

# 審査の結果の要旨

氏名 楊 泓 (ヤン ホン)

本論文は、整数スピンを持つ粒子の系にあらわれる、対称性に保護されたトポロジカル相 (SPT 相) を論じたもので、以下の6章からなる。

第1章では、序論として量子相の分類についてレビューし、SPT 相の概念を導入している。近年、対称性の自発的破れあるいは局所的な秩序パラメータを伴わないが非自明な「トポロジカル相」の存在が認識され、重要なテーマとなっている。SPT 相は、対称性の存在下では自明な相と相転移を隔てて区別される、トポロジカル相の一種である。第2章では、1次元系におけるボース粒子系の SPT 相について、より詳細なレビューを行っている。SPT 相は励起ギャップを持つ量子相の一種であるが、1次元系では、励起ギャップを持つ基底状態は一般に行列積状態(MPS)で表すことができる。MPS の最も簡単な例の一つである Affleck-Kennedy-Lieb-Tasaki (AKLT)状態は SPT 相の典型的な例であるハルデンギャップ相に属する。この AKLT 状態が非局所的な秩序パラメータで特徴づけられる隠れた秩序を持ち、これは非局所的な Kennedy-Tasaki (KT)変換によって通常の強磁性秩序に対応すること、など 1990 年代の研究もレビューされている。さらに、SPT 相は、MPS 状態において対称変換の分数化による射影表現の出現によって特徴づけられることなど、現代的な SPT 相の理解についてもまとめられている。第3章では、高次元のボース粒子系の SPT 相のレビューを行っている。 $(d+1)$ 次元の SPT 相は、しばしばその  $d$ 次元の境界にあらわれる非自明な端状態で特徴づけられる。SPT 相の安定性は、 $d$ 次元の端状態に対して自明な状態を排除する Lieb-Schultz-Mattis (LSM)定理に対応している。

第4章と第5章が独自の研究成果を含む本論文の中心部分である。第4章では、スピン1を持つ遍歴ボース粒子系で SPT 相を持つ模型を具体的に構成している。スピン1を持つ粒子系で軌道運動が完全に凍結される場合、スピン1の量子スピン系として記述でき、ハルデンギャップ相などの SPT 相の例が知られている。しかし、粒子の軌道運動を許した系における SPT 相の存在は明確に示されていなかった。本論文では、1粒子の分散関係において最低エネルギーバンドが平坦バンドとなる模型を考え、スピン1の AKLT 状態を埋め込んだ量子状態が適当な相互作用のもとで厳密な基底状態であることを証明した。この状態は AKLT 状態の特徴を引き継ぎ、SPT 相に属する。先行研究として、SPT 相であるハルデンギャップ相を持つスピン 1/2 梯子系では、スピン 1/2 を持つ粒子の遍歴を許すと SPT 相が安定に存在しないことが知られている。しかし、本論文で扱うスピン1粒子の遍歴模型はこれと異なり、SPT 相が安定に存在することが指摘されている。さらに、本論文で提案された模型は近距離相互作用のみを持つ粒子系の低エネルギー極限に相当し、冷却原子系において実験的に実現できる可能性が述べられている。

第5章では、KT 変換に対して自己双対なスピン1量子スピン鎖を提案し、その量子相を論じている。ハルデンギャップ相に関連して、双1次・双2次最近接交換相互作用を

持つスピン 1 量子スピン鎖 (BLBQ 模型) が長年研究されてきた。本論文では、BLBQ 模型のハミルトニアンと、その KT 変換で得られる双対ハミルトニアンの和を考えている。このとき、両者の係数の差に対応するパラメータ  $\lambda$  と、相互作用の異方性パラメータ  $\Delta$  を導入し、2 次元パラメータ空間  $(\lambda, \Delta)$  上での基底状態相図を解明した。KT 変換は  $\lambda$  の符号を反転させるので、模型は  $\lambda=0$  の線上で自己双対となる。解析的および数値的な手法を組み合わせ、 $\lambda$  が正の領域に対称性の自発的破れに伴う通常のイジング普遍クラスの量子臨界線が存在し、その双対として、 $\lambda$  が負の領域に SPT 相の出現に伴う新奇的な「SPT イジング型」の量子臨界線が現れることを示している。また、 $\lambda=0$  の自己双対線はガウス型の量子臨界線となる。これら 3 つの量子臨界線は相図上の 1 点で交わり、非相対論的な量子多重臨界点になることが示されている。

第 6 章では全体のまとめが行われている。

以上のように、本論文で報告された SPT 相に関連する 2 つの研究成果は量子多体系の理論研究として興味深い。本論文の主張は厳密な証明、あるいは解析的な計算と数値計算の組み合わせに基づいた、信頼性の高いものである。なお、本論文は桂法称氏らとの共同研究に基づいているが、論文提出者本人の寄与は主体的で十分であると判断する。また、論文の内容と形式は東京大学大学院理学系研究科における博士論文に関する指針に則っていることを確認した。したがって、博士 (理学) の学位を授与できると認める。