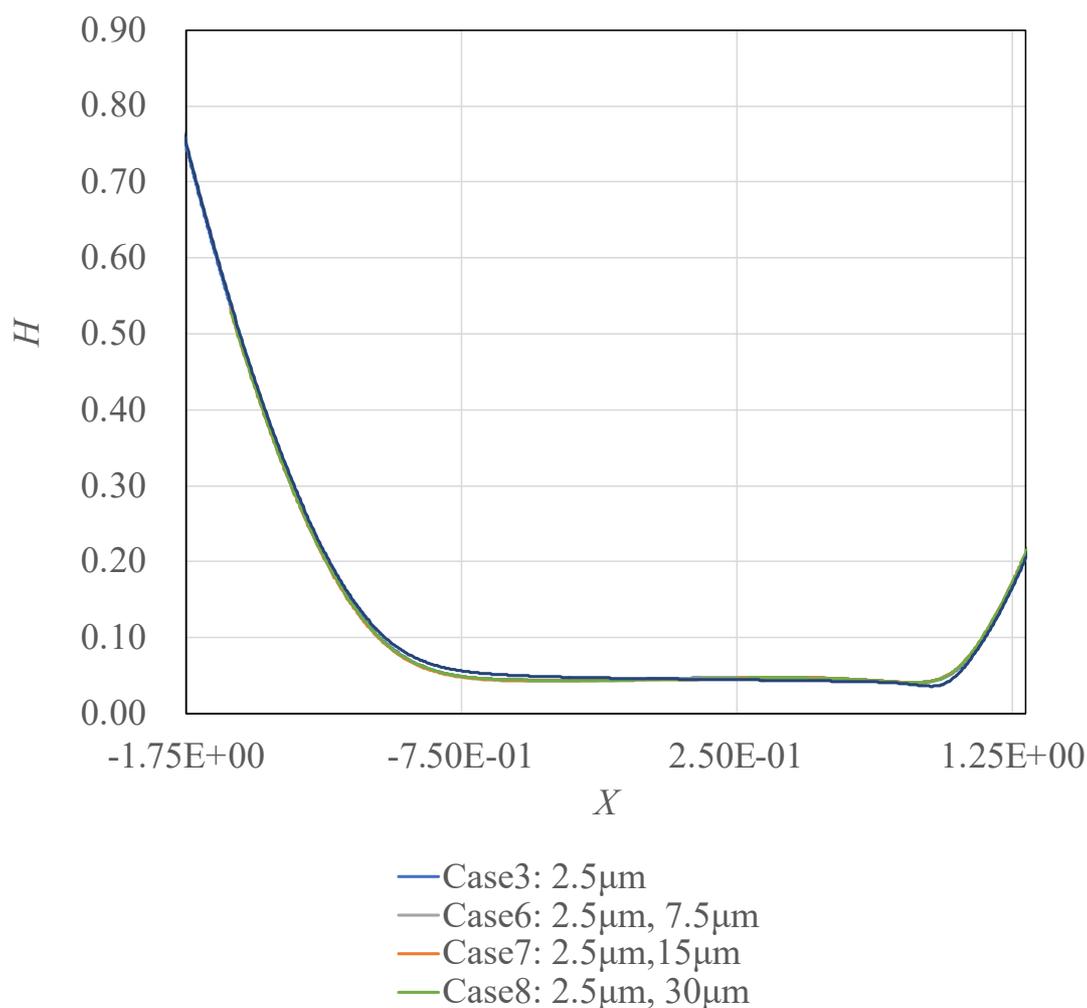


図 37: 油膜厚さ分布におけるレイノルズ方程式との比較検討

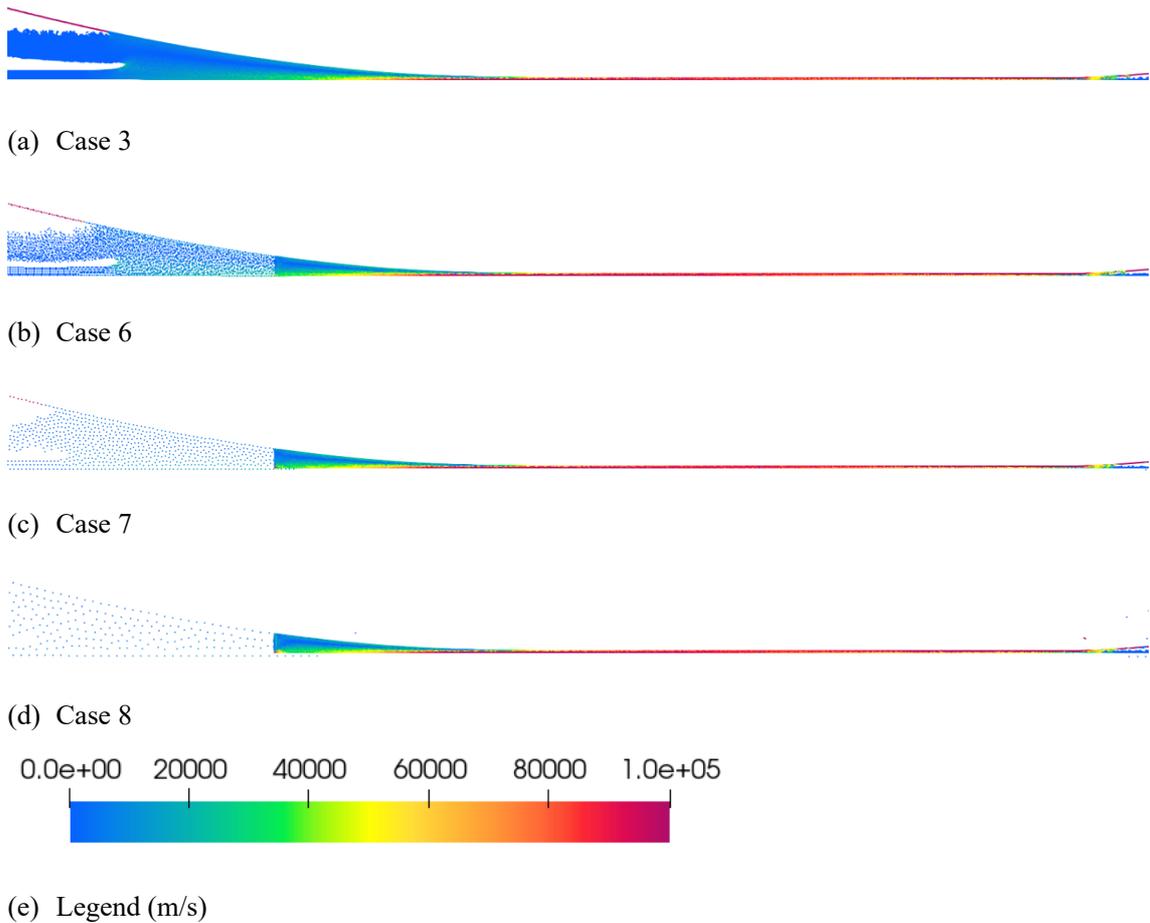


図 38: せん断ひずみ速度分布

ここで、鉛直方向の速度勾配の検証を目的に、Case ごとの時刻 5ms 時点でのせん断ひずみ速度の分布を示す。単一粒子空間解像度の場合と同様にして、どのモデルについても摺動部付近では、80,000~100,000 (m/s) の高いせん断ひずみ速度分布を示す。さらに、下部壁に近い領域では、せん断ひずみ速度が大きくなり、これは鉛直方向の速度勾配が大きいからと考えられる。また、周縁部のせん断ひずみ速度は Case6 に関しては、Case3 と類似した分布が見られた。Case7 に関しては、せん断ひずみ速度速度について、高解像度領域と低解像度領域で連続性は見られた一方、低解像度領域のせん断ひずみ速度は若干 Cases3, 6 と比較して若干小さくなっている。Case12 に関しては、Case7 よりも低解像度領域でのせん断ひずみ速度はさらに小さくなっており、油膜分布に関しても顕著な違いが見られた。低解像度領域のせん断ひずみ速度分布が異なる理由としては解像度比が大きい Case は、低解像度領域の油膜の形状について凹みあまり見られず、丸みを帯びている形状になっていることなどが考えられる。

この計算で最後の結果として、計算結果の比較図を図 39 に示す。図 39 から、単解像度粒子モデル (Case3) での計算時間は 12 時間半であったが、重合粒子法を用いることで計算時間を削減することに成功したことが示された。高解像度粒子と低解像度粒子の解像度比 N_r が $N_r = 3$ (Case6) の場合は、8 時間 23 分と単解像度粒子モデル (Case3) の 66.8%の計算時間、 $N_r = 6$ (Case7)、 $N_r = 12$ (Case8) の場合は単解像度粒子モデル (Case3) のそれぞれ 42.3%、41.9%の計算時間であった。したがって、 $N_r = 6$ くらいまで低解像度粒子径を大きくすると計算時間の削減効果が大きくなる。また、 $N_r = 6$ (Case7) と $N_r = 12$ (Case8) の場合の計算時間の差が小さかったが、理由としては、 $N_r = 6$ まで低解像度粒子径を大きくすると粒子数が十分に削減できたことがある。また、 $N_r = 12$ (Case8) のケースは、油膜分布で数個の粒子が壁から漏れ出ている結果が見られたが、それに伴って高解像度領域の計算の収束が遅くなったことも理由として考えられる。

以上の結果をまとめると、ソフト EHL 解析モデルに重合粒子法を適用する際には本計算では解像度比 $N_r = 6$ で計算するのが、計算精度、計算実用性の両方の面で適したケースであるという結果が得られた。

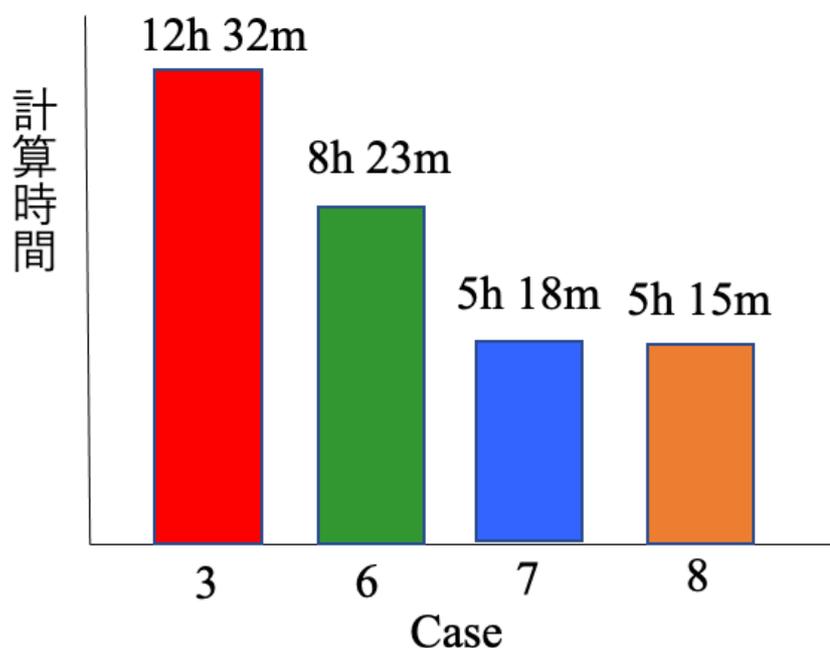


図 39: 計算時間の比較

4-3-5:重合粒子法の境界座標の検討

前章では、重合粒子法の適用の際の低解像度粒子の適している粒子空間解像度について検証を行った。その結果、解像度比 $N_r = 6$ の粒子を用いるのが、計算精度と計算実用性の両方の面で適していることが示された。

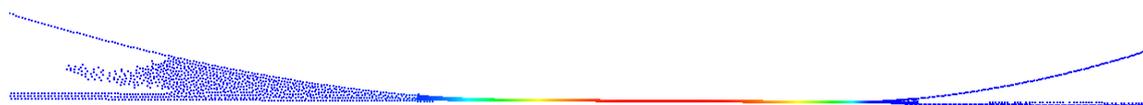
重合粒子法で空間解像度比を定めた後の段階として、図 34 の解析領域図で示される高解像度領域と低解像度領域の境界座標 ($a1, a2$) の検証を行うことが粒子数、計算時間の削減のためには重要である。すなわち、どれくらい高解像度領域を狭くとっても圧力分布や油膜厚さ分布について精度を保って計算できるかという検証を行うことは、計算コストの面で重要となることである。本計算では、圧力分布を計算する上で影響が大きい入口側の境界座標 $a1$ について適切な座標の検討を行った。なお、出口部の境界座標 $a2$ は固定して計算を行った。

入口部の境界座標 $a1$ の検証に使われる 4 ケースを表 12 に示す。なお、出口部の境界座標 $a2$ は、 $a2 = 0.0015\text{m}$ と一定に固定した。本計算では、圧力分布や油膜厚さ分布について前章までと同様にレイノルズ方程式との比較検証を行い、入口部の境界座標 $a1$ における圧力分布や油膜厚さ分布の依存性の検証を行い、計算精度と計算実用性の両方の観点で適している入口部の境界座標 $a1$ の検討を行った。

表 12 入口部の境界座標($a1$)の検討 ($N_r = 6$)

Case No.	Multi/Single resolution	Spatial resolution l_0 (m)	$a1$ (m)
9	Multiresolution (OPT)	High-resolution: 2.5×10^{-6} Low-resolution: 15.0×10^{-6}	-0.0014
10	Multiresolution (OPT)	High-resolution: 2.5×10^{-6} Low-resolution: 15.0×10^{-6}	-0.0016
7	Multiresolution (OPT)	High-resolution: 2.5×10^{-6} Low-resolution: 15.0×10^{-6}	-0.0018
11	Multiresolution (OPT)	High-resolution: 2.5×10^{-6} Low-resolution: 15.0×10^{-6}	-0.0020

まず、最初に油膜分布（圧力コンター図）を図 40 に示す。図 40 から、どのケースについても、油膜の入口部の先端形状などの油膜分布について大きな相違点は見当たらない結果となった。したがって、油膜分布計算に関しては、高解像度領域が狭いケース (Case8) についても、精度面では大きな問題が生じないということがわかった。



(a) Case 8



(b) Case 9



(c) Case 6



(d) Case 10



(e) legend of pressure distribution (Pa)

図 40:油膜形状（圧力コンター図）

つぎに、圧力分布の定量的な検証として、理論解として用いたレイノルズ方程式との比較検討の結果を図 41 に示す。単一解像度粒子モデルの場合と同様に、粒子法が示す圧力値としては時刻 5ms における直近 1,000 ステップの平均値を用いた。図 41 より、高解像度領域が小さいケース (Case8, 9) では、入口部の高解像度領域と低解像度領域の境界座標 (a_1) 付近で圧力分布が不連続になっており、レイノルズ方程式よりも低い圧力分布となっている。したがって、圧力分布に関しては、Cases8, 9 は、圧力分布の計算精度を保つための高解像度領域の広さが足りないという結果となっており、この解析対象に関しては $a_1 = -0.0018\text{m}$ までは高解像度領域を設ける必要があることがわかった。この座標は、おおよそ圧力分布の曲線の変曲点位置に相当する。

それ以外の箇所においては、どのケースに関してもレイノルズ方程式とほとんど一致した結果が得られたので、計算精度がよく保たれていることがわかる。

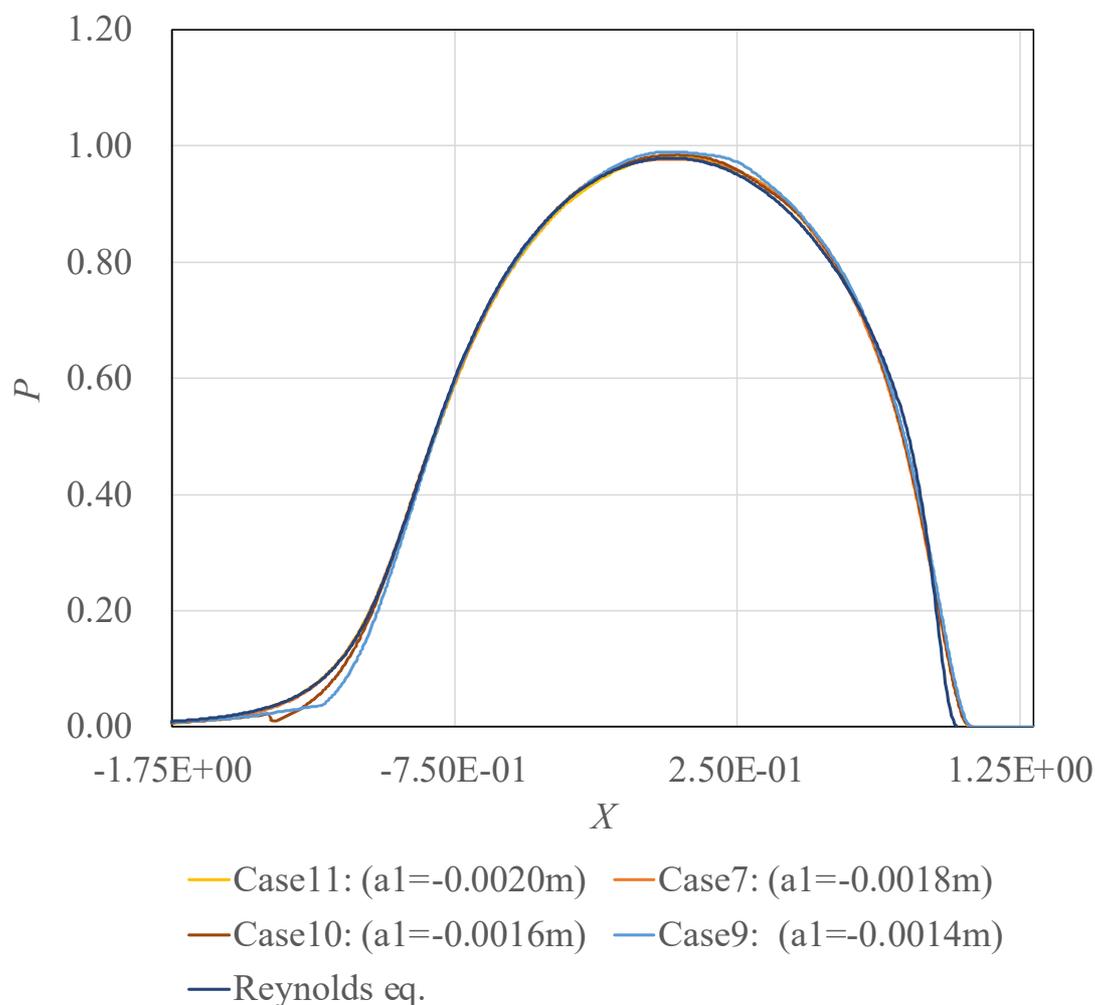


図 41: 圧力分布におけるレイノルズ方程式との比較検討図

今度は、油膜厚さ分布に関してレイノルズ方程式との比較検討図を図 42 に示す。図 42 から、全体的に油膜厚さ分布に関してレイノルズ方程式とほとんど一致した分布を示した。ただし、高解像度領域が小さいケース (Cases8, 9) に関しては、 $x = -0.0010\text{m}$ 付近で、レイノルズ方程式より油膜高さが小さい傾向が見られた。理由としては、前頁の図 41 において、高解像度領域と低解像度領域の境界座標 ($a1$) 付近で圧力分布が不連続に小さくなっており、この圧力分布の影響が弾性変形に影響を与えているものと見られている。

したがって、本結果より、重合粒子法によって、圧力分布と弾性変形はレイノルズ方程式との比較の結果、おおむね高精度で表現することができたが、計算精度を保つためには、境界座標($a1$)を $x \leq -0.0018\text{m}$ の範囲で設定する必要があるということがわかった。

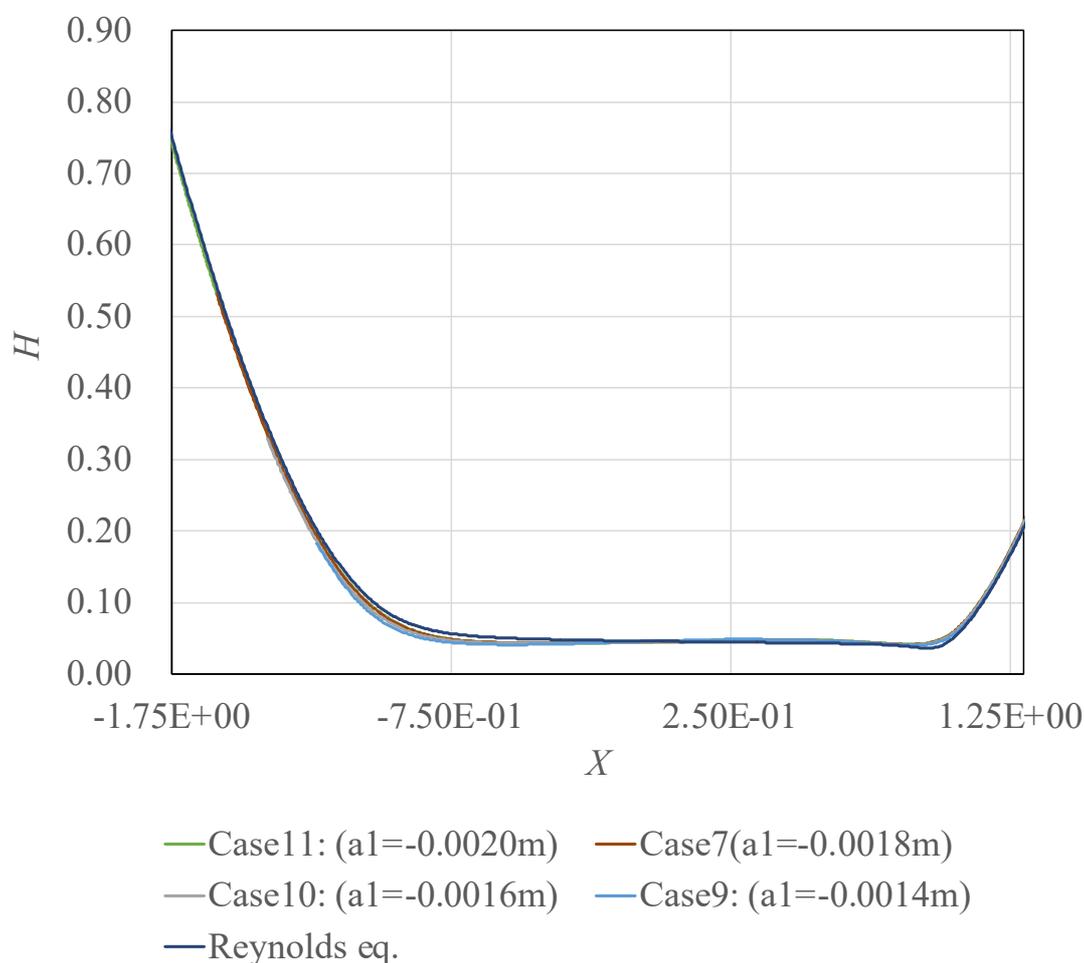


図 42:油膜厚さ分布におけるレイノルズ方程式との比較検討図



(a) Case 8



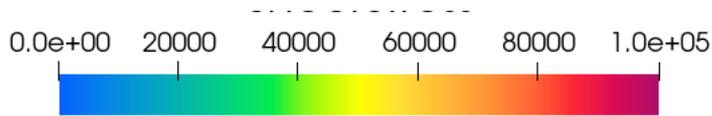
(b) Case 9



(c) Case 6



(d) Case 10



(e) Legend (m/s)

図 43: せん断ひずみ速度の分布

本計算についても同様に鉛直方向の速度勾配の検証を目的に、せん断ひずみ速度の分布を示す。この場合、いずれの Case についても低解像度領域の方がせん断ひずみ速度の値が小さくなっているが、類似している分布となっている。とくに、高いせん断ひずみ速度を示す摺動部（構造体が大きく弾性変形している領域）では、ほとんど一致した分布を示した。また、Case6 や Case10 など高解像度領域が大きい Case においては、境界座標 (a1) 付近でのせん断ひずみ速度分布について連続性がよく示されていた。

最後に、各ケースの計算時間について結果を図 44 に示す。図 44 は、5ms の解析に要した各ケースの計算時間である。図 44 から、高解像度領域が大きくなるごとに計算時間が増大し、計算精度を保つことができるようにするには、Case7 が最短の計算時間になることから、5 時間強の計算時間を要することになる。したがって、重合粒子を用いることによって、高解像度の粒子空間解像度が $l_0 = 2.5\mu\text{m}$ の場合、高解像度粒子と低解像度粒子の境界座標の検討の結果、12 時間半から 5 時間 18 分まで短縮することができるという結果が示された。

また、図 44 から、Case7 から境界座標の幅を 0.0020m 広くすると (Case11)、計算時間が 1 時間程度多くかかるということが示された。したがって、計算コストは高解像度領域と低解像度領域との境界座標に大きく依存することもわかる。よって、境界座標の検討によって、計算コスト削減方法について大きな知見を得ることができた。

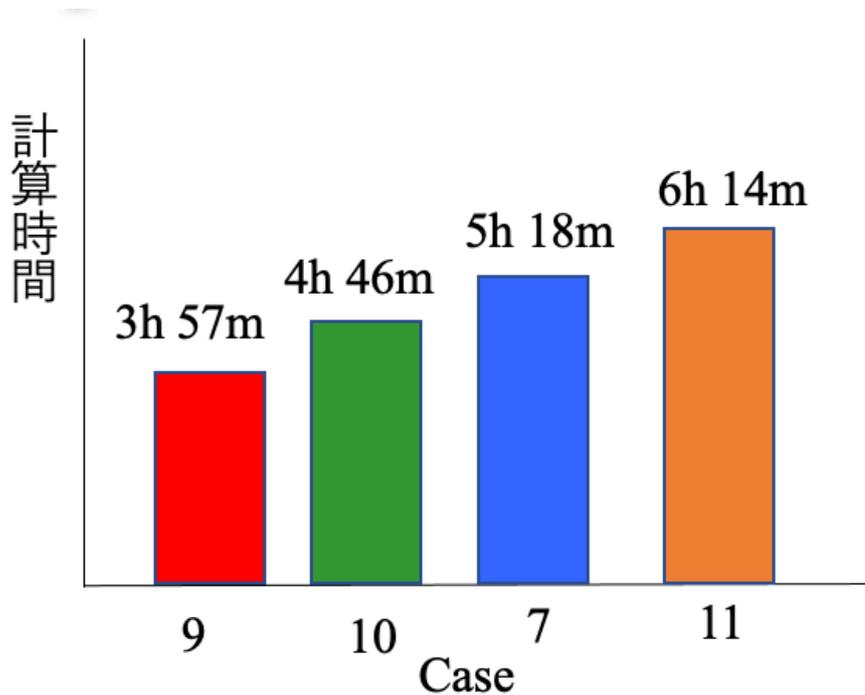


図 44: 各ケースの計算時間

4-3-6:重合粒子法を用いたソフト EHL モデルにおける考察

本研究では、単一解像度粒子法でソフト EHL 解析モデルの開発を行った後の段階として、重合粒子法を用いたソフト EHL 解析モデルについても同様に開発を行った。その結果、単一解像度ソフト EHL モデルと比較して、さらに計算コストを削減することができた。

計算コスト削減の方法として、最初の方法として、低解像度粒子の粒子空間解像度をどれくらい粗くすることができるかという検証を行った。その結果、高解像度粒子と低解像度粒子の空間解像度比 $N_r = 6$ までは計算精度を保つことができた。したがって、ソフト EHL モデルの計算の際にも、流体潤滑モデルと同様にして、重合粒子法を用いて空間解像度比 N_r が比較的大きい場合でも計算精度を保つことができた。ただし、 $N_r = 12$ の場合は、ソフト EHL 解析モデルに対しては圧力計算や油膜厚さ計算におけるレイノルズ方程式との定量的な比較では計算精度が保たれたが、高解像度領域と低解像度領域の境界座標付近で流体粒子が壁から漏れてしまう問題が生じた。また、油膜の先端形状やせん断ひずみ速度分布に関して他の Case と若干異なる分布を示した。

原因としては、低解像度粒子の空間解像度がかなり粗くなってしまい、高解像度領域と低解像度領域の入口部の境界座標 ($a1$) では、鉛直方向での 2 構造体同士の隙間の広さが低解像度粒子の 1~2 個程度と小さくなってしまふことがある。鉛直方向への粒子数が少なくなりすぎると、重合粒子法で設けられた重なり領域 (“Overlapping region”) での速度値や圧力値の内挿の精度低下や、流体の質量保存のための、速度補正の際に不安定性が生じたことなどが考えられる。よって、ソフト EHL 現象の解析の際にも、流体潤滑モデルの場合と同様にして、低解像度領域で用いる粒子空間解像度は、高解像度領域と低解像度領域の入口部の境界座標 ($a1$)における鉛直方向の 2 構造体同士の隙間の幅の 1/4 より細かくする必要があることがわかった。

以上のことを踏まえて、本計算では空間解像度比 $N_r = 6$ で計算することによって、計算時間を 60%程度削減することができた。このことによって、粒子法ソフト EHL 解析モデルに対しても重合粒子法が非常に有効であることが示された。

このように、重合粒子法でソフト EHL 解析モデルを開発する際に低解像度粒子の適切な空間解像度についての検証が行われ、計算時間削減の大きな知見を得ることができた。つぎの検証課題としては、さらなる計算コストの削減を目的に高解像度領域と低解像度領域の適切な境界座標の検討を行った。その結果、適切な入口部の境界座標 ($a1$) は、 $a1 = -0.0018m$ という結果が得られた。 $a1$ が $-0.0018m$ よりも大きな値、すなわち、高解像度領域をさらに狭くして計算を行うと、圧力分布や油膜厚さ分布についてレイノルズ方程式と若干異なる分布を示した。とくに、境界座標 ($a1$) の付近の圧力分布に関してはレイノルズ方程式から大きく外れた値を示した。

理由としては、低解像度粒子の粒子空間解像度の検証と同様にして、境界座標 ($a1$) での鉛直方向への 2 構造体同士の隙間の広さが、低解像度粒子 1~2 個分程度になってしまうことが挙げられる。とくに、本計算の場合は、Cases8,9 のような高解像度領域が小さいケース

では、境界座標 ($a1$) を高圧部に配置することになるので、圧力分布に対する影響がかなり大きくなっている。それに伴って、弾性変形の分布も変わることから油膜厚さ分布についても影響が見られた。したがって、高解像度領域が小さすぎる場合は、計算精度が低下してしまう結果が得られた。ここで、計算精度を保つためには、流体潤滑モデルと同様に、境界座標 ($a1$) をレイノルズ方程式の圧力分布を示す曲線 (図 36) での変曲点での外側に配置する必要があることがわかった。

一方で、高解像度領域が大きい場合においても、計算コストが大きくなる問題が生じる。本計算では、Case7 と Case10 については、境界座標 ($a1$) は、0.0020m異なるだけではあるが、5ms の解析に要する時間は図 38 から 1 時間も異なってしまうという結果となった。

このように、重合粒子をソフト EHL 解析に適用を行う際には、計算精度と計算実用性の両方の観点から、高解像度領域と低解像度領域の境界座標を適切な位置に定めることが非常に重要であることが示された。

本研究によって粒子法ソフト EHL 解析モデルに対して重合粒子の適用を行い、圧力計算などの計算精度を保ちながら計算コストを削減することに成功した。また、低解像度粒子の空間解像度や、高解像度領域と低解像度領域の境界座標の検証を行い、ソフト EHL 解析についてさらなる計算コスト削減方法についての検討を行うことができた。その結果、本計算では重合粒子を用いることで単一解像度粒子の約 2.5 倍程度の速度で計算を行うことに成功した。

4-3-7:重合粒子法を用いたソフト EHL モデルにおける結論

本計算では、計算コストの大幅な削減を目的に、重合粒子法を適用した構造物の弾性変形を伴うソフト EHL 解析手法の開発を行った。その結果、重合粒子法を用いても、圧力計算や油膜厚さ計算について計算精度を保つことができ、計算時間を 6 割程度削減することに成功した。したがって、ソフト EHL 解析においても重合粒子法が非常に有効であることが示された。また、流体潤滑モデルと同様にして、重合粒子法の適用の際に低解像度領域で用いる粒子空間解像度や、高解像度粒子と低解像度粒子の境界座標の検証を行うことで、計算精度と計算コストの両面にて適している重合粒子法の適用の方法に対する知見も得ることもできた。

今後の展望としては、重合粒子法を用いてソフト EHL 問題だけでなく、構造体のヤング率が非常に高い (10~100GPa オーダー) 弾性変形を伴うハード EHL 現象の解析手法の構築を行うことがある。ハード EHL 現象は、非常に高い圧力 (1~10GPa オーダー程度) が発生するので、潤滑油の粘度増加や密度増加を伴う。よって、粒子法によって高精度で計算するには、粘性計算のさらなる高精度化や圧縮性 (密度変化) を伴う手法の確立が必要である。さらに、圧力スパイクを伴い圧力分布の形状が複雑になることも考えられることから、必要空間解像度も非常に大きくなり、さらなる計算時間の削減の手法も必要になると考えられる。例えば、重合粒子法の解像度を 3, 4 種類用いて圧力スパイクが発生する箇所にさらに空間解像度を細かくした粒子を用いることがある。

また、現状では 2 次元の問題でソフト EHL 解析モデルの開発を行ったが、より実用的な計算を行えるようにするためには、解析領域の 3 次元化を行うことも重要である。3 次元計算することによって、円筒形の軸受のみならず、実現象でよく用いられている球型の転がり軸受けについての解析を行うこともできる。また、3 次元計算では、実現象で発生する流れ方向に対して横向きで生じるマクロ流れに対する解析や表面張力やキャビテーションの解析も高精度で予測することができる。

ただし、3 次元で計算するためには、現状のところ非常に大きな粒子数が必要になり、実用的な計算を行うことが困難な状況となっている。3 次元の計算のためには、ハード EHL 現象の計算の展望のように、3~4 段階の空間解像度領域を設けることが一つの方法と考えられる。また、弾性体の弾性変形を考慮した圧力計算の安定化のために本研究では時間刻み幅 Δt をかなり小さくして計算を行ったが、圧力ポアソン方程式の離散化手法の改良などによって、時間刻み幅 Δt を大きくしてもロバストな計算を行えるようにすることも一つの方法である。

このように、現段階については実問題の潤滑問題の解析に向けて、計算時間削減方法の確立を行い、簡易な 2 次元解析領域については、計算精度面と計算実用面を両立させた手法の構築を行った段階である。

5. まとめの結論

本研究では、粒子法 (MPS 法) を用いた潤滑問題の解析モデルの開発を行った。MPS 法を用いた潤滑解析によって、静的な現象だけでなく、油膜の表面形状の追跡など動的な現象についても解析、予測を行うことができる。しかし、潤滑問題において、構造体同士の隙間は非常に小さく ($0.1\sim 100\mu\text{m}$ オーダー) , それに伴って粒子数が非常に多くなってしまい、計算コストも非常に大きくなるという問題がある。とくに、MPS 法は通常は単一空間解像度粒子を用いて計算を行うので、さらに粒子数が増大して、実用的な計算を行うことが難しくなっていた。

このような実用的な問題を解決するために、最初の段階として、2次元の解析領域にて構造体の弾性変形を伴わない流体潤滑モデルを用いて、MPS 法可変解像度手法の一つである重合粒子法の適用を行った。この計算で用いた解析対象としては、最小油膜厚さが $40\mu\text{m}$ と、潤滑問題としては比較的構造体同士の隙間が大きいモデルで計算を行った。また、圧力分布の定量的な検証として、理論解として用いたレイノルズ方程式と比較検証を行った。

流体潤滑解析モデルの最初の検証として、単一空間解像度粒子を用いて、高解像度領域で用いるのに適切な粒子空間解像度についての検討を行った。その結果、最小油膜厚さの $1/8$ の大きさの粒子を用いるのが適切であることがわかった。

また、重合粒子法を適用する際には、高解像度領域における空間解像度だけではなく、低解像度領域における適切な空間解像度について検証する必要がある。本計算では、低解像度を徐々に粗くして計算を行い、空間解像度比 $N_r = 8$ で定めることが適しているであるという結果が得られた。この結果から、空間解像度比が比較的大きくても計算精度を保つことができたから、重合粒子法によって計算時間を大幅に (70%以上) 削減することに成功した。このように、重合粒子法による流体潤滑問題解析モデルの開発において、計算コスト削減のための高解像度領域と低解像度領域それぞれの領域で適切な粒子空間解像度について定めることができた。

つぎに、重合粒子法で計算コストを削減するためには、高解像度領域と低解像度領域の境界座標の検討によって、高解像度領域をどれくらい狭くとることができるという検証を行った。その結果、レイノルズ方程式で表される圧力分布の曲線の変曲点より外側に境界座標を定めると圧力計算について計算精度を保たれることがわかった。よって、以上の検証で計算精度と計算実用性を両立させた境界座標を決定させることができた。

このように、2次元の流体潤滑問題と一番基礎的な検証問題に対して、重合粒子法の適用の際に、高解像度領域と低解像度領域のそれぞれの適切な粒子空間解像度、また高解像度領域と低解像度領域の適切な境界座標の検証を行うことで、計算時間を大きく削減することができた。

MPS 法流体潤滑モデルの開発が終わった次の段階として、構造体の弾性変形を伴う弾性流体潤滑 (EHL) 解析モデルを MPS 法で開発を行った。弾性流体潤滑モデルは、MPS 法と弾性変形の式を連成させることで開発を行った。なお、本研究では、構造体のヤング率が小

さく (10^7Pa オーダー) 設定し、比較的低圧で構造体の弾性変形が起こることから、潤滑油の粘度変化、密度変化を考慮する必要がなく、ニュートン流体で計算することのできるソフト EHL 現象の解析を行った。まず、ソフト EHL 解析モデルの開発の初期段階として単一解像度粒子を用いてソフト EHL 問題を計算した。

MPS 法ソフト EHL 解析モデルの開発にあたって、単解像度粒子で計算されるモデルを用いて、計算精度、計算実用性の両方の面について適切な粒子空間解像度の検討を行った。計算精度の検証としては、圧力分布、油膜厚さ分布について、流体潤滑モデルと同様にして理論解として用いたレイノルズ方程式との比較検証を行った。その結果、ソフト EHL モデルに関しては粒子空間解像度が最小油膜厚さの 1/2 程度の粒子を用いても圧力分布と油膜厚さ分布の計算精度が保たれることが示された。これは、高圧部での油膜形状が平坦であり、圧力勾配が相対的に小さくなることが理由であることから、流路の形状がこのソフト EHL モデルのように平坦なモデルの場合は、粒子空間解像度が粗い粒子を用いても、計算精度を保つことができると考えられる。このように、MPS 法と弾性変形の式を連成することによって、構造体の弾性変形を表現することができた。

また、ソフト EHL 問題は、流体潤滑モデルと比較しても、最小油膜厚さが $4.5\sim 5\mu\text{m}$ とかなり小さくなっており、必要な粒子空間解像度が非常に細かく、計算コストがかなり大きくなるので、計算コストの削減は必要不可欠である。したがって、本研究では、ソフト EHL 解析モデルに関しても重合粒子法の適用を行い、計算コストの削減を行なった。ソフト EHL 解析モデルへの重合粒子法の適用に関しても、流体潤滑モデルと同様にして、高解像度領域と低解像度領域のそれぞれの空間解像度領域について必要空間解像度の検討を行なった。その結果、空間解像度比 $N_r = 6$ の場合が適している空間解像度であることが示された。また、高解像度領域と低解像度領域の境界座標に関しても同様に検証を行い、適切な境界座標の位置について定めることができた。以上のように、ソフト EHL 解析モデルへの重合粒子法の適用の場合についても、圧力スパイクが無い場合については、必要空間解像度などの計算コスト削減に関する知見を得ることができた。

以上のように、本研究では、流体潤滑モデルと構造体の弾性変形を伴うソフト EHL モデルに関して、重合粒子法を適用することによって、計算コスト削減を目的とする基礎的な解析手法の開発を行なった。このように、重合粒子法を用いることで実用的な許容解析誤差 (5%程度)以下を維持しながら、計算時間を削減でき、より長時間の現象の解析を行えるようになったことから、軸受が有する油量の時刻ごとの変化や油膜分布などの動的な物理量の変化の規則性を見つけることで、長期的な潤滑形態の予測に貢献することができると考えられる。ただし、本計算で要した計算時間は、重合粒子法を用いて 2次元の解析領域で 5~6 時間要しており、3次元の計算に関して定常状態に至るまでの計算で最大でも 1週間以内の計算時間で計算できるように、さらなる計算時間削減手法の開発や並列化手法の導入が必要と考えられる。

長期的な今後の展望としては、より実問題の解析のために、3次元化した解析領域で計算

を行うことがある。3次元化したモデルで計算を行うことによって、奥行き方向のマクロな流れ場に関して解析を行うことができ、より潤滑問題で重要な軸受内の油量の変化などを予測することができる。また、転がり軸受への適用も可能となる。ただし、計算コストが非常に大きくなってしまふことから、実用的な計算を行うためには、重合粒子法において、3~4層の粒子空間解像度領域を設けることや、摺動部をレイノルズ方程式などの格子法、外縁部を粒子法で連成するなどの方法が必要であると考えられる。

また、今後のもう一つの展望として、潤滑問題において表面張力やキャビテーションなどの実問題で重要な現象を粒子法潤滑モデルへの導入を行うことがある。この導入を実現するためには、まずは粒子法表面張力モデルの導入と負圧計算の高精度化を行うことが必要である。表面張力モデルの導入に関しては、現状では、粒子法で表面形状の曲率を高精度で計算することが難しいことから、2粒子同士の引力を用いて表面張力を計算するポテンシャルベールの表面張力モデルを導入するのが有効と考えられる。ただし、従来のポテンシャルモデルは、2粒子間の引力が強すぎて、圧力計算精度が著しく低下するので、さらなる改良が必要である。また、負圧の計算に関しても2粒子同士の引力が働き、計算が不安定になる可能性があるため、適切な人工斥力（Particle Shifting など）手法の導入が必要になると考えられる。さらに、ソフト EHL 解析モデルの発展系として、圧力値が非常に大きく（ 10^9 Pa オーダー）、潤滑油の密度変化、粘度変化を伴うハード EHL 解析モデルの開発も重要である。粒子法は、粒子の集合として計算を行うので、密度変化を計算することは難しくなっており、気液2層流などの手法を応用して導入する必要があると考えられる。ハード EHL 現象における最小油膜厚さは $0.1\sim 1\ \mu\text{m}$ と他の潤滑モデルに比較しても非常に小さく、圧力値についても 1GPa 単位の非常に大きな値が算出されることから、解析領域の3次元化と同様に、計算の実用化に関しては非常に大きな課題である。また、温度変化による潤滑油の粘度変化などを考慮することも重要になってくる。さらに、EHL 解析モデルについて構造体の動的な弾性変形を構築する手法の開発も今後の課題となる。

このように、本研究は2次元の解析領域を用いて、潤滑問題の基礎的なモデル開発を行なったが、上であげたような現象解析モデルを導入、開発することによって、より潤滑現象を動的に予測することが可能である。本研究の位置づけとして、潤滑現象の実用的な動的解析に向けて、基礎的な検証課題に対して重合粒子法を効果的に適用することで、計算精度を保ったまま計算実用性を改良する手法の開発を行なった。

謝辞

本研究に携わるにあたって、所属研究室において終始熱心なご指導を頂いた柴田和也准教授，越塚誠一教授，松永拓也助教に大変感謝致します。とくに，指導教員である柴田和也准教授からには，重合粒子法のプログラムの提供，粒子法における手法の詳細など研究の詳細についての懇切なご指導を受けて頂くことができました。また，私の博士論文審査に忙しい中，貴重な時間を割いていただいた酒井幹夫准教授，北澤大輔教授，陳昱教授にも大変感謝致します。

さらに，本研究について，研究のアプローチ方法など研究の根幹について懇切丁寧なご指導をいただいた共同研究先である JAXA の根岸秀世先生，間庭和聡先生，小原新吾先生には大変お世話になり，ありがとうございました。

そして，ソフト EHL 粒子法プログラムの開発に大きく尽力いただいた二宮哲郎様（2021年度の修士卒）にも大変感謝いたします。そして，研究について活発に議論をして頂いた研究室皆様にも感謝いたします。

[参考文献]

1. McFadden PD, Smith JD (1984) Model for the vibration produced by a single point defect in a rolling element bearing. *Journal of Sound and Vibration*, 96(1):69-82
2. McFadden PD, Smith JD (1985) The vibration produced by multiple point defects in a rolling element bearing. *Journal of Sound and Vibration* 98(2):63-73
3. Xu T, Zhao J, Xu K (1996) The ball-bearing effect of diamond nanoparticles as an oil additive. *J. Phys. D: Appl. Phys.* 29:2932-2937, 1996
4. Prabhaker S, Mohanty AR, Sekhar AS (2002) Application of discrete wavelet transform for detection of ball bearing race faults. *Tribology International* 35:793-800
5. Popinceanu NG, Gafitanu MD, Cretu SS, Diaconescu EN, Hostiuc LT (1977) Rolling bearing fatigue life and EHL theory. *Wear* 45:17-32
6. Peng BT, Li JS, Liu HB, Ma W, Xue YJ (2008) A Simulation study on optimal oil spraying mode for high- speed rolling bearing. *Journal of Achievements in Materials and Manufacturing Engineering* 31(2):553-557
7. Wardle FP (1988) Vibration forces produced by waviness of the rolling surfaces of thrust loaded ball bearings, Part2: experimental validation. *Proc. IMechE*, 202, No. C5: 313-319
8. Jang GH, Jeong SW (2002) Nonlinear Excitation model of ball bearing waviness in a rigid rotor supported by two or more ball bearing considering five degrees of freedom. *Transactions of the ASME* 124:82-90
9. Lee K, Hwang Y, Cheong S, Choi Y, Kwon L, Lee J, Kim SH (2009) Understanding the role of nanoparticles in Nano-oil lubrication. *Tribol Lett* 35:127-131
10. Guo F, Wong PL (2005) An anomalous elastohydrodynamic lubrication film: Inlet dimple. *Tribology International* 127(2): 425-434
11. Wang QJ, Zhu D, Zhou R, Hasimoto F (2008) Investigating the effect of surface finish on mixed EHL in rolling and rolling-sliding contacts: *Tribology Transactions* 51: 748-761
12. Kovalchenko A, Ajayi O, Erdemir A, Fenske G, Etsion I (2005) The effect of laser surface texturing on transitions in lubrication regimes during unidirectional sliding contact. *Tribology International* 38: 219-225
13. Johnson KL, Tevaarwerk JL (1977) Shear behavior of elastohydrodynamic oil films. *Proc. R. Soc. Lond. A.* 356:215-236,
14. Kaneta M, Nishikawa H, Kameishi K (1990) Observation of wall slip in elastohydrodynamic lubrication. *J. Tribol* 112(3): 447-452
15. Kaneta M, Nishikawa H, Kanada T, Matsuda K (1996) Abnormal phenomena appearing in EHL contacts. *J. Tribol*, 118(4): 886-892

16. Guo F, Wong PL (2004) Experimental observation of a dimple-wedge elastohydrodynamic lubricating film. *Tribology International*, 37(2): 119-127
17. Hayashida K, Matsuyama H (2016) Progress and prospect of technologies for rolling bearings, *Journal of Japan Society of Tribologists*, 61(1): pp.558-561 (in Japanese).
18. Gross WA, Matsch LA, Castelli V, Eshel A, Vohr JH, Wildmann (1980), *Fluid film lubrication*, United States, DOE/TIC-11301
19. Bowden FP, Gregory J, Tabor D (1945), *Lubrication of metal surfaces by fatty acids*, *Nature* ,156, pp. 97-101
20. Wright V, Dowson D (1976), *Lubrication and cartilage*, *J Anat*, 121(1), pp. 107-118
21. Wang Y, Li C, Zhang Y, Yang M, Li B, Jia D, Hou Y, Mao C (2016), Experimental evaluation of the lubrication properties of the wheel/workpiece interface in minimum quantity lubrication (MQL) grinding using different types of vegetable oils, *Journal of cleaner production*, 127, pp. 487-499
22. Gupta MK, Sood PK, Sharma VS (2016) Optimization of machining parameters and cutting fluids during nano-fluid based minimum quantity lubrication turning of titanium alloy by using evolutionary techniques, *Journal of cleaner production*, 135, pp. 1276-1288
23. Sharma P, Sidhu BS, Sharma J (2015), Investigation of effects of nanofluids on turning of AISI D2 steel using minimum quantity lubrication, *Journal of cleaner production*, 108, A, pp. 72-79
24. Zhang D, Li C, Jia D, Zhang Y, Zhang X (2015) Specific grinding energy and surface roughness of nanoparticle jet minimum quantity lubrication in grinding, *Chinese journal of aeronautics*, 28(2), pp. 570-581
25. Uysal A, Demiren F, Altan E (2015) Applying minimum quantity lubrication (MQL) method on milling of martensitic stainless steel by using nano Mos2 reinforced vegetable cutting fluid, *Social and behavioral sciences*, 195, pp. 2742-2747
26. Frosina E, Senatore A, Bunno D, Manganelli MU, Olivetti M (2014) A tridimensional CFD analysis of the oil pump of an high performance motorbike engine. *Energy Procedia* 45: 938-948
27. Flores P, Lankarani HM (2010) Spatial rigid-multibody systems with lubricated spherical clearance joints: modeling and simulation. *Nonlinear Dyn* 60:9 9-114
28. Lopez de Lacalle LN, Angulo C, Lamikiz A, Sanchez JA (2006) Experimental and numerical investigation of the effect of spray cutting fluids in high speed milling. *Journal of Materials Processing Technology* 172: 11-15
29. Ewen JP, Heyes DM, Dini D (2018) Advances in nonequilibrium molecular dynamics simulations of lubricants and additives. *Friction* 6(4): 349-386

30. Masjedi M, Khonsari MM (2015) On the effect of surface roughness in point-contact EHL: Formulas for film thickness and asperity load. *Tribology International* 82: 228-244
31. de Boer GN, Gao L, Hewson RW, Thompson HM, Raske N, Toropov VV (2016) A multiscale method for optimizing surface topography in elastohydrodynamic lubrication (EHL) using metamodels. *Struct Multidisc Optim* 54: 483-497
32. Almqvist T, Almqvist A, Larsson R (2004) A comparison between computational fluid dynamic and Reynolds approaches for simulating transient EHL line contacts. *Tribology International* 37: 61-69
33. Bruyere V, Fillot N, Morales-Espejel GE, Vergne P (2012) Computational fluid dynamics and full elasticity model for sliding line thermal elastohydrodynamic contacts. *Tribology International* 46: 3-13
34. Bruyere V, Fillot N, Morales-Espejel GE, Vergne P (2012) A two-phase flow approach for the outlet of lubricated line contacts. *J. Tribol* 134: 041503-2
35. Gao G, Yin Z, Jiang D, Zhang X (2015) CFD analysis of load-carrying capacity of hydrodynamic lubrication on a water-lubricated journal bearing. *Industrial Lubrication and Tribology* 67(1): 30-37
36. Buckholz RH (1987) Effect of Lubricant Inertia near the Leading Edge of a Plane Slider Bearing. *ASME Journal of Tribology*, 109(1): 60-64
37. Flores P, Lankarani HM (2010) Spatial rigid-multibody systems with lubricated spherical clearance joints: modeling and simulation. *Nonlinear Dyn* 60:9 9-114
38. Schmidt T, Andre M, Poll G (2010) A transient 2D-finite-element approach for the simulation of mixed lubrication effects of reciprocating hydraulic rod seals. *Tribology International* 43(10): 1775-1785
39. Shirzadegan M, Almqvist A, Larsson R (2016) Fully coupled EHL model for simulation of finite length line cam-roller follower contacts. *Tribology International* 103: 584-598
40. Martini A, Liu Y, Snurr RQ, Wang QJ (2006) Molecular dynamics characterization of thin film viscosity for EHL simulation. *Tribology Letters* 21: 217-225
41. Venner CH, Lubrecht AA (1994) Numerical Simulation of a Transverse Ridge in a Circular EHL Contact Under Rolling/Sliding. *J. Tribol* 116(4): 751-761
42. Almqvist T, Larsson R (2002) The Navier-Stokes approach for thermal EHL line contact solutions. *Tribology International* 35(3): 163-170
43. Kato T, Hori Y (1988) A Fast Method for Calculating Dynamic Coefficients of Finite Width Journal Bearings With Quasi Reynolds Boundary Condition, *ASME Journal of Tribology* 110(3): 387-393
44. Jiangang Y, Rui G, Yongwei T (2008) Hybrid radial basis function/finite element modelling of journal bearing, *Tribology International* 41:1169-1175

45. Nicoletti R (2013) Comparison Between a Meshless Method and the Finite Difference Method for Solving the Reynolds Equation in Finite Bearings. *Journal of Tribology* Vol.135: 044501
46. Koshizuka S, Oka Y (1996) Moving-particle semi-implicit method for fragmentation of incompressible fluid. *Nucl. Sci. Eng.*, 123: 421-434
47. Joseph P. Morris (2000), Simulating surface tension with smoothed particle hydrodynamics. *International journal for Numerical methods in Fluids*, 33 (3): 333-353
48. Nomura K, Koshizuka S, Oka Y, Obata H (2001), Numerical analysis of droplet behavior using particle method. *Journal of Nuclear Science and Technology*, 38 (12): 1057-1064
49. 近藤雅裕, 越塚誠一, 滝本正人 (2007), MPS 法における粒子間ポテンシャル力を用いた表面張力モデル, *日本計算工学会論文集*, p.20070021
50. Kondo M, Koshizuka S, Suzuki K, Takimoto M (2007), Surface tension model using inter-particle force in particle method. *ASME Conference, Fedsm2007-37215*: pp. 93-98
51. Tang Z, Zhang Y, Wan D (2016) Numerical simulation of 3-D free surface flows by overlapping MPS. *Journal of Hydrodynamics* 28(2): 206-312
52. Lin Y, Liu GR, Wang G (2019) A particle-based free surface detection method and its application to the surface tension effects simulation in smoothed particle hydrodynamics (SPH). *Journal of Computational Physics*, 385: 196-206
53. Matsunaga T, Koshizuka S, Hosaka T, Ishii E (2020), Moving surface mesh-incorporated particle method for numerical simulation of a liquid droplet. *Journal of Computational Physics*. 409: 109349 DOI: <https://doi.org/10.1016/j.jcp.2020.109349>
54. Moritani K, Koshizuka S, Tamai T, Shibata K, Mitsume N, Yoshimura S, Tanaka S, Hasegawa K, Nagai E, Fujisawa T (2014), Development of hierarchical domain decomposition explicit MPS method and application to large-scale analysis with floating objects, *J. Adv. Simulation. Sci. Eng.*, 1 (1): 16-35
55. Rogers BD, Dalrymple RA (2008), SPH modeling of tsunami waves. *Advances in Coastal and Ocean Engineering, Advanced Numerical Models for Simulating Tsunami Waves and Runup*: pp. 75-100
56. Wei Z, Dalrymple RA, Hecault A, Bilotta G, Rustico E, Yeh H (2015), SPH modeling of dynamic impact of tsunami bore on bridge piers. *Coastal Engineering*, 104: 26-42
57. 増田光弘, 庄司邦昭, 南清和, 増田光一 (2011), MPS 法を用いた津波中の浮体による衝突力に関する研究, *日本航海学会論文集*, 124 : pp. 329-336
58. Koshizuka S, Ikeda H, Oka Y (1999), Numerical analysis of fragmentation mechanisms in vapor explosions. *Nuclear Engineering and Design*, 189 (1-3): pp. 423-433
59. Tian W, Qiu S, Su G, Oka Y (2010), Numerical solution on spherical vacuum bubble collapse using MPS method. *International conference on Nuclear Engineering*: pp. 705-712

60. Shakibaenia A, Jin Y (2012) MPS mesh-free particle method for multiphase flows. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* 229-232(1): 113-26.
61. 関根章裕, 越塚誠一, 柴田和也, 吉村一樹, 石井英二 (2017), 粒子法を用いた燃料ノズル内のキャビテーションを伴う流動解析, 日本計算工学会論文集, pp. 20170013
62. Tamai T, Koshizuka S (2014) Least squares moving particle semi-implicit method. *Computational Particle Mechanics* 1(3): 277-305
63. Gotoh H, Khayyer A (2016) Current achievements and future perspectives for projection-based particle methods with applications in ocean engineering. *J. Ocean Eng. Mar. Energy* 2: 251-278
64. 原田隆宏, 越塚誠一, 島崎克教 (2008), MPS法における壁境界計算モデルの改良, 日本計算工学会論文集: pp: 20080006
65. 松永拓也, 柴田和也, 越塚誠一 (2018), MPS法における境界積分を用いたポリゴン壁境界表現, 日本機械学会論文集: DOI: <https://doi.org/10.1299/transjsme.18-00197>
66. Tanaka M, Masunaga T (2010) Stabilization and smoothing of pressure in MPS method by Quasi-Compressibility. *Journal of Computational Physics*, 229(11): 4279-429
67. Khayyer A, Gotoh H (2010) A higher order Laplacian model for enhancement and stabilization of pressure calculation by the MPS method. *Appl. Ocean Res.* 32(1): 124-131
68. Khayyer A, Gotoh H (2012) A 3D higher order Laplacian model for enhancement and stabilization of pressure calculation in 3D MPS-based simulations. *Appl. Ocean Res.* 37: 120-126
69. Paggi M, Amicarelli A, Lenarda P (2020), SPH modelling of hydrodynamic lubrication: laminar fluid flow-structure interaction with no-slip conditions for slider bearings. *Computational Particle Mechanics*, 8: 665-679
70. Ji Z, Stanic M, Hartono EA, Chernoray V (2018), Numerical simulations of oil flow inside a gearbox by Smoothed Particle Hydrodynamics (SPH) method, *Tribology International* 127: 47-58
71. Tanaka K, Iwamoto K (2019) Numerical Simulation of Hydrodynamic Lubrication by SPH-Pressure Profile with Insufficient Lubrication. *Proceedings of Tribology conference 2019 spring Tokyo, F9* (in Japanese).
72. Negishi H, Fujiwara H, Takahashi H, Shibata K, Maniwa K, Obara S (2020) Numerical analysis of fluid lubrication in line contact by using the MPS method. *Transactions of the JSME.* (in Japanese)
73. Shibata K, Koshizuka S, Matsunaga T, Masaie I (2017) The overlapping particle technique for multi-resolution simulation of particle methods. *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.*, 325: 434-462

74. Tang Z, Zhang Y, Wan D (2016) Numerical simulation of 3-D free surface flows by overlapping MPS. *Journal of Hydrodynamics* 28(2): 206-312
75. Tanaka M, Cardoso R, Bahai H (2018) Multi-resolution MPS method. *Journal of Computational Physics* 359: 106-136
76. 森淳暢 (1985), 潤滑における流体力学的諸問題, *ながれ*, 4: 99-109
77. 近藤雅裕, 越塚誠一 (2008), MPS法における不自然な数値振動の抑制, *日本計算工学会論文集*: pp. 20080015
78. Oochi M, Koshizuka S, Sakai M (2010), Explicit MPS algorithm for free surface flow analysis, *Transactions of the Japan Society for Computational Engineering and Science*: pp. 20100013
79. Shakibaeinia A, Jin YC (2010), A weakly compressible MPS method for modeling of open-boundary free-surface flow, *International journal of Numerical Methods in Fluids*, 63 (10): 1208-1232
80. 山田祥徳, 酒井幹夫, 水谷慎, 越塚誠一, 大地雅俊, 室園浩司 (2011), Explicit-MPS法による三次元自由液面流れの数値解析, *日本原子力学会和文論文誌*, 10 (3) : 185-193
81. Notay Y (2010) An aggregation-based algebraic multigrid method. *Electronic Transactions on Numerical Analysis* Vol. 37: pp. 123-146
82. Napov A, Notay Y (2012) An algebraic multigrid method with guaranteed convergence rate. *SIAM J. Sci. Comput.* vol. 34: pp. A1079-A1109
83. Notay A (2012) Aggregation-based algebraic multigrid for convection-diffusion equations. *SIAM J. Sci. Comput.*, vol. 34: pp. A2288-A2316
84. Shibata K, Masaie I, Kondo M, Murotani K, Koshizuka S (2015) Improved pressure calculation for the moving particle semi-implicit method. *CrossMark Comp.Part.Mech* 2: 91-108
85. 鈴木幸人 (2007) , 粒子法の高精度化とマルチフィジックシミュレータに関する研究, *東京大学博士論文*
86. Sun X, Sakai M, Shibata K, Tochigi Y, Fujiwara H (2012) Numerical modeling on the discharged fluid flow from a glass melter by a Lagrangian approach. *Nuclear Engineering and Design* Vol. 248: pp.14- 21
87. Duan G, Yamaji A, Koshizuka S (2019) A novel multiphase MPS algorithm for modeling crust formation by highly viscous fluid for simulating corium spreading. *Nuclear Engineering and Design*, Vol. 343; pp.218- 231
88. 福澤洋平, 富山秀樹, 柴田和也, 越塚誠一 (2014), MPS法による高粘性非ニュートン流体の流動解析, *日本計算工学会論文集*, pp. 20140007
89. Sommerfeld A (1904), Sur hydrodynamischen theorie der Schmiermittelreibung, *Zeits.f. Math.u.Pyhs.* 40: 97-155

90. Swift HW (1931), The stability of lubricating films in journal bearings, *Proc. Inst. Civil Eng.*, 233: 267-322
91. Steiber (1933), *Das Schwimmlager Krayn*, Berlin
92. Yamamoto Y, Kaneda M (2012) *Tribology*, Rikogakusha Co., Ltd., 2nd ed
93. EHL, 機械工学事典 (Mechanical Engineering Dictionary), 日本機械学会,
<https://www.jsme.or.jp/jsme-medwiki/16:1000409>
94. Chu P. S. Y. and Cameron, A. (1962) “Pressure-viscosity characteristics of lubricating oils”, *J. Inst. Petroleum* 48: 147-155
95. Cameron, A (1966) *Principles of Lubrication*, 1st edition, Longman, London
96. Roelands, C. J. A. (1966) “Correlation aspects of viscosity-temperature-pressure relationships of lubricating oils”, PhD thesis, Delft University of Technology, the Netherlands.
97. Ping Huang (2013) *Numerical calculation of lubrication*, Tsinghua university press, Wiley