

審査の結果の要旨

氏名 佐藤 悠介

佐藤悠介氏は学位論文 *Multidimensional continued fractions and Fujiki-Oka resolutions of cyclic quotient singularities* (多次元連分数と巡回商特異点に対する藤木岡特異点解消)では巡回商特異点に対して藤木岡特異点解消と呼ばれる特殊な特異点解消と多次元連分数の関係についての結果を得た。具体的には、(1) $SL(n, \mathbb{C})$ の有限巡回部分群 G による n 次元商特異点の藤木岡特異点解消のクレパント性の判定と(2) $GL(n, \mathbb{C})$ の有限巡回部分群 G による商特異点の完全既約な藤木岡特異点解消の例外因子と多次元連分数の一対一対応, 及び McKay 対応の具体例の構成である。

ここでの McKay 対応とは、もともと 2 次元 ($n=2$) のときに、商特異点の極小特異点解消の例外曲線と群 G の規約表現の対応の共役類を用いた高次元化であり、特異点解消としてはクレパント特異点解消を考え、そのオイラー数が群 G の共役類の数と一致するというものである。この高次元版の McKay 対応は 1999 年に Batyrev がクレパント特異点解消の存在を仮定すると成り立つとしたものである。そこで、本論文では、そのクレパント特異点解消が成り立つ条件について、一般次元の巡回商特異点について考察している。

一般次元の巡回商特異点の場合、トーリック幾何学を用いることができる。しかし 3 次元以上ではクレパント特異点解消が存在する場合、複数個取れる。その中で、本論文の研究では、藤木岡特異点解消が用いられている。さらに 2 次元の巡回商特異点の極小特異点解消を構成する際に用いられた Hirzebruch-Jung の連分数を足利が拡張した多次元連分数を用いる。

以下に、本論文の主結果を 3 つ述べる。

定理 1 (佐藤宏平氏との共同研究) 巡回商特異点の藤木岡特異点解消がクレパントになる必要十分条件は、藤木岡特異点解消から定まる剰余多項式のすべての係数の age が 1 になることである。

さらに、藤木岡特異点解消に対して、対応する剰余多項式が完全規約であるときに、完全規約と定義し、2 次元の巡回特異点解消において、連分数で極小特異点解消の例外曲線の字国交点数が得られる Hirzebruch-Jung の結果の一般化にあたる結果を得た：

定理 2 (佐藤悠介) n 次元の巡回商特異点の藤木岡特異点解消が完全規約と軒、剰余多項式の各係数と藤木岡特異点解消の例外因子は 1 対 1 に対応する。さらに藤木岡特異点解消は Hilbert Basis 特異点解消である。

さらに一般次元の巡回特異点解消に対する McKay 対応として、次を得ている：

定理 3 (佐藤悠介) 巡回群 $H=1/r(1, r-n+1)$ を $r=(n-1)k+1$ を満たすようにとり、群 H の生成元 $h=1/r(a, b)$ で剰余多項式が完全規約であると仮定する。このとき $G=1/r(a, b, 1, \dots, 1)$ による n 次元商特異点の藤木岡特異点解消のオイラー標数は群 G の共役類の個数 r に等しい。

なお、以上の結果は代数幾何学において、クレパント特異点解消をもつ例を示しただけでなく、古典的な Hirzebruch-Jung の結果を近年定義された多次元連分数で拡張するなど有意義な内容である。これらの結果のうち、定理 1 と定理 2 の結果がすでに出版されており、すでに専門家からも認められた結果である。また定理 3 はクレパント特異点解消の例ではないが、藤木岡特異点解消の持つ面白い性質を示すとともに、McKay 対応の一般化の可能性を示唆する結果であり、今後の研究の発展も楽しみである。

よって、論文提出者 佐藤悠介氏は、博士（数理学）の学位を受けるにふさわしい十分な資格があると認める。