算数・数学の作問課題を用いた研究の動向と展望

教育内容開発コース　　吉　田　知　世

A Critical Review of Literature and Suggestions for Future Research Using the Problem-posing Task in Mathematics

Tomoyo YOSHIDA

The problem-posing task have been used as a measure of learners' understanding about the mathematical contents and as a method of instruction to promote mathematical learning. In this article, the previous studies using the problem-posing task in those two ways were reviewed and some suggestions for future research were discussed.

目　　次

1　作問とは

作問（problem-posing）とは，新しい問題の作成や，与えられた問題の再定式化および拡張を指し（Silver, 1994）[1]，作問を取り扱った教育実践が古くから国内外で多数報告されてきた。アメリカの数学教育学者であるブラウンとワルター（Brown & Walter，1983）[2] によって提唱された「What if not?（もし〜でなければ）」という指導法や，アメリカの数学者ポリア（Polya, 1957）[3] の問題と答えを振り返って新しい問題を作るという指導法は，作問に関する教育実践や研究の端緒であり，そこでは学習者を数学的問題解決の過程により広くそして深く関与させるものとして作問が推奨された。日本においても，大正から昭和にかけて清水甚吾という教師による，子どもが自分で作成した問題を解決するという「作問中心の算術教育」の実践がみられ（植田，2004）[4]，作問を取り入れた教育実践は，通常の算数・数学の授業で取り扱われる問題（文章題）解決と比べると非常に少ないものの今日の算数・数学授業においてもみられる。また近年，学習指導要領では，子どもが目的意識をもって主体的に取り組むことのできる数学的活動の重視が求められているが，解決した問題を発展的に捉え新たな問題を見いだすという数学的活動の一つのプロセスは作問と関連があり，作問を取り入れた教育実践は今後さらに多くなるのではないかと思われる。

一方，学術的研究において作問は，学習内容に関する理解の状況を評価する指標や，学習者の問題解決を促進する教授介入の方法として用いられてきた（Silver, 1994）。評価課題として作問課題を用いる研究が進展していく中で，近年では，例えば一次関数のグラフの概形が提示され，それに対応する日常的事象を想起する課題（Cai, Moyer, Wang, Hwan, Nie, & Garber, 2013）[5] のように，問題を作るということだけではなく問題事象を形成しそれを説明する課題へと広がりがみられる。本稿では，そのような課題も作問課題の一つとして取り上げる。また，教授介入の方法として作問課題を用いる研究は，その進展につれて学習者の問題解決の促進だけでなく，学習に対する動機づけなどの情意面の改善に着目した研究（Walkington & Bernacki, 2015）[6] もみられる。そこで本稿では，評価課題として作問課題を用いる研究（２章）と，教授介入の課題として作問課題を用いる研究（３章）について

概観し，それらの意義と課題について検討する。

2　評価のための作問課題

作問課題が評価の目的で用いられてきた背景には，算数・数学の授業やテストで多く扱われる問題（文章題）解決の課題では，文章中のキーワードから演算決定をするキーワード方略（Hegarty, Mayer, & Monk, 1995 [7] など）を用いることで解決が可能であり，その課題の解決の可否から学習者の数学的内容に関する理解の状況を把握することは妥当性を欠くという指摘がされてきたことがある。それに対し作問課題は，教科書での掲載は非常に少なく，授業で扱われることも問題解決の課題に比べて圧倒的に少ないため，学習者にとって作問課題は「見慣れない課題（unfamiliar problem）」（Rittle-Johnson, Siegler, & Alibali, 2001) [8] であり，その課題への回答には自らの知識の再構成を必要とする。したがって，作問課題は学習内容に関する理解の深まりを測るのにより適切であると考えられている。

本章では，学習内容に関する理解の状況を評価する指標として作問課題を用いている研究について整理する。小学生を対象とした四則演算の作問課題を用いた研究が中心であるが，近年では，中学生以上を対象として，一次方程式や一次関数などの様々な学習内容に関する理解を測る評価課題として作問課題が用いられてきている。

A　加減法の作問課題

減法には３種類の意味があり，「７羽の鳥のうち５羽が飛んでいったとき」のように数量の変化に関わる求残，「７本のくじのうち５本が当たりのときのはずれの本数」のように数量の集合に関わる求補，「７台のバスと５台のトラックではどちらがいくつ多い」のように数量の関係に関わる求差がある（金田, 2016) [9]。減法の逆演算である加法においては，それらは順番に増加，合併，求大と対応している。

加減法の文章題解決の発達的変化について検討した Rilley, Greeno, & Heller（1983) [10] では，減法の文章題の正答率は，１年生では求補や求差は求残に比べて相対的に低いこと，学年が上がるにつれて求補と求差の正答率は高まり，３年生で減法の理解が完成することが示されている。また，加法の文章題の正答率は，幼児や１年生では求大は増加や合併に比べて相対的に低いこと，学年が上がるにつれて求大の正答率は高まり，３年生で加法の理解が完成することが示されている。Rilley et al.（1983）以降，問題の言い回しによる難易度の変化を検討した研究（De Corte, Verschaffel. & De Win, 1985 [11] など）や，図の利用により文章題解決を促進する研究（Fuson & Willis, 1989 [12] など）のように文章題解決に関する研究が多く行われ，Rilley et al.（1983）で示された求補や求差，求大の文章題解決の難しさがなぜ生じるのかについてはほとんど検討されてこなかった。

そこで金田（2009) [13] は，小学１年生を対象に11月と３月の２回にわたって減法の作問課題を実施し，減法における求補や求差の文章題解決の難しさの理由について検討した。調査課題には，提示された式に対応した作問を行う自由作問と，提示された式と絵の両方に対応した作問を行う場面作問（求残作問，求補作問，求差作問）が用いられた。前者では，求残，求補，求差の３種類の作問が可能であるのに対し，後者では，式とともに絵が提示されることよって求残，求補，求差の場面が各課題で限定された。結果としては，自由作問と求残作問の正答者は求補作問や求差作問の正答者よりも多く，文章題解決に関する先行研究（Rilley et al., 1983）と同様に，求残より求補，求差が難しいことが示された。誤答の分析からは，求補作問と求差作問の両方で，絵や式との対応を無視して求残の特徴である数量の変化を記述する子どもが誤答者の半数以上存在すること，求補作問と求差作問では誤答の質が異なり，式と対応するが絵と対応していない誤答は求補作問と求差作問の両方で多いが，絵と対応するが式と対応していない誤答は求補作問よりも求差作問で多いことが示された。さらに，Kinda（2010) [14] は，小学１，３，４，６年生を対象に，減法の意味理解の発達的変化について検討したところ，求残作問，求補作問，求差作問のいずれにおいても学年が上がるにつれて正答者が概ね増加する傾向がみられるものの，高学年においても低学年と同様に求残より求補，求差が難しく，求補作問や求差作問の誤答内容として求残の特徴である数量の変化を記述している回答が多かった。また，そのような求補作問や求差作問の難しさや，求補作問や求差作問において求残の特徴である数量の変化を記述する誤答の多さは，大学生を対象とした調査（Kinda, 2013) [15] においてもみられた。

以上の減法の作問課題を用いた研究からは，求補や求差の意味理解の難しさの要因について，減法の数学的構造に関する知識は，求残の意味構造に関する知識と強く関連づけられているが，求補や求差の意味構造に関する知識との関連づけに弱さがみられることが示

された。このことから教育実践への示唆として，加減法の導入授業において増加や求残の課題を用いることは学習者が豊富な既有知識をもっているため有効であると考えられる。単元の中盤においては，加法や減法の別の場面（合併や求大，求補や求差）について学習する機会を設定したり，単元の終末においては，加減法の3種類の場面を相互に比較し，各場面がもつ意味の共通点や相違点について考える学習活動を設定したりすることによって，加減法の数学的構造に関する知識を各場面の意味構造に関する知識と関連づけ，加減法に関する知識の再構造化を促すことが有効ではないかと考えられる。

B　乗除法の作問課題

乗除法は，土台量，全体量，１あたり量の３つを関係づける演算であり，乗法は１あたり量×土台量＝全体量，等分除は全体量÷土台量＝１あたり量，包含除は全体量÷１あたり量＝土台量の演算である（藤村，1997）[16]。除法の意味理解の発達については，学校での学習以前に子どもが日常経験を通して獲得している知識のことをいうインフォーマル算数に関する研究が1980年代頃から多く行われてきた。例えば，Squire & Bryant（2002）[17]は，５～８歳の子どもを対象にして，12個の飴を４体の人形で分け合う問題事象などにおいて，飴を１あたり量でグループ化した絵を提示する条件と，飴を土台量でグループ化した絵を提示する条件の２条件を設定して個別実験を行った。その結果，後者よりも前者の条件で正答率が高かったことから，子どもにとって等分除の理解が包含除に比べて容易であること，両条件において学年が上がるにつれて正答率が高まることが示された。しかしながら，異なる課題を用いて調査を行った研究の中には，逆に等分除より包含除の方が容易であることを示す研究（Squire & Bryant, 2003[18]；山名，2004[19]）もみられ，問題解決の課題を用いた研究の中では結果の差異がみられている。

一方で，作問課題を用いて，乗除法を学習後の子どもにおける乗除法に関する意味理解の様相について検討したBell, Fischbein, & Greer（1984）[20]は，12，13歳の子どもを対象として，文章題課題と，提示された式に対応した作問を行う作問課題を実施した。文章題課題の正答率や作問課題の記述内容の分析から，乗法においては繰り返し加法，除法においては等分除が子どもの原始的な直観的モデルであり，それらは文章題解決において適切な演算を選択するプロセスに介在していることが指摘された。

Bell et al.（1984）で用いられた作問課題は式のみを提示し自由に作問させる自由作問課題であったが，藤村（1997）は，乗法と除法の自由作問課題に加えて，「18こ（りんご）÷３人」のように式に単位と名称を付記した手がかり作問課題（乗法作問，等分除作問，包含除作問）を作成，使用し，小学４～６年生における乗除法に関する意味理解の発達的変化について横断的および縦断的に検討した。除法の自由作問課題では等分除，包含除の２種類の作問が可能であるのに対し，手がかり作問課題では等分除と包含除の場面が各課題で限定された。その結果，等分除，乗法，包含除の順番に適切な作問ができるようになることが示された。すなわち，乗除法に関する意味理解は，全体量と土台量，土台量と１あたり量，全体量と１あたり量が関係づけられていき，最終的に全体量，土台量，１あたり量の３つが相互に関係づけられることが示された。また，乗法作問や等分除作問の誤答分析からは，等分除的に説明している記述が多くみられたことから，学習の初期段階においては乗除法は等分除が依拠する配分の理解が原始的な直観的モデルであることが示された。

算数授業において日常生活との関連づけを重視した指導を行う日本と，数と数の形式的関係把握を重視した指導を行う中国の間で小学生の数学的思考を比較した藤村（2004）[21]は，調査課題の一部として乗法と除法の自由作問課題を各１問実施した。除法の作問課題（整数÷整数）では，日本，中国ともに等分除の作問が７割程度と多数であり，中国では日本に比べて倍の逆思考の作問が多くみられた。乗法（整数×小数）の作問課題では，日本，中国ともに単位あたりを用いた作問が少数であり，中国では日本に比べて倍の作問が多く，日本では中国に比べて無答が多かった。中国の子どもで特徴的にみられた倍の作問には，中国の数と数の形式的関係把握を重視する指導方法が影響していると考えられた。一方，日本の子どもで単位あたりを用いた作問が特徴的にみられず仮説が支持されなかったが，その理由として日本では日常生活との関連づけを重視した指導を行っているものの，その効果が分離量のレベルの理解にとどまっていることが推察された。

以上の乗除法の作問課題を用いた研究からは，乗除法の学習初期の学習者において，日常経験を通して獲得している「等しく分ける」という等分除が依拠する配分に関する知識が，乗除法に関する数学的構造に関する知識と強く関連づけられていることが示された。また，作問課題に対する記述内容についての国際比較からは，作問課題の内容には当該学習内容に関する指

導方法が影響していることが示され，学習者の意味理解を測る評価課題としての作問課題の有用性が実証的に示されたといえる。

C　四則演算の使い分けを要する作問課題

前節までで取り上げてきた研究では，加減法に関する意味理解と乗除法に関する意味理解は別々に検討されているが，作問課題において加法と除法の演算子を適切に使い分けられるか検討した研究にBassok, Chase & Martin（1998）[22]がある。Bassok et al.（1998）は，大学生を対象として，提示された単語のペアと対応した加法または除法の作問を行う作問課題を実施した。単語のペアには，チューリップとスイセンのように同じ階層のものと，チューリップと花瓶のように異なる階層のものが用意された。同じ階層の単語のペアが提示された場合には加法の問題，異なる階層の単語のペアが提示された場合には除法の問題が多く作成されたことから，日常経験を通して獲得している意味構造に関する知識と，演算子の数学的構造に関する知識は関連づけられており，それらの知識を適用することで文章題解決において適切な演算子を選択したり，提示された条件に対応した作問を行っている可能性が指摘された。

D　その他の算数・数学の内容に関する作問課題

ここまで四則演算の作問課題を用いた研究を取り上げてきたが，作問をはじめとした作問課題は，四則演算以外の算数・数学の単元や内容についての意味理解の様相を検討する目的でも用いられてきている。本節では，割合（石田・多鹿，1991）[23]，連立一次方程式と一次関数（Cai et al.，2013），図形や確率（Van Harpen & Presmeg，2013）[24]に関する作問課題を用いた研究の３つを取り上げる。

割合は，比較量÷基準量=割合の第一用法，基準量×割合=比較量の第二用法，比較量÷割合=基準量の第三用法の３つの演算から成り，多くの子どもにとって第三用法に関する文章題解決が難しいことが指摘されてきた。そこで石田・多鹿（1991）は，小学5年生を対象として，文章題課題と，提示された数値と言葉（例えば，用いる言葉「たけし君」「600m^{2}の畑」「2/5」「きゅうりの苗」，求めるもの「きゅうりの苗の広さ」）と対応した割合の文章題を作成する手がかり作問課題（第二用法作問課題，第三用法作問課題）を実施し，文章題解決と作問の関連について検討した。文章題解決の上位群と下位群の間で作問課題の正答数や誤答内容を比較したところ，上位群は下位群よりも正答数が多く，下位群では上位群に比べて，例えば「そのうち2/5にきゅうりの苗を植えています」のように要素間の数値の関係性を示す関係文の構成の誤りが多くみられた。

中学校のカリキュラム評価を行った研究（Cai et al.，2013）では，提示された連立一次方程式と対応した作問を行う作問課題（方程式課題）と，提示された一次関数のグラフ（傾きと切片がともに正）を満たす日常的事象を想起する作問課題（グラフ課題）が用いられた。方程式課題では２つの一次方程式を立式するために十分な情報が記述されているか，グラフ課題では傾きと切片に関わる情報が記述されているかという基準で生徒の記述を評価したところ，グラフ課題より方程式課題で無答率は相対的に高く，方程式課題では１つの方程式しか立式することができない情報不足の記述が多かった。この結果からは，２つの方程式が同時に成り立つときという方程式を連立させることに関する意味理解の難しさが示されていると考えられる。

国が定めるカリキュラムにおいてともに作問が重視されているアメリカと中国２都市（膠州，上海）の間で高校生の数学的思考を比較したVan Harpen & Presmeg（2013）は，代数や確率などの数学的な内容に関する知識を広く問う知識課題と，作問課題の２種類を実施した。作問課題には，「10 人の女の子と10人の男の子が列に並んでいます。」のように問題事象の一部が提示されて作問を行う課題（作問課題①），⑵円が内接する三角形の図が提示されて作問を行う課題（作問課題②）などが用いられた。作問課題すべてで可能な限り多くの作問を行うことが教示されており，作問課題は，作成された問題の中での解決可能な問題の割合（流暢性）や作成された問題の種類の数（柔軟性）などの観点で評価された。その結果，知識課題の得点はアメリカや上海よりも膠州で高かったが，評価課題の流暢性や柔軟性という観点ではアメリカ，膠州，上海の間で差はみられず，知識課題と作問課題に対する成績の間の関連性は全体的に小さかった。しかし，作問のカテゴリーを比較すると，代数や順列，組み合わせ，確率など多様な数学的な内容と関連づけて作問することが可能な作問課題①において，確率に関する作問はアメリカや上海よりも膠州で多くみられ，指導順序の違いが作問課題の記述内容に影響していることが指摘された。また，図形に関する作問課題②において，補助線を必要とする複雑な作問はアメリカに比べて膠州や上海で多くみられ，指導内容の違いが作問課題の記述内容に影響していることが指摘された。

E　評価のための作問課題の意義と課題

算数・数学の授業やテストなどで一般的に用いられる問題解決の課題においては，提示された問題文からキーワード方略（Hegarty et al., 1995など）や単語の意味構造に関する知識（Bassok et al., 1998）を利用して，数量関係を把握することが求められるのに対し，作問課題においては，提示された式や言葉から数量関係を自ら構成することが求められる。したがって，作問課題に対する記述内容のカテゴリー分析からは，学習者の知識同士がどのように関連づけられているかを評価することが可能であり，そのことが評価のための作問課題の大きな意義の一つであると考えられる。本稿で取り上げた先行研究の知見を整理すると，加減法の学習においては部分と全体の関係（金田，2009），乗除法の学習においては全体量や土台量と１あたり量の関係（Bell et al. 1984; 藤村, 1997），割合の学習においては割合と比較量の関係（石田・多鹿，1991）といった知識の関連づけ，すなわち意味を伴った数量関係に関する理解が多くの学習者にとって困難であり，それを促進するような教授介入が必要であることが示唆されている。意味を伴った数量関係の理解を促すためには，それぞれの学習内容においてすでに関連づけられた知識をベースとしながら学習を行うことが有効なのではないかと考えられるものの，具体的な教授介入の効果を検討する実証的研究が今後必要であるだろう。

作問課題の内容や提示方法は研究によって異なり，それぞれの作問課題によって評価されるものも異なる。式のみが提示される自由作問課題（金田，2009；Bell et al., 1984; 藤村，1997; Cai et al., 2013）や，グラフの概形のみが提示される日常的事象想起課題（Cai et al.，2013），問題事象の一部のみが提示される作問課題（Van Harpen & Presmeg，2013）のように制約が小さい作問課題においては，多様な知識の中でどのような知識の関連づけが強いかを評価できる点が，評価のための作問課題のもう一つの意義であると考えられる。他方で，それらの作問課題への記述内容には，当該内容に関する学習経験が大きな影響を及ぼす（金田，2009; Van Harpen & Presmeg, 2013）。そのため，当該内容に関する学習の直後に制約が小さい作問課題を実施する場合には，前述のような知識の関連づけの様相ではなく，直前の学習経験の影響をみているかもしれない。したがって，制約の小さい作問課題は当該内容の学習からある程度時間が経過した時期に実施するか，直前の授業では扱っていない問題事象に関する語句を提示して作問を行う手がかり作問課題を実施するなど，作問課題の実施時期や内容の工夫が必要であると考えられる。

評価のための作問課題における今後の課題については，金田（2016）が指摘しているように，将来，作問課題の教科書の掲載数や算数・数学授業で用いられる回数が今より多くなり，作問課題に関する経験の頻度が高まった場合には，作問課題における評価としての役割が終わり，別の課題の開発が必要になる。実際に，近年では，児童がタブレット上で加減法や乗除法の作問課題に個別に取り組み，作成した問題が正しいかどうかを自動で評価するソフトウェアの開発と実践を試みる研究（平嶋, 2019など）[25]もみられる。

3　教授介入のための作問課題

前章で述べたように，作問課題の回答には，知識が相互に関連づけられていることが求められるが，作問課題への取り組みによる知識の関連づけのプロセスに注目し，教授介入において作問課題を用いる研究もみられる。本章では，学習者の問題解決を促進するために知識の教授後や知識の教授前に作問課題を用いた教授介入研究や，学習に対する動機づけという情動の側面に対する作問課題の効果を検討した教授介入研究について整理する。

A　知識の転移の促進のための作問課題

新しい問題に直面したとき，既知の事例の中からその問題に類似したものを検索し，基底となる事象の心的表象（ベース）を，新たな問題（ターゲット）に知識を転移させることで類推的問題解決を行うことが可能である。しかしながら実際には，多くの学習者にとってそのような知識の転移は容易ではなく，どのような介入が類推的問題解決を促進するかについて研究が多く行われてきた。従来では，心理学の類推研究で広く用いられている収束的類推課題（詳しくは後述する）を使用して，課題や指示の工夫のよる効果を検討した研究（例えば，Catrambone & Holyoak, 1989）[26]が多かったが，近年では，教科の学習に焦点を当てて，類題作成という学習者自身の主体的な学びによる効果を検討した研究（Bernardo, 2001[27]；荷方・島田，2005[28]）もみられ，本節ではそのような研究を二つ取り上げる。類推的問題解決と類題作成の認知プロセスの違いについては，類推的問題解決は，学習者が二つ以上の類似した問題間の類似性（抽象的な問題要素）をマッピングするのに対し，類題作成は，学習者が元

の問題から類似した問題要素（抽象的な問題要素）を学習者自身の既有知識が豊かな事象へとマッピングし具体化することによって新しい問題を作成する。

Bernardo（2001）は，数学の確率分野について未習の14〜17歳の中高生を対象にして，４種類の基本的な確率の問題（２つの事象A，Bが［独立／排反］であるとき，［A，Bが同時に起こる確率／AまたはBが起こる確率］）に関する類題作成が類推的問題解決に及ぼす効果について３つの実験を行った。類題作成群と統制群の両方で，４種類の問題（ベース問題）とそれらの解説，類推的問題解決で利用可能な抽象化された知識が書かれた課題冊子を読むよう求められ，類題作成群ではさらに，それぞれの問題に対して類題を作成するよう求められた。その結果，統制群に比べて類題作成群で，さらに類題作成群の中では適切な類題を作成できなかった者に比べて作成できた者で特にターゲット問題での類推的問題解決が促進されることが示された（実験１）。その要因として，類題作成がベース問題と自身の類題との間で共通している構造的特徴の探究を促し（実験２），それを通じて精緻化された構造的特徴に関する知識をターゲット問題の類推的問題解決において自発的に利用することを促すこと（実験３）が示された。

Bernardo（2001）では，類推的で利用可能な抽象された知識が課題冊子で教示されるため，その教示された抽象的な知識を別の事象にマッピングし具体化することによって類題を作成することが可能であったが，荷方・島田（2005）は，抽象的な知識を教示せず，各問題事象に固有の具体的な知識のみを教示する状況において，類題作成が類推的問題解決に与える効果について，短大生，大学生，大学院生を対象に検討した。実験１では，心理学の類推研究で広く用いられている収束的類推課題が使用された。収束的類推課題の一つである放射線課題（Duncker, 1945）[29]は，「強い放射線を照射して悪性腫瘍を破壊したいが，強い強度では健常な組織も破壊してしまう。健常な組織を破壊せずに腫瘍を破壊するためにはどうすればよいか。」という課題であり，この課題に対する正解は「弱い放射線を複数の方向から腫瘍に照射する」である（これは一般に「収束解」とよばれる）。収束的類推課題には，放射線課題以外に軍隊課題（Gick & Holyoak, 1983）[30]や電球課題（Holyoak & Koh, 1987）[31]など，問題事象は異なるが同様の収束解をもつ同型の課題が複数存在する。実験計画としては，類題作成群と統制群の両方で，軍隊課題（ベース問題）とその解説が書かれた課題冊子を読むよう求められ，類題作成群ではさらに，水を使用して火を消す状況をモチーフとして軍隊問題の類題を作成するよう求められた。その結果，統制群に比べて類題作成群では，電球課題（ターゲット問題）に対する類推的問題解決が促進された。実験２では，２量の和が問題文で提示された量よりも小さくなるという一次不等式が立式できる同型な数学の文章題を用いて，類題作成の効果についての一般化可能性が検証されるとともに，類題表示群を新たに設定することで，類題作成群で類推的問題解決が促進される要因として，単に二つの問題を見ることの効果よりも類題作成という学習者の主体的な行為の効果が大きいかどうかが検討された。ベース問題の１問目は３群共通で食塩水問題であり，２問目として，類題表示群では速さ課題が提示されたのに対し，類題作成群では道のり，速さ，時間を用いて食塩水課題の類題を作成するよう求められた。その結果，統制群に比べて類題作成群ではくじ引き課題（ターゲット問題）に対する類推的問題解決が促進されたことから，類題作成の効果が一定程度の領域普遍性をもちうることが示唆された。また，類題表示群に比べて類題作成群では類推的問題解決が促進されたこと，類題作成群において適切な類題が作成した者とそうでない者との間で類推作成の効果に差がみられたことから，類題作成という主体的な行為を通して，後の類推的問題解決で利用可能な知識へと自らの知識を精緻化させることが重要である可能性が示された。

Bernardo（2001）では，類推的問題解決で利用可能な抽象化された知識と，ベース問題の解決で利用される具体的な知識が教示された後の類題作成の効果，荷方・島田（2005）では，類推的問題解決で利用可能な抽象化された知識は教示されないが，ベース問題の解決で利用される具体的な知識が教示された後の類題作成の効果が検討されており，いずれの研究も知識の教示後における類題作成の効果を検討している。一方で，知識の教示前において学習者が自身の既有知識を用いて作問を行うことの効果を検討している研究（Kapur, 2015）[32]もあり，これについては次節で取り上げる。

B　知識の教授前における探索的活動のための作問課題

一般的な授業では，まず授業者が知識を教示し，その後に学習者がその知識を利用して解決できる課題に取り組むことで知識の定着を図るという順序で構成されてきた。しかしながら，そのような授業構成では知識の転移は生じにくいことが多く指摘されており，そ

の問題を克服するためにBernard（2001）や荷方・島田（2005）では，教示された知識の再構造化を促す類題作成を学習過程に取り入れ，その効果を実証的に明らかにした。一方，学習科学では知識の教示の後に知識の利用や再構造化をするという従来型の授業の構成自体を変え，知識の教示の前に，学習者が自らの既有知識を用いて課題に取り組むこと（探索的活動）で多様な既有知識を活性化させることで，後の知識の教示場面における知識の構造化を促すことが提案され，その効果が実証的に検討されてきた。例えば，Schwartz, Chase, Oppezzo, & Chin（2011）[33]では，比率について未習の中学２年生を対象として，バスの乗車人数や広さ，混み具合の異なる対照的な事例（絵）にもとづいて，混み具合を表す指標についてペアで検討した後に，比率の計算手続きや概念についての知識を教示すること（「対照的事例を用いて探究させる（invent-with-contrasting-cases）群」）が，最初に計算手続きや概念について教授された後に，適用問題で練習すること（「公式を教えて練習させる（tell-and-practice）群」）よりも，比率の概念に関する意味理解の深化を促進するか検討した。その結果，教示された計算手続きを単に適用することで解決できる課題については両群で差はなかったが，「対照的事例を用いて探究させる群」では「公式を教えて練習させる群」よりも学習課題とは異なる問題事象についての課題（異なる材質のトランポリンが二つあり，トランポリンに乗っている人数とトランポリンの沈み具合からどのトランポリンがより硬いかを判断する課題）の正答者が多かったことから，探索的活動が概念的理解の深化を促進することが示された。また，そのような探索的活動の効果は学習到達度の高い子どもと低い子どもの両方で示された。探索的活動が概念的理解を促進するメカニズムとしては，①問題解決から始めることは，知識の教示から始めるのに比べて，学習者が理解を深めたい数学的概念に関連するより広範な既有知識を活性化させ，②①で広範な既有知識が活性化されるほど，学習者は，知識の教示前に既有知識を用いた回答と，新たな知識の教示後の正しい回答を対比することで，数学的概念の重要な特徴を把握しやすくなることが想定されている。

そこでKapur（2015）は，標準偏差について未習の９年生を対象として，標準偏差の意味や計算方法の知識の教授前に，学習者が個別に取り組む準備活動の違い（問題解決，問題生成）が，知識の教授後における標準偏差に関する手続き的知識，概念的知識，他の問題事象の解決への転移に及ぼす効果について二つの実験（研究１，２）により検討した。研究１における準備活動の課題は，問題解決群では，サッカーのトップ選手二人の11試合のゴール数が書かれた表が提示された上で，「二人のうちゴール数がより安定した選手に賞が与えられる。より安定した選手を決定するために，できるだけ多くの一貫性の尺度を作りなさい。」であったのに対し，問題生成+解決群では，問題解決群と同じ表が提示された上で，「表に示されている情報から回答することができる数学の問題をできるだけ多く作り，自分で作った問題を解きなさい。」であった。研究２では問題生成単独の効果を検討するために，問題解決群と，（問題を作るのみでその問題の解決はしない）問題生成群が比較された。準備活動の課題の分析からは，問題解決群では，合計や平均，最大値，最小値，範囲などの標準偏差と関連性の高い数学的知識が活性化されるのに対し，問題生成+解決群（研究１）や問題生成群（研究２）では，標準偏差と関連性の高い数学的知識だけでなく，比率や最小公倍数などのその他の知識を含めた，より広範な既有知識が活性化されることが示された。事後課題の分析からは次の３点が示された。第一に，手続き的知識では群間に有意な差がなかった（研究１，２）。第二に，概念的知識では問題解決群と問題生成+解決群の間には有意な差がなかったが（研究１），問題解決群と問題生成群の間に有意な差がみられ，問題生成群に比べて問題解決群が高かった（研究２）。第三に，転移では問題解決群に比べて問題生成＋解決群（研究１）と問題生成群（研究２）が有意に高かった。準備活動の課題と事後課題との関連の分析からは，問題解決群の解決数は概念的知識と高い相関があること，問題生成+解決群の生成数は転移と強い相関があったが，問題生成群の生成数と転移との相関は弱いことが示された。以上の結果から，問題解決は理解を深めたい数学的概念に関連する既有知識のみを限定的に活性化させることで概念的知識の獲得を促す一方で，問題生成は数学的概念に関連する既有知識だけでなく関連性の低いものも含めたより広範な既有知識を活性化させることで，事後課題において多様な知識を用いながら柔軟に思考し，数学的概念に関する知識の転移を促すことが示唆された。

C　算数・数学の学習に関する情意面の向上のための作問課題

数学の使用に対する自信や有用性の認識が低下していること（McCoy, 2005[34] など）が指摘されているが，

指導の個別化に関する研究（Walkington, 2014[35] など）では，学習者の既有知識や興味に合わせた学習課題を用いることで，学習に対する動機づけを高めること，個別化された課題が最も効果的であるのは，課題の内容と学習者の興味との関連が深い場合であることが示された。

しかしながら，実際の授業において一人ひとりの学習者の興味に応じて個別に課題を作成し提示することは不可能であり，指導の個別化に関する研究知見をそのまま教育実践に応用することは容易ではない。そこでWalkington & Bernacki（2015）は，指導の個別化に関する研究と作問に関する研究の知見を統合し，学習者自身の興味に関連した問題解決や問題生成が，一次関数に関する問題解決と数学の学習への関心に及ぼす効果について６～10年生を対象とした個別実験により検討した。まず，事前の質問紙調査により調べた被験者一人ひとりの興味に基づいて選択された二つの問題事象について，一次関数の式（y=ax，y=ax+b（b≠0））を立て（小問１），与えられたxの値からyの値を求める（小問２）問題解決の課題に取り組んだ。その後，それと同型の関数関係（y=ax+b（b≠0））をもつ日常的事象を自由に想起し，２変数間の関数関係を問い（小問１），与えられたxの値からyの値を求める（小問２）問題を作成する作問課題に取り組んだ。事前と事後の質問紙の分析から，学習者自身の興味に関連した問題解決や問題生成の経験を通して数学の実用性への認識が高まることが示された。また，調査課題への取り組みの分析から，自分が想起した事象における独立変数と従属変数の判断と，変数を含む問題の生成が困難であることが示された。

D　教授介入のための作問課題の意義と課題

前章では，評価課題として作問課題を用いた研究から，意味を伴った数量関係の理解に課題がみられることを指摘したが，Schwartz et al.（2011）はそれを促す教授介入に関する研究の一つであると考えられる。知識の教示前の作問課題を用いた探索的活動は，Kapur（2015）のデータの分析の単元以外の学習においても応用することが可能であるか検討する必要があると考えられる。他の学習内容においては学習者のもつ既有知識が少ないため，最初に問題解決型の課題による探索的活動を設定したり，最小限の知識の教示を行ったりする必要があるのではないかと思われる。

また，Walkington & Bernacki（2015）は個別インタビュー研究であったため，作問の支援を個別に行うことが可能であり，それによって問題解決や情意面への効果が大きかった可能性が考えられる。作問をしてそれを自分で解決するという一連の学習活動を実際の教育実践に応用する場合には，学習者が自力で作問できることが前提条件として必要であり，それを実現するために作問の手がかりの効果的な提示の工夫について検討する必要があると同時に，統制群を設けた実証的な研究により作問が学習者の情意面に及ぼす効果についてさらに検討する必要があるだろう。

引用文献

１）Silver. 1994. “On mathematical problem posing.” *For the learning of mathematics* 14(1): 19-28.

２）Brown, S. I., & Walter, M. I. 1983. *The art of problem posing*. Philadelphia, PA: Franklin Institute Press.

３）Polya, G. 1957. *How to solve it* (2nd ed.). New York: Doubleday.

４）植田敦三　2000.「大正初期の清水甚吾の算術教育に関する一考察―「作問」の捉え方を中心にして」『広島大学教育学部紀要 第一部 教育学』49，105-112.

５）Cai, J., Moyer, J. C., Wang, N., Hwang, S., Nie, B., & Garber, T. 2013. “Mathematical problem posing as a measure of curricular effect on students’ learning.” *Educational Studies in Mathematics* 83(1): 57-69. https://doi.org/10.1007/s10649-012-9429-3

６）Walkington, C., & Bernacki, M. 2015. “Students authoring personalized “algebra stories”: Problem-posing in the context of out-of-school interests.” *The Journal of Mathematical Behavior* 40: 171-191. https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2015.08.001

７）Hegarty, M., Mayer, R. E., & Monk, C. A. 1995. “Comprehension of arithmetic word problems: A comparison of successful and unsuccessful problem solvers.” *Journal of Educational Psychology* 87(1): 18-32. https://doi.org/10.1037/0022-0663.87.1.18

８）Rittle-Johnson, B., Siegler, R. S., & Alibali, M. W. 2001. “Developing conceptual understanding and procedural skill in mathematics: An iterative process.” *Journal of Educational Psychology* 93(2): 346-362. https://doi.org/10.1037/0022-0663.93.2.346

９）金田茂裕　2016.『数の物語表現と知識』ナカニシヤ出版.

10）Riley, M. S., Greeno, J. G., & Heller, J. I. 1983. “Development of children’s problem-solving ability in arithmetic.” In H. P. Ginsburg (Ed.), *The development of mathematical thinking* (pp.153-196). New York: Academic Press.

11）De Corte, E., Verschaffel, L., & De Win, L. 1985. “Influence of rewording verbal problems on children’s problem representations and solutions.” *Journal of Educational Psychology* 77: 460-470. https://doi.org/10.1037/0022-0663.77.4.460

12）Fuson, K. C. & Willis, G. B. 1989. “Second graders’ use of schematic drawings in solving addition and substraction word problems.” *Journal of Educational Psychology* 81: 514-520. https://doi.org/10.1037/0022-0663.81.4.514

13）金田茂裕　2009.「作問課題による小学１年生の減法場面理解の

検討」『教育心理学研究』57(2): 212-222. https://doi.org/10.5926/jjep.57.212

14) Kinda, S. 2010. "Assessment of subtraction scene understanding using a story - generation task." *Educational Psychology* 30(4): 449-464. https://doi.org/10.1080/01443411003689942

15) Kinda, S. 2013. "Generating scenarios of addition and subtraction: A study of Japanese university students." *The Journal of Mathematical Behavior* 32(2): 243-250. https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2013.02.009

16) 藤村宣之　1997.『児童の数学的概念の理解に関する発達的研究』風間書房.

17) Squire, S. & Bryant, P. 2002. "From sharing to dividing: Young children's understanding of division." *Developmental Science* 5: 452-266.

18) Squire, S. & Bryant, P. 2003. "Children's models of division." *Cognitive Development* 18: 355-376. https://doi-org.utokyo.idm.oclc.org/10.1016/S0885-2014(03)00039-X

19) 山名裕子　2002.「幼児における均等配分方略の発達的変化」『教育心理学研究』50(4): 446-455. https://doi.org/10.5926/jjep1953.50.4_446

20) Bell, A., Fischbein, E., & Greer, B. 1984. "Choice of operation in verbal arithmetic problems: The effects of number size, problem structure and context." *Educational Studies in Mathematics* 15(2): 129-147. https://doi.org/10.1007/BF00305893

21) 藤村宣之　2004.「児童の数学的思考に関する日中比較研究」『教育心理学研究』52(4): 370-381. https://doi.org/10.5926/jjep1953.52.4_370

22) Bassok, M., Chase, V. M., & Martin, S. A. 1998. "Adding Apples and Oranges: Alignment of Semantic and Formal Knowledge." *Cognitive Psychology* 35(2): 99-134. https://doi.org/10.1006/cogp.1998.0675

23) 石田淳一・多鹿秀継　1991.「子どもの算数文章題の生成と理解に関する研究ii」『日本教科教育学会誌』15(1): 1-6. https://doi.org/10.18993/jcrdajp.15.1_1

24) Van Harpen, X. Y., & Sriraman, B. 2013. "Creativity and mathematical problem posing: An analysis of high school students' mathematical problem posing in China and the USA." *Educational Studies in Mathematics* 82(2): 201-221. https://doi.org/10.1007/s10649-012-9419-5

25) 平嶋宗　2019.「作問学習に対する知的支援の試みと実践―組立としての作問および診断・フィードバック機能の実現―」『科学教育研究』43(2): 61-73. https://doi.org/10.14935/jssej.43.61

26) Catrambone, R., & Holyoak, K. J. 1989. "Overcoming contextual limitations on problem-solving transfer." *Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory, and Cognition* 15: 1147-1156. https://doi.org/10.1037/0278-7393.15.6.1147

27) Bernardo, A. B. I. 2001. "Analogical Problem Construction and Transfer in Mathematical Problem Solving". *Educational Psychology* 21(2), 137-150. https://doi.org/10.1080/01443410020043841

28) 荷方邦夫・島田英昭　2005.「類題作成経験が類推的問題解決に与える効果」『教育心理学研究』53(3): 381-392. https://doi.org/10.5926/jjep1953.53.3_381

29) Duncker, K., & Lees, L. S. 1945. "On problem-solving." *Psychological Monographs* 58(5): i-113. https://doi.org/10.1037/h0093599

30) Gick, M. L., & Holyoak, K. J. 1983. "Schema induction and analogical transfer." *Cognitive Psychology* 15(1): 1-38. https://doi.org/10.1016/0010-0285 (83) 90002-6

31) Holyoak, K. J., & Koh, K. 1987. "Surface and structural similarity in analogical transfer." *Memory & Cognition,* 15(4): 332-340. https://doi.org/10.3758/BF03197035

32) Kapur, M. 2015. "The preparatory effects of problem solving versus problem posing on learning from instruction." *Learning and Instruction* 39: 23-31. https://doi.org/10.1016/j.learninstruc.2015.05.004

33) Schwartz, D. L., Chase, C. C., Oppezzo, M. A., & Chin, D. B. 2011. "Practicing versus inventing with contrasting cases: The effects of telling first on learning and transfer." *Journal of Educational Psychology* 103(4), 759-775. https://doi.org/10.1037/a0025140

34) McCoy, L. P. 2005. "Effect of demographic and personal variables on achievement in eighth-grade algebra." *Journal of Educational Research* 98(3): 131-135. https://doi.org/10.3200/JOER.98.3.131-135

35) Walkington, C., & Bernacki, M. 2014. "Motivating students by "personalizing" learning around individual interests: A consideration of theory, design, andimplementation issues." In S Karabenick, & T. Urdan (Eds.), *Advances in Motivation and Achievement* (vol. 18) (pp. 139-176). Emerald Group Publishing.

（指導教員　藤村宣之教授）