

博士論文

超伝導量子演算回路の設計・制御・評価技術

部谷 謙太郎

要旨

超伝導量子ビットは高い設計自由度と制御性を持ち、最も有望な量子情報処理デバイスの一つとして注目されている。近年では、数十から百個程度の超伝導量子ビットが集積化された量子演算回路の開発が報告されている。しかし一方で、制御品質を伴わずに量子演算回路がスケールしたとしても、実行可能な量子回路の深さが制限され、有用な量子計算は実行できないと考えられている。従って、量子演算回路の制御品質向上は必須の課題である。

量子演算回路内の量子ビットに対する制御は、孤立した量子ビットに対する制御とは質的に異なり、常に周辺量子ビットからの影響に晒されている。特に、制御部分系に対する制御が意図せず周辺量子ビットを強く駆動してしまう周波数衝突と呼ばれる現象は量子演算回路内における制御品質の歩留まりを著しく悪化させている。近年では、より周波数衝突を避けやすいように、量子演算回路内の量子ビット間結合をスパースな構成にする対策が見られるが、これは遠隔量子ビット間のもつれゲートのオーバーヘッドを悪化させることが知られている。

本研究では量子演算回路の計算能力向上に向け、設計・制御・制御較正法における課題を解決する技術を提案した。設計技術については、周波数衝突について Floquet 理論を用いた解析を行うことで、従来より一般化された定義を与えることに成功した。この技術によって、これまで解析されてこなかった多モード同時制御時の周波数衝突の解析が可能となり、量子演算回路の設計指針に新たな制約を発見することに成功した。制御技術については、周波数衝突を避けるためにスパースな結合格子を採用した量子演算回路における演算能力向上のため、新規に多モード制御を用いたもつれ量子ゲートを提案、実装した。この技術によって、従来手法と比較して同じ実行速度の SWAP ゲートを実装した場合、理論上リークを半分にできることがわかった。また、提案手法を用いることで、SWAP ゲート忠実度が 0.965(9) から 0.980(6) まで改善したことを実験的に確認した。制御較正技術については、量子ゲートのエラーを異方的に増幅する手法を提案した。量子演算回路上で量子ゲートの制御較正を行う場合、周波数衝突をはじめとした周辺量子ビットから受ける影響によって、制御パラメタの較正がずれることが懸念される。この技術によって、周辺量子ビットからの影響を抑制しつつ、較正したゲートエラーのみを選択的に観測、補正することができる。

最後に本研究では、以上の技術提案を踏まえ、16 量子ビット量子演算回路に対する制御実装を行い、著者が提案した量子ダイナミクスシミュレーションアルゴリズムを用いた水素分子低励起部分空間ダイナミクスシミュレーション実験を行った。ここでは、シミュレーションされた低励起部分空間ダイナミクスを定量的に評価する測度として部分空間プロセス忠実度を導入し、実験結果を解析した結果、部分空間プロセス忠実度 0.88–0.98 を達成したことがわかった。

目次

第 1 章	序論	1
第 2 章	回路量子電磁気学	3
2.1	超伝導量子回路の物理	3
2.1.1	LC 共振回路	3
2.1.2	超伝導量子ビットの量子化	4
2.1.3	共振器 - 量子ビット結合系	9
2.1.4	伝搬伝送線路-共振回路結合系	11
2.1.5	超伝導量子ビットと制御系	12
2.1.6	非ドライブ条件下での制御系	13
2.1.7	読み出し	15
2.1.8	一量子ビット制御	16
2.1.9	Josephson parametric amplifier	19
2.1.10	JPA を用いた読み出し信号のパラメトリック増幅	21
2.1.11	伝送線路とのインピーダンス整合による増幅率の広帯域化	23
2.2	超伝導量子ビット集積回路	24
2.2.1	超伝導量子ビット間の結合	24
2.2.2	交差共鳴ゲート	25
第 3 章	量子制御の基礎理論	27
3.1	量子制御の解析理論	27
3.1.1	有効ハミルトニアン理論	27
3.1.2	Floquet 理論	28
3.2	量子制御の評価手法	29
3.2.1	量子チャネルに関する前提知識	29
3.2.2	Quantum Process Tomography	31
3.2.3	Randomized benchmarking	32
第 4 章	量子演算回路のアーキテクチャ	35
4.1	量子演算回路と平面集積化	35
4.2	量子ビットの配位構造	35
4.3	垂直制御方式	36
4.4	不要な結合・不要なモードの排除	37
4.5	本研究で用いた量子演算回路の実装方式	38

第 5 章	量子演算回路の制御系	41
5.1	希釈冷凍機	41
5.2	測定装置	43
5.2.1	直交位相振幅変調	43
5.2.2	Quantum Logic Analyzer	44
5.2.3	Phase Matrix Array	44
5.2.4	Micro Wave Bridge	44
5.3	実験サンプル	45
5.3.1	インピーダンス整合パラメトリック増幅器	45
5.3.2	16 量子ビット量子演算回路	45
5.3.3	量子演算回路のパッケージング	47
5.4	制御系全体の配線	48
第 6 章	量子演算回路の制御較正	53
6.1	制御用パルスシーケンサの刷新	53
6.2	量子演算回路の制御較正の自動・並列化	55
6.2.1	制御較正の自動化	56
6.2.2	制御較正の並列化	56
6.3	量子演算回路の制御較正の実装	57
6.3.1	周波数分光	58
6.3.2	量子ビットの基礎特性評価	59
6.3.3	回路素子間の結合強度推定	63
6.3.4	一量子ビットゲートの制御較正	65
6.3.5	周波数多重化読み出しの制御較正	67
6.3.6	二量子ビットゲートの制御較正	70
第 7 章	周波数衝突エラーの Floquet 解析	86
7.1	周波数衝突問題	86
7.2	単一モードドライブの Floquet 解析	87
7.2.1	Floquet モードの縮退と周波数衝突	87
7.2.2	交差共鳴ゲートの Floquet 解析	89
7.2.3	周波数衝突の強度	91
7.2.4	Floquet 理論を用いた周波数衝突条件の高速数値計算	91
7.3	多モード制御時の周波数衝突	93
7.3.1	非共鳴ドライブと共鳴ドライブを隣接して実行する場合	94
7.3.2	非共鳴ドライブを隣接して並列実行する場合	95
7.4	まとめと展望	97
第 8 章	多モード制御による高速もつれゲート	98
8.1	交差共鳴ゲート	98
8.2	CR ゲートの高速化の難点	99
8.3	交差交差共鳴ゲート	99
8.4	SU(4) の KAK 分解とカルタン係数	99
8.5	CCR ゲートの CR ゲートに対する優位性	101

8.6	実験系	102
8.7	CCR ゲートの制御較正	103
8.8	CCR ゲートの性能評価	105
8.9	総括と展望	106
第 9 章	異方的ゲートエラー増幅法	108
9.1	量子ゲートの性能評価法	108
9.2	有効ハミルトニアン理論を用いた量子ゲートエラー解析	109
9.2.1	量子ゲートエラーの足切り効果	110
9.3	パルスシーケンス中のゲートエラーの伝搬	110
9.4	ゲートエラーの増幅法	111
9.5	異方的なゲートエラーの増幅	112
9.6	従来手法との比較	114
9.6.1	Hamiltonian Tomography	115
9.6.2	Hamiltonian Error Amplifying Tomography	116
9.7	実験実装	118
9.8	総括と展望	119
第 10 章	変分量子回路を用いた量子ダイナミクスシミュレーション	121
10.1	量子ダイナミクスシミュレーション	121
10.2	量子ダイナミクスシミュレーションと量子古典ハイブリッドアルゴリズム	121
10.3	量子化学計算と量子古典ハイブリッドアルゴリズム	122
10.4	提案手法	123
10.5	実験実装	124
10.5.1	実験系	124
10.5.2	SSVQE の実験実装	125
10.5.3	SVQS の実験実装	126
10.6	総括と展望	129
10.7	補遺:部分空間内におけるプロセス間の測度とプロセスの表現	130
第 11 章	総論	132
11.1	まとめ	132
11.2	展望	133
付 録 A	Schrieffer-Wolff 変換	135
付 録 B	入出力理論	136
B.1	伝送線路から見た入出力理論	136
B.2	量子系から見た入出力理論	137
付 録 C	量子誤り訂正に向けた取り組み	139
C.1	量子誤り訂正へ向けたロードマップ	139
C.2	連続パリティ測定による量子状態の安定化	140
	謝辞	147

第1章 序論

量子計算機は量子力学の原理を積極的に活用した計算機であり、その理論模型は1985年に Deutsch によって提唱された [1]。1990年代には Shor らによって素因数分解をはじめとした幾つかの問題に対して量子計算機が古典計算機よりも指数的に高速であると証明され、その重要性が認識されるようになった [2]。極低温環境で量子化した超伝導回路からなる超伝導量子ビットは1999年に Nakamura らによって開発され、その高い設計自由度から量子情報処理デバイスの一つとして有力視されている [3]。その後、超伝導量子ビットの設計および制御技術は、回路量子電磁気学 [4] の発展と共に体系的に成熟し、2014年には Martinis らによって5量子ビット回路上でのビット反転エラーに対する古典誤り訂正が実証されるに至った [5]。以降、量子演算回路の集積化研究が本格化し、より多くの量子ビットが搭載された量子演算回路の開発が続々と報告されている。

量子演算回路の構成は、周波数可変型の超伝導量子ビットを用いるものと [6–9]、周波数固定型の超伝導量子ビットを用いるもの [10–15] に大別される。前者は外部磁束を用いた制御自由度を導入することで高速なもつれ制御 (~ 10 ns) の実装を可能とする一方、磁束ノイズによって量子ビットの位相緩和時間が制限 (~ 100 μ s) されることが知られている。後者はシンプルな実装方式を保てるため、前者と比べてもつれ制御が遅い (100 \sim 400 ns) もの、高い位相緩和時間 (~ 1 ms) が報告されている。本研究は、主に後者の固定型の方式に則った量子演算回路に立脚している。

固定型のシンプルな構成は集積化に有利であると考えられており、2021年には100量子ビットを超えるサイズの量子演算回路の開発が報告されるようになった。しかし一方で、大規模誤り耐性量子計算の実現にはまだ多くの障壁があると考えられている。特に課題とされているのが、集積化された量子演算回路における量子制御の品質安定化である。量子演算回路上での量子制御は、孤立系の量子制御とは質的に異なる。量子演算回路では、量子ビットが格子状に設置されており、2量子ビットゲートが実行できるよう、十分な強度と位相緩和時間を持って互いに結合している。従って、量子演算回路全体は孤立した量子多体系である一方、その中で制御対象となる部分系は「非マルコフな振る舞いをする周辺量子ビットに晒された開放量子系」と言える。結合した量子ビットはもつれゲート非実行時であっても残留 ZZ 相互作用 [16, 17] を持つことが知られており、これが量子演算回路の制御品質のボトルネックの一つとなることが2020年に Jurcevic らによって報告された [18]。また、2019年には Tripathni らによって周波数衝突と呼ばれる「制御部分系の制御品質を著しく下げるような周辺量子ビットの周波数構成」が存在することが報告された [19]。2021年には Wei らによって周波数衝突のない理想的な状況における2量子ビットゲート忠実度0.998が報告される一方 [20]、量子演算回路全体の平均的な2量子ビットゲート忠実度は0.99前後に留まっている。表面符号をはじめとした現状有望視されている量子誤り訂正符号の実用的な動作には0.999程度の制御忠実度が要求されることから、量子演算回路上での量子制御品質の安定化は必須の課題である。

量子演算回路の集積化研究は、古典計算機同様に階層化されており、サンプルの設計や作製、実装といった物理層から、マイクロ波や磁束による制御を司るミドルウェア層、量子誤

り訂正層、量子シミュレーションや量子アルゴリズムといったアプリケーション層まで多岐にわたる。本研究では、量子演算回路上での量子制御にまつわる周辺量子ビットの存在に由来する擾乱にデバイス設計・マイクロ波制御・ゲートエラー特性評価といった多角的な視点から取り組んだ。より具体的には、「周辺量子ビット由来の擾乱が発生しにくい量子演算回路設計法 (下記成果 1)」や、「周辺量子ビット由来の擾乱を避けるためにスパースな結合格子を採用した量子演算回路の演算能力向上のための高忠実度 SWAP ゲートの実装法 (下記成果 2)」、「周辺量子ビット由来の擾乱に耐性のある量子制御較正法 (下記成果 3)」といった技術提案を行うことで、量子演算回路上での量子制御をより安定性の高いものとしていく。本研究ではさらに、上述した技術提案を踏まえた上で、量子演算回路上で動作する制御パルス列生成器と自動・並列制御較正フレームワークを開発した。またこれを用い、16 量子ビット量子演算回路上で量子制御を実装し、その性能評価をおこなった。さらに量子制御が実装された量子演算回路上で新たに提案した量子シミュレーションアルゴリズムを実装し、水素分子の時間発展シミュレーションの原理実証実験をおこなった (下記成果 4)。

以下に本研究の成果をまとめる。

1. 周波数衝突に関して Floquet 理論を用いた新たな解析手法を導入することで、より一般化された定義を与えることに成功した。また、同解析を用いることで、従来困難であった同時多モード制御をはじめとした複雑な状況における周波数衝突の予測を可能にした。
2. 周波数衝突を避けるために、スパースな結合格子を採用した量子演算回路の演算能力を底上げする高忠実度 SWAP ゲートの実装法を提案し、実験的に実証した。
3. 特定のパウリ回転エラーのみを増幅しつつ、他のパウリ回転エラーを抑制するエコーの設計法 [21] を提案し、制御較正の精度と周辺量子ビット由来の擾乱に対する堅牢性を両立させた。
4. 浅い変分量子回路上で化学系時間発展を効率的に再現する手法 [22] を提案し、水素分子の時間発展シミュレーションの原理実証実験を行った。

最後に、本論文の章構成を記す。第 2 章では、本研究の背景理論となる回路量子電磁気学についてまとめる。第 3 章では、本研究の背景理論となる量子制御の解析・評価技術についてまとめる。第 4 章では、集積化された量子演算回路のアーキテクチャについてまとめる。ここでは、量子演算回路に求められる設計要件や実装手法について、他グループの方式と比較しながら議論する。第 5 章では、本研究において用いた制御装置や実験サンプルについてまとめる。第 6 章では、本研究における量子制御の制御較正法についてまとめる。第 7 章から第 9 章にかけては、上述した三つの技術提案についてそれぞれ詳述する。第 10 章では、技術提案を経て量子制御が実装された量子演算回路上での水素分子時間発展シミュレーションの原理実証実験について詳述する。第 11 章では、本研究の全体を総括し、誤り耐性量子計算の実現へ向けた取り組みと展望について議論する。付録 A、B では本研究の背景理論となる Schrieffer-Wolff 変換および入出力理論についてまとめる。付録 C には、本研究を通して取り組んできたサブテーマである量子誤り訂正実装に向けた取り組みについてまとめる。

第2章 回路量子電磁気学

回路量子電磁気学 (Circuit-QED) とは回路方程式より遡及的に量子化ハミルトニアンを導出することで電気回路の量子的な振る舞いを記述する理論であり、共振器量子電磁気学 (Cavity-QED) と共に量子電磁気学 (QED : quantum electrodynamics) の一種として知られている。本章では、まず個別の超伝導量子ビットを周辺回路や制御法と共に解説した後、複数量子ビットにまたがる制御について述べる。本章の記述は主に以下の文献 [4, 23, 24] を参考にした。

2.1 超伝導量子回路の物理

2.1.1 LC 共振回路

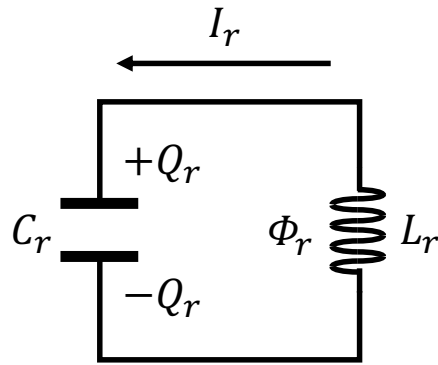


図 2.1: LC 共振回路の回路図

LC 共振回路とは線形回路素子であるインダクタとキャパシタからなる回路素子である。ここでは特に、図 2.1 のようにインダクタとキャパシタが並列に結合した並列 LC 共振回路を取り扱う。このとき、同回路における回路方程式は

$$C_r \frac{d^2 \Phi_r}{dt^2} = -I_r = -\frac{\Phi_r}{L_r} \quad (2.1)$$

として与えられる。今、上記回路方程式をオイラー=ラグランジュ方程式として自然に与えるラグランジアンとして

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} C_r \dot{\Phi}_r^2 - \frac{\Phi_r^2}{2L_r} \quad (2.2)$$

を考えることができる。このとき、 Φ_r の正準共役変数によるルジャンドル変換によって与えられるハミルトニアンは

$$\mathcal{H} = \frac{Q_r^2}{2C_r} + \frac{\Phi_r^2}{2L_r} \quad (2.3)$$

として与えられる。ここで、ハミルトニアンを正準量子化する。

$$\hat{\mathcal{H}} = \frac{\hat{Q}_r^2}{2C_r} + \frac{\hat{\Phi}_r^2}{2L_r} \quad (2.4)$$

$$\left([\hat{\Phi}_r, \hat{Q}_r] = i\hbar\right) \quad (2.5)$$

ここでは磁束演算子及び電荷演算子に正準量子化条件を導入した。次に、以下の生成消滅演算子を導入する。

$$\hat{a} = \left(\frac{L_r}{4\hbar^2 C_r}\right)^{\frac{1}{4}} \hat{Q}_r - i \left(\frac{C_r}{4\hbar^2 L_r}\right)^{\frac{1}{4}} \hat{\Phi}_r \quad (2.6)$$

$$\hat{a}^\dagger = \left(\frac{L_r}{4\hbar^2 C_r}\right)^{\frac{1}{4}} \hat{Q}_r + i \left(\frac{C_r}{4\hbar^2 L_r}\right)^{\frac{1}{4}} \hat{\Phi}_r \quad (2.7)$$

$$(2.8)$$

このとき、電荷及び磁束の演算子は生成消滅演算子によって以下の表式を得る。

$$\hat{Q}_r = \sqrt{\frac{\hbar\omega C_r}{2}} (\hat{a} + \hat{a}^\dagger) \quad (2.9)$$

$$\hat{\Phi}_r = -i\sqrt{\frac{\hbar\omega L_r}{2}} (\hat{a} - \hat{a}^\dagger) \quad (2.10)$$

以上から、ハミルトニアンは

$$\hat{\mathcal{H}} = \hbar\omega \left(\hat{a}^\dagger \hat{a} + \frac{1}{2}\right) \quad (2.11)$$

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{L_r C_r}} \quad (2.12)$$

として与えられる。この表式は、調和振動子の量子化ハミルトニアンに等しいことがわかる。

2.1.2 超伝導量子ビットの量子化

超伝導量子ビットとは非線形回路素子である Josephson 接合と線形回路素子であるキャパシタから構成される閉回路である。LC 共振回路の量子化同様に、回路方程式からラグランジアンを導出し、ルジャンドル変換によってハミルトニアンを得て、正準量子化することで超伝導量子ビットを定式化する。

直流 Josephson 効果

超伝導体は Ginzburg-Landau 理論により巨視的な秩序変数を持ち、超伝導体間に流れる電流は巨視的秩序変数の位相差に依存することが知られている。この現象は以下のように定式化できる。

$$I_J(t) = I_c(t) \sin \theta(t) \quad (2.13)$$

$$(\theta(t) = \theta_a - \theta_b) \quad (2.14)$$

$$V_J = \frac{\hbar}{2e} \frac{d\theta}{dt} = \frac{\Phi_0}{2\pi} \frac{d\theta}{dt} \quad (2.15)$$

$$\left(\Phi_0 = \frac{h}{2e}\right) \quad (2.16)$$

巨視的な秩序変数の位相は磁束と比例しており、磁束の表示で I - V 特性を記述すると

$$I_J = I_c \sin\left(2\pi \frac{\Phi_J}{\Phi_0}\right) \quad (2.17)$$

$$V_J = \frac{d\Phi_J}{dt} \quad (2.18)$$

として表せる。

Cooper-pair box 超伝導電荷量子ビット

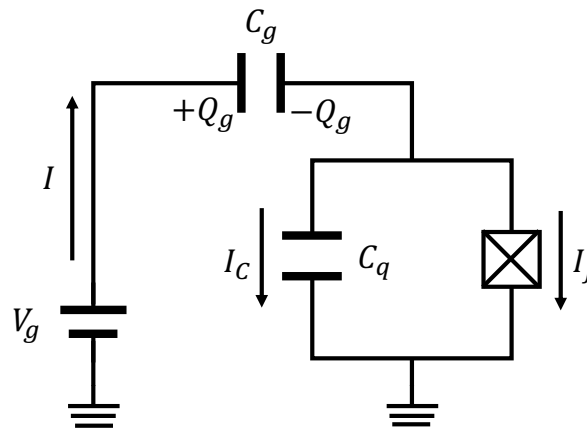


図 2.2: 超伝導電荷量子ビットの回路図

図 2.2 に超伝導電荷量子ビットの回路図を示す。超伝導電荷量子ビットは Josephson 接合で分断された二つの電極を持ち、それぞれは異なる結合強度 C_{g1}, C_{g2} で環境と容量結合する。Josephson 接合は実際には Josephson 効果以外に寄生容量 C_{LL} を持つが、超伝導量子ビットの回路としての構成を考える上で、これらのキャパシタは

$$C_g = \frac{1}{\frac{1}{C_{g1}} + \frac{1}{C_{g2}}} \quad (2.19)$$

$$C_q = C_{JJ} + C_c \quad (2.20)$$

として統合することができる。

このとき、超伝導電荷量子ビットの回路方程式は以下の表式で表される。

$$(C_q + C_g) \frac{d^2\Phi_J}{dt^2} = -I_c \sin\left(2\pi \frac{\Phi_J}{\Phi_0}\right) \quad (2.21)$$

Euler-Lagrange 方程式として上記回路方程式を与える Lagrangian として下記の表式を採用する。

$$\mathcal{L}(\Phi_J, \dot{\Phi}_J) = \frac{1}{2}(C_q + C_g)\dot{\Phi}_J^2 + \frac{I_c\Phi_0}{2\pi} \cos\left(2\pi \frac{\Phi_J}{\Phi_0}\right) \quad (2.22)$$

このとき、磁束 Φ_J の正準共役変数 Π は

$$\Pi = \frac{\partial L}{\partial \dot{\Phi}_J} = (C_q + C_g) \dot{\Phi}_J \quad (2.23)$$

として与えられる。以上より、超伝導電荷量子ビットのハミルトニアンは Legendre 変換から導出される。

$$\mathcal{H}(\Phi_J, \Pi) = \Pi \dot{\Phi}_J - L(\Phi_J, \dot{\Phi}_J) \quad (2.24)$$

$$= \frac{\Pi^2}{2(C_q + C_g)} - \frac{I_c \Phi_0}{2\pi} \cos\left(2\pi \frac{\Phi_J}{\Phi_0}\right) \quad (2.25)$$

ここで、正準共役変数に正準量子化条件を課す。

$$\hat{\mathcal{H}}(\hat{\Phi}_J, \hat{\Pi}) = \frac{\hat{\Pi}^2}{2(C_q + C_g)} - \frac{I_c \Phi_0}{2\pi} \cos\left(2\pi \frac{\hat{\Phi}_J}{\Phi_0}\right) \quad (2.26)$$

$$[\hat{\Phi}_J, \hat{\Pi}] = i\hbar \quad (2.27)$$

正準共役変数 $\hat{\Pi}$ には環境に対する電極間の電位差によって引き起こされる電荷のオフセットが存在するため、Josephson 電流に由来する電荷に注目して新たに \hat{Q}_J という電荷の演算子を定義する。

$$\hat{Q}_J \equiv \hat{\Pi} - C_g V_g \quad (2.28)$$

このとき、ハミルトニアンは

$$\hat{\mathcal{H}}(\hat{\Phi}_J, \hat{Q}_J) = \frac{(\hat{Q}_J + C_g V_g)^2}{2(C_q + C_g)} - E_J \cos\left(2\pi \frac{\hat{\Phi}_J}{\Phi_0}\right) \quad (2.29)$$

$$[\hat{\Phi}_J, \hat{Q}_J] = i\hbar \quad (2.30)$$

として表される。ハミルトニアンの正準共役演算子 $\hat{\Phi}_J, \hat{Q}_J$ はいずれも Josephson 電流に関与する磁束、電荷と対応する。よって両者を磁束量子、Cooper 対電荷によって規格化し、無次元化することを考える。

$$\hat{\theta} = \frac{2e}{\hbar} \hat{\Phi}_J \quad (2.31)$$

$$\hat{n} = \frac{\hat{Q}_J}{2e} \quad (2.32)$$

$$[\hat{\theta}, \hat{n}] = i \quad (2.33)$$

無次元化された正準共役変数によるハミルトニアンは

$$\hat{\mathcal{H}}(\hat{\theta}, \hat{n}) = 4E_C (\hat{n} - n_g)^2 - E_J \cos \hat{\theta} \quad (2.34)$$

$$E_C = \frac{e^2}{2(C_{\text{tot}} + C_g)} \quad (2.35)$$

$$E_J = \frac{I_c \Phi_0}{2\pi} \quad (2.36)$$

$$n_g = -\frac{C_g V_g}{2e} \quad (2.37)$$

として簡潔に表される。上記ハミルトニアン¹の第一項は Josephson 電流に伴う Cooper 対移動におけるクーロン閉塞効果に、第二項は Josephson 接合の I - V 特性に由来する。なお、 E_C は単電子当たりの静電エネルギーであり、クーロン閉塞効果の項の係数が 4 なのはそのためである。また、第一項が一般化運動量、第二項が一般化ポテンシャルに対応する。LC 共振回路と比較して、ポテンシャル項が余弦関数となっている為、四次以降の非調和項が存在する。

今、生成消滅演算子 \hat{b}, \hat{b}^\dagger を

$$\hat{b} = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\frac{8E_C}{E_J} \right)^{\frac{1}{4}} (\hat{n} - n_g) + \frac{i}{\sqrt{2}} \left(\frac{E_J}{8E_C} \right)^{\frac{1}{4}} \hat{\theta} \quad (2.38)$$

$$\hat{b}^\dagger = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\frac{8E_C}{E_J} \right)^{\frac{1}{4}} (\hat{n} - n_g) - \frac{i}{\sqrt{2}} \left(\frac{E_J}{8E_C} \right)^{\frac{1}{4}} \hat{\theta} \quad (2.39)$$

$$(2.40)$$

として定義する。ここで、生成消滅演算子は交換関係 $[\hat{b}, \hat{b}^\dagger] = 1$ を満たすことに留意する。このとき、ハミルトニアンは

$$\hat{H}(\hat{b}, \hat{b}^\dagger) = \sqrt{2E_C E_J} \left(\frac{\hat{b} - \hat{b}^\dagger}{\sqrt{2}i} \right)^2 - E_J \cos \left(\left(\frac{8E_C}{E_J} \right)^{\frac{1}{4}} \left(\frac{\hat{b} + \hat{b}^\dagger}{\sqrt{2}} \right) \right) \quad (2.41)$$

$$= -E_J + \sqrt{8E_C E_J} \left(\hat{b}^\dagger \hat{b} + \frac{1}{2} \right) - \frac{E_C}{12} (\hat{b} + \hat{b}^\dagger)^4 + O \left(\left(\frac{E_C}{E_J} \right)^{\frac{3}{2}} \right) \quad (2.42)$$

として表される。

トランズモン量子ビット

トランズモン量子ビットは Josephson 接合が強固なキャパシタ結合によって短絡されることで、電荷ノイズに対して堅牢となった超伝導量子ビットである。トランズモン量子ビットでは

$$\frac{E_J}{E_C} \gg 1 \quad (2.43)$$

が成り立ち、ハミルトニアンは

$$\hat{H}(\hat{b}, \hat{b}^\dagger) \sim -E_J + \sqrt{8E_C E_J} \left(\hat{b}^\dagger \hat{b} + \frac{1}{2} \right) - \frac{E_C}{12} (\hat{b} + \hat{b}^\dagger)^4 \quad (2.44)$$

$$\sim \hbar\omega_q \hat{b}^\dagger \hat{b} + \frac{\hbar\alpha}{2} \hat{b}^\dagger \hat{b}^\dagger \hat{b} \hat{b} \quad (2.45)$$

$$\left(\begin{array}{l} \hbar\omega_q = \sqrt{8E_C E_J} - E_C \\ \hbar\alpha = -E_C \end{array} \right) \quad (2.46)$$

として表される。このハミルトニアンには環境に由来するオフセット n_g が明示的に関与しない。従って、環境由来の電荷揺らぎに不敏感な量子ビットであることがわかる。

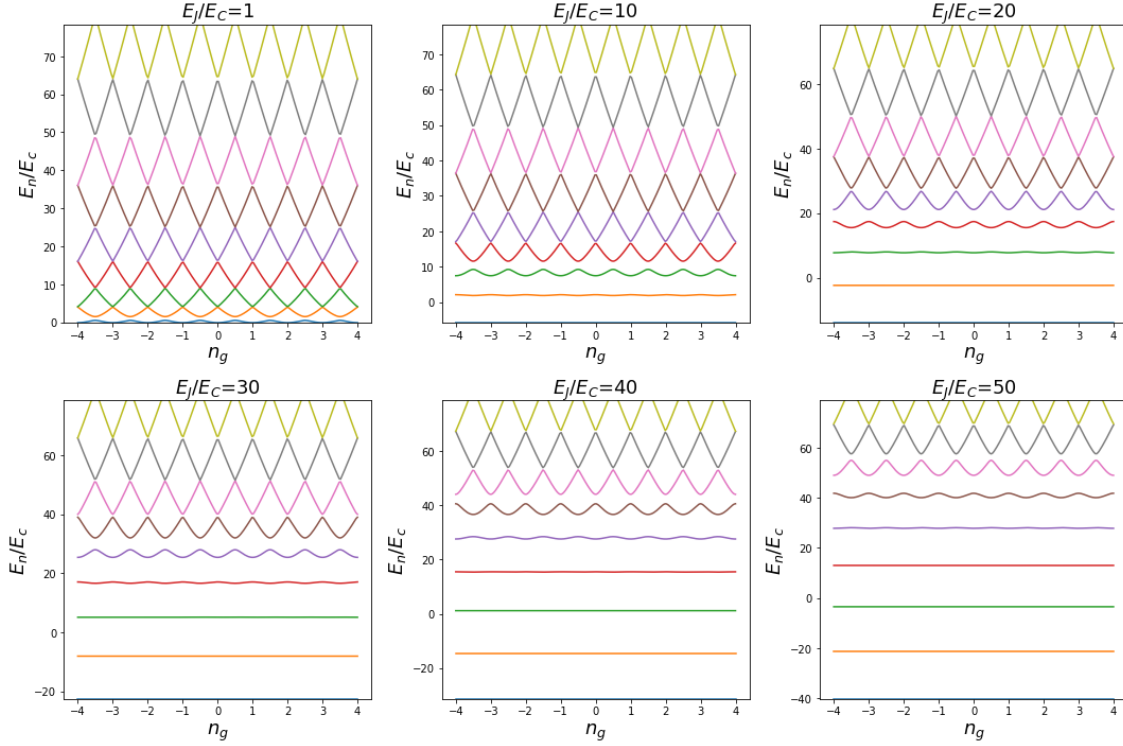


図 2.3: 超伝導量子ビットの固有エネルギーにおける E_J/E_C 依存性

E_J/E_C を変化させたとき、数値計算によって得られる超伝導量子ビットの固有エネルギーの n_g 依存性を図 2.3 に示した。図からわかるように、 E_J/E_C が大きくなるにつれてポテンシャルエネルギーの非調和項が高エネルギー側にシフトし、低エネルギー帯において調和振動子に近づくことで n_g 依存性が弱まっていることがわかる。従って、トランズモン領域にある量子ビットは外部静電場の揺らぎに対して低励起準位に限り、安定な固有エネルギーを持つことがわかる。量子ビットの固有エネルギーに分散 δE_{01}^2 があると、量子ビットの位相にばらつきが生じ、積算された結果、量子ビットの見かけ上の位相緩和時間が悪化して見える。この関係は以下の表式

$$T_\phi \sim \frac{\hbar}{\sqrt{\delta E_{10}^2}} \quad (2.47)$$

において定式化される。電荷量子ビットにおいて、第一励起エネルギーは

$$E_{10}(n_g) \sim -2^{\frac{19}{2}} \pi^{-\frac{1}{2}} \cos(2\pi n_g) E_C \left(\frac{2E_J}{E_C} \right)^{\frac{2j+3}{8}} \exp\left(-\sqrt{\frac{8E_J}{E_C}}\right) + \text{const.} \quad (2.48)$$

として表され、従ってその分散は

$$\delta E_{10}^2 \sim -2^{\frac{23}{2}} \pi^{\frac{3}{2}} \sin^2(2\pi n_g) E_C \left(\frac{2E_J}{E_C} \right)^{\frac{2j+3}{8}} \exp\left(-\sqrt{\frac{8E_J}{E_C}}\right) \delta n_g^2 \quad (2.49)$$

として与えられる。従って、位相緩和時間は

$$T_\phi \sim \frac{\hbar}{\sqrt{\delta E_{10}^2}} \propto \exp\left(\sqrt{\frac{2E_J}{E_C}}\right) \quad (2.50)$$

として表される。従って、 E_J/E_C の増大に対し、位相緩和時間は指数的に向上する。環境由来の電荷揺らぎ δn_g^2 に不敏感になることで、数 ns 程度だった開発当初の超伝導電荷量子ビットと比較してトランズモン量子ビットの位相緩和時間は ~ 1 ms まで飛躍的に向上した。

一方で、 E_J/E_C が大きくなるにつれて、量子ビットの非調和度は

$$\frac{\alpha}{\omega_q} \sim -\frac{E_C}{\sqrt{8E_C E_J} - E_C} \sim -\left(\frac{E_C}{8E_J}\right)^{\frac{1}{2}} \quad (2.51)$$

として減少する。非調和度の減少は、量子ビットの制御帯域の上界を与えるものであり、従って E_J/E_C は制御に要する帯域の上界を担保した範囲で最大化する必要がある。本研究では $|\alpha|/2\pi \sim 350$ MHz を担保する $E_J/E_C \sim 70$ を用いる。

2.1.3 共振器 - 量子ビット結合系

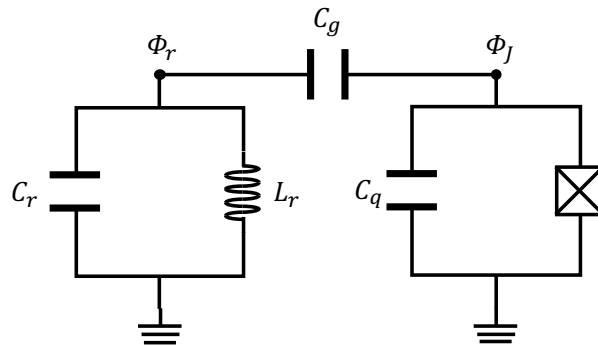


図 2.4: 共振器 - 量子ビット結合系

本小節では、回路量子電磁気学に沿って超伝導量子ビットと共振器が容量結合した回路全体の量子化ハミルトニアンを導出する。まず全系の Lagrangian を導出する。量子ビットおよび共振器の電位をそれぞれ V_J, V_r と定義する。このとき、共振器および量子ビットのそれぞれの回路方程式から

$$V_J = \frac{d\Phi_J}{dt} \quad (2.52)$$

$$V_r = \frac{d\Phi_r}{dt} \quad (2.53)$$

とわかる。このとき、上記結合系の全系の運動エネルギー K はキャパシタに、ポテンシャルエネルギー U は Josephson 接合およびインダクタに対応することから以下の表式を得る。

$$K = \frac{C_r}{2} V_r^2 + \frac{C_{\text{tot}}}{2} V_J^2 + \frac{C_g}{2} (V_r - V_J)^2 \quad (2.54)$$

$$= \frac{C_r}{2} \dot{\Phi}_r^2 + \frac{C_{\text{tot}}}{2} \dot{\Phi}_J^2 + \frac{C_g}{2} (\dot{\Phi}_J - \dot{\Phi}_r)^2 \quad (2.55)$$

$$U = \frac{\Phi_r^2}{2L_r} - E_J \cos\left(2\pi \frac{\Phi_J}{\Phi_0}\right) \quad (2.56)$$

よって定義より Lagrangian は

$$\mathcal{L} = K - U \quad (2.57)$$

$$= \frac{C_r}{2} \dot{\Phi}_r^2 + \frac{C_c}{2} \dot{\Phi}_J^2 + \frac{C_g}{2} (\dot{\Phi}_J - \dot{\Phi}_r)^2 - \frac{\Phi_r^2}{2L_r} + E_J \cos\left(2\pi \frac{\Phi_J}{\Phi_0}\right) \quad (2.58)$$

$$= \frac{C_r + C_g}{2} \dot{\Phi}_r^2 + \frac{C_c + C_g}{2} \dot{\Phi}_J^2 - C_g \dot{\Phi}_J \dot{\Phi}_r - \frac{\Phi_r^2}{2L_r} + E_J \cos\left(2\pi \frac{\Phi_J}{\Phi_0}\right) \quad (2.59)$$

$$= \frac{1}{2} \dot{\Phi}^T \mathbf{C} \dot{\Phi} - \frac{\Phi_r^2}{2L_r} + E_J \cos\left(2\pi \frac{\Phi_J}{\Phi_0}\right) \quad (2.60)$$

として与えられる。ここで、 Φ, \mathbf{C} はそれぞれ

$$\Phi = \begin{pmatrix} \Phi_J \\ \Phi_r \end{pmatrix} \quad (2.61)$$

$$\mathbf{C} = \begin{pmatrix} C_c + C_g & -C_g \\ -C_g & C_r + C_g \end{pmatrix} \quad (2.62)$$

として導入した。今、Lagrangian の正準変数 Φ に対応する正準共役変数 \mathbf{Q} は

$$\mathbf{Q} = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{\Phi}} = \mathbf{C} \dot{\Phi} = \begin{pmatrix} Q_J \\ Q_r \end{pmatrix} \quad (2.63)$$

として得られる。以上から Legendre 変換より系のハミルトニアン

$$\mathcal{H}(\Phi, \mathbf{Q}) = \dot{\Phi}^T \mathbf{Q} - \mathcal{L} \quad (2.64)$$

$$= \frac{1}{2} \mathbf{Q}^T \mathbf{C}^{-1} \mathbf{Q} + \frac{\Phi_r^2}{2L_r} - E_J \cos\left(2\pi \frac{\Phi_J}{\Phi_0}\right) \quad (2.65)$$

$$= \frac{C_c + C_g}{2C_*^2} Q_r^2 + \frac{\Phi_r^2}{2L_r} + \frac{C_r + C_g}{2C_*^2} Q_J^2 - E_J \cos\left(2\pi \frac{\Phi_J}{\Phi_0}\right) + \frac{C_g}{C_*^2} Q_J Q_r \quad (2.66)$$

$$\left(C_* = \sqrt{\det \mathbf{C}}\right) \quad (2.67)$$

を得る。ここで、正準共役変数 Φ, \mathbf{Q} の間に正準量子化条件 $[\Phi_J, Q_J] = [\Phi_r, Q_r] = i\hbar$ を課すと

$$\hat{\mathcal{H}}(\hat{\Phi}, \hat{\mathbf{Q}}) = \frac{C_c + C_g}{2C_*^2} \hat{Q}_r^2 + \frac{\hat{\Phi}_r^2}{2L_r} + \frac{C_r + C_g}{2C_*^2} \hat{Q}_J^2 - E_J \cos\left(2\pi \frac{\hat{\Phi}_J}{\Phi_0}\right) + \frac{C_g}{C_*^2} \hat{Q}_J \hat{Q}_r \quad (2.68)$$

として結合系の正準量子化ハミルトニアンを得る。ここで、第一、二項は共振回路のハミルトニアン、第三、四項は超伝導量子ビットのハミルトニアン、第五項は両者の相互作用ハミルトニアンに対応している。

今、ハミルトニアンの正準共役変数は電荷および磁束に対応しており、従って Cooper 対単

位電荷、磁束量子によって無次元化すると

$$\hat{H}(\hat{Q}_r, \hat{\Phi}_r, \hat{\theta}, \hat{n}) = \frac{\hat{Q}_r^2}{2C'_r} + \frac{\hat{\Phi}_r^2}{2L_r} + 4E_C \hat{n}^2 - E_J \cos \hat{\theta} + \frac{2eC_g}{C_*^2} \hat{n} \hat{Q}_r \quad (2.69)$$

$$\hat{\theta} = \frac{2e}{\hbar} \hat{\Phi}_J \quad (2.70)$$

$$\hat{n} = \frac{\hat{Q}_J}{2e} \quad (2.71)$$

$$[\hat{\theta}, \hat{n}] = i \quad (2.72)$$

$$\left(\begin{array}{l} C'_r = \frac{C_*^2}{C_{\text{tot}} + C_g} \\ E_C = e^2 \frac{C_r + C_g}{2C_*^2} \end{array} \right) \quad (2.73)$$

として $2e$ 単位で無次元化された量子化ハミルトニアンを得る。

前述の議論と同様にして、共振器および三準位近似された量子ビットを生成消滅演算子の基底にとり、ハミルトニアンを書き下すと

$$\hat{H} = \hbar\omega_r \hat{a}^\dagger \hat{a} + \hbar \sum_{j=0} \omega_j |j\rangle \langle j| + \hbar \sum_{j=0} g_{j+1} (|j+1\rangle \langle j| + |j\rangle \langle j+1|) (\hat{a} + \hat{a}^\dagger) \quad (2.74)$$

$$\hat{Q}_r = C'_r \hat{V}_r = C'_r V'_{\text{rms}} (\hat{a} + \hat{a}^\dagger) \quad (2.75)$$

$$\hat{n} = \left(\frac{E_J}{8E_C} \right)^{\frac{1}{4}} \frac{\hat{b} + \hat{b}^\dagger}{\sqrt{2}} \quad (2.76)$$

$$\left(\begin{array}{l} \hbar g_{ij} = 2\beta V'_{\text{rms}} \langle i|\hat{n}|j\rangle \sim \sqrt{2(j+1)} \beta V'_{\text{rms}} \left(\frac{E_J}{8E_C} \right)^{\frac{1}{4}} (\delta_{i,j+1} + \delta_{i+1,j}) \\ V'_{\text{rms}} = \sqrt{\frac{\hbar\omega_r}{2C'_r}} \\ \beta = \frac{C_g}{C_{\text{tot}} + C_g} \end{array} \right) \quad (2.77)$$

となる。トランズモン領域に限って三準位系を考えると

$$\hat{H}(\hat{a}, \hat{b}) \sim \hbar\omega_r \hat{a}^\dagger \hat{a} + \hbar\omega_q \hat{b}^\dagger \hat{b} + \frac{\hbar\alpha}{2} \hat{b}^\dagger \hat{b}^\dagger \hat{b} \hat{b} + \hbar g_1 (\hat{b} + \hat{b}^\dagger) (\hat{a} + \hat{a}^\dagger) \quad (2.78)$$

として近似式が得られる。この表式は Cavity-QED における光共振器に捕捉された原子を表現する Jaynes-Cummings ハミルトニアンに近い表式であり、トランズモン量子ビットの高次励起準位が無視できる範囲において等価である。

2.1.4 伝搬伝送線路—共振回路結合系

一次元伝送線路と共振器との結合系を考える。

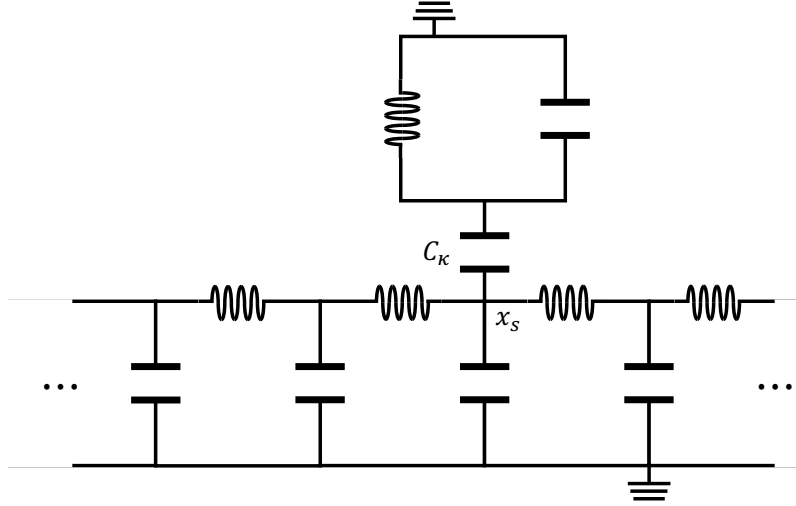


図 2.5: 伝送線路-量子ビット結合系

図 2.5 に示した通り、共振器と伝送線路とが位置 x_s において静電容量 C_κ を介して弱結合しているモデルを考える。このとき、回路全体のハミルトニアンは

$$\mathcal{H} = \hbar\omega_r \hat{a}^\dagger \hat{a} + \int_{-\infty}^{\infty} dk \hbar\omega_k \left(\hat{b}_k^\dagger \hat{b}_k + \frac{1}{2} \right) + \frac{C_\kappa}{2} \left(\hat{V}_r - \hat{V}(x_s) \right)^2 \quad (2.79)$$

として表される。ここで、 $\hat{V}_r, \hat{V}(x)$ はそれぞれ共振器、伝搬伝送路の電圧の演算子であり、以下の表式

$$\hat{V}_r = V_{\text{rms}}^r (\hat{a} + \hat{a}^\dagger) \quad (2.80)$$

$$\hat{V}(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} dk V_{\text{rms}}(x) \left(\hat{b}_k^\dagger e^{-ikx} + \hat{b}_k e^{ikx} \right) \quad (2.81)$$

を持つ。従って、回路全体のハミルトニアンは

$$\mathcal{H} = \hbar\omega_r \hat{a}^\dagger \hat{a} + \int_{-\infty}^{\infty} dk \hbar\omega_k \left(\hat{b}_k^\dagger \hat{b}_k + \frac{1}{2} \right) - \frac{\hbar}{\sqrt{2\pi}} C_\kappa V_{\text{rms}}^r V_{\text{rms}}(x_s) \int_{-\infty}^{\infty} \left(\hat{a}^\dagger \hat{b}_k e^{ikx_s} - \hat{a} \hat{b}_k^\dagger e^{-ikx_s} \right) dk \quad (2.82)$$

として表される。

2.1.5 超伝導量子ビットと制御系

本研究において、量子ビットは一次元伝送線路と直接結合し、伝送線路に入力された伝搬マイクロ波パルスによって制御を行う。一方で量子ビットの読み出しは、読み出し用共振器を介して結合した一次元伝送線路を伝搬するマイクロ波パルスを用いて実装される。全系のハミルトニアンは

$$\hat{H}(\hat{a}, \hat{b}, \hat{c}) \sim \hbar\omega_r \hat{a}^\dagger \hat{a} + \hbar\omega_q \hat{b}^\dagger \hat{b} + \frac{\hbar\alpha}{2} \hat{b}^\dagger \hat{b}^\dagger \hat{b} \hat{b} + \hbar g_1 (\hat{b} + \hat{b}^\dagger) (\hat{a} + \hat{a}^\dagger) \quad (2.83)$$

$$+ \int_{-\infty}^{\infty} d\omega \hbar\omega \hat{b}_\omega^\dagger \hat{b}_\omega - i\hbar \int_{-\infty}^{\infty} d\omega \sqrt{\frac{\kappa_{\text{ex}}\omega}{2\pi\omega_r}} \left(\hat{a}^\dagger \hat{b}_\omega e^{-i\omega t} + \hat{a} \hat{b}_\omega^\dagger e^{i\omega t} \right) \quad (2.84)$$

として記述される。ここで、上記ハミルトニアンにおいて $g_1 \hat{a}^\dagger \hat{b}^\dagger$ 項はエネルギーが $\omega_q + \omega_c$ だけ離れた準位間に働く強度 g の結合を表しており、 $|\omega_q + \omega_c| \gg g$ の条件下で近似的に無視できる。これを回転波近似という。回転波近似されたハミルトニアンは以下の通りである。

$$\hat{H}(\hat{a}, \hat{b}, \hat{c}) \sim \hbar\omega_r \hat{a}^\dagger \hat{a} + \hbar\omega_q \hat{b}^\dagger \hat{b} + \frac{\hbar\alpha}{2} \hat{b}^\dagger \hat{b}^\dagger \hat{b} \hat{b} + \hbar g_1 (\hat{b} \hat{a}^\dagger + \hat{b}^\dagger \hat{a}) \quad (2.85)$$

$$+ \int_{-\infty}^{\infty} d\omega \hbar\omega \hat{b}_\omega^\dagger \hat{b}_\omega - i\hbar \int_{-\infty}^{\infty} d\omega \sqrt{\frac{\kappa_{\text{ex}}\omega}{2\pi\omega_r}} \left(\hat{a}^\dagger \hat{b}_\omega e^{-i\omega t} + \hat{a} \hat{b}_\omega^\dagger e^{i\omega t} \right) \quad (2.86)$$

2.1.6 非ドライブ条件下での制御系

まず、伝送線路からのマイクロ波入力がない制御系のエネルギー準位を導出する。今、量子ビットの第 j 励起状態 $|j\rangle$ の固有エネルギーを $\hbar\omega_j$ とする。今、共振器の光子数 n も含めて系の状態 $|j, n\rangle$ の内結合強度を持つのは $|j, n\rangle, |j+1, n-1\rangle$ 間のみであり、またその結合強度は

$$\langle j, n | \hat{H} | j+1, n-1 \rangle = g_{j+1} \langle j, n | \hat{a}^\dagger \hat{b} | j+1, n-1 \rangle = \sqrt{n} \hbar g_{j+1} \quad (2.87)$$

として得られる。非ドライブ時、系全体での仮想光子数は保存されるので、ここでは仮に

$$N = \langle \hat{a}^\dagger \hat{a} \rangle + \langle \hat{b}^\dagger \hat{b} \rangle = j + n \quad (2.88)$$

とする。このとき、 $|j, N-j\rangle_j$ の基底で行列表示されたハミルトニアンは

$$\frac{\mathcal{H}_N}{\hbar} = \begin{pmatrix} N\omega_r + \omega_0 & \sqrt{N} g_1 & 0 & \cdots & 0 \\ \sqrt{N} g_1^* & (N-1)\omega_r + \omega_1 & \sqrt{N-1} g_2 & \cdots & 0 \\ 0 & \sqrt{N-1} g_2^* & \omega_2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & \omega_N \end{pmatrix} \quad (2.89)$$

としてサイズ $(N+1)^2$ の三重対角行列となる。今、量子ビットと共振器の結合は常に強分散条件下にあるものとする。強分散条件とは、系の固有準位間において離調が結合強度と比較して十分に大きいことを表す条件であり、 $|j, n\rangle$ についての条件で表すと

$$\sqrt{n} g_{j+1} \ll \Delta_j \quad (2.90)$$

$$\sqrt{n(j+1)} g_1 \ll \Delta_j \quad (2.91)$$

$$(\Delta_j = \omega_r - (\omega_{j+1} - \omega_j)) \quad (2.92)$$

に対応する。従って、上記強分散条件は共振器内光子についての条件

$$n_{\text{crit}} \ll \frac{1}{j+1} \left(\frac{\Delta_j}{g_1} \right)^2 \quad (2.93)$$

として表すことができる。このとき、共振器と量子ビットが強分散条件を保てる限界の光子数 n_{crit} は臨界光子数と呼ばれ、共振器に入力できる読み出しパワーの目安として用いられる。

今、三重対角行列 \mathcal{H}_n について固有値問題を考える。強分散条件から、 $O\left(\left(\frac{g}{\Delta}\right)^2\right)$ の項を近似的に無視できるとすると、固有エネルギーは $E(j, n)$ は

$$\frac{E(j, n)}{\hbar} \sim \begin{cases} \omega_j - n \frac{g_{j+1}^2}{\Delta_j} & (j=0) \\ \omega_j + n \frac{g_{j+1}^2}{\Delta_j} - (n+1) \frac{g_j^2}{\Delta_{j-1}} & (j \neq 0) \end{cases} \quad (2.94)$$

とわかる。ここで、量子ビットを三準位系 $|g\rangle, |e\rangle, |f\rangle$ に限るとハミルトニアンは

$$\frac{\mathcal{H}_N}{\hbar} \sim \begin{pmatrix} N\omega_c & \sqrt{N}g_1 & 0 \\ \sqrt{N}g_1^* & (N-1)\omega_c + \omega_q & \sqrt{N-1}g_2 \\ 0 & \sqrt{N-1}g_2^* & (N-2)\omega_c + 2\omega_q - \alpha \end{pmatrix} \quad (2.95)$$

として与えられ、従って強分散条件下での最低二準位系のエネルギー固有値は

$$\frac{E(g, n)}{\hbar} = n\omega_c - n \frac{g_1^2}{\Delta_{qc}} \quad (2.96)$$

$$\frac{E(e, n)}{\hbar} = n\omega_c + \omega_q + (n+1) \frac{g_1^2}{\Delta_{qc}} - n \frac{g_2^2}{\Delta_{qc} - \alpha} \quad (2.97)$$

$$(\Delta_{qc} = \omega_q - \omega_c) \quad (2.98)$$

とわかる。従って、量子ビットが $|g\rangle, |e\rangle$ 状態にあるときの共振器共鳴周波数は

$$\omega_{cg} = \omega_c - \frac{g_1^2}{\Delta_{qc}} \quad (2.99)$$

$$\omega_{ce} = \omega_c + \frac{g_1^2}{\Delta_{qc}} - \frac{g_2^2}{\Delta_{qc} - \alpha} \sim \omega_c - \frac{g_1^2}{\Delta_{qc}} - 2\alpha \left(\frac{g_1}{\Delta_{qc}} \right)^2 \quad (2.100)$$

となる。ここで、右辺第二項の近似は

$$g_2 = \sqrt{2}g_1 \quad (2.101)$$

$$\alpha \ll \Delta_{qc} \quad (2.102)$$

という仮定の下、二次近似を行った。一方で、共振器光子数 n のとき、量子ビットの ge 遷移に対応する共鳴周波数は

$$\omega_q(n) = \omega_q + (2n+1) \frac{g_1^2}{\Delta_{qc}} - n \frac{g_2^2}{\Delta_{qc} - \alpha} \sim \omega_q + \frac{g_1^2}{\Delta_{qc}} - 2n\alpha \left(\frac{g_1}{\Delta_{qc}} \right)^2 \quad (2.103)$$

とわかる。以上より共振器・量子ビットは互いにそれぞれの光子数に依存した AC Stark シフトを受けることがわかる。

このとき、AC Stark シフトを与える機構は量子ビットを二準位系に限った場合簡潔な表式で記述できる。

$$\frac{\hat{\mathcal{H}}}{\hbar} = \omega'_c \hat{a}^\dagger \hat{a} + \frac{\omega'_q}{2} \hat{\sigma}_z + \chi \hat{\sigma}_z \hat{a}^\dagger \hat{a} \quad (2.104)$$

$$\begin{pmatrix} \omega'_c = \omega_c - \frac{g_1^2}{\Delta_{qc}} - \alpha \left(\frac{g_1}{\Delta_{qc}} \right)^2 \\ \omega'_q = \omega_q + \frac{g_1^2}{\Delta_{qc}} \\ \chi = -\alpha \left(\frac{g_1}{\Delta_{qc}} \right)^2 \end{pmatrix} \quad (2.105)$$

ここで、上式右辺第三項は分散シフトと呼ばれ、トランズモン量子ビットの制御・読み出しの根幹をなす相互作用である。

2.1.7 読み出し

共振器分光を用いた量子ビットの読み出しに立ち入る前に、まず単独で存在する共振器の複素反射率について解説する。今、共鳴周波数 f_c 、外部線幅 κ_{ex} 、内部線幅 κ_{in} の共振器について、内部のマイクロ波光子の時間発展を考える。

$$\frac{d\hat{a}}{dt} = \frac{1}{i\hbar} [\hat{a}(t), \hbar\omega_c \hat{a}^\dagger \hat{a}] - \frac{\kappa_{\text{ex}} + \kappa_{\text{in}}}{2} \hat{a} + \sqrt{\kappa_{\text{ex}}} \hat{b}_{\text{in}}(t) + \sqrt{\kappa_{\text{in}}} \hat{c}_{\text{in}}(t) \quad (2.106)$$

$$\frac{d\hat{a}}{dt} = \frac{1}{i\hbar} [\hat{a}(t), \hbar\omega_c \hat{a}^\dagger \hat{a}] + \frac{\kappa_{\text{ex}} + \kappa_{\text{in}}}{2} \hat{a} - \sqrt{\kappa_{\text{ex}}} \hat{b}_{\text{in}}(t) - \sqrt{\kappa_{\text{in}}} \hat{c}_{\text{in}}(t) \quad (2.107)$$

上式で \hat{b}, \hat{c} はそれぞれ伝搬モード、内部損失に対応し、下記の入出力関係を満たす。

$$\hat{b}_{\text{in}} + \hat{b}_{\text{out}} = \sqrt{\kappa_{\text{ex}}} \hat{a} \quad (2.108)$$

$$\hat{c}_{\text{in}} + \hat{c}_{\text{out}} = \sqrt{\kappa_{\text{in}}} \hat{a} \quad (2.109)$$

無次元量 \hat{a} と異なり、 \hat{b}, \hat{c} はある周波数における光子数密度に対応するので、次元 $\sqrt{\text{Hz}}$ を持つことに留意する。今、入出力理論の両辺を Fourier 変換して $\hat{a}(\omega)$ について解くと

$$\hat{a}(\omega) = \frac{\sqrt{\kappa_{\text{ex}}} \hat{b}_{\text{in}} + \sqrt{\kappa_{\text{in}}} \hat{c}_{\text{in}}}{\frac{\kappa_{\text{ex}} + \kappa_{\text{in}}}{2} + i(\omega_c - \omega)} \quad (2.110)$$

このとき、伝送線路への入出力関係は

$$\hat{b}_{\text{out}} = \frac{\frac{\kappa_{\text{ex}} - \kappa_{\text{in}}}{2} - i(\omega_c - \omega)}{\frac{\kappa_{\text{ex}} + \kappa_{\text{in}}}{2} + i(\omega_c - \omega)} \hat{b}_{\text{in}} + \frac{\sqrt{\kappa_{\text{ex}} \kappa_{\text{in}}}}{\frac{\kappa_{\text{ex}} + \kappa_{\text{in}}}{2} + i(\omega_c - \omega)} \hat{c}_{\text{in}} \quad (2.111)$$

とわかる。したがって、共振器の伝送線路入力に対する複素反射率 S_{11} は

$$S_{11} = \frac{\langle \hat{b}_{\text{out}} \rangle}{\langle \hat{b}_{\text{in}} \rangle} = \frac{\frac{\kappa_{\text{ex}} - \kappa_{\text{in}}}{2} - i(\omega_c - \omega)}{\frac{\kappa_{\text{ex}} + \kappa_{\text{in}}}{2} + i(\omega_c - \omega)} \quad (2.112)$$

として

$$\text{FWHM} = \kappa_{\text{ex}} + \kappa_{\text{in}} \quad (2.113)$$

の複素 Lorentzian として与えられる。従って、共振器の複素反射率は共振器の基礎パラメタ、共鳴周波数 f_c 、外部線幅 κ_{ex} 、内部線幅 κ_{in} を全て含んでおり、これらはフィッティングによる解析を経て評価することができる。

では次に、前述した共振器が共鳴周波数 ω_q の量子ビットと結合している場合の共振器分光実験を考える。前述した通り、共振器と量子ビットが結合した系は式 2.105 で表されるハミルトニアンを持つ。また、このとき共振器の共振周波数は式 2.100 にあるように量子ビットの状態に依存するようになる。従って、式 2.112 および式 2.100 から、共振器の複素反射率は

$$S_{11}^g = \frac{\frac{\kappa_{\text{ex}} - \kappa_{\text{in}}}{2} - i(\delta - \chi)}{\frac{\kappa_{\text{ex}} + \kappa_{\text{in}}}{2} + i(\delta - \chi)} \quad (2.114)$$

$$S_{11}^e = \frac{\frac{\kappa_{\text{ex}} - \kappa_{\text{in}}}{2} - i(\delta + \chi)}{\frac{\kappa_{\text{ex}} + \kappa_{\text{in}}}{2} + i(\delta + \chi)} \quad (2.115)$$

として量子ビットの状態に依存することがわかる。

以下では、時間領域での量子ビット読み出しのダイナミクスを半古典的に示す。前述の議論より、分光測定中の共振器内光子の消滅演算子に関する運動方程式は

$$a_{\pm} = -i(\delta_{rd} \pm \chi) a_{\pm} - \frac{\kappa}{2} a_{\pm} + \Omega_c(t) \quad (2.116)$$

として与えられる。ここでは、量子ビットが $|g\rangle$ 、 $|e\rangle$ 状態にある場合、式中の符号がそれぞれ \pm をとるものとする。ここで、消滅演算子の時間発展方程式は、対応するコヒーレント振幅の時間発展方程式と同義であり、

$$\langle \dot{\alpha}_{\pm} \rangle = -i(\delta_{rd} \pm \chi) \langle \alpha_{\pm} \rangle - \frac{\kappa}{2} \langle \alpha_{\pm} \rangle + \Omega_c(t) \quad (2.117)$$

として変換できる。今、簡単のためにドライブは時間に依存しない強度 $\Omega_c(t) = \Omega_c$ によって行われるものとし、またドライブ開始時共振器内光子数は 0 とする。このとき、共振器内光子のコヒーレント振幅は以下の解析解を得る。

$$\alpha_{\pm}(t) = \frac{\Omega_c}{\frac{\kappa}{2} + i(\delta_{rd} \pm \chi)} \left(1 - \exp\left(-\left(\frac{\kappa}{2} + i(\delta_{rd} \pm \chi)\right)t\right) \right) \quad (2.118)$$

以上より、最終的に量子ビットの状態に対応する符号 \pm の差異が、共振器内光子のコヒーレント振幅の差異として現れることがわかる。

2.1.8 一量子ビット制御

量子ビットと結合する伝送線路より、周波数 ω_d のマイクロ波を照射した場合、量子ビットはドライブフレーム上で、

$$\frac{\hat{\mathcal{H}}_{qd}}{\hbar} = \frac{1}{2} (\Omega_q(t) \hat{\sigma}_+ + \Omega_q^*(t) \hat{\sigma}_-) \quad (2.119)$$

として表されるドライブハミルトニアンによって駆動される。このとき、量子ビットと共鳴 $\omega_d = \omega_q$ かつ振幅

$$\Omega_q(t) = \alpha \Omega_x + i\beta \Omega_y \quad (2.120)$$

を持つマイクロ波を採用した場合、

$$\frac{\hat{\mathcal{H}}_{qd}}{\hbar} = \alpha \frac{\Omega_x}{2} \hat{\sigma}_x + \beta \frac{\Omega_y}{2} \hat{\sigma}_y \quad (2.121)$$

として、任意角の X 回転および Y 回転を実装できる。一量子ビット系のヒルベルト空間を形成する特殊ユニタリ群 $SU(2)$ はオイラー分解によって二軸の回転によって生成されることが知られており、従って、上記ゲートは $SU(2)$ 全体を網羅する。以上からユニバーサル一量子ビットゲートが実装可能であることが示された。

量子ビットの分光

量子ビットに共鳴するマイクロ波ドライブが Z 軸に直交する回転軸を持った一量子ビットゲートを駆動することがわかった。次に、量子ビットの共鳴周波数近傍の駆動周波数を持ったマイクロ波で量子ビットをドライブした場合の量子ビットのダイナミクスについて解説す

る。今、共鳴周波数 ω_q の量子ビットに強度 Ω 、ドライブ周波数 ω_d のマイクロ波を照射したとき、ドライブハミルトニアンは

$$\mathcal{H} = \frac{\hbar\omega_q}{2}\hat{\sigma}_z + \frac{\hbar\Omega}{2}(\hat{\sigma}_+e^{-i\omega_d t} + \hat{\sigma}_-e^{i\omega_d t}) \quad (2.122)$$

として表される。このとき、ドライブによって駆動される量子ビットの緩和 ($\sqrt{\gamma_1}\hat{\sigma}_-$, $\sqrt{\gamma_2}\hat{\sigma}_z$) を含めた時間発展は以下の量子マスター方程式

$$\frac{d\hat{\rho}}{dt} = \frac{i}{\hbar}[\hat{\rho}, \mathcal{H}] + \gamma_1 \left(\hat{\sigma}_-\hat{\rho}\hat{\sigma}_+ - \frac{1}{2}\{\hat{\sigma}_+\hat{\sigma}_-, \hat{\rho}\} \right) + \gamma_2 (\hat{\sigma}_z\hat{\rho}\hat{\sigma}_z - \hat{\rho}) \quad (2.123)$$

によって記述される。回転座標系 $\hat{U} = e^{-i\frac{\omega_d}{2}\hat{\sigma}_z t}$ において、上式は

$$\frac{d\hat{\rho}}{dt} = \frac{i}{\hbar} \left[\hat{\rho}, \frac{\hbar\omega_q}{2}\hat{\sigma}_z + \frac{\hbar\Omega}{2}\hat{\sigma}_x \right] + \gamma_1 \left(\hat{\sigma}_-\hat{\rho}\hat{\sigma}_+ - \frac{1}{2}\{\hat{\sigma}_+\hat{\sigma}_-, \hat{\rho}\} \right) + \gamma_2 (\hat{\sigma}_z\hat{\rho}\hat{\sigma}_z - \hat{\rho}) \quad (2.124)$$

として表せる。十分長いドライブの後、量子ビットは緩和とドライブが詳細釣り合い条件を満たす定常状態 $\hat{\rho}(\omega_d)$ へと収束する。量子ビットの終状態のパウリ Z 演算子の期待値は

$$\langle \hat{\sigma}_z(\omega) \rangle = \text{Tr} [\hat{\sigma}_z \hat{\rho}(\omega_d)] = \frac{\frac{2\Omega^2 \frac{\Gamma}{\gamma_1}}{\Gamma^2 + 2\Omega^2 \frac{\Gamma}{\gamma_1}}}{1 + \frac{(\omega_q - \omega_d)^2}{\Gamma^2 + 2\Omega^2 \frac{\Gamma}{\gamma_1}}} - 1 \quad (2.125)$$

$$\left(\Gamma = \frac{\gamma_1}{2} + 2\gamma_2 \right) \quad (2.126)$$

として表される。従って、量子ビットのドライブ周波数 ω_d を掃引したとき、共振器の反射係数の変化の周波数依存性は中心 ω_q 、半値全幅

$$\kappa = 2\sqrt{\Gamma^2 + 2\Omega^2 \frac{\Gamma}{\gamma_1}} = 2\sqrt{\frac{1}{T_2^2} + 2\Omega^2 \frac{T_1}{T_2}} \quad (2.127)$$

の実ローレンチアンとなることがわかる。ここで、 T_1 、 T_2 はそれぞれ量子ビットの縦緩和時間と横緩和時間を表す。従って、量子ビットの分光測定において共振器複素反射係数の特性変化をカーブフィッティングすることで、量子ビットの共鳴周波数 ω_q が推定可能であることがわかる。

Derivative Removal via Adiabatic Gate (DRAG)

超伝導量子ビットは原理的に多準位系であるが、非調和度と比べて十分小さいドライブ強度の場合、高次励起状態による影響は無視できるほど小さい。しかし、高忠実度な量子ゲートを必要とする場合、量子ビットの縦横緩和時間より十分早いゲート操作が要求されるため、ドライブ強度を上げる必要がある。ただし、非調和度に対して無視できないドライブ強度で行われるゲート操作は高次励起準位によって歪められることに留意する。Derivative Removal via Adiabatic Gate(DRAG) [25, 26] とは、強ドライブによって誘発される摂動破綻を補正するパルス実装法である。

今、量子ビットを三準位系 $|g\rangle$ 、 $|e\rangle$ 、 $|f\rangle$ とみなして考える。このとき、量子ビットに注目したドライブ込みの有効ハミルトニアンは

$$\frac{\hat{\mathcal{H}}_{qd}}{\hbar} = \sum_{j=0,1} (\delta_j |j\rangle \langle j| + \lambda_j (\Omega_x(t) (|j+1\rangle \langle j| + |j\rangle \langle j+1|) + \Omega_y(t) (|j+1\rangle \langle j| + i|j\rangle \langle j+1|))) \quad (2.128)$$

$$\left(\lambda_j \sim \begin{cases} 1 & (j=0) \\ \lambda & (j=1) \end{cases} \right) \quad (2.129)$$

として表される。ここで、 λ は高次準位毎のドライブに対する感受率を表す。今、上記ハミルトニアンに断熱近似を導入する。断熱近似では下記基底変換

$$V(t) = \exp \left[-i \frac{\Omega_x(t)}{2\alpha} \sum_{j=0,1} (|j+1\rangle \langle j| - i|j\rangle \langle j+1|) \right] \quad (2.130)$$

を施したのちに $\frac{\Omega_x}{\alpha}$ において一次近似する。行列表示すれば明らかだが、断熱近似は非ドライブ条件下でのエネルギー準位の導出に用いた三重対角行列の近似対角化と同義である。このとき、ドライブハミルトニアンは

$$\hat{\mathcal{H}} \approx \frac{\Omega_x(t)}{2} (|1\rangle \langle 0| + \langle 0| |1\rangle) + \frac{\lambda \Omega_x(t)^2}{8\alpha} (|2\rangle \langle 0| + |0\rangle \langle 2|) \quad (2.131)$$

$$+ \left(\delta_{1d} - \frac{\Omega_x(t)^2 (\lambda^2 - 4)}{4\alpha} \right) |1\rangle \langle 1| + \left(\delta_{2d} + \frac{\Omega_x(t)^2 (\lambda^2 + 2)}{4\alpha} \right) |2\rangle \langle 2| \quad (2.132)$$

$$+ \left(\frac{\Omega_y(t)}{2} + \frac{\dot{\Omega}_x(t)}{2\alpha} \right) [(|1\rangle \langle 0| - i|0\rangle \langle 1|) + \lambda (|2\rangle \langle 1| - i|1\rangle \langle 2|)] \quad (2.133)$$

とわかる。このとき、上記ハミルトニアンの第一項以外は全てエラーに対応する。今入力を中心周波数および波形を

$$\omega_d = \omega_1 + \frac{\Omega_x(t)^2 (\lambda^2 - 4)}{4\alpha} \quad (2.134)$$

$$\Omega_y(t) = -\frac{\dot{\Omega}_x(t)}{\alpha} \quad (2.135)$$

とすると、第三、五項のエラーは一次近似の範囲で打ち消されることがわかる。また、残る第二、四項のエラーはそれぞれ二光子遷移、高次励起状態における位相エラーであるので、これらは第三、五項のエラーほど深刻ではない。

Half-DRAG

上述した DRAG パルスでは、ドライブの離調を動的に制御する必要があり、技術的要求が高い。しかし、実際には離調の調整と波形の調整とは独立の操作ではないことが知られており、直交位相振幅に対する微分波形加算

$$\Omega_y(t) = -\frac{\dot{\Omega}_x(t)}{\beta} \quad (2.136)$$

における比率 β を非調和度 α の半分の値に設定することで、動的に離調を変更することなく DRAG を実現することができる [27]。この手法は Half-DRAG と呼ばれており、本研究ではこれを用いた。

Virtual-Z gate

Virtual-Z (VZ) ゲート [28] とは、一量子ビットゲートの構成法の一つである。VZ ゲートでは、任意の量子ゲートを $R_X(\pi/2)$ パルスと $R_Z(\theta)$ に分解する。ここで、 $R_\sigma(\theta)$ は σ 軸に θ 回転することを表す表式として定義する。任意の一量子ビットゲートは

$$U(\theta, \phi, \lambda) = \begin{pmatrix} \cos(\frac{\theta}{2}) & -ie^{i\lambda} \sin(\frac{\theta}{2}) \\ -ie^{i\phi} \sin(\frac{\theta}{2}) & e^{i(\lambda+\phi)} \cos(\frac{\theta}{2}) \end{pmatrix} \quad (2.137)$$

によって表される。このとき、上記量子ゲートは

$$U(\theta, \phi, \lambda) = R_Z\left(\phi - \frac{\pi}{2}\right) R_X\left(\frac{\pi}{2}\right) R_Z(\pi - \theta) R_X\left(\frac{\pi}{2}\right) R_Z\left(\lambda - \frac{\pi}{2}\right) \quad (2.138)$$

として、二つの $R_X(\pi/2)$ パルスと任意角 Z 回転によって実装可能であることがわかる。今、簡単のために上記量子ゲートを

$$U(\theta_1, \theta_2, \theta_3) = R_Z(\theta_1) R_X\left(\frac{\pi}{2}\right) R_Z(\theta_2) R_X\left(\frac{\pi}{2}\right) R_Z(\theta_3) \quad (2.139)$$

と表す。この表式は

$$U(\theta_1, \theta_2, \theta_3) = R_Z(\theta_1 + \theta_2 + \theta_3) \left[R_Z(-(\theta_2 + \theta_3)) R_X\left(\frac{\pi}{2}\right) R_Z(\theta_2 + \theta_3) \right] \left[R_Z(-\theta_3) R_X\left(\frac{\pi}{2}\right) R_Z(\theta_3) \right] \quad (2.140)$$

とみなすことができる。このとき、 $R_Z(-\theta)R_X(\pi/2)R_Z(\theta)$ として表されるドライブは、上述の通り、 R_X ドライブの初期位相を変調することで実現可能である。従って、局所発振器の位相変調は擬似的な Z 軸回転 (Virtual-Z) ゲートとみなすことができる。Virtual-Z ゲートは室温制御装置における出力マイクロ波形の初期位相を変調することで容易に実行可能であり、忠実度換算で $\mathcal{F} \sim 0.9999$ に達することが知られている [28]。

2.1.9 Josephson parametric amplifier

Josephson parametric amplifier (JPA) とは、超伝導量子干渉計 (superconducting quantum interference device, SQUID) を可変インダクタとして回路内に含む超伝導共振回路であり、マイクロ波信号をパラメトリック増幅する機能を持つ。JPA は極低温下 (~ 20 mK) で機能し、またほぼ超伝導体のみから構成されるため、HEMT 増幅器よりノイズ温度が低い。

DC SQUID の回路特性

DC SQUID とは、一つの環状超伝導体に二つの Josephson 接合が対向して配置された回路素子である。

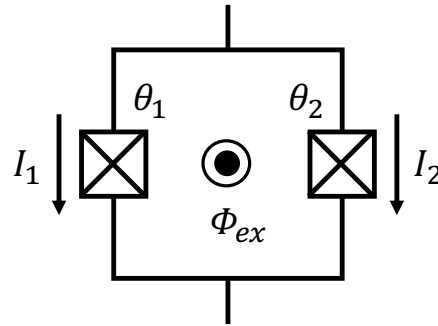


図 2.6: DC SQUID の回路図

SQUID の外部から電流が加えられると、SQUID は Josephson 接合が並列された回路として振る舞う。今、二つの Josephson 接合の臨界電流が共に I_c だとする。このとき、SQUID を流れる電流は

$$I = I_c \sin(\theta_1) + I_c \cos(\theta_2) \quad (2.141)$$

として表される。ここで、 θ_1 、 θ_2 は各 Josephson 接合における超伝導体間の巨視的波動関数の位相差であり、その位相差は

$$\theta_1 - \theta_2 = 2\pi \left(n + \frac{\Phi_{ex}}{\Phi_0} \right) \quad (2.142)$$

として表される。このとき、SQUID を流れる電流は

$$I = 2I_c \left| \cos \left(\pi \frac{\Phi_{ex}}{\Phi_0} \right) \right| \sin \left(\theta_1 - \pi \frac{\Phi_{ex}}{\Phi_0} \right) \quad (2.143)$$

となる。従って、SQUID は実効的に外部磁場によって制御可能な臨界電流

$$2I_c \left| \cos \left(\pi \frac{\Phi_{ex}}{\Phi_0} \right) \right| \quad (2.144)$$

を持つ Josephson 接合とみなせる。

JPA の回路特性

JPA とは E_J/E_C を大きくとることで非線形性を抑えつつ SQUID を可変インダクタとして含む共振回路である。

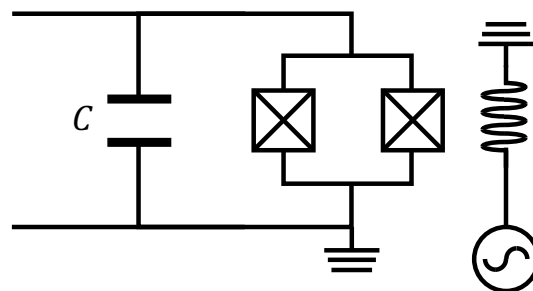


図 2.7: 反射型 JPA の回路図

JPA の回路方程式は

$$C \frac{d^2 \Phi}{dt^2} = -2I_c \left| \cos \left(\pi \frac{\Phi_{\text{ex}}}{\Phi_0} \right) \right| \sin \left(\pi \frac{\Phi_{\text{ex}}}{\Phi_0} \right) \quad (2.145)$$

と表される。このとき、SQUID の非線形性を無視できるほど小さいものとして調和近似すると、同方程式は

$$C \frac{d^2 \Phi}{dt^2} = -2I_c \left| \cos \left(\pi \frac{\Phi_{\text{ex}}}{\Phi_0} \right) \right| \pi \frac{\Phi_{\text{ex}}}{\Phi_0} \quad (2.146)$$

として、共振器の回路方程式と等価となる。このとき、JPA の共振周波数は

$$f(\Phi_{\text{ex}}) = \sqrt{\frac{4\pi I_c \left| \cos \left(\pi \frac{\Phi_{\text{ex}}}{\Phi_0} \right) \right|}{C\Phi_0}} \quad (2.147)$$

とわかる。従って、JPA は外部磁場の制御によって共振周波数が可変となった共振器とみなすことができる。

2.1.10 JPA を用いた読み出し信号のパラメトリック増幅

図 2.8 のように JPA が伝送線路と結合している系を考える。

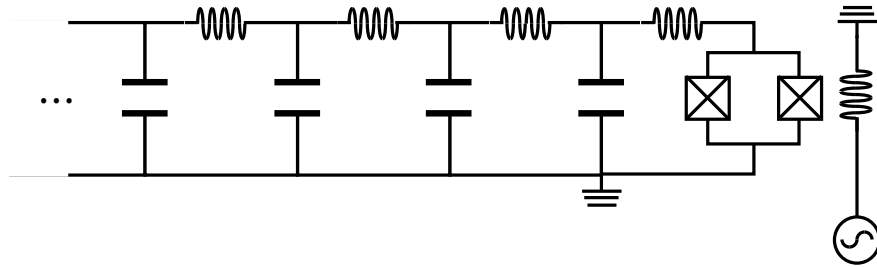


図 2.8: 反射型 JPA – 伝送線路結合系

今、伝送線路から JPA に入射した信号を JPA 内でパラメトリック増幅する過程を考える。

まず DC 電流による定常磁場バイアス Φ_{DC} によって、DC SQUID の共振周波数をマイクロ波信号の中心周波数と一致するよう調整する。次に、SQUID に対しシグナル中心周波数の倍波 ω_p にあたるポンプマイクロ波 Φ_{AC} を入力する。このとき、DC SQUID の臨界電流は

$$I_c(t) = 2I_0 \cos \left(\pi \frac{\Phi_{\text{DC}} + \Phi_{\text{AC}}}{\Phi_0} \right) \quad (2.148)$$

$$= 2I_0 \cos \left(\frac{\Phi_{\text{DC}}}{\Phi_0} \right) \left(1 - \frac{\Phi_{\text{AC}}}{\Phi_0} \tan \left(\frac{\Phi_{\text{DC}}}{\Phi_0} \right) \right) \quad (2.149)$$

$$= 2I_c (1 - \varepsilon \cos(\omega_p t + \theta)) \quad (2.150)$$

とわかる。ここで、

$$I_c = 2I_0 \cos \left(\frac{\Phi_{\text{DC}}}{\Phi_0} \right) \quad (2.151)$$

$$\varepsilon \cos(\omega_p t + \theta) = \frac{\Phi_{\text{AC}}}{\Phi_0} \tan \left(\frac{\Phi_{\text{DC}}}{\Phi_0} \right) \quad (2.152)$$

として変数 I_c, ε を定義した。SQUID のハミルトニアンはこのとき、

$$\mathcal{H} = \frac{\hat{Q}^2}{2C} + \pi \frac{\hat{\Phi}^2}{\Phi_0} I_c (1 - \varepsilon \cos(\omega_p t + \phi)) \quad (2.153)$$

として表される。正準量子変数

$$\hat{a} = \left(\frac{\Phi_0}{8\pi\hbar^2 C I_c} \right)^{\frac{1}{4}} \hat{Q} - i \left(\frac{\pi C I_c}{2\hbar^2 \Phi_0} \right) \hat{\Phi} \quad (2.154)$$

$$\hat{a}^\dagger = \left(\frac{\Phi_0}{8\pi\hbar^2 C I_c} \right)^{\frac{1}{4}} \hat{Q} + i \left(\frac{\pi C I_c}{2\hbar^2 \Phi_0} \right) \hat{\Phi} \quad (2.155)$$

を用いると上記ハミルトニアンは

$$\mathcal{H} = \hbar\omega_j \hat{a}^\dagger \hat{a} + \frac{\hbar\omega_j \varepsilon}{8} (e^{i(\omega_p t + \theta)} + e^{-i(\omega_p t + \theta)}) (\hat{a}^2 - \hat{a} \hat{a}^\dagger + \hat{a}^\dagger \hat{a} + \hat{a}^{\dagger 2}) \quad (2.156)$$

と表される。このとき、回転波近似より

$$\mathcal{H} \sim \hbar\omega_j \hat{a}^\dagger \hat{a} + \frac{\hbar\omega_j \varepsilon}{8} (\hat{a}^2 e^{i(\omega_p t + \theta)} + \hat{a}^{\dagger 2} e^{-i(\omega_p t + \theta)}) \quad (2.157)$$

$$= \hbar\omega_j \hat{a}^\dagger \hat{a} + \frac{\hbar\Omega_p}{2} (\hat{a}^2 e^{i(\omega_p t + \theta)} + \hat{a}^{\dagger 2} e^{-i(\omega_p t + \theta)}) \quad (2.158)$$

として近似ハミルトニアンを得られる。ここで、 $\Omega_p = \omega_j \varepsilon / 4$ とした。上記近似ハミルトニアンに対して、伝送路から入力した信号に対する入出力関係を導出する。

$$\frac{d\hat{a}(t)}{dt} = \left(-i\omega_j - \frac{\kappa_{\text{ex}} + \kappa_{\text{in}}}{2} \right) \hat{a}(t) - i\Omega_p e^{-i(\omega_p t + \theta)} \hat{a}^\dagger - \sqrt{\kappa_{\text{ex}}} \hat{b}_{\text{in}}(t) - \sqrt{\kappa_{\text{in}}} \hat{c}_{\text{in}}(t) \quad (2.159)$$

ここで、 $\hat{b}_{\text{in}}(t)$ は入力信号、 $\hat{c}_{\text{in}}(t)$ は損失を表す。ここで、両辺を Fourier 変換すると

$$-i\omega \hat{a}(\omega) = \left(-i\omega_j - \frac{\kappa_{\text{ex}} + \kappa_{\text{in}}}{2} \right) \hat{a}(\omega) - i\Omega_p e^{-i\theta} \hat{a}(\omega_p - \omega) - \sqrt{\kappa_{\text{ex}}} \hat{b}_{\text{in}}(\omega) - \sqrt{\kappa_{\text{in}}} \hat{c}_{\text{in}}(\omega) \quad (2.160)$$

を得る。ポンプ周波数を倍波 $\omega_p = 2\omega_j$ としたとき、共鳴周波数近傍 $\omega = \omega_j + \delta$ のマイクロ波における入出力関係は

$$-i\delta \hat{a}(\omega_j + \delta) = -\frac{\kappa_{\text{ex}} + \kappa_{\text{in}}}{2} \hat{a}(\omega_j + \delta) - i\Omega_p e^{-i\theta} \hat{a}(\omega_j - \delta) - \sqrt{\kappa_{\text{ex}}} \hat{b}_{\text{in}}(\omega_j + \delta) - \sqrt{\kappa_{\text{in}}} \hat{c}_{\text{in}}(\omega_j + \delta) \quad (2.161)$$

となる。生成演算子についても同様の関係が成り立ち、従って生成消滅演算子に対して以下の関係式が成り立つ。

$$\begin{pmatrix} \delta + i\frac{\kappa_{\text{ex}} + \kappa_{\text{in}}}{2} & -\Omega_p e^{-i\theta} \\ \Omega_p e^{-i\theta} & \delta + i\frac{\kappa_{\text{ex}} + \kappa_{\text{in}}}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \hat{a}(\omega_j + \delta) \\ \hat{a}^\dagger(\omega_j - \delta) \end{pmatrix} = -i\sqrt{\kappa_{\text{ex}}} \begin{pmatrix} \hat{b}_{\text{in}}(\omega_j + \delta) \\ \hat{b}_{\text{in}}^\dagger(\omega_j - \delta) \end{pmatrix} - i\sqrt{\kappa_{\text{in}}} \begin{pmatrix} \hat{c}_{\text{in}}(\omega_j + \delta) \\ \hat{c}_{\text{in}}^\dagger(\omega_j - \delta) \end{pmatrix} \quad (2.162)$$

このとき、生成消滅演算子は以下の解を得る。

$$\begin{pmatrix} \hat{a}(\omega_j + \delta) \\ \hat{a}^\dagger(\omega_j - \delta) \end{pmatrix} = \frac{-i}{(\delta + i\frac{\kappa_{\text{ex}} + \kappa_{\text{in}}}{2})^2 + \Omega_p^2} \begin{pmatrix} \delta + i\frac{\kappa_{\text{ex}} + \kappa_{\text{in}}}{2} & \Omega_p e^{-i\theta} \\ -\Omega_p e^{-i\theta} & \delta + i\frac{\kappa_{\text{ex}} + \kappa_{\text{in}}}{2} \end{pmatrix} \quad (2.163)$$

$$\left[-i\sqrt{\kappa_{\text{ex}}} \begin{pmatrix} \hat{b}_{\text{in}}(\omega_j + \delta) \\ \hat{b}_{\text{in}}^\dagger(\omega_j - \delta) \end{pmatrix} - i\sqrt{\kappa_{\text{in}}} \begin{pmatrix} \hat{c}_{\text{in}}(\omega_j + \delta) \\ \hat{c}_{\text{in}}^\dagger(\omega_j - \delta) \end{pmatrix} \right] \quad (2.164)$$

以上から、信号の入出力関係は

$$\hat{b}_{\text{out}}(\omega_j + \delta) = \frac{1}{(\delta + i\frac{\kappa_{\text{ex}} + \kappa_{\text{in}}}{2})^2 + \Omega_p^2} \quad (2.165)$$

$$\left[\left\{ \left(\delta + i\frac{\kappa_{\text{ex}} + \kappa_{\text{in}}}{2} \right) \left(\delta + i\frac{\kappa_{\text{ex}} - \kappa_{\text{in}}}{2} \right) + \Omega_p^2 \right\} \hat{b}_{\text{in}}(\omega_j + \delta) - i\kappa_{\text{ex}}\Omega_p e^{-i\theta} \hat{b}_{\text{in}}(\omega_j - \delta) \right] \quad (2.166)$$

$$- \frac{i\sqrt{\kappa_{\text{ex}}\kappa_{\text{in}}}}{(\delta + i\frac{\kappa_{\text{ex}} + \kappa_{\text{in}}}{2})^2 + \Omega_p^2} \left[\left(\delta + \frac{\kappa_{\text{ex}} + \kappa_{\text{in}}}{2} \right) \hat{c}_{\text{in}}(\omega_j + \delta) + \Omega_p e^{-i\theta} \hat{c}_{\text{in}}(\omega_j - \delta) \right] \quad (2.167)$$

として得られる。このとき、共鳴なシグナルに対する縮退モード増幅率 G は

$$G = \frac{(\delta + i\frac{\kappa_{\text{ex}} + \kappa_{\text{in}}}{2})(\delta + i\frac{\kappa_{\text{ex}} - \kappa_{\text{in}}}{2}) + \Omega_p^2 - i\kappa_{\text{ex}}\Omega_p e^{-i\theta}}{(\delta + i\frac{\kappa_{\text{ex}} + \kappa_{\text{in}}}{2})^2 + \Omega_p^2} \quad (2.168)$$

として与えられる。

2.1.11 伝送線路とのインピーダンス整合による増幅率の広帯域化

反射型 JPA による伝搬モードの増幅については、上述した入出力理論を用いた解釈の他に、負性抵抗によるインピーダンス不整合に基づく反射として解釈する方法 [29] が知られている。特性インピーダンス Z の伝送線路の終端に抵抗 R が接続されているとき、インピーダンス不整合によってこれは反射率

$$\Gamma = \left| \frac{Z - R}{Z + R} \right| \quad (2.169)$$

の反射源として振る舞うことがわかる。JPA は SQUID、すなわち可変インダクタとキャパシタからなる閉回路であるが、ポンプドライブ照射下にある JPA は、負性抵抗と線形共振器が並列結合した回路とインピーダンス上等価 [29] であることが知られている。このとき、負性抵抗 $R < 0$ に終端された伝送線路の反射率は $\Gamma > 1$ となることで、信号が増幅されて反射されることがわかる。ただし JPA は線形共振器も回路に含むため、その特性インピーダンスは周波数依存性を持ち、JPA で終端された伝送線路の反射率は

$$\Gamma = \left| \frac{Z - R + i\gamma\delta}{Z + R - i\gamma\delta} \right| \quad (2.170)$$

として与えられる。なお、ここで δ は伝搬信号と JPA の共振周波数との離調を表しており、 $i\gamma\delta$ は JPA の共振回路部分の特性インピーダンスに対応する。従って、JPA が単純に特性インピーダンス 50Ω の伝送線路を終端する場合、その反射率は δ に強く依存し、 $|\gamma\delta| \ll |Z|, |R|$ の領域では $\Gamma \sim 1$ となることがわかる。こうした制約によって、JPA の増幅率の帯域は \sim 数十 MHz に限られていた。インピーダンス整合パラメトリック増幅器 [30–32] は、JPA と伝送線路とを周波数依存性のある回路で接続することで、JPA と接続する伝送線路の見かけのインピーダンス Z に JPA の共振回路部分の特性インピーダンスを打ち消す項を作り込むことにより、反射率の周波数依存性を緩和し、数百 MHz \sim 数 GHz という広い帯域でゲインを獲得する回路である。

2.2 超伝導量子ビット集積回路

2.2.1 超伝導量子ビット間の結合

二量子ビットが互いに結合する系を考える。ここで、量子ビット同士は電気双極子相互作用によって結合することから、図 2.9 に示した通り、二つの量子ビットがキャパシタ C_c によって繋がれていると解釈できる。

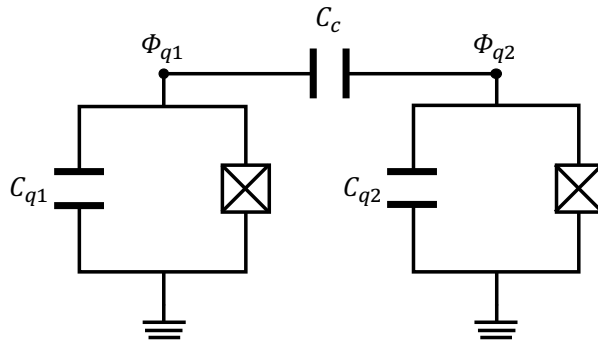


図 2.9: 二量子ビット直接結合系

このとき、相互作用ハミルトニアンは

$$\mathcal{H}_{\text{int}} = \frac{C_c}{C_{q1}C_{q2}} Q_{q1} Q_{q2} \quad (2.171)$$

として与えられる。個別の量子ビットの生成消滅演算子を用いた記法の下で、上記ハミルトニアンは

$$\mathcal{H} = e^2 \frac{C_c}{C_{q1}C_{q2}} \left(\frac{E_{J1}}{E_{C1}} \right)^{\frac{1}{4}} \left(\frac{E_{J2}}{E_{C2}} \right)^{\frac{1}{4}} (\hat{b}_1 + \hat{b}_1^\dagger) (\hat{b}_2 + \hat{b}_2^\dagger) \quad (2.172)$$

として与えられる。ここで、 \hat{b}_i は i 番目の量子ビットの消滅演算子に対応する。このとき、回転波近似の下で結合する量子ビットの全系のハミルトニアンは

$$\frac{\mathcal{H}}{\hbar} = \sum_{i=1}^2 \left\{ \omega_i \hat{b}_i^\dagger \hat{b}_i + \frac{\alpha_i}{2} \hat{b}_i^\dagger \hat{b}_i^\dagger \hat{b}_i \hat{b}_i \right\} + g_{12} (\hat{b}_1 \hat{b}_2^\dagger + \hat{b}_1^\dagger \hat{b}_2) \quad (2.173)$$

として表すことができる。

超伝導量子ビットと共振器の結合系における議論と同様に、強分散条件下で結合する超伝導量子ビット間の相互作用は、

$$\frac{\mathcal{H}}{\hbar} = \sum_{i=1}^2 \omega_i' \frac{\sigma_{zi}}{2} + \frac{g_{12}^2 (\alpha_1 + \alpha_2)}{(\Delta_{12} + \alpha_1)(\Delta_{12} - \alpha_2)} \frac{\sigma_{z1} \sigma_{z2}}{2} \quad (2.174)$$

として表すことができる。なお、ここでは $\Delta_{12} = \omega_1 - \omega_2$ とする。ここで、二次の摂動項として現れる第二項は常在 ZZ 相互作用と呼ばれる。

2.2.2 交差共鳴ゲート

超伝導量子ビットにおける二量子ビットゲートはこれまで多く提案されてきたが、ここでは本研究で主に用いた交差共鳴ゲート [10, 33] を解説する。ここではまず簡単のため、超伝導量子ビットを原理的二準位系として扱う。共鳴周波数 $\{\omega_i\}_{i=1,2}$ を持ち、強度 g_{12} で結合した二量子ビットについて、量子ビット 1 にパラメトリックドライブを加えたハミルトニアン

$$\frac{\mathcal{H}}{\hbar} = \sum_{i=1}^2 \frac{\omega_i}{2} \sigma_{zi} + g_{12} (\sigma_{+1} \sigma_{-2} + \sigma_{-1} \sigma_{+2}) + \Omega \cos(\omega_d t) \sigma_{x1} \quad (2.175)$$

を考える。ここで、結合項に対する Schrieffer-Wolff 変換

$$U = \exp \left(-\frac{g_{12}}{\Delta_{12}} (\sigma_{+1} \sigma_{-2} - \sigma_{-1} \sigma_{+2}) \right) \quad (2.176)$$

による一次の摂動を取り出すと

$$\mathcal{H}' = U^\dagger \mathcal{H} U \quad (2.177)$$

$$= \frac{1}{2} \left(\omega_1 + \frac{g_{12}^2}{\omega_1 - \omega_2} \right) \sigma_{z1} + \frac{1}{2} \left(\omega_2 + \frac{g_{12}^2}{\omega_2 - \omega_1} \right) \sigma_{z2} + \Omega \cos(\omega_d t) \left(\sigma_{x1} + \frac{g_{12}}{\omega_1 - \omega_2} \sigma_{z1} \sigma_{x2} \right) \quad (2.178)$$

となる。ここで、

$$\tilde{\omega}_i \equiv \omega_i + \sum_{j \neq i} \frac{g_{ij}^2}{\omega_i - \omega_j} \quad (2.179)$$

とする。これは、全系からドライブ項を除いたハミルトニアンを三重対角行列として摂動的に対角化したときの固有値に対応する。このとき、上記ハミルトニアンは

$$\mathcal{H}' = \sum_i \frac{\tilde{\omega}_i}{2} \sigma_{zi} + \Omega \cos(\omega_d t) \left(\sigma_{x1} + \frac{g_{12}}{\omega_1 - \omega_2} \sigma_{z1} \sigma_{x2} \right) \quad (2.180)$$

として表される。今、上記ハミルトニアンをユニタリ演算子

$$U_{\text{rot}}(t) = \exp \left\{ -i \sum_i \frac{\tilde{\omega}_i}{2} \sigma_{zi} \right\} \quad (2.181)$$

を用いて量子ビットフレームに乗せると、

$$U_{\text{rot}}^\dagger \mathcal{H}' U_{\text{rot}} = \Omega \cos(\omega_d t) \left[\{ \cos(\tilde{\omega}_1 t) \sigma_{x1} - \sin(\tilde{\omega}_1 t) \sigma_{y1} \} + \frac{g}{\Delta_{12}} \sigma_{z1} \{ \cos(\tilde{\omega}_2 t) \sigma_{x2} - \sin(\tilde{\omega}_2 t) \sigma_{y2} \} \right] \quad (2.182)$$

として表式を得る。このとき、仮に $\omega_d = \tilde{\omega}_1$ とすると、回転波近似より

$$U_{\text{rot}}^\dagger \mathcal{H}' U_{\text{rot}} = \frac{\Omega}{2} \sigma_{x1} \quad (2.183)$$

となり、Rabi 振動と一致する。一方で、 $\omega_d = \tilde{\omega}_2$ としたとき、回転波近似より

$$U_{\text{rot}}^\dagger \mathcal{H}' U_{\text{rot}} = \frac{\Omega}{2} \frac{g}{\omega_1 - \omega_2} \sigma_{z1} \sigma_{x2} \quad (2.184)$$

として、交差共鳴ゲートの表式を得る。ここで、交差共鳴ゲートが駆動するもつれ項が一次の摂動項であることに注意する。すなわち、上述したように結合する離調された超伝導量子ビットは常に二次の摂動に由来するもつれ相互作用を持つが、交差共鳴ゲート実行時のみ一次の摂動に由来するより強力なもつれ相互作用を生み出すことができることに留意する。

上式の結果は、超伝導量子ビットを二準位系近似した場合の表式となる。実際の実験における交差共鳴ゲートの特性を議論する場合、超伝導量子ビットの高次準位を含んだ解析が必要であり、そのときの交差共鳴ゲートの有効ハミルトニアンは ZX, IX を一次の摂動として、 ZI, ZZ を二次の摂動として持つことが知られている [34]。つまり、交差共鳴ドライブの有効ハミルトニアンは係数 $c_{i=0}^3$ を用いて、

$$\mathcal{H}_{\text{CR}}(\Omega) = c_0\Omega\frac{ZX}{2} + c_1\Omega\frac{IX}{2} + c_2\Omega^2\frac{ZI}{2} + c_3\Omega^2\frac{ZZ}{2} \quad (2.185)$$

として表すことができる。また、交差共鳴ドライブによって駆動される量子ゲートは

$$U_{\text{CR}}(\Omega, t) = \exp(-i\mathcal{H}_{\text{CR}}(\Omega)t) \quad (2.186)$$

として表され、 ZX 回転だけでなく複雑な回転成分を持つことがわかる。

交差共鳴ゲートから純粋な ZX 軸回転成分を取り出すための方法として、Two-pulsed echoed control-X (TPCX) エコーシーケンス [35, 36] と呼ばれる手法が一般に用いられる。TPCX シーケンスでは、交差共鳴ゲートを 2 回、制御量子ビットの状態とドライブ位相を反転させながら照射する。TPCX シーケンスによって駆動される量子ゲートは

$$U_{\text{TPCX}}(\Omega, t) = XI U_{\text{CR}}(-\Omega, t/2) XI U_{\text{CR}}(+\Omega, t/2) \quad (2.187)$$

として表すことができる。このとき、TPCX シーケンスの有効ハミルトニアンは、第 3 章にて後述する有効ハミルトニアン理論を用いると、

$$\mathcal{H}_{\text{TPCX}} = \frac{1}{2} \{ \mathcal{H}_{\text{CR}}(\Omega) + XI \mathcal{H}_{\text{CR}}(-\Omega) XI \} \sim c_0\Omega\frac{ZX}{2} \quad (2.188)$$

として、交差共鳴ドライブの有効ハミルトニアンの ZX 項のみが抽出された形になっていることに留意する。

第3章 量子制御の基礎理論

量子計算機工学において、量子制御を設計・評価するためには量子制御の駆動原理への深い洞察や、駆動結果に対する精密な評価が欠かせない。本章では、量子制御の設計に要求される有効ハミルトニアン解析手法を量子制御の解析理論、量子制御の評価に要求される量子チャンネルを特徴づける手法を量子制御の評価理論とし、それぞれについて述べる。以下では簡単のため、自然単位系 $\hbar = 1$ を採用する。

3.1 量子制御の解析理論

量子制御の駆動原理を解明することは、新たな量子制御を設計し、良し悪しを評価する上で重要な工程である。本節では、量子制御の駆動原理に対する解析手法をいくつか紹介する。

3.1.1 有効ハミルトニアン理論

あるハミルトニアン $\mathcal{H}_s(t)$ を主要項として持った系に対し、動的な制御 $\mathcal{H}_d(t)$ を加えたとする。このとき、系の状態に加えられた本来の時間発展からの差分を量子ゲートと呼ぶ。今、全系のハミルトニアンは

$$\mathcal{H}(t) = \mathcal{H}_s(t) + \mathcal{H}_d(t) \quad (3.1)$$

として与えられる。このとき、時間発展演算子に対する Schrödinger 方程式は

$$\mathcal{U}(t_0; t_0 + t) = \mathcal{U}_s(t_0; t_0 + t)\mathcal{U}_I(t_0; t_0 + t) \quad (3.2)$$

$$\mathcal{U}_s(t_0; t_0 + t) = \mathcal{T} \left[\exp \left\{ -i \int_{t_0}^{t_0+t} \mathcal{H}_s(s) ds \right\} \right] \quad (3.3)$$

$$\mathcal{U}_I(t_0; t_0 + t) = \mathcal{T} \left[\exp \left\{ -i \int_{t_0}^{t_0+t} \mathcal{U}_s^\dagger(s) \mathcal{H}_d(s) \mathcal{U}_s(s) ds \right\} \right] \quad (3.4)$$

として、本来の時間発展 \mathcal{U}_s と加えられた差分 \mathcal{U}_I に分離することができる。以後、前者を実験系フレーム、後者をゲートと呼称することにする。ここで、ゲートは生成子として相互作用表示のハミルトニアン

$$\mathcal{H}_I(t) = \mathcal{U}_s^\dagger(t) \mathcal{H}_d(t) \mathcal{U}_s(t) \quad (3.5)$$

を持つことがわかる。また、 \mathcal{U}_I の表式の一次のマグナス展開から、その生成子は

$$\mathcal{H}_{\text{eff}} \sim \frac{1}{t} \int_{t_0}^{t_0+t} \mathcal{U}_s^\dagger(s) \mathcal{H}_d(s) \mathcal{U}_s(s) ds \quad (3.6)$$

として近似することができる。これを一次の有効ハミルトニアンと呼ぶ。ここで、制御 $\mathcal{H}_d(t)$ を制御エラー $\mathcal{H}_e(t)$ と読み替えることで、正しい量子ゲート操作からのエラーに対しても上記と同様の議論を展開できる。

3.1.2 Floquet 理論

固体量子ビットに対する量子制御は主に電磁波や表面弾性波といった周期的摂動を介して行われる。Floquet 理論は、時間周期的境界条件を持った微分方程式の解の性質について記述した数学的理論である。周期的摂動によって駆動される量子系の時間発展方程式は、Floquet 理論の定義域に含まれており、したがってその固有状態 (Floquet 状態と呼ばれる) を解析することができる。

今、量子系のハミルトニアンが

$$\mathcal{H}(t) = \mathcal{H}(t+T) \quad (3.7)$$

という周期性を持っていたとする。このとき、量子系に対して時間間隔 T で離散化されたストロボスティックな時間発展 $U(t; t+T)$ を考える。ハミルトニアンの周期性から、任意の t に対して $U(t; t+T)$ は等しくあるユニタリ変換

$$U_F = \exp(-i\mathcal{H}_F T) \quad (3.8)$$

を与えることがわかる。ここで、 \mathcal{H}_F を Floquet ハミルトニアンと呼ぶ。つまり、ストロボスティックに系を観測する限り、観測者は系が $\mathcal{H}(t)$ によって発展しているのか、 \mathcal{H}_F によって発展しているのか、区別できない。時刻 T だけ発展することは、時間方向に整列した結晶格子の格子点を移動する操作に対応し、 \mathcal{H}_F の固有状態を位相回転させる操作とみなすことができる。

以下では、より厳密に Floquet ハミルトニアンを解析的に導出する手続きについて紹介する。Floquet 理論とは、時間周期的境界条件を持った線形微分方程式の基本解行列の標準形を与える数学理論である。Floquet 理論によると、以下の線形微分方程式

$$\dot{x} = A(t)x \quad (3.9)$$

について、係数 $A(t)$ が時間周期性 $A(t) = A(t+T)$ を満たすとき、上記方程式の基本解行列は

$$X = P(t)e^{Bt} \quad (3.10)$$

として時間周期行列 $P(t) = P(t+T)$ と対角行列 B を用いて表すことができる。ここでは Floquet 理論の証明には立ち入らず、これを用いた時間周期量子系の解析に進むこととする。今、時間周期系 $H(t) = H(t+T)$ における時間に依存するシュレディンガー方程式は

$$i\frac{d}{dt}\psi = H(t)\psi \quad (3.11)$$

として表される。このとき、前述した Floquet 理論より、上式の基本解行列は

$$\Psi = P(t)e^{Qt} \quad (3.12)$$

と表すことができる。そこで、時間周期行列 $H(t)$ と $P(t)$ に離散 Fourier 級数展開を適用し、

$$H(t) = \sum_n e^{in\omega t} H^{(n)} \quad (3.13)$$

$$P(t) = \sum_n e^{in\omega t} P^{(n)} \quad (3.14)$$

として分解する。ここで、角速度は $\omega = 2\pi/T$ 、 $A^{(n)}$ は時間周期行列 A の離散 Fourier 級数展開の n 次項の係数をそれぞれ表している。上式を時間依存のシュレディンガー方程式に代入し、両辺の $e^{in\omega}$ 項の係数を比較すると、以下の等式

$$Q_j P_{ij}^{(n)} = \sum_{k,l} \left(H_{ik}^{(n-l)} + n\omega \delta_{ik} \delta_{nl} \right) P_{kj}^l \quad (3.15)$$

を得る。ここで、 A_{ij} は行列 A の (i, j) 成分を表している。以上より、Floquet 理論を適用することで、有限次元時間依存微分方程式であるシュレディンガー方程式を、無限次元時間無依存固有方程式に変換することができた。上記固有方程式を解析的、あるいは摂動的に解いて得られる固有値および固有ベクトルをそれぞれ Floquet 準励起エネルギーないし、Floquet 状態と呼ぶ。Floquet 状態は周期的摂動を受ける系における固有状態に準じるものであり、摂動の周期 T のスケールで時間発展を観測した場合の時間発展は Floquet 状態に Floquet 準励起エネルギーに応じた位相回転がかかる操作とみなすことができる。上式 3.15 は多周期摂動の場合においても、離散 Fourier 級数展開を高次に拡張することで対応可能であり、より高次の固有方程式として表される。

3.2 量子制御の評価手法

実験の事前準備として必須なのが、量子制御の特性評価である。量子制御の評価手法は数多く提案されており、それぞれ一長一短がある。一般的な傾向として、得られる情報量や信頼性を上げるほどに、実装が複雑化し、量子ビット数に対してスケールしない傾向がある。以下では、各手法について紹介する。

3.2.1 量子チャネルに関する前提知識

パウリ転送行列

パウリ転送行列とは、ある量子操作に対してパウリ演算子がどのように写像されるかを表現する行列であり、量子チャネルに対する表現の一つである。ある量子チャネル Λ に対するパウリ転送行列 \mathcal{R}_Λ は

$$(\mathcal{R}_\Lambda)_{ij} = \frac{1}{d} \text{Tr} [P_i \Lambda(P_j)] \quad (3.16)$$

として表される。ここで、 $(\mathcal{R}_\Lambda)_{ij}$ はパウリ転送行列の ij 成分を、 P_i は i 番目のパウリ演算子を表している。

超演算子

超演算子とは、演算子に作用する演算子をさす。量子力学において、全ての量子ゲート操作は密度演算子に対する完全正定値トレース保存 (CPTP) 写像に含まれる。従って、全ての量子ゲート操作は超演算子に内包される。以下では、量子ゲート U に対応する超演算子を \mathcal{U} として表し、またある量子ゲートに含まれる未知の雑音チャネル $\mathcal{E}_{\text{noise}}$ についても、

$$\mathcal{E}_{\text{noise}} : \rho \rightarrow \rho' \quad (3.17)$$

として密度行列に対する超演算子として表せるという前提の下、議論を進める。

平均ゲート忠実度

量子状態と異なり、量子ゲートは直接観測することができない。従って、ゲート操作の忠実度は量子状態にゲートを作用させたときの量子状態変化から推定されることとなる。ある初期量子状態 ρ について、理想的には超演算子 \mathcal{E}_{th} に対応するはずの超演算子 \mathcal{E}_{exp} のゲート忠実度は以下で定義される。

$$\mathcal{F}_{\mathcal{E}_{\text{exp}}, \mathcal{E}_{\text{th}}}(\rho) = \mathcal{F}(\mathcal{E}_{\text{exp}}(\rho), \mathcal{E}_{\text{th}}(\rho)) \quad (3.18)$$

$$= \left(\text{Tr} \sqrt{\sqrt{\mathcal{E}_{\text{exp}}(\rho)} \mathcal{E}_{\text{th}}(\rho) \sqrt{\mathcal{E}_{\text{exp}}(\rho)}} \right)^2 \quad (3.19)$$

しかし、上記ゲート忠実度は特定の初期状態量子状態に紐づいた値であり、従って量子ゲートの忠実度としては、不適切である。平均ゲート忠実度 F_{ave} は上記ゲート忠実度の純粋状態に対する平均値

$$F_{\text{ave}}(\mathcal{E}, \mathcal{U}) \equiv \int d\psi \text{Tr}(\mathcal{U}(|\psi\rangle\langle\psi|) \mathcal{E}(|\psi\rangle\langle\psi|)) \quad (3.20)$$

として定義される。このとき、この値は $\mathcal{U}^\dagger \circ \mathcal{E}$ がどれだけ恒等演算子に等しいかを表しており、値域 $[0, 1]$ で与えられる。

超演算子のトワリング (Twirling)

ある群 \mathcal{G} による演算子のトワリングは以下のように表される。

$$\mathcal{W}_{\mathcal{G}}(\Lambda) = \frac{1}{|\mathcal{G}|} \sum_{\mathcal{U}_j \in \mathcal{G}} \mathcal{U}_j^\dagger \circ \Lambda \circ \mathcal{U}_j \quad (3.21)$$

平均ゲート忠実度のトワリング不変性

今、量子過程の平均忠実度とトワリングとの関係を示す。 d 次元特殊ユニタリ群 $\text{SU}(d)$ における演算子 Λ のトワリングは

$$\bar{\Lambda}(\rho) = \int_{\text{SU}(d)} d\mu_{\text{H}}(\mathcal{U}) \mathcal{U} \circ \Lambda \circ \mathcal{U}^\dagger(\rho) \quad (3.22)$$

$$= p\rho + \frac{1-p}{d}I \quad (3.23)$$

として与えられることが知られている [37]。ここで、積分 $\int_{\text{SU}(d)} d\mu_{\text{H}}(\mathcal{U})$ は、 d 次元特殊ユニタリ群 $\text{SU}(d)$ を Haar 測度に基づいて全空間積分する操作に対応する。このとき、トワリングされた演算子 $\bar{\Lambda}$ を用いて平均ゲート忠実度は

$$F_{\text{ave}}(\Lambda, \mathcal{I}) = \int d\psi \text{Tr}(\mathcal{I}(|\psi\rangle\langle\psi|) \Lambda(|\psi\rangle\langle\psi|)) \quad (3.24)$$

$$= \int_{\text{SU}(d)} d\mu_{\text{H}}(\mathcal{U}) \text{Tr}(\mathcal{I} \circ \mathcal{U}^\dagger(|\psi\rangle\langle\psi|) \Lambda \circ \mathcal{U}^\dagger(|\psi\rangle\langle\psi|)) \quad (3.25)$$

$$= \int_{\text{SU}(d)} d\mu_{\text{H}}(\mathcal{U}) \text{Tr}((|\psi\rangle\langle\psi|) \mathcal{U} \circ \Lambda \circ \mathcal{U}^\dagger(|\psi\rangle\langle\psi|)) \quad (3.26)$$

$$= \text{Tr} \left(|\psi\rangle\langle\psi| \int_{\text{SU}(d)} d\mu_{\text{H}}(\mathcal{U}) \mathcal{U} \circ \Lambda \circ \mathcal{U}^\dagger(|\psi\rangle\langle\psi|) \right) \quad (3.27)$$

$$= F(\bar{\Lambda}, \mathcal{I})(|\psi\rangle\langle\psi|) \quad (3.28)$$

として与えられる。ここで、第二式では d 次 Hilbert 空間中の状態ベクトルに対する積分を $SU(d)$ 中のユニタリー操作に対する積分に置き換えた。このとき、

$$F_{\text{ave}}(\Lambda, \mathcal{I})(|\psi\rangle\langle\psi|) = F(\bar{\Lambda}, \mathcal{I})(|\psi\rangle\langle\psi|) \quad (3.29)$$

$$= \text{Tr} \left[|\psi\rangle\langle\psi| \left(p |\psi\rangle\langle\psi| + \frac{1-p}{d} I \right) \right] \quad (3.30)$$

$$= p \text{Tr} ((|\psi\rangle\langle\psi|)^2) + \frac{1-p}{d} \text{Tr} (|\psi\rangle\langle\psi|) \quad (3.31)$$

$$= p + \frac{1-p}{d} \quad (3.32)$$

として、 $F_{\text{ave}}(\Lambda, \mathcal{I})$ を導出できる。

3.2.2 Quantum Process Tomography

量子プロセストモグラフィ(QPT) [38] とは、系の時間発展を与えるクラウス演算子の実験的推定法の一つである。今、ある量子操作がクラウス演算子 $\{\hat{E}_k\}$ によって以下の表式で与えられるとする。

$$\mathcal{E}(\rho) = \sum_i \hat{E}_k \rho \hat{E}_k^\dagger \quad (3.33)$$

今、仮に実験者が自由にクラウス演算子の組 $\{\hat{E}_k\}$ を導入したとする。このとき、クラウス演算子 $\{\hat{E}_k\}$ と $\{\hat{E}_k\}$ の間には以下の関係が成り立つ。

$$\hat{E}_k = \sum_m e_{km} \hat{E}_m \quad (3.34)$$

従って、 \hat{E}_k の下で量子操作 \mathcal{E} は

$$\mathcal{E}(\rho) = \sum_{mn} \hat{E}_m \rho \hat{E}_n^\dagger \chi_{mn} \quad (3.35)$$

$$\chi_{mn} = \sum_k e_{km} e_{kn}^* \quad (3.36)$$

として表される。つまり、ある適当なクラウス演算子の基底を定めたとき、量子操作は行列 χ だけの自由度によって表される。クラウス演算子の性質及び完全性条件から χ 行列は自由度 $d^4 - d^2$ (d は系のサイズに対応する) の正定値エルミート行列であるとわかる。ここで、はじめに与えたクラウス演算子 \hat{E}_k による \mathcal{E} の表現は $\chi = I$ に対応する特別な場合であったことがわかる。

量子プロセストモグラフィとは、実験的に χ 行列を推定する行為に対応する。一度適当なクラウス演算子の組 \hat{E}_k において χ 行列を導出すれば、式 3.33 に基づき、基底 \hat{E}_k を導出することも可能である。実際に χ 行列を導出するため、まず d^2 個の初期状態 $\{\rho_i\}$ を用意する。ここで、用意された初期状態は $d \times d$ 次元状態の基底となるよう選ぶ必要がある。このとき、それぞれの始状態 $\{\rho_i\}$ に操作 \mathcal{E} を作用すると、終状態 $\{\mathcal{E}(\rho_i)\}$ は

$$\mathcal{E}(\rho_i) = \sum_k \lambda_{ik} \rho_k \quad (3.37)$$

として表せる。また、 \mathcal{E} の $\{\hat{E}_k\}$ による表現を導入すると、

$$\sum_{mn} \hat{E}_m \rho \hat{E}_n^\dagger \chi_{mn} = \sum_k \lambda_{ik} \rho_k \quad (3.38)$$

なる関係式が得られる。このとき、 $\{\hat{E}_k\}$ は実験者が恣意的に設定した基底であるため詳細に渡って既知であり、また λ についても全終状態の量子トモグラフィを行うことで、計算から導出可能である。QPT の問題点として、推定結果の精度が状態準備や観測といった量子ゲート以外の要素によって悪化する点が挙げられる。このような状態準備、観測に関するエラーを、State preparation and measurement (SPAM) エラーと呼ぶ。近年の量子演算回路では、一般に量子ゲート操作の忠実度 (0.99 ~ 0.9999) と比較して、状態生成、状態測定 of 忠実度 (0.95 ~ 0.99) ははるかに低い。従って、高忠実度の量子ゲートに含まれる微細なエラーを推定する用途において、QPT は不向きであると考えられている。

3.2.3 Randomized benchmarking

Randomized benchmarking (RB) [39–41] は量子ゲートの平均忠実度見積もりを与える推定法の一つである。RB は QPT と比較して、ゲートエラーの一部の情報のみしか評価できない欠点を持つ一方、SPAM エラー耐性やエラー増幅効果を持つ点で優れている。

実験的に実行される量子ゲート Q_{exp}^i が理論的なクリフォードゲート Q_{th}^i に対し、

$$Q_{\text{exp}}^i = \Lambda \circ Q_{\text{th}}^i \quad (3.39)$$

なる関係を持っていたとする。このとき、 Λ は雑音超演算子と呼ばれ、理想的には恒等超演算子 \mathcal{I} であることが期待される。よって、量子ゲートの平均忠実度を $F_{\text{ave}}(\Lambda, \mathcal{I})$ と定義することができる。前述の議論より、

$$F_{\text{ave}}(\Lambda, \mathcal{I}) = F(\bar{\Lambda}, \mathcal{I})(\rho_{\text{pure}}) \quad (3.40)$$

から、トワリングによって雑音超演算子の分極解消度 p さえ得られれば量子ゲートの平均忠実度を導出するのに初期状態を d 次ヒルベルト空間内で稠密にとる必要はなくなる。また、初期状態は純粋状態であればよく、従って状態準備のコヒーレントエラーに対して、ロバストな忠実度推定が期待される。しかし、一般の量子ゲートに対し、雑音の分極解消度を得るのは難しい。というのも、トワリングを行うには $SU(d)$ 全体から稠密にユニタリーゲートによる基底変換を行い足し合わせる必要があるからである。そこで、クリフォードゲートのユニタリー t -design 性を用いるアイデアが RB に繋がる。ユニタリー 2-design 性を用いることで、有限のクリフォード群によるトワリングによって $SU(d)$ 全体におけるトワリングを得ることができるので、実験的に雑音の分極解消度を測定することができるようになる。

今、クリフォード群を $\{C\}$ とする。クリフォードゲートをランダムに L 個連ねたとき、量

子ゲートは

$$\mathcal{A}_L^{\text{random}} = \prod_{i=1}^L C_{\text{exp}}^i \quad (3.41)$$

$$= \prod_{i=1}^L \Lambda \circ C_{\text{th}}^i \quad (3.42)$$

$$= \left[\prod_{j=1}^L C_{\text{th}}^j \right] \circ \left(\prod_{i=1}^L \left[\prod_{j=1}^i C_{\text{th}}^j \right]^\dagger \circ \Lambda \circ \left[\prod_{j=1}^i C_{\text{th}}^j \right] \right) \quad (3.43)$$

$$(3.44)$$

として表される。なお、ここで \prod は右から順に積をとる操作とした。今、

$$\prod_{j=1}^{L+1} C_{\text{th}}^j = I \quad (3.45)$$

を満たす C_{exp}^{L+1} をランダム列 \mathcal{A}_L に左から演算すると、

$$\mathcal{A}_{L+1} = C_{\text{exp}}^{L+1} \circ \mathcal{A}_L^{\text{random}} \quad (3.46)$$

$$= \Lambda \circ \left[\prod_{j=1}^{L+1} C_{\text{th}}^j \right] \circ \left(\prod_{i=1}^L \left[\prod_{j=1}^i C_{\text{th}}^j \right]^\dagger \circ \Lambda \circ \left[\prod_{j=1}^i C_{\text{th}}^j \right] \right) \quad (3.47)$$

$$= \Lambda \circ \left(\prod_{i=1}^L \left[\prod_{j=1}^i C_{\text{th}}^j \right]^\dagger \circ \Lambda \circ \left[\prod_{j=1}^i C_{\text{th}}^j \right] \right) \quad (3.48)$$

が得られる。このとき、群の公理から、全体の逆元 C_{th}^{L+1} は必ずクリフォード群内に存在する。今、上述したようなクリフォードゲート列 \mathcal{A}_{L+1} は 24^L 個存在する。よって、その総和をとると

$$\sum_{i=1}^{24^L} \mathcal{A}_{L+1} = \Lambda \circ \left(\prod_{i=1}^L \left(\sum_{i=1}^{24^i} \left[\prod_{j=1}^i C_{\text{th}}^j \right]^\dagger \circ \Lambda \circ \left[\prod_{j=1}^i C_{\text{th}}^j \right] \right) \right) \quad (3.49)$$

$$= \Lambda \circ \left(\prod_{i=1}^L \Lambda_d \right) \quad (3.50)$$

$$= \Lambda \circ \Lambda_d^L \quad (3.51)$$

として、クリフォードゲートの雑音の分極解消チャンネルが L 個連なった表式が得られる。このとき、適当な純粋状態 ρ_{pure} についての測定結果は

$$F \left(\sum_{i=1}^{24^L} \mathcal{A}_{L+1} \rho_{\text{pure}}, \mathcal{I} \right) = \text{Tr} \left[E_{\text{meas}} \left(\Lambda \circ \Lambda_d^L (\rho_{\text{pure}}) \right) \right] \quad (3.52)$$

$$= \text{Tr} \left[E_{\text{meas}} \left(\Lambda \circ \left(p^L \rho_{\text{pure}} + \frac{1-p^L}{d} I \right) \right) \right] \quad (3.53)$$

$$= p^L \text{Tr} \left[E_{\text{meas}} \Lambda \circ \left(\rho_{\text{pure}} - \frac{I}{d} \right) \right] + \frac{1}{d} \text{Tr} [E_{\text{meas}} \Lambda \circ I] \quad (3.54)$$

として得られる。ここで E_{meas} は測定の POVM 演算子である。上式から、ゲート列長 L を変えながら測定結果をプロットすると、雑音の分極解消度 p に関する指数減衰が得られることがわかる。指数関数からはカーブフィッティングによって p を推定することが可能である。このとき、クリフォードゲートの平均ゲート忠実度は

$$F_{\text{ave}}(\Lambda, \mathcal{I}) = p + \frac{1-p}{d} \quad (3.55)$$

として得られる。ゲート実行回数に対する測定値の減衰レートからゲートの忠実度を推定する RB は、その性質上、初期状態や観測操作の忠実度がゲートの忠実度に対して極めて悪いような実験条件下でも有効であり、メジャーな手法として頻用されている。

Interleaved RB

通常の RB ではクリフォードゲート全体の平均ゲート忠実度しか導出できない。そこで、特定のクリフォードゲート C_i について平均ゲート忠実度を求める手法が Interleaved RB (IRB) [39–41] である。IRB では、通常の RB の長さ L のランダムゲート列部分に逐次的に特定クリフォードゲートを挿入する。このとき、最終ゲートは挿入された C_i も含む全体を恒等演算子とするように選択される。よって、このとき、長さ $2L+1$ の恒等演算子と理論的には等しいはずのランダムゲート列が構築される。今、挿入された C_i とその一個手前のランダムクリフォードゲートとの積は群の公理から適当なクリフォードゲートに等しいはずであり、従ってこれは C_i による変調を受けた長さ L のランダムクリフォードゲート列として見なすことができる。このとき、 C_i を挿入せずに行なった通常の RB において得られた分極解消度を p_s とし、 C_i を挿入して行なった RB において得られた分極解消度を p_i とする。ここで得られた p_i は、 C_i とランダムシークエンスの要素との積をトワリングした分極解消チャンネルに対応し、従って両者の分極解消度の積とみなすことができる。従って、 C_i の平均ゲート忠実度は

$$F_{\text{ave}}(\Lambda, \mathcal{I}) = \frac{1 + (1-d)^{\frac{p_i}{p_s}}}{d} \quad (3.56)$$

として求まる。

RB におけるトワリングは、全てのクリフォードゲートに同じかほとんど同じエラーが存在していることを仮定している。しかし、現実的にこの仮定は正しくないと言われており、より現実的な仮定の下では RB が観測している量は、エラー演算子の第二最大固有値であることが報告されている [42]。また、仮に RB における仮定が正しかったとしても、RB から得られる情報は IRB を用いたとしても、各ゲートの平均ゲート忠実度のみであり、そこからゲートのさらなる改善に役立つ示唆的な情報は得られない。

第4章 量子演算回路のアーキテクチャ

本論文では、量子演算回路を、拡張可能性を備え将来的に誤り耐性量子計算へとシームレスに移行できる量子ビット集積回路として定義した。本章では、量子演算回路設計における要件と、その解決法として提案されている実装方式について述べる。

4.1 量子演算回路と平面集積化

量子演算回路がまず持つべき性質として、拡張性が挙げられる。量子演算回路をスケールさせるとき、基板の大きさや制御線の数といった境界変数も同様にスケールすることになる。量子演算回路の拡張性とは、システムの拡張が量子演算回路上での量子制御を妨げないことを意味する。すなわち、量子演算回路の構造を劇的に変えることなく、同じような構成を繰り返すことで、量子演算回路内の量子ビット数を増やすことができるようにする必要がある。

量子演算回路が次に持つべき性質として、誤り耐性量子計算へとシームレスに移行できる構成となっていることが挙げられる。現在、有望視されている量子誤り訂正符号としては、色符号 [43] や表面符号 [44] など量子ビットが二次元的に結合した格子模型上で実装されるものが主流である。従って、物理的な実装方式は自由なものの、二次元的に配位した量子ビット上での量子計算を効率的に実現できる構成となっている必要がある。以下では、上記2点に注目しつつ、量子演算回路の基本アーキテクチャについて解説する。

4.2 量子ビットの配位構造

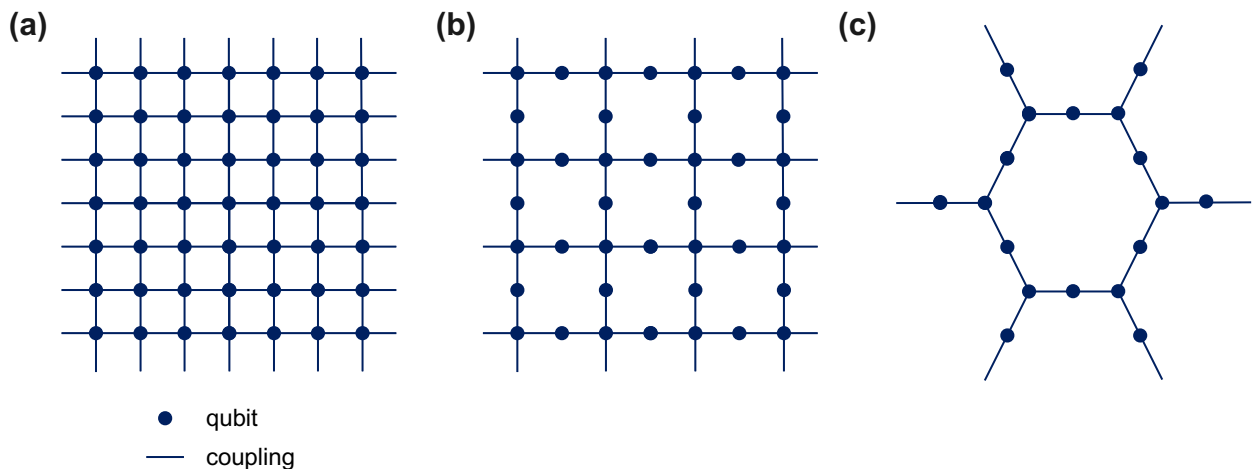


図 4.1: 量子ビットの平面配位格子模型。(a) 平方格子、(b) 二重平方格子、(c) 二重六方格子

量子ビットを平面集積するとき、重要となるのが量子ビットが互いに配位する格子構造である。より高い密度で量子ビットが互いに配位する方が量子計算の自由度は向上すると期待される一方、格子内の量子ビットはより多くの spectator 量子ビットに囲まれることになり、周波数衝突 [19, 45, 46] が生じる確率が増大する。従って、周波数衝突を抑制できる限界の密度で量子ビットを配位させることが望ましいとされる。図 4.1 に、平面集積された量子ビット格子模型の模式図の一例を示した。例えば、図 (a) に示された平面格子では、全ての量子ビットが四つの量子ビットに囲まれており、最低でも量子ビットの共鳴周波数を 5 階調つける必要があることがわかる。しかし、超伝導量子ビットの共鳴周波数は約 1% 程度の分散を持つことが知られており、分散によって階調を乗り越える場合がある。これは、超伝導量子ビットの共鳴周波数が第 2 章において述べたように Josephson 接合の有効インダクタンスに強く依存しており、 $\sim 0.01 \mu\text{m}^2$ のサイズで構築される Josephson 接合に 2% 程度の抵抗値分散が生じることに由来する。

超伝導量子ビットの共鳴周波数の歩留まりの問題を受けて、近年ではよりスパース結合模型を採用した量子演算回路が見られるようになった。図 (b), (c) にはそれぞれ二重平方格子、二重六方格子を示した。上記したような格子では、常に二配位の量子ビットがエッジに位置するため、周波数の階調を常に 3 階調とすることができ、周波数衝突の発生率を大幅に下げることができる [46]。しかし一方で、実際に誤り訂正を実行したり、あるいは遠隔量子ビット同士でもつれ量子ゲートを実行する場合、こうしたスパースな結合方式は回路深さに大きなオーバーヘッドを課すことが知られている。

また、格子をスパースにする方向以外にも、量子ビットの共鳴周波数の歩留まりの改善に関する研究も盛んである。近年では、すでに蒸着形成された Josephson 接合を抵抗値をモニターしながらレーザー照射によって酸化条件を調整し、狙った抵抗値に調整するレーザーアニーリング [46] と呼ばれる技術が提案されている。レーザーアニーリングを用いた研究報告では、Josephson 接合の抵抗値を 0.3% の精度で調整することに成功している。これは、超伝導量子ビットの共鳴周波数における 0.15% の分散に対応する。

4.3 垂直制御方式

量子ビットを平面集積する場合、量子ビットへ制御マイクロ波信号を伝達する配線方式もまた重要な要素である。平面集積された量子ビットは互いに腕状の電極を介して容量結合している。従って、平面集積された量子ビットが形成された基板には、面内方向から中央の量子ビットへアクセスする制御マイクロ波線を配置する余地がないことがわかる。従って、量子ビットが平面集積された基板とは垂直方向から制御線を実装する必要がある。

量子ビットへの垂直制御配線に向けて、いくつかの実装方式が提案されている。図 4.2 に、それぞれの実装方式の模式図を示した。まず初めに挙げられるのが、図左に示したような、Flip-chip ボンディングを用いた基板積層技術 [48] である。Flip-chip ボンディングは、基板表面にインジウムなどの比較的柔らかい金属を乗せ、異なる基板と挟み込むように圧着することで、基板間の電氣的接続を図る技術である。Flip-chip ボンディングを介することで、量子ビットが平面集積された基板とは別の基板に制御用配線を描くことができるようになる。しかし、この方式にも問題が残されている。今、一辺 L の正方形に量子ビットが N 個平面集積されているとする。このとき、量子演算回路を x 倍スケールさせると、一辺 xL の正方形に量子ビットが $x^2 N$ 個集積されることとなる。つまり、平面集積された量子ビットのそれぞれへの制御配線を、同一基板上で実装しようとした場合、正方形の境界 $4xL$ には、 x^2 本の制御配

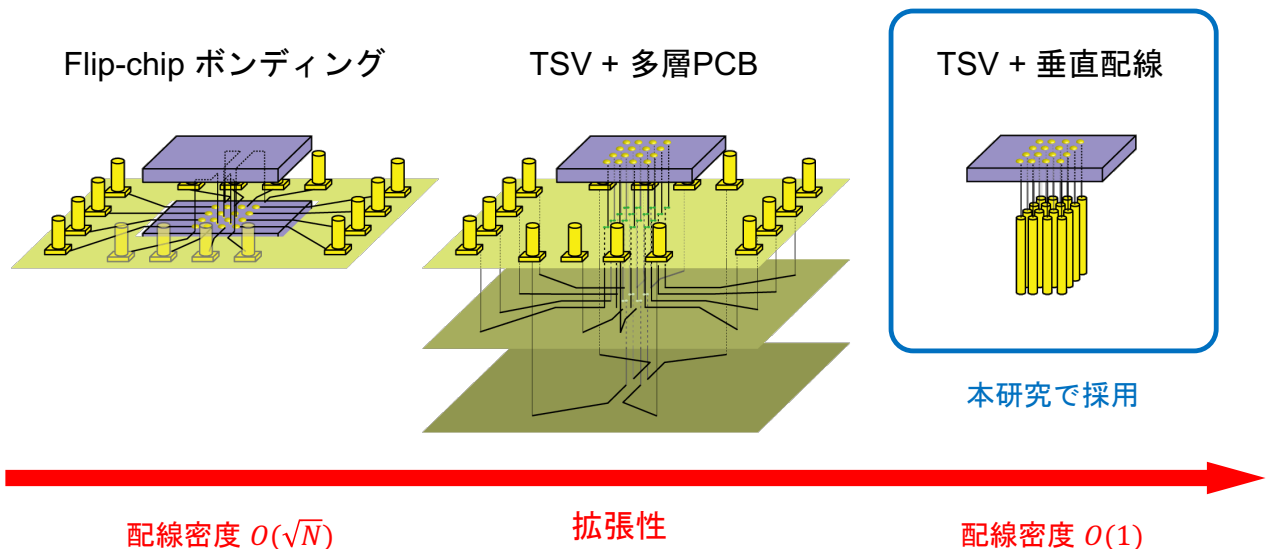


図 4.2: 平面集積された量子演算回路における制御配線方式 [47]

線が通る必要が生じることとなる。これは境界線での制御配線密度が x に比例することを示唆しており、拡張性を持たないことがわかる。

以上を受けて、より高度な垂直実装法として図中央に示したような基板貫通電極 (TSV : Through Substrate Via) を用いた実装 [49, 50] が考えられている。TSV とは、Deep RIE や薬液処理もしくはレーザー照射によって基板に貫通穴を開けた後、CVD もしくは基板を回転しながらの斜め蒸着によって、貫通穴の内部側面に金属薄膜を形成する技術である。TSV を用いることで、基板の表面と裏面を電気的に接続することが可能となる。TSV と Flip-chip ボンディングを併用することで、原理上何枚でも基板を垂直に積層することができると考えられている。ただし、基板を積層しても各基板ごとに水平面方向から取り出すことのできる配線本数は N 量子ビット回路に対し \sqrt{N} に比例しており、従って最低でも \sqrt{N} 枚程度の基板を積層する必要がある。

より拡張性が高い方式として提案されているのが、図右に示した垂直制御線方式 [51, 52] である。これは、垂直方向から挿入した制御線を直接量子ビットに押し当てることで、制御を図る方式である。この方式は三次元加工技術を要するものの、基板の枚数などを変化させず、システムの配線密度が一定のまま拡張することができるため、集積化の面で最も有利であると考えられている。近年では、高周波の伝送線として頻用される同軸ケーブルと固有電磁場モード形状がよく一致し、垂直方向からの配線に対して制御性が良いと期待される同心円型の電極構造を持つ量子ビット [53] などが開発されており、研究が進められている。

4.4 不要な結合・不要なモードの排除

量子演算回路では、量子ビットを複数並べて互いに結合させ、また制御線・読み出し線を個別に接続する必要がある。しかし、実際の設計では、ある量子ビットへの制御線が本来結合しないはずの他の周辺量子ビットとの結合を持ってしまう場合がある。こうした不要な結合に由来する制御信号の周辺量子ビットへの漏れを古典漏話と呼ぶ。古典漏話と同様に、本来結合しないはずの回路素子が不要な結合を持つ現象は広く知られている。近年では、こうした不要な結合を排除するための回路素子として、相互作用選択性フィルタの研究が盛んに行

われている。相互作用選択性フィルタの原理は、不要な結合を持つ経路にフィルター回路素子を加えることで、フィルター回路を介した結合路と介さない結合路に分け、二つの結合路を逆位相に調整することで相殺する、という点において共通している。代表的なフィルタとしては、量子ビットと読み出しポートの結合由来の緩和を排除する Purcell フィルタ [54, 55]、量子ビットと制御ポートの結合由来の緩和を排除する Josephson 量子フィルタ [56, 57]、量子ビット間の常在 ZZ 相互作用を排除する Multi-path カプラ [17, 58]、特定のドライブのパワー効率を選択的に上げるための intrinsic Purcell フィルタ [59] などが挙げられる。

不要な結合の排除と同様に、不要なモードの排除も重要である。量子演算回路で用いられる量子ビットは通常 4-9 GHz の共鳴周波数を持つことが多い。この周波数に対応する波長は、シリコン基板上で約 0.5-1.0 cm に対応し、実際の回路パターンと同等のサイズを持つ。よって、サンプル基板上のパターンや、パッケージング構造に由来する電磁場固有モードの共鳴周波数も近いオーダーに発生することになり、量子演算回路上での量子制御を阻害することが知られている。例えば今、量子演算回路の実装例としてアルミニウム製のパッケージングに梱包されたシリコン基板を考える。シリコンは極低温では絶縁体として振る舞うため、屈折率だけ光路長が変化した真空とみなすことができるので、パッケージング自体が基板サイズの空洞共振器とみなせることがわかる。従って、量子演算回路がスケールし、基板の大きさが広がるにつれて、空洞共振器の共鳴周波数が低下していくことが予想される。するといつかは制御周波数帯に空洞共振器の共振周波数が差し掛かることが予想される。このようなモードをボックスモードと呼ぶ。ボックスモードの抑制法としては前節 4.3 で紹介した TSV が有効である。TSV を基板に打ち込むことで、パッケージング構造由来の空洞共振器に金属柱が林立することになり、グローバルな電場モードの広がりを抑えることで、ボックスモードの共鳴周波数の低下を抑えることが知られている [60, 61]。

4.5 本研究で用いた量子演算回路の実装方式

本節では、本研究で用いた量子演算回路の実装法について解説する。ここではアーキテクチャの解説を行い、サイズや材質などについては節 5.3 にて詳述する。

図 4.3 に本研究でも用いた量子演算回路の模式図を示した。図に示した通り、本研究で用いたサンプル基板では同心円型の電極構造を持つ量子ビット [53] を採用しており、量子ビットは基板上で腕状の電極を介して容量結合することで平方格子状に配列している。それぞれの量子ビットは基板裏面から挿入された制御マイクロ波同軸線から照射される共鳴マイクロ波パルスによって個別に制御される。量子ビットの読み出しは、読み出し共振器を介した分散読み出しによって実行される。量子ビットの読み出し共振器は青色の曲線で図示されたコプラナ導波路型共振器を採用しており、四つの読み出し共振器が同一の読み出しポートに接続している。四つの共振周波数を持った多モード読み出し信号を同一の読み出しポートに照射し、モードごとの複素反射率を観測することで四量子ビットを同時に読み出す設計となっている。

図 4.4 に本研究で用いた量子演算回路の断面図を示した。量子ビットや読み出しポートの背面には、制御マイクロ波同軸線の内軸の先端が同軸線に組み込まれたバネによって基板に押しつけられている。また、断面図からわかる通り、本研究で用いた量子演算回路のサンプル基板にはいくつもの TSV が打ち込まれている。これには二つの理由がある。一つ目の理由としては、グラウンド電極の電位安定化が挙げられる。図 4.3 に示した通り、本研究で用いた量子演算回路のサンプル基板表面では、量子ビットが平方格子状に配列しており、互いに腕状

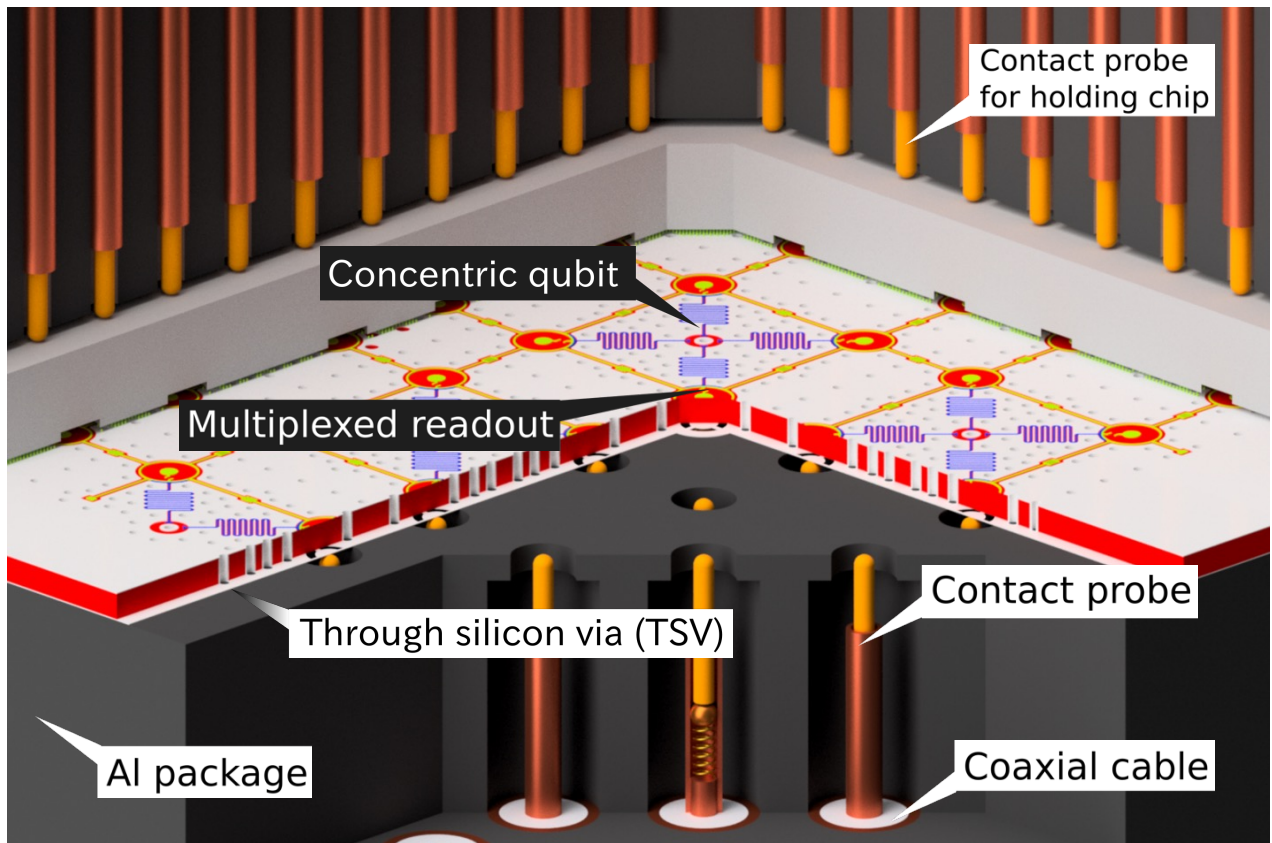


図 4.3: 本研究で用いた量子演算回路の実装方式 [47]

の電極を伸ばすことで、基板表面のグラウンド電極が区切られた構造となっている。このような構造では、グラウンド電極の電位が不安定となり、量子ビットが感じる電荷ノイズが増幅されてしまう。しかし、TSVを導入することで、基板表面と裏面で電氣的導通を図ることができる。基板裏面には量子ビットが配列していないため、グラウンド電位は裏面全体で均一であり、TSVを介して表面のグラウンド電位も均一化を図ることができる。二つ目の理由としては、量子演算回路の電場モードを局所的に閉じ込めることで、量子ビットへの制御信号や共振器への読み出し信号の漏話や、パッケージング由来のボックスモードを抑制する目的がある。

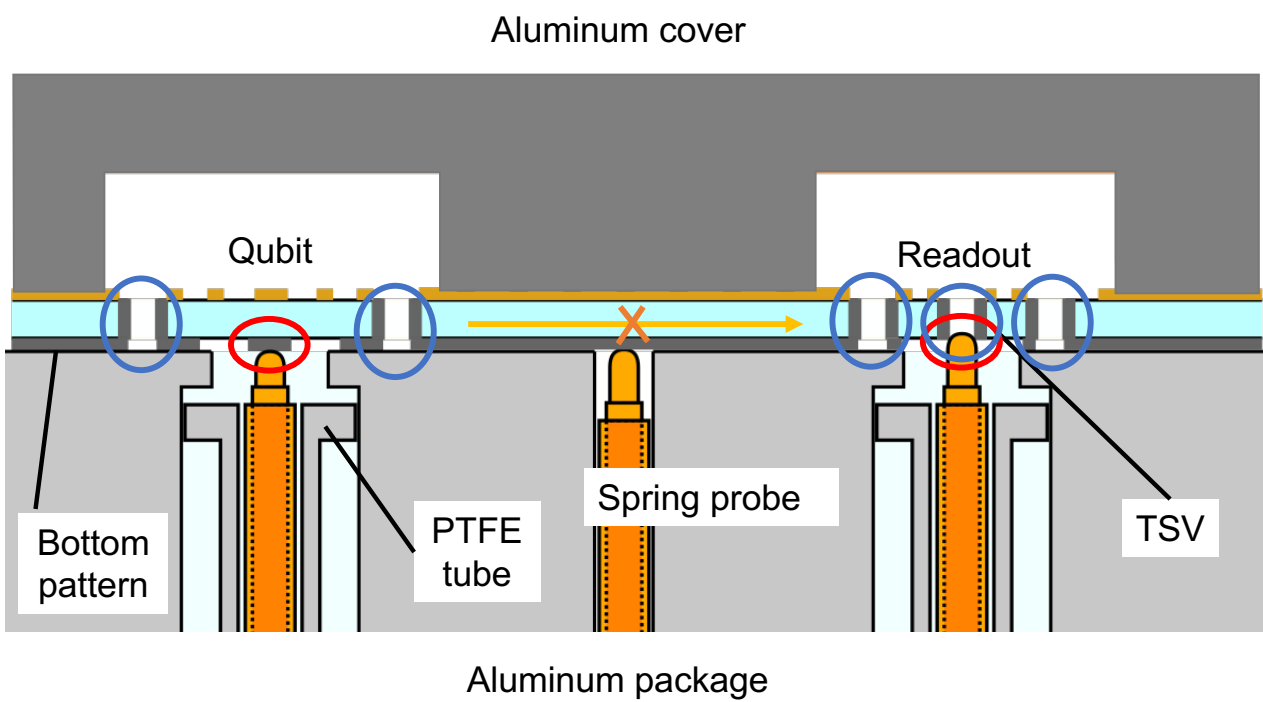


図 4.4: 本研究で用いた量子演算回路の断面の模式図 [47]

第5章 量子演算回路の制御系

本章では、本研究で用いた測定装置とデバイスについて述べる。

5.1 希釈冷凍機

本研究で用いる周波数帯域 $f \sim 10$ GHz に対応するエネルギー hf は温度換算 $hf = k_B T$ の下で約 0.5 K となる。従って、実験は 0.5 K より十分に低い温度で行われる必要がある。本研究では、無冷媒希釈冷凍機 (BlueFors 社製 XLD) を用いた。図 5.1 に写真を示した。本装置はいくつかの輻射シールドによって断熱されたステージに別れており、ステージ毎に段階的に異なる原理に基づく冷却シークエンスを行うことで、最下段の試料ステージにおいて ~ 7 mK を達成する。この温度における周波数 10 GHz 帯のモードの熱平衡状態の平均光子数は $\sim 10^{-21}$ 程度であり、ほぼ真空状態とみなせる。一方で、冷凍機の定める環境温度と量子ビットの熱平衡状態との温度は一般に異なるため、注意を要する。

希釈冷凍機は複数の輻射シールドによって多重に包まれている。最外殻シールドである Outer vacuum chamber (OVC) 以内は真空になっている。

各輻射シールドは各ステージ間の黒体輻射による熱交換を防いでいる。各ステージは互いに柱によって連結しているが、柱を介して侵入する熱流より、各ステージごとの冷却能力が勝るように設計されている。

ステージごとの冷却は各温度帯において最も効率的な手法が取られる。最上段のステージ (70 K) では He 気体の断熱自由膨張による Joule-Thomson 効果を用いたパルスチューブ冷却法、二段目のステージ (4 K) では液体 ^4He による寒剤冷却法、三段目のステージ (0.7 K) では分留器における液体 ^3He の減圧排気による冷却法、五段目のステージ (10 mK) では混合器における ^3He - ^4He の飽和蒸気圧の違いを用いた希釈冷凍法によって冷却する。測定対象の試料は最下段のステージに設置された磁気シールドによって外部磁場から保護されている試料ホルダー内に設置される。磁気シールドは高磁化率のミューメタル (Amuneal 社製 A4K) でアルミニウムを包んだ構造を持つ。ここでアルミニウムは低温環境において超伝導化することでマイスナー効果による磁場の遮蔽を、ミューメタルは冷却時における外部磁界を遮蔽し、冷却時にピン留め磁場が生まれないようにする役割を持つ。

希釈冷凍機内の試料を測定・制御するにあたり制御信号用の同軸線配線は必須だが、室温環境からのマイクロ波信号の導入は熱雑音流入の原因となる。そこで本研究では室温熱雑音に対して十分強いパワーのマイクロ波を用いることで高い信号雑音比を持つ制御信号を生成し、希釈冷凍機内で全体的に減衰させることで制御に適切なパワー帯の低雑音制御信号を生成した。室温から各ポートに入力するマイクロ波のエネルギーは、希釈冷凍機の各ステージにおいて冷却能力より小さくしなければならず、経験的に < 20 dBm を用いている。希釈冷凍機内における制御入力線は白銅製 $\phi 1.19$ mm の同軸ケーブル (Coax 社製 SC-119/50-CN-CN) を用いている。入力線は各冷却ステージに熱アンカーを介して固定された減衰器と接続しており、制御信号を信号雑音比を保ったまま減衰することができる。希釈冷凍機内には量子ビット制御信号入

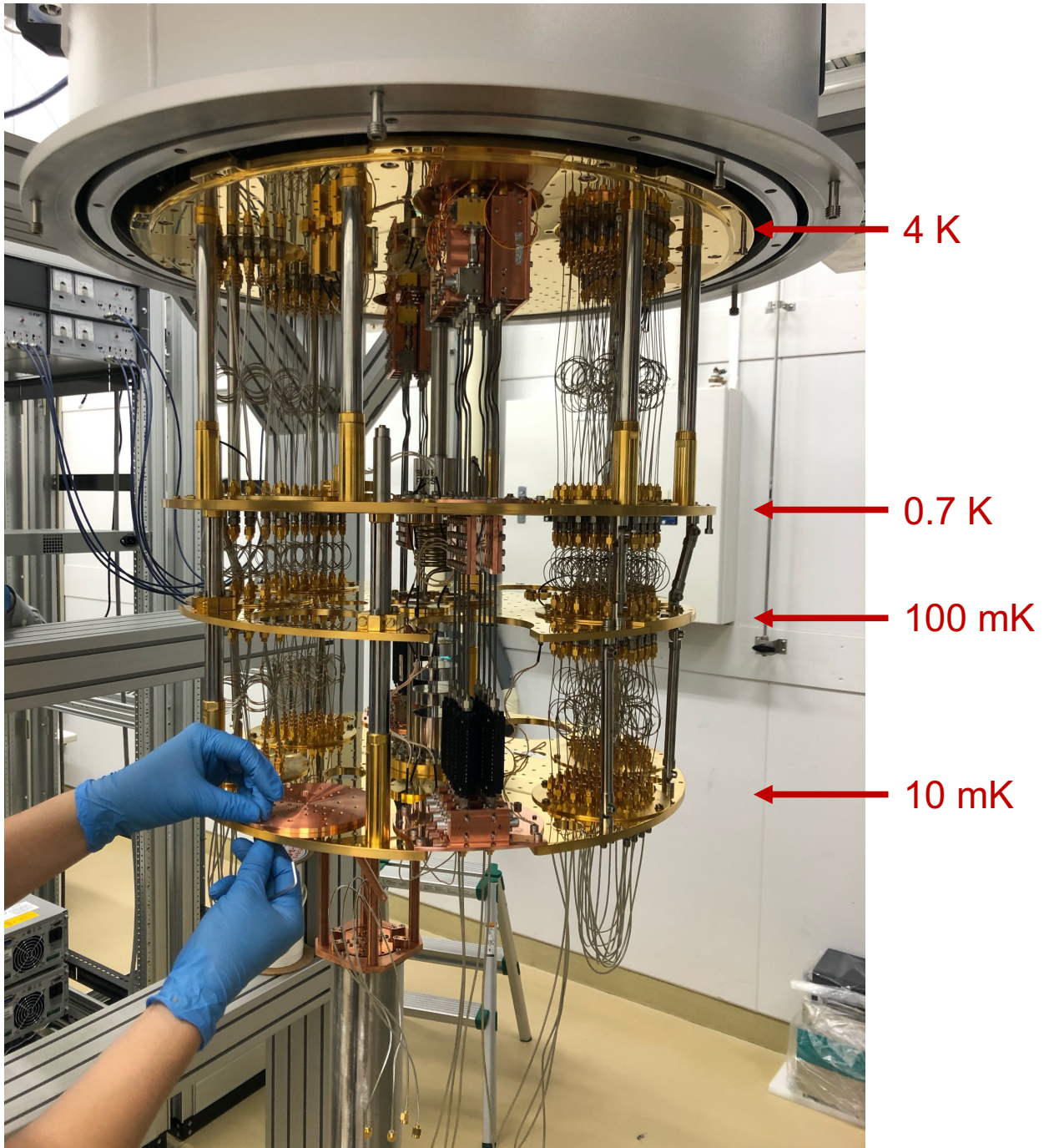


図 5.1: 本研究で用いた希釈冷凍機の内部写真

力線、量子ビット読み出し信号入力線、量子ビット読み出し信号出力線、IMPA ポンプ信号入力線、IMPA 制御用直流電流入力線が設置されている。量子ビット制御信号入力線および読み出し信号入力線では混合器直下まで、合計で 46 dB の減衰器が設置してあり、伝送路と合わせておよそ 55.3 dB の減衰があることが測定からわかった。なお、読み出し信号入力線にはさらに室温において 20 dB の減衰器を設置している。読み出し信号出力線は共振器からの反射シグナルをできるだけ信号雑音比を落とさずに増幅させて室温環境に返す必要がある。従って、出力線は低損失の NbTi 製 $\phi 2.19$ mm の超伝導同軸ケーブル (Coax 社製 SC-219/50-NbTi-NbTi) を用いている。また出力線は 4 K 冷却ステージに熱アンカーを介して固定された高移動度トランジスタ型マイクロ波増幅器 (Low Noise Factory 社製 LNF-LNC4_16B 帯域 4–16 GHz, ゲイン 36 dB, ノイズ温度 3.6 K) および室温ステージに繋がれたマイクロ波増幅器 (MITEQ 社製 FS4-08001200-09-10P-4 帯域 8–12 GHz, ゲイン 32 dB) と接続しており、出力制御信号に合計およそ 67 dB の増幅を与える。出力線を逆流して侵入してくる室温熱雑音やアンプの戻り雑音は冷却ステージに熱アンカーを介して固定されたアイソレータ (Low Noise Factory 社製 LNF-ISC8_12A, 帯域 8–12 GHz, 挿入損失 0.2 dB, アイソレーション 20 dB) に吸収されることで、低温環境下への侵入を防いでいる。ポンプ信号入力線では混合器直下まで、合計で 42 dB の減衰器が設置してあり、伝送路の損失と合わせておよそ 56.7 dB の減衰があることが測定からわかった。IMPA 制御用直流電流入力線では 4 K 冷却ステージまでは銅の $\phi 0.1$ mm ツイストペア線、4 K 以下では $\phi 0.1$ mm CuNi クラッド付 NbTi ツイストペア線を用いた。

5.2 測定装置

5.2.1 直交位相振幅変調

本研究で用いた量子ビットや読み出し共振器の共鳴周波数は一般に 4–11 GHz に設定される。このような高周波パルス信号は ~ 500 MHz 帯の低周波帯で生成されたパルス波形によって高周波の搬送波を変調させることで生成される。これを直交位相振幅変調 (QAM : Quadrature Amplitude Modulation) と呼ぶ。QAM によって生成された入力パルス信号は低温領域にて量子系と相互作用し、パルスのモード関数に複素振幅を乗算されて出力される。出力パルスは QAM の逆手順によって復調される。

変調と復調の原理

高周波の搬送波が角周波数 ω_0 の正弦波だったとする。今、位相を $\frac{\pi}{2}$ だけずらした二つの正弦波をそれぞれ別の $I(t)$, $Q(t)$ (in-phase, quadrature) 信号と乗算して足し合わせる。

$$s(t) = I(t) \cos(\omega_0 t) + Q(t) \sin(\omega_0 t) \quad (5.1)$$

この時、変調された搬送波 $s(t)$ の IQ 成分は共に変調時と同じ搬送波と乗算されることで復調可能である。

$$I(t) = \text{Lowpass}(2s(t) \cos(\omega_0 t)) \quad (5.2)$$

$$Q(t) = \text{Lowpass}(2s(t) \sin(\omega_0 t)) \quad (5.3)$$

従って、搬送波 $s(t)$ は IQ 成分について情報を保っていると言える。

5.2.2 Quantum Logic Analyzer

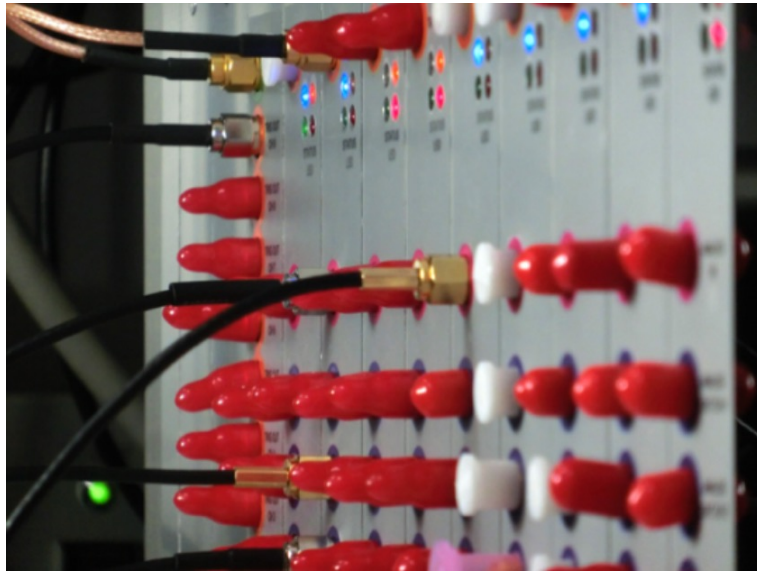


図 5.2: 本研究で用いた RF 波形生成器

Quantum Logic Analyzer (QLA) は Digital to analog converter (DAC)–Analog to digital converter (ADC) 組み込み測定制御装置である。QLA では各ラック毎にボードが 10 枚まで積載可能であり、各ボードには四チャンネルの DAC と一チャンネルの ADC が搭載されている。DAC はそれぞれ共振器読み出しパルス波形、量子ビット制御パルス波形、IMPA ポンプ波形、交差共鳴ゲート波形の出力に、ADC は読み出し信号の測定に用いられる。ボード当たりの消費電力は 100 W/枚である。各 DAC は帯域 500 MHz を持ち、データ更新レートは 1 GSa/s、ピークデータ転送速度は 64 Gbps である。各 ADC は帯域 500 MHz を持ち、波形読み出しを 1 GSa/s で行なったのち、内部信号処理を経て DRAM へ転送する。

5.2.3 Phase Matrix Array

Phase Matrix Array (PMA) とはタイヨー電子(株)によって作製された十チャンネルマイクロ波源制御装置である。同装置はマイクロ波局所発振器 Quicksyn (Phase Matrix 社製 帯域 0.65–20 GHz) 10 台を同一の冷却板の上に集積したものである。すべての Quicksyn は同一ルビジウム周波数標準器の 10 MHz 信号を分配して位相ロックされており、短期相対位相揺らぎは -110 dBc/Hz、長期相対位相ゆらぎは ~ 0.3 ppb である。各 Quicksyn ごとの消費電力は 20 W/台である。

5.2.4 Micro Wave Bridge

Micro Wave Bridge (MWB) とは Keycom 社製のマイクロ波パルス変調復調装置 QTB-CON-02 である。MWB はその内部において、QLA から導入された 250 MHz のマイクロ波制御パルスと PMA から導入された局所発振マイクロ波を混合器によって乗算することで制御信号の周波数を、アンプと可変減衰器を用いて振幅を定め、出力する。MWB において、RF の帯域は 300 MHz、高周波の帯域は 7–12 GHz となるよう設計されている。雑音出力は低温下で

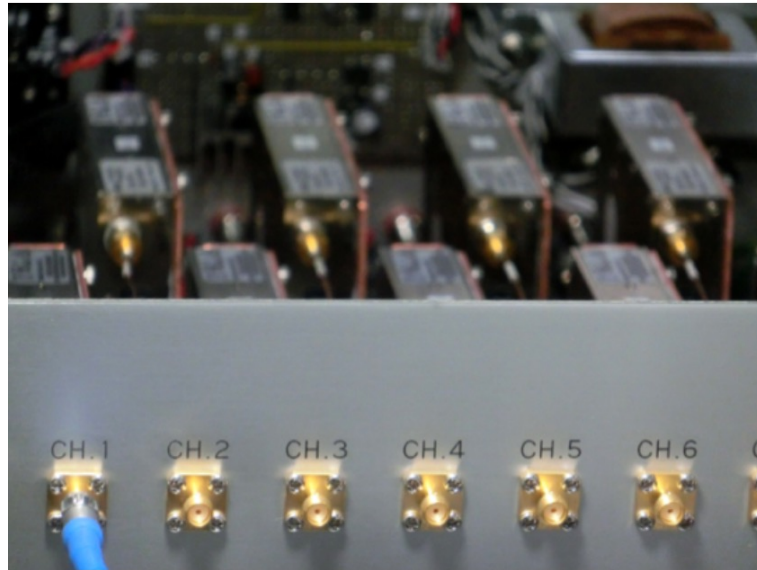


図 5.3: 本研究で用いたマイクロ波局所発振器

1 光子 /s/Hz 前後となるように -143 dBm として設計され、実際には $-141 \sim -142$ dBm において動作する。

5.3 実験サンプル

本節では、本研究で用いた半導体微細加工技術を用いて作製されたサンプルについて解説する。

5.3.1 インピーダンス整合パラメトリック増幅器

本研究では量子ビットの周波数多重化読み出しに、インピーダンス整合パラメトリック増幅器 (IMPA) を用いた。本研究で用いた IMPA は理化学研究所 CEMS 所属 (当時) の浦出芳郎氏によって設計され、理化学研究所 RQC 所属の日塔光一氏によって作製された。図 5.5 に本研究で用いた IMPA のサンプル写真を示した。IMPA は PCB 基板上にワニスによって固定され、ワイヤーボンディングを介してグラウンドを接地されている。また、シグナルラインとポンプラインについてもワイヤーボンディングを介して PCB 基板上の配線と接続しており、SMP 端子を介して希釈冷凍機内のマイクロ波同軸配線と接続する構成となっている。基板上にはインピーダンス変換用の $\lambda/4$ コプラナ導波路共振器とインピーダンス整合用の $\lambda/2$ コプラナ導波路共振器が実装されている。シグナルラインとポンプラインの交差点には、dc SQUID とスタブ構造によるキャパシタが構築されている。またここで、スタブの両端におけるグラウンド電位を安定化させるため、エアブリッジが実装されている。

5.3.2 16 量子ビット量子演算回路

本研究で用いた 16 量子ビット量子演算回路は、理化学研究所の玉手修平研究員によって設計され、産業技術総合研究所、情報通信研究機構未来 ICT 研究所および理化学研究所所属の

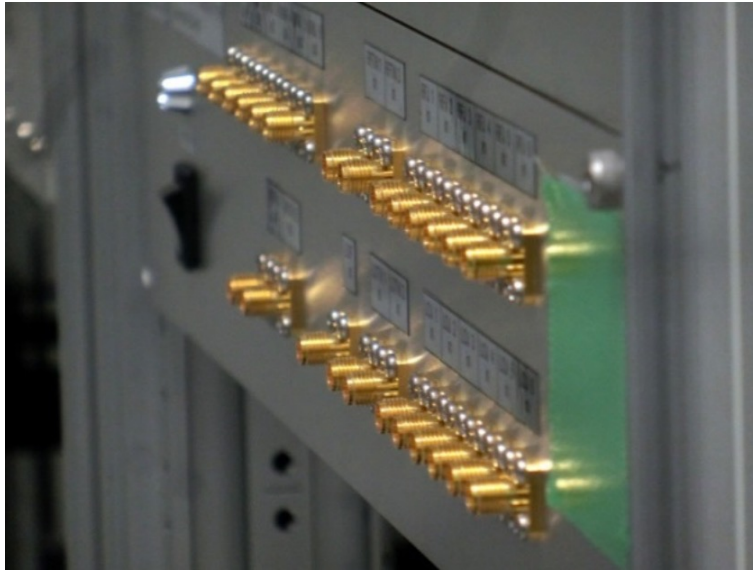


図 5.4: 本研究で用いた信号変調器

テクニカルスタッフチームによって作製された。図 5.6(a),(b) に、サンプル基板の四量子ビット部分回路の表面および裏面の写真をそれぞれ示した。サンプルにはシリコン基板を用い、その表面には量子ビットと読み出し用共振器、そしてパーセルフイルタ共振器が形成されている。それぞれの回路素子のキャパシタ部分、およびグラウンド電極は TiN 薄膜にドライエッチング処理を加えることで形成された。電極形状はフォトリソグラフィを用いて構築された。読み出し用共振器およびパーセルフイルタ用共振器には $\lambda/4$ コプラナ導波路共振器を用いている。個別の読み出し共振器ごとに読み出し共振周波数が設定され、異なる長さの導波路を持つ。パーセルフイルタ共振器の共振周波数は 10247.5 MHz、外部線幅は 484.3 MHz に設定された。それぞれの読み出し共振器はパーセルフイルタ共振器と個別に結合を持つ。量子ビットのキャパシタ部位は同心円型の電極構造をしており、外円電極は内径 $600 \mu\text{m}$ 、幅 $20 \mu\text{m}$ となるよう設計された。量子ビットのキャパシタ部位の内円電極の外径は各量子ビットごとの共鳴周波数を調整するためにそれぞれ異なる設計値を持つ。16 量子ビット量子演算回路では、個別の四量子ビット部分回路ごとに同じ周波数構成をくり返すよう設計されており、個別の部分回路ごとの設計パラメータは表 5.1 に示した。

表 5.1: 四量子ビット部分回路の設計パラメータ一覧表。記号は共振器共振周波数 ω_r 、量子ビット共振周波数 ω_q 、量子ビットの非調和度 α 、共振器の外部線幅 κ_r 、量子ビットの外部線幅 κ_q 、共振器と量子ビットの結合強度 g_{rq} をそれぞれ表す。A, B, C, D はそれぞれ四量子ビット部分回路の左上、右上、左下、右下の量子ビットに対応する。

	$\omega_r/2\pi$ (MHz)	$\omega_q/2\pi$ (MHz)	$\alpha/2\pi$ (MHz)	$\kappa_r/2\pi$ (MHz)	$\kappa_q/2\pi$ (Hz)	$g_{rq}/2\pi$ (MHz)
A	10103.1	8125.4	-353.4	5.16	81.9	117.6
B	10315.7	8185.1	-358.6	5.34	15.8	122.9
C	10400.4	8803.2	-414.8	5.59	334.6	120.4
D	10207.2	8900.1	-424.0	4.86	36.0	113.1

量子ビットの内円部電極やジョセフソン接合、基板貫通電極の側面および周辺には、アル

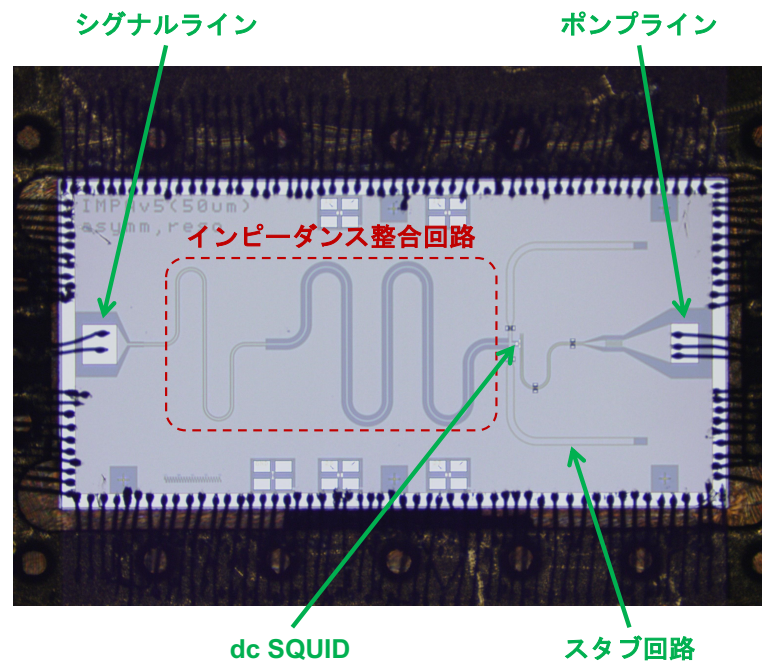


図 5.5: 本研究で用いたインピーダンス整合パラメトリック増幅器 [32]

ミニウムが用いられている。図 (b) に示された裏面には、小節 5.3.3 にて後述するパッケージングのコンタクトプローブがオーミックコンタクトを取れるよう TiN スパッタ膜の上に Al 薄膜が重ねて蒸着されている。各量子ビットの背面には基板背面から伸びるプローブより印加されるマイクロ波が直上の量子ビットに効率よく伝達されるよう、同心状に区切られた直径 $300 \mu\text{m}$ の円形電極パターンが配置されている。コンタクトプローブと量子ビットとの結合レートは、円形電極パターンとグラウンド電極とをつなぐスポークの幅によって調整される。四量子ビット部分回路の裏面中央には、基板貫通電極が設置されており、基板貫通電極を介して表面のパーセルフィルタと結合している。

図 5.7 には、本研究で用いた量子演算回路の微細構造の電子顕微鏡写真を示した。図 (a) は同心円型の電極を持つ量子ビットの内円と外円をつなぐ細長い電極上に構築されたジョセフソン接合の電子顕微鏡写真である。ジョセフソン接合は、二層レジストを用い、アルミニウムの斜め蒸着によって作製された。二層レジストパターンには、電子線リソグラフィを用いている。ジョセフソン接合の寸法は $200 \text{ nm} \times 200 \text{ nm}$ となるよう設計された。図 (b) には基板貫通電極の電子顕微鏡写真を示した。基板貫通電極はドライエッチングにより基板に貫通穴を開けたのち、アルミニウムの斜め蒸着を基板を回転しながら行うことによって作製された。

5.3.3 量子演算回路のパッケージング

本研究で用いた量子演算回路のパッケージは、理化学研究所の玉手修平研究員によって設計され、株式会社 精研によって作製された。図 5.8 に実際のパッケージの写真を示した。図 5.8(a) にパッケージの全体像を示した。パッケージは無酸素銅 C1020 製の希釈冷凍機との接続部と、アルミニウム合金 A5052 製のパッケージ本体からなる。パッケージ本体は上下二つのパーツからなり、サンプル基板は上下パーツに梱包される形となる。図 5.8(b) にパッケージ本体とサンプルの接触部位の接写写真を示した。パッケージ本体には Coax 社製 SC-119/50-SC

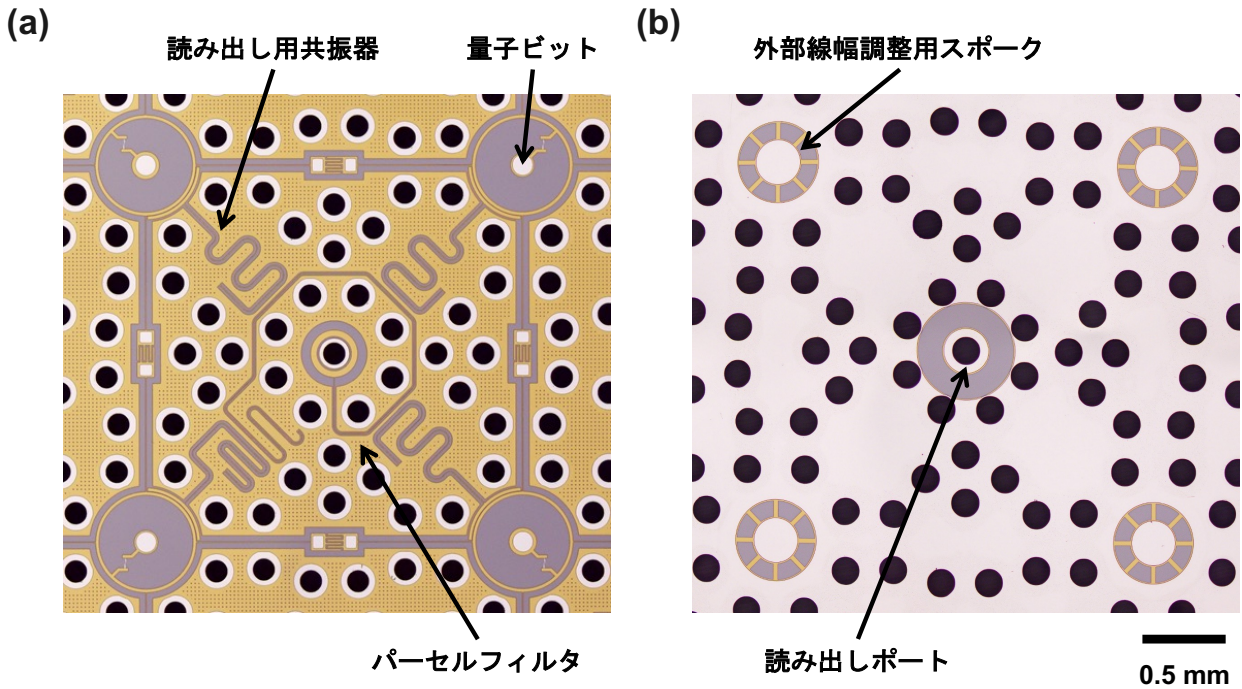


図 5.6: 本研究で用いた 16 量子ビット量子演算回路の四量子ビット部分回路 [47]。(a) 表面、(b) 裏面。

同軸線が 20 本挿入されており、Stycast によって固定されている。同軸線の先端は制御信号伝達用コンタクトプローブとしてサンプル基板背面に密着している。サンプル基板直下には制御信号伝達用コンタクトプローブの他に、グラウンド接地用コンタクトプローブが 49 本敷設されている。コンタクトプローブはともに $\phi 0.22$ であり先端は 30° の角度をもって針状に加工されている。制御信号伝達用プローブおよびグラウンド接地用プローブは 0.5 mm だけプローブの先端がパッケージから露出している。下部パッケージにも同様に 177 本のコンタクトプローブが圧着されており、サンプル基板を上部パッケージに押し当てる役割を持つ。下部パッケージには快削黄銅 C3604 製のサンプルカバーユニットピンが、上部パッケージには同じ径の穴がついており、パッケージを閉める際は、位置合わせに利用する。パッケージが閉められると、下部パッケージに取り付けられたコンタクトプローブが合計 2 kg、上部パッケージに取り付けられた制御信号伝達用コンタクトプローブおよびグラウンド接地用コンタクトプローブが合計 1 kg の荷重でサンプル基板を押し合う。結果として、サンプル基板は上部パッケージに 1 kg の荷重で密着される形となる。この時、上部パッケージに取り付けられたプローブは一本あたり約 14.5 g の荷重でサンプル基板に押し当てられている。図 (c) には、サンプルパッケージの希釈冷凍機との接続面を示した。サンプルパッケージ本体から伸びる制御信号伝達用同軸線は、図 (c) に示したパッケージ天板上で、SMP コネクタを介して希釈冷凍機内配線と接続する。

5.4 制御系全体の配線

本節では、制御系全体の配線について述べる。配線の模式図を図 5.9 に示した。16 量子ビットの制御系全体を書き記すのは紙面の都合上困難なため、個別の量子ビット x ごとの一量子

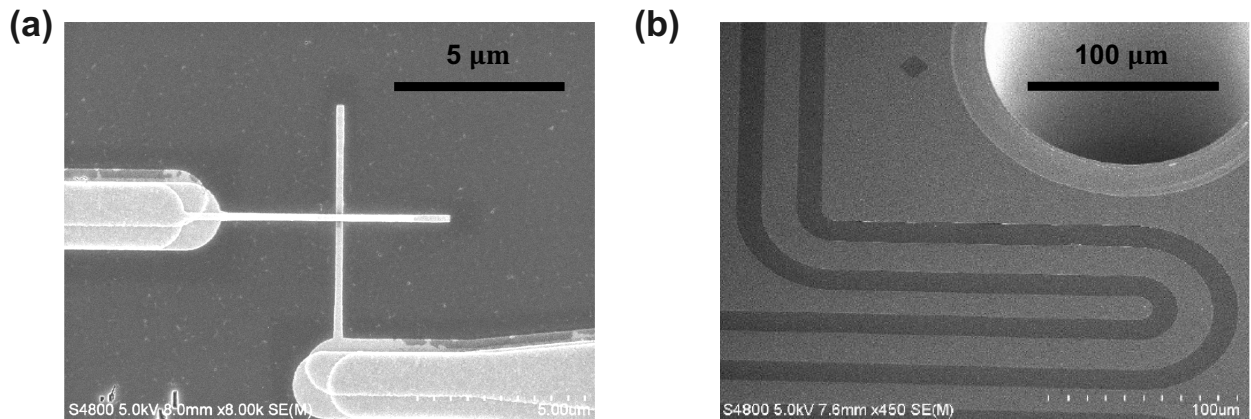


図 5.7: 本研究で用いた量子演算回路の電子顕微鏡写真 [47]。(a) ジョセフソン接合部、(b) 基板貫通電極部

ビット制御ポート、量子ビット x から量子ビット y への二量子ビット制御ポート、個別の四量子ビット多重読み出しポート MUX $_z$ ごとの読み出しおよびポンプポートをそれぞれ代表して記載した。以下では、それぞれの配線の役割と仕組みについて詳述する。まず、室温制御装置における制御信号の生成と、希釈冷凍機内部への導入について述べる。各量子ビットに対する一量子ビットゲート用の制御信号は、それぞれの量子ビットの共鳴周波数を動作周波数として設定した Phase Matrix Array に搭載された 16 台の局所発振器から生成される定常マイクロ波と、Quantum Logic Analyzer に搭載された単一量子ビット制御用の FPGA ボードから出力されるラジオ波信号とを用い、Micro Wave Bridge において直交位相変調を介して生成され、希釈冷凍機内でそれぞれ対応する量子ビットと接続する希釈冷凍機の天板に設置されたポートに入力される。二量子ビットゲート用の制御信号は、対象量子ビットに対する一量子ビットゲート実行用の局所発振器から出力される定常マイクロ波を分波し、二量子ビットゲート実行用の FPGA ボードから出力されるラジオ波信号と直交位相変調を介して合成されて生成され、制御量子ビットに接続する希釈冷凍機の天板に設置されたポートに入力される。各量子ビットに対する読み出し信号は、対応する読み出し共振器の共振周波数を動作周波数として設定された 16 台の局所発振器から生成される定常マイクロ波と、読み出し用 FPGA ボードから出力されるラジオ波信号とを用い、直交位相変調を介して生成される。本研究で用いた量子演算回路では、四量子ビット部分回路ごとに同一の読み出しポートを共有しており、周波数多重化読み出しを実行する構成となっている。そのため、読み出し用制御信号は個別の四量子ビットごとに 4 ポートのパワーディバイダー (PULSER 社製 RP4-04-452/13S 帯域 DC-18 GHz) を用いて合成され、読み出しポートと接続する希釈冷凍機の天板に設置されたポートに入力される。四周波混合の読み出し信号は、希釈冷凍機内にて対象となる量子ビットと相互作用したのち、出力ポートへと反射される。出力された読み出し信号は再び室温においてパワーディバイダー (PULSER 社製 RP4-04-452/13S 帯域 DC-18 GHz) によって分割され、個別の量子ビットの読み出し周波数の定常マイクロ波を用いたダウンコンバージョンによって、個別の量子ビットに対する読み出し信号として、アナログデジタル変換器にて感受される。IMPA は、個別の読み出しポートごとに対応しており、読み出しポートを伝達する四周波混合の読み出し信号の増幅に用いられる。IMPA はポンプ用マイクロ波信号と磁束バイアス印加用直流電流によって制御される。IMPA のポンプ信号は各読み出しポートに接続する四つの読み出し共振器のいずれかの読み出しに用いられる局所発振器にて生成された

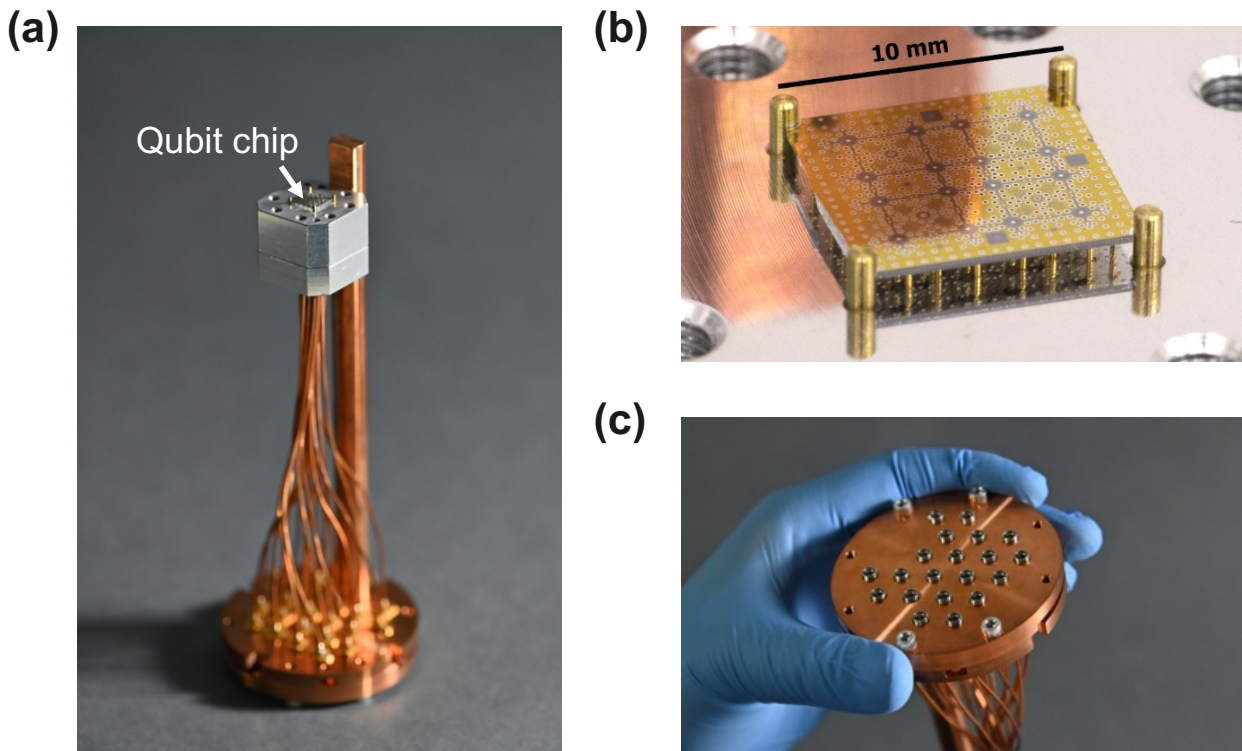


図 5.8: 本研究で用いた 16 量子ビット量子演算回路用パッケージ [47]。(a) サンプル取り付け時の全体像、(b) 上部パッケージとサンプルの接続部位の接写写真、(c) 希釈冷凍機との接続部位の接写写真

マイクロ波を周波数ダブラを介することで倍波に変換し、ポンプ用 FPGA ボードから生成されたラジオ波信号と共に、直交位相変調を介して生成される。ポンプ用マイクロ波は、量子ビット制御用信号や読み出し信号とは別に、IMPA に接続する希釈冷凍機の天板に設置されたポートに入力される。IMPA のゲイン特性を調整する機能を持つ磁束バイアス印加用直流電流は、室温制御装置 (Qblox 社製 SRI C1b D5a) から出力され、IMPA と同じパッケージに梱包されたコイルに接続する希釈冷凍機の天板に設置されたポートに入力される。

次に、希釈冷凍機内の配線について述べる。節 5.1 にて示した通り、室温制御装置において生成された制御信号は段階的に減衰されながら極低温の試料プレートの量子演算回路に到達する。その後、読み出し信号のみ反射され、段階的に増幅されながら室温制御装置に到達する。10 mK の試料ステージの入力ポートには、直交位相変調によって副次的に生成される高調波側のサイドバンド周波数信号の流入を防ぐためのローパスフィルタ (RLC Electronics 社製 F-30-12.4R, カットオフ周波数 12.4 GHz) と、THz 帯のノイズを吸収する Eccosorb フィルタ (Nanjing HMC System 社製 H032B06A0008, カットオフ周波数 8 GHz) が設置されている。量子ビット制御用信号は、節 5.3.3 にて詳述したサンプルパッケージを介して量子ビットサンプルの背面直下のコンタクトプローブまで伝達し、量子ゲートを駆動する。なお、コンタクトプローブからの反射波は量子ビット制御線に取り付けられた減衰器によって吸収されることで多重反射を抑える設計となっている。読み出し用信号はサーキュレータを介したのち、各四量子ビット部分回路の読み出しポートに到達したのち、個別の共振器の共振周波数成分ごとに対応する読み出し共振器と相互作用し、量子ビットの状態に応じた複素反射率によって反射される。サンプルによって反射された読み出し信号はサーキュレータを経て、IMPA へと

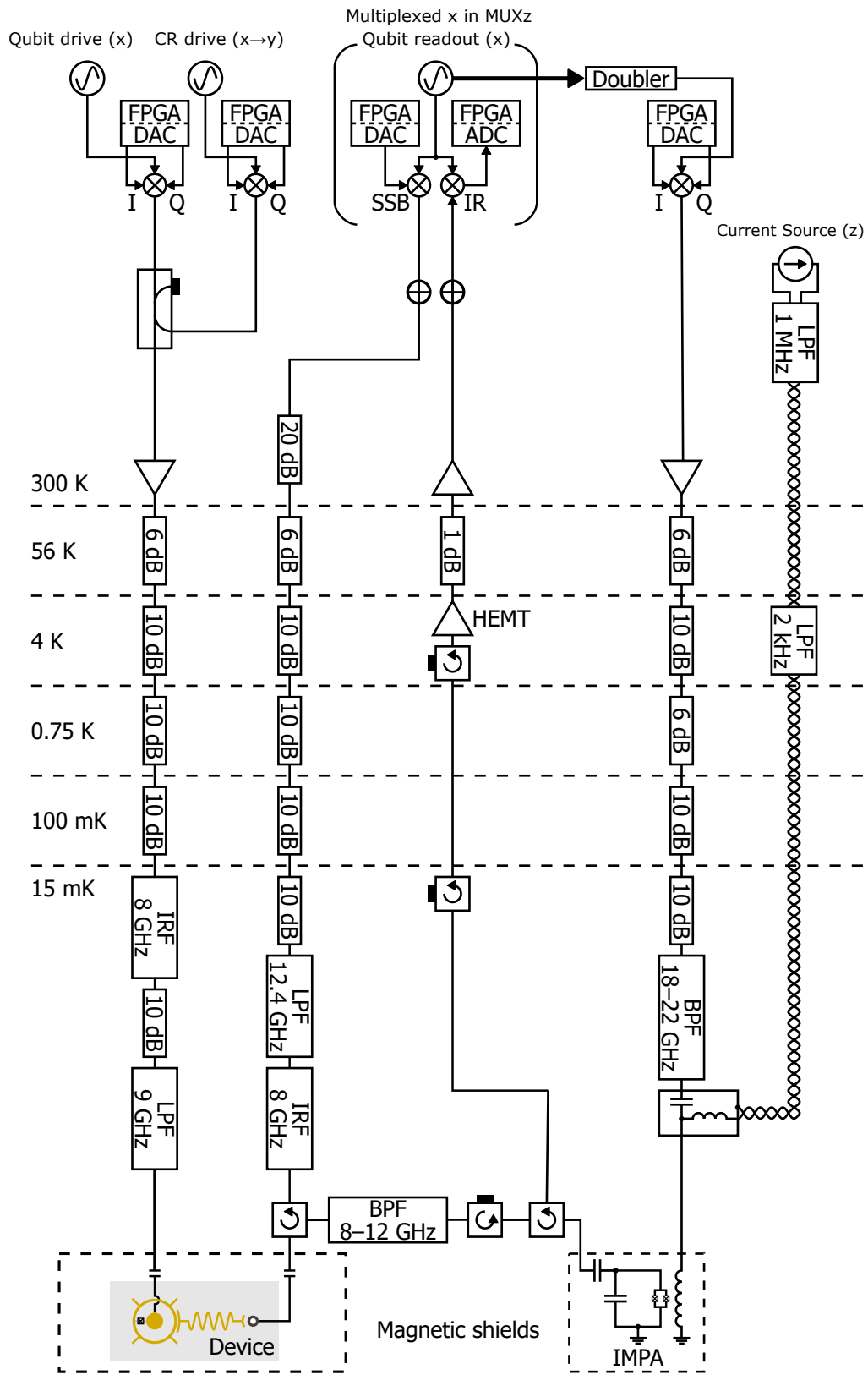


図 5.9: 本研究で用いた制御系の配線図

伝搬する。室温制御装置から適切なポンプ信号と磁束制御用直流電流を印加された IMPA に よって、読み出し信号の四つの周波数成分は全て増幅され、出力ポートより出力される。出力ポートには室温熱ノイズや HEMT 増幅器由来の熱の逆流を防ぐようバンドパスフィルタ (RLC Electronics 社製 F-19614, 透過帯域 8–12 GHz) を設置されている。

第6章 量子演算回路の制御較正

本章では、著者が行ってきた量子演算回路における制御較正フレームワークの開発と、実際に実装した制御較正法を実験結果を踏まえつつ述べる。

6.1 制御用パルスシーケンスの刷新

著者が配属された当初、本研究室では以下のように制御パルス列を記述していた。

Listing 6.1: Example

```
1 str_q = "A1 G10 B20 T"
2 str_r = "T M B10 A1 FT10 F1000"
```

上記文字列は量子ビット制御用信号波形(str_q)と量子ビット読み出し用信号波形(str_r)をそれぞれ表しており、パーサーを介して個別のDACに送信される。二つの信号str_qとstr_rは文字列Tを同時刻とするように同期されており、具体的に、振幅1、半値全幅10 ns Gaussianパルスでqubitを励起し、遅延時間30 nsの後に振幅1、立ち上がり時間10 ns、持続時間1000 nsのraised cosine flattop波形のパルスで読み出しを行う操作と対応している。単一量子ビット実験においては文字列を用いた記法が簡潔かつ十分なものとして機能していた。しかし、複数量子ビットを制御する場合、文字列の記法では不便が生じることがわかった。複数量子ビットの制御では、複数の量子ビットに同時に作用するもつれゲート操作が存在するため、各量子ビット制御信号間で複数回の同期を図る必要がある。例えば、簡単な二量子ビット実験を記述すると以下ようになる。

Listing 6.2: test sequence (string based)

```
1 str_q0 = "A1 B10 G20 B10 T1 B10 FT10 F200 T2"
2 str_q1 = "A1 B10 G20 B10 T1 B10 B200 T2"
3 str_r0 = "T2 M B10 A1 FT10 F500"
4 str_r1 = "T2 M B10 A1 FT10 F500"
5 str_01 = "T1 B10 FT10 F200 T2"
```

ここで、T1,T2はパルスの同期ポイントを表しており、T1-T2区間においてq0-q1間にもつれゲートを作用させている。このパルスシーケンスでは、各Txを重み付き辺を有する有向非閉路グラフのノードとみなして重み付きトポロジカルソートによって最小遅延時間を自動的に代入することで、パルス列全体での同期関係が満たされた最短のパルス列を算出している。上記コードは一見して可読性が低いことが見て取れる。また、文字列を用いた記法には他にも以下の問題点があげられる。

- 複数DACにまたがる操作を登録、呼び出しできない
- DAC間の同期関係が一見して不明瞭

- 実験コードの再利用性が低い
- パルス列が長くなったとき、コードが横に伸びて改行を要する

以上を踏まえ、著者は複数量子ビット制御の実装をより簡潔に行える命令形式のパルスシーケンサを開発・実装した。本シーケンサでは、量子演算回路全体を制御する実験に対応するクラス `Sequence` に、実験命令を順次追加していくという構成で実験を記述する。例えば上述した二量子ビット実験は、本シーケンサを用いて以下のように記述される。

Listing 6.3: test sequence (instruction based)

```

1 seq = Sequence()
2 seq.add(Gaussian(amplitude=1, fwhm=20, duration=40), Port("Q0"))
3 seq.add(Gaussian(amplitude=1, fwhm=20, duration=40), Port("Q1"))
4 seq.trigger([Port("Q0"), Port("Q1")])
5 seq.add(FlatTop(Gaussian(1, 10, 20), 200), Port("Q0")>>Port("Q1"))
6 seq.trigger([Port("Q0"), Port("Q1")])
7 seq.add(Acquire(300), Port("R0"))
8 seq.add(Acquire(300), Port("R1"))
9 seq.add(FlatTop(RaisedCos(1, 20), 500), Port("R0"))
10 seq.add(FlatTop(RaisedCos(1, 20), 500), Port("R1"))

```

一見して、本シーケンサを用いて記述されたパルスシーケンスは可読性が高く、実験の内容を一目で把握できることがわかる。本シーケンサでは、各制御用 DAC に紐づいた Port というクラスを `Sequence` が一括して管理する構成をとっている。Port 間の同期は、`seq.trigger` 関数によって指定されている。`Sequence` はコンパイル機能を有しており、コンパイルが実行されるまでは具体的な波形情報を生成しない。したがって、`Sequence` は容易に他の `Sequence` 内で命令セットとして呼び出されることが可能となる。

Listing 6.4: call function

```

1 sub = Sequence()
2 sub.add(RaisedCos(amplitude=1, duration=200), Port("Q0"))
3 sub.add(RaisedCos(amplitude=1, duration=200), Port("Q1"))
4
5 main = Sequence()
6 main.trigger([Port("Q0"), Port("Q1")])
7 main.call(sub)
8 main.trigger([Port("Q0"), Port("Q1")])

```

上述したコードでは、`sub` という事前に作成した `Sequence` を別の `main` という `Sequence` において `call` 関数を用いて呼び出している。`call` 機能の実装によって、複数 DAC にまたがる操作を事前に登録・呼び出しすることが可能となった。`call` 機能をさらに拡充したものが、以下に示した `backend` と `Circuit` クラスである。

Listing 6.5: test sequence (circuit based)

```

1 cir = Circuit(backend)
2 cir.rx90(0)
3 cir.rx90(1)
4 cir.rzx45(0,1)
5 cir.measurement([0,1])

```

backend は特定の量子演算回路サンプルと対応するクラスであり、量子ビット格子の構造や、各基本量子ゲートの生成法に関する情報を事前に登録しておくことが可能である。backend から制御にまつわる情報を受け取ることで、Circuit クラスでは、量子回路を実行する記述のまま、制御用パルス列を指定することができるようになった。本シーケンサで生成した制御パルス波形情報は `cir.draw` 関数によって可視化することができる。

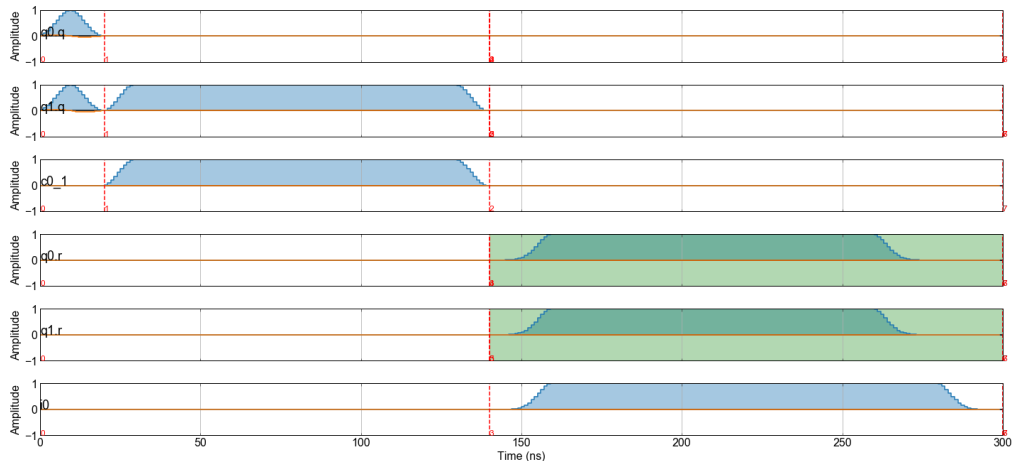


図 6.1: 可視化された波形情報の一例

図 6.1 に、上述の test sequence (circuit based) を可視化した結果を示す。

また、本シーケンサは共同研究者である NTT 所属の鈴木泰成氏が開発した実験系ミドルウェアと接続するように作成されており、本シーケンサを用いて記述された実験をリストにしてミドルウェアに渡すことで、実際のデバイス上での実験結果を返すようになっている。

Listing 6.6: hardware implementation

```
1 qm = TimeDomainQubitMeasurementSequencer(session)
2 circuits = [cir1, cir2, cir3, ...]
3 dataset = qm.take_data(circuits)
```

以降の制御較正や本実験では、特に指定がない場合を除いて本シーケンサを用いて実験を行った。

6.2 量子演算回路の制御較正の自動・並列化

量子演算回路の制御較正には、孤立量子系の制御較正と異なる要件が二つ存在する。

まず初めに量子演算回路では、制御較正の対象となる部分系を孤立系として取り扱うことが許されない。例えば、回路内の特定の二量子ビットにもつれゲートを実行する場合、対象となる二量子ビットが常に周囲を取り囲む量子ビットから受ける影響を無視できない。このように、制御対象の周辺に存在する量子ビットは `spectator` 量子ビットと呼ばれる。すなわち、量子演算回路の制御部分系は `spectator` 量子ビットなどをはじめとした外界を持つ開放量子系とみなすこともできる。ただし、`spectator` 量子ビットもまた制御対象となりえる量子ビットであるため、`spectator` 量子ビットと制御部分系もまたコヒーレンスを保った相互作用を有している。従って、量子演算回路の制御部分系は、非マルコフ的な開放量子系としてみなすこと

ができる。従って、実際に制御較正をする際には、spectator 量子ビットとの相互作用によって、較正結果が歪められることのないよう、綿密に較正実験を設計する必要がある。

また第二に、量子演算回路の制御較正は、回路がスケールした際にも動作する必要がある。すなわち、 n 量子ビット量子演算回路の制御較正であっても $O(1)$ の時間で終わることが求められる。

以上二つの条件を踏まえ、著者は量子演算回路に適したシステム全体を網羅する自動並列制御較正法を設計・実装した。

6.2.1 制御較正の自動化

制御較正の自動化とはすなわち、以下の 3 工程の自動化に等しい。

- 制御パラメータの管理と更新
- 制御パラメータ更新用の実験の設計と実行
- 制御パラメータ更新用の実験結果の解析

ここでは、共同研究者の鈴木泰成氏が制御パラメータの管理と更新を司る Calibration Note の開発を、著者が制御パラメータ更新用実験の設計と実験結果の解析部分の自動化を担当した。Calibration Note とは、量子演算回路を制御する際に事前知っておく必要がある制御パラメータを管理するための辞書に対応するクラスである。量子演算回路の制御較正とは、初めは空であった Calibration Note を拡充していくように制御パラメータ更新用実験とその解析のループを回す手続きである。

6.2.2 制御較正の並列化

n 量子ビット量子演算回路の制御較正を $O(1)$ の時間で終わるために、量子演算回路における制御較正の並列化は必須の課題である。前述した通り、量子演算回路では spectator からの影響が無視できない。そのため、それぞれの制御部分系が spectator から受ける影響を排除するように、制御較正実験を設計する必要がある。spectator から受ける影響を排除する最も簡単な方法として、相互作用を平均化する手法がある。spectator 由来の相互作用として最も典型的なのは、常在 ZZ 相互作用であるが、これは spectator 側が $|0\rangle, |1\rangle$ 状態にある場合、 $\pm IZ$ 相互作用として制御部分系に働くことになる。従って、spectator 側に $|0\rangle, |1\rangle$ 状態を用意した上で制御較正実験をそれぞれ一回ずつ実行し、その出力の平均を真の制御較正実験結果とすることで、常在 ZZ 相互作用を介した spectator から制御部分系への影響を排除することができる。すなわち、量子演算回路を個別の量子ビットがノード、それらの結合がエッジとなるグラフとして捉えたとき、部分グラフごとに異なった役割を持った実験を実行させることで、並列制御較正実験は実装される。

どのような部分グラフが採用され、どのような spectator 状態を用意すべきかは、量子演算回路の設計に強く依存する。以下の議論は、本研究で用いられた量子演算回路の設計に基づくものとする。本研究で用いられた量子演算回路では量子ビットは正方格子状に整列しており、市松格子状に量子ビットの共鳴周波数が高いものと低いものとが交互にならんでいる。

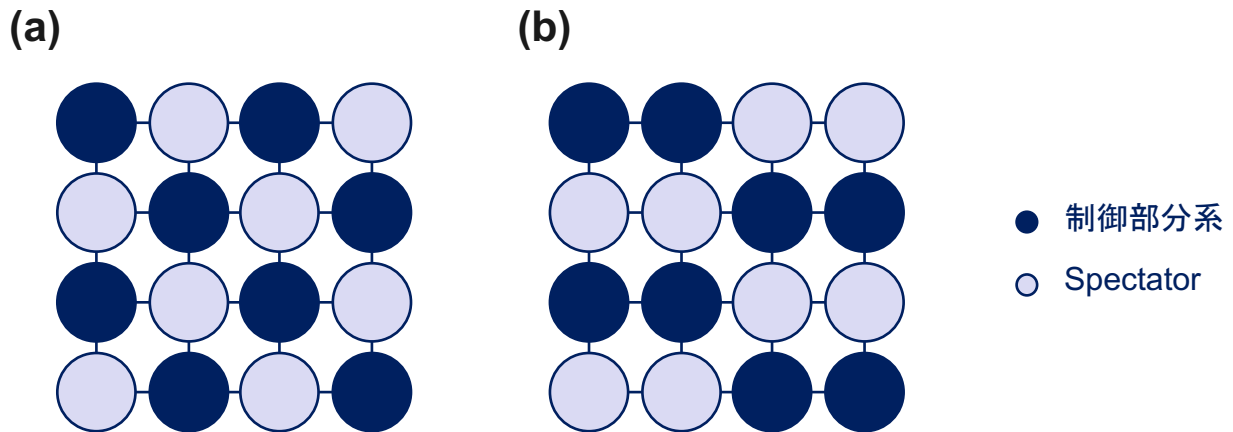


図 6.2: 並列制御較正実験の模式図。(a) 一量子ビット制御較正、(b) 二量子ビット制御較正

まず、制御周波数や読み出し周波数、縦緩和時間、横緩和時間といった基礎パラメータ評価実験や、一量子ビット制御較正のような個別の量子ビットごとに実行される実験について並列化を考える。ここでは、図 6.2(a) に示したような市松格子状の部分グラフを採用し、市松格子の一方を制御部分系、もう一方を spectator 量子ビットとして扱うことにする。量子演算回路の設計より、制御部分系中の量子ビットは spectator 量子ビットに取り囲まれており、それらは全て常在 ZZ 相互作用を介して常に制御較正中の量子ビットに対して同じ符号の Z 回転を与える。従って、spectator 量子ビットを全て $|0\rangle$ 、もしくは全て $|1\rangle$ に準備しておきつつ、制御較正実験を行うことで、Z 回転を平均化することができる。このとき、一量子ビット並列制御較正実験の実験時間のオーバーヘッドを考察する。一量子ビット並列制御較正実験では、市松格子によって量子演算回路を分割した。このような市松格子の取り方は格子のいずれかを制御部分系とするかの選択を含めれば、二通り存在することになる。また、それぞれの市松格子について、spectator 量子ビットを反転させるかさせないかの二通りが存在するため、一量子ビット並列制御較正実験は合計四回の実験で実行可能であることがわかった。これは量子演算回路を較正する量子ビット数が増大しても一定であるため、以上から一量子ビット制御較正実験の並列化がなされたことがわかる。

同様に、交差共鳴ゲートなどのような二量子ビットにまたがる制御較正の場合について並列化を考える。二量子ビット制御の場合、前述した市松格子状の構造を用いることはできない。実際には、個別の制御部分系が spectator 量子ビットに取り囲まれるように図 6.2(b) に示したようなパターンを用いている。このようなパターンは 8 通り書くことができ、それぞれに対して二回の実験を行うため、二量子ビット並列制御較正は 16 回の実験によって実装されることがわかる。

6.3 量子演算回路の制御較正の実装

本節では、量子演算回路の具体的な制御較正法について紹介する。量子演算回路の制御較正に含まれる実験は、基礎パラメータの評価と制御パラメータの調整に大別される。前者は量子演算回路を較正する量子ビットや共振器、またその間の結合を評価するものであり、後者は実際に量子演算回路上で量子計算を実装する際に要求される量子ゲートや読み出しを実装する役割を持つ。両者は相補的な関係にあり、例えば量子ビットの共鳴周波数を知らなけ

れば、一量子ビットゲートを実行することができないものの、逆に一量子ビットゲートを実行できなければ緩和時間測定といったより高度な基礎評価実験が行えない。

以下では、量子演算回路の基本格子となる四量子ビット部分回路における制御較正実験結果を踏まえつつ、量子演算回路における標準的な制御較正手順について紹介する。

6.3.1 周波数分光

まずはじめに行うのは共振器の分光実験である。共振器は、パーセルフイルターを介して読み出しポートと接続しており、一つの読み出しポートに四つの共振器がつながっている。第 2 章にて述べた通り、共振器の複素反射率は共鳴周波数近傍で複素ローレンチアンとなっている。本研究で用いた量子演算回路では、読み出し用共振器は通常 5 MHz 程度の外部線幅を持っており、共鳴周波数は 9.5 GHz から 10.5 GHz の範囲内に収まるため、上記区間を 500 点ほどの周波数分解能で分光すれば、全ての共振器の共鳴周波数を探索することが可能である。実際の実験結果を図 6.3 に示した。図には、読み出し周波数を掃引したときの読み出しポート

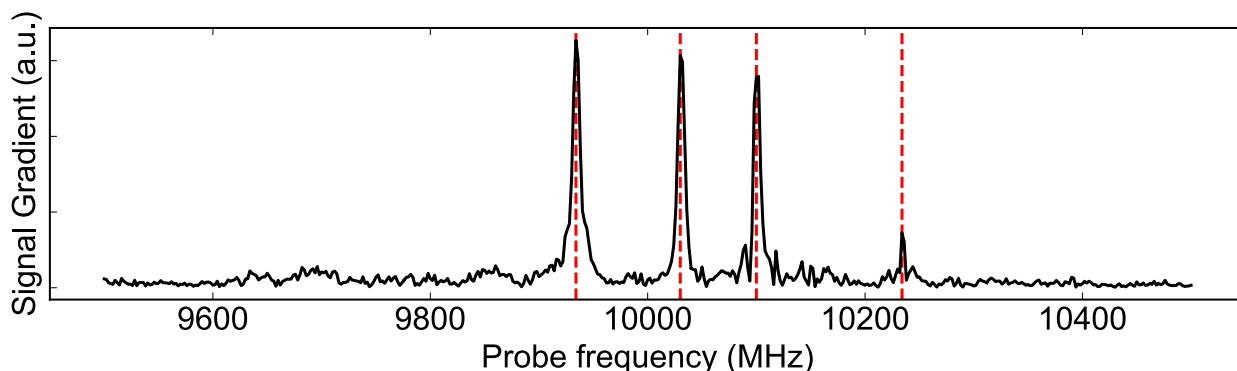


図 6.3: 読み出しポート分光の実験結果

の複素反射率の勾配の絶対値を示した。図から、単一の読み出しポートにつながる四つの読み出し共振器に対応する複素反射率の急峻な変化を見ることができる。同一の読み出しポートにつながる共振器の共鳴周波数は、互いに約 100 MHz 程度十分に離調して設計されているため、ファブリケーションの誤差によって共振器の共鳴周波数同士の大小関係が入れ替わることはないと考えられる。従って、同一の読み出しポートにつながる共振器は、それぞれの共振器の共振周波数の大小関係を設計と比較することで、量子ビットとの対応関係を推測できる。個別の共振器についてより詳細に分光測定した結果を図 6.4 に示した。図では、個別の読み出し周波数近傍で周波数掃引を行い、複素反射率の変化を複素ローレンチアン関数でフィッティングした。各量子ビットにおける実験結果に対応する四つの図ではそれぞれ、左に読み出し周波数を掃引した際の反射位相の変化を、右に複素反射率の変動の軌跡を示した。フィッティング結果から、個別の共振器に対する読み出し周波数をより精度良く与えることができる。

次に行うのが、量子ビットの分光実験である。第 2 章にて前述した通り、量子ビットは共鳴周波数 ω_q 近傍の周波数を持つマイクロ波ドライブをコヒーレンス時間よりも十分長い時間受けることで、共鳴周波数を中心とした実ローレンチアン型の励起率を持った混合状態に収束する。量子ビットの励起率は、共振器の複素反射率に反映されるため、これを読み取ることで、量子ビットの共鳴周波数を探索することができる。本研究で用いた量子演算回路では、個別

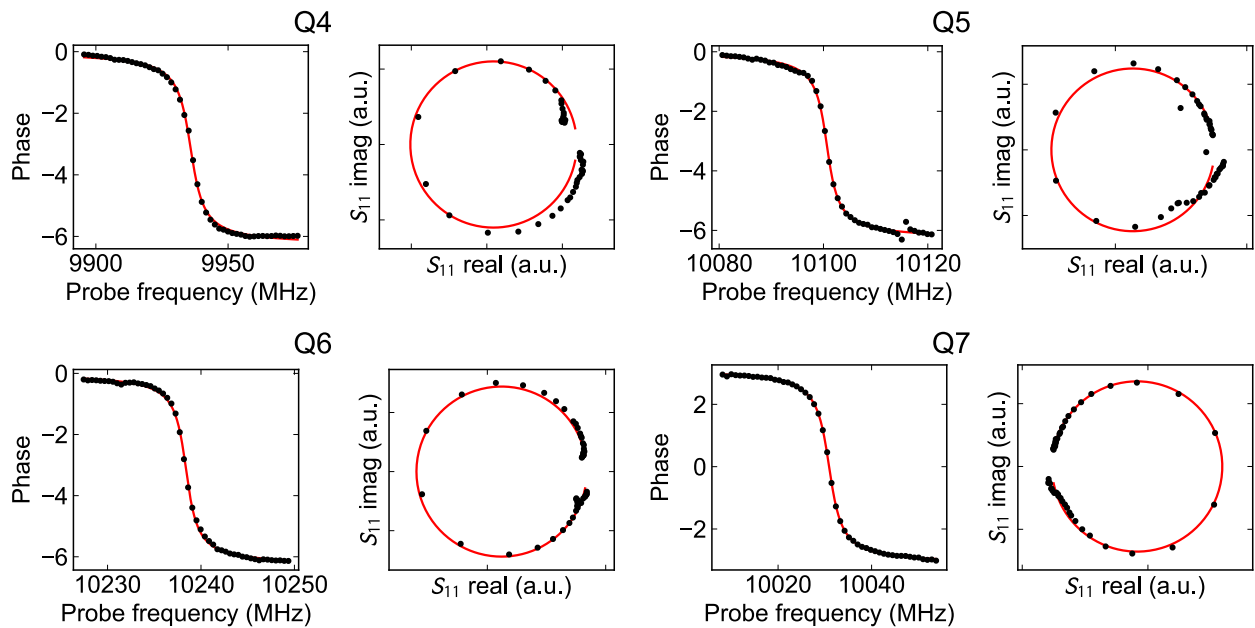


図 6.4: 共振器分光の実験結果

の量子ビットごとに対応した共振器が結合しており、独立した量子ビットの読み出しが可能である。量子ビットの周波数は経験則上、Josephson 接合抵抗値からの予測値 ± 100 MHz の範囲に収まるため、近傍を周波数掃引して探索している。実際の実験結果を図 6.5 に示した。図には、各量子ビットにおける実験結果に対応する四つの図を示している。各図右には、量子ビットへ照射したマイクロ波のドライブ周波数を掃引した際の共振器の複素反射率の変動を示した。各図右からわかるように、量子ビットに共鳴するマイクロ波が照射されることで、量子ビットが励起し、共振器の複素反射率が直線状に変化することがわかる。そこで、各図左には各図右の実験データから主成分分析を用いて抽出された主成分のドライブ周波数依存性を示した。各量子ビットの共鳴周波数近傍で、量子ビットの励起に伴う読み出しポートの複素反射率に実ローレンチアン型の変化がみられることがわかる。これらに実ローレンチアンフィットを行い、量子ビットの共鳴周波数を推定した。

6.3.2 量子ビットの基礎特性評価

共振器、量子ビットの共鳴周波数を分光実験によって把握した後、量子ビットの基礎特性を時間領域実験によって測定する。

まず初めに行うのが、Rabi 振動を用いた単一量子ビットゲートの粗調整である。分光実験で推定された量子ビットの共鳴周波数を持つマイクロ波を量子ビットに照射することで、量子ビットは Rabi 振動を起こす。ここで、量子ビットの共鳴周波数とは、より厳密には量子ビットの ge 遷移周波数であることに留意する。超伝導量子ビットの場合、より ge 遷移から非調和度分離された周波数に ef 遷移が存在しており、非調和度と同等の強度のマイクロ波を照射することで、 $|f\rangle$ 準位をはじめとした高次準位へのリークが発生することが知られている。従って、以下では量子ビットへドライブ強度が $\Omega/2\pi = 20 \text{ MHz} < 0.1\alpha/2\pi \sim 30 \text{ MHz}$ 程度となるように、 $R_X(\pi/2)$ ゲートを 12 ns で実行できるようドライブ強度を調整した。実際の実験結果を図 6.6 に示した。各量子ビットに対応する実験結果を示した四つの図には、量子ビット

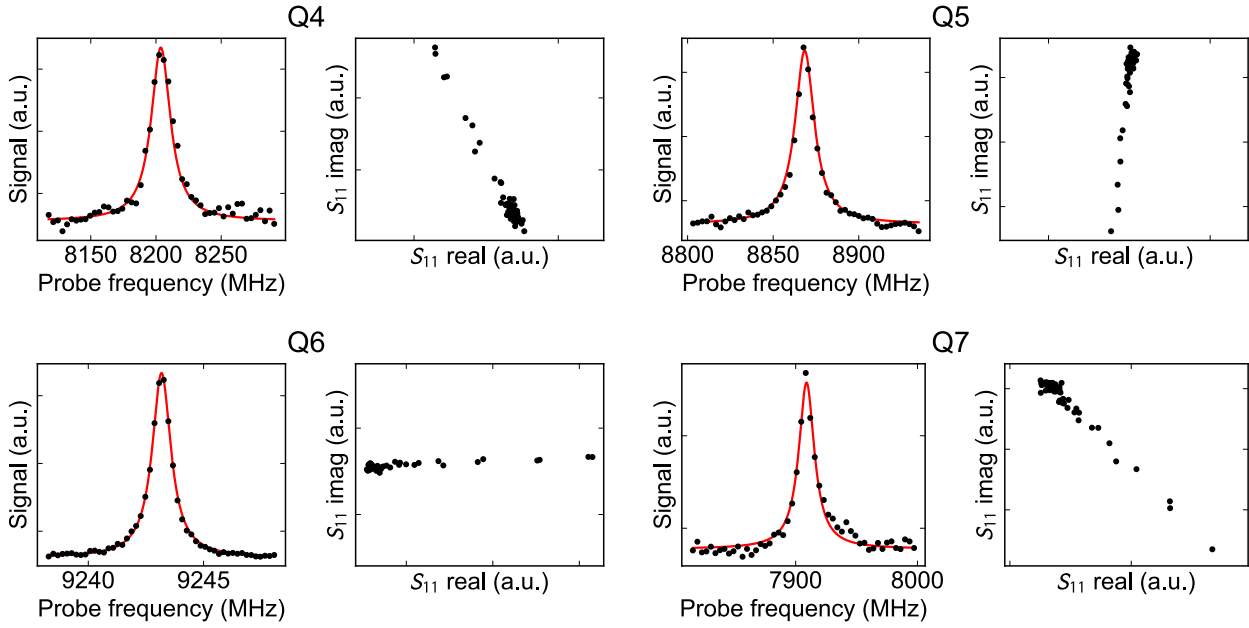


図 6.5: 量子ビット分光の実験結果

への共鳴ドライブの強度を掃引した際の共振器の複素反射率の変動の軌跡を右図に、主成分分析によって抽出された複素反射率変動の主成分を左図にそれぞれ示した。ドライブ強度の増大に伴って、量子ビットの状態が $|g\rangle$ 状態から $|e\rangle$ 状態に遷移する様子がみられる。ここでは、遷移の軌跡を三角関数でフィッティングし、極小点に対応するドライブ強度を π パルス実行のためのドライブ強度とした。

次に行うのが、Ramsey 干渉を用いた非マイクロ波ドライブ下における量子ビットの共鳴周波数の推定である。量子ビットの分光実験結果から得られる実ローレンチアンは、式 2.126 において示した通り、分光ドライブ強度によってシフトされることが知られている。従って、ドライブを受けていない量子ビットの共鳴周波数を把握するため、Ramsey 干渉実験を行う。Ramsey 干渉実験では、量子ビットが常に共鳴周波数に応じてブロッホ球上で Z 軸に回転する性質を利用し、回転の角速度を観測することで真の共鳴周波数を推定する。具体的には、 $R_Y(-\pi/2)$ ゲートを用いて量子ビットを $|g\rangle$ 状態より $|+\rangle = (|g\rangle + |e\rangle)/\sqrt{2}$ 状態とし、特定の時間 t だけ待機したのち、 $R_Y(+\pi/2)$ もしくは $R_X(+\pi/2)$ を用いて基底を変換することで、待機時間 t 終了時点での量子ビットの X もしくは Y 期待値を見積もる実験を行う。時刻 $t = 0$ の場合、量子ビットは X の $+1$ 固有状態にあるが、待機時間中の時間発展と共に、量子ビットが Z 軸回転することで、量子ビットの X, Y 固有値はそれぞれ緩和を伴う正弦関数として振動する。なお、ここで X 期待値のみの測定においてもその角速度から Z 軸回転の角速度を推定できるが、あくまで強度を推定しており、符号が推定できないことに留意する。ここでは、ブロッホ球上で発生する回転の角速度の強度と符号の両方を同定するため、二回の実験を行った。また、ここでは Z 軸回転がよく観測できるように、あらかじめ量子ビットの分光実験で推定された量子ビット共鳴周波数から 0.3 MHz だけ離調した状態で実験を行った。実際の実験結果を図 6.7 に示した。各量子ビットに対応する実験結果を示した四つの図には、待機時間を掃引した際の量子ビットの状態変化を、共振器の複素反射率の変動という形で観測した実験結果を示している。各図右には実際の複素反射率の変動の軌跡を示した。Rabi 振動の場合と同様に、量子ビットの状態変化に応じて共振器の複素反射率が複素平面上を線状に変化し

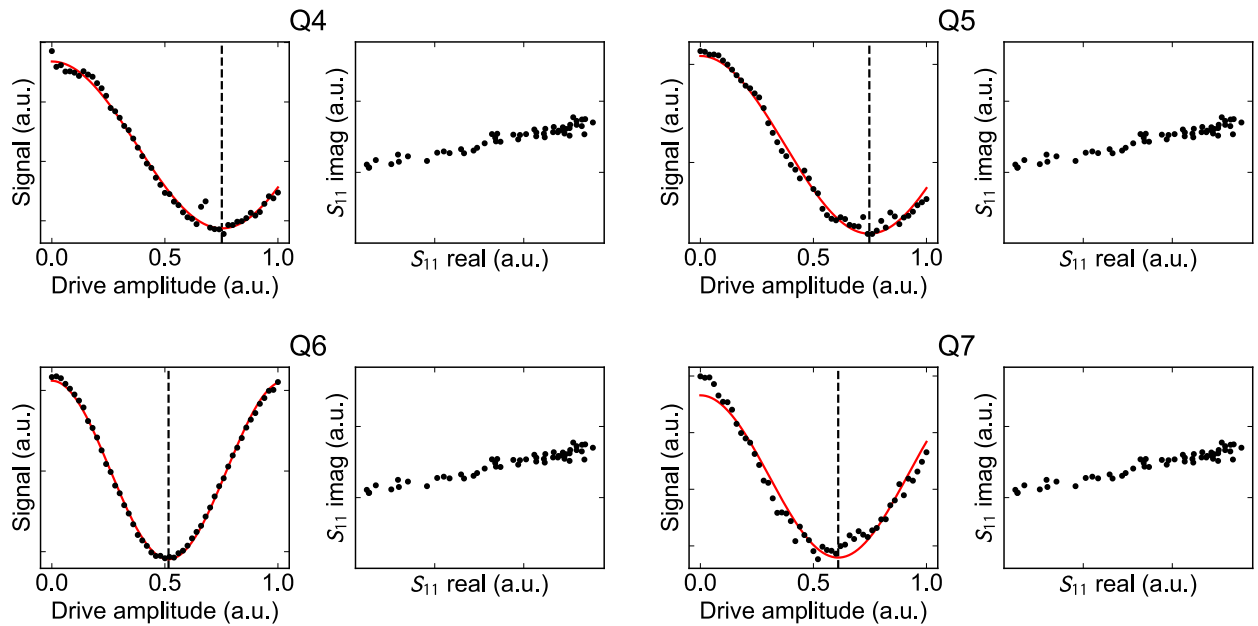


図 6.6: Rabi 振動実験の実験結果

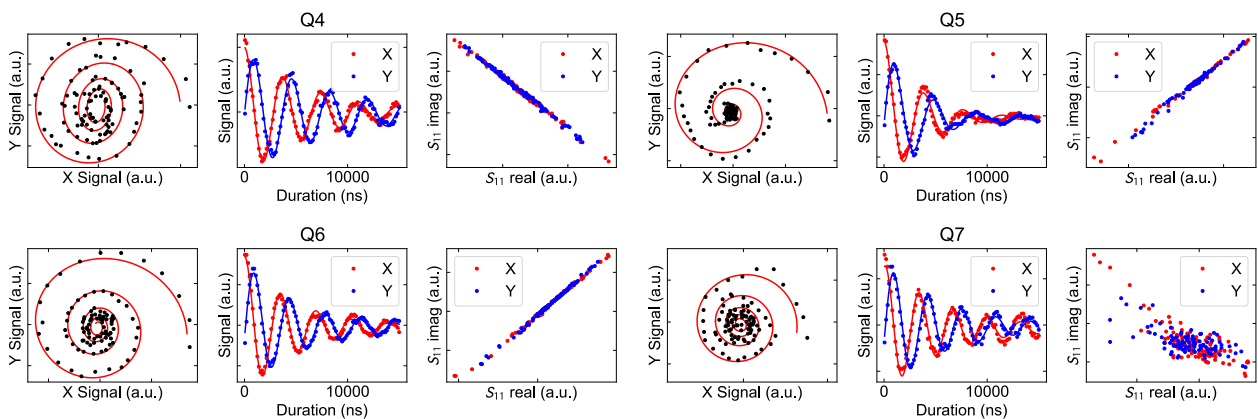


図 6.7: Ramsey 振動実験の実験結果

ている様子がみられる。各図中央には、前述した複素平面上の複素反射率の変化に主成分分析をかけ、抽出された主成分を縦軸に、待機時間を横軸に示した。主成分は量子ビットの X 期待値、 Y 期待値にそれぞれ対応する値を持っており、以下では便宜上これらを X 期待値、 Y 期待値と呼ぶことにする。図では、待機時間 t だけ経過した時点における量子ビットの X 期待値と Y 期待値の振動がそれぞれ赤点と青点で示されている。また、緩和する正弦振動によるフィッティングをそれぞれ対応する色の実線で示した。図から、 X 期待値と Y 期待値の振動は半位相遅れて同期していることがわかる。各図左には、量子ビットの X 期待値を横軸、 Y 期待値を縦軸とし、量子ビットの状態変化の軌跡を黒点で示した。図から、量子ビットの状態は XY 平面において中心点に向かいながら Z 回転している様子がわかる。各図中央でのフィッティング結果を同様に XY 平面に赤線で示した。以下の実験では、フィッティングを介して得られた周波数差分を補正して実験を行った。

最後に、量子ビットの基礎特性評価として量子ビットの縦緩和時間 T_1 、横緩和時間 T_2 を測

定する。縦緩和時間は、量子ビットを $|e\rangle$ 状態に準備し、待機時間 t を経た量子ビットの Z 期待値を t を掃引しながら観測することで測定される。実際の実験では、待機時間 t の後に $R_X(\pi)$ ゲートを実行する場合の実験と、実行しない場合の実験結果を取得した。指数減衰は、緩和レートに対して十分長い時間だけ観測されることで初めてフィッティングが成立するが、緩和レートはあらかじめわからないことが常である。そのため、待機時間 t の後に $R_X(\pi)$ ゲートを実行する場合の実験結果より、指数減衰の緩和の収束点を把握することにより、フィッティングの妥当性を検証している。実際の実験結果を図 6.8 に示した。各量子ビットに対応する実

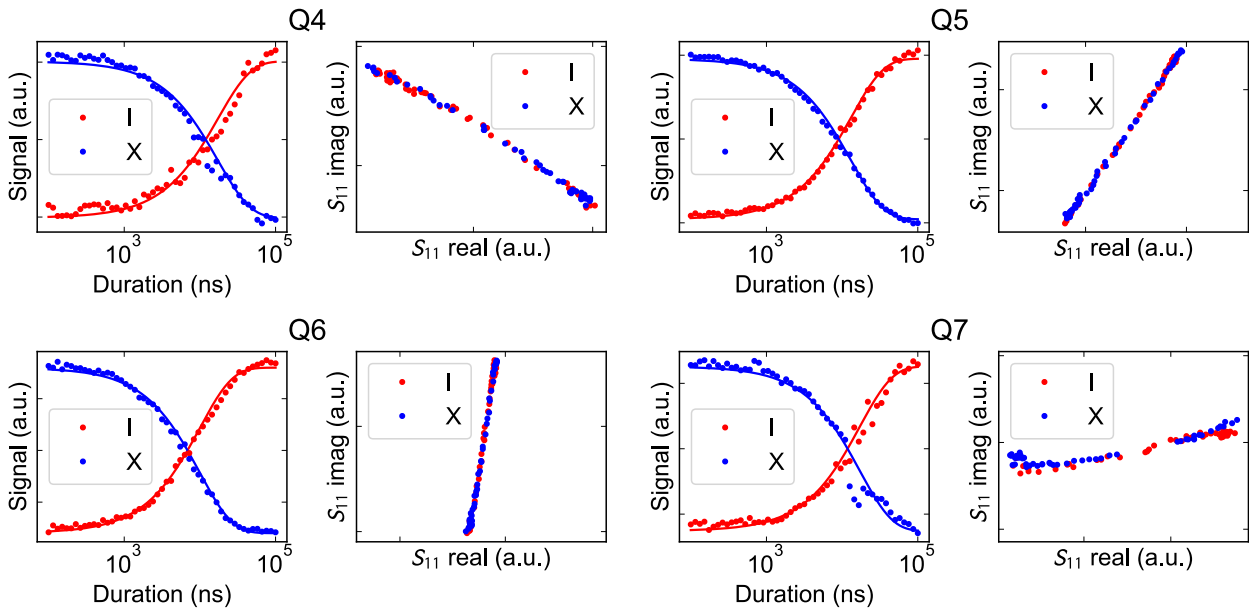


図 6.8: 縦緩和時間 T_1 の推定

験結果を示した四つの図には、待機時間を掃引した際の量子ビットの状態変化を、共振器の複素反射率の変動という形で観測した実験結果を示している。各図左には、待機時間を掃引した場合の共振器の複素反射率の変化を、各図右には複素反射率の主成分をそれぞれ示した。各図左では、実験の終段で $R_X(\pi)$ ゲートを実行しなかった場合の実験結果を赤点で、した場合の結果を青点で示した。また、それぞれの実験結果には指数減衰関数によるフィッティング結果を対応する色の実線として示した。ここで、フィッティング結果の減衰レートから、縦緩和時間が推定された。

横緩和時間 T_2 は、量子ビットを $|+\rangle$ 状態に準備し、待機時間 t を経た量子ビットの X 期待値を t を掃引しながら観測することで測定される。このとき、量子ビットの共鳴周波数の推定結果にズレがある場合、量子ビットはブロッホ球上で Z 軸回転するために、 X 期待値で正弦振動が発生して横緩和時間の推定結果を擾乱する恐れがある。また、量子ビットが周辺の量子ビット、共振器と結合する場合、量子ビットの共鳴周波数はそれらの状態に対する依存性を持つようになるが、周辺モードが熱状態にある場合、相互作用を介して古典確率的な弱い Z 反転エラーが量子ビットに作用する形となる。従って、量子ビット自身の共鳴周波数からのズレや、周辺回路素子からの影響を排除するため、ここでは待機時間 $t/2$ だけ経過した時点において $R_X(\pi)$ ゲートを実行することで、量子ビットに発生する Z 回転を反転させ、待機時間 t で時点ちょうど打ち消し合うようにパルスシーケンスを設計した。このような操作をスピンエコーあるいはより一般的に dynamical decoupling [62–64] という。横緩和時間の測定においても縦緩和時間の測定と同様に、待機時間 t の後に $R_X(\pi)$ ゲートを実行する場合

の実験と、実行しない場合の実験結果を取得した。実際の実験結果を図 6.9 に示した。各量子

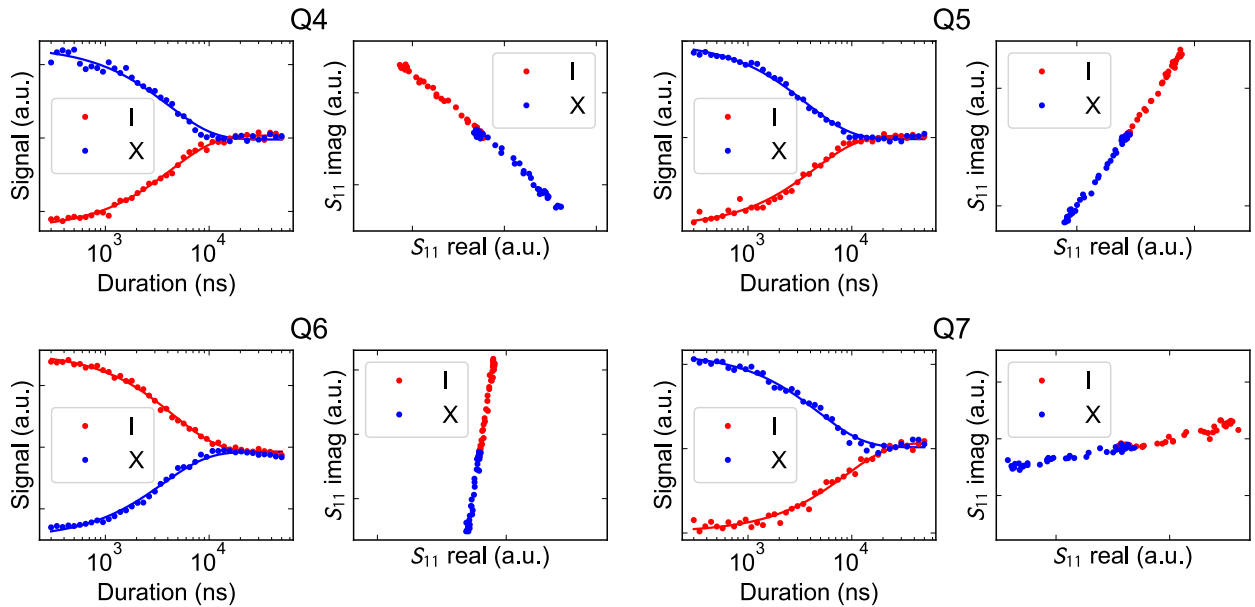


図 6.9: 横緩和時間 T_2 の推定

ビットに対応する実験結果を示した四つの図には、待機時間を掃引した際の量子ビットの状態変化を、共振器の複素反射率の変動という形で観測した実験結果を示している。各図右には、待機時間を掃引した場合の共振器の複素反射率の変化を、各図左には複素反射率の主成分をそれぞれ示した。各図左では、実験の終段で $R_X(\pi)$ ゲートを実行しなかった場合の実験結果を赤点で、した場合の結果を青点で示した。また、それぞれの実験結果には指数減衰関数によるフィッティング結果を対応する色の実線として示した。ここで、フィッティング結果の減衰レートから横緩和時間が推定された。

6.3.3 回路素子間の結合強度推定

上述した分光測定と量子ビットの基礎特性評価によって、量子演算回路内の個別の回路素子の特性評価が完了した。次に、量子演算回路内の回路素子間の結合を評価する。ここで評価する結合とは、量子ビットと共振器間の結合と、量子ビット同士の結合を指す。

量子ビットと共振器の結合強度は、共振器の共鳴周波数の量子ビット状態依存性を観測することで推定可能である。第 2 章にて述べた通り、量子ビットが $|g\rangle$ 状態にある場合と、 $|e\rangle$ 状態にある場合の共振器の共鳴周波数差は分散シフト $2\chi_{gr}$ として計算される。従って、ここでは、量子ビットの状態を変化させたときの共振器の複素反射率の変化を観測した。図 6.10 に実際の実験結果を示した。各量子ビットに対応する実験結果を示した四つの図には、量子ビットの状態変化に応じた共振器の複素反射率の周波数依存性変動を三つのプロットで示している。各図右にはプローブ周波数を掃引した際の共振器の複素反射率の変動を、量子ビットの状態を変化させつつ観測した結果を複素平面上にプロットした。各図中央では、共振器の反射位相のプローブ周波数依存性を、量子ビットの状態に対する依存性を含めてプロットした。図から、共鳴周波数が量子ビットの状態に応じて変調されていることがわかる。各図右と中央には、量子ビットが $|g\rangle$ 状態にあるときの実験結果を赤点で、 $|e\rangle$ 状態にあるときの

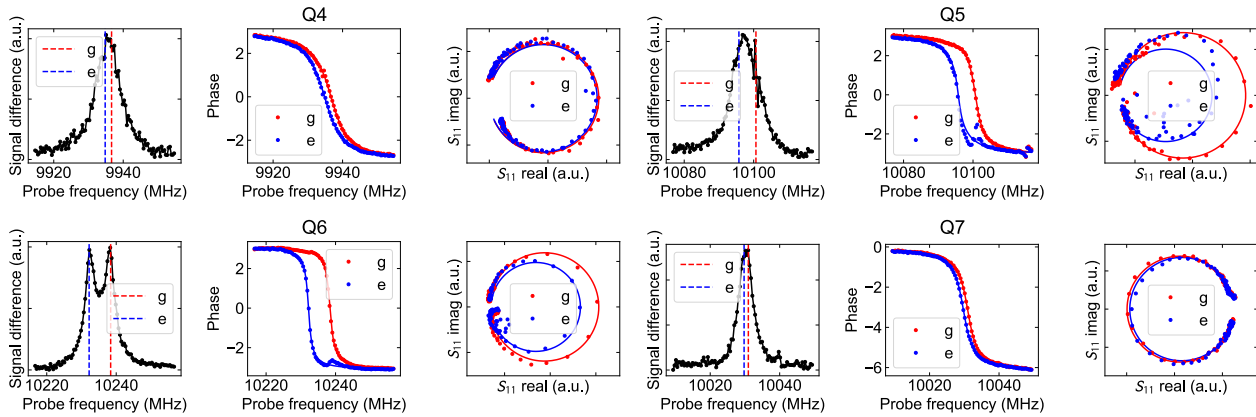


図 6.10: 量子ビット—共振器結合係数の推定

実験結果を青点で示し、またそれぞれを複素ローレンチアン関数でフィッティングした結果を対応する色の実線で示した。各図右では、各プローブ周波数における共振器の複素反射率の量子ビット状態に対する複素平面上での変調距離を示した。図にはフィッティングで得られた量子ビットが $|g\rangle$ もしくは $|e\rangle$ 状態にある際の共振器の共振周波数をそれぞれ赤点線、青点線で示した。以降の測定では、共振器の複素反射率の量子ビット依存性が最大となるプローブ周波数を読み出し周波数とした。

量子ビット同士の結合強度もまた、量子ビットと共振器の結合強度推定と同様に推定可能である。第 2 章にて述べた通り、一方の量子ビットが $|g\rangle$ 状態にある場合と、 $|e\rangle$ 状態にある場合のもう一方の量子ビットの共鳴周波数に結合の二乗に比例するシフトを与える。従って、一方の量子ビットの共振周波数の、もう一方の量子ビットの状態に対する依存性を確認することで推定可能である。しかし、読み出し共振器と量子ビットとの結合は常に 1 配位であったのに対し、量子ビットは互いに 4 配位しているため、注意が必要である。全配位についてシフト量を検証する場合、小節 6.2.2 にて前述した通り、16 回の実験を要することがわかる。ここでは全ての配位についてシフト量を検証するのではなく、量子ビット間の相互作用に由来するシフト量を排除した真の量子ビット共鳴周波数を推定することにする。本研究で用いた 16 量子ビット量子演算回路では量子ビットが平方格子状に配位しており、これらは主格子と副格子に半分ずつ区分可能である。今、図 6.2(a) において示した通り、主格子の量子は常に副格子の量子ビットに囲まれており、その共鳴周波数は副格子の量子ビットの状態に依存している。つまり、主格子の量子ビットの真の共鳴周波数は、副格子の量子ビットの状態依存性を全て平均化した値であるとわかる。従って、例えば副格子を全て $|g\rangle$ もしくは全て $|e\rangle$ 状態に用意した状態で、測定された主格子の量子ビットの共鳴周波数の平均をとることで、二回の実験によって主格子の量子ビットの真の共鳴周波数を推定できる。副格子の量子ビットの真の共鳴周波数についても、格子ごとの役割をいれかえることで同様に測定可能である。図 6.11 および 6.12 に実際の実験結果を示した。図 6.11 では四量子ビット部分回路のうち、主格子にあたる Q4, Q7 を $|g\rangle$ あるいは $|e\rangle$ 状態に用意した上で、副格子にあたる Q5, Q6 上で上述した Ramsey 干渉実験を行った結果を示した。副格子の図の左プロットより、主格子の状態に応じて、副格子の量子ビットの共鳴周波数が変調されていることがわかる。図 6.12 についても、主格子と副格子の役割を入れ替えつつ、同様の実験を行った。

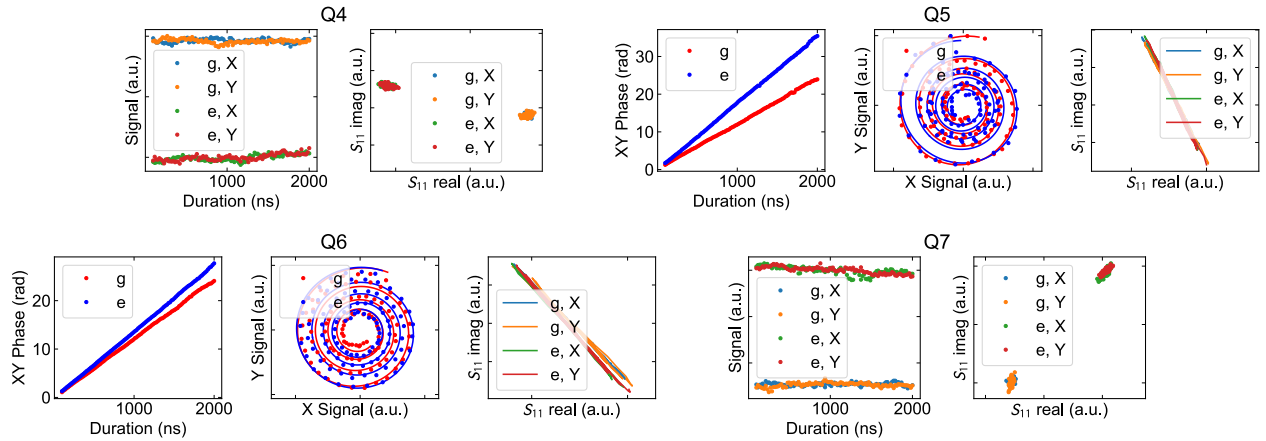


図 6.11: 量子ビットの真の周波数の推定 (主格子)

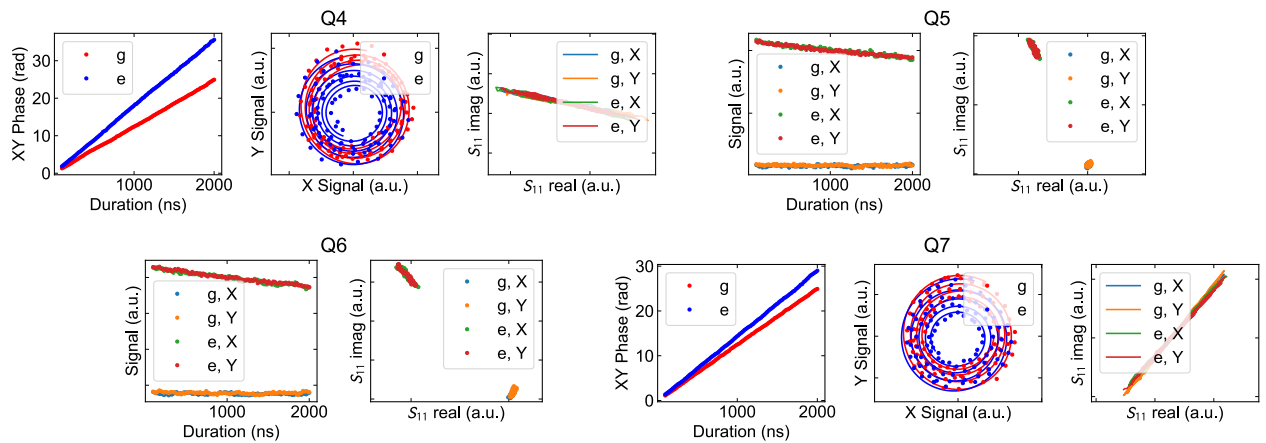


図 6.12: 量子ビットの真の周波数の推定 (副格子)

6.3.4 一量子ビットゲートの制御較正

基礎評価実験の次に一量子ビットの制御較正を始める。本研究では、一量子ビットゲートは Half-DRAG パルス [27] を用いた $R_X(\pi/2)$ ゲートと、virtual- Z ゲート [28] を用いた $R_Z(\theta)$ とを用いてオイラー分解 [28] によって実装した。Half-DRAG パルスは、前述した量子ビットのラビ振動観測実験で較正した Gaussian パルスで構成される $R_X(\pi/2)$ ゲートを元に生成する。第2章にて前述した通り、量子ビットにマイクロ波を照射するとき、 ge 遷移のみならず ef 遷移も非共鳴ドライブを受けるため、drive-induced AC Stark シフトが発生する。Drive-induced AC Stark シフト下での量子ゲート $R'_X(\pi/2)$ は

$$R'_X(\pi/2) = R_Z(\varepsilon)R_X(\pi/2)R_Z(\varepsilon) \quad (6.1)$$

として変調を受けることが知られている。Half-DRAG パルスでは、元となる Gaussian パルスに対し、90 度位相をずらした Gaussian 微分波形のマイクロ波ドライブを同時に照射することで、上述した余分な Z 回転エラーを排除することが可能である。 Z 回転エラーは、元の Gaussian 波形に対する 90 度位相をずらした Gaussian 微分波形の振幅比を表す DRAG パラメータの掃引と共に変調され、これが 0 になるよう DRAG パラメータを調整する。Drive-induced AC Stark シフトに由来する Z 回転エラーをより高精度に排除するため、ここでは位

相エラー増幅シーケンス [27] を用い、 Z 回転エラーを増幅しながら補正を行う。位相エラー増幅シーケンスとは、 $R'_X(\pi/2)$ ゲートと $R_Z(\pi)$ とを連続して $2l$ 回実行するパルスシーケンスであり、

$$(R'_X(\pi/2)R_Z(\pi))^{2l} = R_Z(2l\varepsilon) \quad (6.2)$$

として、 Z 回転エラーを増幅することができる。図 6.13 に実際の実験を示す。図では、主格

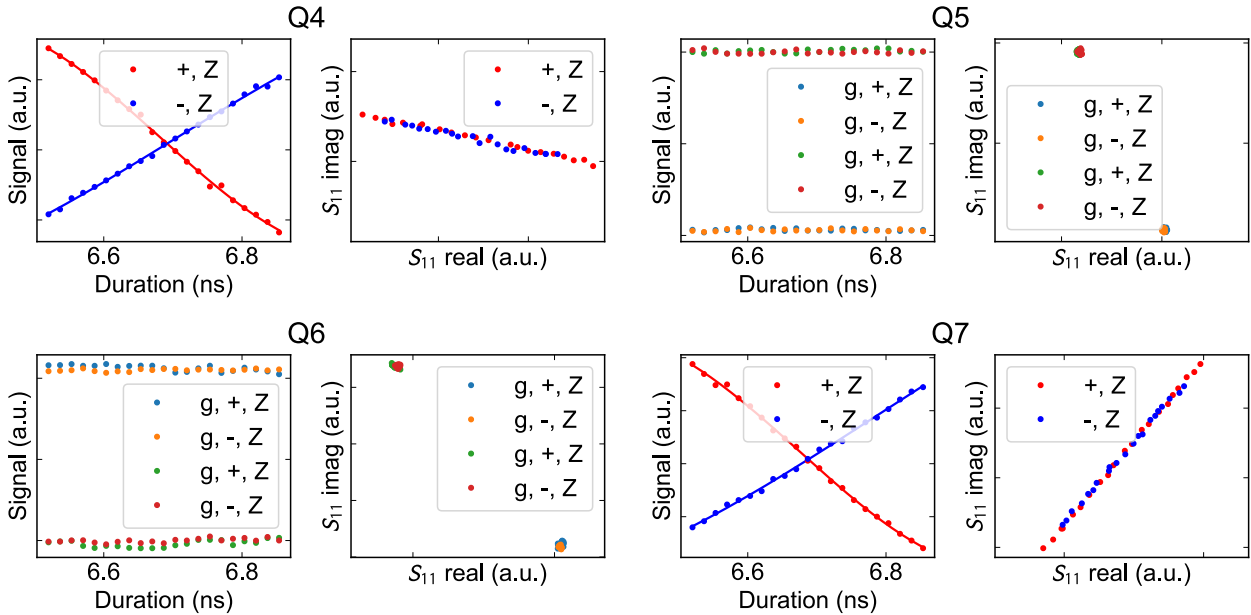


図 6.13: DRAG 係数の補正実験 (主格子の場合)。 $l = 1$ の場合の実験結果

子の DRAG 係数を補正するために、副格子は全て $|g\rangle$ もしくは $|e\rangle$ 状態に初期化した。主格子の実験結果は、副格子の状態を全て $|g\rangle$ 状態もしくは $|e\rangle$ 状態で用意した場合の実験結果の平均を図示している。このようにすることで、主格子の量子ビットが副格子の量子ビットから受ける ZZ 相互作用を平均化し、確率的 Z 反転エラー、すなわち横緩和に変換することができる。すると、主格子量子ビットの一量子ビットゲート回転角は副格子量子ビットとの ZZ 相互作用に対して不敏感にすることができる。各量子ビットに対応する実験結果を示した四つの図では、 $|g\rangle$ 状態に初期化された主格子量子ビットに $R'_Y(-\pi/2)$ ゲートを作用させたのち、 Z 軸エラー増幅シーケンス $(R'_X(\pi/2)R_Z(\pi))^{2l}$ をかけ、最後に終状態の $+X$ もしくは $-X$ 期待値を測定した結果をそれぞれ赤点、青点で示した。ここで、図左の実験結果には、三角関数によるフィッティングカーブを行い、フィッティングカーブを対応する色の実線で示した。主格子に対応する結果の図右には DRAG 係数を掃引した際の個別の量子ビットに対応する共振器の複素反射率の軌跡を、図左には DRAG 係数を掃引した際の量子ビットの $+X$ あるいは $-X$ 期待値を表記した。副格子に対応する結果の図右には、量子状態が $|g\rangle$ 状態もしくは $|e\rangle$ 状態に用意されたときの個別の量子ビットに対応する共振器の複素反射率の軌跡を、図左には図右に示した複素反射率の主成分を示した。主格子に対応する結果の図右において、 $+X$ 期待値と $-X$ 期待値の交点が、最適な DRAG 係数として推定される。図 6.14 に、主格子と副格子の役割を反転させておこなった実験結果を示す。

DRAG 係数の較正によって、パルスにおける Drive-induced AC Stark シフトに由来する影響は排除された。つまり一量子ビットゲートによって、量子ビットは正しく X 軸回転してい

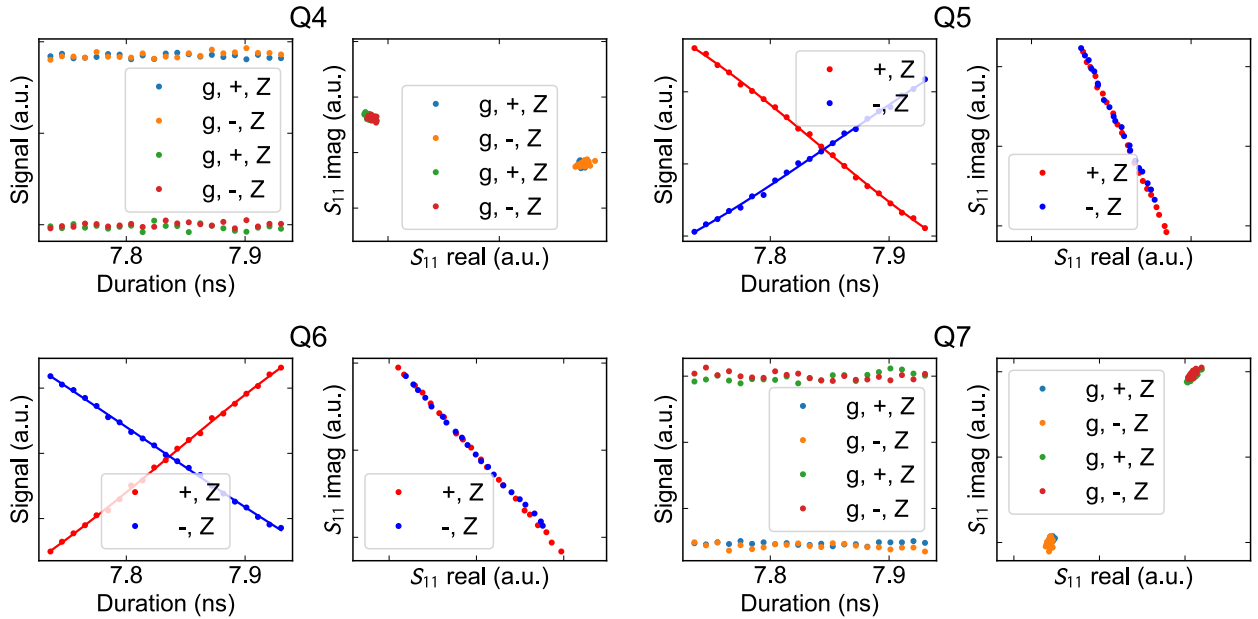


図 6.14: DRAG 係数の補正 (副格子の場合)。 $l = 1$ の場合の実験結果

るとわかる。そこで次に行うのが、ドライブ時間の調整による X 軸回転角の較正である。ここで先ほどと同様に X 軸回転エラー増幅法を用いる。これは、 $R'_X(\pi/2)$ を $4l$ 回実行することで X 軸回転エラーを $4l$ 倍に増幅する手法である。図 6.15 に実際の実験結果を示した。こちらでも先ほどと同様に、副格子の量子ビットを全て $|g\rangle$ あるいは $|e\rangle$ 状態に準備しつつ、主格子の量子ビット上でドライブ時間の掃引実験をおこなった。図中のプロットも Z 軸回転エラー増幅実験と同様である。図 6.16 に、主格子と副格子の役割を反転させておこなった実験結果を示す。

Z 軸回転エラーの補正および X 軸回転エラーの補正のいずれの実験についても、ここでは $l = 1$ の場合のみを実験結果として記載したが、実際にはこれらの実験を交互に実行しつつ、エラー増幅レート l を徐々に増加させていくことで、較正結果の精度をコヒーレント時間の許す限り上げていく。実際の実験では、 $l = 1, 2, 4, 8, 16$ の場合について、掃引するパラメータレンジを $1/l$ 倍しながら実行した。

6.3.5 周波数多重化読み出しの制御較正

量子ビットの単発読み出しは IMPA を用いて実装された。本研究で用いた 16 量子ビット量子演算回路では、四量子ビットごとに同一の読み出しポートから読み出しを行う設計となっており、各読み出しポートごとに IMPA が接続している。周波数多重化読み出しの制御較正では、量子ビット読み出しのパワーと時間、そして IMPA 制御の磁束バイアス、ポンプパワー、ポンプ周波数を較正する必要がある。

まず初めに行ったのは、IMPA の制御パラメータである磁束バイアス、ポンプパワー、ポンプ周波数の条件出しである。IMPA は、第 2 章において示した通り、そのゲイン特性が環境インピーダンスの周波数特性に強く依存する。従って、制御パラメータを変数、ゲインを評価関数として見なした時に、評価関数を正しくモデル化するのは極めて困難である。そのため、現時点においては上述した三つの制御パラメータに対して全探索を行い、高いゲインが

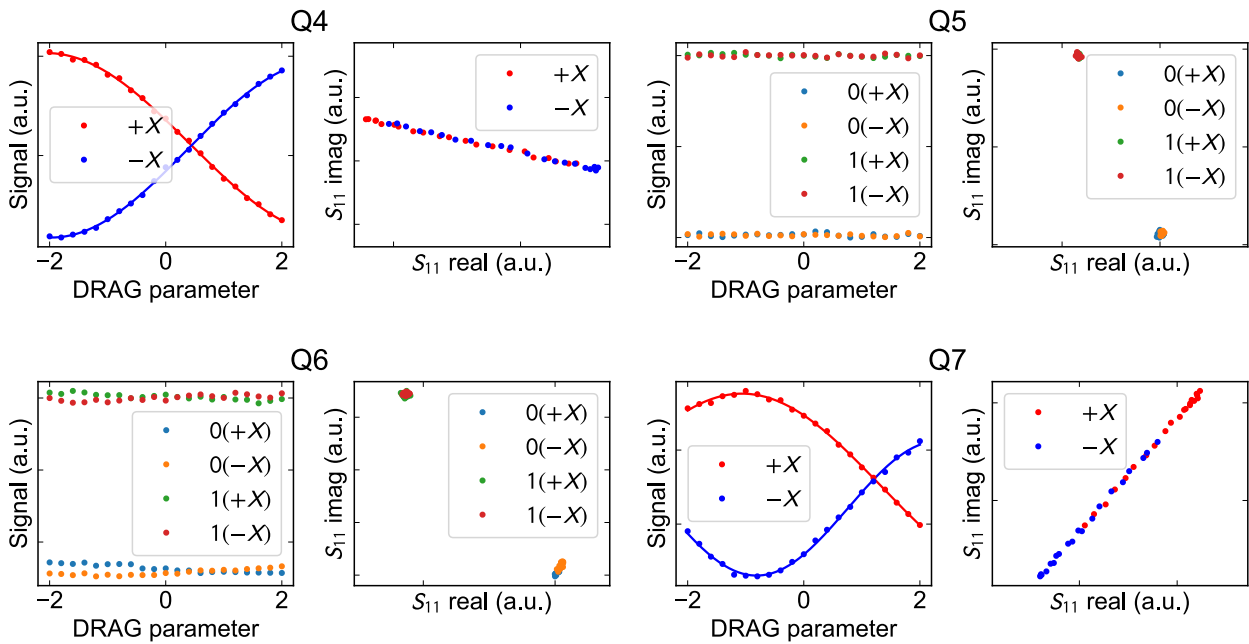


図 6.15: ゲート時間の補正 (主格子の場合)。 $l = 1$ の場合の実験結果

安定的に得られる領域を探索している。

量子ビットの読み出し条件の探索は、IMPA の制御パラメータ探索とは独立に行われる。量子ビットの状態を単発測定で判別するためには、読み出しシグナルすなわち量子ビットの状態に依存する読み出し信号の差分が読み出し信号のノイズを超える必要がある。量子ビットの読み出し条件は読み出し周波数と読み出しパワー、読み出し時間の三つから定まる。読み出しパワーは読み出し信号のシグナルを、読み出し時間は読み出し信号のノイズをそれぞれ司っている。より強いパワーの読み出し信号を用いればシグナルが強くなるが、強すぎるパワーの読み出し信号が被測定量子ビットの状態を変化させる測定バックアクションと呼ばれる現象が知られている。弱いパワーの読み出し信号を用いた場合、得られるシグナルが小さくなるため、十分な S/N の読み出しを実行するには、ノイズの低減、すなわち長い読み出し時間が要求される。本実験における ADC を用いた測定では、読み出しシグナルを設定した読み出し時間内でサンプリングし、重み付き平均を取ることで測定結果を得ている。従って、より長い読み出し時間を設定することで、多くのサンプリング点を得られることとなり、その重み付き平均の統計誤差は低減されることとなる。しかし、長すぎる読み出し時間を採用すると、読み出し時間中の量子ビットの縦緩和による状態変化が無視できなくなるため、読み出し忠実度が悪化する。従って、バックアクションの生じない範囲で最大の読み出しパワーを用い、なるべく短い時間で読み出す必要がある。そこで、読み出しパワーを掃引しながら、読み出し中の量子ビットの状態変化を観測し、バックアクションが生じない読み出しパワー帯を探索した。図 6.17 に実際の実験結果を示した。ここでは、読み出し時間内にサンプリングしたデータ点を重み付き平均をとる処理をかけることなく、そのまま表示している。各図は量子ビットに対応しており、それぞれの図では横軸を読み出し時間内の読み出し時刻、縦軸を読み出しパワーとし、読み出しシグナルの減衰率をカラープロットしている。ここで、読み出しシグナルの減衰率とは、横軸ごとに最大値を 1 として正規化された読み出しシグナルを表している。

読み出しパワーを決定した後に、読み出し時間を定める。読み出しパワーを定めた時点で

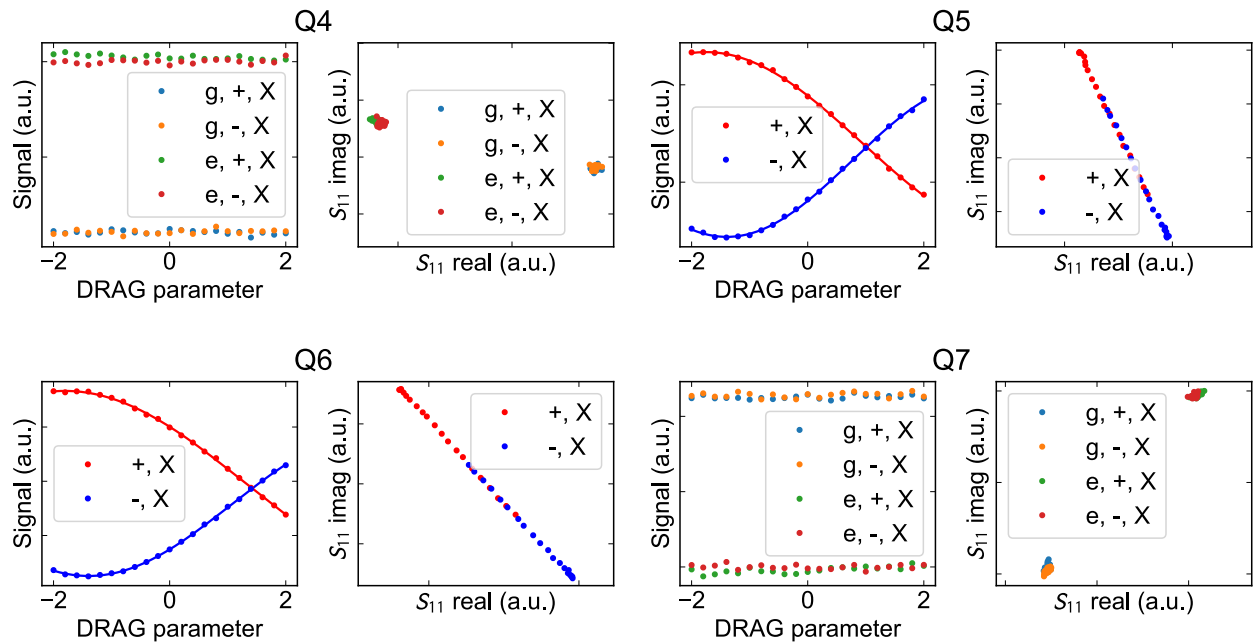


図 6.16: ゲート時間の補正 (副格子の場合)。 $l = 1$ の場合の実験結果

読み出しで得られるシグナル量は固定されるので、読み出し時間を掃引し、十分な S/N 比が得られる読み出し時間を決定する。図 6.18 に実際の実験結果を示した。各図は量子ビットに対応しており、それぞれの図では横軸を読み出し時間とし、縦軸に読み出し結果の条件付き確率を示した。ここで、読み出しの条件付き確率 $P(j|i)$ とは $|i\rangle \in [g, e]$ 状態を準備した際に $|j\rangle \in [g, e]$ 状態が観測される確率である。状態の準備には $50 \mu\text{s}$ の待機時間による熱平衡化を用いており、従って有限の環境熱による熱励起率が存在することに留意する。なお、量子ビットの状態は読み出しシグナルをロジスティック回帰することによって判別された。読み出しパワー掃引実験の結果から、読み出しに由来するバックアクションは無視できるものとし、読み出しにおけるエラーは概ね読み出し時間中の被測定量子ビットの縦緩和によるものとする。このとき、条件付き確率 $P(e|g)$ は縦緩和の影響を受けず、ほとんどの場合読み出しシグナルの S/N 比にのみ依存する。従って、 $P(e|g)$ を指数関数でフィットし、これが 0.5% 以下となるよう読み出し時間を設定した。

以上の実験によって決定された読み出し条件の下で、実際に単発測定を行った。図 6.19 に実際の実験結果を示した。各図は量子ビットに対応しており、それぞれの図では量子ビットが基底状態あるいは励起状態にある場合の読み出しパルスの反射波の複素振幅を IQ 平面上にプロットしている。測定は 10000 回行われた。図から、量子ビットの読み出し情報は IQ 平面上で二次元ガウシアン分布の形状を持ち、量子ビットの状態に応じてガウシアン分布の中心点の位置が変動することがわかる。個々のガウシアン分布の広がり、量子ビットの状態に応じたガウシアン分布の中心点の移動距離より十分小さく、単発測定に十分な信号雑音比が取れていることがわかる。以下では、図 6.19 に示した測定データにロジスティック回帰分析を行って学習した判別器を読み出し結果の推定に用いた。

最後に、測定の性能を評価するために、二回の単発測定を立て続けに行い、1 度目の測定結果と 2 度目の測定結果から算出される混同行列 C を推定した。混同行列の (i, j) 成分 C_{ij} は、1 度目の測定結果が $i \in [g, e]$ である場合に 2 度目の測定結果が $j \in [g, e]$ である条件付き確率を表している。このとき、読み出しの忠実度は $(C_{gg} + C_{ee})/2$ として定義した。図 6.1 に評価

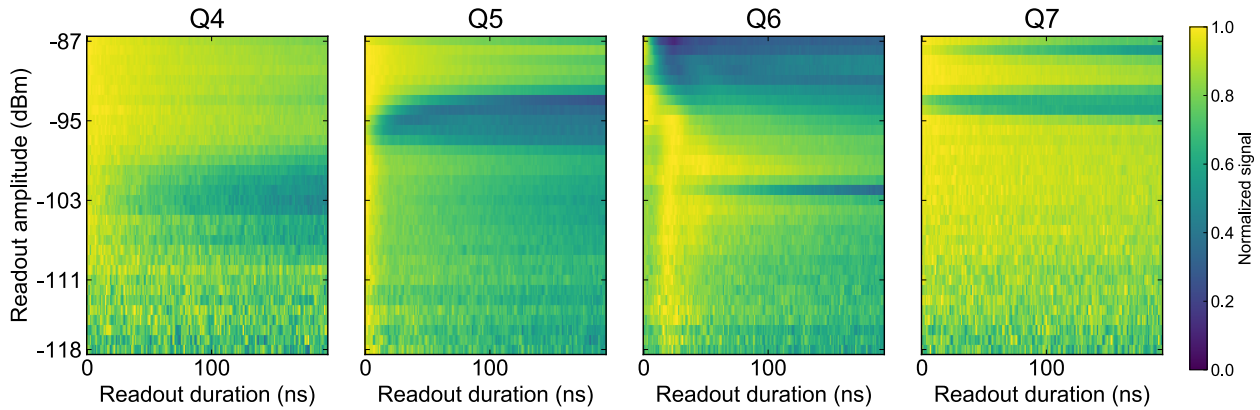


図 6.17: 読み出しパワー掃引実験の実験結果

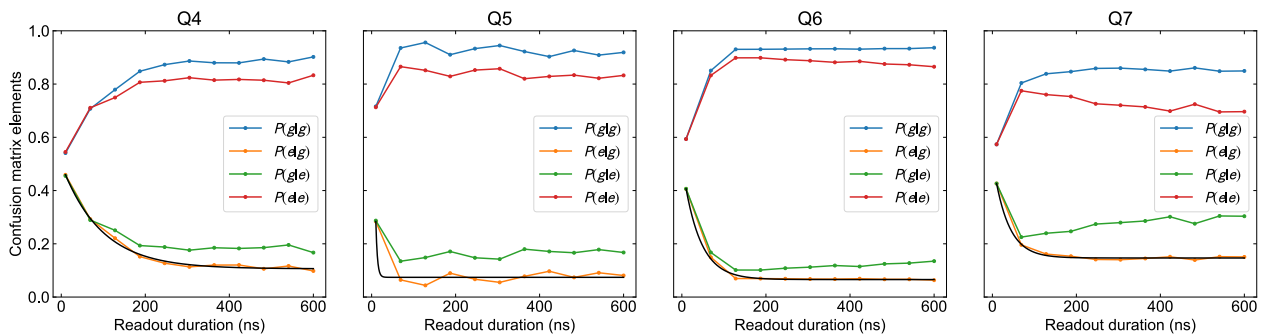


図 6.18: 読み出し時間掃引実験の実験結果

された読み出し忠実度および読み出しの混同行列を示した。

6.3.6 二量子ビットゲートの制御較正

本研究では、二量子ビットゲートには交差共鳴ゲートを用いた。交差共鳴ゲートの較正には、制御、対象量子ビットそれぞれへの共鳴マイクロ波ドライブと、交差共鳴ドライブの三種類のマイクロ波操作が関与する。三種類のマイクロ波同士の同期関係を明記するため、以下では、命令形式シーケンサ上での実装を併せて、制御較正手順を解説する。二量子ビットゲートの制御較正には、ハミルトニアンモグラフィを用いた手法 [35, 65] が提案されている。これは、第 9 章にて後述するハミルトニアンモグラフィを用いることで、交差共鳴ゲートの有効ハミルトニアンを逐次推定しつつ、交差共鳴ゲート実行用マイクロ波のパラメータ

表 6.1: 較正された読み出しの混同行列と忠実度

	Q4	Q5	Q6	Q7
忠実度	0.973	0.956	0.928	0.982
混同行列	$\begin{pmatrix} 0.993 & 0.007 \\ 0.048 & 0.952 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0.993 & 0.007 \\ 0.081 & 0.919 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0.922 & 0.078 \\ 0.066 & 0.934 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0.995 & 0.005 \\ 0.031 & 0.969 \end{pmatrix}$

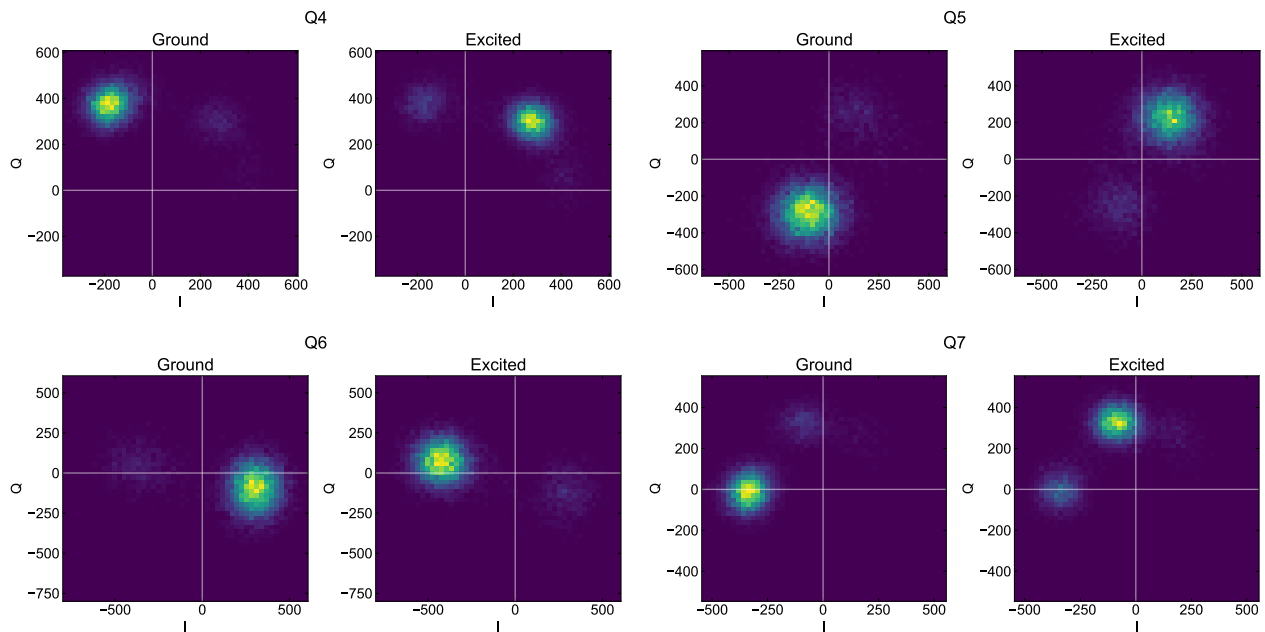


図 6.19: 量子ビット単発読み出しの実験結果

掃引を行うことで、有効ハミルトニアンを整形していく手法である。ハミルトニアントモグラフィでは、簡単に説明すると交差共鳴ゲートの実行時間を掃引しながら、制御量子ビットが $|g\rangle$ あるいは $|e\rangle$ 状態のときの対象量子ビットの状態変化を把握する必要がある、一回の実験において少なくとも 100 点程度の積算実験を行う必要がある。ハミルトニアントモグラフィを交差共鳴ドライブのパラメータ掃引の度に実行する場合、最低でも数万点の積算測定を行う必要がある、仮に積算測定が 1 点 1 秒で実行できたとしても、数時間かかることがわかる。また、実際の交差共鳴ゲートの較正では、常に有効ハミルトニアンの詳細すべてを把握しながらパラメータ掃引を行う必要はない。実験パラメータと交差共鳴ドライブの有効ハミルトニアンとの相関を正しく把握することで、より省コストな制御較正実験を設計することが可能であると筆者は考える。以下には、筆者が考案した交差共鳴ゲートの制御較正手順を詳述する。ここでは、約 100 点の積算測定を要する実験を七回実行することで交差共鳴ゲートの粗較正を終えることができ、実際の実験系で概ね 10 分前後で完了する。

較正手順について詳述する前に、交差共鳴ゲートの制御較正において留意すべき二点を述べる。一つは、交差共鳴ドライブの位相の問題である。制御量子ビットへ照射される交差共鳴ドライブが、対象量子ビットへの X 回転ゲート用のドライブと同じ位相を持つ場合、交差共鳴ゲートは ZX 回転をもたらすが、これは DAC で出力される位相が同じであればよい、ということの意味しない。というのも、対象量子ビットへの単一量子ビットゲート実行用の DAC と、交差共鳴ゲート実行用の DAC がそれぞれあり、両者は異なる経路を経て、DAC 出力時から希釈冷凍器の試料ステージに配置されたサンプルに到達する。つまり、制御信号がサンプルに到達するまでに、異なる位相回転を経ており、位相を較正される前の交差共鳴ゲートは必ずしも ZX 軸回転ではなく、 $Z\sigma(\theta)$ 軸回転を与えることがわかる。ここで、

$$\sigma(\theta) = \cos(\theta)X + \sin(\theta)Y \quad (6.3)$$

である。また第二に、漏話の存在がある。交差共鳴ドライブには、量子漏話と古典漏話が存在し、前者は交差共鳴ゲートの特性上不可避である。従って、漏話の存在を前提に交差共鳴ゲートの較正を進める必要がある。

以下では、四量子ビット部分回路 Q4, Q5, Q6, Q7 について、Q4 を制御量子ビット、Q6 を対象量子ビットとする交差共鳴ゲートを例に取り、制御較正法を紹介する。

まず初めに行うのは、交差共鳴ドライブのパワー限界の測定である。交差共鳴ゲートでは、制御量子ビットに対象量子ビットと共鳴するマイクロ波を照射することで実行されるが、ドライブパワーが量子ビット間の離調に近づくと、制御量子ビット側で ge 遷移、 ef 遷移の実励起が生じ、ゲートエラーとなる。そこで、交差共鳴ドライブ強度を掃引しながら、 ge 、 ef 両遷移における実励起が起こらないドライブパワーの範囲を以下の実験によって検証する。

Listing 6.7: cross resonance drive power limitation

```

1 var = Variable(name="cross-resonance drive"
    amplitude, np.linspace(0,1,101), "")
2
3 cr = Circuit(backend)
4 cir.qtrigger([control, target])
5 cir.qadd(FlatTop(RaisedCos(amplitude+=var, duration=40), 500), (control,
    target))
6 cir.qtrigger([control, target])
7
8 tpcx = Circuit(backend)
9 tpcx.call(cr)
10 tpcx.X(control)
11 tpcx.Z(target)
12 tpcx.call(cr)
13 tpcx.X(control)
14 tpcx.Z(target)
15
16 cir = Circuit(backend)
17 cir.call(tpcx)
18 cir.measurement_all()

```

ここで、`var` は DAC の出力振幅に対応する変数であり、0 から 1 まで 101 点区間で掃引されるものとする。各 `var` の値について、`cir` オブジェクトに書き込まれた回路を実行するものとする。測定後は、制御量子ビットにおける $|g\rangle$ 状態の占有率を確認する。ここで、最後はかならず制御量子ビットを $|g\rangle$ 状態に戻すことが重要である。測定を $|g\rangle$ 状態と $|e\rangle$ 状態の二値判別で行う場合、 $|f\rangle$ 状態は $|e\rangle$ 状態として判別されるため、理想的な終状態を $|g\rangle$ 状態とすることで、リークもエラーとして検知することができる。図 6.20 に実際の実験結果を示した。横軸は交差共鳴ドライブ強度を、縦軸は制御、対象量子ビットの励起率を表している。制御、対象量子ビットの励起率はそれぞれ単発測定によって計測されており、両者とも熱平衡状態を初期状態に用いている。図 6.20 には、事前測定によって推定された両量子ビットにおける初期状態の熱励起率によって禁制される領域を赤く図示した。図中では、対象量子ビットの交差共鳴ドライブによる励起率の変動をドライブ由来の飽和 [34] を含んだ正弦振動としてフィッティングし、赤線で示している。ここでは、制御量子ビットが実励起を起こさない交差共鳴ドライブ強度 `cr_amp` とし、以下の実験で用いた。

次に、交差共鳴ゲート実行用の DAC と、制御量子ビットの単一量子ビットゲート実行用の DAC との遅延時間を計測する。第 5 章にて述べた通り、本研究で用いた制御系では、交差共鳴ゲートと単一量子ビットゲートを駆動するマイクロ波パルスは異なる DAC を用いて出力し異なる制御配線を経て分流器によって合波されたのちサンプルに照射している。従って、交差共鳴ゲートと制御量子ビットに対する単一量子ビットゲートには、DAC でのパルス波形成

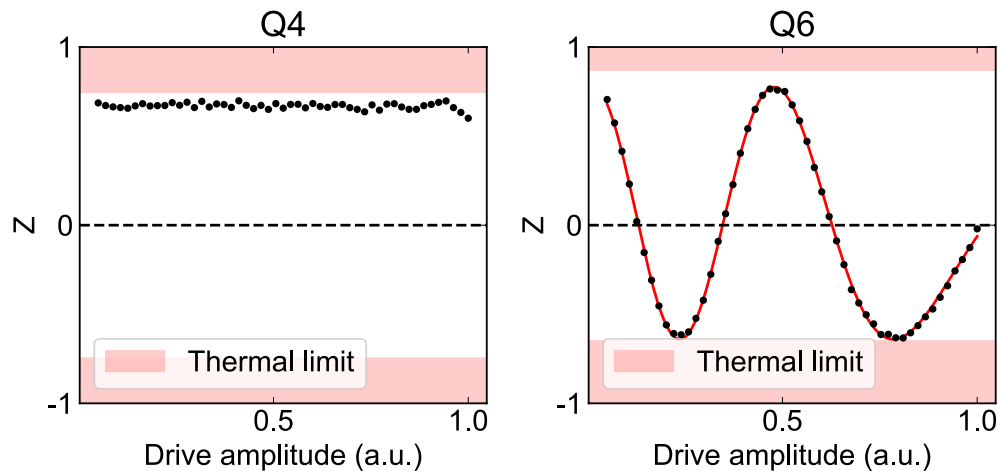


図 6.20: 交差共鳴ゲートのドライブパワー限界の見積もり

成から実際の実行まで異なる遅延時間がかかっていることがわかる。仮に、遅延時間の違いによって交差共鳴ゲートと単一量子ビットゲートが同時に実行されると、どちらのゲートも正常に動作しなくなることに留意する。そこでここでは、遅延時間の差分を以下の実験で検証する。

Listing 6.8: cross resonance skew alignment

```

1 var = Variable(name="=cross-resonance skew"
2               time, np.linspace(-50, +50, 101), "ns")
3
4 cir = Circuit(backend)
5 cir.qadd(FlatTop(RaisedCos(amplitude=++cr_amp, duration=40), 500), (
6               control, target))
7 cir.rx90(control)
8 cir.measurement_all()
9
10 cir.c[(control, target)].skew = var

```

ここで、var は DAC 間遅延時間を制御する変数である。著者の開発した命令形式のシーケンサでは、各 DAC ごとに遅延時間を掃引することができる。ここでは、`cir.c[(control, target)].skew = var` では制御量子ビット (control) から対象量子ビット (target) への交差共鳴ドライブを出力する DAC の遅延時間を設定している。実験では、制御量子ビットに $R_X(\pi/2)$ ゲート用の共鳴マイクロ波ドライブと、交差共鳴ゲート用の非共鳴マイクロ波ドライブを同時に照射している。図 6.21 に実際の実験結果を示した。図横軸は掃引された DAC 間遅延挿入時間を、縦軸は制御、対象量子ビットの励起率を表している。図から制御量子ビットの励起率が変動する遅延時間領域があることがわかる。これは、交差共鳴ドライブと制御量子ビットへ照射した $R_X(\pi/2)$ ゲート実行用ドライブが時間的に重複したため、交差共鳴ドライブが制御量子ビットに引き起こす Drive-induced AC Stark シフトが、 $R_X(\pi/2)$ ゲートの実行を妨害したためである。すなわち、励起率が変動する領域を Gaussian 関数でフィッティングすることで、二つの DAC がちょうど時間的に重複する、すなわち DAC 間遅延を相殺する人為的な遅延時間が判明する。以下では、この遅延時間を `opt_skew` とする。

次に行うのは、交差共鳴ゲートの実行時間の粗調整である。ここでは、交差共鳴ゲートの

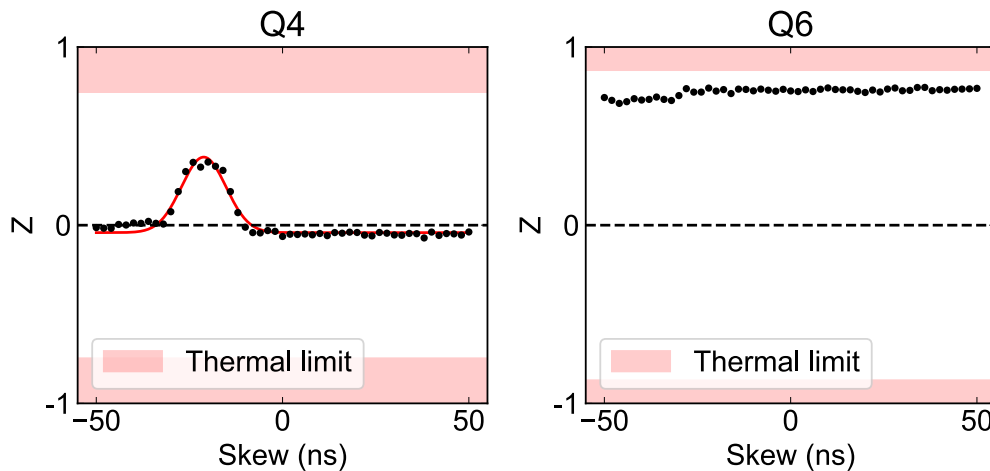


図 6.21: 交差共鳴ゲート実行用 DAC の遅延見積もり

実行時間を掃引することで、交差共鳴ドライブがもたらす ZX 回転角を補正する。ここでは、TPCX エコーシーケンスを用いることで、交差共鳴ゲート中の漏話を 1 次摂動の範囲で抑制しつつ、制御較正を行った。実際の実験手順を以下に示した。

Listing 6.9: cross-resonance drive duration

```

1 var = Variable(name="cross-resonance drive"
2     duration, np.linspace(10, 300, 101), "ns")
3
4 cr = Circuit(backend)
5 cir.qtrigger([control, target])
6 cir.qadd(FlatTop(RaisedCos(amplitude=+cr_amp, duration=var), cr_dur), (
7     control, target))
8
9 tpcx = Circuit(backend)
10 tpcx.call(cr)
11 tpcx.X(control)
12 tpcx.Z(target)
13 tpcx.call(cr)
14 tpcx.X(control)
15 tpcx.Z(target)
16
17 cir = Circuit(backend)
18 cir.call(tpcx)
19 cir.c[[control, target]].skew = opt_skew
20 cir.measurement_all()

```

ここで `var` は交差共鳴ドライブ実行時間を 10 ~ 300 ns の区間で掃引する変数である。TPCX シーケンス中の交差共鳴ドライブ時間を掃引することで、対象量子ビットに現れる励起率を観察し、TPCX の与える回転角が 90 度となるようにドライブ時間を掃引した。図 6.22 に実際の実験結果を示した。図の横軸は交差共鳴ドライブ時間を、縦軸は制御、対象量子ビットの励起率を表している。図から、交差共鳴ドライブ時間を掃引することで、対象量子ビットの

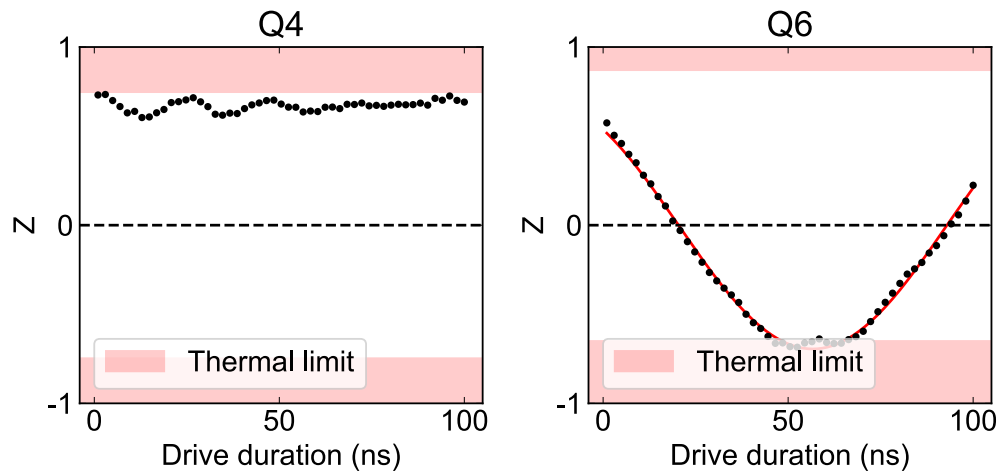


図 6.22: 交差共鳴ドライブ時間の掃引

励起率が変化していることがわかる。ここでは、TPCX シーケンスを二回実行していることから、シーケンス合計で $R_{Z\sigma(\theta)}(\pi)$ 回転を与えるように対象量子ビットの励起率がピークを迎えるドライブ時間を較正されたドライブ時間とした。以下では、較正されたドライブ時間を `cr_dur` とする。

次に行うのは、交差共鳴ゲートのドライブ位相の粗調整である。前述のように、希釈冷凍機内の量子演算回路サンプル直下での交差共鳴ゲートと対象量子ビットへの一量子ビットゲートのためのマイクロ波ドライブの位相を揃える必要がある。そこで以下のような実験を行った。

Listing 6.10: cross-resonance drive phase

```

1 var = Variable(name="cross-resonance drive"
2   phase, np.pi*np.linspace(-1, +1, 101), "rad")
3 cr_amp = max_amp*np.exp(1j*var)
4
5 cr = Circuit(backend)
6 cir.qtrigger([control, target])
7 cir.qadd(FlatTop(RaisedCos(amplitude=+cr_amp, duration=40), cr_dur), (
8   control, target))
9
10 tpcx = Circuit(backend)
11 tpcx.call(cr)
12 tpcx.X(control)
13 tpcx.Z(target)
14 tpcx.call(cr)
15 tpcx.X(control)
16 tpcx.Z(target)
17
18 cir = Circuit(backend)
19 cir.call(tpcx)
20 cir.irx90(target)
21 cir.c[[control, target]].skew = opt_skew

```

ここで、`var` は DAC で生成される交差共鳴ドライブの初期位相を定める変数であり、 $-\pi$ から

π まで掃引される。ここでは、TPCX シーケンスと $R_X(-\pi/2)$ ゲートを続けて実行する。前述した通り、TPCX シーケンスでは二量子ビット制御部分系に $Z\sigma(\theta)$ 軸の回転を与える。交差共鳴ドライブの位相掃引は、上式の θ を掃引することに等しい。制御量子ビットは $|g\rangle$ 状態にあるため、TPCX シーケンスが与える回転は $I\sigma(\theta)$ 軸回転、すなわち対象量子ビットにおける $\sigma(\theta)$ 軸回転を与えることがわかる。交差共鳴ドライブ時間を固定しているため、TPCX シーケンスが与える回転角は概ね 90 度に固定されており、従って対象量子ビットの励起率が、ゲートシーケンス終了時点で最も 0 に近づくのは、 $\theta = 0$ の時であるとわかる。図 6.23 に実

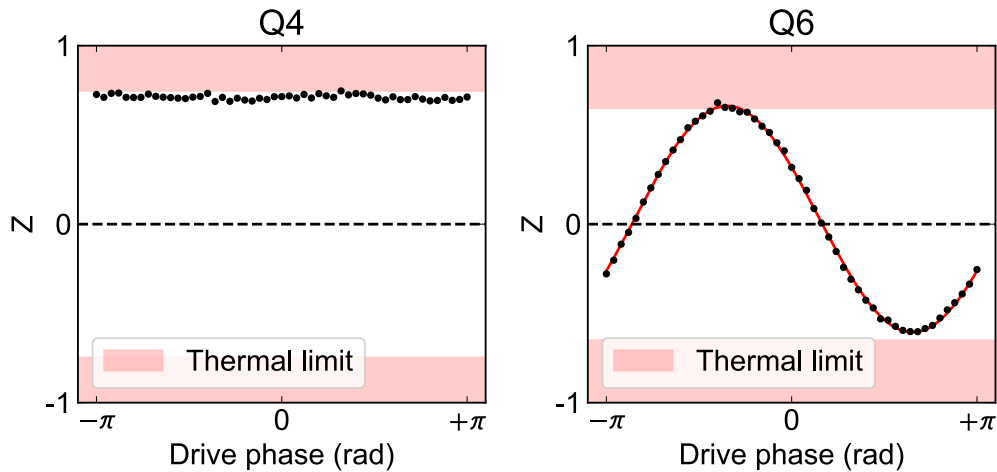


図 6.23: 交差共鳴ドライブ位相の掃引

際の実験結果を示した。図の横軸は掃引された交差共鳴ドライブ位相を、縦軸は制御、対象量子ビットの励起率を表している。ドライブ位相の掃引によって、対象量子ビットの励起率の正弦関数状の振動が観測された。以下では、対象量子ビットの励起率が 0 に最も近づく位相を較正された交差共鳴ドライブ位相 cr_ph とした。

次に行うのは、交差共鳴ゲートの漏話補正ドライブ強度の粗調整である。前述した通り、交差共鳴ゲートでは原理的に不可避の量子漏話が発生する。そこで、これを相殺する漏話補正ドライブと呼ばれる共鳴ドライブを交差共鳴ドライブと同時に対象量子ビットへと照射する。ここでは、新たに Two-pulsed echoed crosstalk (TPCT) と命名したエコーシーケンスを考案、採用した。TPCT シーケンスは TPCX シーケンスと真逆の役割を持ったエコーシーケンスである。TPCX シーケンスでは、交差共鳴ドライブ中の ZX 項を生成的に干渉させつつ、漏話を破壊的に干渉させることで、効率的なもつれ生成をもたらしている。TPCT シーケンスでは、交差共鳴ドライブ中の漏話を生成的に干渉させつつ、 ZX 項を破壊的に干渉させている。TPCT シーケンスを実行しながら漏話補正ドライブ強度を掃引することで、漏話が完全に相殺される漏話補正ドライブ強度を探索する。漏話は対象量子ビットに XY 平面に属する回転軸の回転を与える。従って、漏話を相殺する場合、漏話の回転軸と回転位相を把握し、漏話補正ドライブで同じ回転軸の逆位相回転を与える必要がある。ここでは、漏話補正ドライブ強度を X 軸回転ドライブ強度 (実部) と Y 軸回転ドライブ強度 (虚部) に分解し、独立に掃引した。漏話補正用の X 軸回転ドライブ強度掃引実験の詳細を以下に示す。

Listing 6.11: cancellation x-drive amplitude

```
1 var = Variable(name="cancell drive x-"  
    amp, 0.01*np.linspace(-1, +1, 101), "")
```



```

2
3 cra = cr_amp*np.exp(1j*cr_ph)
4
5 cr = Circuit(backend)
6 cir.qtrigger([control, target])
7 cir.qadd(FlatTop(RaisedCos(amplitude+=cra, duration=40), cr_dur), (control,
8           target))
9 cir.qadd(FlatTop(RaisedCos(amplitude+=var, duration=40), cr_dur), target)
10 cir.qtrigger([control, target])
11
12 tpct = Circuit(backend)
13 tpct.call(cr)
14 tpct.X(control)
15 tpct.call(cr)
16 tpct.X(control)
17
18 cir = Circuit(backend)
19 cir.call(tpct)
20 cir.measurement_all()
21 cir.c[(control, target)].skew = opt_skew

```

ここで、var は漏話補正用の X 軸回転ドライブ強度に対応した変数である。TPCT シークエンスを、漏話補正用の X 軸回転ドライブ強度を掃引しながら実行し、対象量子ビットの励起率が最小となるドライブ強度を探索している。図 6.24 に実際の実験結果を示した。図横軸に

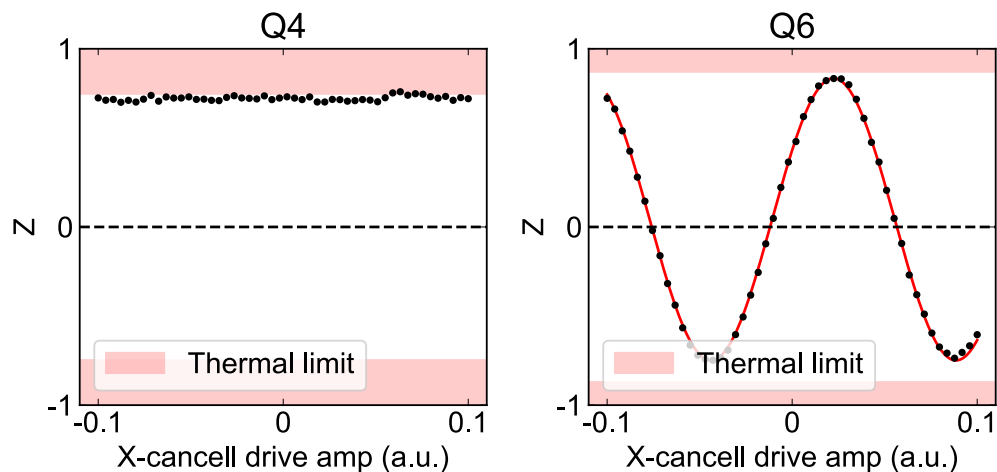


図 6.24: 漏話補正用の X 軸回転ドライブ強度掃引実験

漏話補正用の X 軸回転ドライブ強度を、縦軸に制御、対象量子ビットの励起率を示した。ドライブ強度の掃引に従って、対象量子ビットの励起率が変動していることがわかる。漏話が完全に相殺された場合、対象量子ビットは相殺されきれずに残った漏話の Y 軸回転成分によってのみ励起される。対象量子ビットの励起率が最小となるドライブ強度を較正されたドライブ強度とし、以下では ct_x とする。漏話補正用の Y 軸回転ドライブ強度についても同様に、以下の実験を行う。

```

1 var = Variable(name "cancel drive y-"
    amp, 0.01*np.linspace(-1, +1, 101), "")
2
3 cra = cr_amp*np.exp(1j*cr_ph)
4 cta = ct_x + 1j*var
5
6 cr = Circuit(backend)
7 cir.qtrigger([control, target])
8 cir.qadd(FlatTop(RaisedCos(amplitude+=cra, duration=40), cr_dur), (control,
    target))
9 cir.qadd(FlatTop(RaisedCos(amplitude+=cta, duration=40), cr_dur), target)
10 cir.qtrigger([control, target])
11
12 tpct = Circuit(backend)
13 tpct.call(cr)
14 tpct.X(control)
15 tpct.call(cr)
16 tpct.X(control)
17
18 cir = Circuit(backend)
19 cir.call(tpct)
20 cir.measurement_all()
21 cir.c[(control, target)].skew = opt_skew

```

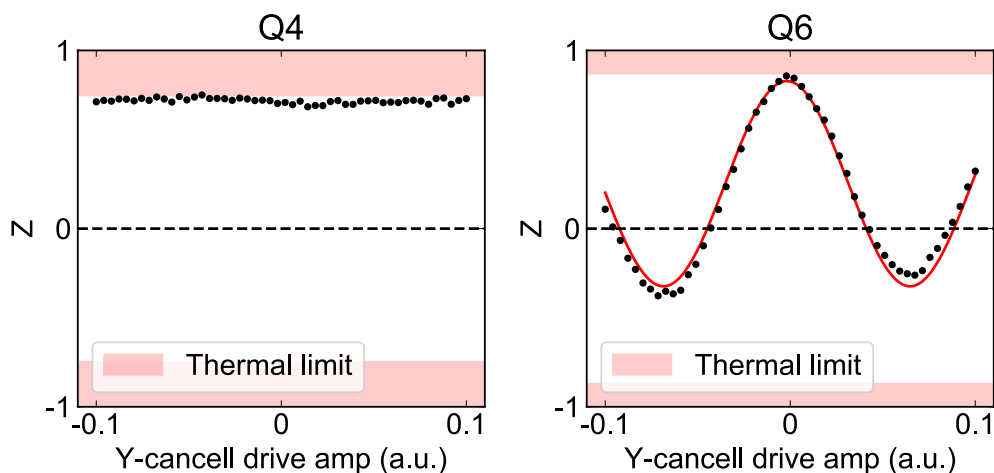


図 6.25: 漏話補正用の Y 軸回転ドライブ強度掃引実験

図 6.25 に実際の実験結果を示した。図横軸に漏話補正用の Y 軸回転ドライブ強度を、縦軸に制御、対象量子ビットの励起率を示した。対象量子ビットの励起率が最小となるドライブ強度を以下では ct_y とした。漏話の X 軸回転の補正に有限のドライブ強度を要したのに対し、Y 軸回転の補正にはほとんどドライブ強度がいらなことがわかる。本研究で用いた量子演算回路では、基板貫通電極による電界閉じ込め効果によって、隣接量子ビット間での古典漏話が 30 dB 程度抑制された設計 [47] となっており、交差共鳴ドライブによって生じる漏話はおそらく量子漏話であると考えられる。実際の実験においても、漏話はほとんど X 軸回転を示していた。

最後に、交差共鳴ゲート実行中に制御量子ビットに発生する drive-induced AC Stark シフ

ト由来の Z 回転を粗調整する。交差共鳴ドライブ中は、制御量子ビットに対象量子ビットと共鳴するマイクロ波を照射する。これは制御量子ビットにとって非共鳴なマイクロ波であり、従って drive-induced AC Stark シフトが生じる。本来、TPCX エコーシーケンスを用いて $R_{ZX}(\pi/2)$ ゲートを生成する場合は、 ZI 成分は排除されるため必要ないが、第9章にて後述するエラー増幅シーケンスを伴う高精度キャリブレーションにおいては、この項の排除が必須となる。そのため、以下のような実験を行った。

Listing 6.13: cancellation control z-rotation

```

1 var0 = Variable(name="=cancell z-
    rotation, np.pi*np.linspace(-1, +1, 101), "rad")
2 var1 = Variable(name="ramsey frame x or y", ["X", "Y"], "")
3
4 cra = cr_amp*np.exp(1j*cr_ph)
5 cta = ct_x + 1j*ct_y
6
7 cr = Circuit(backend)
8 cr.qtrigger([control, target])
9 cr.qadd(FlatTop(RaisedCos(amplitude=+cra, duration=40), cr_dur), (control,
    target))
10 cr.qadd(FlatTop(RaisedCos(amplitude=+cta, duration=40), cr_dur), target)
11 cr.qtrigger([control, target])
12
13 cir = Circuit(backend)
14 cir.ry90(control)
15 cir.call(cr)
16 cir.rz(var0, control)
17 cir.meas_axis(var1, control)
18 cir.measurement_all()
19 cir.c[(control, target)].skew = opt_skew

```

ここでは、制御量子ビットに対し交差共鳴ドライブを照射しつつ、Ramsey 干渉実験と同様の実験シーケンスを用いることで、制御量子ビットに生じた Z 回転量を推定している。実験の終段では制御量子ビットに Virtual- Z ゲートを実行しており、交差共鳴ドライブの実行によって制御量子ビットに生じる位相回転が $\pi/4$ となるよう、Virtual- Z ゲートの回転角を調整する。図 6.26 に実際の実験結果を示した。横軸では Virtual- Z ゲートの回転角を、縦軸には制御量子ビットのパウリ X および Y の期待値の変動を示した。Virtual- Z ゲートの回転角掃引に対し、制御量子ビットにおいて Z 回転が生じていることがわかる。制御量子ビットに生じる Z 回転角が $+\pi/4$ となるよう、Virtual- Z ゲートの回転角を調整する。以下では、較正された Virtual- Z ゲートの回転角を `opt_phi` とする。

以上によって交差共鳴ゲートの粗較正が完了する。次に、エラー増幅シーケンスを用いた交差共鳴ゲートの精密較正を行う。エラー増幅シーケンスの原理的機序や設計法については第9章にて詳述することとし、ここでは実際のシーケンスの構成や実験結果について述べる。エラー増幅シーケンスでは、特定のパウリ演算子を生成子として駆動される回転エラーを選択的に増幅する。

まず初めに行うのが、 ZX 回転すなわち交差共鳴ドライブのオーバーローテーションエラーの較正である。パウリ演算子 ZX を生成子として持つエラーの増幅シーケンスを以下に示す。

Listing 6.14: zx-error amplifying calibration

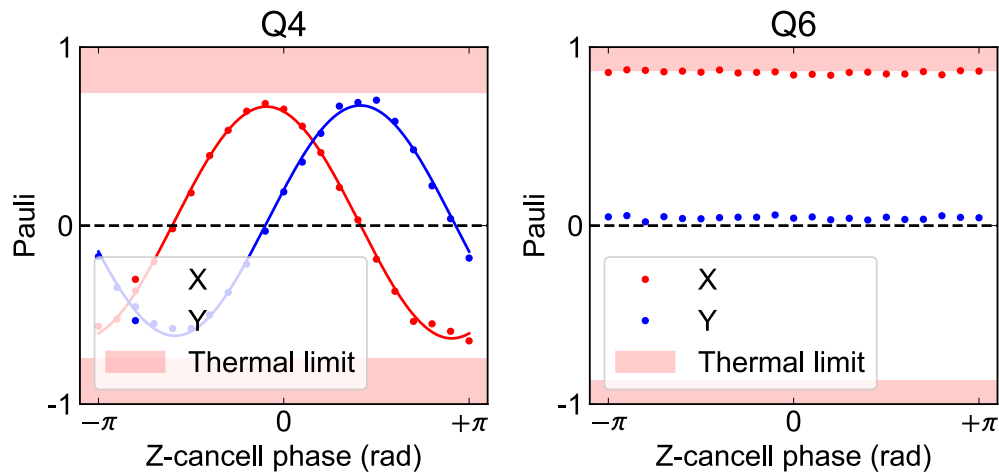


図 6.26: 交差共鳴ドライブに由来する drive-induced AC Stark シフトの相殺実験

```

1 var0 = Variable(name="=cr drive amplitude "
    ratio, 1 + 1/8.*np.linspace(-1,1,21), "")
2 var1 = Variable(name="prepare init state", ["0", "1"], "")
3
4 cra = var0*cr_amp*np.exp(1j*cr_ph)
5 cta = ct_x + 1j*ct_y
6
7 rzx45 = Circuit(backend)
8 rzx45.qtrigger([control, target])
9 rzx45.add(FlatTop(Gaussian(amplitude=cra, duration=40), top_duration=cr_dur
    ), control>>target)
10 rzx45.add(FlatTop(Gaussian(amplitude=cta, duration=40), top_duration=cr_dur
    ), target)
11 rzx45.qtrigger([control, target])
12 rzx45.rz(opt_phi, control)
13
14 rzx180 = Circuit(backend)
15 for _ in range(4):
16     rzx180.call(rzx45)
17
18 psid = Circuit(backend)
19 psid.call(rzx180)
20 psid.I(control)
21 psid.I(target)
22 psid.call(rzx180)
23 psid.Y(control)
24 psid.Z(target)
25 psid.call(rzx180)
26 psid.I(control)
27 psid.I(target)
28 psid.call(rzx180)
29 psid.Y(control)
30 psid.Z(target)
31

```

```

32 main = Circuit(backend)
33 main.prep_init("Z", var1, control)
34 for _ in range(1):
35     main.call(psid)
36 main.qtrigger([control, target])
37 main.rx90(target)
38 main.qtrigger([control, target])
39 main.measurement_all()
40 main.c[(control, target)].skew = opt_skew

```

ここで、 var0 は交差共鳴ドライブの強度を掃引するパラメータ、 var1 は制御量子ビットの初期状態を選択するパラメータであり、両者は独立に掃引される。交差共鳴ドライブは ZX 回転を生み出し、そのドライブ強度を掃引することで ZX ハミルトニアンエラーを掃引することができる。 ZX ハミルトニアンエラーは交差共鳴ドライブの ZX 軸回転角エラーに寄与する。エラー増幅シーケンスにより ZX 軸回転エラーを選択的に増幅することができる。増幅された ZX 軸回転エラーは制御量子ビットが $|g\rangle$ 、 $|e\rangle$ 状態にある場合の対象量子ビットに生じる反対符号の X 軸回転として、対象量子ビット上での一量子ビットダイナミクスとして可視化することができる。 ZX 軸回転エラーが完全に補正された場合、対象量子ビットは $|i+\rangle$ 状態にとどまるが、補正されきらず残っていた場合、対象量子ビットは僅かに逆方向に回転される。従って、交差共鳴ドライブの強度を掃引した際に対象量子ビットに生じる反対符号の X 軸回転の軌跡がちょうど交差する点が最適なドライブ強度を示すことがわかる。このとき、最終的に観測量として得られるのは各量子ビットのパウリ Z 演算子の期待値であるため、微小 X 回転角が最もパウリ Z 演算子の期待値に反映される Bloch 球の赤道面に反対符号の X 軸回転の交差点を配置するよう、対象量子ビットの回転の始点を $|i+\rangle$ 状態とした。図 6.27 に

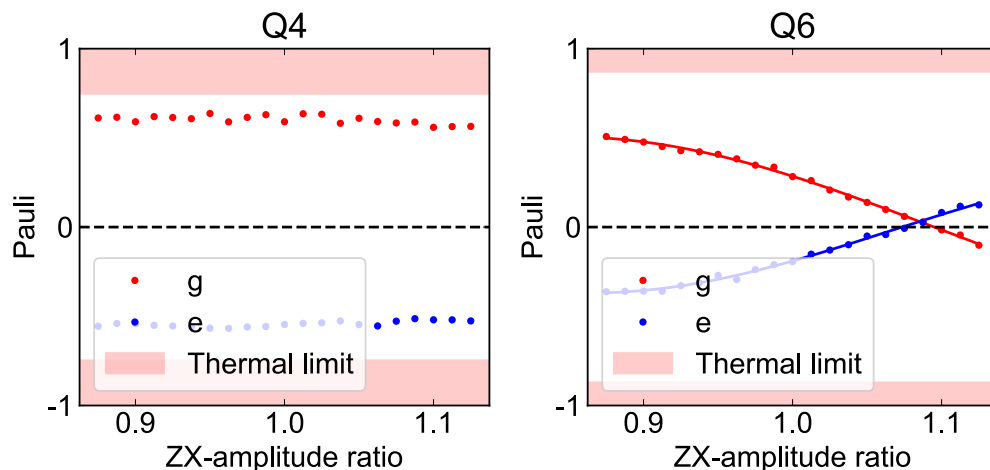


図 6.27: 交差共鳴ドライブの ZX ハミルトニアンエラーの高精度較正実験

実際の実験結果を示した。横軸は交差共鳴ドライブの強度を掃引するパラメータ var0 を表しており、縦軸は個別の量子ビットにおけるパウリ演算子 Z の期待値を表している。対象量子ビット Q6 では、エラー増幅シーケンスによって交差共鳴ドライブの ZX ハミルトニアンエラーが選択的に増幅され、制御量子ビット Q4 の状態に応じた反転した X 回転を対象量子ビットに加えている様子が観測されている。制御量子ビットが $|g\rangle$ 、 $|e\rangle$ 状態にある場合の実験結果をそれぞれ赤、青点で示し、また正弦関数によるフィッティングを対応する色の実践として示

した。以下では、二つのフィッティング曲線の交点を最適な交差共鳴ドライブ強度とした。

ZY 、 IX 、 IY 、 ZI についても同様の手順を用いて制御較正した。それぞれのエラー増幅シーケンスの設計法は第 9 章にて詳述する。個別の実験結果を図 6.28、6.29、6.30、6.31 に示した。

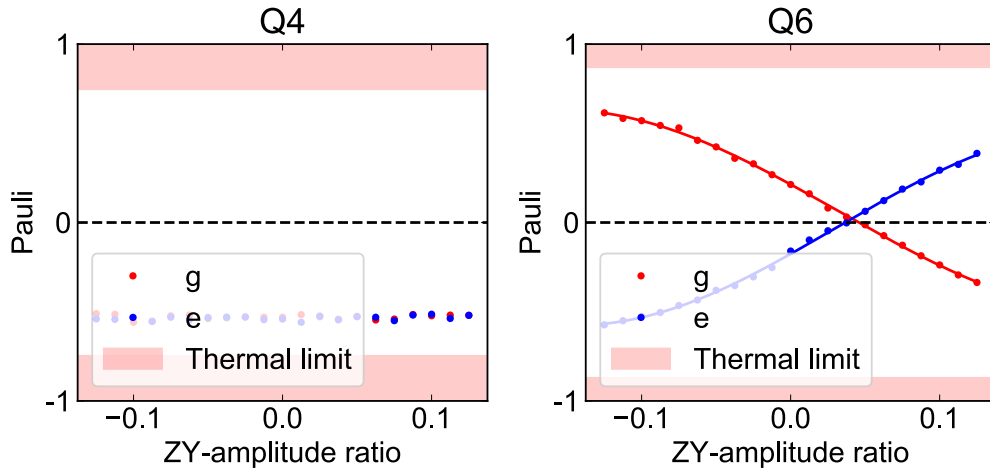


図 6.28: 交差共鳴ドライブの ZY ハミルトニアンエラーの高精度較正実験

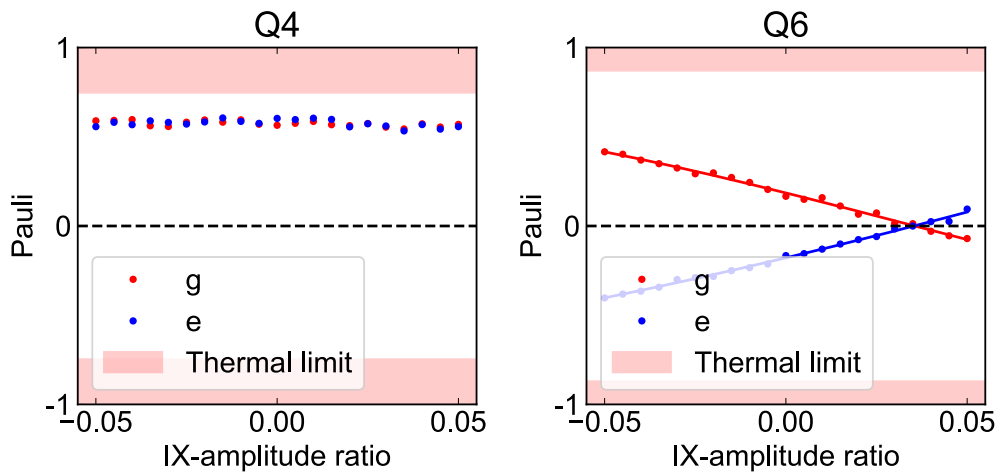
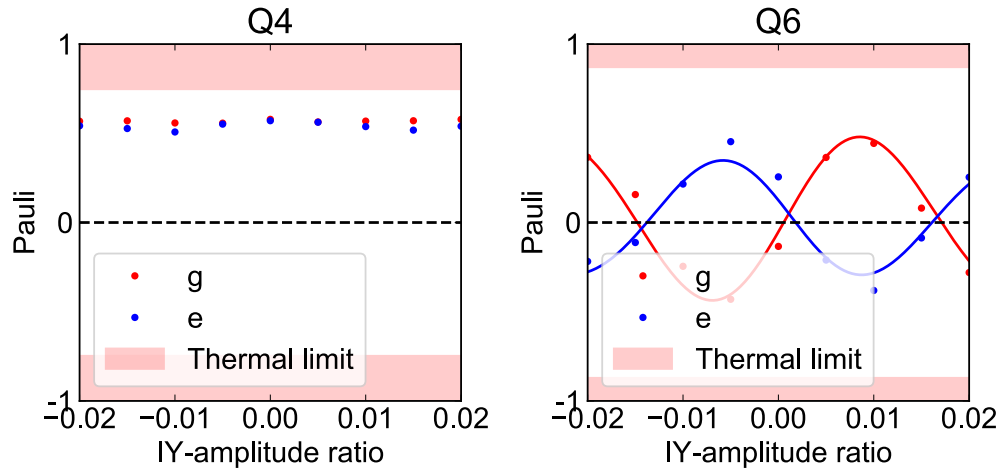
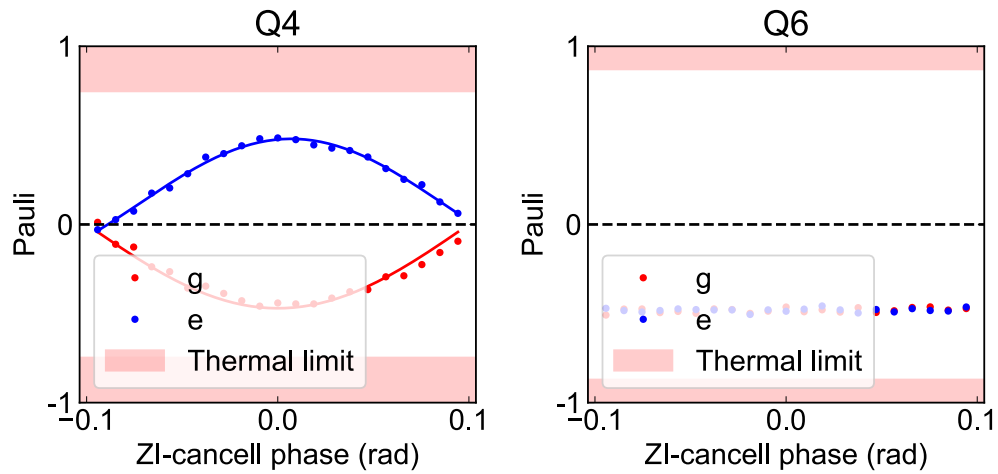


図 6.29: 交差共鳴ドライブの IX ハミルトニアンエラーの高精度較正実験

最後に、較正された交差共鳴ドライブの性能を確認するため、離散ハミルトニアントモグラフィ [65] を実行した。ハミルトニアントモグラフィとは、交差共鳴ドライブの有効ハミルトニアンが

$$\mathcal{H}_{\text{CR}} = \alpha \frac{IA}{2} + \beta \frac{ZB}{2} \quad (6.4)$$

として表せることを積極的に活用した有効ハミルトニアン推定法である。なおここで A 、 B は一量子ビットパウリ演算子 I 、 X 、 Y 、 Z の線形和である。このとき、制御量子ビットに

図 6.30: 交差共鳴ドライブの IY ハミルトニアンエラーの高精度較正実験図 6.31: 交差共鳴ドライブの ZI ハミルトニアンエラーの高精度較正実験

$|i\rangle$ ($i \in [g, e]$) 状態を用意した場合に対象量子ビットが感じるハミルトニアンは

$$\mathcal{H}_i = (\langle i| \otimes I) \mathcal{H} (|i\rangle \otimes I) \quad (6.5)$$

$$= \begin{cases} \alpha \frac{A}{2} + \beta \frac{B}{2} & (i = g) \\ \alpha \frac{A}{2} - \beta \frac{B}{2} & (i = e) \end{cases} \quad (6.6)$$

として表される。よって今、制御量子ビットに $|i\rangle$ ($i \in [g, e]$) 状態を用意した場合の対象量子ビットの時間発展をそれぞれ観測し、その生成子 \mathcal{H}_i について、

$$\alpha \frac{A}{2} = \frac{\mathcal{H}_g + \mathcal{H}_e}{2} \quad (6.7)$$

$$\beta \frac{B}{2} = \frac{\mathcal{H}_g - \mathcal{H}_e}{2} \quad (6.8)$$

を計算することで、式 9.27 より

$$\mathcal{H}_{\text{CR}} = I \otimes \frac{\mathcal{H}_g + \mathcal{H}_e}{2} + Z \otimes \frac{\mathcal{H}_g - \mathcal{H}_e}{2} \quad (6.9)$$

として、交差共鳴ゲートの有効ハミルトニアンを推定することができる。ただしここで推定できるのは、 A 、 B のうち X 、 Y 、 Z の成分のみである。というのも、 A 、 B における I の成分は対象量子ビットのグローバル位相を回転させる働きしか持たないため、対象量子ビットのダイナミクスからは判別できない。

そこで、次に交差共鳴ドライブ中の制御量子ビットのダイナミクスを観測することで A 、 B における I 成分を推定する。対象量子ビットのダイナミクスを評価するハミルトニアントモグラフィを用いることで、我々は事前に交差共鳴ドライブの有効ハミルトニアンが

$$\mathcal{H}_{\text{CR}} = \alpha \frac{ZI}{2} + \beta \frac{ZX}{2} \quad (6.10)$$

と表せるように較正されていることが確認できる。なお、ここで II 項については制御に影響を及ぼさないため無視した。今、 ZI 項の係数 α を推定したい。そこで、対象量子ビットを $|\pm\rangle$ 状態に用意した状態で、交差共鳴ドライブを照射した際の制御量子ビットの状態変化を観測する。するとこのとき、制御量子ビットは

$$\mathcal{H}_i = (I \otimes \langle i|) \mathcal{H} (I \otimes |i\rangle) \quad (6.11)$$

$$= \begin{cases} (\alpha + \beta) \frac{Z}{2} & (i = +) \\ (\alpha - \beta) \frac{Z}{2} & (i = -) \end{cases} \quad (6.12)$$

として表されるハミルトニアンによって駆動されることがわかる。よって、対象量子ビットを $|\pm\rangle$ 状態に用意したときの制御量子ビットの XY 平面における位相回転角速度を評価することで、係数 α 、 β を推定することが可能である。図 6.32 に実際の実験結果を示した。図 6.32

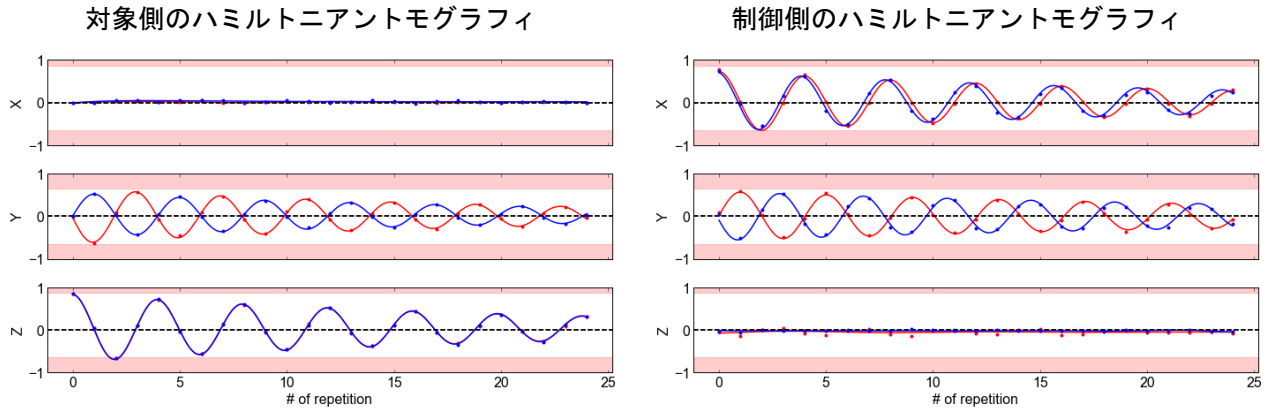


図 6.32: 交差共鳴ゲートのハミルトニアントモグラフィの実験結果。(左) 対象量子ビットのダイナミクス、(右) 制御量子ビットのダイナミクス

の左右には、 $R_{ZX}(\pi/2)$ ゲートに対応する TPCX シーケンスを連続で実行した際の対象、制御量子ビットのダイナミクスの観測結果をそれぞれ示した。図 6.32 左には、制御量子ビットを $|i\rangle$ ($i \in [g, e]$) 状態に用意した場合の、対象量子ビットにおけるパウリ X 、 Y 、 Z 演算子の期待値の変化をそれぞれ赤、青点で示した。また、変化を指数減衰する正弦関数でフィッティングした結果を対応する色の曲線で示した。図からわかる通り、対象量子ビットには、制御量子ビットの状態に応じた反符号の X 軸回転が生じていることがわかる。これは、TPCX シーケンスの有効ハミルトニアンに、 ZI, ZX 成分のみしか存在しないことを示唆している。また、対象量子ビットにおける X 軸回転が、TPCX シーケンス四回ごとに 2π 回転している

ことから、確かに TPCX シーケンスが $R_{ZX}(\pi/2)$ ゲートに較正されていることが確認できる。図 6.32 右には、対象量子ビットを $|i\rangle$ ($i \in [+, -]$) 状態に用意した場合の、制御量子ビットにおけるパウリ X 、 Y 、 Z 演算子の期待値の変化をそれぞれ赤、青点で示している。また、変化を指数減衰する正弦関数でフィッティングした結果を対応する色の曲線で示した。図からわかる通り、制御量子ビットには、対象量子ビットの状態に応じた反符号の Z 軸回転が生じていることがわかる。これは、TPCX シーケンスの有効ハミルトニアンに ZI 成分が存在しないことを示唆している。また、制御量子ビットにおける Z 軸回転が、TPCX シーケンス四回ごとに 2π 回転していることから、確かに TPCX シーケンスが $R_{ZX}(\pi/2)$ ゲートに較正されていることが確認できる。以上の実験により、交差共鳴ゲートが本節において設計された較正法によって正しく較正されたことがわかる。

第7章 周波数衝突エラーの Floquet 解析

量子演算回路中の量子ビットはそれぞれの結合方式に則って周辺量子ビットと配位している。量子ゲート、特に二量子ゲートを実行する際には、配位した周辺量子ビットのうち、特定の対象量子ビットとのみ相互作用しつつ、他の周辺量子ビットに影響を及ぼさないことが求められる。しかし、制御対象ではない周辺量子ビットは、制御部分系とコヒーレントに結合を持つ非マルコフ的な環境として働き、特定の設計・制御条件下において制御対象でないにもかかわらず制御部分系の振る舞いを大きく変えてしまうことが知られている。このような周辺量子ビット由来のゲートエラーを周波数衝突と呼ぶ [19, 45, 46]。本章では、Floquet 理論を用いた効率的な周波数衝突の解析法を提案し、多モード制御などのような従来取り扱われてこなかった複雑な制御条件下における周波数衝突の解析を行った。

7.1 周波数衝突問題

周波数衝突 [19, 45, 46] とは、量子演算回路内において近接する量子ビット同士が特定の制御下において不本意な挙動を生じさせる周波数関係のことをいう。周波数衝突はこれまで、交差共鳴ゲートのプロパゲータを量子ビットの周波数構成を掃引しながら算出し、プロパゲータの成分がパラメタ掃引に対して非単調に変化する領域をマッピングすることにより調べられてきた [19, 45]。これまでに知られている典型的な周波数衝突の例 [46] を表 7.1 に示した。ここで

表 7.1: 典型的な周波数衝突の例。ここでは $\omega_{xx}^{(y)}$ を量子ビット y の xx 遷移周波数として表した。 c, t, s はそれぞれ対応する制御量子ビット、対象量子ビット、制御量子ビットと結合する spectator 量子ビットを表している。

Type	Condition
1	$\omega_{ge}^{(i)} = \omega_{ge}^{(j)}$ (Q_i と Q_j は隣接)
2	$\omega_{gf}^{(c)} = 2\omega_{ge}^{(t)}$
3	$\omega_{ge}^{(c)} = \omega_{ge}^{(t)}$
4	non straddling regime
5	$\omega_{ge}^{(t)} = \omega_{ge}^{(s)}$
6	$\omega_{ge}^{(t)} = \omega_{ef}^{(s)}$ or $\omega_{ge}^{(s)} = \omega_{ge}^{(t)}$
7	$\omega_{gf}^{(c)} = \omega_{ge}^{(t)} + \omega_{ge}^{(s)}$

は Type 1~7 までの衝突が挙げられており、それぞれ異なる条件を持つ。例えば Type 1 は隣接して結合する量子ビットの共鳴周波数が縮退する場合に対応する。Type 1 型周波数衝突では、結合する量子ビットの間で、常に制御上無視できない強度の交換相互作用 (2 ~ 15 MHz) が量子状態に作用するため、量子計算を阻害してしまう。周波数衝突の回避は量子演算回路

を構築する上で最も重要な設計要件の一つである。周波数衝突を回避するためには、まずいかなる種類の周波数衝突が起こりうるのかを把握しておく必要がある。ここで重要となるのが、周波数衝突は量子ビット間の周波数関係のみに由来するのではなく、量子演算回路上で実装される量子制御の仕様にも強く依存する点である。例えば、前述の Type 1 型周波数衝突では、結合した量子ビット間に常時交換相互作用が生じることによって、非制御実行時においても量子計算を阻害する。しかし一方で、例えば、結合する量子ビットの一方の ge 遷移周波数がもう一方の gf 二光子遷移周波数と縮退する Type 2 型周波数衝突では、交差共鳴ゲートの実行時にのみ、ゲートエラーを生じることが知られている。

7.2 単一モードドライブの Floquet 解析

Floquet 理論とは、時間周期的なハミルトニアンに駆動される量子系の振る舞いを解析する理論である。量子計算実行中の量子演算回路は、制御マイクロ波によって駆動される量子多体系であり、従って Floquet 理論の解析の範疇である。本研究では、Floquet 理論を用いた解析によって、周波数衝突現象を説明できないか試みた。

まず量子演算回路に対し、単一周波数のドライブを加えた場合について解析を行う。単一周波数のドライブ照射下にある量子演算回路のハミルトニアンは第 2 章に示した通り、

$$\mathcal{H}(t) = \sum_i \left\{ \omega_i a_i^\dagger a_i + \frac{\alpha_i}{2} a_i^\dagger a_i^\dagger a_i a_i \right\} + \sum_{i,j} \left\{ g_{ij} (a_i^\dagger + a_i) (a_j^\dagger + a_j) \right\} + \Omega \cos(\omega_d t) (a_d^\dagger + a_d) \quad (7.1)$$

として与えられる。ここから Floquet 理論より、

$$\mathcal{A} = \begin{pmatrix} \ddots & \ddots & 0 & 0 & 0 \\ \ddots & \mathcal{H}_0 + \omega_d & \mathcal{H}_{+1} & 0 & 0 \\ 0 & \mathcal{H}_{-1} & \mathcal{H}_0 & \mathcal{H}_{+1} & 0 \\ 0 & 0 & \mathcal{H}_{-1} & \mathcal{H}_0 - \omega_d & \ddots \\ 0 & 0 & 0 & \ddots & \ddots \end{pmatrix} \quad (7.2)$$

なる行列 \mathcal{A} を対角化することで全ての Floquet 状態および Floquet 準励起エネルギーを得ることができる。ここで、上式で表した \mathcal{A} の形は任意の単一モード制御に適用できることに留意する。行列 \mathcal{A} は無限次元のブロック三重対角行列であり、一般に厳密に対角化することは難しいが、考慮する相互作用の次数を制限することで、摂動的に解釈することができる。以後、行列 \mathcal{A} をブロック三重行列とみなした時の (i, j) ブロック行列要素の (k, l) 要素を $(i, j|k, l)$ 成分と呼ぶことにする。

7.2.1 Floquet モードの縮退と周波数衝突

まず非常に単純なケースにおいて、周波数衝突を Floquet 理論を用いて理解することにする。今、共鳴周波数 ω_q の二準位系の量子ビットが強度 Ω 、周波数 ω_d の定常マイクロ波に照射されている系を考える。このとき、系のハミルトニアンは

$$\mathcal{H}(t) = \frac{\omega_q}{2} Z + \Omega \cos(\omega_d t) X \quad (7.3)$$

として表される。このとき、上述した Floquet 理論の形式に則ると、我々が対角化すべき行列 A は

$$A = \begin{pmatrix} \ddots & & & & & \\ \ddots & \frac{\omega_q}{2}Z + \omega_d I & \frac{\Omega}{2}X & & & \\ 0 & \frac{\Omega}{2}X & \frac{\omega_q}{2}Z & \frac{\Omega}{2}X & & \\ 0 & 0 & \frac{\Omega}{2}X & \frac{\omega_q}{2}Z - \omega_d I & \ddots & \\ 0 & 0 & 0 & & \ddots & \ddots \end{pmatrix} \quad (7.4)$$

として表される。このとき、行列 A の対角成分をノード、非対角成分をエッジとしてグラフ化すると 図 7.1(a) のように青線と赤線で示された二種類のエッジが織りなす無限次元鎖のグ

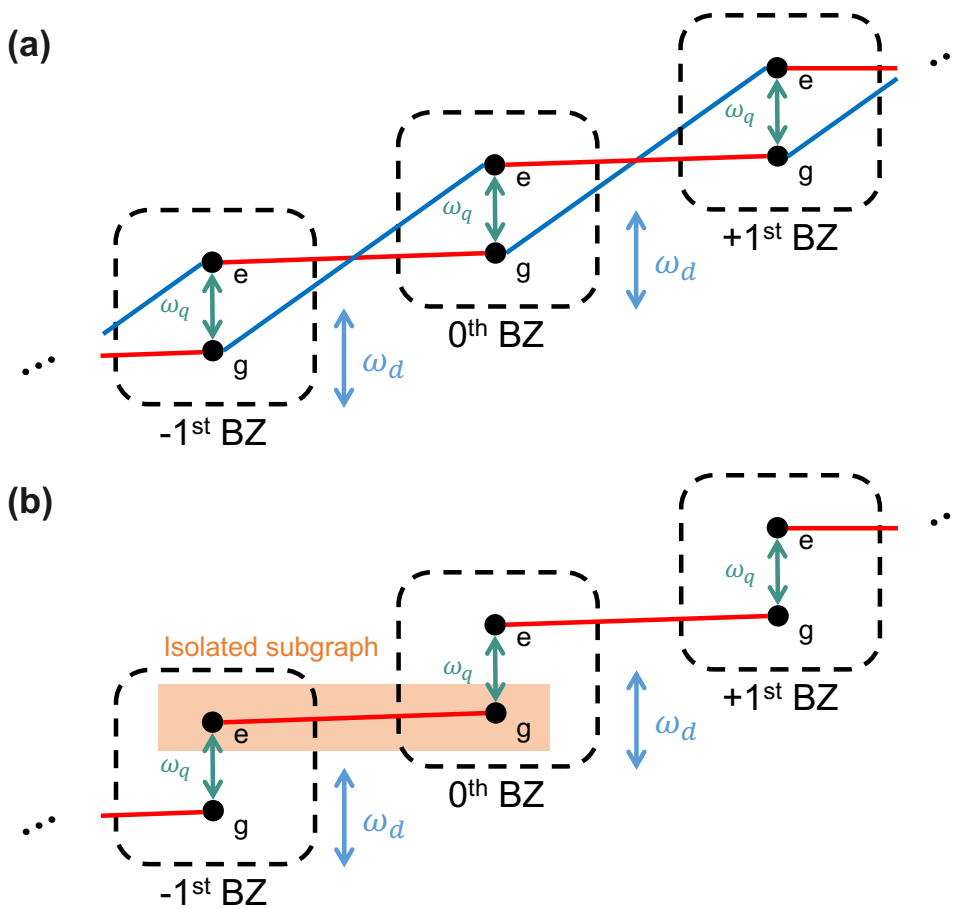


図 7.1: 単一モードドライブ照射下にある二準位系量子ビットの Floquet 準位構造図。BZ はそれぞれ準位構造の周期性に由来するブリルアンゾーンを表している。(a) 回転波近似なしの場合。(b) 回転波近似ありの場合

ラフで表せることがわかる。ここで、二種類の結合はそれぞれ $(k, k|e, e) \leftrightarrow (k-1, k-1|g, g)$ 間の結合と $(k+1, k+1|g, g) \leftrightarrow (k, k|e, e)$ 間の結合を表している。前者の結合は一般に回転波近似によって無視できるため、後者の結合のみを取り扱うものとする、グラフは図 7.1(b) のように橙色の枠で囲まれたような独立した二ノードグラフに分割されることがわかる。こ

のとき、 k 番目の二ノードグラフは行列

$$\mathcal{A}_k = \begin{pmatrix} \frac{\omega_q}{2} - \frac{\omega_d}{2} & \frac{\Omega}{2} \\ \frac{\Omega}{2} & 0 \end{pmatrix} + k \frac{\omega_d}{2} \quad (7.5)$$

に対応しており、すべて同じ固有状態を持つことがわかる。この固有状態はそのまま Floquet 状態に対応しており、従って我々はこの行列を対角化するだけで、回転波近似の元での量子系時間発展を解くことができる。ここで、行列 \mathcal{A}_k が式 7.3 に示されたハミルトニアンを、ドライブ周波数 ω_d で回転するドライブフレームに変換したものと等しいことに留意する。今、行列 \mathcal{A}_k 、すなわちドライブフレームハミルトニアンが生成する時間発展の特性を ω_q を変化させながら観察することにする。すると、 $|\omega_q - \omega_d| \gg \Omega$ の領域においては、行列 \mathcal{A}_k の非対角項は主対角項に比べてエネルギースケールが無視できるほど小さく、固有状態はほとんど主対角成分によって決まることがわかる。一方で、 $|\omega_q - \omega_d| \ll \Omega$ の領域においては、主対角項のエネルギースケールと非対角項のエネルギースケールが同等であり、固有状態は強く非対角項に影響されることになる。行列 \mathcal{A}_k 固有状態の特性の変化は、ドライブによって誘起されるユニタリダイナミクスの特性の変化と同義であり、従ってこれが一般に周波数衝突と呼ばれるものの最も単純なモデルケースであることがわかる。

7.2.2 交差共鳴ゲートの Floquet 解析

より実践的なケースとして、交差共鳴ゲート実行中の二量子ビット系を Floquet 理論を用いて解析することを考える。交差共鳴ゲートとは、前述の通り、制御量子ビットに対象量子ビットと共鳴するマイクロ波を照射することで実行されるもつれゲートである。従って、実験系フレーム上での交差共鳴ゲート実行中の二量子ビット系のハミルトニアンは

$$\mathcal{H}(t) = \sum_{i \in [c,t]} \left\{ \omega_i a_i^\dagger a_i + \frac{\alpha_i}{2} a_i^\dagger a_i^\dagger a_i a_i \right\} + g (a_c^\dagger + a_c) (a_t^\dagger + a_t) + \Omega \cos(\omega_t t) (a_c^\dagger + a_c) \quad (7.6)$$

として与えられる。従って、上記ハミルトニアンに周波数 ω_t について離散 Fourier 級数展開を行うと、

$$\mathcal{H}(t) = \sum_{k \in [-1,0,1]} \mathcal{H}_k e^{ik\omega_t t} \quad (7.7)$$

$$\mathcal{H}_0 = \sum_{i \in [c,t]} \left\{ \omega_i a_i^\dagger a_i + \frac{\alpha_i}{2} a_i^\dagger a_i^\dagger a_i a_i \right\} + g (a_c^\dagger + a_c) (a_t^\dagger + a_t) \quad (7.8)$$

$$\mathcal{H}_{\pm 1} = \frac{\Omega}{2} (a_c^\dagger + a_c) \quad (7.9)$$

として分解できることがわかる。このとき、行列 \mathcal{A} に対応する準位構造図を図 7.2 に示した。ここでは、 (i, i) ブロック行列の対角成分を i 番目のブリルアンゾーン (BZ) として点線で囲って表している。また、各 BZ 中の準位構造図は、合計励起数が保存する部分空間ごとに緑丸で囲われており、同部分空間内における準位は、緑線で表された交換相互作用によって互いに結合を持つ。隣接する BZ 同士は、赤線で表されたマイクロ波ドライブによって結合を持っている。以下では、特に断りがない場合、Floquet 準位構造図内における緑線が交換相互作用、赤線がマイクロ波ドライブと対応するものとする。前小節と同様に、図 7.2 が示す準位構造図は橙色の枠で囲まれたような、互いに結合を持たない部分グラフに分割できることがわかる。

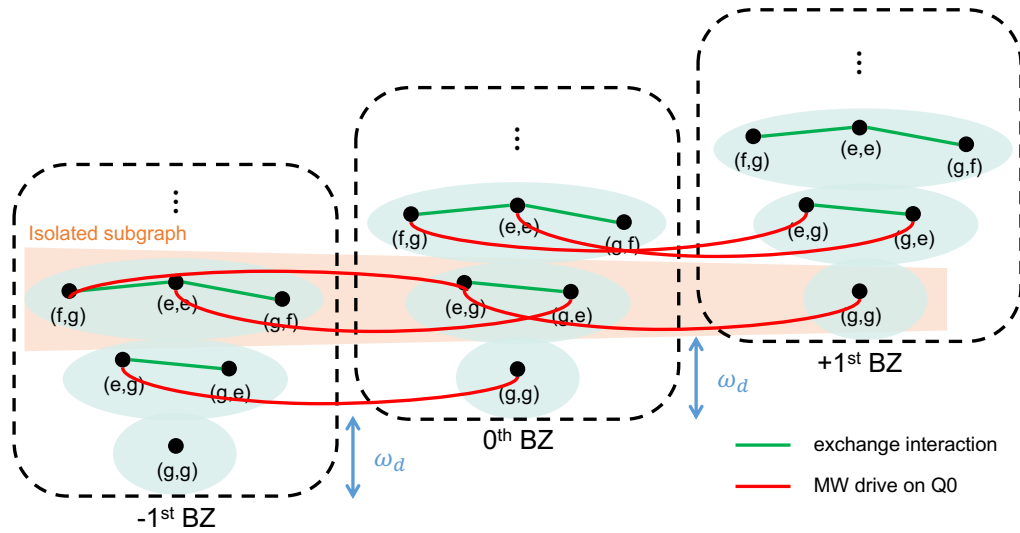


図 7.2: 交差共鳴ゲート実行中のシステムの準位構造図

これらの独立した部分グラフは、前小節と同様に等価な準位構造図を表しており、対応する部分行列 A_k の固有ベクトルは Floquet 状態を表している。

今、それぞれの独立した部分グラフ内の準位構造を、エネルギー順に縦方向に正順させたグラフを図 7.3 に示した。図からわかる通り、 $k = g, e, f, \dots$ に対して $|k, g\rangle$ 状態と $|k, e\rangle$ 状態が縮退していることがわかる。特に計算基底状態に注目すると、 $|g, g\rangle$ 状態と $|g, e\rangle$ 状態が縮退しており、両者は $|e, g\rangle$ 状態を仲介して結合しており、有効結合強度は

$$g_{gg \leftrightarrow ge} = \frac{g\Omega}{\Delta} \quad (7.10)$$

となっている。ここで、 $g_{ij \leftrightarrow kl}$ は、 $|i, j\rangle$ 状態と $|k, l\rangle$ 状態との結合強度を表している。一方で、 $|e, g\rangle$ 状態と $|e, e\rangle$ 状態も同様に縮退しており、 $|g, e\rangle$ 、 $|f, g\rangle$ 状態の二つのパスを介して結合しており、有効結合強度は

$$g_{eg \leftrightarrow ee} = \frac{2g\Omega}{\Delta + \alpha} - \frac{g\Omega}{\Delta} \quad (7.11)$$

となっている。このように、制御量子ビットの状態に応じて、対象量子ビットの回転速度が変化することが、交差共鳴ゲートがもつれゲートである由来となっていることがわかる。

次に、周波数衝突条件下での Floquet 準位構造を考える。ここでは一例として対象量子ビットの ge 遷移周波数が制御量子ビットの二光子 gf 遷移周波数と縮退する Type 2 型周波数衝突条件を取り扱うものとする。Type 2 型周波数衝突条件下での Floquet 準位構造を図 7.4 に示した。図 (a) には準位構造図の全体像を、(b) には計算基底部分空間とその周辺のみを記載している。図 (b) からわかる通り、 $|f, g\rangle$ および $|f, e\rangle$ 状態が $|g, g\rangle$ および $|g, e\rangle$ 状態と縮退した状況となっている。また、このとき、 $|f, g\rangle$ 状態は $|g, g\rangle$ 状態と $|g, e\rangle$ 状態とそれぞれ有効結合を持ちつつ縮退しており、同様に $|f, e\rangle$ 状態は $|g, e\rangle$ 状態と縮退しつつ有効結合を持っている。このとき、Type 2 型周波数衝突条件下にある量子演算回路上での交差共鳴ゲートは図 (c) に示した通り、交差共鳴遷移以外にも fog 遷移 [66] や二光子 gf 遷移が同時に発生していることがわかる。

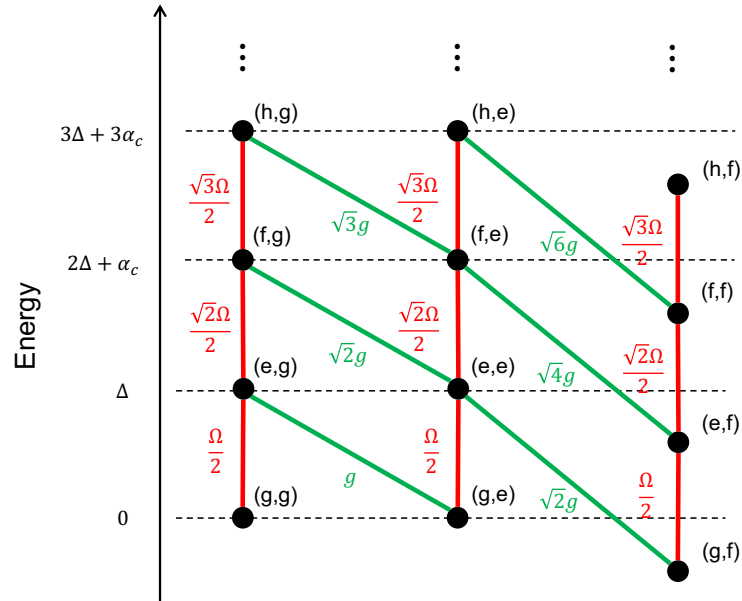


図 7.3: エネルギー順に正順した交差共鳴ゲート実行中のシステムの準位構造図の部分グラフ

7.2.3 周波数衝突の強度

前述の通り、Floquet 理論を用いることで、従来知られていた周波数衝突は、Floquet 状態の意図しない縮退が生じることによるものであることがわかった。従って、Floquet 状態間の有効結合強度は、周波数衝突の強度と対応することがわかる。そこで本小節では、Floquet 状態間の有効結合強度の摂動次数に注目して、周波数衝突をクラス分けする。図 7.5 に、これまでに知られている周波数衝突について、対応する Floquet 状態間の縮退を引き起こす有効結合強度の次数でクラス分けした表をまとめた。図には、周波数衝突以外にも通常の一量子ビットゲートや、交差共鳴ゲートなどの駆動原理となる Floquet 状態の縮退を引き起こす有効結合強度を参考のため記載している。ここでは、周波数衝突によって縮退した Floquet 状態間に k 個の仲介準位を介した有効結合を持っている場合の次数を $k+1$ とした。ここで、Floquet 準位構造図には交換相互作用とマイクロ波ドライブという二つの方式の結合が存在していることに留意する。図からわかる通り、Type 1,3,5,6 型の周波数衝突は通常の一量子ビットゲートと同じ次数 1 に属する一方で、Type 2,7 型の周波数衝突は交差共鳴ゲートや fogi 遷移と同じ次数 2 に属していることがわかった。

7.2.4 Floquet 理論を用いた周波数衝突条件の高速数値計算

ここまでで、Floquet 理論を用いることで周波数衝突の機序を把握し、摂動計算を用いてその次数を推定することができることがわかった。次に本小節では、具体的な周波数衝突の発生条件を調査するための数値計算法を提案し、現実の系に適用する。

前節までの内容から、周波数衝突発生時には特定の Floquet 状態同士が縮退していることがわかった。従って、周波数衝突を検知するためには、システムパラメタを掃引しながら、逐次 Floquet 状態の成分を監視すれば良いことがわかる。周波数衝突によって発生する典型的かつ最も深刻なゲートエラーは、高次準位へのリークとして現れることが知られている。これは本来、計算基底で閉じているべき量子ゲートにおいて、周波数衝突によって、計算基底

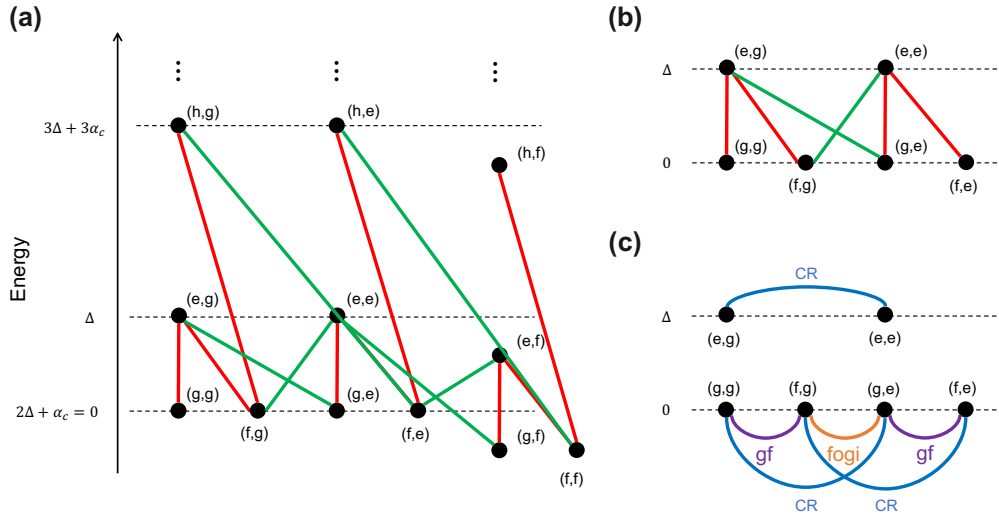


図 7.4: Type 2 型周波数衝突条件下にあるエネルギー順に正順した交差共鳴ゲート実行中のシステムの準位構造図の部分グラフ。(a) 準位構造図の全体像、(b) 計算基底部分空間とその周辺、(c) 発生している遷移の構造

内の Floquet 状態 $|\psi_{in}\rangle$ と高次準位の Floquet 状態 $|\psi_{out}\rangle$ とが縮退するために引き起こされるものであるとわかる。例えば、縮退によって上記の Floquet 状態が

$$|\psi_{+}\rangle = |\psi_{in}\rangle + \delta |\psi_{out}\rangle \quad (7.12)$$

$$|\psi_{-}\rangle = |\psi_{out}\rangle - \delta |\psi_{in}\rangle \quad (7.13)$$

となった場合、計算基底状態 $|\psi_{in}\rangle$ は時間発展によって

$$|\psi_{in}(t)\rangle \sim |\psi_{in}\rangle + \delta (1 - e^{-i\varepsilon t}) |\psi_{out}\rangle \quad (7.14)$$

となることわかる。ここで、 ε は縮退によって発生する Floquet 状態間での Floquet 準位起エネルギーの半交差に対応する。従って、このようなシステムでは、高次準位へのリークは 0 から最大 δ^2 までの範囲を、角速度 ε で振動する。しかし、現実の実験系では有限の緩和が存在しており、高次準位は特に計算基底状態と比較して電荷ノイズ耐性が低く位相緩和時間も低いと予想される [67] ため、上記した振動に由来するリークだけでなく、緩和によって促進されるリークも考慮する必要がある。量子ビットの高次準位の緩和レートは設計可能なパラメタでないため、以下では最大リーク量 δ^2 をより信頼できる設計パラメタとして採用することにする。

以上を踏まえ、Floquet 状態の中で計算基底状態成分と高次準位成分が最も強く混成されている状態の混成レートを、最大リーク限界量として計算し、システムパラメタを掃引しながら観察した。ここでは三量子ビット次元鎖上の交差共鳴ゲートを取り扱う。今、中央の量子ビットを制御量子ビット、右の量子ビットを対象量子ビットとして交差共鳴ゲートを実行する。このとき、左の量子ビットは、右二つの量子ビットからなる制御部分系に対する spectator 量子ビットとして振る舞うことがわかる。今、spectator 量子ビットの共鳴周波数を掃引しながら、交差共鳴ゲート実行中の全系の Floquet 状態を逐次導出し、前述の最大リーク量を計算した。ここで、計算では、制御量子ビットと対象量子ビットの共鳴周波数をそれぞれ 4.85, 4.97 GHz とし、spectator 量子ビットの周波数は 4 から 6 GHz の範囲で掃引した。また、量子

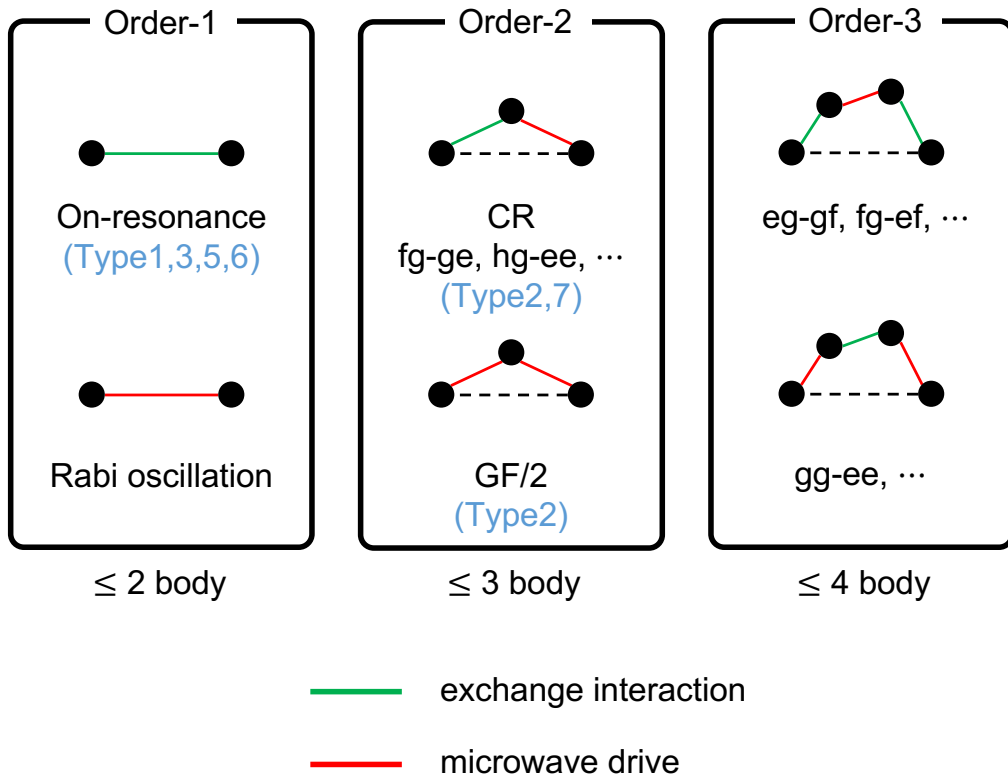


図 7.5: 各種周波数衝突に対応する次数の例

ビットの非調和度は全て -334 MHz とし、量子ビット間の結合強度は全て 1.4 MHz とした。図 7.6 に、数値計算結果を示した。ここでは、横軸を spectator 量子ビットの共鳴周波数とし、縦軸を spectator 量子ビットの共鳴周波数を掃引した場合の全系における最大リーク量を表している。あらかじめ予想される周波数衝突については、赤点線で示した。数値計算結果は赤点線で示された周波数衝突とよく対応しており、また予想される周波数衝突の次数が最大リーク量のピーク線幅と概ね対応していることがわかった。

7.3 多モード制御時の周波数衝突

ここまででは、これまで知られてきた周波数衝突を、Floquet 理論を用いて再解釈してきた。本小節では、Floquet 理論を用いてより一般化された周波数衝突の定義を活用し、多モード制御時の周波数衝突について解析する。多モード制御の場合でも、Floquet 理論は適用可能である。多モードの場合、ハミルトニアンと基本解行列も同様に多モード関数となるため、多モード離散 Fourier 変換を実行する必要がある。その場合は小節 3.1.2 にて行ったハミルトニアンと基本解行列に対する離散 Fourier 級数展開を

$$H(t) = \sum_n e^{in\omega t} H^{(n)} \quad (7.15)$$

$$P(t) = \sum_n e^{in\omega t} P^{(n)} \quad (7.16)$$

として多モードに適用すれば良い。なお、ここで n および ω はそれぞれ Fourier 級数展開の次数と角速度のベクトルを表すものとする。

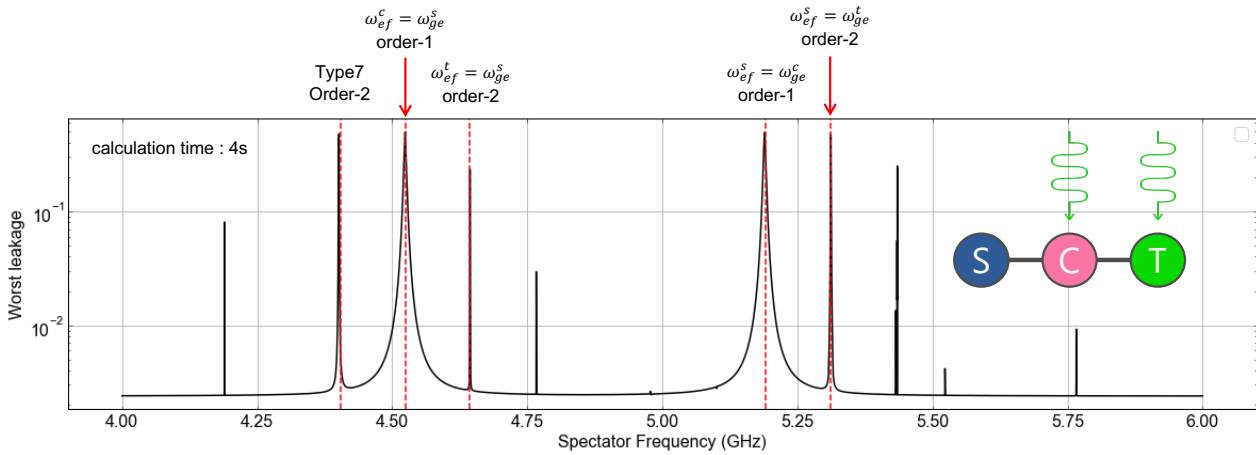


図 7.6: 数値計算による、単一の spectator 量子ビットを伴う交差共鳴ゲート実行時の周波数衝突探索

7.3.1 非共鳴ドライブと共鳴ドライブを隣接して実行する場合

多モード制御時の周波数衝突としてはじめに取り扱うのは、spectator dynamical decoupling を行うケースである。今、小節 7.2.4 で挙げた一次元鎖状に配列した三量子ビット T,C,S について考える。三量子ビットのうち、中央の量子ビット C を制御量子ビットとし、隣の量子ビットのうちの一方の T を対象量子ビットとするような交差共鳴ゲートを実行する。このとき、制御量子ビットと残された spectator 量子ビットとの間には、交差共鳴ゲート実行中も残留 ZZ 相互作用が働いていることになる。従って、交差共鳴ゲート実行中の spectator 量子ビットとの ZZ 相互作用を抑制するために、spectator 量子ビット側で dynamical decoupling を実行する戦略がとられることがある。このようなケースを念頭に、交差共鳴ゲート実行中に制御量子ビットの隣接量子ビットを共鳴ドライブで制御した場合の Floquet 解析を行った。ここでは簡単のために、制御量子ビットと spectator 量子ビットの二量子ビット部分系のみを数値計算することにした。数値計算では、制御量子ビット C の共鳴周波数を 4.858 GHz, spectator 量子ビット S の共鳴周波数を 4.978 GHz とし、対象量子ビット T の共鳴周波数すなわち交差共鳴ドライブ周波数を 4.35~4.80 GHz の範囲で、spectator 量子ビットに照射する共鳴ドライブの強度を 0 ~ 10 MHz の範囲でそれぞれ独立に掃引した。なおここで、全ての量子ビットの非調和度は -334 MHz、量子ビット間結合強度は 1.4 MHz、交差共鳴ドライブ強度は 30 MHz とした。

図 7.7(b) に数値計算結果を示した。図の横軸が対象量子ビットの共鳴周波数を、縦軸が spectator 量子ビットに照射される共鳴マイクロ波ドライブ強度を表しており、また Floquet 解析によって算出された最大リーク量が対数表示でカラーマップされている。ここで興味深いのは、spectator 量子ビットへの共鳴マイクロ波ドライブを受けて、周波数衝突に対応するピークが分裂していく点である。これは spectator 量子ビットに対する共鳴ドライブが交差共鳴ゲート実行中の周波数衝突条件をずらすことを示唆しており、量子演算回路の周波数設計をする上で重要な制約となりうるということがわかる。

ここで生じたピークの分裂は図 7.8 のように理解することができる。spectator 量子ビットに強度 Ω の共鳴ドライブが照射された場合、周波数衝突条件下にない理想的な交差共鳴ドライブを実行中の制御部分系の Floquet 状態は図 7.8(a) に示したように $|c, s\rangle$ ($c \in [g, e, f], s \in [+,-, f]$) となるということがわかる。ここで $|c, s\rangle$ 状態は制御量子ビットが $|c\rangle$ 状態、spectator 量子ビットが

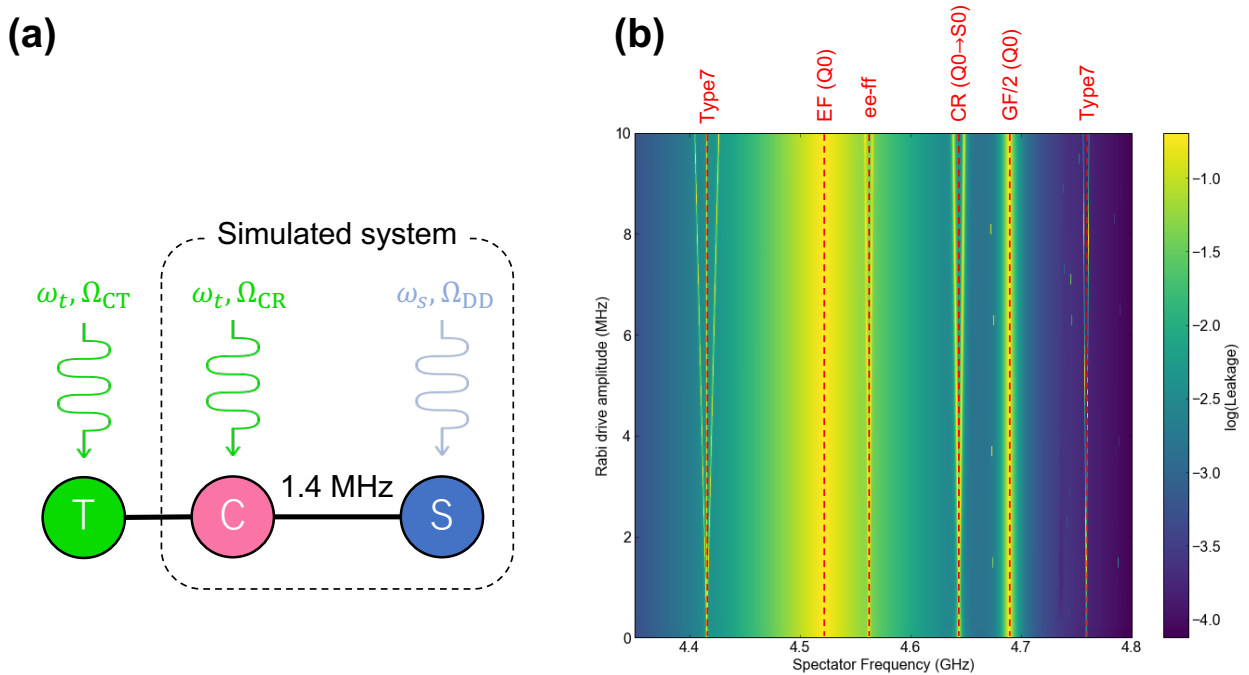


図 7.7: 交差共鳴ゲート実行時に制御量子ビットに隣接する spectator 量子ビットへ共鳴ドライブを照射した場合の最大リーク量解析

$|s\rangle$ 状態にあることを表すものとする。このとき、 $|c, +\rangle$ 状態と $|c, -\rangle$ 状態の Floquet 準励起エネルギーは Ω の反交差を起こす。そこで、まず図 7.8(b) の左図に示したように、周波数衝突によって $|c_1, \pm\rangle$ 状態と、 $|c_2, 2\rangle$ 状態が縮退するケースを考える。前述の通り、 $|c_1, \pm\rangle$ 状態は spectator 量子ビットへの共鳴ドライブ強度 Ω だけエネルギーが反交差している。従って、 $|c_1, \pm\rangle$ および $|c_2, 2\rangle$ が縮退する交差共鳴ドライブ周波数条件は $\pm\Omega/2$ だけシフトすることがわかる。これが、図 7.7(b) 中のいくつかの最大リーク量のピークが二つに分裂する理由とわかる。次に、図 7.8(b) の右図に示したように、周波数衝突によって $|c_1, \pm\rangle$ 状態と、 $|c_2, \pm\rangle$ 状態が縮退するケースを考える。前述の通り、 $|c_1, \pm\rangle$ および $|c_2, \pm\rangle$ 状態はそれぞれ Ω だけエネルギーが反交差している。従って、 $|c_1, \pm\rangle$ および $|c_2, \pm\rangle$ が縮退する交差共鳴ドライブ周波数は本来の衝突周波数から $-\Omega, 0, +\Omega$ だけシフトしうるとわかる。これが、図 7.7(b) 中のいくつかの最大リーク量のピークが三つに分裂する理由とわかる。

以上から、spectator 量子ビットへの強度 Ω の共鳴ドライブは、隣接する交差共鳴ゲートで生じる周波数衝突を最大で $\pm\Omega$ 変調することがわかった。実際の実験では、spectator 量子ビットに対する共鳴ドライブは Gaussian などのパルス波形として照射されるため、共鳴ドライブの強度は 0 から最大パルス強度までを連続的に掃引する。従って、交差共鳴ゲートを実行中の制御部分系に隣接する spectator 量子ビットへ強度 Ω の共鳴ドライブを照射した場合、周波数衝突の線幅が従来よりも最悪ケースで $\pm\Omega$ だけ広がりうるということがわかる。

7.3.2 非共鳴ドライブを隣接して並列実行する場合

多モード制御時の周波数衝突として次に取り扱うのは、隣接する二量子ビットペア同士で交差共鳴ゲートを並行して実行するようなケースである。今、四量子ビット T0, C0, C1, T1 が一次元鎖上に配列しているケースを考える。このとき、中央の二量子ビット C0, C1 を制御量子ビッ

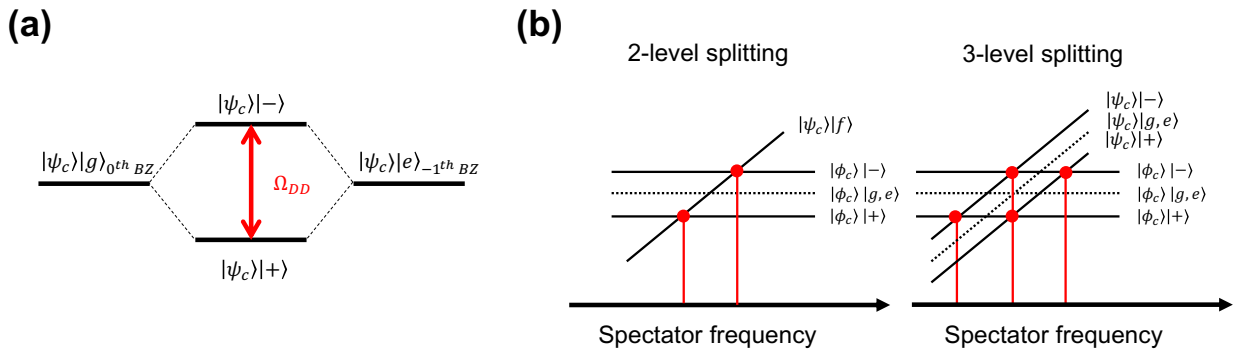


図 7.8: 周波数衝突条件が分裂する機序の概念図

トとして、それぞれに隣接する終端の量子ビット T0, T1 を対象量子ビットとし、交差共鳴ゲートを同時に実行したとする。以下では再び簡単のため、C0, C1 について同時交差共鳴ゲート実行中の Floquet 状態を解析した。ここで、C0, C1 の共鳴周波数を 4.858, 4.978 GHz とし、T0, T1 の共鳴周波数すなわち交差共鳴ドライブ周波数をそれぞれ 4.024~5.024 GHz, 4.144~5.144 GHz の範囲で掃引した。なおここで、全ての量子ビットの非調和度は -334 MHz、量子ビット間結合強度は 1.4 MHz、交差共鳴ドライブ強度は 30 MHz とした。

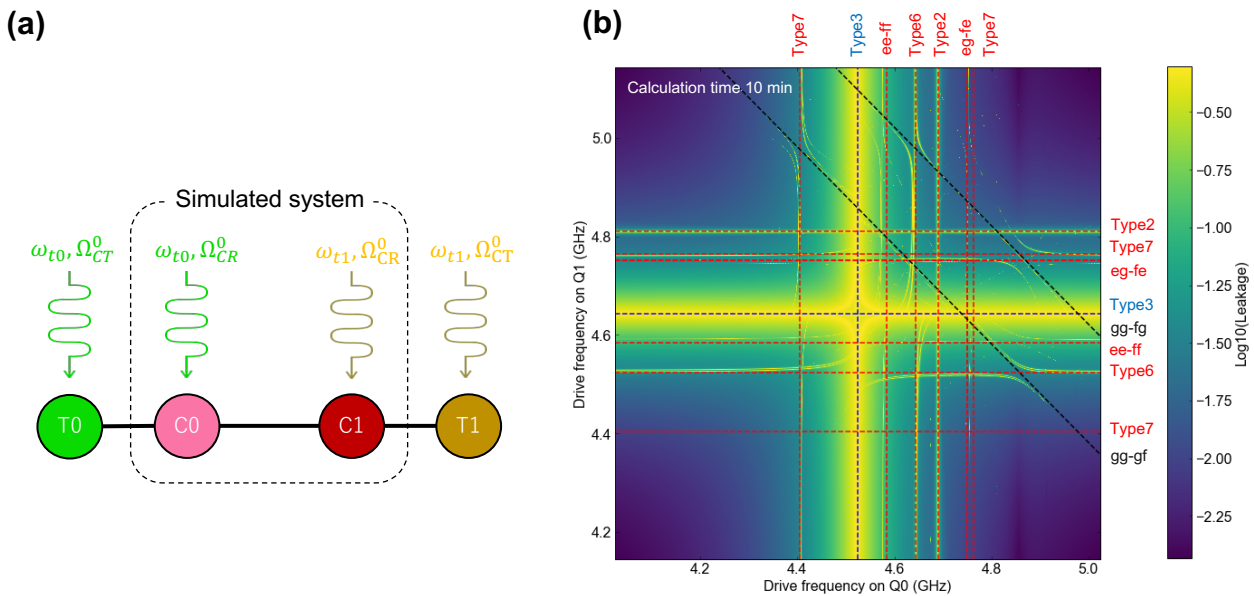


図 7.9: 交差共鳴ゲートを隣接する量子ビットペアに同時に照射した場合の全系の最大リーク量解析

図 7.9(b) に数値計算結果を示した。図の横軸が C0 へ照射した交差共鳴ドライブ周波数を、縦軸が C1 へ照射した交差共鳴ドライブ周波数を表しており、Floquet 解析によって算出された最大リーク量子は対数表示でカラーマップされている。図から、周波数衝突に対応するピークが縦横に多く走っていることがわかる。ピークごとに縮退している Floquet 状態の成分を調べることで、個別の衝突ごとのラベルを図中に示した。

図から二点興味深い発見が得られる。一点目は、図中に斜めに走るピークの存在である。これはすなわち、二つの交差共鳴ドライブ両方のドライブ周波数に依存した多モード制御時

特有の周波数衝突であることがわかる。今回掃引した周波数領域においては $|gg\rangle \leftrightarrow |gf\rangle$ 、 $|gg\rangle \leftrightarrow |fg\rangle$ の二つが発見された。これらは二つの隣接するドライブ周波数の和が C_0, C_1 の gf 遷移のいずれかと対応した場合に発生する。従って、これまで知られているような単一モード制御時の周波数衝突だけでは量子演算回路の設計指針として不十分である可能性が示唆される。二点目は、周波数衝突同士の間隔である。ここでは、図中の (4.524 GHz, 4.53 GHz) 近傍において縦に走る Type 3 型周波数衝突に対応するピークと、横に走る Type 6 型周波数衝突条件の間隔を例に、この現象の機序を解説する。まず前提の確認として、ここで縦に走る Type 3 型周波数衝突条件は T_0 の共鳴周波数すなわち C_0 への交差共鳴ドライブ周波数が C_0 自身の ef 遷移周波数と共鳴となる条件である。また、横に走る Type 6 型周波数衝突条件は T_1 の共鳴周波数すなわち C_1 への交差共鳴ドライブ周波数が、隣接する spectator 量子ビット C_0 の ef 遷移周波数と共鳴となる条件である。すなわち、 C_0 では C_0 自身に ef 遷移と共鳴するマイクロ波を照射されつつ、隣接する C_1 にも C_0 の ef 遷移と共鳴するマイクロ波が照射されていることがわかる。この状況は、小節 7.3.1 において S の ge 遷移に共鳴なマイクロ波を照射したことで S の ge 部分空間の自然な基底が $|\pm\rangle$ 状態として反交差し、結果として周波数衝突条件自体が分裂した現象と同様の機序を持つことがわかる。

このように、複数の周波数衝突が互いの衝突に際して縮退する Floquet 状態のいずれかあるいは両方を共有する場合、周波数衝突同士が互いに反交差する「周波数衝突衝突」が生じることがわかる。従来、量子演算回路の設計法では、個別の量子ビットのペアごとに独立に周波数衝突条件に該当するかどうかのチェックを行い、全てのペアで周波数衝突に該当しないように周波数構成の最適化を図られてきた。本研究が明らかにした周波数衝突衝突の存在は、従来の周波数設計法では量子誤り訂正をはじめとした多モード並列制御を要求する高度な実験に対応できない可能性を示唆している。

7.4 まとめと展望

本章では、Floquet 理論を用いた解析を行うことで周波数衝突現象をより一般化した定義で表すことができるようになった。周波数衝突のより一般化された定義を導入することで、多モード制御実行中などのより複雑な事例における周波数衝突を解析できるようになった。また、多モード制御実行中の周波数衝突を解析することで、周波数衝突同士が互いに反交差する周波数衝突衝突の存在を発見した。従来の量子演算回路における周波数設計法では周波数衝突衝突が見過ごされており、量子誤り訂正をはじめとした多モード並列制御が不可欠となるより高度な実験では、周波数衝突衝突を取り込んだ設計を行う必要があると考えている。今後の展望としては、量子誤り訂正符号の実装などといった、より大規模かつ実践的な並列量子制御に耐える量子演算回路の解析を行うために、制御マイクロ波に関する時間周期性だけでなく、量子演算回路の格子構造や周波数設計に関する空間周期性を解析に取り込むことを目標としている。

第8章 多モード制御による高速もつれゲート

量子演算回路の演算能力は、SWAP ゲートの忠実度に強く依存する [18, 68]。超伝導量子演算回路では量子ビットは回路パターン設計にしがたって配列しており、遠隔量子ビット間にもつれゲートを実行する場合、SWAP ゲートを連続して実行する必要が生じる。周波数衝突の発生を抑止するため、近年では二重平方格子や二重六方格子 [46] といったスパースな結合モデルを持つ量子演算回路の開発も進められており、その場合 SWAP ゲートの制御品質はますます重要となっていくと考えられる。SWAP ゲートは、論理アダマールゲートの実装などにも用いることから、その性能改善は NISQ、FTQC を問わず不可避の課題であることがわかる。本章では、SWAP および iSWAP ゲートの性能を改善する新規的なもつれゲート実装法 [21] を提案し、その実験実装を行った著者の研究について紹介する。

8.1 交差共鳴ゲート

交差共鳴 (CR:cross-resonance) ゲート [10, 11, 69] は、周波数固定型の超伝導量子ビットにおいて現在最も標準的なもつれ量子ゲートである。CR ゲートでは、結合する量子ビットの一方に、もう一方と共鳴するマイクロ波を照射する。CR ゲート照射時の結合量子ビット系の有効ハミルトニアンは ZX 回転を生み出し、これは制御回転ゲートと locally equivalent である [34]。CR ゲートは、制御装置への要求が低いことから集積化に有利に働くと考えられている。CR ゲートに関してはこれまで多くの改善が試みられてきた。これまでの CR ゲートへの改善の試みとしては、ゲートに含まれる余剰項の排除が主な目標であった。例えば、漏話の抑制法 [35] などが挙げられる。CR ゲートは本来、 ZX 回転を生み出すゲートであるが、超伝導量子ビットの計算基底外の高次準位の存在により、 IX 型の回転がもたらされることが報告されており、これを量子漏話と呼ぶ。一方で、実際の系においては、量子漏話の他にも、ある量子ビットをドライブするマイクロ波が、隣接量子ビットへも漏れてしまうことに起因する IX/IY 型の回転が生じることがあり、これを古典漏話と呼ぶ。古典漏話は量子演算回路の回路パターンの改善、主には基板貫通電極やエアブリッジといった機構を用いたグラウンド電位の安定化によって抑制することができる一方、量子漏話は必然的に発生するものであった。そこで導入されたのが漏話キャンセルドライブである。これは漏話と同じ強度かつ逆の位相を持ったマイクロ波を人為的に調整し、CR ドライブと同時に対象量子ビットへ照射することで、漏話を打ち消してしまう手法である。またあえて漏話の IX 回転成分のみを残しておくことによって、 IX と可換な ZX 回転を残しつつ、 ZZ や IY といった IX と非可換な成分を抑制する回転エコー法 [70] なども後に開発され、これをもって CR ゲートの忠実度は概ねゲート実行時間中の緩和に律速されたコヒーレント限界に到達したことが報告された。従って、今後の CR ゲートの改善では余剰項の排除以上に、CR ゲートの高速化が求められることがわかる。

8.2 CRゲートの高速化の難点

CRゲートを高速化するにあたって、CRゲートの有効ハミルトニアンに立ち返ると、

- 量子ビット間結合強度を強める
- CRドライブ強度を強める

という二つの戦略を取り得る。しかし、これらの戦略には共に難点がある。

まず、量子ビット間結合強度を強めた場合、強分散条件の破綻が問題となる。第2章において解説したように、強分散条件の破綻した量子ビット間にはゲート非実行時においても常にZZ相互作用がかかっており、量子回路のノイズの原因となる [71]。また、交差共鳴ドライブ強度を上げた場合、弱ドライブ条件の破綻が問題となる。弱ドライブ条件が破綻した量子ビットには飽和とリークが発生することが知られている [19, 45]。飽和とは、マイクロ波照射強度が強すぎることによって、制御量子ビットのドライブ由来 AC Stark シフト効果が顕著となり、対象量子ビットとの間の実効的周波数離調が広がることによって、ゲート実行速度が鈍化する現象である。リークとは、マイクロ波照射強度が強すぎることによって、制御量子ビットの量子状態が計算基底の外側、高次励起準位へと遷移する効果を表している。

現在、CRゲートを実行する系は上記の二つのトレードオフを考慮し、摂動破綻に由来するデメリットが受け入れられる範囲内で、可能な限りCRゲートを高速化するように設計されている。従って、さらなる高速化を目指すためには、上述したトレードオフを回避する必要がある。

8.3 交差交差共鳴ゲート

交差交差共鳴 (CCR : cross-cross resonance) ゲートは、上述したトレードオフのうちの一つである弱ドライブ近似の破綻を回避しつつ、もつれ生成の高速化を実現するべく提案した新たなもつれゲート実装法 [21] である。CCRゲートでは、制御量子ビットを対象量子ビットと共鳴なマイクロ波で励起しつつ、対象量子ビットを制御量子ビットと共鳴なマイクロ波で励起する。制御量子ビットから対象量子ビットへのCR共鳴ゲートによって誘起される有効ハミルトニアンがZX回転であったことから、対象量子ビットから制御量子ビットへのCR共鳴ゲートはXZ回転をもたらすことがわかる。このとき、パウリ演算子ZXとXZは互いに可換であり、従って双方向のCRゲートは互いに干渉せず同時に実行することが可能である。以上より、CCRゲートは二つのCRゲートを双方向から同時に実行するものだと考えることができる。CCRゲートは、双方向から照射するCRドライブの強度比を例えば1:0や0:1と設定することで、一方向のCRゲートを一般化したものであると考えることができる。

8.4 SU(4)のKAK分解とカルタン係数

ここで、CRゲートとCCRゲートとを比較する前に、SU(4)のKAK分解 [72] に関して補足しておく。SU(4)のKAK分解とは、二量子ビットゲートの分解法の一つであり、任意の二量子ビットゲート U を

$$U = k_1 A k_2 \tag{8.1}$$

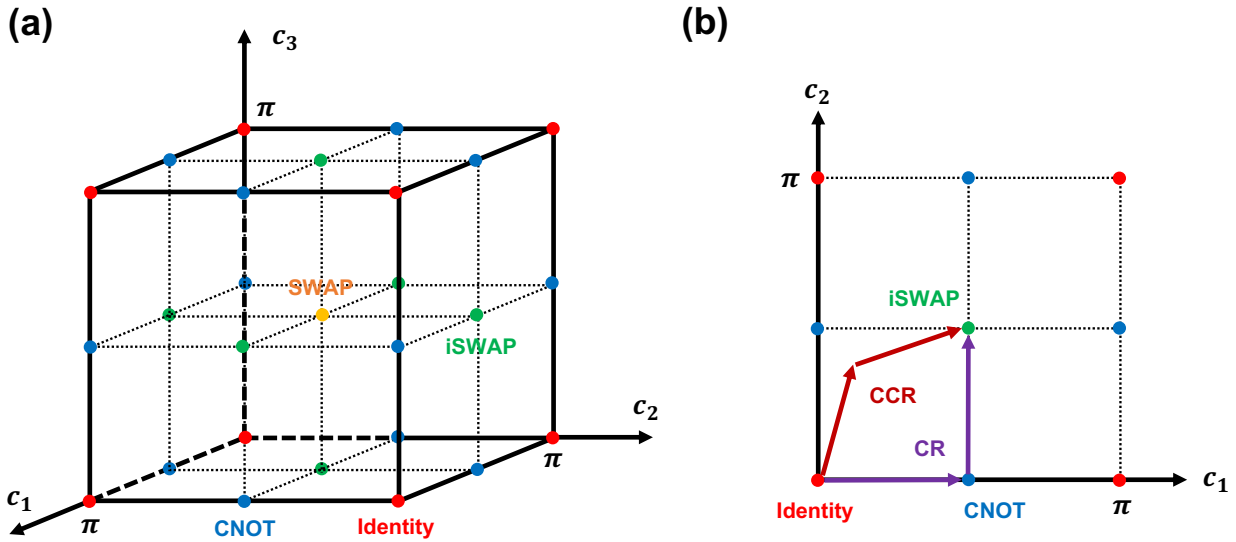


図 8.1: (a) カルタン空間の図示。恒等演算子、CNOT、iSWAP、SWAP ゲートと等価な点をそれぞれ赤、青、緑、黄点で示した。(b) CR ドライブおよび CCR ドライブを用いた iSWAP ゲート実装法

と分解するものである。ここで、 $k_{1,2}$ は $SU(2) \otimes SU(2)$ に属する local rotation のテンソル積であり、 A は最大可換部分群 \mathcal{A} に属する 4×4 ユニタリ行列である。行列 A は以下のように表現することができる。

$$A(c_1, c_2, c_3) = \exp \left(-i \sum_{i=1}^3 c_i \frac{A_i}{2} \right), \quad (8.2)$$

ここで、 $A_{1,2,3}$ は互いに可換な二量子ビットパウリ演算子であり、 $c_{1,2,3} \in [0, \pi/2]$ はカルタン係数と呼ばれる。基底 $A_{1,2,3}$ の取り方には任意性があり、例えば $\{XX, YY, ZZ\}$ や $\{ZX, XZ, YY\}$ などが考えられる一方で、係数は π 周期性を除いて不変である。KAK 分解によって与えられるカルタン係数は、ゲートの非局所的な特性を理解する上で重要な指標となる。同様の非局所的性質を表す係数として Makhlin 不変量 [73] が存在するが、カルタン係数と Makhlin 不変量は互いに一意に対応しているため、本論文ではカルタン係数のみを用いる。

KAK 分解を用いることで、任意の二量子ビットの非局所的な性質を三次元空間上の幾何学として表現することができる。前述の通り、カルタン係数は π 周期性を持つため、カルタン係数の張る三次元空間は少なくとも一辺 π の立方体に含まれる。基底 $\{A\}$ の任意性からカルタン係数は係数同士の交換に対して対称性を持つため、実際の意味ある定義域はさらに小さい。ここでは便宜上、カルタン係数の張る三次元空間を含む一辺 π の立方体をカルタン空間と呼ぶことにする。図 8.1(a) にカルタン空間を図示した。カルタン空間の八つの頂点、すなわち $(0, 0, 0)$ や (π, π, π) などは基底 $\{A\}$ の任意性から全て同等であり、また局所的非エンタングルメント操作に対応していることがわかる。また、各カルタン空間の辺の中点、すなわち $(\pi/2, 0, 0)$ などは基底 $\{A\}$ の任意性から全て同等であり、CNOT をはじめとした局所的エンタングルメント操作に対応していることがわかる。また、各カルタン空間の面心、すなわち $(\pi/2, \pi/2, 0)$ などは基底 $\{A\}$ の任意性から全て同等であり、iSWAP をはじめとした非局所的エンタングルメント操作に対応していることがわかる。最後に、カルタン空間の中心点 $(\pi/2, \pi/2, \pi/2)$ は、SWAP ゲートをはじめとした非局所的非エンタングルメント操作に対応

することがわかる。

CR ドライブおよび CCR ドライブによって生じるカルタン空間上における係数の移動は以下のように表される。

$$\mathbf{c}_{\text{CR}}(t) = \left(\frac{+g\Omega_0}{\Delta} \left(\frac{\alpha_0}{\alpha_0 + \Delta} \right) t, 0, 0 \right) \quad (8.3)$$

$$\mathbf{c}_{\text{CCR}}(t) = \left(\frac{+g\Omega_0}{\Delta} \left(\frac{\alpha_0}{\alpha_0 + \Delta} \right) t, \frac{-g\Omega_1}{\Delta} \left(\frac{\alpha_1}{\alpha_1 - \Delta} \right) t, 0 \right) \quad (8.4)$$

ここから、CR ゲートはカルタン空間上のいずれかの辺に沿って進行する操作、CCR ゲートはカルタン空間上のいずれかの面に沿って進行する操作であることがわかる。従って、CR ゲートを用いて SWAP ゲートを実装する場合、 $(0, 0, 0) \rightarrow (\pi/2, 0, 0) \rightarrow (\pi/2, \pi/2, 0) \rightarrow (\pi/2, \pi/2, \pi/2)$ という移動を経る。ここで、

$$\pi/2 = \frac{+g\Omega_0}{\Delta} \left(\frac{\alpha_0}{\alpha_0 + \Delta} \right) t \quad (8.5)$$

となるようにドライブ時間 t 、ドライブ強度 Ω_0 を調整したものとする。一方で、CCR ゲートを用いて SWAP ゲートを実装する場合、 $(0, 0, 0) \rightarrow (x, y, 0) \rightarrow (x+y, y, x) \rightarrow (x+y, x+y, x+y)$ という移動を経る。ここで、

$$x = \frac{+g\Omega_0}{\Delta} \left(\frac{\alpha_0}{\alpha_0 + \Delta} \right) t \quad (8.6)$$

$$y = \frac{-g\Omega_1}{\Delta} \left(\frac{\alpha_1}{\alpha_1 - \Delta} \right) t \quad (8.7)$$

$$x + y = \pi/2 \quad (8.8)$$

となるようにドライブ時間 t 、ドライブ強度 $\Omega_{0,1}$ を調整したものとする。以上から、CR ドライブおよび CCR ドライブを用いた SWAP ゲート実装速度 ν_{SWAP} は概ね

$$\nu_{\text{SWAP}} \sim \frac{g}{\Delta} \left\{ \left| \frac{\alpha_0\Omega_0}{\alpha_0 + \Delta} \right| + \left| \frac{\alpha_1\Omega_1}{\alpha_1 - \Delta} \right| \right\} \quad (8.9)$$

として良いことがわかる。ここで、CR ドライブの場合は $\Omega_1 = 0$ 、CCR ドライブの場合は $\Omega_1 \neq 0$ である。図 8.1(b) に、CR ドライブおよび CCR ドライブを用いた iSWAP ゲートの実装法を図示した。

8.5 CCR ゲートの CR ゲートに対する優位性

本節では、CCR ゲートの CR ゲートに対する優位性を示す。なお、ここではもつれゲートの良し悪しを以下の条件で定義するものとする。

$$\max \quad \nu \quad (8.10)$$

$$\text{s.t.} \quad \xi = \text{const.} \quad (8.11)$$

ここで、 ν はゲート実行速度を、 ξ はゲート実行時に生じるリークを表している。このとき、CCR ゲートないし CR ゲートの条件式は以下のように定式化される。

$$\max_{\Omega_0, \Omega_1} \quad \frac{g}{\Delta} \left\{ \left| \frac{\alpha_0\Omega_0}{\alpha_0 + \Delta} \right| + \left| \frac{\alpha_1\Omega_1}{\alpha_1 - \Delta} \right| \right\} \quad (8.12)$$

$$\text{s.t.} \quad \left(\frac{\Omega_0}{\alpha_0 + \Delta} \right)^2 + \left(\frac{\Omega_1}{\alpha_1 - \Delta} \right)^2 = \xi. \quad (8.13)$$

ここで、 $\Omega_{0,1}$ はそれぞれ二つの CR ゲートのドライブ強度に対応している。このとき、最大リーク量に対する制約条件が二つのドライブ強度 $\Omega_{0,1}$ に対して楕円の式を満たすことから、媒介変数 $\theta \in [0, 2\pi)$ を導入して上記条件式は

$$\max (|\alpha_0 \cos \theta| + |\alpha_1 \sin \theta|), \quad (8.14)$$

と表すことができる。なお、ここで媒介変数 θ は

$$\begin{cases} \Omega_0 = \sqrt{\xi} (\alpha_0 + \Delta) \cos \theta \\ \Omega_1 = \sqrt{\xi} (\alpha_1 - \Delta) \sin \theta \end{cases}, \quad (8.15)$$

を満たす。上記条件式は解析的に解くことができ、その最適解は

$$\theta^* = \arctan \left(\frac{\alpha_1}{\alpha_0} \right). \quad (8.16)$$

すなわち

$$\frac{\Omega_1^*}{\Omega_0^*} = \frac{\alpha_1(\alpha_1 - \Delta)}{\alpha_0(\alpha_0 + \Delta)}. \quad (8.17)$$

を与えることがわかる。上式から最適なドライブ強度比は、 $\alpha_1 = \Delta$ か $\alpha_0 = -\Delta$ が満たされない限り 0 とはならないことがわかる。これらの周波数関係はいずれも第 7 において述べた Type 3 型の周波数衝突に該当し、従って通常の量子演算回路の設計上ふさわしくない。従って以上より、CCR ゲートは CR ゲートと比較して通常の量子演算回路の設計の範囲内において常に優位的であることが示された。

8.6 実験系

交差交差共鳴ゲートの実証には、IBMQ Quantum Cloud Service の一つである "ibmq-bogota" を用いた。同デバイスは 5 量子ビット系であり、量子ビットが一次元に配列した構造を持つ。本実験では、一次元鎖の端にあたる Q3, Q4 ペアを実験に使用した。表 8.1 に、実験系の各種

表 8.1: "ibmq-bogota" の制御部分系のデバイスパラメータ

	Q3	Q4
$\omega/2\pi$	4.858 GHz	4.978 GHz
$\alpha/2\pi$	-324 MHz	-338 MHz
T_1	112.4 μ s	115.5 μ s
T_2	191.7 μ s	167.6 μ s

パラメータを記載した。実験におけるパルスシーケンスの記述と実装には、Qiskit Pulse [74, 75] を用いた。

8.7 CCR ゲートの制御較正

まず初めに、双方向の CR ゲートを較正した。較正には、第 9 章にて述べた異方的ゲートエラー増幅法を用いている。較正の結果、双方向の CR ゲートはともに、幅 190.1 ns の GaussianFlatTop パルス波形として較正された。

CCR ゲートは双方向から CR ゲートを同時に実行することで実装されるが、実際にはドライブ周波数の変調が必要である。CCR ゲート実行時、結合する二つの量子ビットにともに双方向の CR ゲートが照射される。これらは、飽和の原因ともなるドライブ依存の AC Stark シフト [71, 76] と呼ばれる周波数変調をそれぞれの量子ビットにもたす。従って、双方向の CR ドライブにはそれぞれの目的量子ビットのドライブ依存の AC Stark シフト分だけ周波数変調をかける必要がある。そこで CCR ドライブの動作周波数の較正のために、以下のような実験を行った。双方向の CR ドライブを照射しながら、それぞれのドライブ周波数を独立に掃引し、各ドライブ周波数ごとに CCR ゲートの対象となる二つの量子ビットの励起率をモニタした。それぞれの量子ビットに照射されるマイクロ波が、何らかの遷移と共鳴した際には、量子ビットの励起率が増加することが期待される。図 8.2 は駆動周波数を変化させながら同

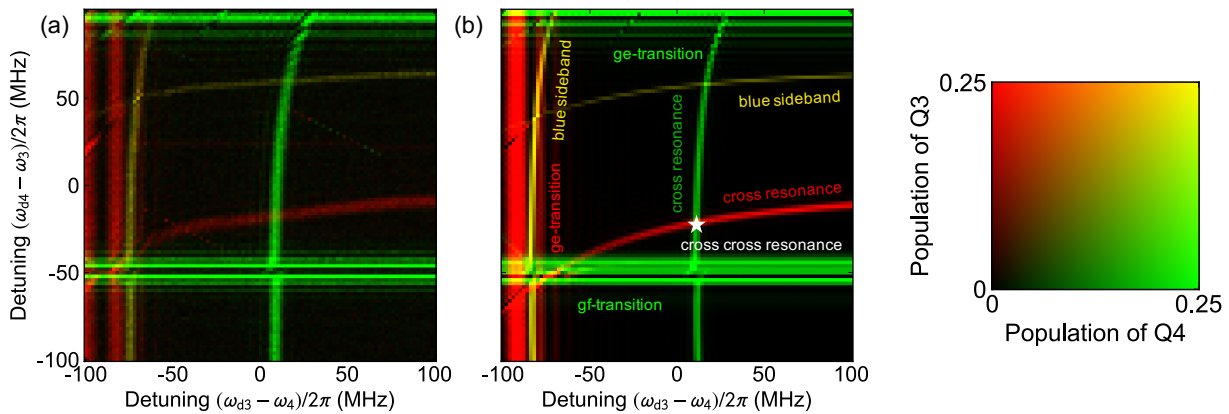


図 8.2: 交差交差共鳴ドライブの同時ドライブ周波数掃引実験結果

時励起したときの量子ビットの励起確率の実験結果 (a) と数値計算結果 (b) を示した。ここで励起確率とは、基底状態以外の状態に存在する確率を意味する。縦軸、横軸はそれぞれの CR ドライブ周波数を表している。また、カラープロットの各点では二つの量子ビットの励起率を RGB の R と G にそれぞれ対応づけて表示している。すなわち、Q3 が励起している場合、図は赤に近づき、Q4 が励起している場合図は緑に近づく。数値計算では、トランスモンを 3 準位系として扱い、予備実験で得られた表 I に示すパラメータを適用した。実験結果は、シミュレーション結果と定性的によく一致している。図 8.2 からわかるように、二つの量子ビットに異なる周波数のマイクロ波を照射することによって、CR 遷移以外にもいくつかの遷移を確認した。まず確認されるのは、それぞれの量子ビットの ge 遷移、すなわち $|gg\rangle \rightarrow |ge\rangle$ 、 $|gg\rangle \rightarrow |eg\rangle$ である。次に確認されるのは、ドライブ周波数 $\omega_4 + \alpha_4/2$ で発生する Q4 の二光子 gf 遷移 $|gg\rangle \rightarrow |gf\rangle$ である。これは ω_3 から約 -50 MHz に存在している。また、同様に二光子ブルーサイドバンド遷移 [77] $|gg\rangle \rightarrow |ee\rangle$ が周波数 $\omega_{d3} + \omega_{d4} = \omega_3 + \omega_4$ において確認された。同遷移は、個別の量子ビットで励起が発生する他の遷移とは異なり、二つの量子ビットが同時に励起するために、図中では黄色で表示されている。また、CR 遷移も双方向確認されている。ここで、他の ge 、 gf 遷移と CR 遷移では、ドライブを受ける量子ビットと励起され

る量子ビットとが反対となるため、CR 遷移のみ遷移に対応するカラーが反転していることに留意する。CCR ゲートの動作点は、双方向の CR 遷移の交差点 $(\omega_{d4} - \omega_3)/2\pi = -18.0$ MHz、 $(\omega_{d3} - \omega_4)/2\pi = 8.9$ MHz に設定された。

以上より、CCR ドライブの動作周波数が明らかとなった。最後に CCR ゲートの回転角の較正を行う。ゲートの回転角はドライブの強度もしくは時間を増減することで較正できる。しかし、CCR ゲートの場合、ドライブ強度を増減すると前述のドライブ周波数シフト量も同様に増減するため、較正をやり直す必要が生じる。そこでここでは、CCR ゲートのドライブ長のみを較正することで、CCR ゲートの回転角の調整を行った。従来、CR ゲートの回転角の較正には、ハミルトニアンモグラフィ [35] と呼ばれる手法が用いられていた。この手法は、CR ゲートの有効ハミルトニアンが $Z\sigma_0 + I\sigma_1$ という形で構成されているために有効な手法であったが、CCR ゲートは前述の通り、 $Z\sigma_0 + I\sigma_1 + \sigma_2Z + \sigma_3I$ というより複雑な有効ハミルトニアンによって生成されるため、適用できない。そこで、本研究では有効ハミルトニアン推定ではなく、有効カルタン係数の推定を行うことで、ゲート回転角の較正を試みた。較正実験の具体的な機序は以下の通りである。まず、CCR ドライブ時間 t を掃引しながら、各時間毎に量子プロセストモグラフィ [38] を行い、CCR ゲートの CPTP 写像を推定する。ここでは、measurement-error mitigation [78–81] を実行することで、SPAM エラーを抑制している。次に、各時間ごとに得られた CPTP 写像から、その近似となるユニタリゲートを推定する。最後に推定された近似ユニタリ行列に KAK 分解を行い、カルタン係数を推定する。推定されたカルタン係数を以下の図 8.3 に示した。図 8.3 からわかる通り、CCR ゲートでは三つ

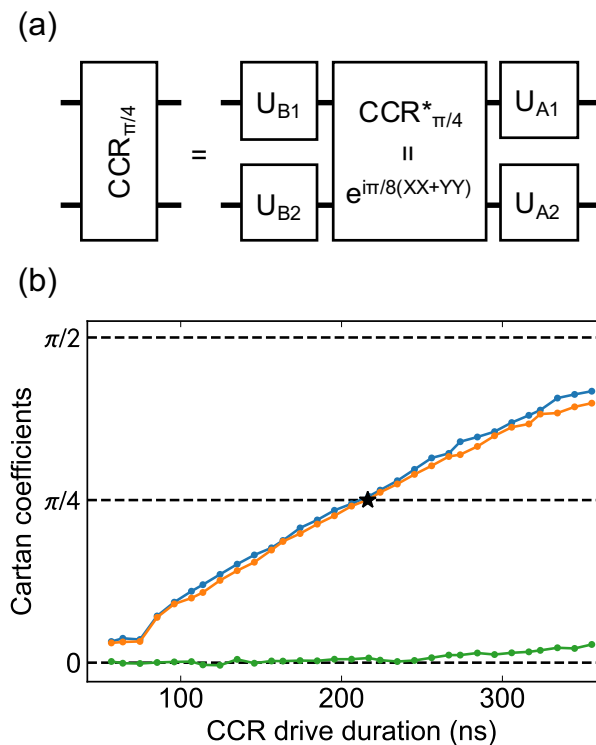


図 8.3: 交差交差共鳴ドライブの同時ドライブ時間掃引実験結果

のカルタン係数のうち一つが 0 にとどまり、残り二つが同じレートでドライブ時間に対して線形に増大している。上記のカルタン係数の振る舞いは、iSWAP 型の回転すなわち XY 型の相互作用による時間発展を示唆している。線形に増大する二つのカルタン係数が $\pi/4$ となっ

たとき、CCR ゲートは $\sqrt{i\text{SWAP}}$ ゲートと locally equivalent となるため、以降の実験ではこの条件を満たすドライブ時間 216.9 ns に設定した。

以上の校正実験によって、著者は CCR ゲートのドライブ強度、ドライブ周波数、ドライブ時間を校正し、 $\sqrt{i\text{SWAP}}$ ゲートと locally equivalent なゲートを生成することに成功した。

8.8 CCR ゲートの性能評価

最後に、複数の CCR ゲートで構成される iSWAP ゲートと SWAP ゲートを実装し、CR ゲートを用いる標準的な実装法と性能を比較した。ドライブ時間の校正結果より、校正された CCR ゲートは KAK 分解の記法の前で

$$U_{\text{CCR}} = k_1 R_{XX+YY}(\pi/2) k_2 \quad (8.18)$$

として表されることがわかる。従って、KAK 分解で推定された局所操作 k_1, k_2 の逆操作を施すことによって、

$$R_{XX+YY}(\pi/2) = k_1^\dagger U_{\text{CCR}} k_2^\dagger \quad (8.19)$$

として、 $R_{XX+YY}(\pi/2)$ ゲートを生成可能である。また、 $R_{XX+YY}(\pi/2)$ ゲートからは図 8.4(a),(b) に示したエコー

$$U_{\text{iSWAP}} = (R_{XX+YY}(\pi/2) R_{XY} \otimes R_{XY})^2, \quad (8.20)$$

$$U_{\text{SWAP}} = (R_{XX+YY}(\pi/2) R_{XYZ} \otimes R_{XYZ})^3, \quad (8.21)$$

を用いることで、iSWAP および SWAP ゲートを効率的に生成できる。なお、ここで用いたエコーはそれぞれ $R_{XY} = e^{i\frac{\pi}{2}\frac{X+Y}{\sqrt{2}}}$ 、 $R_{XYZ} = e^{i\frac{\pi}{3}\frac{X+Y+Z}{\sqrt{3}}}$ として表される一量子ビットゲートである。

以上のエコーを用いて、実際に実装された iSWAP および SWAP ゲートについて、interleaved randomized benchmarking [39–41] を用いて性能を評価し、CR ドライブを用いた既存の分解法と比較を行った結果を図 8.4(c) に示した。図 8.4(c) から一見してわかる通り、iSWAP ゲートと SWAP ゲートの双方において、CCR ドライブを用いて実装されたものの方が、CR ドライブを用いて実装されたものよりも高い平均ゲート忠実度 [82] を示している。これらはいずれも既存の CR ドライブを用いた実装法よりも高速に実行されており、従って CCR ドライブを用いることで CR ドライブを用いた既存の実装法よりも高速かつ高忠実度のもつれ操作が実装されたことがわかる。実験結果から解析される実際のパラメータは表 8.2 にまとめた。

表 8.2: CR ゲートおよび CCR ゲートを用いて実装された iSWAP および SWAP ゲートの実行時間とゲート忠実度

	iSWAP		SWAP	
	CR	CCR	CR	CCR
Gate time (ns)	775.1	647.1	1073.8	935.1
Error (10^{-2})	1.4(1)	0.8(2)	3.5(9)	2.0(6)
Coherence limit	0.62	0.51	0.85	0.74

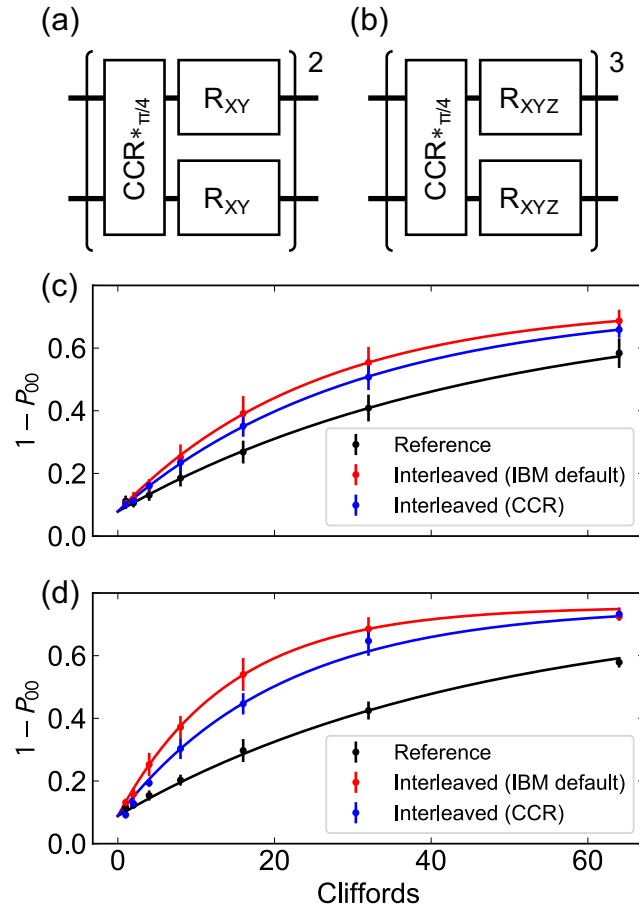


図 8.4: 交差交差共鳴ドライブの同時ドライブ周波数掃引実験結果

8.9 総括と展望

本研究では、従来の交差共鳴ゲートにおける高速ゲート実行と弱ドライブ近似の破綻というトレードオフ関係を指摘し、交差交差共鳴ゲートを提案、実装することでその解消を図った。従来、周波数固定型の超伝導量子ビットにおける標準的なもつれゲート実装法である交差共鳴ゲートではゲートの高速実行と弱ドライブ近似の遵守の間に不可避のトレードオフ関係が存在した。本研究では、多重モード制御マイクロ波を導入することで、もつれゲートの高速化と、弱ドライブ近似の遵守とを両立させることに成功した。理論計算により、交差交差共鳴ゲートは交差共鳴ゲートと比較して、ゲート実行時間を保ちつつ、生じるリーク量を半減することができることが示された。また、IBM Quantum Cloud Service 上で行われた原理実証実験において、交差共鳴ゲートと提案手法を用いて実装された iSWAP、SWAP ゲートを比較した。Interleaved randomized benchmarking を用いて性能比較を行ったところ、交差交差共鳴ゲートを用いることで、ゲートエラーが半減したことが確認された。

交差交差共鳴ゲートにはさらなる改良の余地があると考えている。一つ目には、パルス端の charging 処理が挙げられる。本研究で行った交差交差共鳴ドライブのドライブ周波数較正では、パルス全体に均一な周波数オフセットを加える形で調整していた。しかし、実際に加えられるべき周波数変調は、交差交差共鳴ドライブの強度に依存した drive-induced AC Stark シフトを追従する必要があり、従ってドライブ振幅が変化するパルス端では、周波数変調も動的に変化する必要がある。つまり、現在の交差交差共鳴ゲートではパルス端がゲートとし

て機能しておらず、パルスの高原領域のみがゲートとして機能している状況にあると考えている。パルス端の chirping 処理を加えることで、より交差交差共鳴ゲートの実行時間を短縮できると考えている。二つ目には、SiZZle ドライブ [20, 83] の導入が挙げられる。SiZZle ドライブとは、交差共鳴ドライブの亜種であり、二つの結合する量子ビットのどちらにも非共鳴な周波数のマイクロ波を両方の量子ビットに同時に照射することで、制御位相回転を加えることができる。本研究で用いた交差交差共鳴ゲートでは、 ZX や XZ といった交差共鳴ドライブに由来するもつれ項以外にも、常在 ZZ 相互作用が有効ハミルトニアンに含まれていた。SiZZle ドライブと交差交差共鳴ドライブとを併用することで、有効ハミルトニアンを ZX と XZ のみから構成することができるようになり、エコーの無い単発の交差交差共鳴ドライブによって iSWAP ゲートが実装できるようになると考えている。

第9章 異方的ゲートエラー増幅法

量子ゲートの制御較正とは、制御パラメタを調整しながら量子ゲートの性能を評価し、性能が最大化されるよう制御パラメタを最適化する実験のことである。しかし、実際の実験における測定結果は環境熱雑音やアンプの熱ノイズ、有限の測定回数に由来するショットノイズなど様々なノイズにより擾乱される。実際の実験系上で実装される制御較正実験は、ノイズのある評価値を用いた最適化問題を解くことに対応し、その収束精度はノイズに強く依存する。量子ゲートのエラーを増幅するシーケンスを用いることで、制御パラメタの微小な変分に対して量子ゲートの性能評価値を鋭敏に変動させることができる。したがって、量子ゲートの高精度な制御較正には量子ゲートエラーの増幅法が必須である。本章では、量子ゲートエラー増幅法の先行研究について触れたのち、本研究で提案する手法およびその実験結果について述べる。

9.1 量子ゲートの性能評価法

量子ゲートの性能評価のための最も基礎的な手法としては、Quantum process tomography (QPT) [38] が知られている。これは、さまざまな初期状態、観測基底を用意しながら、評価対象となる量子プロセスの入出力関係を多角的に評価する実験を行うことで、量子プロセスを評価する手法である。しかし、第3章にて述べたように、QPTにはSPAMエラー耐性がないという問題があった。量子ゲートの完全な情報を取得するために、SPAMも未知であるとして、全ての量子操作を自己無撞着的に評価する手法としてはGate set tomography (GST) [84] が知られている。GSTでは、ユニバーサル量子計算の基底となりうる量子ゲートセットと、SPAM操作を用い、大量の実験を行うことで、全ての量子ゲートセットおよびSPAM操作の評価を行う。GSTは非常に強力な手法である一方で、大量の実験回数を要求するため、制御パラメタを掃引しながらGSTを何度も実行するような運用は現実的ではないとされている。

量子ゲートの完全な情報を取得する場合、GSTは理想的な手法であるものの、実験コストが高く、制御較正実験に採用するには不向きであると考えられている。そこで、より簡便に量子ゲートの回転角や忠実度といった特定の情報のみをより少数の実験回数で抽出する手法が模索されている。例えば、Direct fidelity estimation (DFE) [85] では、二つの量子チャネル間のプロセス忠実度が両者のパウリ転送行列の成分ごとの内積で表されることに注目し、一方の量子チャネルのパウリ転送行列の要素が0であるような箇所について、もう一方の量子チャネルのパウリ転送行列の評価を行わないことで、忠実度評価に要求される実験回数を減らすことに成功している。しかし、DFEはQPTと同様にSPAMエラー耐性を持たず、エラーの増幅にも対応していない。

Randomized benchmarking (RB) [39–41] や Cycle benchmarking (CB) [86] は、上述したものと異なるアプローチで忠実度評価を行っている。これらの手法では、関心のある量子ゲートをクリフォードゲートやパウリゲートによってランダムにフレーム変換させながら連発し、シーケンス長を掃引したときのシーケンス全体の性質の変化を観察することで、ゲートエラー

の特性を評価する手法である。ただし、RB や CB ではクリフォードゲートやパウリゲートによるランダムフレーム変換によって、関心のある量子ゲートのエラーを脱分極エラーや確率的パウリ反転エラーへと射影してしまうため、エラーの量子性が失われており、量子的なエラーを古典化して連発して増幅する手法、とみなすことができる。微小回転エラー $R_\sigma(\varepsilon)$ は ε^2 のオーダーの確率で反転する古典エラーと対応する。従って、微小回転エラーを古典化して L 回連発した場合、全体のエラーは $L\varepsilon^2$ のオーダーの確率で反転する古典エラーと対応する。一方で、微小回転エラーを量子性を保ったまま L 回連発できた場合、全体のエラーは $R_\sigma(L\varepsilon)$ となり、これは $(L\varepsilon)^2$ のオーダーの確率で反転する古典エラーと対応する。つまり、回転エラーのような量子性を持ったエラーはなるべく古典化せずに連発した方が、有利に増幅できることがわかる。エラーの量子性を保ったまま、関心のある量子ゲートを連発したときのエラー特性の変化を観測することで、増幅されたエラーの評価を行う手法としては Robust phase estimation (RPE) [87, 88] が知られている。ただし、RPE では後述するようにエラーの増幅の性質上、特定のエラー成分が正しく増幅される一方で、他のエラーは逆に抑制されてしまう可能性があることがわかっている。

本章では、著者が考案した、量子性を保ったままパウリゲートの特定のパウリ回転エラー成分のみを選択的に増幅しつつ、その他のエラーを全て抑制するパルスシーケンスの設計法について紹介する。また、提案手法を交差共鳴ゲートの標準的較正法として知られる Hamiltonian tomography [35, 65]、Hamiltonian error amplifying tomography [70] と比較し、数値的・実験的に比較する。

9.2 有効ハミルトニアン理論を用いた量子ゲートエラー解析

超伝導量子ビットに対する量子ゲートはマイクロ波を照射することで実装される。マイクロ波が照射された超伝導量子回路は、時間依存のハミルトニアン $\mathcal{H}(t)$ によって駆動される量子系である。実際には、時間依存ハミルトニアンの制御は完全ではなく、

$$\mathcal{H}(t) = \mathcal{H}_s(t) + \mathcal{H}_e(t) \quad (9.1)$$

となるように、所望の制御 $\mathcal{H}_s(t)$ と制御エラー $\mathcal{H}_e(t)$ に分けることができる。今、相互作用表示を用いて所望の制御 $\mathcal{H}_s(t)$ のフレームに乗ることを考える。このとき、上記フレーム上での駆動ハミルトニアンは

$$\mathcal{H}_I(t) = U_s^\dagger(t)\mathcal{H}_e(t)U_s(t) \quad (9.2)$$

として表される。ここで、 $U_s(t)$ は、所望の制御によって実装されるユニタリゲートを表している。従って以上より、元のフレームに戻ると、実際に実行される量子ゲートは

$$U(t) = U_s(t)U_I(t) \quad (9.3)$$

となることがわかる。ここで、 $U_I(t)$ は相互作用表示上での駆動ハミルトニアン $\mathcal{H}_I(t)$ に駆動されるユニタリゲートである。このことから、ハミルトニアン上の制御エラー $\mathcal{H}_e(t)$ を伴って実装された量子ゲートには、 $U_I(t)$ だけの回転エラーが伴うことがわかった。

9.2.1 量子ゲートエラーの足切り効果

本小節では、上記のゲートエラーの性質を用いて、量子ゲートエラーの足切り効果について紹介する [89]。量子ゲートに付随する回転エラーは、相互作用表示上におけるハミルトニアンエラーの駆動する量子ゲートであることを示した。従って例えば、所望の制御 $\mathcal{H}_s(t)$ に常に可換でありながら、想定される制御エラー $\mathcal{H}_c(t)$ に対して常に非可換となるようなエラー抑制ドライブ $\mathcal{H}_c(t)$ を加えたとする。このとき、相互作用表示を $\mathcal{H}_s(t) + \mathcal{H}_c(t)$ 上で展開したとすると、制御エラーは所望の制御のみならず、エラー抑制ドライブによって強烈に回転され、高周波で振動する。相互作用表示されたゲートエラーの駆動ハミルトニアンが高周波で振動するということは、生成されるゲートエラーは回転波近似の下を抑制できることを示唆している。一方で、 $\mathcal{H}_s(t) + \mathcal{H}_c(t)$ によって実装される量子ゲートは両者の可換性から $U_s(t)U_c(t)$ として単純な積の形で表される。例えば、ゲート実行時間を T としたときに、 $U_c(T) = I$ となるようにエラー抑制ドライブを設計することで、フレーム回転によって実装される量子ゲート $U_s(T)$ を保つことができる。

9.3 パルスシーケンス中のゲートエラーの伝搬

量子ゲートエラーの増幅では適当な長さのパルス列を実行することで、パルス列に含まれる各ゲートエラーを干渉させ、所望のエラー特性を増幅して観測する。本節では、パルスシーケンス中のゲートエラーの伝搬の性質について紹介する。ここでは、二つのパルスが連続して実行される状況

$$U_{\text{total}} = U_2 U_1 \quad (9.4)$$

を考える。ここで、二つのパルスに対応する量子ゲート $U_{1,2}$ はそれぞれ理想的なゲート成分 $S_{1,2}$ 、エラー成分 $E_{1,2}$ の積として分離することができ、従ってパルスシーケンスは

$$U_{\text{total}} = E_2 S_2 E_1 S_1 \quad (9.5)$$

として表される。このとき、

$$U_{\text{total}} = E_2 \left(S_2 E_1 S_2^\dagger \right) S_2 S_1 \quad (9.6)$$

として表すことができる。これは、パルスシーケンスに含まれるパルス数が増えた場合でも同様であり

$$U_{\text{total}} = \prod_{i=1}^k U_i \quad (9.7)$$

$$= \prod_{i=1}^k E_i S_i \quad (9.8)$$

$$= \prod_{i=1}^k \left\{ \left(\prod_{j=i+1}^k S_j \right) E_i \left(\prod_{j=i+1}^k S_j^\dagger \right) \right\} \prod_{i=1}^k S_i \quad (9.9)$$

として表すことができる。なお、ここでは \prod は右から順に積をとる操作とした。従って以上から、

- パルス列全体のエラーは個々のパルスエラーの干渉によって決まる
- 干渉パターンは個々のパルスの後に実行されたパルスによって決まる

ということがわかる。

9.4 ゲートエラーの増幅法

今、関心のある量子ゲートを U とする。このゲートに含まれるゲートエラーを増幅することを考える。最も簡単な例として、関心のある量子ゲート U を k 回連続するシーケンス

$$U_{\text{total}} = U^k \quad (9.10)$$

を考える。このようなシーケンスは RPE で採用されている。前節の結果よりこのようなシーケンスは

$$U_{\text{total}} = \prod_{i=1}^k \left\{ S^{(i-1)} E S^{\dagger(i-1)} \right\} S^L \quad (9.11)$$

として表される。なおここで、関心のある量子ゲート U は前節と同様に理想的な成分 S とエラー成分 E の積として表される。以上からシーケンスのエラーは

$$E_{\text{total}} = \prod_{i=1}^k \left\{ S^{(i-1)} E S^{\dagger(i-1)} \right\} \quad (9.12)$$

として表されるが、これは必ずしもエラーの増幅にはならないことに留意する。 S, E の選び方によっては、 $E_{\text{total}} = I$ となるように、逆にエコーの性質を持ってしまう場合もある。従って、関心のあるゲートのみを使ったパルスシーケンスでは、必ずしも関心のあるエラー成分を増幅して取得することができないことがわかる。そこで、関心のあるゲート以外にも、いくつかの量子ゲートをパルスシーケンス中に使用することを許すことにする。この場合、パルスシーケンス全体のエラーは、関心のあるゲート以外にも影響されることになるが、GST のように自己無撞着的に全構成要素のゲートエラーを同時に推定するか、関心のあるゲートよりも十分に高い忠実度が期待されるゲートのみを使うことにすることなどが対策としてあげられる。ここでは、後者の方針を採用する。超伝導量子ビットの場合、一般に多量子ビットゲートと比較して、一量子ビットゲートの忠実度が高いことが知られており、従って増幅対象が多量子ビットゲートの場合、一量子ビットゲートをパルスシーケンス中に使うことを許容できるものとする。

以下では第一の仮定として、関心のあるゲートのエラーは一次近似できるほど小さいとする。ここでゲートエラーの一次近似とは、ゲートエラーが

$$E = \exp(i\varepsilon) \sim I + i\varepsilon \quad (9.13)$$

として扱えることを表している。従って、ゲートエラーが干渉する場合、

$$E_1 E_2 \sim I + i(\varepsilon_1 + \varepsilon_2) \quad (9.14)$$

が成り立つ。このとき、シーケンス全体のエラーは

$$E_{\text{total}} = \prod_{i=1}^k \left\{ \left(\prod_{j=i+1}^k S_j \right) E_i \left(\prod_{j=i+1}^k S_j^\dagger \right) \right\} \quad (9.15)$$

$$\sim I + i \sum_{i=1}^k \left\{ \left(\prod_{j=i+1}^k S_j \right) \varepsilon_i \left(\prod_{j=i+1}^k S_j^\dagger \right) \right\} \quad (9.16)$$

として与えられる。ここで、エラーの生成子をパウリ演算子の線形和として

$$\varepsilon = \sum_j v_j P_j = \mathbf{v} \cdot \mathbf{P} \quad (9.17)$$

として表したとき、エラー ε は実ベクトル \mathbf{v} と紐づくことになる。従って、シーケンス全体のエラーと紐づくベクトルは

$$\mathbf{v}_{\text{total}} \sim \sum_{i=1}^k \mathcal{R}_i \mathbf{v}_i \quad (9.18)$$

として各ゲートエラーと紐づいたベクトルの干渉した和として与えられる。なお、ここで \mathcal{R}_i はシーケンス $\prod_{j=i+1}^k S_j$ のパウリ転送行列を表している。以上から、ゲートエラーの増幅を行うシーケンスを適切に設計するためには実験者は関心のあるゲートエラー $\mathbf{v}_{\text{target}}$ の情報を、適切なシーケンスの設計 $\{\mathcal{R}_i\}_{i=1}^k$ を行うことで、効率よく $\mathbf{v}_{\text{total}}$ に埋め込むことが求められる。

9.5 異方的なゲートエラーの増幅

本節では、本研究で提案するゲートエラーの異方的増幅法について述べる。ここでの目的は、関心のある多量子ビットゲートに対し、他の回転エラー全てを抑制しながら、あるパウリ回転エラーのみを選択的に増幅するパルスシーケンスを設計することにある。すなわち、 $\mathbf{v}_{\text{target}}$ のどれか一つの成分のみ増幅されて $\mathbf{v}_{\text{total}}$ に登場し、その他の成分は現れないような適切なシーケンスの設計 $\{\mathcal{R}_i\}_{i=1}^k$ を行う。

まず、本手法ではパルスシーケンスに含まれる全ての量子ゲートがパウリゲートである、という仮定を行う。すなわち、関心のあるゲートもそれ以外の操作も全てパウリゲートとする。パウリゲートには

- 常に一量子ビットゲートのテンソル積で生成可能
- パウリ転送行列が \pm のみを要素に持つ対角行列

という二つの特徴がある。第一の特徴から、シーケンス内に現れる関心のあるゲート以外の操作は全て一量子ビットゲートによって構成することができ、関心のあるゲートと比較して十分高い忠実度を持つという仮定を満たすことができる。また、第二の特徴からシーケンス内におけるゲートエラーは

$$\mathbf{v}_{\text{total}}^{(j)} \sim \sum_{i=1}^k x_i^{(j)} \mathbf{v}_i^{(j)} \quad (9.19)$$

として、各パウリ回転エラー P_j 毎に独立に伝搬することがわかる。ここで、 $x_i^{(j)}$ はシーケンスにおける i 番目のゲートのパウリ転送行列の j 番目の対角要素である。また、 $\mathbf{v}^{(j)}$ はベクトル \mathbf{v} の j 番目の要素を表すものとする。従ってシーケンスは、増幅したい回転エラーの生成子 P に対し、 $j \neq 0$ において、

$$\mathbf{v}_{\text{total}}^{(j)} \sim k\delta_{P_j, P}\mathbf{v}_i^{(j)} \quad (9.20)$$

となるように設計されるべきである。なお、ここで P_0 は恒等演算子 I として定義した。

上記条件を満たしたシーケンスを設計するにあたり、パウリ演算子の性質について確認する。 n 量子ビットパウリ演算子は 4^n 個存在しており、 I を除いて全てのパウリ演算子はそのうちの半分と可換で、もう半分と反可換である。つまり、 I を除いたパウリ演算子のパウリ転送行列は対角行列であり、対角要素の半数が $+1$ 、もう半数が -1 である。このとき、 k 個のパウリゲートセットを選んだとき、全てのパウリゲートはこれらに対する可換・反可換関係によって 2^k 個のパターンのいずれかに組み分けされる。ただし、ここで異なるパウリゲートが同じパターンに組み分けられる可能性があることに留意する。例えば、パウリ演算子 $P_A, P_B, P_C = P_A P_B$ をパウリゲートセットに選ぶと、あるパウリゲートと P_A, P_B との可換・反可換性が確定した時点で、そのパウリゲートの P_C に対する可換・反可換性が一意に定まることがわかる。従って、上記ゲートセットにおける P_C は冗長なゲートであり、このようなゲートセットが加わっても、可換・反可換関係のパターンが増えないことがわかる。逆に、冗長でないパウリ演算子をゲートセットに加えた場合、パターンは常に二倍増大することがわかる。よって、 k 個の冗長性のないパウリゲートセットを構成した場合、全てのパウリ演算子の上記パウリゲートセットに対する可換・反可換性のパターンは 2^k 通りとなる。ここで、冗長性のないゲートセットとは、 k 個のゲート全てが、他の $k-1$ 個のゲートを用いた積で表せない、という意味である。これはベクトルの集合における一次独立の概念を、行列の集合に置き換えたものに相当する。今、我々の目標は増幅対象の P と恒等演算子 I のみが全てのパウリゲートセットと可換であるようなパウリゲートセットを選ぶことにある。ここで、増幅対象の P と常に可換となるような $2n-1$ 個の冗長性のないパウリゲートセットを考える。上記パウリゲートセットでは、可換・反可換関係のパターンが必ず 2^{2n-1} 個存在する。このとき、 n 量子ビットパウリ演算子が 4^n 個存在することから、それぞれのパターンには2個ずつパウリ演算子が含まれることがわかる。以上より、恒等演算子 I は常に全てのパウリ演算子と可換なため、このパウリゲートセットに対して常に可換となるパウリ演算子は I と P のみとなることがわかる。

今、冗長性のない $2n-1$ 個のパウリゲートセットによって、増幅対象の P と恒等演算子の I 以外の全てのパウリ演算子は、少なくとも一個以上のパウリゲートセット内のパウリゲートと反可換となる。そこで、一度でもパウリゲートセット内のゲートと反可換になるようなパウリ演算子を軸とする回転を抑制するパルスシーケンスを設計することにする。今、理想的にはパウリゲート P_x となるような、関心のあるゲートを U とし、パウリゲートセットを $\{P_{t_i}\}_{i=1}^{2n-1}$ とする。関心のあるゲート U は $U = P_x E$ として理想的な成分 P_x とエラー成分 E の積に分解可能であるとする。今、以下のようなシーケンス

$$S_0 = (P_{t_0} P_x) U (P_{t_0} P_x) U \quad (9.21)$$

を考えると、これは

$$S_0 = (P_{t_0} P_x) P_x E (P_{t_0} P_x) P_x E \quad (9.22)$$

$$= P_{t_0} E P_{t_0} E \quad (9.23)$$

として表される。エラーの生成子表現に関する式9.18に従うと、これは

$$\mathbf{v}_{S_0} = \mathbf{v}_E + \mathcal{R}_{t_0} \mathbf{v}_E \quad (9.24)$$

となる。ここで、 \mathbf{v}_A はユニタリ行列 A の生成子をパウリ演算子の線形和で表したときの係数、 \mathcal{R}_B はユニタリ行列 B のパウリ転送行列を表しており、従って、シーケンス S_0 の生成子は、元のゲートエラー E より、パウリ演算子 P_{t_0} と反可換な成分が排除されたものとなっていることがわかる。同様に、

$$S_1 = (P_{t_1}) S_0 (P_{t_1}) S_0 \quad (9.25)$$

となるシーケンスを考えると、

$$\mathbf{v}_{S_1} = \mathbf{v}_{S_0} + \mathcal{R}_{t_1} \mathbf{v}_{S_0} \quad (9.26)$$

として、シーケンス S_1 の生成子は、シーケンス S_0 の生成子からパウリ演算子 P_{t_1} と反可換な成分が排除されたものとなっていることがわかる。このようにして、順次的にシーケンス S_{2n-1} を構成すると、その生成子は元のゲートエラー E からパウリゲートセット $\{P_{t_i}\}_{i=1}^{2n-1}$ のいずれかと反可換な成分が排除されたものとなっていることがわかる。

以上から、増幅対象のパウリ演算子 P と可換な $2n-1$ 個の冗長性のない n 量子ビットパウリゲートセットを用いて構成されたシーケンス S_{2n-1} は、 P のみを選択的に増幅し、その他全てのパウリ演算子を生成子として持つエラー成分を抑制する異方的なゲートエラー増幅シーケンスとなることがわかった。

以下に、シーケンスの設計法をまとめる。

1. 増幅対象となるパウリ演算子 P に対し可換なパウリ演算子 $\{P_n | [P, P_n] = 0\}$ をノード $\{n\}$ としてグラフを構成する
2. $\{P_m, P_n\} = 0$ となるようなノード n, m 間をエッジ (n, m) で繋ぐ
3. 完成したグラフに対し最大クリーク $\{n_i\}_{i=1}^a$ を算出する
4. 最大クリークの要素 n_i が $\{2^{(i-1)} + k2^i\}_{k=0}^{2^{(a-i)}-1}$ 番目の要素となるように長さ 2^a のノード列を生成する
5. ノード列の j 番目の要素を N_j としたとき、シーケンスの j 番目の要素を $P_{N_j} P$ とする

ここで、設計法1-3では冗長なゲートを含まないパウリゲートセットを、4-5ではゲートセットを配列することでシーケンスの構成を行っている。冗長性のないパウリゲートセットの構成は一意ではないが、ここではシーケンス内のパウリ演算子が互いに全て反可換となるという十分条件を用いて探索することとした。

9.6 従来手法との比較

ここで、交差共鳴ゲートの制御較正法の従来手法を振り返り、提案手法と比較することにする。

9.6.1 Hamiltonian Tomography

まずは交差共鳴ゲートにおける最も基礎的なエラー推定法であるハミルトニアントモグラフィ (HT) [35, 65] について紹介する。交差共鳴ゲートは前述の通りマイクロ波駆動のもつれ量子ゲートの一種であり、結合した超伝導量子ビットの一方をもう一方と共鳴するマイクロ波で照射することで駆動される。このとき、発生する漏話を含めた交差共鳴ドライブの有効ハミルトニアンは

$$\mathcal{H}_{\text{CR}} = \alpha \frac{IA}{2} + \beta \frac{ZB}{2} \quad (9.27)$$

として表されることが知られている。従って今、制御量子ビットに $|i\rangle$ ($i \in [g, e]$) 状態を用意したとき、対象量子ビットを駆動するハミルトニアンは

$$\mathcal{H}_i = (\langle i| \otimes I) \mathcal{H} (I \otimes |i\rangle) \quad (9.28)$$

$$= \begin{cases} \alpha \frac{A}{2} + \beta \frac{B}{2} & (i = g) \\ \alpha \frac{A}{2} - \beta \frac{B}{2} & (i = e) \end{cases} \quad (9.29)$$

として表せる。よって今、制御量子ビットに $|i\rangle$ ($i \in [g, e]$) 状態を用意した場合の対象量子ビットの時間発展をそれぞれ観測し、その生成子 \mathcal{H}_i について、

$$\alpha \frac{A}{2} = \frac{\mathcal{H}_g + \mathcal{H}_e}{2} \quad (9.30)$$

$$\beta \frac{B}{2} = \frac{\mathcal{H}_g - \mathcal{H}_e}{2} \quad (9.31)$$

を計算することで、式 9.27 より

$$\mathcal{H}_{\text{CR}} = I \otimes \frac{\mathcal{H}_g + \mathcal{H}_e}{2} + Z \otimes \frac{\mathcal{H}_g - \mathcal{H}_e}{2} \quad (9.32)$$

として、交差共鳴ゲートの有効ハミルトニアンを推定することができる。

しかし、ここで留意すべきなのが本手法におけるハミルトニアンエラーの評価精度である。今、仮に交差共鳴ゲートの有効ハミルトニアンが

$$\mathcal{H}_{\text{CR}} = \Omega \frac{ZX}{2} + \varepsilon \frac{ZZ}{2} \quad (9.33)$$

として表される場合を考える。ここでは $\Omega \gg \varepsilon$ とし、上記有効ハミルトニアンにおける第一項を理想的な制御、第二項を制御エラーとみなすことにする。このとき、第一項の相互作用フレーム上に乗ることになると、交差共鳴ゲートの相互作用ハミルトニアンは

$$\mathcal{H}_I(t) = \varepsilon \left\{ \cos(\Omega t) \frac{ZZ}{2} + \sin(\Omega t) \frac{IY}{2} \right\} \quad (9.34)$$

として表されることがわかる。従って、理想的な制御である有効ハミルトニアンの第一項のみから駆動される時間発展と、エラーを含んだ有効ハミルトニアンによって駆動される時間発展との乖離は、Floquet-Magnus 展開の一次近似の下で

$$U_I(t) \sim \exp \left\{ \int_0^t \mathcal{H}_I(s) ds \right\} \quad (9.35)$$

$$= \exp \left\{ \frac{\varepsilon}{\Omega} \left[\sin(\Omega t) \frac{ZZ}{2} + \left(1 - \cos(\Omega t) \right) \frac{IY}{2} \right] \right\} \quad (9.36)$$

となることがわかる。従って、時間発展の乖離はどれだけ駆動時間 t を延長しても一定のノルム以上増大しないことがわかる。すなわち、ハミルトニアンモグラフィでは小節 9.2.1 にて述べた量子ゲートエラーの足切り効果が働くことによって、ハミルトニアンエラーの増幅が阻害されることがわかる。

9.6.2 Hamiltonian Error Amplifying Tomography

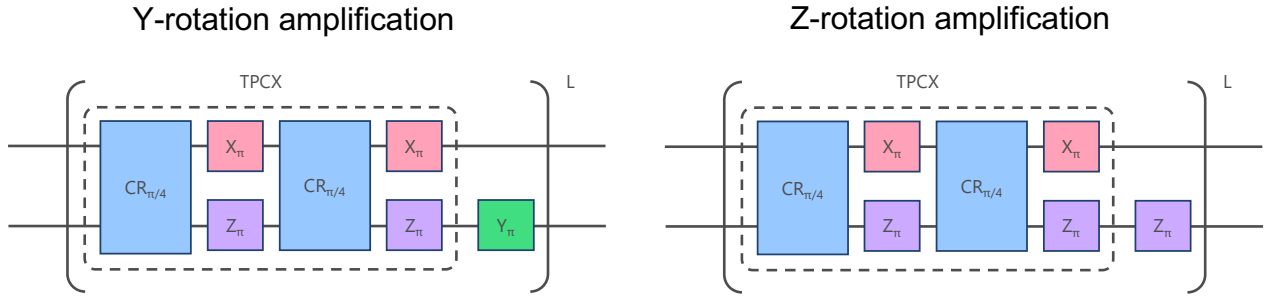


図 9.1: HEAT 法におけるエラー増幅シーケンスの模式図。(左)Y 軸回転エラー増幅シーケンス、(右)Z 軸回転エラー増幅シーケンス

上記の問題を解決するために導入された手法が Hamiltonian Error Amplifying Tomography (HEAT) [70] である。HEAT では、交差共鳴ゲートを複数回実行するパルスシーケンスを導入することで、交差共鳴ゲート中の回転エラーを増幅する。HEAT では図 9.1 に示したような、2 種類のシーケンスを使い分ける。図左には Y 軸回転エラー増幅シーケンス、右には Z 軸回転エラー増幅シーケンスを示した。これらは、第 6 章において $R_X(\pi/2)$ ゲートの精密較正において用いた位相エラー増幅シーケンスとほぼ同様の構成を持つことに留意する。エラー増幅シーケンスでは増倍されるエラーの性質、そしてエラーの増倍率が重要である。図 9.1 に示したシーケンスでは、 $R_{ZX}(\pi/2)$ ゲートに対応する TPCX シーケンスに $R_{IY}(\pi)$ もしくは $R_{IZ}(\pi)$ ゲートを加えたシーケンスを連発していることがわかる。つまり、節 9.3 での議論に則ると、HEAT のエラー増幅シーケンスでは、隣接する TPCX シーケンスに含まれる回転エラーは、 $R_{ZX}(\pi/2)R_{IY}(\pi)$ もしくは $R_{ZX}(\pi/2)R_{IZ}(\pi)$ といったクリフォードゲートによるフレーム変換を介して干渉する。クリフォードゲートはあるパウリ回転を別のパウリ回転に転写する性質がある。例えば、TPCX シーケンスに $R_{IY}(\varepsilon)$ が回転エラーとして含まれていた場合、各 TPCX シーケンスに含まれる $R_{IY}(\varepsilon)$ 回転エラーは、次々とシーケンス中でフレーム変換され、

$$R_{IY}(\varepsilon) \rightarrow R_{ZZ}(\varepsilon) \rightarrow R_{IY}(\varepsilon) \cdots \quad (9.37)$$

となるように交互に IY, ZZ 軸回転エラーへと変換されて干渉し、最終的に得られるシーケンス全体での回転エラー $\varepsilon_{\text{HEAT}}$ はその積、

$$\varepsilon_{\text{HEAT}} = \{R_{IY}(\varepsilon)R_{ZZ}(\varepsilon)\}^{8L} \quad (9.38)$$

として与えられる。つまりこれは、式 9.18 でいうところのエラーベクトル $\mathcal{R}_i v_i$ がパルスシーケンスの中で揃っていないことを示唆している。エラーベクトルの向きの不整合は、エラー

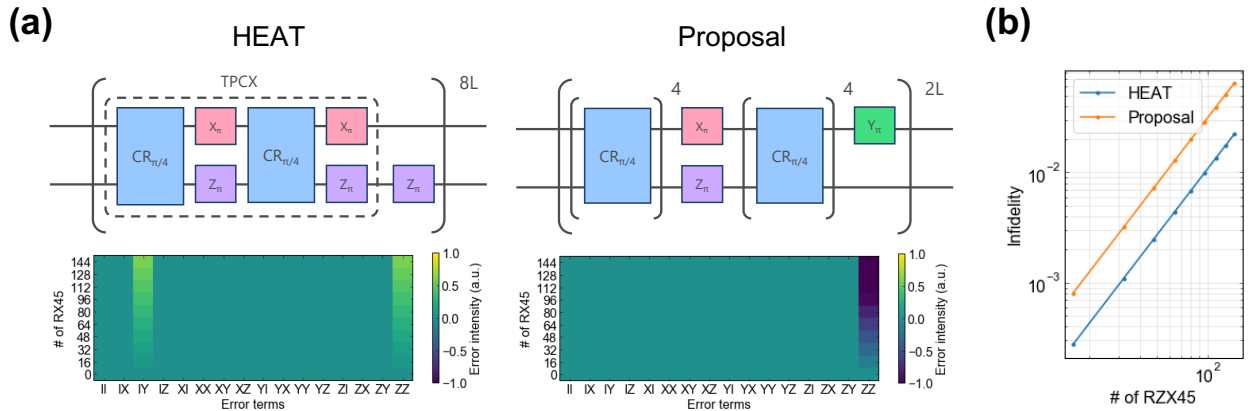


図 9.2: 数値計算上における HEAT 法と提案手法の比較

増倍率の低下を意味しており、HEAT におけるエラー増倍率が最大化されていないことがわかる。

図 9.2 では、実際に HEAT の Y 軸回転エラー増幅シーケンスと、提案手法を用いて設計した IY ハミルトニアンエラー増幅シーケンスとを数値計算上で比較した。図 (a) 上段には、それぞれのシーケンスの構成を示した。提案手法では、エラーを増幅する対象をパウリゲートとして定めているため、 $R_{ZX}(\pi/4)$ 回転ゲートを 4 回実行することで、 $R_{ZX}(\pi)$ ゲートとした。そのため、HEAT と提案手法のエラー増幅シーケンス中に含まれる $R_{ZX}(\pi/4)$ ゲートの個数が同じとなるよう、HEAT のシーケンス長を提案手法のシーケンス長の 4 倍とるようにした。図 (a) 下段には、それぞれのシーケンスにおける交差共鳴ドライブに IY ハミルトニアンエラーを加え、交差共鳴ゲートの表式を $R_{ZX+\varepsilon IY}(\pi/4)$ としたときのシーケンス全体での回転エラーの生成子をパウリ演算子の線形和として表し、その係数をエラー増幅シーケンス長に対してカラープロットした。なおここでは $\varepsilon = 0.01$ とした。前述の議論の通り、HEAT におけるエラー増幅シーケンスでは IY のみならず ZZ 回転エラーが出力されていることがわかる。一方で、提案手法では ZZ 軸回転エラーのみが選択的に増幅されていることがわかる。これは、増幅対象にパウリゲート $R_{ZX}(\pi)$ を選んだことで、節 9.2 での議論から、

$$R_{ZX+\varepsilon IY}(\pi) = R_{ZX}(\pi)R_{ZZ}(-2\varepsilon) \quad (9.39)$$

として、 IY ハミルトニアンエラーが ZZ 軸回転エラーにロスなく転写され、転写された ZZ 軸回転エラーが他の軸の回転エラーにパルスシーケンス中で変換されることなく伝播し、互いに生成的に干渉した結果である。

図 (b) には、HEAT と提案手法でそれぞれエラー増幅シーケンス長を掃引したときに、エラー増幅シーケンス全体の非プロセス忠実度を示した。ここでグラフの横軸はそれぞれのエラー増幅シーケンスで用いられた $R_{ZX}(\pi/4)$ の回数を、縦軸はエラー増幅シーケンス全体の非プロセス忠実度を示している。図からわかる通り、HEAT と提案手法のいずれともシーケンス長の増大と共にエラー増幅シーケンス全体のプロセス非忠実度が二次関数的に増幅していることから、シーケンス内で回転エラーが量子性を保ったまま生成的に干渉していることがわかる。一方で、提案手法で最終的に得られたエラー増幅シーケンスの非忠実度が HEAT 法で得られたものよりも三倍程度大きいことがわかる。式 9.20 で示した通り、提案手法のシーケンス中では式 9.18 でいうところのエラーベクトル $\mathcal{R}_i \mathbf{v}_i$ がパルスシーケンスの中で一方向に整列しているため、HEAT と比較して高いエラー増倍率を持つことが説明される。

9.7 実験実装

最後に HEAT と提案手法とを実験的に比較した。実験系には、IBM Quantum Cloud Service の "ibmq-bogota" を用いた。同デバイスは 5 量子ビット系であり、量子ビットが一次元に配列した構造を持つ。本実験では、一次元鎖の端にあたる Q3, Q4 ペアを実験に使用した。表 9.1

表 9.1: "ibmq-bogota" の制御部分系のデバイスパラメタ

	Q3	Q4
$\omega/2\pi$	4.858 GHz	4.978 GHz
$\alpha/2\pi$	-325 MHz	-338 MHz
T_1	112.4 μ s	115.5 μ s
T_2	191.7 μ s	167.6 μ s

に、実験系の各種パラメタを記載した。実験におけるパルスシーケンスの記述と実装には、Qiskit Pulse [74, 75] を用いた。制御部分系の量子ビットは互いに 120 MHz 離調されており、一方の量子ビットの ge 遷移周波数と ef 遷移周波数の間にもう一方の ge 遷移周波数が含まれるような梯子型周波数配置に設計されている。量子ビット間の結合強度は 1.4 MHz であり、強分散関係が保たれている。交差共鳴ドライブは全体時間 235 ns で $R_{ZX}(\pi/4)$ ゲートを実装するよう、第 6 章に示した粗較正法を用いて較正した。図 9.3 に実験の概要と結果を示した。

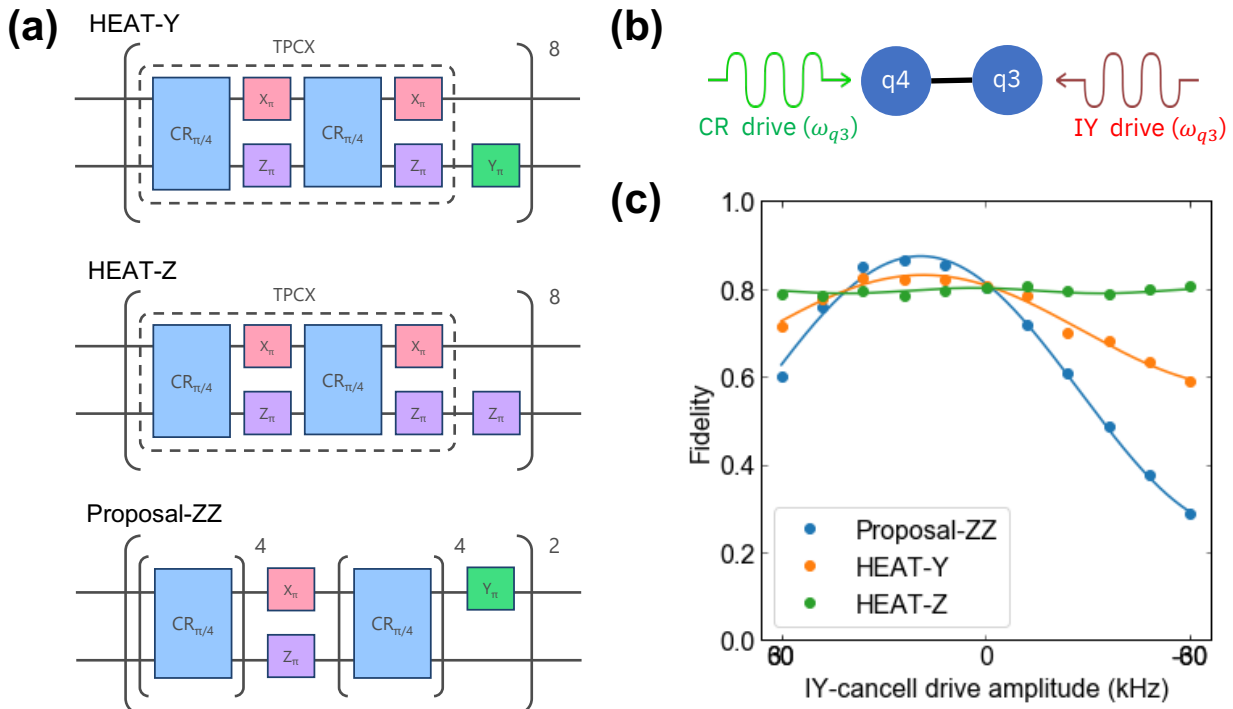


図 9.3: 実験による HEAT と提案手法の比較

図 9.3(a) には、HEAT 法および提案手法におけるエラー増幅シーケンスの構成を示した。ここでは、Q4 を制御量子ビットとし、Q3 を対象量子ビットとした。従って、図 (b) に示した通り Q4 には交差共鳴ドライブが、Q3 には漏話補正ドライブが照射される。このとき、Q3 に

トをパウリゲートに限ったかわりに、エラー増幅シーケンス中に現れる増幅対象とした回転エラーの回転軸がすべて同一方向に整列して干渉する。二つ目には、HEATでは検討されてこなかった、増幅対象としているエラー以外への堅牢性があげられる。例えば、HEATでは制御量子ビットに実励起を生じさせるような XI, YI といったハミルトニアンエラーが混入することは検討されてこなかった。しかし、交差共鳴ゲートのさらなる高速化を目指す場合、制御量子ビットと対象量子ビットとの離調と同等の強度を持った交差共鳴ドライブでは、こうした制御量子ビットの実励起が無視できなくなることが知られている [34]。今後将来的に交差共鳴ゲートにおける実励起を高精度で抑制する必要性が生じた際に、HEATでは観測できない微小な実励起成分を、提案手法では観測できると考えている。

本研究では原理実証実験において提案手法の HEAT に対する優位性を実験的に検証した。ここでは、交差共鳴ドライブ中の IY ハミルトニアンエラーの増幅を行い、HEAT と提案手法で出力されたシーケンス全体の回転エラーを比較したところ、提案手法が HEAT に対して約 2.44 倍大きいエラー増倍率を持つことがされた。

今後の展望としては、提案手法を用いた交差共鳴ゲート実行中の実励起エラーの解析を深めることを考えている。本研究では、主に精密かつ堅牢な量子ゲートの制御較正法として、提案手法を開発したが、今後は量子ゲートの本質的改善策を模索するためのツールとしての運用を検討している。交差共鳴ゲートのさらなる高速実行に向けては、制御量子ビットにおける実励起エラーの抑制法の確立が必須の課題であると著者は考えている。しかし前述のように、制御量子ビットに実励起が生じる強ドライブ領域における交差共鳴ゲートは、HEAT の取り扱いの範囲外にある。著者は、多モード制御を活用することで強ドライブ領域にある交差共鳴ゲート中の実励起エラーを抑制することができると考えている。その原理実証実験に本研究における提案手法を用いることを考えている。

第10章 変分量子回路を用いた量子ダイナミクスシミュレーション

量子計算の最も有望な応用先の一つとして、量子ダイナミクスシミュレーションがあげられる。量子ダイナミクスシミュレーションについて、古典計算機においても動的密度汎関数法 [91] をはじめとした手法開発が活発に行われてきたが、系のサイズとともに指数的に次元が上がるハミルトニアンによる時間発展を古典計算機で追跡することは、一般に困難と考えられている。量子計算機はプログラマブルな量子多体系であり、古典計算機よりも効率的に量子多体系のシミュレーションが可能であると期待されている [92]。本章では、量子演算回路上で実装可能な量子ダイナミクスシミュレーションの提案と実験を行った。

10.1 量子ダイナミクスシミュレーション

量子ダイナミクスシミュレーションを量子計算機上で実装する手法に関する研究は、鈴木—トロッター法 [93–95] に端を発する。鈴木—トロッター法とは、各時刻における微小時間発展のプロパゲータに対応する量子回路を逐次的に実行することで、長時間の量子系ダイナミクスを量子回路として模倣する手法である。量子ダイナミクスシミュレーションについてその後多くの手法開発 [96–100] がなされてきたが、これらは全て誤り耐性を持った量子計算機 [46, 101, 102] での動作を前提としており、現代の誤り耐性のない量子演算回路上での実装には不向きであるとされる。というのも、従来の量子ダイナミクスシミュレーションアルゴリズムでは、シミュレーションする量子系ダイナミクスの発展時間が長くなるにつれて、実装すべき量子回路の深さも深くなっていくからである。これは一般に発展時間 T の量子ダイナミクスを模倣するには $O(T)$ の深さの量子回路が要求されるという Non fast forwarding 理論 [103] に基づいている。現代の量子演算回路では、誤り耐性量子計算を実行するに足る量子ビット数も制御忠実度も持ち合わせていないため、デバイス由来のエラーに制限された深さまでの浅い量子回路しか実行できない [18]。しかし一方で、誤り耐性のない量子演算回路の演算能力について深い関心ももたれている [104–106]。

10.2 量子ダイナミクスシミュレーションと量子古典ハイブリッドアルゴリズム

現在の量子演算回路で実行可能な量子回路の深さがデバイスの性能によって制限されていることから、近年、量子回路の深さを一定に保ったまま、回路の構成のみを変分して意味ある計算を実行させようとするアイデアに基づいた量子古典ハイブリッドアルゴリズム [107] が注目を集めている。量子ダイナミクスシミュレーションも量子古典ハイブリッドアルゴリズムの適用が標榜される応用の一種である。量子古典ハイブリッドアルゴリズムの枠組みに則った最初の量子ダ

イナミクスシミュレーションアルゴリズムは Variational Quantum Simulation (VQS) [108–111] として知られている。VQS では、従来の鈴木—トロッター法などとは異なり、初期状態 $|\psi\rangle$ に固定深さの変分量子回路 $U(\theta)$ を作用させ、終状態として得られる変分量子状態 $U(\theta)|\psi\rangle$ を用いて、時間発展した量子状態 $\psi(t)$ を追跡する。ここでは、時間依存のシュレディンガー方程式から導出される最小作用の原理

$$\delta \int_{t_i}^{t_f} \langle \psi | U^\dagger(\theta) \left(i \frac{\partial}{\partial t} - \mathcal{H}(t) \right) U(\theta) | \psi \rangle dt = 0 \quad (10.1)$$

から、

$$\sum_j \frac{\partial \langle \psi(\theta) |}{\partial \theta_i} \frac{\partial |\psi(\theta)\rangle}{\partial \theta_j} \dot{\theta}_j = -i \frac{\partial \langle \psi(\theta) |}{\partial \theta_i} \mathcal{H} |\psi(\theta)\rangle \quad (10.2)$$

として、作用を最小化するような変分パラメタの更新方向を逐次計算しており、結果的に変分量子回路の表現能力の範囲内で作用が最小化された状態の時間発展を追跡している。ここで、上式から $\dot{\theta}$ を推定するにあたり、事前に $\frac{\partial \langle \psi(\theta) |}{\partial \theta_i} \frac{\partial |\psi(\theta)\rangle}{\partial \theta_j}$ や $\frac{\partial \langle \psi(\theta) |}{\partial \theta_i} \mathcal{H} |\psi(\theta)\rangle$ を把握する必要がある。これらを測定するための Ancilla 量子ビットと制御ゲートを用いた実験手法が提案されている [108]。VQS は量子回路深さが制約された限られた表現能力の範囲内で時間発展した量子状態を模倣しようとする取り組みであり、有用かつ斬新であったが、問題点も多く見受けられる。前述したように、微小時間発展させるたびに追加の実験測定を行い、実験結果を用いて次のパラメタ更新方向を計算するため、長時間の時間発展を模倣する場合、大量の実験が必要となり、また実験における測定結果のエラーが蓄積していくことが予想される。また、VQS は時間に依存する任意のダイナミクスをシミュレーションできることが強みの一つであるが、前述した通り、Non fast forwarding 理論 [103] によって、固定深さの量子回路で一般のダイナミクスを模倣することはできないため、実際に適用できるのは非常に限られた問題設定の時のみとなることが予想される。以上を踏まえ、著者はより実験実装の要求の低い量子ダイナミクスシミュレーションのための量子古典ハイブリッドアルゴリズムを開発した。

10.3 量子化学計算と量子古典ハイブリッドアルゴリズム

著者の提案手法を説明するにあたり、まずその先行手法として Variational quantum eigensolver (VQE) [112–115] および Subspace-search variational quantum eigensolver (SSVQE) [116] を紹介する。

VQE とは、基底状態および基底エネルギーを探索するための量子古典ハイブリッドアルゴリズムである。VQS では変分量子状態を変分量子回路の表現能力の範囲内で作用を最小化する経路に沿って発展させていた。VQE では変分量子状態を変分量子回路の表現能力の範囲内でエネルギー期待値が最小となるように非線形最適化によって発展させていく。具体的なアルゴリズムの機序は以下の通りである。まず適当な始状態 $|\varphi\rangle$ を用意する。次に始状態に変分量子回路 $U(\theta)$ を作用し、終状態 $|\varphi(\theta)\rangle = U(\theta)|\varphi\rangle$ を得る。最後に終状態に対し所望のハミルトニアン \mathcal{H} のエネルギー期待値 $\varepsilon(\theta) = \langle \varphi(\theta) | \mathcal{H} | \varphi(\theta) \rangle$ を評価して、これを最小化するように変分量子回路の変分パラメタを更新する。VQS とは異なり、変分パラメタの更新方向は一意に定まらず、実験者が定めた非線形最適化ソルバーが決定する。変分量子回路の表現能力が基底状態を出力するに十分であり、また変分パラメタの非線形最適化が大域的最適解に収束した場合において、VQE は基底状態と基底エネルギーを出力する。

SSVQE とは、基底状態だけでなく低励起状態および低励起エネルギーを計算可能とした VQE の拡張である。SSVQE では、VQE の手順を互いに直交する始状態の組 $|\varphi_i\rangle$ に対して独立に実行する。ユニタリ演算は始状態の内積を保存するため、互いに直交した始状態は互いに直交した終状態へと転写される。従って、SSVQE では変分量子状態 $U(\theta)|\varphi_i\rangle$ のエネルギーを互いに直交性を担保したまま下げていくアルゴリズムとなっている。SSVQE では、非線形最適化を用いて最小化するコスト関数をそれぞれの変分量子状態のエネルギー $\varepsilon_i(\theta)$ ではなく、その線形和 $\sum_i \omega_i \varepsilon_i(\theta)$ としている。ここで、 ω_i は、 i 番目の直交始状態に対応する重み付け係数である。従って、より重み ω_i が重い変分量子状態ほど、エネルギーが下がった時のコスト削減の利得が大きいことがわかる。従って SSVQE において、重み付け係数が $\omega_0 > \omega_1 > \omega_2 \dots$ となるようにとることによって、その終状態はそれぞれ基底状態 $|\varepsilon_0\rangle$ 、第一励起状態 $|\varepsilon_1\rangle$ 、第二励起状態 $|\varepsilon_2\rangle$ へと収束していくことがわかる。

10.4 提案手法

上述した SSVQE は、低励起状態および低励起固有エネルギーを導出する発見的最適化法として提案された。そのため、提案当初は SSVQE の出力として得られる直交終状態およびそのエネルギー期待値が関心の対象であった。しかし、著者は SSVQE が低励起状態の探索に成功した場合の変分量子回路の性質に着目した。収束した変分量子回路は、直交始状態 $|\varphi_i\rangle$ を低励起状態 $|\varepsilon_i\rangle$ へと転写する写像

$$U(\theta^*) = \sum_i e^{i\delta_i} |\varepsilon_i\rangle \langle \varphi_i| + U_{\perp} \quad (10.3)$$

となっている。SSVQE ではエネルギーのみを観測して最適化を実行するため、各低励起固有状態には、不明なグローバル位相 δ_i が乗っていると仮定している。また、 U_{\perp} は、低励起固有部分空間の直交補空間に作用する写像となっている。以上から、SSVQE で得られた収束済み変分量子回路は、部分対角化行列として転用可能であることがわかる。そこで著者は、興味のある量子系の低励起固有部分空間と、制御しやすい直交始状態が張る線形部分空間とを転写することで、固有空間における位相回転で表される時間発展演算子を低励起固有部分空間において近似する手法を提案した。以下に提案手法の概要を示す。まず直交始状態 $|\varphi_i\rangle$ を

$$|\varphi_i\rangle = X_i |g\rangle^{\otimes n} \quad (10.4)$$

として用意する。これは one-hot 状態と呼ばれ、 i 番目の量子ビットのみが $|e\rangle$ 状態にある。 i 番目の one-hot 状態は、 i 番目の量子ビットに対する一量子ビット位相回転ゲート $P_i(\phi)$ を用いて選択的に位相をかけられるという重要な性質を有している。従って、one-hot 状態を直交始状態に選び、SSVQE を実行することで、我々は所望の低励起固有状態を one-hot 状態に転写し、一量子ビット位相回転ゲートを用いて自在に位相を制御できることがわかる。すなわち、実行すべき量子回路は

$$\mathcal{T}(t) = U(\theta^*) \prod_i \{P_i(-i\varepsilon_i t)\} U^\dagger(\theta^*) \quad (10.5)$$

$$= \sum_i e^{-i\varepsilon_i t} |\varepsilon_i\rangle \langle \varepsilon_i| + V_{\perp}(t) \quad (10.6)$$

である。ここで、右辺第一項が低励起部分空間に対する時間発展演算子に対応している。図 10.1 に提案手法が与える部分空間時間発展演算子を生成する量子回路を示した。著者の提案手法

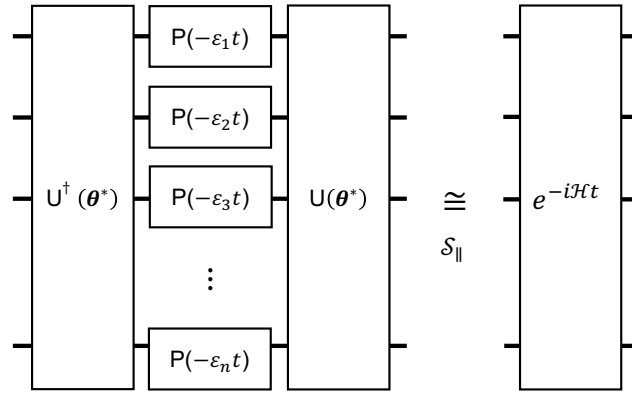


図 10.1: 部分空間時間発展演算子を生成する量子回路

表 10.1: 16 量子ビット量子演算回路"JUF_20201222_J3 (3, 1)"における二量子ビット制御部分系の基礎パラメータ: 量子ビット共鳴周波数 ω_q , 非調和度 α , 緩和時間 T_1 , 位相緩和時間 T_2^{echo} .

	$\omega_q/2\pi$	$\alpha/2\pi$	T_1	T_2^{echo}
Q0	8.209 GHz	-380 MHz	4.3 μs	8.9 μs
Q1	8.965 GHz	-410 MHz	4.6 μs	6.5 μs

は、従来手法と比較して、量子系ダイナミクス全体を近似するものではないことに留意する。そのため、応用例は限られるが、低励起固有部分空間のシミュレーションは例えば低温物性の調査などにおいて需要がある。また、シミュレーションする部分空間を制約することで、固定深さの変分量子回路の表現能力への要求が大幅に低減しており、より浅い量子回路での実装を可能とする。

10.5 実験実装

本節では、提案手法の実験実装について解説する。

10.5.1 実験系

実験系には、理化学研究所で作製された 16 量子ビット量子演算回路"JUF_20201222_J3 (3, 1)"の二量子ビット部分回路を用いた。量子演算回路の基礎評価結果を以下に示す。基礎評価実験の後、各種量子制御の性能評価実験を行った。本実験で用いられる量子制御は、一量子ビットゲート $R_X(\pi/2)$ 、二量子ビットゲート $R_{ZX}(\pi/4)$ 、単発読み出しの三種類である。一量子ビットゲートは Half-DRAG パルス [27] を用いた $R_X(\pi/2)$ ゲートと、virtual-Z ゲート [28] を用いた $R_Z(\theta)$ とを用いてオイラー分解 [28] によって実装された。性能評価は、simultaneous randomized benchmarking [117] を用いて行われ、各 $R_X(\pi/2)$ 毎の平均ゲート忠実度はそれぞれ 0.9974(4)、0.9958(5) として評価された。二量子ビットゲートは Raised cosine パルスを用いた交差共鳴ゲート [10, 33] を用いた $R_{ZX}(\pi/4)$ と一量子ビットゲートを用いて KAK 分解 [72]

表 10.2: 各原子間距離 d における水素分子ハミルトニアン の係数 $\{c_i\}_{i=0}^5$

d	c_0	c_1	c_2	c_3	c_4	c_5
0.1 Å	5.46 Ha	0.6 Ha	-1.45 Ha	0.69 Ha	0.08 Ha	0.08 Ha
0.5 Å	0.75 Ha	0.43 Ha	-0.74 Ha	0.62 Ha	0.08 Ha	0.08 Ha
1.0 Å	-0.01 Ha	0.27 Ha	-0.26 Ha	0.52 Ha	0.10 Ha	0.10 Ha
1.5 Å	-0.21 Ha	0.19 Ha	-0.07 Ha	0.44 Ha	0.11 Ha	0.11 Ha
2.0 Å	-0.27 Ha	0.13 Ha	0.01 Ha	0.39 Ha	0.13 Ha	0.13 Ha
2.5 Å	-0.3 Ha	0.11 Ha	0.05 Ha	0.35 Ha	0.14 Ha	0.14 Ha

によって実装された。Interleaved randomized benchmarking (IRB) [118] を用いた性能評価では、 $R_{ZX}(\pi/4)$ 二発から TPCX エコーシーケンス [35] を用いて生成された $R_{ZX}(\pi/2)$ について error per gate 0.963(4) を得た。単発測定は共鳴周波数 10.119 GHz、10.341 GHz の読み出し共振器を用いた分散読み出し [119, 120] によって実行された。読み出しポートにはパーセルフィルター [54, 55] が備わっており、量子ビットのパーセル緩和を防いでいる。読み出しシグナルは IMPA [30–32] を用いて増幅している。単発測定の忠実度はそれぞれ 0.946、0.922 であった。

10.5.2 SSVQE の実験実装

基礎評価実験の後、まずは SSVQE の実証実験を行った。ここでは、水素分子の基底状態と第一励起状態とを探索した。水素分子の化学ハミルトニアンは、Born–Oppenheimer 近似および Bravyi–Kitaev 変換 [121] を経て以下のように変換される [122]。

$$\mathcal{H} = c_0 II + c_1 ZI + c_2 IZ + c_3 XX + c_4 YY + c_5 ZZ. \quad (10.7)$$

ここで、ハミルトニアン の係数 $\{c_i\}_{i=0}^5$ は水素分子における水素原子核間の距離毎に定まる。量子化学計算用ライブラリ OpenFermion [123]、psi4 [124] を用いて計算された実際の係数は表 10.2 にまとめた。

以下に実験手順を示す。まず量子ビットの縦緩和時間よりも十分長い時間 (30 μ s) 待機することによって、量子ビットを熱平衡させる。ここで、量子ビット Q0 および Q1 は励起率 7.84%、11.72% の熱平衡状態となることを確認した。その後、個別の量子ビットに $R_X(\pi)$ ゲートをかけることによって、 $|eg\rangle$ もしくは $|ge\rangle$ で表される one-hot 状態を生成した。one-hot 状態に図 10.2(a) で表される変分量子回路を実行し、変分量子状態 $U(\theta)|eg\rangle$ 、 $U(\theta)|ge\rangle$ を生成した。その後、生成された変分量子状態について、水素分子ハミルトニアン の期待値を測定した。水素分子ハミルトニアン は上述した通り 6 つのパウリ演算子の線形和で表されるため、それぞれのパウリ演算子の期待値を独立に評価し、その線形和を取ることでエネルギー期待値測定を行った。この時、6 つのパウリ演算子のうち、 II は初めから自明であり、また ZI 、 IZ 、 ZZ の期待値はすべて一度の積算測定で並行して取得できる [125–129]。従って、1 回のエネルギー期待値測定に要する積算測定は 3 回であった。各積算測定は 10000 回の単発測定によって実行された。最後に、個別の変分量子状態から得られたエネルギー期待値の重み付き線形和

$$C(\theta) = 2\varepsilon_{10}(\theta) + \varepsilon_{01}(\theta) \quad (10.8)$$

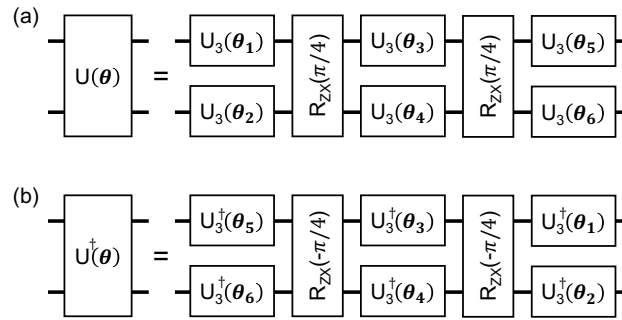


図 10.2: SSVQE に用いた変分量子回路の構成

をコスト関数とし、これを最小化するように変分量子回路の変分パラメタ θ を更新した。ここで、 $\varepsilon_{ij}(\theta)$ は、 $|ij\rangle$ 状態を始状態として変分量子回路 $U(\theta)$ を用いた生成された変分量子状態の水素分子ハミルトニアンに対するエネルギー期待値を表している。最適化には NFT ソルバー [130] を使い、最適化ステップを 36 回実行した。図 10.3 に、最適化終了時の各原子間距

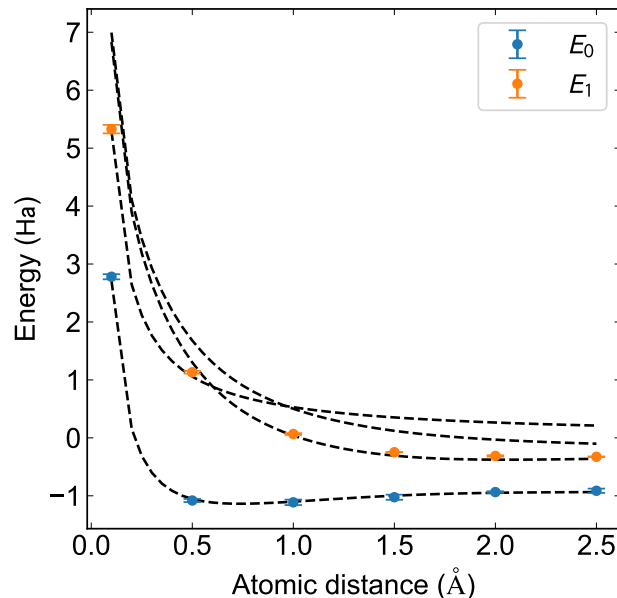


図 10.3: SSVQE 収束時の各水素原子間距離毎の水素分子ハミルトニアンのエネルギー期待値

離毎の水素分子ハミルトニアンエネルギー期待値を示した。図 10.3 より、実験結果が理論値をよく近似していることがわかる。

10.5.3 SVQS の実験実装

SSVQE が成功裏に実行されたことで、我々は水素分子の低励起固有部分空間と、量子演算回路上の one-hot 状態が張る部分空間とを転写する写像を手に入れた。従って次に、これを用いて水素分子の低励起部分空間ダイナミクスの模倣を行った。ここでは、前述した図 10.1 の通りに SSVQE によって最適化された変分量子回路とその複素共役を代入し、部分空間時間発展演算子に対応する量子回路を構成した。ここで変分量子回路の複素共役は図 10.2(b) のように構成することができることに留意する。

SVQSの実証実験では、原子間距離 1.0 \AA の水素分子の低励起固有部分空間内での時刻0から 5.4 h/Ha の区間における時間発展を実装し、quantum process tomography (QPT) [38] を用いてそのCPTP写像を取得した。ここで、上記時刻は低励起固有部分空間における時間発展の周期 $T = 2\pi/(E_1 - E_0)$ におおむね対応する。図10.4および図10.5に、各時刻ごとの水

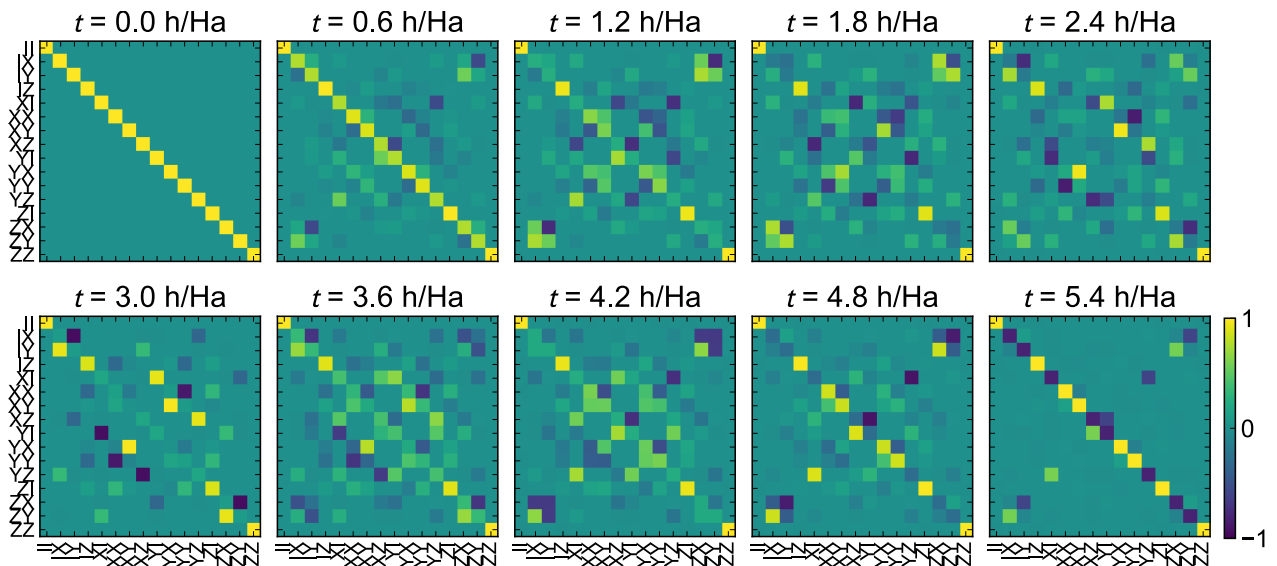


図 10.4: 理論計算によって導出された各時刻における水素分子の時間発展演算子のパウリ転送行列表現

素分子の時間発展演算子に対応するパウリ転送行列について理論計算結果とSVQSを用いた実験結果をそれぞれ示した。図からわかる通り、両者は一見して全く異なって見える。しかし、これは理論通りであり、SVQSはそもそも水素分子の時間発展のうち、低励起固有部分空間内の成分のみを近似するからである。従って、SVQSによって実装された部分空間時間発展演算子は、全空間でのプロセス間の距離測度を評価するプロセス忠実度 [82] では性能評価できない。そこで著者は部分空間プロセス忠実度という新たな測度を導入した。詳細は節10.7にて後述する。図10.6に、実験によって構成された部分空間時間発展演算子のプロセス忠実度および部分空間プロセス忠実度を示した。ここでは、点及び線がそれぞれ実験結果と数値計算結果に対応しており、青及び橙がそれぞれSVQSによってシミュレーションされた時間発展演算子のプロセス非忠実度、部分空間プロセス非忠実度に対応している。SVQSはあくまで低励起固有部分空間内のダイナミクスを模倣するものであり、本実験では二量子ビット系に対応する四次元空間中の基底状態と第一励起状態で貼られる二次元部分空間のみを対象としている。そのため、図10.6からわかる通り、SVQSによって生成された部分空間時間発展演算子のプロセス非忠実度は実験値、数値計算値ともに時刻と共に変化する様子が見られる。数値計算結果と実験結果が一致していることから、これが理論的に予想される振る舞いであることがわかる。一方で、部分空間プロセス非忠実度については、理論計算上はほぼ0となっていることから、理論計算上ではSVQSは完全に低励起固有部分空間内のダイナミクスを近似することがわかる。一方で、実験結果は0.02–0.12の値を取り、理論計算結果から僅かにずれていることがわかった。

そこで、SVQSによって生成された部分空間時間発展演算子についてエラーバジェット解析を行った。ここでは、部分空間時間発展演算子のエラーを解析するために、部分空間パウリ転送行列表現という、新たな量子プロセスの表現法を導入した。詳細は節10.7にて後述する。

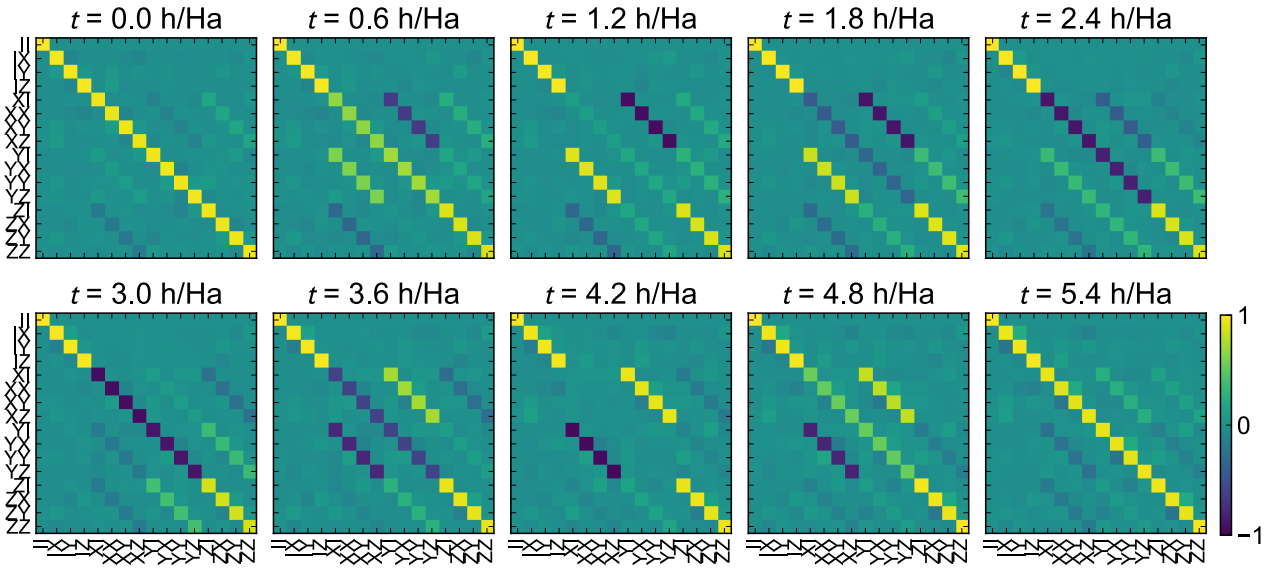


図 10.5: SVQS を用いて生成された各時刻における水素分子の時間発展演算子のパウリ転送行列表現

図 10.7(a) に理論計算によって導出された部分空間時間発展演算子を、図 10.7(b) に SVQS によって実験的に生成された部分空間時間発展演算子を、それぞれ部分空間パウリ転送行列表現で示した。図 10.7 の (a)、(b) を比べることで、図 10.4、10.5 では一見全く異なって見えていた理論計算と実験における時間発展演算子が、低励起部分空間ではよく近似できていたことがわかる。ここで、図 10.7(b) に示された SVQS により実験的に生成された部分空間時間発展演算子から、その生成子を推定することを考える。ここでは、各時刻の部分空間時間発展演算子のユニタリ成分 $U(t)$ を dynamical generator analysis [90] を用いて抽出し、

$$U(t) \sim e^{-\mathcal{H}_{\text{fit}}} \quad (10.9)$$

となるようなフィッティングハミルトニアン \mathcal{H}_{fit} を最適化によって導出した。導出されたフィッティングハミルトニアンは

$$\frac{\mathcal{H}_{\text{fit}}}{\text{Ha}} \sim -0.19\sigma_1^{\parallel} + 0.01\sigma_2^{\parallel} - 0.54\sigma_3^{\parallel} \quad (10.10)$$

として得られた。ここで、 σ_i^{\parallel} は i 番目の部分空間パウリ演算子であり、詳しくは節 10.7 にて後述する。フィッティングハミルトニアンは、部分空間時間発展演算子のユニタリ成分ダイナミクス $U(t)$ を平均して 0.998(1) の忠実度で近似した。一方で、式 10.7 に示された原子間距離 1 Å の水素分子ハミルトニアンについても、部分空間パウリ演算子の基底で表記すると、

$$\frac{\mathcal{H}_{\text{ideal}}}{\text{Ha}} \sim +0.00\sigma_1^{\parallel} + 0.00\sigma_2^{\parallel} - 0.57\sigma_3^{\parallel} \quad (10.11)$$

として表される。式 10.10 および 10.11 について、SO(3) 上における回転操作の生成子として捉え直して比較すると、これは 1.1% の回転角速度エラーと 19.3° の回転軸エラーに対応することがわかる。SU(2) の低励起部分空間と対応する SO(3) 上における回転角速度エラーは低励起状態の固有値推定エラーと対応しており、回転軸エラーは固有状態の推定エラーと対応している。

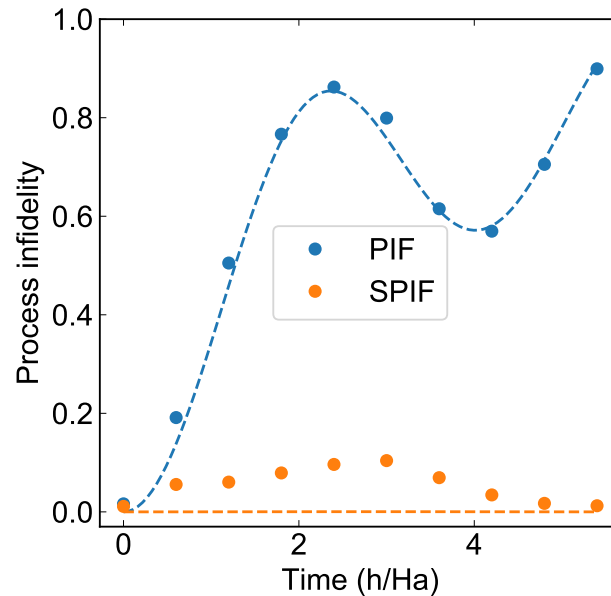


図 10.6: SVQS によって構成された部分空間時間発展演算子のプロセス非忠実度および部分空間プロセス非忠実度

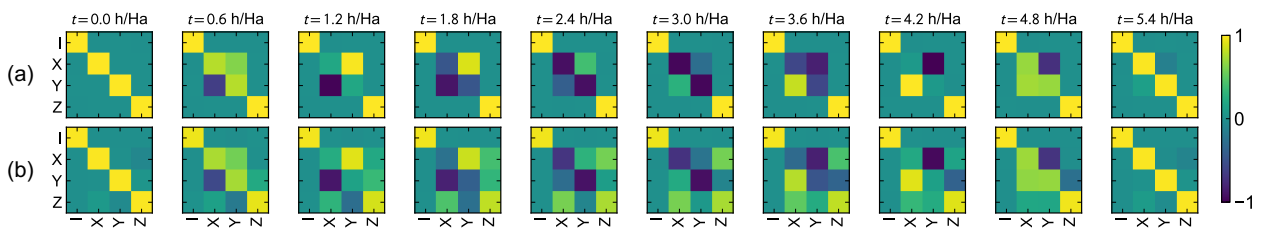


図 10.7: 各時刻における部分空間時間発展演算子の部分空間パウリ転送行列表現。(a) が理論計算結果、(b) が SVQS を用いた実験結果を表す。

10.6 総括と展望

本研究では、NISQ デバイス上で量子ダイナミクスをシミュレートするための効率的なアルゴリズムである Subspace variational quantum simulator (SVQS) を提案した。SVQS は同一デバイス上で実装される Subspace-search variational quantum eigensolver (SSVQE) の 2 倍の深さの量子回路を用いて実装可能である。近年では、variational quantum eigensolver (VQE) をより大規模な NISQ デバイス上で実装する手法 [131–135] が数多く提案されている。VQE と同様に、SVQS もより大規模な NISQ デバイス上で実装されることが期待できると考えている。

著者は、量子演算回路上で SVQS の原理実証実験を行った。寿命 $10 \mu\text{s}$ 以下の限られたデバイス性能においても、水素分子の 2 次元の低励起固有部分空間における量子ダイナミクスを、部分空間プロセスの忠実度 0.88–0.98 で近似することができた。これは、本提案の実装への要求が現実的であり、NISQ デバイス上で有効に機能すると示唆している。

SVQS では、SSVQE で得られたパラメータ化された量子回路を、低次元の固有部分空間と計算部分空間の間の写像として適用し、部分空間の時間発展を固有基底上の位相回転として実装した。望ましい写像を与える SSVQE と、その写像を利用する SVQS の関係は、量子位

相推定 [136–138] と HHL アルゴリズム [139] の関係に相似性があると考えている。この相似性は、線形方程式を含むより広い範囲の問題に適用できる、量子古典ハイブリッドアルゴリズム開発への可能性を示唆していると考えている。

10.7 補遺:部分空間内におけるプロセス間の測度とプロセスの表現

プロセス忠実度 [82] は二つの量子チャネル間における典型的な距離測度の一つであり、以下のように定義される。

$$\mathcal{F}(U, V) \equiv \frac{\text{Tr} [S_U^\dagger S_V]}{d^2}, \quad (10.12)$$

ここで、 d はプロセスの次元を、 $S_{U, V}$ はプロセス U, V の超演算子表現をそれぞれ表している。著者は、プロセス忠実度の定義を拡張し、部分空間内におけるプロセス間の距離測度として、部分空間プロセス忠実度を新たに提案した。部分空間プロセス忠実度は以下のように定義される。

$$\mathcal{F}_{\mathcal{D}_i, \mathcal{D}_o}(U, V) \equiv \mathcal{F}(\mathcal{D}_o \circ U \circ \mathcal{D}_i, \mathcal{D}_o \circ V \circ \mathcal{D}_i), \quad (10.13)$$

ここで、 $\mathcal{D}_{i, o}$ は入出力部分空間に作用する緩和演算子である。例えば本研究で扱うような低励起固有部分空間内での部分空間時間発展演算子を評価する場合、入出力部分空間に対する緩和演算子 \mathcal{D}_\perp は

$$\mathcal{D}_\perp(\rho) = \mathcal{P}_\parallel(\rho) + \frac{\text{Tr}[\mathcal{P}_\perp(\rho)]}{d_\perp} I_\perp, \quad (10.14)$$

として定義すればいいことがわかる。ここで、 $\mathcal{P}_{\parallel, \perp}$ は低励起固有部分空間とその直交補空間への射影演算子である。また、 d_\perp および I_\perp はそれぞれ直交補空間の次元と恒等演算子を表している。低励起部分空間内における部分空間プロセス忠実度は $\mathcal{F}_{\mathcal{D}_\perp, \mathcal{D}_\perp}(U, V)$ として算出される。

本研究では他にも、部分空間におけるプロセスの性質を可視化するために、以下のように定義される部分空間パウリ転送行列を導入する。

$$\mathcal{R}_{ij}^\parallel = \frac{\text{Tr} [\sigma_i^\parallel \mathcal{T}(t) \sigma_j^\parallel]}{d_\parallel}, \quad (10.15)$$

ここで、 $\mathcal{R}_{ij}^\parallel$ は部分空間パウリ転送行列の (i, j) 成分であり、 σ_i^\parallel は i 番目の部分空間パウリ演算子である。本研究のように 2 次元の低励起固有部分空間を扱う場合、部分空間パウリ演算子は

$$\sigma_0^\parallel = |E_0\rangle \langle E_0| + |E_1\rangle \langle E_1| \quad (10.16)$$

$$\sigma_1^\parallel = |E_1\rangle \langle E_0| + |E_0\rangle \langle E_1| \quad (10.17)$$

$$\sigma_2^\parallel = i(|E_1\rangle \langle E_0| - |E_0\rangle \langle E_1|) \quad (10.18)$$

$$\sigma_3^\parallel = |E_0\rangle \langle E_0| - |E_1\rangle \langle E_1|. \quad (10.19)$$

として定義される。ここで、 $|E_i\rangle$ は i 番目の低励起固有状態であり、 $d_{\parallel} = 2$ は低励起固有部分空間の次元である。ここで、対象とする部分空間とその直交補空間との間の相互作用が量子プロセスに含まれていた場合、部分空間パウリ転送行列からはそのような相互作用はリークとしてみなされることに留意する。従って、部分空間パウリ転送行列は必ずしも部分空間内においてトレースを保存しない。

上記の部分空間パウリ演算子を用いることで、水素分子ハミルトニアンは

$$\mathcal{H}^{\parallel} = E_0 |E_0\rangle \langle E_0| + E_1 |E_1\rangle \langle E_1| = \frac{E_0 + E_1}{2} \sigma_0^{\parallel} + \frac{E_0 - E_1}{2} \sigma_3^{\parallel}. \quad (10.20)$$

として簡略化されることがわかる。つまり、部分空間時間発展演算子も同様に

$$\mathcal{T}^{\parallel}(t) = \exp \left\{ -i \left(\frac{E_0 - E_1}{2} t \right) \sigma_3^{\parallel} \right\}. \quad (10.21)$$

として、部分空間パウリ Z 回転として捉えられることがわかる。

第11章 総論

本章では本研究のまとめと展望を述べる。

11.1 まとめ

本研究では、大規模誤り耐性量子計算の実現に向けた拡張性を有する量子演算回路上での高品質量子制御実装に向けて、量子演算回路の設計・制御・評価の側面より技術提案を行い、開発に貢献した。

設計技術においては、Floquet 理論を応用した新規周波数衝突解析法を提案し、周波数衝突についてゲート実行時の Floquet 状態の意図しない縮退という一般化された定義を与えることに成功した。一般化された定義を用いて、従来深く検討されてこなかった多モード制御時の周波数衝突の解析を行い、関与する Floquet 状態が重複するような周波数衝突条件同士が互いの周波数衝突条件をシフトさせる周波数衝突衝突と名付けた現象を見出した。従来、量子演算回路の周波数設計では、個別の制御部分系ごとに独立に周波数衝突の有無を検証し、全てのペアが周波数衝突から遠ざかるように周波数構成を最適化してきた。しかし、周波数衝突衝突があることにより、量子誤り訂正のような多モード同時並列制御を要求する実験における全ての周波数衝突を回避する最適点は、独立な検証だけでは求まらない可能性が示唆される。Floquet 理論を用いた周波数衝突の一般化と、多モード制御時の周波数衝突の解析手法は、今後の量子演算回路設計法の改善に寄与すると期待している。

制御技術においては、多モード制御法を用いた新規もつれゲート実装法を提案した。従来、周波数固定型の量子ビットを採用した量子演算回路では、もつれゲート実装法としてもっぱら交差共鳴ゲートが採用されてきた。交差共鳴ゲートでは、高速なゲート実行に高強度のマイクロ波ドライブを要するが、これは制御量子ビットを高次準位へとリークさせる副作用を持つため、実行速度に原理的な限界があった。著者の提案する多モード制御もつれゲートである交差交差共鳴ゲートでは、制御部分系に含まれる二量子ビットの双方にドライブ強度を分割して互い違いに共鳴するマイクロ波ドライブを同時照射することで、もつれを誘起する。ドライブに由来する高次準位へのリークは、ドライブ強度の二乗に比例するため、ドライブ強度を分割してもつれを生成する交差交差共鳴ゲートは交差共鳴ゲートと比較してリークを生み出しにくく、高速なもつれ生成が期待される。理論計算により、交差交差共鳴ゲートは交差共鳴ゲートと比較して、リークを増やさずに $\sqrt{2}$ 倍高速なもつれゲートを実装できることが示された。また、原理実証実験では、交差交差共鳴ゲートを用いて生成した iSWAP、SWAP ゲートを交差共鳴ゲートを用いたものと比較したところ、量子ゲート非忠実度を約 50% 低減することに成功した。

評価技術においては、周辺量子ビットとの相互作用をはじめとした多くの擾乱を持つ量子演算回路上で、個別の制御の特定のエラーのみを異方的に増幅する手法を提案した。量子演算回路上での高精度な量子制御の実装には、周辺量子ビットが制御部分系にもたらず擾乱に対して耐性のある制御較正法の確立が不可欠である。従来手法の Hamiltonian Error Amplifying

Tomography (HEAT) は、エラー増幅を行うことはできるものの、異なるパウリ回転エラーが互いに干渉する性質を保つため、エラー増幅率が制限されていた。著者が提案する異方的ゲートエラー増幅法では、特定のパウリ回転エラーのみを選択的に増幅しつつ、他のパウリ回転エラーを全て抑制するよう設計されており、HEAT よりも高いエラー増幅率が理論計算、実験の両面において示された。

本研究ではさらに上述した技術提案を踏まえ、量子演算回路上で動作する制御パルス列生成器と自動・並列制御較正フレームワークを開発した。16量子ビット量子演算回路上におけるこれを用いた制御較正では、1量子ビットゲート忠実度0.9994、2量子ビットゲート忠実度0.982、測定忠実度0.987、初期化忠実度0.997を記録した。また、量子演算回路の制御・制御較正に関するソフトウェアフレームワークの実装を行い、理化学研究所で作製された16量子ビット量子演算回路の制御実装を行った。また同量子演算回路のデモンストレーションとして、著者の提案した化学系時間発展シミュレーションに関する新規手法の実証実験を行い、その性能を評価したところ、部分空間プロセス忠実度0.88–0.98の時間発展シミュレーションが実装できていることがわかった。

11.2 展望

個別の研究についての展望は、それぞれの章における展望で述べた通りである。ここでは、より広い意味における著者の研究の展望について述べる。

本研究では、量子演算回路上での量子制御の品質安定化という大規模誤り耐性量子計算に向けた喫緊の課題に、物理層からミドルウェア層にわたる多角的なアプローチで、理論・実験の両面から取り組んだ。量子ビットがコヒーレンスを保ったまま連結した量子演算回路は、極めて複雑な量子多体系であり、その制御は人類未踏のフロンティアである。本研究を通して、制御部分系と周辺量子ビットとの相互作用に関する理解を深めることで、量子演算回路の量子制御のコヒーレントな成分を制御下におき、量子誤り訂正を伴わない簡易的な量子計算の実装まで至ることができた。今後は、量子演算回路の物理に関する理解をより深めることで、量子誤り訂正を実装し、量子制御のインコヒーレントな成分を抑制する研究を進展させることが期待される。

量子誤り訂正に向けた研究を進めるにあたって最も困難な障壁だと考えているのが、量子ビットの単発測定と事後処理の高精度化である。これまでの誤り耐性を伴わない量子演算回路では、もっぱら量子ゲートの忠実度が重要視されてきた。というのも、近年量子演算回路の性能指標として採用されている Cross-entropy benchmarking (XEB) [140] のスコアや、Quantum Volume (QV) [68] といった指標では、量子状態を初期化し、大量の量子ゲートを実行し、量子状態を測定した際の理論値との比較を行うものとなっている。つまり、量子状態の初期化や、量子状態の観測といった処理は一度しか登場しないのに対し、量子ゲート操作は大量に登場することがわかる。従って、XEB や QV を向上させることを考える時、まず行うべきなのはゲート忠実度の改善である。一方で、誤り耐性量子計算においては、量子計算の実行中、アンシラ量子ビットの観測やエラーシンドロームに合わせた訂正処理を断続的に実行する必要がある。つまり、例えば誤り耐性量子計算を用いて XEB や QV を測定する場合、量子ゲートと同等、あるいはそれ以上に観測や事後処理の忠実度が要求されることがわかる。現在、超伝導量子ビットを用いた実験において、量子ゲート操作の忠実度は ~ 0.999 に至るケースが見受けられるのに対し、観測の忠実度は ~ 0.98 止まりである。これは、分散読み出し [119, 120] を採用していることに起因すると考えている。分散読み出しでは量子ビットと読み出し

用共振器の間の相互作用を用いるが、これは二次の摂動項であり、一次の摂動項を用いる二量子ビットゲートに対して一般に実現可能な実行速度が遅くなりがちである。今後、量子誤り訂正に向けた研究を本格化させていく中で、分散読み出しとは異なるプロトコルを利用した観測を提案することが重要である。

付録A Schrieffer-Wolff変換

Schrieffer-Wolff変換 (SW変換又はFröhlich-Nakajima変換) とは、断熱条件下における近似的ユニタリ変換であり、量子系 \mathcal{H}_0 に断熱条件を満たす準静的な摂動 \mathcal{H}_d が与える影響を解析するのに用いられる。

今、量子系ハミルトニアンとして

$$\mathcal{H} = \mathcal{H}_0 + \mathcal{H}_d, \quad (\text{A.1})$$

を仮定する。この時、

$$\mathcal{H}_d + [S, \mathcal{H}_0] = 0, \quad (\text{A.2})$$

として表される歪エルミート演算子 S からなるユニタリ演算子 e^S を全系に作用させる。Baker-Campbell-Hausdorffの公式より、この変換は

$$U^\dagger \mathcal{H} U = e^{-S} \mathcal{H} e^S \quad (\text{A.3})$$

$$= \mathcal{H}_0 + \frac{1}{2} [\mathcal{H}_d, S] + O(S^3) \quad (\text{A.4})$$

として与えられる。SW変換では S は微小量となるように設定するため、上式は \mathcal{H}_d によってもたらされる系 \mathcal{H}_0 への一次摂動項 $\frac{1}{2} [\mathcal{H}_d, S]$ を導出したことになる。

ここで例題として Jaynes-Cummings モデルを考える。Jaynes-Cummings モデルにおけるシステムハミルトニアンとドライブハミルトニアンはそれぞれ

$$\mathcal{H} = \mathcal{H}_0 + \mathcal{H}_d \quad (\text{A.5})$$

$$\mathcal{H}_0 = \sum_{i=1}^n \frac{\omega_i}{2} \sigma_{zi} \quad (\text{A.6})$$

$$\mathcal{H}_d = \sum_{i=1}^{n-1} g_{i,i+1} (\sigma_{i,+} \sigma_{i+1,-} + \sigma_{i,-} \sigma_{i+1,+}) \quad (\text{A.7})$$

として与えられるものとする。この時、上式は三重対角行列であり、 \mathcal{H}_0 を主対角項に、 \mathcal{H}_d を副対角項に持つ。ここで、歪エルミート演算子

$$S = \sum_{i=1}^{n-1} \frac{g_{i,i+1}}{\Delta_{i,i+1}} (\sigma_{i,+} \sigma_{i+1,-} - \sigma_{i,-} \sigma_{i+1,+}) \quad (\text{A.8})$$

を導入する。この時、 S は全系のハミルトニアンである三重対角行列について、各 $(i, i+1)$ 番目の 2×2 ブロック行列について逐次的に対角化を施す操作に対応しており、変換によって得られる全系のハミルトニアンは

$$S^\dagger \mathcal{H} S = \sum_{i=1}^n \frac{1}{2} \left(\omega_i - \frac{g_{i-1,i}^2}{\Delta_{i-1,i}} + \frac{g_{i,i+1}^2}{\Delta_{i,i+1}} \right) \sigma_{zi} + O(S^3) \quad (\text{A.9})$$

として表される。

付録B 入出力理論

量子演算回路の基礎評価実験では、制御線を伝搬するマイクロ波を用いて量子ビットや共振器の制御、特徴づけを行う。本章では、伝搬モードと量子系との相互作用を取り扱うのに用いられる、入出力理論について解説する。

B.1 伝送線路から見た入出力理論

今、量子系が一次元伝送線路とが結合している系を考える。回転波近似の下で全系のハミルトニアンは

$$\mathcal{H} = \mathcal{H}_S + \mathcal{H}_B + \mathcal{H}_{\text{int}} \quad (\text{B.1})$$

$$\mathcal{H}_B = \int_{-\infty}^{\infty} d\omega \omega \hat{b}^\dagger(\omega) \hat{b}(\omega) \quad (\text{B.2})$$

$$\mathcal{H}_{\text{int}} = i \int_{-\infty}^{\infty} d\omega \left\{ \kappa^*(\omega) \hat{b}^\dagger(\omega) L - \kappa(\omega) L \hat{b}(\omega) \right\} \quad (\text{B.3})$$

として表される。ここで、 $\hat{b}(\omega)$ は角周波数 ω の光子に対する消滅演算子、 L は量子系の消滅演算子であり、以下の関係

$$[L, \mathcal{H}_S] = \omega_S L \quad (\text{B.4})$$

$$[L, \hat{b}(\omega)] = 0 \quad (\text{B.5})$$

$$[L, \hat{b}^\dagger(\omega)] = 0 \quad (\text{B.6})$$

を満たす。この時、伝送線路の消滅演算子 $\hat{b}(\omega)$ に対するハイゼンベルグ形式の時間発展方程式は

$$\frac{\partial}{\partial t} \hat{b}(\omega, t) = -i\omega \hat{b}(\omega, t) + \kappa^*(\omega) L(t) \quad (\text{B.7})$$

として与えられる。ここで、 $\hat{b}(\omega, t)$ は伝送線路と量子系との結合位置を時刻 t に通過する中心角周波数 ω の伝搬モードであるとする。今、量子系と導波路の結合がマルコフ的であると仮定する。すなわち、

$$\kappa(\omega) = \sqrt{\frac{\kappa}{2\pi}} \quad (\text{B.8})$$

を仮定する。この時、角周波数 ω に対して形式的に Fourier 変換

$$\hat{b}(\tau, t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} d\omega e^{-i\omega\tau} \hat{b}(\omega, t) \quad (\text{B.9})$$

を行うと式

$$\frac{\partial}{\partial t} \hat{b}(\tau, t) = \frac{\partial}{\partial \tau} \hat{b}(\tau, t) + \sqrt{\kappa} \delta(\tau) L(t) \quad (\text{B.10})$$

を得る。定速進行波である伝送線路中の伝搬光子は、角周波数表示と波数表示とは光速による次元の違いを除いて比例関係にあり、従って、ここで行なった角周波数の Fourier 変換形式は、波数表示の Fourier 変換形式である位置表示の裏返しにすぎない。従って、 $\hat{b}(\tau, t)$ の物理的意味は、時刻 t に量子系を通過する伝搬光子が位置 $-c\tau$ にいる時の消滅演算子に対応している。この時、上式の解析解は定数変化法から

$$\hat{b}(\tau, t) = \hat{b}(\tau + t - t_0, t_0) + \sqrt{\kappa} \int_{t_0}^t dt' e^{(t-t') \frac{\partial}{\partial \tau}} \delta(\tau) L(t') \quad (\text{B.11})$$

として与えられる。ここで、演算子 $e^{(t-t') \frac{\partial}{\partial \tau}}$ がパラメータ τ に対する時刻 $t - t'$ だけの時間発展演算子であることに注目すると上式は

$$\hat{b}(\tau, t) = \hat{b}(\tau + t - t_0, t_0) + \sqrt{\kappa} \int_{t_0}^t dt' \delta(\tau + t - t') L(t') \quad (\text{B.12})$$

として変換され、これはステップ関数 $\theta(t)$ を用いて

$$\hat{b}(\tau, t) = \hat{b}(\tau + t - t_0, t_0) + \sqrt{\kappa} L(\tau + t) \theta(\tau) \theta(\tau + t - t_0) \quad (\text{B.13})$$

として与えられる。

今、入出力の演算子をそれぞれ

$$\hat{b}_{\text{in}}(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} d\omega e^{-i\omega(t-t_0)} \hat{b}(\omega, t_0) \quad (\text{B.14})$$

$$\hat{b}_{\text{out}}(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} d\omega e^{-i\omega(t-t_1)} \hat{b}(\omega, t_1) \quad (\text{B.15})$$

として、定義するとこれは Fourier 変換の定義から

$$\hat{b}_{\text{in}}(t) = \hat{b}(t - t_0, t_0) \quad (\text{B.16})$$

$$\hat{b}_{\text{out}}(t) = \hat{b}(t - t_1, t_1) \quad (\text{B.17})$$

に相当し、従ってここから

$$\hat{b}_{\text{out}}(t) = \hat{b}(t - t_1, t_1) \quad (\tau = t - t_1, t = t_1) \quad (\text{B.18})$$

$$= \hat{b}(t - t_0, t_0) + \sqrt{\kappa} L(t) \theta(t - t_1) \theta(t - t_0) \quad (\text{B.19})$$

$$= \hat{b}_{\text{in}}(t) + \sqrt{\kappa} L(t) \theta(t - t_1) \theta(t - t_0) \quad (\text{B.20})$$

として入出力関係を得る。

B.2 量子系から見た入出力理論

量子系における物理量 A に対するハイゼンベルグ形式の運動方程式は

$$\frac{\partial}{\partial t} A(t) = -i [A(t), H_S] + \sqrt{\kappa} [A(t), L(t)] \hat{b}^\dagger(0, t) - \sqrt{\kappa} [A(t), L^\dagger(t)] \hat{b}(0, t) \quad (\text{B.21})$$

として表される。従って、演算子 L に対する時間発展方程式は

$$\frac{\partial}{\partial t} L(t) = -i\omega_S L(t) - \sqrt{\kappa} [L(t), L^\dagger(t)] \hat{b}(0, t) \quad (\text{B.22})$$

として表される。

ここで、量子系として共振器を仮定する。この時、量子系は

$$\mathcal{H}_S = \omega_S L^\dagger L \quad (\text{B.23})$$

$$[L, L^\dagger] = I_S \quad (\text{B.24})$$

を満たすとする。すると、上記時間発展方程式は

$$\frac{\partial}{\partial t} L(t) = -i\omega_S L(t) + \sqrt{\kappa} \hat{b}(0, t) \quad (\text{B.25})$$

として表される。この時、

$$\hat{b}(0, t) = \hat{b}(t - t_0, t_0) + \sqrt{\kappa} L(t) \theta(0) \theta(t - t_0) \quad (\text{B.26})$$

$$= \hat{b}_{\text{in}}(t) + \frac{\sqrt{\kappa}}{2} L(t) \theta(t - t_0) \quad (\text{B.27})$$

$$= \hat{b}_{\text{out}}(t) - \frac{\sqrt{\kappa}}{2} L(t) \theta(t - t_0) \quad (\text{B.28})$$

から、時間発展方程式として

$$\frac{\partial}{\partial t} L(t) = -i\omega_S L(t) + \frac{\kappa}{2} L(t) \theta(t - t_0) + \sqrt{\kappa} \hat{b}_{\text{in}}(t) \quad (\text{B.29})$$

$$= -i\omega_S L(t) - \frac{\kappa}{2} L(t) \theta(t - t_0) + \sqrt{\kappa} \hat{b}_{\text{out}}(t) \quad (\text{B.30})$$

を得る。ここで、 $\theta(0) = 1/2$ を用いた。

付 録 C 量子誤り訂正に向けた取り組み

量子誤り訂正は、大規模量子計算実現に向けた直近のマイルストーンとして重要な研究目標である。本研究では、メインピックとなる量子演算回路上における制御実装と並行して、その先の量子誤り訂正符号実装を見据えた研究開発を行ってきた。本章では、量子誤り訂正符号実装に向けた重要な要素技術である連続パリティ測定による量子状態の安定化について紹介する。

C.1 量子誤り訂正へ向けたロードマップ

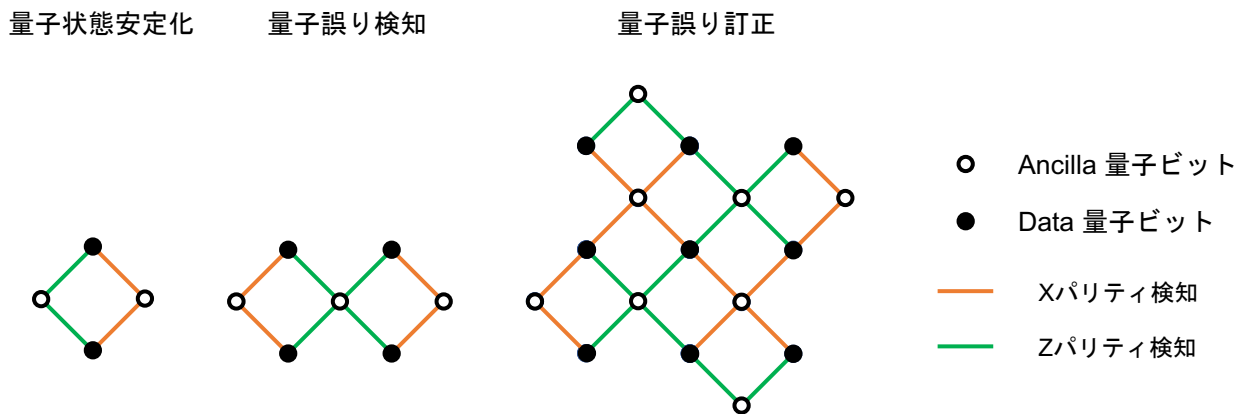


図 C.1: 量子誤り訂正へ向けたロードマップ

本研究で用いた量子演算回路は平方格子状に量子ビットを並べた構成となっており、量子ビットは周辺の四量子ビットと配位する構成となっている。これは、現在最も有望視されている量子誤り訂正符号の一つである二次元表面符号 [44] の実装を標榜した構成となっている。二次元表面符号では、量子ビットが平方格子状に配列しており、主格子で隣り合う四量子ビットの Z パリティと、副格子で隣り合う四量子ビットの X パリティを測定することで、エラーシンドロームを取得し、シンドロームに応じた訂正操作を実行する [141]。

図 C.1 に、二次元表面符号を用いた量子誤り訂正へと至るロードマップを示した。図では、平面格子状に配位した量子ビット上で実装可能なエラーシンドローム測定方式を要求される量子ビット部分系のサイズ順に列挙した。ここでは、データ量子ビットを黒点、アンシラ量子ビットを白点とし、それぞれのアンシラ量子ビットでは、エッジで繋がるデータ量子ビットのエッジの色に対応するパリティを CNOT ゲートを用いた間接測定で読み取るものとする。すなわち、図 C.1 左の例で言えば、四量子ビット系の左右のアンシラ量子ビットはそれぞれ上下のデータ量子ビットの ZZ , XX パリティを測定する役割を持つ。このような測定を行うことで、我々は上下の二データ量子ビットに関する XX および ZZ 期待値を知ることができ

る。 XX および ZZ の同時固有状態は

$$|b_{gg}\rangle = \frac{|gg\rangle + |ee\rangle}{\sqrt{2}} \quad (\text{C.1})$$

$$|b_{ge}\rangle = \frac{|ge\rangle + |eg\rangle}{\sqrt{2}} \quad (\text{C.2})$$

$$|b_{eg}\rangle = \frac{|gg\rangle - |ee\rangle}{\sqrt{2}} \quad (\text{C.3})$$

$$|b_{ee}\rangle = \frac{|ge\rangle - |eg\rangle}{\sqrt{2}} \quad (\text{C.4})$$

の四状態、すなわちベル状態である。なお、ここで $|b_{ij}\rangle$ 状態は XX と ZZ に対してそれぞれ固有値 i, j を持つ状態である。以上より、連続パリティ測定を行うことは、ベル基底への射影を連続で行うことに等しく、緩和などのダイナミクスより十分に高速に実行した場合、量子ゼノ効果によってデータ量子ビットの状態は特定のベル状態に安定化することがわかる。ただし、ここで実行されるのはいずれかのベル状態への安定化すなわち一次元線形部分空間への射影であり、これは論理量子ビットを創出するものでないことに留意する。

さらに一段階高度な実験として、図 C.1 中央に示された七量子ビット量子誤り検知実験 [142, 143] がある。ここでは、四つのデータ量子ビットに対して、 $ZZII, XXXX, IIZZ$ という三つのパリティをエラーシンドロームとして測定する。このとき、四つのデータ量子ビットの持つ 16 次元の量子状態空間は、三つのエラーシンドローム値によって八つの二次元線形部分空間に分割される。それぞれの二次元線形部分空間は論理量子ビットとして機能する。この実験によってはじめて論理量子ビットの特性評価実験を行うことができる。ただし、七量子ビットコードでは符号距離が 2 であるため、一度エラーが生じるとエラーの発生は検知できるものの、訂正を行うことはできない。これまでに連続的にエラー検知を行うことにより、物理量子ビットと比較して論理量子ビットの寿命が上回る結果が得られている [142, 143]。

二次元表面符号を用いた量子誤り訂正は、図 C.1 右に示したように、17 量子ビット系上で実装される [144, 145]。量子誤り訂正では、九つのデータ量子ビットに対して八つのエラーシンドロームを取得することで、512 次元の全データ量子ビット空間を 256 個の二次元線形部分空間に分割する。それぞれの二次元線形部分空間は論理量子ビットとして機能する。17 量子ビットコードでは、誤り訂正の符号距離は 3 であり、従って一度エラーが発生した場合、そのエラーを修正するためにどのような訂正操作を行えば良いか一意に定まる。これまでに、量子誤り訂正の実装によって論理量子ビットの寿命が物理量子ビットを上回る結果が報告された [145]。一方で、表面符号の閾値以上の制御忠実度を保ったまま、使用する量子ビット数をさらに増やして符号距離を伸ばすことで、論理ゲートエラーが指数的に抑制される様子を観測するにはまだ多くの技術的障壁があると考えられている。

C.2 連続パリティ測定による量子状態の安定化

本研究では、本文に記した量子演算回路の制御実装という本題と並行して、量子誤り訂正に向けた取り組みをおこなってきた。本節では、連続パリティ測定による量子状態安定化実験について紹介する。本実験では、16 量子ビット量子演算回路 "JUF_20201222_J3 (3, 2)" を用いた。サンプルの基礎評価実験の結果、使用可能な三量子ビット制御部分系を見出した。

本実験に用いた制御部分系の物理量を表 C.1 に、制御忠実度を表 C.2 にそれぞれ示した。基礎評価および制御較正の手順は、第 6 章および第 9 章に従った。

表 C.1: 十六量子ビット量子演算回路"JUF_20201222_J3 (3, 2)"の三量子ビット制御部分系の基礎評価結果。各量子ビットに対し、読み出し共振周波数 ω_r 、量子ビット共鳴周波数 ω_q 、縦緩和時間 T_1 、横緩和時間 T_2 、初期状態の熱励起率 p_{ini} をそれぞれ示した。

	Q14	Q12	Q13
$\omega_r/2\pi$	10.448 GHz	10.109 GHz	10.314 GHz
$\omega_q/2\pi$	9.094 GHz	7.973 GHz	8.746 GHz
T_1	5.2 μs	15.2 μs	10.7 μs
T_2	7.3 μs	19.6 μs	10.3 μs
p_{ini}	1.6%	7.7%	8.7%

表 C.2: 十六量子ビット量子演算回路"JUF_20201222_J3 (3, 2)"の三量子ビット制御部分系の制御忠実度一覧。MEAS には各量子ビットに対する単発測定における測定の混同行列を示した。

	Q14	Q14→Q12	Q12	Q12→Q13	Q13
$R_X(\pi/2)$	0.998	-	0.999	-	0.999
$R_{ZX}(\pi/2)$	-	0.929	-	0.979	-
MEAS	$\begin{pmatrix} 0.997 & 0.003 \\ 0.142 & 0.858 \end{pmatrix}$	-	$\begin{pmatrix} 0.993 & 0.007 \\ 0.059 & 0.941 \end{pmatrix}$	-	$\begin{pmatrix} 0.993 & 0.007 \\ 0.042 & 0.958 \end{pmatrix}$

まず初めに、連続 ZZ パリティ測定を行った場合のデータ量子ビットに対するバックアクションを評価した。ここで ZZ パリティ測定は、二つのデータ量子ビット Q13, Q14 を制御量子ビットとし、アンシラ量子ビット Q12 を対象量子ビットとするよう CNOT ゲートをそれぞれ実行したのち、Q12 を測定することで実行される。実験では、データ量子ビットおよびアンシラ量子ビットを十分な時間 (30 μs) 静置させることで熱平衡状態へと緩和させ、ZZ パリティ測定を連続で実行し、最後にデータ量子ビットを Z 軸で測定した。測定のショット数は 100000 回とした。図 C.2 に実際の実験で用いたパルスシーケンスを示した。図 C.3 に実際の実験結果を示す。図右には ZZ パリティ測定実行回数を横軸として、ZZ パリティ測定を連続で実行したときにアンシラ量子ビットで常に観測結果 0 を得続けた確率を示した。以下では、アンシラ量子ビットで常に観測結果 0 を得続けた確率をアンシラ生存率と呼ぶこととし、またこのような状況をアンシラが生存した、と表現することにする。ここで実験結果を点で、指数減衰関数によるカーブフィッティング結果を実線で示した。アンシラ生存率の指数的減衰は、ZZ パリティ測定の不完全さが生む測定バックアクションと呼ばれる現象に由来すると考えられる。本実験のような ZZ パリティ測定では、三量子ビットが $|ggg\rangle$ 状態に初期化されていると仮定した場合、データ量子ビットからアンシラ量子ビットへと CNOT ゲートをかけた段階では $|ggg\rangle$ 状態のままであるはずであり、アンシラ量子ビットの観測中、すべての量子ビットは $|g\rangle$ 状態にあるため、縦緩和や横緩和から守られた状況にある。したがって、この実験における測定バックアクションの主要因はもっぱら CNOT ゲート実行時のゲートエラーに由来すると考えられる。CNOT ゲートは TPCX シーケンスを用いて実装したため、シーケンスの実行時間の半分の時間では、制御量子ビットが $|e\rangle$ 状態にあり、また対象量子ビットは一つ目の CNOT ゲートが終了した時点で $|e\rangle$ 状態となる。そのため、CNOT ゲート実行時のみ

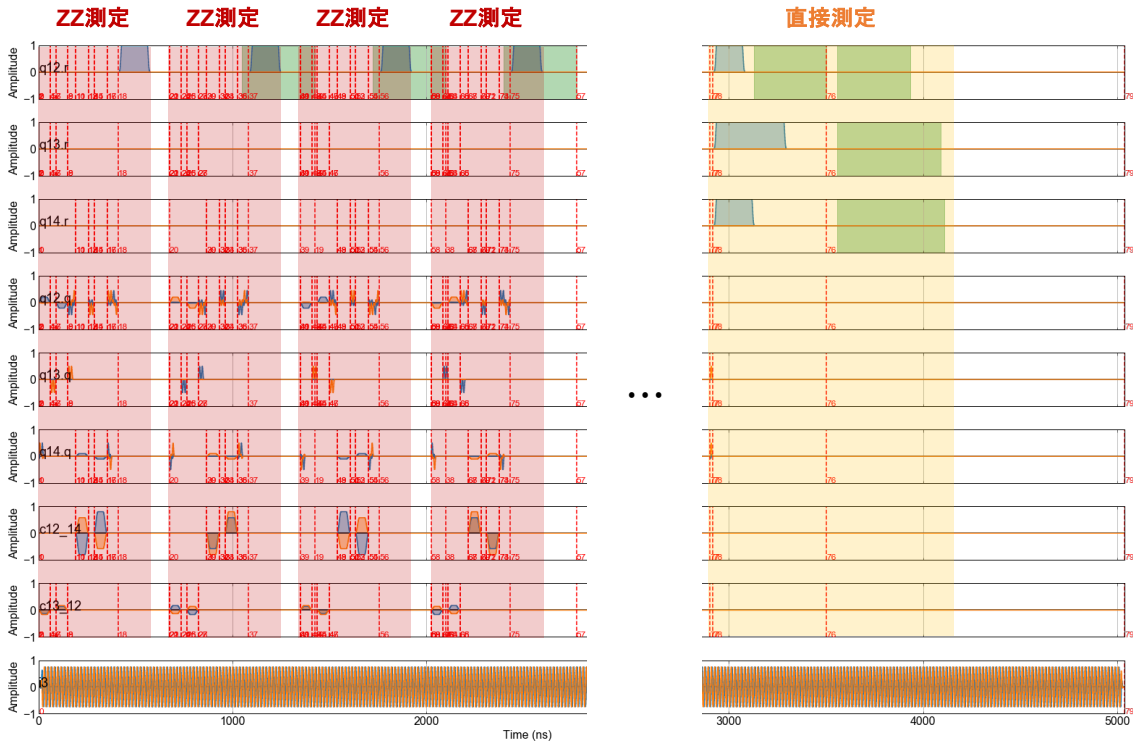


図 C.2: 三量子ビット部分回路を用いた連続 ZZ パリティ検知実験のパルスシーケンス

データ量子ビットおよびアンシラ量子ビットは縦緩和や横緩和に晒された状態となる。アンシラ生存率に対する指数フィットは、測定バックアクションによる ZZ パリティ測定一回につきアンシラ生存率が 0.897 倍されること示唆している。本実験に用いた TPCX シーケンスの忠実度は表 C.2 に示した通りであり、仮にゲートエラーを完全に分極解消エラーとして近似すると、これは ZZ パリティ測定一回につきアンシラ生存率が 0.868(8) 倍されることを示唆しており、実験結果と整合する。以上の実験結果により、観測中の緩和が生じなければ、少なくとも 30 回程度、ZZ パリティ測定を繰り返しても有限のアンシラ生存率を得らえる公算が立つことが分かった。図左には、ZZ パリティ測定を終えた終段におけるデータ量子ビットの ZZ パリティをデータ量子ビットに対する直接測定で推定した実験結果を示した。ここで、図中青点はアンシラ測定結果によらない生データを、橙点にはアンシラが生存していた場合の実験結果のみを示した。まず青点の結果から、アンシラ生存率と同様に、データ量子ビットの ZZ パリティもパリティ測定を重ねるごとに減衰していることがわかる。このときの減衰率は 0.868 であった。一方で、アンシラが生存していた場合の実験結果においては、ZZ パリティは 0.93(1) の値域に留まっており、指数的な減衰が見られないことがわかる。これは、ZZ パリティ測定を連続で行うことで、量子ゼノ効果が働き、データ量子ビットの ZZ パリティの変化を妨げたものと考えられる。

次に、XX パリティ測定のバックアクションを測定した。XX パリティはアダマールゲートを用い、データ量子ビットにおけるパウリ Z 演算子をパウリ X 演算子と交換した状態で ZZ パリティ測定を実行することで読みだされる。実験では、データ量子ビットおよびアンシラ量子ビットを十分な時間 (30 μ s) 静置させることで熱平衡状態へと緩和させ、両データ量子ビットに $R_Y(-\pi/2)$ ゲートを実行することで、 $|++\rangle$ 状態を用意し、XX パリティ測定を連続で実行したのちにデータ量子ビットを X 軸で測定した。ここで測定のショット数は 100000 回とした。図 C.4 に実際の実験で用いたパルスシーケンスを示した。図 C.5 に実際の実験結果を示

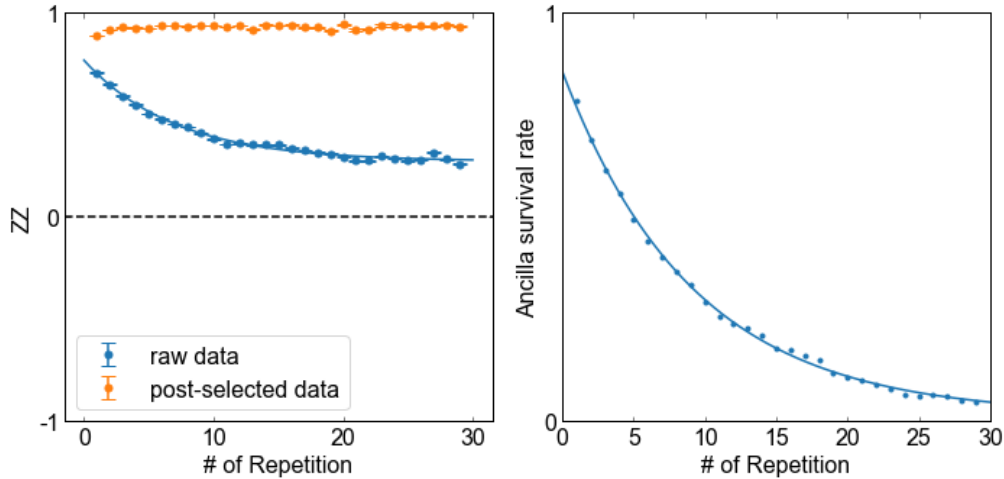


図 C.3: 連続 ZZ パリティ測定における測定バックアクションの評価

す。図右にはシーケンス長を横軸として、アンシラ生存率をプロットした。図から、アンシラ生存率は減衰率 0.677 で減衰していることがわかった。ここで、アンシラ生存率が ZZ パリティ測定を実行した際の減衰率 0.868 よりも低いことに留意する。これは、データ量子ビットの緩和が主要因であると考えている。図 C.3 に結果を示した ZZ パリティ測定を連続で実行する実験では、データ量子ビットは常に縦緩和や横緩和に対して安定となる $|gg\rangle$ 状態にあった。しかし、本実験では、 XX パリティを読み出すため、データ量子ビットは $|++\rangle$ 状態へと射影される。この状態は縦緩和と横緩和に対して不安定であり、従って XX パリティ測定を繰り返す実験では、 ZZ パリティ測定を繰り返す実験と比較して、シーケンス実行中のデータ量子ビットの緩和が無視できず、アンシラ生存率の減衰レートが著しく悪化したと予想される。図 C.6 に示した実験シーケンスでは、1 シーケンスごとに $t = 738.5$ ns だけ時間がかかっている。このとき、両データ量子ビットにおける位相緩和時間から、データ量子ビットの位相緩和のみによって、アンシラ生存率は減衰率 0.808 で減衰することが予想される。実際には、 ZZ パリティ測定におけるアンシラ生存率の減衰率に現れているアンシラを用いたパリティ測定におけるバックアクションによってさらに 0.868 倍の減衰が生じることを考慮すると、推定で約 0.701 の減衰率を与えることが予想される。実際に実験で観測された減衰率は 0.677 であり、推定値よりわずかに低い値であった。この原因としては、アンシラ量子ビットへの観測を実行することで、データ量子ビットの位相緩和時間が悪化する測定漏話 [146] などが考えられる。図 C.5 左には、実験の終段においてデータ量子ビットに対する X 軸直接測定を用いて推定されたデータ量子ビットの XX パリティの減衰を XX パリティ間接測定回数に対してプロットした。図中青点はアンシラ測定結果によらない生データを、橙点にはアンシラが生存していた場合の実験結果のみを示した。指数減衰曲線フィッティングより、生データは減衰率 0.53(4) で減衰していることがわかる。一方で、アンシラが生存していた場合の実験結果においては、 XX パリティは 0.4(5) の値域に留まっており、指数的な減衰が見られないことがわかる。これは、 XX パリティ測定を連続で行うことで、量子ゼノ効果が働き、データ量子ビットの XX パリティの変化を妨げたものと考えられる。なお、 ZZ パリティの場合と比較して XX パリティが安定化した値が 1 から遠い理由としては、アンシラを用いたパリティ測定やデータ量子ビットを直接測定する間に、データ量子ビットに発生する緩和が原因であると考えている。図 C.5 右に示したように、アンシラ生存率は XX パリティが 15 回繰り返された時点でほとんど 0 に収束しており、100000 点のサンプリングでは、たかだか数点しかアン

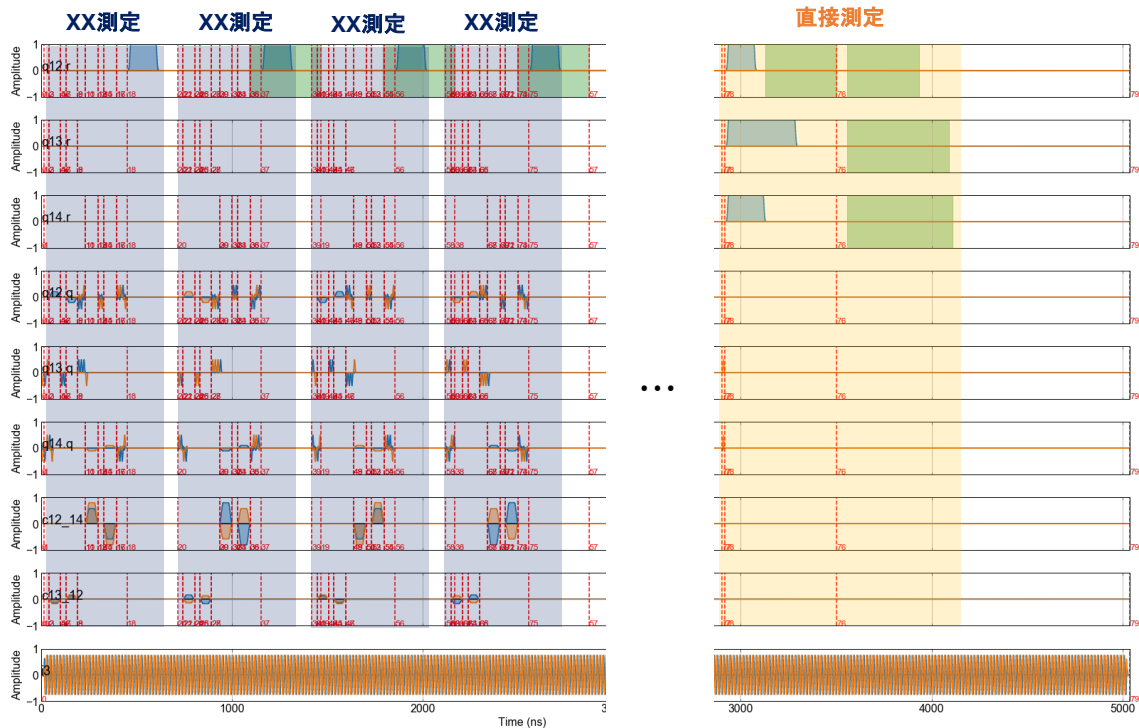


図 C.4: 三量子ビット部分回路を用いた連続 XX パリティ検知実験のパルスシーケンス

シラが生存する実験結果が得られていない。そのため、アンシラが生存した場合の XX パリティ測定結果は、 XX パリティ測定実行回数が 15 回を超えたあたりから大きい統計誤差を含んでいる。

最後に、データ量子ビット間の ZZ パリティと XX パリティを交互に測定し、ベル状態を安定化させる実験を行った。実験では、データ量子ビットおよびアンシラ量子ビットを十分な時間 ($30 \mu\text{s}$) 静置させることで熱平衡状態へと緩和させ、アンシラ量子ビットを用いて ZZ パリティ、 XX パリティを交互に間接的に読み出したのち、データ量子ビットを Z 軸および X 軸で測定した。本来、図 C.1 左に示したように使用可能なアンシラ量子ビットが二つあった場合、一方のデータ・アンシラ量子ビットペア間で Z パリティを転写している間に、もう一方のデータ・アンシラ量子ビットペアで X パリティを転写することで、パリティ転写ステップ 2 回分の実行時間で ZZ , XX パリティをそれぞれ別のアンシラ量子ビットから測定することができる。しかし、本実験では周辺量子ビットとの周波数衝突の関係から、使用可能なアンシラ量子ビットが一つしかなかったために、同じアンシラ量子ビットで ZZ , XX パリティを読み出す必要があった。そのため、一度の ZZ , XX パリティ読み出しにパリティ転写ステップ 4 回分の実行時間を要したことに留意する。図 C.6 に実際の実験で用いたパルスシーケンスを示した。ここでは、データ量子ビット Q13, Q14 の ZZ , XX パリティを交互にアンシラ量子ビット Q12 に転写し、読みだしている。 ZZ パリティ測定に 675 ns 、 XX パリティ測定に 739 ns の実行時間を要した。実験では、 ZZ , XX パリティ測定を交互に繰り返すシーケンスを 14 回繰り返した。図 C.7 に実際の実験結果を示した。各図の横軸には ZZ , XX パリティを両方測定した回数を示した。 ZZ , XX パリティ両方を一度ずつ測定した回数を以下ではシーケンス長と呼ぶことにする。図右にはアンシラ生存率を示している。アンシラ生存率は、シーケンス長に対して指数的に減衰し、カーブフィッティングから推定された減衰レートは 0.299 であった。一シーケンスは二回のパリティ測定を含むため、一パリティ測定ごとの

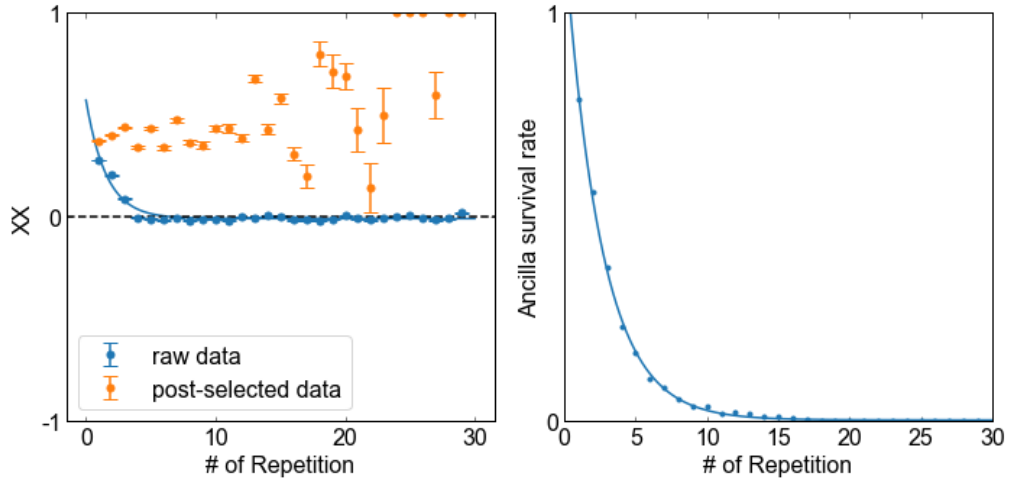


図 C.5: 連続 XX パリティ測定における測定バックアクションの評価

減衰率は、約 0.547 程度であると推定される。この減衰率は、 ZZ , XX パリティを単独で測定する場合と比較してさらに低い値となっている。これは、パリティ測定中の状態の構成に依存すると考えている。 ZZ , XX パリティ測定を交互に繰り返すことによって、データ量子ビットは式 C.4 に示したベル基底に射影される。アンシラが生存するケースでは、特に $|b_{gg}\rangle$ 状態に射影されたケースを考えている。この状態は、データ量子ビットの縦緩和および横緩和に対して鋭敏に反応する。

図左、および図中央には連続ベル測定を終えた終段におけるデータ量子ビットの ZZ , XX パリティをデータ量子ビットに対する直接測定で推定した実験結果をそれぞれ示した。ここで、図中青点はアンシラ測定結果によらない生データを、橙点にはアンシラが生存していた場合の実験結果のみを示した。アンシラ測定結果によらない生データでは、 ZZ , XX パリティは共にパリティ測定回数と共に指数減衰しており、 XX パリティはシーケンス長 2 においてほぼ完全に減衰したため、減衰率が推定困難な状況にある。一方で、 ZZ パリティの減衰率は 0.612 として与えられた。 ZZ パリティと XX パリティで減衰率に大きな差異が現れたのには、測定バックアクションが強く影響していると考えている。本実験を行った際における単発測定の制御較正では、アンシラ量子ビットを読み出す際のデータ量子ビットの横緩和率への影響を考慮せず、アンシラ量子ビットの読み出し忠実度のみを測度に最適化していた。従って、観測中にデータ量子ビットの横緩和が促進されたことで、 XX パリティの緩和率と ZZ パリティの緩和率に大きな開きが生まれたと考えている。 XX パリティ、 ZZ パリティのいずれについても、アンシラが生存した場合には、パリティの減衰が抑制されていることがわかる。一方で安定化された状態における XX , ZZ 両パリティはそれぞれ 0.498, 0.460 の値をとり、従って本実験において安定化された状態はベル状態が分極解消したような状態にあったと推定される。

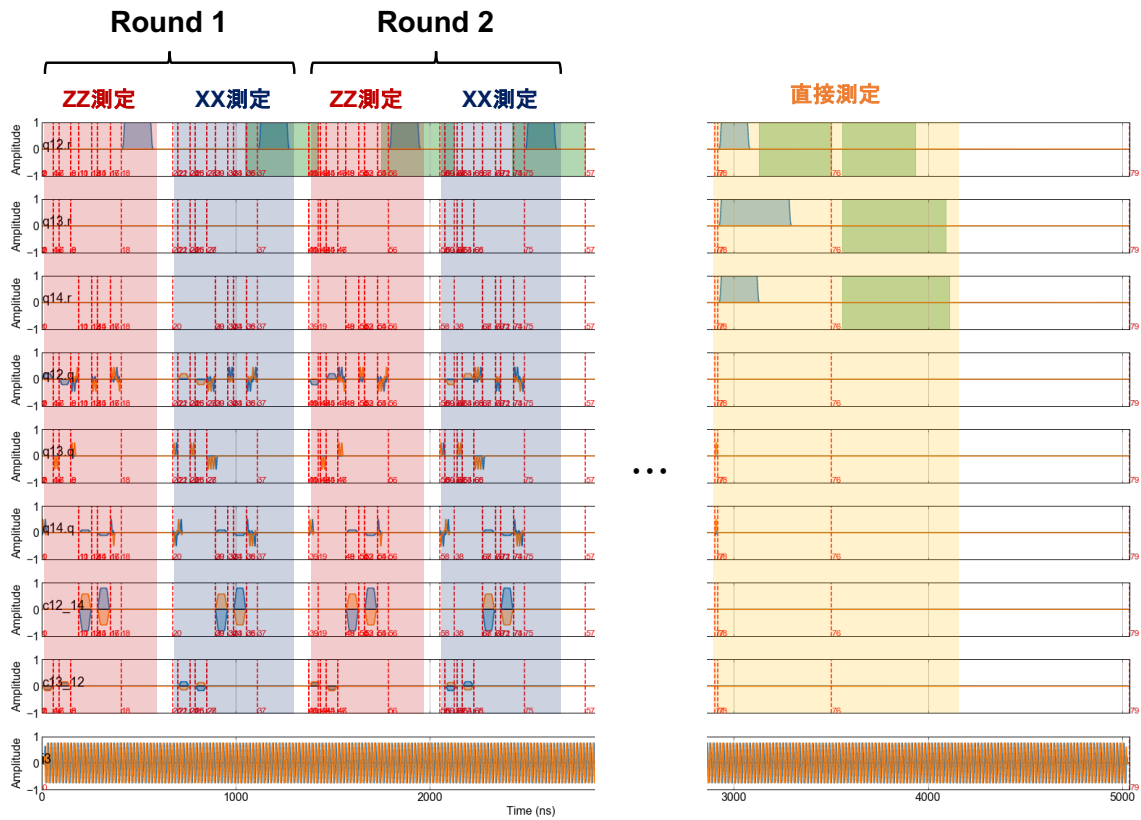


図 C.6: 三量子ビット部分回路を用いたベル状態安定化実験のパルスシーケンス

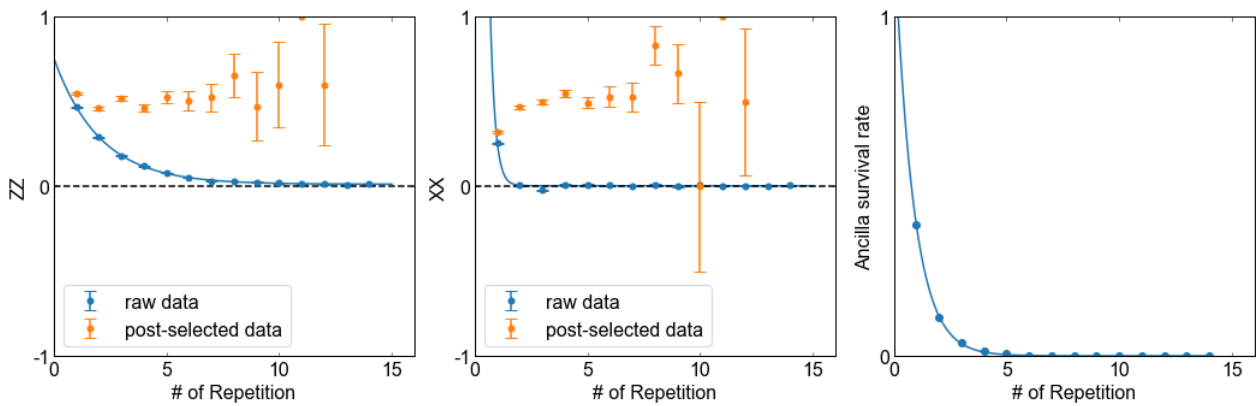


図 C.7: 連続 ZZ, XX パリティ測定によるベル状態安定化実験結果

謝辞

本研究に携わる中で、多くの方々、機関からご支援いただきました。ここでお世話になったの方々、機関に深く御礼申し上げます。

東京大学中村・宇佐見研究室および理化学研究所量子コンピュータセンター超伝導量子エレクトロニクス研究チームの皆様方には日々の研究やミーティングを通じて非常に多くのことをご教授いただきました。

中村泰信教授には、日頃から著者の研究についてその本質的意義から、個別の実験データの詳細なエラーバジェットに至るまで多くの質問・コメントをいただきました。中村先生との日頃の会話を通じて、自身の研究に対する理解がより深められ、少しずつ自身の研究の質に自信を持つことができるようになりました。心より感謝申し上げます。

田淵豊ユニットリーダーには、日頃より集積化グループにおける監督者としてご指導いただきました。チーム全体の取りまとめから個別の技術的詳細にわたるまで、広範をカバーして研究をバックアップしてくださる同氏には、いつもお世話になっていました。また、著者の研究に関する指導のみならず、核磁気共鳴分野や量子制御にまつわる深い見識をご教授いただき、非常に勉強になりました。心より感謝申し上げます。

玉手修平研究員には、日頃より集積化グループのメンバーとしてご指導いただきました。同氏の設計された量子演算回路サンプルがなければ本研究はなし得ませんでした。また、希釈冷凍機を共に開閉する際に、よく研究以外の雑談などをさせていただき、とても明るい気持ちになりました。心より感謝申し上げます。

杉山太香典特任助教には、日頃よりたびたび量子情報理論に関する議論をさせていただきました。同氏の開発した量子情報実験支援ライブラリである quara は本研究においても活用され、非常に便利なものでした。心より感謝申し上げます。

松浦康平助教には、日頃より学部生の卒業研究に関する相談や、世間話などをさせていただきました。学部生の指導や、研究室の運営について中心的に携わられている姿から、大変心強く感じておりました。心より感謝申し上げます。

NTT 所属の鈴木泰成氏には、集積化グループのメンバーとして日頃より実験ミドルウェアに関する様々なことをご相談させていただきました。同氏の実験ミドルウェアから誤り耐性量子計算機の理論面に至るまで非常に幅広い見識には非常に刺激を受けました。心より感謝申し上げます。

ポスドク研究員の Zhiguang Yan 氏には、集積化グループのメンバーとして日頃より大変お世話になりました。集積化グループの研究と並行して自身の研究を並行して進めている同氏のバイタリティには、強く触発されました。心より感謝申し上げます。

博士課程の Akhil Pratap Singh 氏には、著者の実験コードの一番のユーザーとして多くの有用なコメントをいただきました。コロナ禍によって残念ながら毎年恒例だった研究室での BBQ 大会は中止されている状況にありますが、またかつてのように同氏の作る本場のインドカレーが食べたいです。心より感謝申し上げます。

博士課程の砂田佳希氏には、伝送線路をはじめとした開放量子系に関する質問を多くさせ

ていただきました。同氏の同じ博士学生の身ながら伝搬マイクロ波光子チームを率いている姿には背筋が伸びる思いでした。心より感謝申し上げます。

修士課程の渡辺柁氏には、集積化グループのメンバーとして日頃より互いの研究について相談をさせていただきました。集積化グループの中でも最も近い役割を担当している同氏とは近い目線で議論することができ、心強かったです。心より感謝申し上げます。

修士課程の馬場翔太郎氏には、IMPA の原理についてインピーダンスを用いた考え方を伝授していただき、大変参考になりました。また、著者が夜遅くに実験装置の配線をしていたところ、通りかかった同氏が手伝ってくれたことは大変ありがたく感じました。心より感謝申し上げます。産業技術総合研究所、情報通信研究機構、未来 ICT 研究所および理化学研究所のテクニカルスタッフチームの皆様には、量子演算回路サンプルの作製を行っていただきました。同チームの皆様が作製したサンプルがなければ、本研究はなし得ませんでした。心より感謝申し上げます。

また、著者を助成・臨時雇用してくださった Qunasys.inc、理化学研究所、独立行政法人情報処理推進機構、村田学術振興財団、日本学術振興財団、日本アイ・ビー・エム株式会社、International Business Machines Corporation の皆様に厚くお礼申し上げます。それぞれの機関において従事した研究業務を通じて、量子情報分野の多くのバックボーンを持った研究者と交流することができ、多くの学びがありました。

日本アイ・ビー・エム株式会社の小野寺民也氏には、著者のインターン時のマネージャーとして、多くの業務手続きをサポートしていただきました。心より感謝申し上げます。

日本アイ・ビー・エム株式会社の金澤直樹氏には、直接のメンターとして、日頃から密接に議論させていただきました。量子演算回路の制御ソフトウェア開発を専門の一つとされている同氏には、より大規模化した量子演算回路の制御上の困難について問題意識を共有していただく機会があり、大変勉強になりました。心より感謝申し上げます。

International Business Machines Corporation の Emily Pritchett 氏には、直接のメンターとしてリモートミーティングを通して日頃から研究について密接に議論させていただきました。同氏とは何度かの雑談を通じて、米国における研究生活についてご紹介いただき、大変刺激を受けました。心より感謝申し上げます。

最後に、博士課程進学を支えてくれた両親に感謝します。

参考文献

- [1] David Deutsch. Quantum theory, the church–turing principle and the universal quantum computer. *Proc. R. Soc. Lond., A Math. phys. sci.*, Vol. 400, No. 1818, pp. 97–117, 1985.
- [2] Peter W Shor. Polynomial-time algorithms for prime factorization and discrete logarithms on a quantum computer. *SIAM review*, Vol. 41, No. 2, pp. 303–332, 1999.
- [3] Yasunobu Nakamura, Yu A Pashkin, and JS Tsai. Coherent control of macroscopic quantum states in a single-cooper-pair box. *Nature*, Vol. 398, No. 6730, pp. 786–788, 1999.
- [4] Alexandre Blais, Arne L. Grimsmo, S. M. Girvin, and Andreas Wallraff. Circuit quantum electrodynamics. *Rev. Mod. Phys.*, Vol. 93, p. 025005, May 2021.
- [5] Julian Kelly, R Barends, AG Fowler, A Megrant, E Jeffrey, TC White, D Sank, JY Mutus, B Campbell, Yu Chen, Z. Chen, B. Chiaro, A. Dunsworth, I. C. Hoi, C. Neill, P. J. J. O’Malley, C. Quintana, P. Roushan, A. Vainsencher, J. Wenner, A. N. Cleland, and John M. Martinis. State preservation by repetitive error detection in a superconducting quantum circuit. *Nature*, Vol. 519, No. 7541, p. 66, 2015.
- [6] Alexandre Blais, Alexander Maassen van den Brink, and Alexandre M Zagoskin. Tunable coupling of superconducting qubits. *Phys. Rev. Lett.*, Vol. 90, No. 12, p. 127901, 2003.
- [7] Travis Hime, PA Reichardt, BLT Plourde, TL Robertson, C-E Wu, AV Ustinov, and John Clarke. Solid-state qubits with current-controlled coupling. *Science*, Vol. 314, No. 5804, pp. 1427–1429, 2006.
- [8] AO Niskanen, K Harrabi, F Yoshihara, Y Nakamura, S Lloyd, and JS Tsai. Quantum coherent tunable coupling of superconducting qubits. *Science*, Vol. 316, No. 5825, pp. 723–726, 2007.
- [9] J. Stehlik, D. M. Zajac, D. L. Underwood, T. Phung, J. Blair, S. Carnevale, D. Klaus, G. A. Keefe, A. Carniol, M. Kumph, Matthias Steffen, and O. E. Dial. Tunable coupling architecture for fixed-frequency transmon superconducting qubits. *Phys. Rev. Lett.*, Vol. 127, p. 080505, Aug 2021.
- [10] Chad Rigetti and Michel Devoret. Fully microwave-tunable universal gates in superconducting qubits with linear couplings and fixed transition frequencies. *Phys. Rev. B*, Vol. 81, No. 13, p. 134507, 2010.

- [11] PC De Groot, J Lisenfeld, RN Schouten, S Ashhab, A Lupaşcu, CJPM Harmans, and JE Mooij. Selective darkening of degenerate transitions demonstrated with two superconducting quantum bits. *Nat. Phys.*, Vol. 6, No. 10, pp. 763–766, 2010.
- [12] S. Poletto, Jay M. Gambetta, Seth T. Merkel, John A. Smolin, Jerry M. Chow, A. D. Córcoles, George A. Keefe, Mary B. Rothwell, J. R. Rozen, D. W. Abraham, Chad Rigetti, and M. Steffen. Entanglement of two superconducting qubits in a waveguide cavity via monochromatic two-photon excitation. *Phys. Rev. Lett.*, Vol. 109, p. 240505, Dec 2012.
- [13] Jerry M Chow, Jay M Gambetta, Andrew W Cross, Seth T Merkel, Chad Rigetti, and M Steffen. Microwave-activated conditional-phase gate for superconducting qubits. *New J. Phys.*, Vol. 15, No. 11, p. 115012, Nov 2013.
- [14] S. Krinner, P. Kurpiers, B. Royer, P. Magnard, I. Tsitsilin, J.-C. Besse, A. Remm, A. Blais, and A. Wallraff. Demonstration of an all-microwave controlled-phase gate between far-detuned qubits. *Phys. Rev. Applied*, Vol. 14, p. 044039, Oct 2020.
- [15] Atsushi Noguchi, Alto Osada, Shumpei Masuda, Shingo Kono, Kentaro Heya, Samuel Piotr Wolski, Hiroki Takahashi, Takanori Sugiyama, Dany Lachance-Quirion, and Yasunobu Nakamura. Fast parametric two-qubit gates with suppressed residual interaction using the second-order nonlinearity of a cubic transmon. *Phys. Rev. A*, Vol. 102, No. 6, p. 062408, Dec 2020.
- [16] Jaseung Ku, Xuexin Xu, Markus Brink, David C. McKay, Jared B. Hertzberg, Mohammad H. Ansari, and B.L.T. Plourde. Suppression of unwanted ZZ interactions in a hybrid two-qubit system. *Phys. Rev. Lett.*, Vol. 125, No. 20, p. 200504, Nov 2020.
- [17] A. Kandala, K. X. Wei, S. Srinivasan, E. Magesan, S. Carnevale, G. A. Keefe, D. Klaus, O. Dial, and D. C. McKay. Demonstration of a high-fidelity cnot gate for fixed-frequency transmons with engineered zz suppression. *Phys. Rev. Lett.*, Vol. 127, p. 130501, Sep 2021.
- [18] Petar Jurcevic, Ali Javadi-Abhari, Lev S Bishop, Isaac Lauer, Daniela Borgorin, Markus Brink, Lauren Capelluto, Oktay Gunluk, Toshinari Itoko, Naoki Kanazawa, et al. Demonstration of quantum volume 64 on a superconducting quantum computing system. *Quantum Sci. Technol.*, Vol. 6, p. 025020, 2021.
- [19] Vinay Tripathi, Mostafa Khezri, and Alexander N. Korotkov. Operation and intrinsic error budget of a two-qubit cross-resonance gate. *Phys. Rev. A*, Vol. 100, No. 1, p. 012301, Jul 2019.
- [20] KX Wei, E Magesan, I Lauer, S Srinivasan, DF Bogorin, S Carnevale, GA Keefe, Y Kim, D Klaus, W Landers, et al. Quantum crosstalk cancellation for fast entangling gates and improved multi-qubit performance. *arXiv preprint arXiv:2106.00675*, 2021.
- [21] Kentaro Heya and Naoki Kanazawa. Cross-cross resonance gate. *PRX Quantum*, Vol. 2, p. 040336, Nov 2021.

- [22] Kentaro Heya, Ken M Nakanishi, Kosuke Mitarai, and Keisuke Fujii. Subspace variational quantum simulator. *arXiv preprint arXiv:1904.08566*, 2019.
- [23] Jerry Moy Chow. *Quantum Information Processing with Superconducting Qubits*. PhD thesis, 2010.
- [24] Philip Krantz, Morten Kjaergaard, Fei Yan, Terry P Orlando, Simon Gustavsson, and William D Oliver. A quantum engineer’s guide to superconducting qubits. *Appl. Phys. Rev.*, Vol. 6, No. 2, p. 021318, 2019.
- [25] F Motzoi, Jay M Gambetta, P Rebentrost, and Frank K Wilhelm. Simple pulses for elimination of leakage in weakly nonlinear qubits. *Phys. Rev. Lett.*, Vol. 103, No. 11, p. 110501, 2009.
- [26] Zijun Chen, Julian Kelly, Chris Quintana, R Barends, B Campbell, Yu Chen, B Chiaro, A Dunsworth, AG Fowler, E Lucero, et al. Measuring and suppressing quantum state leakage in a superconducting qubit. *Phys. Rev. Lett.*, Vol. 116, No. 2, p. 020501, 2016.
- [27] Erik Lucero, Julian Kelly, Radoslaw C. Bialczak, Mike Lenander, Matteo Mariantoni, Matthew Neeley, A. D. O’Connell, Daniel Sank, H. Wang, Martin Weides, James Wenner, Tsuyoshi Yamamoto, A. N. Cleland, and John M. Martinis. Reduced phase error through optimized control of a superconducting qubit. *Phys. Rev. A*, Vol. 82, p. 042339, Oct 2010.
- [28] David C. McKay, Christopher J. Wood, Sarah Sheldon, Jerry M. Chow, and Jay M. Gambetta. Efficient z gates for quantum computing. *Phys. Rev. A*, Vol. 96, p. 022330, Aug 2017.
- [29] Kyle M Sundqvist and Per Delsing. Negative-resistance models for parametrically flux-pumped superconducting quantum interference devices. *EPJ Quantum Technol.*, Vol. 1, No. 1, pp. 1–21, 2014.
- [30] J. Y. Mutus, T. C. White, R. Barends, Yu Chen, Z. Chen, B. Chiaro, A. Dunsworth, E. Jeffrey, J. Kelly, A. Megrant, C. Neill, P. J. J. O’Malley, P. Roushan, D. Sank, A. Vainsencher, J. Wenner, K. M. Sundqvist, A. N. Cleland, and John M. Martinis. Strong environmental coupling in a Josephson parametric amplifier. *Appl. Phys. Lett.*, Vol. 104, No. 26, p. 263513, 2014.
- [31] Tanay Roy, Suman Kundu, Madhavi Chand, AM Vadiraj, A Ranadive, N Nehra, Meghan P Patankar, J Aumentado, AA Clerk, and R Vijay. Broadband parametric amplification with impedance engineering: Beyond the gain-bandwidth product. *Appl. Phys. Lett.*, Vol. 107, No. 26, p. 262601, 2015.
- [32] Yoshiro Urade, Kun Zuo, Syotaro Baba, CW Chang, Koh-ichi Nittoh, Kunihiro Inomata, Zhirong Lin, Tsuyoshi Yamamoto, and Yasunobu Nakamura. Flux-driven impedance-matched Josephson parametric amplifier with improved pump efficiency. *Bull. Am. Phys. Soc.*, Vol. 66, p. A28.10, 2021.

- [33] Jerry M. Chow, A. D. Córcoles, Jay M. Gambetta, Chad Rigetti, B. R. Johnson, John A. Smolin, J. R. Rozen, George A. Keefe, Mary B. Rothwell, Mark B. Ketchen, and M. Steffen. Simple all-microwave entangling gate for fixed-frequency superconducting qubits. *Phys. Rev. Lett.*, Vol. 107, p. 080502, Aug 2011.
- [34] Easwar Magesan and Jay M. Gambetta. Effective hamiltonian models of the cross-resonance gate. *Phys. Rev. A*, Vol. 101, No. 5, p. 052308, May 2020.
- [35] Sarah Sheldon, Easwar Magesan, Jerry M. Chow, and Jay M. Gambetta. Procedure for systematically tuning up cross-talk in the cross-resonance gate. *Phys. Rev. A*, Vol. 93, No. 6, p. 060302(R), Jun 2016.
- [36] Maika Takita, Andrew W. Cross, A. D. Córcoles, Jerry M. Chow, and Jay M. Gambetta. Experimental demonstration of fault-tolerant state preparation with superconducting qubits. *Phys. Rev. Lett.*, Vol. 119, p. 180501, Oct 2017.
- [37] Easwar Magesan, Jay M. Gambetta, and Joseph Emerson. Characterizing quantum gates via randomized benchmarking. *Phys. Rev. A*, Vol. 85, p. 042311, Apr 2012.
- [38] M. Mohseni, A. T. Rezakhani, and D. A. Lidar. Quantum-process tomography: Resource analysis of different strategies. *Phys. Rev. A*, Vol. 77, No. 3, p. 032322, Mar 2008.
- [39] J. Emerson, R. Alicki, and K. Życzkowski. Scalable noise estimation with random unitary operators. *J. Opt. B: Quantum semiclass. opt.*, Vol. 7, pp. S347–S352, 2005.
- [40] E. Knill, D. Leibfried, R. Reichle, J. Britton, R. B. Blakestad, J. D. Jost, C. Langer, R. Ozeri, S. Seidelin, and D. J. Wineland. Randomized benchmarking of quantum gates. *Phys. Rev. A*, Vol. 77, No. 1, p. 012307, 2008.
- [41] E. Magesan, J. M. Gambetta, and J. Emerson. Scalable and Robust Randomized Benchmarking of Quantum Processes. *Phys. Rev. Lett.*, Vol. 106, No. 18, p. 180504, 2011.
- [42] Timothy Proctor, Kenneth Rudinger, Kevin Young, Mohan Sarovar, and Robin Blume-Kohout. What randomized benchmarking actually measures. *Phys. Rev. Lett.*, Vol. 119, p. 130502, Sep 2017.
- [43] H. Bombin and M. A. Martin-Delgado. Topological quantum distillation. *Phys. Rev. Lett.*, Vol. 97, p. 180501, Oct 2006.
- [44] Austin G. Fowler, Matteo Mariantoni, John M. Martinis, and Andrew N. Cleland. Surface codes: Towards practical large-scale quantum computation. *Phys. Rev. A*, Vol. 86, p. 032324, Sep 2012.
- [45] Moein Malekakhlagh, Easwar Magesan, and David C. McKay. First-principles analysis of cross-resonance gate operation. *Phys. Rev. A*, Vol. 102, No. 4, p. 042605, Oct 2020.

- [46] Jared B. Hertzberg, Eric J. Zhang, Sami Rosenblatt, Easwar Magesan, John A. Smolin, Jeng-Bang Yau, Vivekananda P. Adiga, Martin Sandberg, Markus Brink, Jerry M. Chow, and Jason S. Orcutt. Laser-annealing Josephson junctions for yielding scaled-up superconducting quantum processors. *npi Quant. Inf.*, Vol. 7, No. 1, p. 129, 2021.
- [47] S. Tamate, Y. Tabuchi, L. Szikszai, K. Kusuyama, K. Zuo, Z. Yan, A. Badrutdinov, Y. Hishida, W. Qiu, H. Terai, G. Fujii, K. Makise, N. Watanabe, H. Nakagawa, M. Fujino, M. Ukibe, W. Mizubayashi, K. Kikuchi, and Y. Nakamura. Scalable packaging design for large-scale superconducting quantum circuit. *Bull. Am. Phys. Soc.*, Vol. 66, p. C30.9, 2021.
- [48] D Rosenberg, D Kim, R Das, D Yost, S Gustavsson, D Hover, P Krantz, A Melville, L Racz, GO Samach, et al. 3d integrated superconducting qubits. *npj quantum information*, Vol. 3, No. 1, pp. 1–5, 2017.
- [49] R. Versluis, S. Poletto, N. Khammassi, B. Tarasinski, N. Haider, D. J. Michalak, A. Bruno, K. Bertels, and L. DiCarlo. Scalable quantum circuit and control for a superconducting surface code. *Phys. Rev. Applied*, Vol. 8, p. 034021, Sep 2017.
- [50] Qiang Liu, Mengmeng Li, Kunzhe Dai, Ke Zhang, Guangming Xue, Xinsheng Tan, Haifeng Yu, and Yang Yu. Extensible 3d architecture for superconducting quantum computing. *Appl. Phys. Lett.*, Vol. 110, No. 23, p. 232602, 2017.
- [51] J. H. Béjanin, T. G. McConkey, J. R. Rinehart, C. T. Earnest, C. R. H. McRae, D. Shiri, J. D. Bateman, Y. Rohanizadegan, B. Penava, P. Breul, S. Royak, M. Zapatka, A. G. Fowler, and M. Mariantoni. Three-dimensional wiring for extensible quantum computing: The quantum socket. *Phys. Rev. Applied*, Vol. 6, p. 044010, Oct 2016.
- [52] J. Rahamim, T. Behrle, M. J. Peterer, A. Patterson, P. A. Spring, T. Tsunoda, R. Manenti, G. Tancredi, and P. J. Leek. Double-sided coaxial circuit qed with out-of-plane wiring. *Appl. Phys. Lett.*, Vol. 110, No. 22, p. 222602, 2017.
- [53] J Rahamim, T Behrle, MJ Peterer, A Patterson, PA Spring, T Tsunoda, R Manenti, G Tancredi, and PJ Leek. Double-sided coaxial circuit qed with out-of-plane wiring. *Appl. Phys. Lett.*, Vol. 110, No. 22, p. 222602, 2017.
- [54] Evan Jeffrey, Daniel Sank, J. Y. Mutus, T. C. White, J. Kelly, R. Barends, Y. Chen, Z. Chen, B. Chiaro, A. Dunsworth, A. Megrant, P. J. J. O’Malley, C. Neill, P. Roushan, A. Vainsencher, J. Wenner, A. N. Cleland, and John M. Martinis. Fast accurate state measurement with superconducting qubits. *Phys. Rev. Lett.*, Vol. 112, p. 190504, May 2014.
- [55] Eyob A. Sete, John M. Martinis, and Alexander N. Korotkov. Quantum theory of a bandpass purcell filter for qubit readout. *Phys. Rev. A*, Vol. 92, p. 012325, Jul 2015.
- [56] Kazuki Koshino, Shingo Kono, and Yasunobu Nakamura. Protection of a qubit via subradiance: A josephson quantum filter. *Phys. Rev. Applied*, Vol. 13, p. 014051, Jan 2020.

- [57] Shingo Kono, Kazuki Koshino, Dany Lachance-Quirion, Arjan F Van Loo, Yutaka Tabuchi, Atsushi Noguchi, and Yasunobu Nakamura. Breaking the trade-off between fast control and long lifetime of a superconducting qubit. *Nat. Commun.*, Vol. 11, No. 1, pp. 1–6, 2020.
- [58] Pranav Mundada, Gengyan Zhang, Thomas Hazard, and Andrew Houck. Suppression of qubit crosstalk in a tunable coupling superconducting circuit. *Phys. Rev. Applied*, Vol. 12, p. 054023, Nov 2019.
- [59] Yoshiki Sunada, Shingo Kono, Jesper Ilves, Shuhei Tamate, Yutaka Tabuchi, and Yasunobu Nakamura. Rapid transfer of a qubit state into a microwave pulse using a notch purcell filter. *Bull. Am. Phys. Soc.*, Vol. 65, p. G17.5, 2020.
- [60] P.A. Spring, T. Tsunoda, B. Vlastakis, and P.J. Leek. Modeling enclosures for large-scale superconducting quantum circuits. *Phys. Rev. Applied*, Vol. 14, p. 024061, Aug 2020.
- [61] Peter A Spring, Shuxiang Cao, Takahiro Tsunoda, Giulio Campanaro, Simone D Fasciati, James Wills, Vivek Chidambaram, Boris Shteynas, Mustafa Bakr, Paul Gow, et al. High coherence in a tileable 3d integrated superconducting circuit architecture. *arXiv preprint arXiv:2107.11140*, 2021.
- [62] Alexandre M Souza, Gonzalo A Álvarez, and Dieter Suter. Robust dynamical decoupling. *Phil. Trans. R. Soc. A*, Vol. 370, No. 1976, pp. 4748–4769, 2012.
- [63] Dieter Suter and Gonzalo A Álvarez. Colloquium: Protecting quantum information against environmental noise. *Rev. Mod. Phys.*, Vol. 88, No. 4, p. 041001, 2016.
- [64] Erwin L Hahn. Spin echoes. *Phys. Rev.*, Vol. 80, No. 4, p. 580, 1950.
- [65] A.D. Patterson, J. Rahamim, T. Tsunoda, P.A. Spring, S. Jebari, K. Ratter, M. Mergenthaler, G. Tancredi, B. Vlastakis, M. Esposito, and P.J. Leek. Calibration of a cross-resonance two-qubit gate between directly coupled transmons. *Phys. Rev. Applied*, Vol. 12, p. 064013, Dec 2019.
- [66] M. Pechal, L. Huthmacher, C. Eichler, S. Zeytinoglu, A. A. Abdumalikov, S. Berger, A. Wallraff, and S. Filipp. Microwave-controlled generation of shaped single photons in circuit quantum electrodynamics. *Phys. Rev. X*, Vol. 4, p. 041010, Oct 2014.
- [67] J. A. Schreier, A. A. Houck, Jens Koch, D. I. Schuster, B. R. Johnson, J. M. Chow, J. M. Gambetta, J. Majer, L. Frunzio, M. H. Devoret, S. M. Girvin, and R. J. Schoelkopf. Suppressing charge noise decoherence in superconducting charge qubits. *Phys. Rev. B*, Vol. 77, p. 180502, May 2008.
- [68] Andrew W. Cross, Lev S. Bishop, Sarah Sheldon, Paul D. Nation, and Jay M. Gambetta. Validating quantum computers using randomized model circuits. *Phys. Rev. A*, Vol. 100, No. 3, p. 032328, Sep 2019.

- [69] Jerry M. Chow, A. D. Córcoles, Jay M. Gambetta, Chad Rigetti, B. R. Johnson, John A. Smolin, J. R. Rozen, George A. Keefe, Mary B. Rothwell, Mark B. Ketchen, and M. Steffen. Simple all-microwave entangling gate for fixed-frequency superconducting qubits. *Phys. Rev. Lett.*, Vol. 107, p. 080502, Aug 2011.
- [70] Neereja Sundaresan, Isaac Lauer, Emily Pritchett, Easwar Magesan, Petar Jurcevic, and Jay M. Gambetta. Reducing unitary and spectator errors in cross resonance with optimized rotary echoes. *PRX Quantum*, Vol. 1, p. 020318, Dec 2020.
- [71] Jay Gambetta, Alexandre Blais, David I Schuster, Andreas Wallraff, L Frunzio, J Majer, Michel H Devoret, Steven M Girvin, and Robert J Schoelkopf. Qubit-photon interactions in a cavity: Measurement-induced dephasing and number splitting. *Phys. Rev. A*, Vol. 74, No. 4, p. 042318, 2006.
- [72] Paul Watts, Maurice O’Connor, and Jiří Vala. Metric structure of the space of two-qubit gates, perfect entanglers and quantum control. *Entropy*, Vol. 15, No. 6, pp. 1963–1984, 2013.
- [73] Yuriy Makhlin. Nonlocal properties of two-qubit gates and mixed states, and the optimization of quantum computations. *Quant. Info. Proc.*, Vol. 1, No. 4, pp. 243–252, 2002.
- [74] Thomas Alexander, Naoki Kanazawa, Daniel J Egger, Lauren Capelluto, Christopher J Wood, Ali Javadi-Abhari, and David C McKay. Qiskit pulse: programming quantum computers through the cloud with pulses. *Quantum Sci. Technol.*, Vol. 5, No. 4, p. 044006, aug 2020.
- [75] Shelly Garion, Naoki Kanazawa, Haggai Landa, David C. McKay, Sarah Sheldon, Andrew W. Cross, and Christopher J. Wood. Experimental implementation of non-clifford interleaved randomized benchmarking with a controlled- s gate. *Phys. Rev. Research*, Vol. 3, p. 013204, Mar 2021.
- [76] Andre Schneider, Jochen Braumüller, Lingzhen Guo, Patrizia Stehle, Hannes Rotzinger, Michael Marthaler, Alexey V. Ustinov, and Martin Weides. Local sensing with the multilevel ac stark effect. *Phys. Rev. A*, Vol. 97, p. 062334, Jun 2018.
- [77] P. J. Leek, S. Filipp, P. Maurer, M. Baur, R. Bianchetti, J. M. Fink, M. Göppl, L. Steffen, and A. Wallraff. Using sideband transitions for two-qubit operations in superconducting circuits. *Phys. Rev. B*, Vol. 79, No. 18, p. 180511(R), May 2009.
- [78] Filip B. Maciejewski, Zoltán Zimborás, and Michał Oszmaniec. Mitigation of read-out noise in near-term quantum devices by classical post-processing based on detector tomography. *Quantum*, Vol. 4, p. 257, Apr 2020.
- [79] Hyeokjea Kwon and Joonwoo Bae. A hybrid quantum-classical approach to mitigating measurement errors in quantum algorithms. *IEEE Trans Comput*, Vol. 70, No. 9, p. 1401–1411, Sep 2021.

- [80] Yanzhu Chen, Maziar Farahzad, Shinjae Yoo, and Tzu-Chieh Wei. Detector tomography on ibm quantum computers and mitigation of an imperfect measurement. *Phys. Rev. A*, Vol. 100, p. 052315, Nov 2019.
- [81] Suguru Endo, Zhenyu Cai, Simon C. Benjamin, and Xiao Yuan. Hybrid quantum-classical algorithms and quantum error mitigation. *J. Phys. Soc. Jpn.*, Vol. 90, No. 3, p. 032001, Mar 2021.
- [82] Michael A Nielsen. A simple formula for the average gate fidelity of a quantum dynamical operation. *Phys. Lett. A*, Vol. 303, No. 4, pp. 249–252, 2002.
- [83] Bradley K Mitchell, Ravi K Naik, Alexis Morvan, Akel Hashim, John Mark Kreikebaum, Brian Marinelli, Wim Lavrijsen, Kasra Nowrouzi, David I Santiago, and Irfan Siddiqi. Hardware-efficient microwave-activated tunable coupling between superconducting qubits. *Physical review letters*, Vol. 127, No. 20, p. 200502, 2021.
- [84] Seth T Merkel, Jay M Gambetta, John A Smolin, Stefano Poletto, Antonio D Córcoles, Blake R Johnson, Colm A Ryan, and Matthias Steffen. Self-consistent quantum process tomography. *Phys. Rev. A*, Vol. 87, No. 6, p. 062119, 2013.
- [85] Steven T. Flammia and Yi-Kai Liu. Direct fidelity estimation from few pauli measurements. *Phys. Rev. Lett.*, Vol. 106, p. 230501, Jun 2011.
- [86] Alexander Erhard, Joel J Wallman, Lukas Postler, Michael Meth, Roman Stricker, Esteban A Martinez, Philipp Schindler, Thomas Monz, Joseph Emerson, and Rainer Blatt. Characterizing large-scale quantum computers via cycle benchmarking. *Nat. Commun.*, Vol. 10, No. 1, pp. 1–7, 2019.
- [87] Shelby Kimmel, Guang Hao Low, and Theodore J. Yoder. Robust calibration of a universal single-qubit gate set via robust phase estimation. *Phys. Rev. A*, Vol. 92, p. 062315, Dec 2015.
- [88] Kenneth Rudinger, Shelby Kimmel, Daniel Lobser, and Peter Maunz. Experimental demonstration of a cheap and accurate phase estimation. *Phys. Rev. Lett.*, Vol. 118, p. 190502, May 2017.
- [89] R.R. エルンスト. 2次元 NMR 原理と測定法. 吉岡書店, 2000.
- [90] Takanori Sugiyama, Shinpei Imori, and Fuyuhiko Tanaka. Self-consistent quantum tomography with regularization. *Phys. Rev. A*, Vol. 103, p. 062615, Jun 2021.
- [91] Erich Runge and E. K. U. Gross. Density-Functional Theory for Time-Dependent Systems. *Phys. Rev. Lett.*, Vol. 52, No. 12, pp. 997–1000, Mar 1984.
- [92] Richard P. Feynman. Simulating physics with computers. *Int. J. Theor. Phys.*, Vol. 21, No. 6-7, pp. 467–488, 1982.
- [93] Seth Lloyd. Universal quantum simulators. *Science*, Vol. 273, No. 5278, pp. 1073–1078, 1996.

-
- [94] Nathan Wiebe, Dominic W Berry, Peter Høyer, and Barry C Sanders. Simulating quantum dynamics on a quantum computer. *J. Phys. A: Math. Theor.*, Vol. 44, No. 44, p. 445308, Oct 2011.
- [95] David Poulin, Angie Qarry, Rolando Somma, and Frank Verstraete. Quantum simulation of time-dependent Hamiltonians and the convenient illusion of Hilbert space. *Phys. Rev. Lett.*, Vol. 106, No. 17, Apr 2011.
- [96] Andrew M. Childs and Nathan Wiebe. Hamiltonian simulation using linear combinations of unitary operations. *Quantum Inf. Comput.*, Vol. 12, No. 1112, Nov 2012.
- [97] Dominic W. Berry, Andrew M. Childs, Richard Cleve, Robin Kothari, and Rolando D. Somma. Simulating Hamiltonian dynamics with a truncated Taylor series. *Phys. Rev. Lett.*, Vol. 114, No. 9, p. 090502, Mar 2015.
- [98] Guang Hao Low and Isaac L. Chuang. Optimal Hamiltonian simulation by quantum signal processing. *Phys. Rev. Lett.*, Vol. 118, No. 1, p. 010501, Jan 2017.
- [99] Earl Campbell. Random compiler for fast Hamiltonian simulation. *Phys. Rev. Lett.*, Vol. 123, No. 7, p. 070503, Aug 2019.
- [100] Dominic W. Berry, Andrew M. Childs, Yuan Su, Xin Wang, and Nathan Wiebe. Time-dependent Hamiltonian simulation with L^1 -norm scaling. *Quantum*, Vol. 4, p. 254, Apr 2020.
- [101] Sergey B Bravyi and A Yu Kitaev. Quantum codes on a lattice with boundary. *arXiv preprint quant-ph/9811052*, 1998.
- [102] Austin G. Fowler, Matteo Mariantoni, John M. Martinis, and Andrew N. Cleland. Surface codes: Towards practical large-scale quantum computation. *Phys. Rev. A*, Vol. 86, p. 032324, Sep 2012.
- [103] Yosi Atia and Dorit Aharonov. Fast-forwarding of hamiltonians and exponentially precise measurements. *Nat. Commun.*, Vol. 8, No. 1, pp. 1–9, 2017.
- [104] Sergio Boixo, Sergei V. Isakov, Vadim N. Smelyanskiy, Ryan Babbush, Nan Ding, Zhang Jiang, Michael J. Bremner, John M. Martinis, and Hartmut Neven. Characterizing quantum supremacy in near-term devices. *Nat. Phys.*, Vol. 14, No. 6, pp. 595–600, 2018.
- [105] Adam Bouland, Bill Fefferman, Chinmay Nirkhe, and Umesh Vazirani. On the complexity and verification of quantum random circuit sampling. *Nature Physics*, Vol. 15, No. 2, p. 159–163, Oct 2018.
- [106] Jianxin Chen, Fang Zhang, Cupjin Huang, Michael Newman, and Yaoyun Shi. Classical simulation of intermediate-size quantum circuits. *arXiv preprint arXiv:1805.01450*, 2018.

- [107] Marco Cerezo, Andrew Arrasmith, Ryan Babbush, Simon C Benjamin, Suguru Endo, Keisuke Fujii, Jarrod R McClean, Kosuke Mitarai, Xiao Yuan, Lukasz Cincio, et al. Variational quantum algorithms. *Nat. Rev. Phys.*, Vol. 3, pp. 625–644, 2021.
- [108] Ying Li and Simon C. Benjamin. Efficient Variational Quantum Simulator Incorporating Active Error Minimization. *Phys. Rev. X*, Vol. 7, No. 2, p. 021050, jun 2017.
- [109] Xiao Yuan, Suguru Endo, Qi Zhao, Ying Li, and Simon C. Benjamin. Theory of variational quantum simulation. *Quantum*, Vol. 3, p. 191, Oct 2019.
- [110] Suguru Endo, Jinzhao Sun, Ying Li, Simon C. Benjamin, and Xiao Yuan. Variational quantum simulation of general processes. *Phys. Rev. Lett.*, Vol. 125, p. 010501, Jun 2020.
- [111] Sam McArdle, Tyson Jones, Suguru Endo, Ying Li, Simon C. Benjamin, and Xiao Yuan. Variational ansatz-based quantum simulation of imaginary time evolution. *npj Quantum Inf.*, Vol. 5, p. 75, Sep 2019.
- [112] Alberto Peruzzo, Jarrod McClean, Peter Shadbolt, Man-Hong Yung, Xiao-Qi Zhou, Peter J. Love, Alán Aspuru-Guzik, Jeremy L.O ’ brien. A variational eigenvalue solver on a photonic quantum processor. *Nat. Commun.*, Vol. 5, No. 4213, p. 4213, 2014.
- [113] Jarrod R. McClean, Jonathan Romero, Ryan Babbush, and Alán Aspuru-Guzik. The theory of variational hybrid quantum-classical algorithms. *New J. Phys.*, Vol. 18, No. 2, p. 023023, 2016.
- [114] Bela Bauer, Dave Wecker, Andrew J. Millis, Matthew B. Hastings, and Matthias Troyer. Hybrid quantum-classical approach to correlated materials. *Phys. Rev. X*, Vol. 6, p. 031045, Sep 2016.
- [115] Abhinav Kandala, Antonio Mezzacapo, Kristan Temme, Maika Takita, Markus Brink, Jerry M. Chow, and Jay M. Gambetta. Hardware-efficient variational quantum eigensolver for small molecules and quantum magnets. *Nature*, Vol. 549, No. 7671, pp. 242–246, 2017.
- [116] Ken M. Nakanishi, Kosuke Mitarai, and Keisuke Fujii. Subspace-search variational quantum eigensolver for excited states. *Phys. Rev. Research*, Vol. 1, p. 033062, Oct 2019.
- [117] Jay M. Gambetta, A. D. Córcoles, S. T. Merkel, B. R. Johnson, John A. Smolin, Jerry M. Chow, Colm A. Ryan, Chad Rigetti, S. Poletto, Thomas A. Ohki, Mark B. Ketchen, and M. Steffen. Characterization of addressability by simultaneous randomized benchmarking. *Phys. Rev. Lett.*, Vol. 109, p. 240504, Dec 2012.
- [118] Easwar Magesan, Jay M. Gambetta, B. R. Johnson, Colm A. Ryan, Jerry M. Chow, Seth T. Merkel, Marcus P. da Silva, George A. Keefe, Mary B. Rothwell, Thomas A. Ohki, Mark B. Ketchen, and M. Steffen. Efficient measurement of quantum gate error by interleaved randomized benchmarking. *Phys. Rev. Lett.*, Vol. 109, p. 080505, Aug 2012.

- [119] Alexandre Blais, Ren-Shou Huang, Andreas Wallraff, S. M. Girvin, and R. J. Schoelkopf. Cavity quantum electrodynamics for superconducting electrical circuits: An architecture for quantum computation. *Phys. Rev. A*, Vol. 69, p. 062320, Jun 2004.
- [120] A. Wallraff, D. I. Schuster, A. Blais, L. Frunzio, J. Majer, M. H. Devoret, S. M. Girvin, and R. J. Schoelkopf. Approaching unit visibility for control of a superconducting qubit with dispersive readout. *Phys. Rev. Lett.*, Vol. 95, p. 060501, Aug 2005.
- [121] Sergey B. Bravyi and Alexei Yu. Kitaev. Fermionic quantum computation. *Ann. Phys. (N. Y.)*, Vol. 298, No. 1, pp. 210–226, 2002.
- [122] P. J. J. O’Malley, R. Babbush, I. D. Kivlichan, J. Romero, J. R. McClean, R. Barends, J. Kelly, P. Roushan, A. Tranter, N. Ding, B. Campbell, Y. Chen, Z. Chen, B. Chiaro, A. Dunsworth, A. G. Fowler, E. Jeffrey, E. Lucero, A. Megrant, J. Y. Mutus, M. Neeley, C. Neill, C. Quintana, D. Sank, A. Vainsencher, J. Wenner, T. C. White, P. V. Coveney, P. J. Love, H. Neven, A. Aspuru-Guzik, and J. M. Martinis. Scalable quantum simulation of molecular energies. *Phys. Rev. X*, Vol. 6, p. 031007, Jul 2016.
- [123] Jarrod R. McClean, Kevin J. Sung, Ian D. Kivlichan, Yudong Cao, Chengyu Dai, E. Schuyler Fried, Craig Gidney, Brendan Gimby, Pranav Gokhale, Thomas Häner, Tarini Hardikar, Vojtěch Havlíček, Oscar Higgott, Cupjin Huang, Josh Izaac, Zhang Jiang, Xinle Liu, Sam McArdle, Matthew Neeley, Thomas O’Brien, Bryan O’Gorman, Isil Ozfidan, Maxwell D. Radin, Jhonathan Romero, Nicholas Rubin, Nicolas P. D. Sawaya, Kanav Setia, Sukin Sim, Damian S. Steiger, Mark Steudtner, Qiming Sun, Wei Sun, Daochen Wang, Fang Zhang, and Ryan Babbush. Openfermion: the electronic structure package for quantum computers. *Quantum Sci. Technol.*, Vol. 5, No. 3, p. 034014, 2020.
- [124] Robert M. Parrish, Lori A. Burns, Daniel G. A. Smith, Andrew C. Simmonett, A. Eugene DePrince, Edward G. Hohenstein, Uğur Bozkaya, Alexander Yu Sokolov, Roberto Di Remigio, Ryan M. Richard, Jérôme F. Gonthier, Andrew M. James, Harley R. McAlexander, Ashutosh Kumar, Masaaki Saitow, Xiao Wang, Benjamin P. Pritchard, Prakash Verma, Henry F. Schaefer, Konrad Patkowski, Rollin A. King, Edward F. Valeev, Francesco A. Evangelista, Justin M. Turney, T. Daniel Crawford, and C. David Sherrill. Psi4 1.1: An Open-Source Electronic Structure Program Emphasizing Automation, Advanced Libraries, and Interoperability. *J. Chem. Theory Comput.*, Vol. 13, No. 7, pp. 3185–3197, 2017.
- [125] Tzu-Ching Yen, Vladyslav Verteletskyi, and Artur F. Izmaylov. Measuring all compatible operators in one series of single-qubit measurements using unitary transformations. *J. Chem. Theory Comput.*, Vol. 16, No. 4, pp. 2400–2409, 2020.
- [126] Andrew Jena, Scott Genin, and Michele Mosca. Pauli partitioning with respect to gate sets. *arXiv:1907.07859*, 2019.
- [127] Vladyslav Verteletskyi, Tzu-Ching Yen, and Artur F. Izmaylov. Measurement optimization in the variational quantum eigensolver using a minimum clique cover. *J. Chem. Phys.*, Vol. 152, No. 12, p. 124114, 2020.

- [128] Pranav Gokhale, Olivia Angiuli, Yongshan Ding, Kaiwen Gui, Teague Tomesh, Martin Suchara, Margaret Martonosi, and Frederic T Chong. Minimizing state preparations in variational quantum eigensolver by partitioning into commuting families. *arXiv:1907.13623*, 2019.
- [129] Ophelia Crawford, Barnaby van Straaten, Daochen Wang, Thomas Parks, Earl Campbell, and Stephen Brierley. Efficient quantum measurement of pauli operators in the presence of finite sampling error. *Quantum*, Vol. 5, p. 385, 2021.
- [130] Ken M. Nakanishi, Keisuke Fujii, and Syngae Todo. Sequential minimal optimization for quantum-classical hybrid algorithms. *Phys. Rev. Research*, Vol. 2, p. 043158, Oct 2020.
- [131] Xiao Yuan, Jinzhao Sun, Junyu Liu, Qi Zhao, and You Zhou. Quantum simulation with hybrid tensor networks. *Phys. Rev. Lett.*, Vol. 127, p. 040501, Jul 2021.
- [132] Keisuke Fujii, Kosuke Mitarai, Wataru Mizukami, and Yuya O Nakagawa. Deep variational quantum eigensolver: a divide-and-conquer method for solving a larger problem with smaller size quantum computers. *arXiv preprint arXiv:2007.10917*, 2020.
- [133] Changsu Cao, Jiaqi Hu, Wengang Zhang, Xusheng Xu, Dechin Chen, Fan Yu, Jun Li, Hanshi Hu, Dingshun Lv, and Man-Hong Yung. Towards a larger molecular simulation on the quantum computer: Up to 28 qubits systems accelerated by point group symmetry. *arXiv preprint arXiv:2109.02110*, 2021.
- [134] Kentaro Yamamoto, David Zsolt Manrique, Irfan Khan, Hideaki Sawada, and David Muñoz Ramo. Quantum hardware calculations of periodic systems: hydrogen chain and iron crystals. *arXiv preprint arXiv:2109.08401*, 2021.
- [135] Nobuyuki Yoshioka, Yuya O Nakagawa, Yu-ya Ohnishi, and Wataru Mizukami. Variational quantum simulation for periodic materials. *arXiv preprint arXiv:2008.09492*, 2020.
- [136] A. Luis and J. Peřina. Optimum phase-shift estimation and the quantum description of the phase difference. *Phys. Rev. A*, Vol. 54, pp. 4564–4570, Nov 1996.
- [137] Richard Cleve, Artur Ekert, Chiara Macchiavello, and Michele Mosca. Quantum algorithms revisited. *Proc. Math. Phys. Eng. Sci.*, Vol. 454, No. 1969, pp. 339–354, 1998.
- [138] V. Buřek, R. Derka, and S. Massar. Optimal quantum clocks. *Phys. Rev. Lett.*, Vol. 82, pp. 2207–2210, Mar 1999.
- [139] Aram W. Harrow, Avinatan Hassidim, and Seth Lloyd. Quantum algorithm for linear systems of equations. *Phys. Rev. Lett.*, Vol. 103, p. 150502, Oct 2009.
- [140] Sergio Boixo, Sergei V Isakov, Vadim N Smelyanskiy, Ryan Babbush, Nan Ding, Zhang Jiang, Michael J Bremner, John M Martinis, and Hartmut Neven. Characterizing quantum supremacy in near-term devices. *Nat. Phys.*, Vol. 14, No. 6, pp. 595–600, 2018.

-
- [141] Daniel Gottesman. Stabilizer codes and quantum error correction. *arXiv preprint quant-ph/9705052*, 1997.
- [142] Christian Kraglund Andersen, Ants Remm, Stefania Lazar, Sebastian Krinner, Nathan Lacroix, Graham J Norris, Mihai Gabureac, Christopher Eichler, and Andreas Wallraff. Repeated quantum error detection in a surface code. *Nat. Phys.*, Vol. 16, No. 8, pp. 875–880, 2020.
- [143] Google Quantum AI. Exponential suppression of bit or phase errors with cyclic error correction. *Nature*, Vol. 595, No. 7867, p. 383, 2021.
- [144] Sebastian Krinner, Nathan Lacroix, Ants Remm, Agustin Di Paolo, Elie Genois, Catherine Leroux, Christoph Hellings, Stefania Lazar, Francois Swiadek, Johannes Herrmann, et al. Realizing repeated quantum error correction in a distance-three surface code. *arXiv preprint arXiv:2112.03708*, 2021.
- [145] Youwei Zhao, Yangsen Ye, He-Liang Huang, Yiming Zhang, Dachao Wu, Huijie Guan, Qingling Zhu, Zuolin Wei, Tan He, Sirui Cao, et al. Realizing an error-correcting surface code with superconducting qubits. *arXiv preprint arXiv:2112.13505*, 2021.
- [146] Johannes Heinsoo, Christian Kraglund Andersen, Ants Remm, Sebastian Krinner, Theodore Walter, Yves Salathé, Simone Gasparinetti, Jean-Claude Besse, Anton Potocnik, Andreas Wallraff, and Christopher Eichler. Rapid high-fidelity multiplexed readout of superconducting qubits. *Phys. Rev. Applied*, Vol. 10, p. 034040, Sep 2018.