

## 審査の結果の要旨

氏名：岩瀬祐介

論文題目：Essays on Matching Theory

(マッチング理論に関する研究)

提出された論文は、人材と組織をうまく結びつける制度を設計する「マッチング理論」に関する4つの研究からなる。そこでの鍵となる概念は、「安定性」と呼ばれるもので、これは、もとの人材配置のやり方（マッチング）に不満のあるもの同士が結託して、別の人材配置のやり方を実現することで得ることができない、という条件である。制度の参加者の希望と権利が尊重され、制度が安定的に存続してゆくためには、安定性を満たすことが必須である。

第1章は、医者と病院のマッチングにおいて、給与や業務内容などを契約によって指定できるいわゆる「契約付きマッチング問題」を考察している。この章は、医者最適な安定マッチングが存在する場合には、

1. 医者最適な安定マッチングが（医者に対して）パレート効率的なマッチングになっていること、
2. 医者最適な安定マッチングをもたらすメカニズムがグループ耐戦略性を持つこと、
3. 医者最適な安定マッチングをもたらすメカニズムがマスクイン単調性をもつこと、

の3つの性質が同値であることを示した。さらに、病院側の選好が代替性と総需要法則というマッチング理論でよく知られた条件を満たす場合、

4. (整合性) 医者最適安定マッチングでマッチしている者同士の一部をマッチさせ、残りの医者と（残りの定員を持つ）病院を医者最適マッチングをもたらすメカニズムにかけた場合の結果が、全体を一度に医者最適マッチングにかけたときの結果と同じになる

ことも同値となる。

これは、マッチング問題でたびたび問題となる重要な性質の間に密接な関係があることを示すものであり、この専門分野の研究において重要な発見である。同様の結果は、契約のないマッチング問題において知られていたが、安定マッチングが契約なしの場合に満たす性質は、契約を導入すると保存されないことが多いことが知られているため、契約なしの場合の結果を契約ありの場合に拡張したこの研究結果は、意義の大きいものであると言える。この章は、制度設計分野の専門誌である *Review of Economic Design* に2021年に掲載済みである。

第2章（鶴田翔也氏：東大修士課程、吉村明菜氏：ボストンカレッジ博士課程と共著）は、学校選択制度において、学校側が一部の学生について無差別である状況を分析している。学校側が生徒一人一人にプライオリティーをつけるが、同じプライオリティー（たとえば近隣地区に住んでいる）を持つ生徒が多数存在する、というのが「無差別がある」場合の典型的な場合である。このような場合は同じプライオリティーを持つ生徒にたとえばランダムに順位をつけた上で、通常のDAアルゴリズムを使用すれば、安定なマッチングを耐戦略性を満たす形で実現できる。しかしながら、学校側がプライオリティーの高い生徒を上から取ることにだけに関心があるのではなく、「生徒の組み合わせ」にも関心を持つ場合、（たとえばアフ

アーマティブアクションがあつてマイノリティとマジョリティの学生のバランスをとりたいなど)に無差別があると、上記のようなランダムなタイプブレイクをして DA を使用しても、安定なマッチングを耐戦略性を満たす形で実現することはできないことが知られている。さらに、「安定マッチングが存在するときには、つねに安定マッチングを生み出すような、耐戦略性を持つメカニズムは存在しない」ことも、先行研究から分かっている。そこで「相手が何をやっても自分にとって最適な戦略(支配戦略)がある」という、耐戦略性の強い要求を弱めて、「相手が均衡戦略をとれば自分も均衡戦略を取るのが最適である」というナッシュ均衡において、安定マッチングを生み出すメカニズムを見出そう、というのがこの章の目的である。その結果、「安定マッチングが存在するときには常に、(メカニズムデザイン理論で知られている) Yamato Mechanism が安定マッチングを implement する(メカニズムのナッシュ均衡の集合と安定マッチングの集合が一致する)」ことが示される。(Yamato メカニズムとは、生徒が「自分の選好リストと、実現したいマッチング、および二つの数」を申告し、これらの申告に基づいて一定のルールによってマッチングが生成されるものである。)これは、マッチング理論およびメカニズムデザイン(とくに implementation theory)の研究における有用な結果であり、ゲーム理論のフィールドジャーナルとしてはトップの *Games and Economic Behavior* にアクセプトされ、掲載予定である。

第3章(石田航:ロチェスター大学博士課程と共著)は、第2章と同様の安定マッチングの遂行問題を、1章のような「無差別はないが、契約があるケース」について分析したものである。既存の研究では、「安定マッチングが存在するときには常に、安定マッチングをもたらす耐戦略性を満たすメカニズムはない」ことと、「そのようなメカニズムがあるための条件」がわかっている。これに対してこの章では、「安定マッチングが存在するときには常に、安定マッチングを耐戦略性よりも弱い条件であるナッシュ均衡で implement する(メカニズムのナッシュ均衡の集合と安定マッチングの集合が一致する)メカニズムがあるか」という問題を考える。契約のない2章の状況では、Yamato Mechanism がつねにその要求を満たすが、契約が入ると、同様の結果を得るためには病院側の選好構造に一定の条件が必要となる。この章の主な貢献は、「安定マッチングが存在するときには常に、Yamato Mechanism が安定マッチングを implement する」ための、必要十分条件が明らかにされることである。

第4章(熊野太郎:横浜国立大学准教授と共著)は、制約付きマッチングの一般理論を構築することを目指す野心的な研究である。いま、いくつかの組織(たとえば病院)が人(医者)を何人か受け入れる状況を考える。様々な現実問題では、各組織が受け入れ可能な人数に何らかの制約が着くことが多い。たとえば、各病院の物理的な定員のほかに、地域全体で受け入れ可能な医師数の上限が、日本の研修医マッチングでは設けられている。こうした制約付きマッチングの理論は、実務上も理論上も重要な最先端の研究課題である。第4章では、組織間の受け入れ可能数に対する最も一般的な制約(つまり、 $x(i)$ を組織  $i$ の受け入れ人員数とすると、可能な受け入れ数の組  $(x(1), \dots, x(N))$ 全体の集合  $X$ が与えられている状況)を考える。

先行研究は、上記のような制約の下で原理的に可能なブロックを全て許すのではなく、可能なブロックに制限をつけて安定なマッチングの存在を示し、それを実現する耐戦略性を持つメカニズムを構成してきた。そこでは主に医師ひとりと病院ひとつによる“pairwise block”だけを考え、その中でも特に、「地域上限制約を加味したときの可能なブロック」の定義を与え、そうして定義された可能なブロックのみを許して安定性を定義している。しかし、「原理的に可能なブロックをすべて考慮する」という立場に立った場合、

pairwise でないブロックも考慮する必要がある。一つの例として、東京に病院 a,b が、大阪に病院 c,d があり、それぞれの病院の定員は 1、それぞれの地域で雇える医師の数の上限が 1 である場合を考えよう。医師 A が東京の病院 a に、医師 C が大阪の病院 c にマッチしている状況を考え、A が大阪に移動して d に行き、代わりに C が東京に移動して病院 b に移るといように地域またがった移動をすると、医師たちも、病院 b、d も全員得をするとしよう。この移動は地域上限を満たしているので、もとのマッチングはこれら 4 人によってブロックできると考えるのが自然である。一方、東京の病院にいる医師 A が大阪の病院 d に移りたいという pairwise のブロックの部分のみに着目した場合には、大阪の別の病院 c にいる医師 C が同時に東京に移動することを考慮しないので、大阪の地域上限 1 をオーバーしてしまい、実行不可能と判断される。したがって、pairwise block だけを考慮する既存の研究では、もともとのマッチングは、(4 人ではブロックできるものの)、pairwise block はできないという意味で安定と判断されてしまう。それに比して本章は、本来可能な (3 人以上によるブロックも含めた) ブロックをすべて考慮して真の意味での安定なマッチングの存在のための条件を明らかにするところに新規性がある。主な結果として、比較的シンプルで美しい (可能な受入数の組の集合  $X$  に関する) 幾何学的な条件が、安定マッチングの存在のための必要条件となることが示されている。今後、十分条件を発見することと、安定マッチングを実現するメカニズムの構築がなされれば、制約付きマッチングという実務上も重要な問題に大きな進展をもたらすものとなり、マッチング理論の専門家のみならず一般の経済学者にもアピールするよい研究成果となることが期待できる。

今後の研究としてもっとも期待されるものは、4 章の内容、つまり制約付きマッチングの一般理論において、安定マッチングの存在とそれをもたらす耐戦略性のあるメカニズムの存在について、必要条件のみならず、十分条件と、究極的には必要十分条件を求めることであろう。それが達成されれば、現実問題への適用の面で重要な、制約付きマッチング理論を大きく進展させることができるであろう。また、一般に研究内容がマッチング理論の高度な理論分析に関わることから、そのモチベーションと結果の意義が一般の研究者に伝わりにくいというらみがある。得られた結果は一般の研究者にもアピールする内容を含んでいるため、この点を改善することで岩瀬氏の今後の研究が経済学的に意味のある方向で大きく進展することが見込まれる。

以上のような改善と進展が求められるものの、岩瀬氏の提出論文は、マッチング理論に有意味な新たな知見を付け加えるのものであると、審査員全員一致で判断した。よって本論文は博士 (経済学) の学位請求論文として合格と認められる。

令和 4 年 2 月 7 日

審査委員 神取道宏 (主査)  
松島斉  
松井明彦  
小島武仁  
野田俊也