

博士論文

複合材ファンブレードの
異物衝突による周縁部破壊の抑制

Suppression of Peripheral Edge Fracture of
Composite Fan Blades due to
Impact of Foreign Object Collision

東京大学大学院 工学系研究科 航空宇宙工学専攻

梶原 翔

学籍番号 : 37-207051

指導教員

青木 隆平 教授

目次

第1章	序論	1
1.1	航空機エンジン用複合材ファンブレードの需要	1
1.2	ファンブレードの使用環境と従来の対策	1
1.3	バードストライクに関する先行研究	5
1.4	本研究の目的・構成	7
第2章	複合材ファンブレードの異物衝突数値解析法	9
2.1	数値解析モデルの定義	9
2.2	基礎理論式	11
2.2.1	古典積層理論	11
2.2.2	平衡方程式	16
2.2.3	Hamilton's principle	17
2.2.4	Rayleigh-Ritz 法	20
2.2.5	運動方程式	23
2.3	解析手法	26
2.3.1	固有振動解析手法	26
2.3.2	過渡応答解析手法	27
2.4	有限要素解析	28
2.5	バードストライクシミュレーション	30
2.6	第2章のまとめ	33
第3章	固有振動解析・過渡応答解析結果	34
3.1	回転遠心力の影響	34
3.1.1	無回転時の場合	34
3.1.2	回転時の場合	71
3.2	衝撃箇所の影響	93
3.3	アスペクト比の影響	98
3.4	第3章のまとめ	105
第4章	剛性分布による伝播ひずみ低減効果	106
4.1	コンプライアントチップ・金属シースの影響	106
4.2	積層構成の影響	111
4.2.1	全体の積層構成の変化による影響	111
4.2.2	部分的な積層構成の変化による影響	119
4.2.3	バードストライクシミュレーションによる低減効果検証	130
4.3	第4章のまとめ	137

第 5 章	衝撃荷重によるファンブレード先端層間き裂進展	138
5.1	初期き裂を含むファンブレード先端モデル	138
5.2	動解析および静解析でのエネルギー解法率	141
5.3	バードストライク衝撃波によるエネルギー解法率	142
5.4	第 5 章のまとめ	146
第 6 章	結論	147
Appendix A	固有振動モード関数の導出	149
A.1	片持ち梁の面外振動モード	149
A.2	両端自由梁の面外振動モード	150
A.3	面外振動モード関数の簡易化	151
A.4	面内振動モード関数	152
Appendix B	数値解析モデルにおける数学的処理と仮定	154
B.1	変分の順序交換	154
B.2	回転時の面内応力	155
B.3	定常状態と振動状態のモード関数	156
Appendix C	Abaqus を用いたバードストライクモデル	158
C.1	状態方程式	158
C.2	Abaqus を使用したバードストライクシミュレーション	160
参考文献		165
謝辞		168

Figure List

Fig. 1.1 GE composite fan blade [1] (left) and Rolls Royce composite fan blade [2] (right).....	1
Fig. 1.2 Von-Mises stress distribution due to bird strike impact [11].	3
Fig. 1.3 A blade without a leading edge reinforcement tested by NASA [9].	3
Fig. 1.4 Compliant tip [12].	4
Fig. 1.5 Tip and trailing edge reinforcement by metal [16].	5
Fig. 1.6 Thin ply and thick ply [30].	7
Fig. 2.1 Overview of numerical model of simplified composite fan blade.....	9
Fig. 2.2 Numerical model of simplified composite fan blade in local coordinate system.	10
Fig. 2.3 History of reaction force due to bird strike [22] and impulsive curve approximated by author.	11
Fig. 2.4 Definition of fiber orientation angle.	15
Fig. 2.5 Geometry of N-layered laminate.	15
Fig. 2.6 Equilibrium of representative volume element under centrifugal force.	17
Fig. 2.7 In-plane mode function (u _{pepr}) and out-of-plane mode function (lower).	22
Fig. 2.8 Overview of finite element model with or without rotation velocity.....	29
Fig. 2.9 Time table of Rayleigh damping coefficients during finite element analysis.	29
Fig. 2.10 Overview of fan blade model.	31
Fig. 2.11 Overview of fan blade model for natural frequency analysis.	32
Fig. 2.12 Overview of fan blade model with rotation velocity.	32
Fig. 3.1 Natural frequencies of modes 1 to 4 when each mode number is used.	35
Fig. 3.2 Mode 1 shape of recutangular composite blade; numerical analysis (left) and FEA (right)..	36
Fig. 3.3 Mode 2 shape of recutangular composite blade; numerical analysis (left) and FEA (right)..	36
Fig. 3.4 Mode 3 shape of recutangular composite blade; numerical analysis (left) and FEA (right)..	37
Fig. 3.5 Mode 4 shape of recutangular composite blade; numerical analysis (left) and FEA (right)..	37
Fig. 3.6 Mode 5 shape of recutangular composite blade; numerical analysis (left) and FEA (right)..	37
Fig. 3.7 Mode 6 shape of recutangular composite blade; numerical analysis (left) and FEA (right)..	38
Fig. 3.8 Mode 7 shape of recutangular composite blade; numerical analysis (left) and FEA (right)..	38
Fig. 3.9 Mode 8 shape of recutangular composite blade; numerical analysis (left) and FEA (right)..	38
Fig. 3.10 Mode 9 shape of recutangular composite blade; numerical analysis (left) and FEA (right).	39
Fig. 3.11 Mode 10 shape of recutangular composite blade; numerical analysis (left) and FEA (right).	39
Fig. 3.12 Relationship between modal participation factors ratio and mode number.	43
Fig. 3.13 Relationship between modal effective mass ratio and mode number.	43

Fig. 3.14 Natural frequency mode shape from 1 to 20.....	45
Fig. 3.15 Distribtion of spanwise surface strain ϵ_x in numerical transient analysis.	47
Fig. 3.16 Distribtion of chordwise surface strain ϵ_y in numerical transient analysis.....	48
Fig. 3.17 Distribtion of ϵ_x when maximum ϵ_x occurs in the transient analysis.	49
Fig. 3.18 Distribtion of ϵ_y when maximum ϵ_y occurs in the transient analysis.	49
Fig. 3.19 History of spanwise surface strain in trailing edge region where maximum strain occurs..	50
Fig. 3.20 History of chordwise surface strain in tip region where maximum strain occurs.....	50
Fig. 3.21 History of spanwise surface strain for modes from 1 to 8 in the trailing edge region where maximum strain occurs.	52
Fig. 3.22 History of spanwise surface strain for modes from 9 to 16 in the trailing edge region where maximum strain occurs.	52
Fig. 3.23 Number of vibration modes to describe history of spanwise surface strain in trailing edge where maximum strain occurs.	53
Fig. 3.24 History of chordwise surface strain for modes from 1 to 8 in the trailing edge region where maximum strain occurs.	53
Fig. 3.25 History of chordwise surface strain for modes from 9 to 16 in the trailing edge region where maximum strain occurs.	54
Fig. 3.26 Number of vibration modes to describe history of chordwise surface strain in tip region where maximum strain occurs.	54
Fig. 3.27 Resultant displacement of fan blade.....	57
Fig. 3.28 Displacement history of Tip and L.E. node in global coordinate system.	58
Fig. 3.29 Displacement history of Tip and T.E. node in global coordinate system.....	58
Fig. 3.30 Energy history of bird model and fan blade model.....	59
Fig. 3.31 Distribution of spanwise strain in CFRP part.	61
Fig. 3.32 Distribution of chordwise strain in CFRP part.....	63
Fig. 3.33 Distribution of spanwise strain ϵ_x when maximum ϵ_x occurs in the transient analysis.	64
Fig. 3.34 Distribution of chordwise strain ϵ_y when maximum ϵ_y occurs in the transient analysis.	64
Fig. 3.35 History of strain in T.E. where maximum ϵ_x occurs in the transient analysis.	65
Fig. 3.36 History of strain in Tip where maximum ϵ_y occurs in the transient analysis.	66
Fig. 3.37 Displacement history of Tip and L.E. node in global coordinate system.	68
Fig. 3.38 Displacement history of T.E. and L.E. node in global coordinate system.	68
Fig. 3.39 Energy history in SPH contact analysis, applied load analysis and applied load analysis without disk.....	69
Fig. 3.40 History of contact force between bird and fan blade.	69
Fig. 3.41 Fourier transform of spanwise strain ϵ_x in T.E. and chordwise strain ϵ_y in Tip.....	70
Fig. 3.42 Peak time of sine wave for natural frequency of each mode.	70

Fig. 3.43 Distribution of spanwise stress under centrifugal force derived from numerical analysis (left) and FEA (right).	72
Fig. 3.44 Distribution of chordwise stress under centrifugal force derived from numerical analysis (left) and FEA (right).	72
Fig. 3.45 Difference in natural frequency in each rotation velocity with respect to natural frequencies of each mode without rotation.	74
Fig. 3.46 Normalized norm of stiffness matrix in each rotation velocity.	74
Fig. 3.47 Relationship between modal participation factors ratio and mode number with rotation velocity $\Omega = 3224$ rpm.	78
Fig. 3.48 Relationship between modal effective mass ratio and mode number with rotation velocity $\Omega = 3224$ rpm.	78
Fig. 3.49 Natural frequency mode shape from 1 to 10 with rotation velocity $\Omega = 3224$ rpm.	79
Fig. 3.50 Difference in natural frequency in each rotation velocity with respect to natural frequencies from mode 1 to mode 6 without rotation.	80
Fig. 3.51 Difference in natural frequency in each rotation velocity with respect to natural frequencies from mode 6 to mode 10 without rotation.	81
Fig. 3.52 History of spanwise strain in trailing edge region where maximum strain occurs.	82
Fig. 3.53 History of chordwise strain in tip region where maximum strain occurs.	82
Fig. 3.54 Displacement history of Tip and L.E. node in global coordinate system.	84
Fig. 3.55 Displacement history of Tip and T.E. node in global coordinate system.	84
Fig. 3.56 Distribution of spanwise strain in CFRP part with rotation velocity $\Omega = 3224$ rpm.	86
Fig. 3.57 Distribution of spanwise strain in CFRP part with rotation velocity $\Omega = 3224$ rpm.	88
Fig. 3.58 Distribution of spanwise strain ε_x when maximum ε_x occurs in the transient analysis.	89
Fig. 3.59 Distribution of chordwise strain ε_y when maximum ε_y occurs in the transient analysis.	89
Fig. 3.60 History of strain in T.E. where maximum ε_x occurs in the transient analysis with rotation. Horizontal axis is corrected to the origin of the collision time.	90
Fig. 3.61 History of strain in Tip where maximum ε_y occurs in the transient analysis with rotation. Horizontal axis is corrected to the origin of the collision time.	90
Fig. 3.62 History of contact forces due to bird strikes in a coordinate system fixed to the disk.	92
Fig. 3.63 Displacement history of node under impact point.	92
Fig. 3.64 Bird strike position in numerical analysis.	93
Fig. 3.65 History of spanwise surface strain at $(x, y) = (500, 250)$ with respect to impact position varied in spanwise direction.	95
Fig. 3.66 History of spanwise surface strain at $(x, y) = (500, 250)$ with respect to impact position varied in chordwise direction.	95
Fig. 3.67 Maximum value of modal spanwise surface strain amplitude in T.E. with different impacted	

position.	96
Fig. 3.68 History of chordwise surface strain at $(x, y) = (1000, 0)$ with respect to impact position varied in spanwise direction.	96
Fig. 3.69 History of chordwise surface strain at $(x, y) = (1000, 0)$ with respect to impact position varied in chordwise direction.	97
Fig. 3.70 Maximum value of modal chordwise surface strain amplitude in Tip with different impacted position.	97
Fig. 3.71 Modal force vector with different impacted position.	98
Fig. 3.72 Natural frequency mode shape from 1 to 10 with $AR = 1$	100
Fig. 3.73 Natural frequency mode shape from 1 to 10 with $AR = 5$	101
Fig. 3.74 Natural frequency mode shape from 1 to 10 with $AR = 10$	102
Fig. 3.75 History of spanwise surface strain at $(x, y) = (0.5L, 0.5b)$ with different aspect ratio.	103
Fig. 3.76 Maximum value of modal spanwise surface strain amplitude in Tip with aspect ratio.	103
Fig. 3.77 History of chordwise surface strain at $(x, y) = (L, 0)$ with different aspect ratio.	104
Fig. 3.78 Maximum value of modal chordwise surface strain amplitude in Tip with different aspect ratio.	104
Fig. 3.79 Number of vibration modes to describe history of chordwise surface strain in Tip where maximum strain occurs.	105
Fig. 4.1 4 divided regions; Leading Edge region, Trailing Edge region, Tip region and Root region.	107
Fig. 4.2 Maximum value of spanwise surface strain with different bending stiffness of each area.	108
Fig. 4.3 Maximum value of modal spanwise surface strain amplitude in T.E. with respect to the representative stiffened or softened each region.	108
Fig. 4.4 Maximum value of chordwise surface strain with different bending stiffness of each area.	110
Fig. 4.5 Maximum value of modal chordwise surface strain amplitude in T.E. with respect to the representative stiffened or softened each region.	110
Fig. 4.6 Natural frequency mode shape from 1 to 10 with fiber orientation $\theta = 0^\circ$	113
Fig. 4.7 Natural frequency mode shape from 1 to 10 with fiber orientation $\theta = 30^\circ$	114
Fig. 4.8 Natural frequency mode shape from 1 to 10 with fiber orientation $\theta = 60^\circ$	115
Fig. 4.9 Natural frequency mode shape from 1 to 10 with fiber orientation $\theta = 90^\circ$	116
Fig. 4.10 History of spanwise surface strain at $(x, y) = (500, 250)$ with different fiber direction.	117
Fig. 4.11 Maximum value of modal spanwise surface strain amplitude in T.E. with different fiber direction.	117
Fig. 4.12 History of chordwise surface strain at $(x, y) = (1000, 0)$ with different fiber direction.	118
Fig. 4.13 Maximum value of modal chordwise surface strain amplitude in Tip with different fiber	

direction.	118
Fig. 4.14 Natural frequency mode shape from 1 to 10 in Case 1.....	121
Fig. 4.15 Natural frequency mode shape from 1 to 10 in Case 2.....	122
Fig. 4.16 Natural frequency mode shape from 1 to 10 in Case 3.....	123
Fig. 4.17 History of spanwise surface strain at $(x, y) = (500, 250)$ with different fiber direction distribution.....	125
Fig. 4.18 History of chordwise surface strain at $(x, y) = (1000, 0)$ with different fiber direction distribution.....	125
Fig. 4.19 Maximum value of modal spanwise surface strain amplitude in T.E. with respect to each stacking sequence distribution.	126
Fig. 4.20 Maximum value of modal chordwise surface strain amplitude in Tip with respect to each stacking sequence distribution.	127
Fig. 4.21 Bending stiffness matrix components with different fiber direction.	127
Fig. 4.22 Difference in bending stiffness matrix components relative to $\theta = 45^\circ$	128
Fig. 4.23 History of spanwise surface strain at $(x, y) = (500, 250)$ with stacking sequence of Case 3 under centrifugal force at $\Omega = 300$ rad/s.	128
Fig. 4.24 History of chordwise surface strain at $(x, y) = (1000, 0)$ with stacking sequence of Case 3 centrifugal force at $\Omega = 300$ rad/s.	129
Fig. 4.25 History of chordwise strain in Tip where maximum ε_y occurs in the transient analysis with different fiber direction.	131
Fig. 4.26 History of equivalent strain in Tip where maximum ε_y occurs in the transient analysis with different fiber direction.	131
Fig. 4.27 Distribution of chordwise strain in CFRP part with fiber orientation angle $\theta = 0^\circ$ at Tip.....	133
Fig. 4.28 Distribution of chordwise strain in CFRP part with fiber orientation angle $\theta = 90^\circ$ at Tip.	135
Fig. 4.29 History of equivalent strain in Tip where maximum ε_y occurs in the transient analysis with rotation with different fiber direction.....	136
Fig. 4.30 History of equivalent strain in Tip where maximum ε_y occurs in the transient analysis with rotation with different fiber direction.....	136
Fig. 5.1 Finite element model of tip region with initial crack.....	139
Fig. 5.2 Static analysis with displacement distribution $w(y, t)$ obtained from dynamic analysis.....	140
Fig. 5.3 Static analysis using deflection $\delta(t)$ obtained from dynamic analysis.	140
Fig. 5.4 History of energy release rate.....	141
Fig. 5.5 History of out-of-plane displacement due to impulse load.....	142
Fig. 5.6 History of out-of-plane displacement in Tip due to bird strike.....	143
Fig. 5.7 History of mode II energy release rate due to initial crack on L.E.....	143

Fig. 5.8 History of mode II energy release rate due to initial crack on Tip.....	144
Fig. 5.9 Distribution of chordwise surface strain at the time of mode II energy release rate peak...145	
Fig. 5.10 Distribution of chordwise surface strain at the time of mode II energy release rate peak. 145	
Fig. B.1 History of top surface and middle surface stress at $(x, y) = (500, 0)$	155
Fig. B.2 Representative volume element of cantilever beam in axial direction.....	157
Fig. C.1 Equation of state curve in this study and previous research.	160
Fig. C.2 X-direction displacement history of Tip and L.E. node in LS-DYNA model and Abaqus model.	161
Fig. C.3 Y-direction displacement history of Tip and L.E. node in LS-DYNA model and Abaqus model.	162
Fig. C.4 Z-direction displacement history of Tip and L.E. node in LS-DYNA model and Abaqus model.	162
Fig. C.5 X-direction displacement history of Tip and T.E. node in LS-DYNA model and Abaqus model.	162
Fig. C.6 Y-direction displacement history of Tip and T.E. node in LS-DYNA model and Abaqus model.	163
Fig. C.7 Z-direction displacement history of Tip and T.E. node in LS-DYNA model and Abaqus model.	163
Fig. C.8 History of strain in T.E. where maximum spanwise strain occurs.	164
Fig. C.9 History of strain in Tip where maximum chordwise strain occurs.....	164

Table List

Table 2.1 Geometric property of cantilever rectangular composite plate on base analysis.....	10
Table 2.2 Material properties of CFRP lamina.....	10
Table 2.3 Coefficients of Rayleigh damping.....	29
Table 3.1 Natural frequency of composite plate.	36
Table 3.2 Natural frequency, natural period and modal participation factors and.	41
Table 3.3 Natural frequency, natural period and modal effective mass of each mode.	42
Table 3.4 Natural angular frequency with different rotation velocity with $\varphi = 0^\circ$	73
Table 3.5 Natural frequency, natural period and modal participation factors of each mode with rotation velocity $\Omega = 3224$ rpm.	76
Table 3.6 Natural frequency, natural period and modal effective mass of each mode with rotation velocity $\Omega = 3224$ rpm.	77
Table 3.7 Natural frequency with different rotation velocity.	80
Table 3.8 Natural angular frequency with different aspect ratio.	99
Table 4.1 Natural angular frequency with different fiber orientation.	112
Table 4.2 Fiber orientation angle (unit: deg.) in the divided region.....	119
Table 4.3 Natural angular frequency with different fiber orientation.	120
Table 4.4 Maximum surface strain in each stacking sequence distribution case.	124
Table C.1 Parameters of Mie–Grüenisen equation of state defined in Abaqus.....	159
Table C.2 Parameters of equation of state defined in LS–DYNA.	159

Nomenclature

Ω	: Rotation velocity [rad/s]
λ	: Eigenvalue of beam function
ω	: Natural angular frequency [rad/s]
XYZ	: Global coordinate system
xyz	: Local coordinate system
uvw	: Displacement in middle plane [mm]
ε	: Strain
κ	: Curvature [1/mm]
σ	: Stress [MPa]
W_b	: Bird width [mm]

L_b	: Bird length [mm]
x_b, y_b	: Local coordinate of bird strike position
L	: Span length of fan blade [mm]
b	: Chord width of fan blade [mm]
h	: Thickness of fan blade [mm]
R	: Disk radius [mm]
t	: Time [s]
τ	: Impact duration time [s]
ρ	: Density [kg/mm ³]
E_1	: Longitudinal stiffness [MPa]
E_2	: Transverse stiffness [MPa]
G_{12}	: In-plane shear stiffness [MPa]
ν_{12}	: In-plane Poisson's ratio
\mathbf{Q}	: Stiffness matrix in material coordinate
\mathbf{ABD}	: Constitutive matrix
\mathbf{M}	: Mass matrix
\mathbf{K}	: Stiffness matrix
\mathbf{F}	: External force vector
\mathbf{F}_{cen}	: Centrifugal force vector
\mathbf{I}	: Identity matrix
\mathbf{q}	: Displacement vector
$\mathbf{\Phi}$: Modal matrix
N	: Total number of modes
ξ	: Generalized coordinates
β	: Parameter in Newmark- β method
AR	: Aspect ratio, L/b
L	: Lagrange function
T	: Kinetic energy [mJ]
Π	: Potential energy [mJ]
Π_c	: Potential energy due to centrifugal force [mJ]
W	: External work [mJ]
a	: Crack length [mm]
A	: Crack area [mm ²]
G	: Energy release rate [N/mm]
$ijklmn$: Mode number, natural number

第1章 序論

1.1 航空機エンジン用複合材ファンブレードの需要

近年、燃料費高騰や二酸化炭素削減要求から航空機の高効率化が求められており、民間航空機エンジンに対する低燃費化の要求がより一層厳しくなっている。民間航空機に用いられる高バイパス比ターボファンエンジンにおいて、燃費改善の主な手段の一つとして、高バイパス比化による推進効率向上があるが、高バイパスの大口径ファンでは、大型化するファン部品の軽量化が特に重要となる。航空機機体構造における構造重量の削減を目的として、従来のアルミ合金から、比強度および比剛性に優れる炭素繊維強化プラスチック（Carbon Fiber Reinforced Plastics: CFRP）を中心とした複合材料へ構造材料が転換されてきた。この背景を踏まえ、ファンブレードにおいても、金属と CFRP を併用した複合材ファンブレードが海外メーカーによって開発されている（Fig. 1.1） [1,2]。また、我が国においても、更なる軽量化や高性能化が求められる次世代エンジンにおいて、ファンブレードへの炭素繊維強化プラスチック（CFRP）の適用が直ちに取り組むべき施策として掲げられており [3]、金属により補強された CFRP ファンブレードが検討されてきた [4]。



Fig. 1.1 GE composite fan blade [1] (left) and Rolls Royce composite fan blade [2] (right)

1.2 ファンブレードの使用環境と従来の対策

ファンブレードは外環境からの衝突事故が不可避である。小石や雹等の微細な固形物だけでなく、鳥のような重量が大きい物体も高速で衝突し得る。特にバードストライクは最もクリティカルなブレードの破壊を引き起こし得る。アメリカ連邦航空局（Federal Aviation Administration; FAA）の調査によると、1988年から2021年にかけて世界中でバードストラ

イクにより 301 人以上が死亡し 298 機以上が破壊されており、バードストライクによる事故は年々増加している[5]. 鳥のエンジンへの吸い込み事故の件数は依然として多く、エンジンの損傷に発展する割合は衝突部位別で見ても高い[6].

高速で回転するブレードが破壊された場合、破断した部材が後方のコンプレッサー等に流れエンジンが停止してしまう可能性や、ナセルを突き破り機体に穴を開けてしまう可能性があり、航空機が墜落してしまうほどの大事故に繋がりがかねない. 近年では、バイパス比を高くし推進効率を大幅に向上させるオープンローター型エンジンの開発も行われてきている[7]. オープンローター型エンジンではファンブレードの周りにナセルがないため、バードストライクによりファンブレードが破損した場合に胴体へ突き刺さる危険性が高い. このような背景を踏まえ、複合材ファンブレードの耐衝撃性の向上の関心がより一層高まっている.

ファンブレードの破壊を防ぐため、従来の金属ファンブレードでは衝撃破壊に強いチタン合金が構造材料に用いられてきた. CFRP は衝撃荷重に弱いという特徴があり、CFRP を構造材料にする場合、このバードストライクによる衝撃破壊が最も問題となる. CFRP 複合材ファンブレードでは、バードストライクによって前縁 (Leading Edge: L.E.) 付近に大きな破壊が生じてしまうことが NASA の実験によって示され、複合材ファンブレードにおいては前縁を補強する必要があるということが主張された[8,9]. したがって、衝突箇所の破壊を防ぐために、複合材ファンブレードでは衝突箇所となるブレード前縁部にはチタン合金を用いることが多く検討されている[1,2,4,10].

その一方で、衝撃の波がブレード先端 (Tip) や後縁部 (Trailing Edge: T.E.) に伝播し、破壊をもたらすことが懸念されている. NASA が行った有限要素解析による鳥衝突後の von-Mises 応力の結果が Fig. 1.2 である[11]. 衝突箇所である前縁のみならず、ブレードの先端や後縁にも高い応力が生じていることが分かる. さらに、Fig. 1.3 のように、チタン合金で L.E. を補強した複合材ファンブレードを用いたバードストライク試験が NASA によって行われた[9]. 回転するファンブレードの L.E. で衝突させたが、衝撃箇所である L.E. 付近ではなく、Tip 付近でファンブレードの破壊が観察された. また、繊維破断や樹脂割れ、層間剥離等、複雑な破壊モードとなっていた.

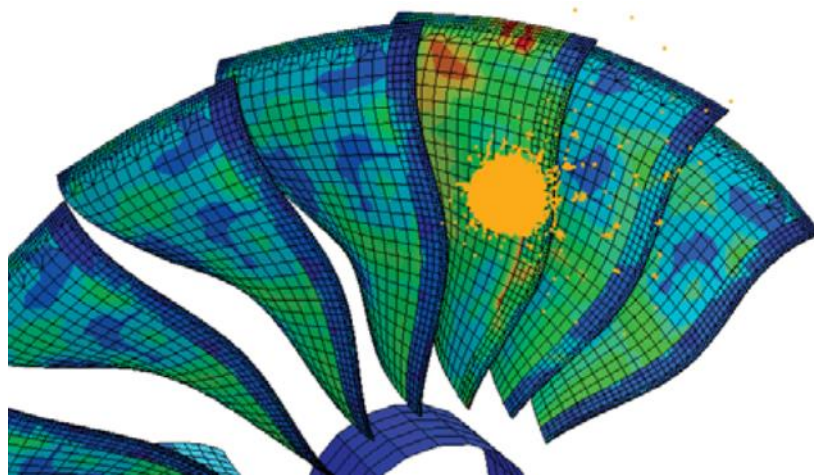


Fig. 1.2 Von-Mises stress distribution due to bird strike impact [11].

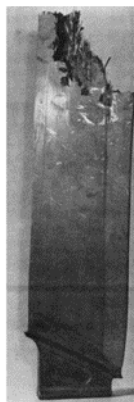


Fig. 1.3 A blade without a leading edge reinforcement tested by NASA [9].

このような先端や後縁等の周縁部における破壊問題の対策として、GE はブレードの先端や後縁に伝播する応力波を低減させることを目的とした低剛性コンプライアントチップを提案した (Fig. 1.4) [12]. バードストライクによってファンブレードには、急激なむち打ち挙動が生じてしまう。この現象は、ホイッピングモーションと呼ばれている[12]。ホイッピングモーションとは、船体が波浪によって持ち上げられ、水面に叩きつけられる際に生じる船体振動のことを指していた[13-15]。振動モードが過渡的か定常的かによってホイップ振動とスプリング振動に分類され、船体に大きな応力を与えるとされており、船体の大型化に伴い問題になってきた。ファンブレードもバードストライクによって、先端や後縁が急激にせり上がる挙動を示すと考えられる。このホイッピングモーションによって、先端や後縁での破壊が引き起こされるということが述べられている。このコンプライアントチップは、翼端から後縁にかけて樹脂等でできた低剛性の部材に置き換えることで、ファンブレードの動力学を変化させ、臨界ひずみを低減するという意図している。薄い板の伝播速度は

以下の式で表される.

$$C_B = \sqrt{\omega} \left(\frac{Eh^2}{12(1-\nu^2)\rho} \right)^{\frac{1}{4}} \quad (1.1)$$

ただし, ω は振動数, h は板厚, E, ν, ρ はそれぞれ板の弾性率, ポアソン比, 密度である. 8~10倍柔軟な剛性の材料を先端に適用することで, ブレード基盤材料の波動速度を少なくとも2倍変化することができるかと述べられており, 樹脂の適用が考えられている. また, 樹脂は高い破断点ひずみの材料でもあることから, 先端で生じる高ひずみにも耐えられ得ると考えられている.

また, 後縁部が金属補強された複合材ファンブレードも提案されている (Fig. 1.5) [16]. バードストライクによって変形由来のひずみが急激に発生し, 層間剥離や表面破壊が後縁部に生じてしまうことが考えられている. そのため, それらの破壊を抑制することを目的としたものであり, Rolls-Royce のファンブレードにも採用されている[2].

しかし, これらのコンプライアントチップや金属補強のような対策について, それらの効果を裏付けたり説明したりする研究がない. すなわち, バードストライクにより, 複合材ファンブレードの先端・後縁部における破壊のメカニズムや抑制手法が確立していない.

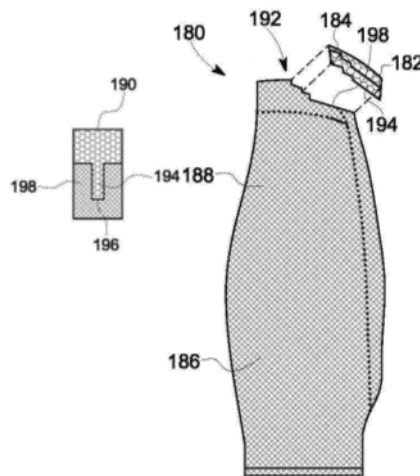


Fig. 1.4 Compliant tip [12].

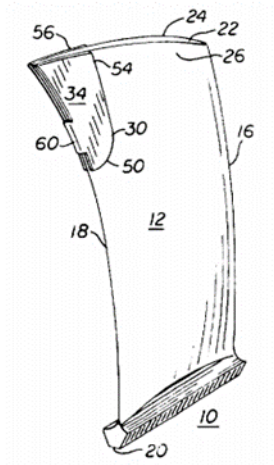


Fig. 1.5 Tip and trailing edge reinforcement by metal [16].

1.3 バードストライクに関する先行研究

従来では、バードストライクのシミュレーションは有限要素解析と実験を中心に行われてきた。バードストライクはファンブレードのみならず航空機のノーズや主翼にも当たるため、その構造材料であるサンドイッチ板や複合材板、金属板についての研究が数多く存在する[17-20]。従来の研究では、鳥を粒子群としてモデル化する際の形状や粒子の構成式を実験結果と比較することで決定し、構造側では破壊則を導入し衝撃による損傷や貫通を模擬していることが多い。ファンブレードに関しては、例えば、Mao や Meguid らは衝突物である鳥を円柱としてモデル化し、その材料特性を水に近い構成則を使用して表現した[21,22]。また、円柱の端の形状を変化させた解析も行い、ファンブレードに与えられる荷重の大きさは粒子群のモデル形状に大きく依存することを示した。

さらに、バードストライクによるより簡易的な現象を掴むため、矩形板を用いた衝突解析や実験も行われてきている。Zhou らは CFRP 積層矩形板に対して粒子を衝突させる有限要素解析を行い、ブレードは面外に大きく変形するように振動することを示した[23]。また、Lulu らは、平織複合材矩形板の中央にゼラチンを衝突させた実験を行った[24]。根元での引き抜きによる破壊に加え、自由端においても曲げに由来した破壊モードが観測された。

また、バードストライクによる破壊現象に関しては、衝突直下の L.E.に注目した研究が多くされてきた。Nishikawa らは CFRP 積層板に柔軟なインパクターを衝突させる有限要素解析を行い、衝撃直下の積層板では、衝撃速度に依存して、破壊モードが曲げによるマトリックスクラックから、局所的なせん断穿孔を引き起こす集中的な繊維破壊モードに変化することを示した[25]。加えて、複合材積層板の曲げによる主要な破壊モードの一つとしては層間剥離が考えられる。剥離進展の解析にはいくつかの手法が存在するが、最も簡便なのはエネルギー解放率による評価である。特に慣性項の影響が無視できないような場合では、動的

エネルギー解放率を使用することが求められる。Gradyらは、初期き裂を有する片持ち梁の衝撃解析において、有限要素法を用いた動解析を行い、実験結果と比較することで、仮想き裂閉口法（VCCT）により得られたエネルギー解放率の有用性を示した[26]。このように、高速で生じ得る破壊やき裂進展については、速度依存の材料特性や慣性力を考慮する必要があり、より詳細な検討が必要とされる。

また、回転する梁や板の固有振動数についても理論的な解析や数値解析が取り組まれてきた。角速度 Ω で回転する梁や板の固有振動数 ω_i は、

$$\omega_i = \sqrt{\omega_{0i}^2 + S_i \Omega^2} \quad (1.2)$$

で表せられる。ただし、 ω_{0i} は無回転状態での固有振動数である。これは Southwell の理論[27]として知られており、 S_i を Southwell 係数と呼ぶ。Southwell 係数は実験等のデータを用いて決定される係数であり、解析的に算出する手法は存在しない。また、Sunらは、初期振り子を有する回転板の支配方程式を解析的に算出した[28]。しかし、解を得るには導出した支配方程式を有限要素解析ソフトウェアに組み込む必要があり、解析的に算出することはできていない。

一方で、CFRPの積層技術は飛躍的に向上している。自動積層技術（Automated Fiber Placement, AFP）[29]が航空機構造に使用されてきており、連続的な繊維配向角の変化や複雑な三次元形状の積層を行うことができるようになってきている。また、CFRPの開織技術の発達に伴い、Fig. 1.6のようなCFRPの薄層化の技術が進んでいる[30]。薄層化により積層数が増え、多様な積層構成が可能となり、より柔軟な剛性配列が実現される。これらの技術的背景を踏まえ、複合材積層板を使用した構造物は、より自由度の高い設計を行うことができるようになってきた。しかしその一方で、最適な構造体を求めるための計算コストが大きくなってしまふことが問題点として考えられる。

バードストライクに関する研究は衝撃直下の破壊シミュレーションを行っているものが多く、先端・後縁に着目した研究は数少ない。また、バードストライクによるファンブレードの動的挙動に関する研究は存在するが、先端・後縁への応力・ひずみ波の伝播に関する研究はなく、当然それらを低減する手法について議論されているものはない。前縁だけではなく、先端や後縁の周縁部における破壊について検討する必要がある。複合材ファンブレードをより高性能化する上で、バードストライクによるファンブレードの周縁部破壊の抑制を検討する余地が大いにあると考えられる。また、前縁は衝撃が直接負荷される箇所であるが、先端や後縁は伝播してきた衝撃の波によって破壊が誘起され得る。したがって、波の伝播仕方を変えることで破壊を防ぐことが可能であると考えられ、動力学を変化させる等のこれまで考案されてこなかった破壊抑制手法を検討する余地がある。複合材板をどのように衝撃の波が伝播していくのかを詳細に議論する必要がある。現在では有限要素解析を中心にファンブレードの衝撃応答解析が行われている。鳥を液体の塊とみなし、粒子法や境界要素法を利用して衝突拡散する粒子を模擬しており、これらと有限要素解析を連成している。し

かしバードストライク現象は、現象が複雑であり、有限要素解析では内部計算がブラックボックスになっているため、どのような要素が伝播する波を抑えることができるのかを詳細に検討することが難しくなり得る。さらに、計算が大規模になるため解析コストが必要となる。その一方で、理論的な解析は計算内部の式や項を直接取り扱うため、現象を決定する重要な値に注目することができる。さらに、計算コストを抑えることができ、様々な解析条件下での結果を得ることが可能であり、初期検討用のツールとしても有用である。したがって、本研究では、バードストライク現象を模擬できるような簡易的な数値解析モデルを作成し、様々な解析条件を数値的に検証する。

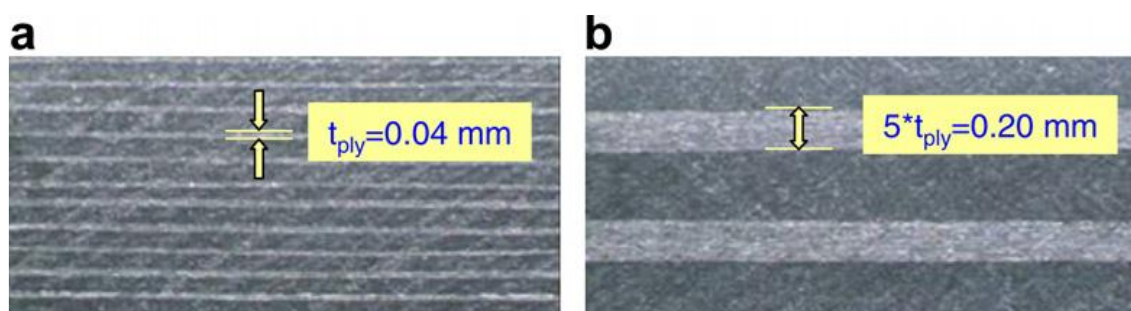


Fig. 1.6 Thin ply and thick ply [30].

1.4 本研究の目的・構成

本研究では高性能化が期待されている、CFRP 複合材ファンブレードを対象とする。使用条件として最もクリティカルになるバードストライク現象に焦点を当て、周縁部における破壊を抑制することを目的とする。特に本研究では、破壊を引き起こし得る応力やひずみを低減することで、破壊抑制の可能性を提案する。コンプライアントチップや後縁部金属補強は、接着部での剥がれや重量増加のような問題が生じ、複合材ファンブレードの特性を妨げてしまう。そのため、ここでは、複合材の持つ異方性を活用した破壊抑制手法を検討する。ファンブレードの耐衝撃性を高めることにより補強を減らすことが可能になり、ファンブレードの軽量化により貢献できると考えられる。ファンブレードの軽量化はエンジンの支持部材や全体の構造部材の削減にも直結する。ファンブレード 0.9%の軽量化で燃費低減 1%に相当すると報告されており[31]、航空機の飛行効率向上へ大きく貢献することができると考えられる。また、従来の有限要素解析を基にした解析手法は計算コストが非常に高く、バードストライク現象が複雑であるため、破壊抑制を探索することが難しい。そこで、理論解析を基に計算コストを落とした数値モデルを作成することで、伝播する波を抑えることができる要因を特定するための基礎検討や破壊抑制を簡易的に探索することが可能となる。

また、数値実験を行い適切なファンブレード構成を探索するのに適している。

本論文の新規性は以下の通りである。まず、バードストライクによる周縁部への衝撃波の伝播について解析している点である。これは従来研究で対象にされてこなかった現象を説明し、問題点を明確にすることができると考えられる。次に、理論式を基にした数値解析モデルを作成し、過渡応答解析を行うというアプローチの仕方である。従来手法は有限要素解析を中心とした解析が主に行われてきたが、本論文が提案するモデルによってバードストライクによる破壊を防ぐための解の探査を簡易的に行うことができるようになる。最後に、補強による強化ではなく、複合材料が持つ異方性を有効活用し、振動モードを変化させ、衝撃の波を分散させるという手法へ着手している点である。この検討を通して、より軽量かつより高性能な複合材ファンブレードを実現できると考えられる。

本論文の構成は以下の通りである。まず第2章では、バードストライク現象を簡易的に表現した数値解析モデルを作成する。基礎的な理論式を統合し、複合材ファンブレードの運動方程式を導出する。また、提案するモデルの妥当性を確認するための有限要素解析についても作成する。さらに、ファンブレード形状モデルに対し鳥に見立てた粒子群を衝突させる、バードストライクシミュレーションを行うための有限要素解析モデルについても作成する。次に第3章では、第2章で構築したモデルを使用し、固有振動解析や過渡応答解析を行い、バードストライクによってファンブレード周縁部に伝播する波を捉える。また、ファンブレードの使用条件や幾何形状によって、衝撃応答がどのように変化するかを調査する。第4章では、ファンブレード周縁部に伝播する応力・ひずみを低減する手法を、数値解析モデルを用いて探索する。また、バードストライクシミュレーションを行い、その効果を検証する。第5章では、第2章で得られた周縁部への入力波を利用して、実際にどのようにき裂が生じ、進展するかを調査する。そして第6章では本論文で得られた知見と今後の課題についてまとめる。

第2章 複合材ファンブレードの異物衝突数値解析法

2.1 数値解析モデルの定義

本研究における数値解析モデルを Fig. 2.1 に示す. デカルト全体座標系 XYZ において, 半径 R のディスクを回転軸が Y 軸と一致するように設置し, ブレードを Y 軸に対して取付角 φ [deg.] でディスク上に完全固定する. したがって, 本研究の数値解析モデルにおいては, ファンブレードを片持ち矩形平板として解析を行う. さらに変形前のブレードに沿うように, x 軸をスパン方向, y 軸をコード方向, z 軸を面外方向とするような局所的な回転座標系を設定する. これらは Y 軸回りに回転速度 Ω [rad/s] で回転する. x 軸がブレードのコード長の半分の位置に存在し, y 軸が固定端に沿うように, また $z = 0$ がブレードの中央面となるように局所座標系の原点を設定する (Fig. 2.2). ブレードの寸法は, コード長を L , スパン長を b , 厚さを h として表す. また, 鳥による衝突荷重は, 中心座標を $(x, y) = (x_b, y_b)$ とする $L_b \times W_b$ の領域に外力 F を負荷することで模擬する. Base 解析の寸法は先行研究[32]を参考に決定し, Table 2.1 に示した値を用いた. CFRP の材料定数は, 先行研究[33]を参考に, Table 2.2 に示す値を使用した. また, CFRP の積層構成は, $[0/\theta/0/-\theta]_{8s}$ とした. θ は x 軸からの配向角であり, 先行研究[34]を踏まえ Base 解析においては $\theta = 45^\circ$ とした. また, 前縁 (Leading Edge) を $y = -b/2$ の一边, 後縁 (Trailing Edge) を $y = b/2$ の一边, 先端 (Tip) を $x = L$ の一边と定義する.

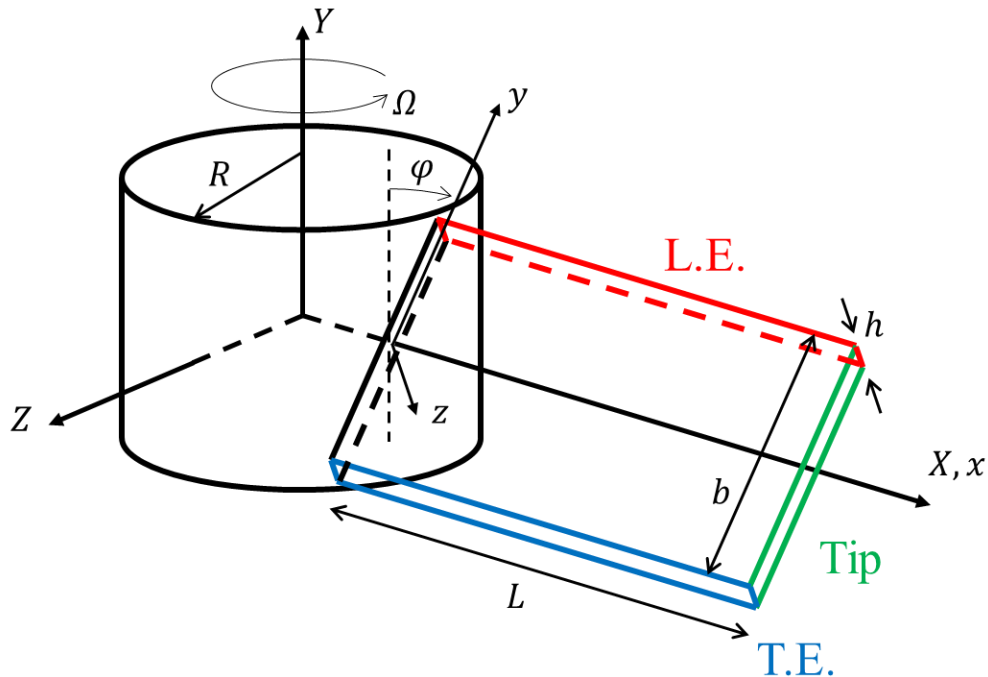


Fig. 2.1 Overview of numerical model of simplified composite fan blade.

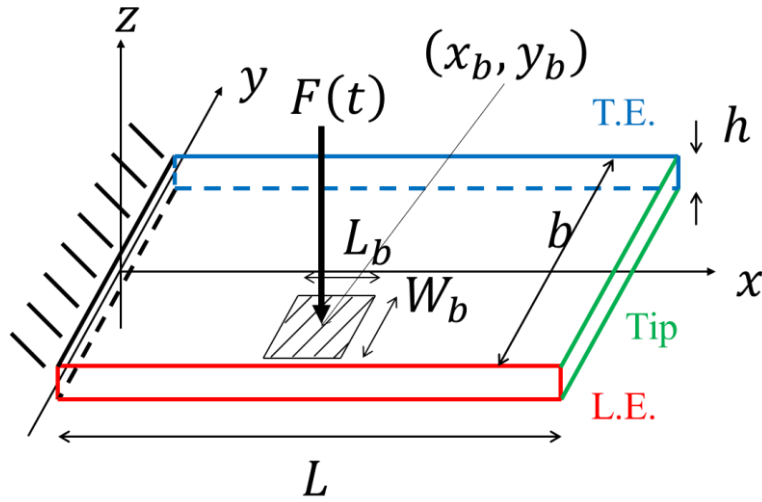


Fig. 2.2 Numerical model of simplified composite fan blade in local coordinate system.

Table 2.1 Geometric property of cantilever rectangular composite plate on base analysis.

Plate size	
Span length L	1000 mm
Chord length b	500 mm
Thickness h	20 mm
Disk radius R	500 mm
Bird model	
Width W_b	10 mm
Length L_b	10 mm
Center coordinate of impact x_b	500 mm
Center coordinate of impact y_b	0 mm

Table 2.2 Material properties of CFRP lamina.

Longitudinal Young's modulus E_1	120 GPa
Transverse Young's modulus E_2	7.9 GPa
Transverse Young's modulus E_3	7.9 GPa
In-plane shear modulus G_{12}	5.5 GPa
Out-of-plane shear modulus G_{23}	5.5 GPa
Out-of-plane shear modulus G_{31}	5.5 GPa
In-plane Poisson's ratio ν_{12}	0.3
Out-of-plane Poisson's ratio ν_{23}	0.3
Out-of-plane Poisson's ratio ν_{31}	0.01975
Density	1580 kg/m ³

衝突荷重は，Meguid らの研究[22]を参考にする．Meguid らは，剛体なファンブレードの有限要素モデルを作成し，鳥に見立てた楕円球を衝突させ，衝突反力を数値的に算出した[22]．そのグラフを Fig. 2.3 に示す．Z 方向の荷重が支配的であり，ファンブレードの面外方向に対応していることが分かる．また，粒子は約 1.3×10^{-3} s の間衝突しているが，主にファンブレードに荷重を与えている時間は約 7×10^{-4} s である．このグラフを参考に，本解析では以下のようなインパルス荷重として，鳥の衝突荷重を負荷することとする．

$$F(t) = \begin{cases} F & 0 \leq t \leq \tau \\ 0 & \tau < t \end{cases} \quad (2.1)$$

ここで，与える力積が同じ値となるように， $F = 2.3 \times 10^5$ N， $\tau = 7 \times 10^{-4}$ s とした．ただし，後述の有限要素解析の結果 (Fig. 3.40) と比較すると，このピーク値は大きく，持続時間は短いということに留意しておく必要がある．

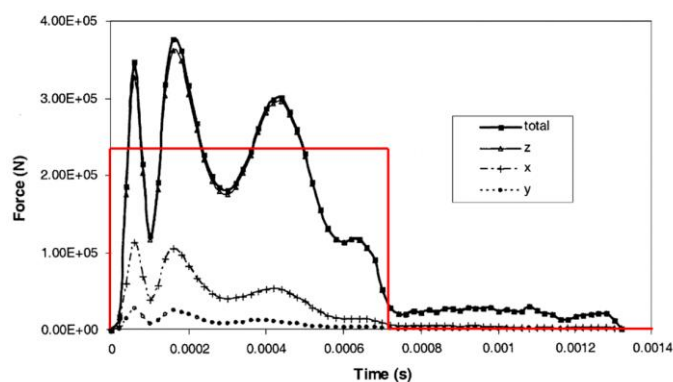


Fig. 2.3 History of reaction force due to bird strike [22] and impulsive curve approximated by author.

2.2 基礎理論式

本節では，ファンブレードのバードストライクによる挙動を捉えるために，簡易化されたファンブレードモデルの運動方程式を導出する．数値解析モデルに適用する基礎理論式を定義していく．

2.2.1 古典積層理論

本項では，文献[35]を参考に，本研究で使用する剛性行列を定義する． x 方向， y 方向， z 方向の変位をそれぞれ u ， v ， w とすると，微小ひずみの変位－ひずみ関係式は以下のように表せられる．

$$\begin{aligned}
\varepsilon_x &= \frac{\partial u}{\partial x} \\
\varepsilon_y &= \frac{\partial v}{\partial y} \\
\varepsilon_z &= \frac{\partial w}{\partial z} \\
\gamma_{xy} &= \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \\
\gamma_{yz} &= \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \\
\gamma_{zx} &= \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z}
\end{aligned} \tag{2.2}$$

ブレードはスパン長に対して薄いと見なすことができるため、ブレードの板厚は変形前後で一定であると仮定することができる。また、Kirchhoff の仮定が適用できるとする。したがって、ブレードは平面応力状態であり、面外方向の剪断変形は 0 であるとする。これらの仮定より、ひずみに関して以下の関係が成り立つ。

$$\begin{aligned}
\varepsilon_z &= 0 \\
\gamma_{yz} &= \gamma_{zx} = 0
\end{aligned} \tag{2.3}$$

変形前後の中央面に関する幾何学関係から、 x 方向、 y 方向、 z 方向の中央面の変位をそれぞれ u_0 、 v_0 、 w_0 とすると、以下の関係式が得られる。

$$\begin{aligned}
u &= u_0 - z \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = u_0 - z \frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} \\
v &= v_0 - z \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} = v_0 - z \frac{\partial^2 w_0}{\partial y^2} \\
w &= w_0
\end{aligned} \tag{2.4}$$

式(2.2)、式(2.4)より、変位－ひずみ関係式は以下のように表せられる。

$$\begin{aligned}
\varepsilon_x &= \frac{\partial}{\partial x} \left(u_0 - z \frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} \right) = \frac{\partial u_0}{\partial x} - z \frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} \\
\varepsilon_y &= \frac{\partial}{\partial y} \left(v_0 - z \frac{\partial^2 w_0}{\partial y^2} \right) = \frac{\partial v_0}{\partial y} - z \frac{\partial^2 w_0}{\partial y^2} \\
\gamma_{xy} &= \frac{\partial}{\partial y} \left(u_0 - z \frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left(v_0 - z \frac{\partial^2 w_0}{\partial y^2} \right) = \frac{\partial u_0}{\partial y} + \frac{\partial v_0}{\partial x} - 2z \frac{\partial^2 w_0}{\partial x \partial y}
\end{aligned} \tag{2.5}$$

また、中央面のひずみ ε_{x_0} , ε_{y_0} , γ_{xy_0} を,

$$\begin{aligned}\varepsilon_{x_0} &= \frac{\partial u_0}{\partial x} \\ \varepsilon_{y_0} &= \frac{\partial v_0}{\partial y} \\ \gamma_{xy_0} &= \frac{\partial u_0}{\partial y} + \frac{\partial v_0}{\partial x}\end{aligned}\tag{2.6}$$

曲率 κ_x , κ_y , κ_{xy} を,

$$\begin{aligned}\kappa_x &= -\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \\ \kappa_y &= -\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \\ \kappa_{xy} &= -2\frac{\partial^2 w}{\partial xy}\end{aligned}\tag{2.7}$$

とすると、厚さ方向 z の位置におけるひずみは,

$$\begin{aligned}\varepsilon_x &= \varepsilon_{x_0} + z\kappa_x \\ \varepsilon_y &= \varepsilon_{y_0} + z\kappa_y \\ \gamma_{xy} &= \gamma_{xy_0} + z\kappa_{xy}\end{aligned}\tag{2.8}$$

となる。

一方で、材料主座標 123 における単層板の応力—ひずみ関係式は,

$$\begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{12} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & Q_{16} \\ Q_{12} & Q_{22} & Q_{26} \\ Q_{16} & Q_{26} & Q_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \gamma_{12} \end{Bmatrix}\tag{2.9}$$

である。また、 $[\mathbf{Q}]$ は剛性行列であり,

$$[\mathbf{Q}] = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & Q_{16} \\ Q_{12} & Q_{22} & Q_{26} \\ Q_{16} & Q_{26} & Q_{66} \end{bmatrix}\tag{2.10}$$

である。ただし、一方向繊維強化材の場合、 E_1 を繊維方向ヤング率、 E_2 を繊維垂直方向ヤング率、 ν_{12} を面内ポアソン比、 G_{12} を剪断剛性として、剛性行列の成分は以下ようになる。

$$\begin{aligned}Q_{11} &= \frac{E_1}{1 - \nu_{12}\nu_{21}} \\ Q_{12} &= \frac{\nu_{12}E_1}{1 - \nu_{12}\nu_{21}} \\ Q_{21} &= \frac{\nu_{21}E_2}{1 - \nu_{12}\nu_{21}}\end{aligned}\tag{2.11}$$

$$\begin{aligned}
Q_{22} &= \frac{E_2}{1 - \nu_{12}\nu_{21}} \\
Q_{66} &= G_{12} \\
Q_{16} &= Q_{26} = Q_{61} = Q_{62} = 0
\end{aligned}$$

また，角度 θ だけ回転したことを表す回転行列を，

$$[\mathbf{T}] = \begin{bmatrix} \cos^2 \theta & \sin^2 \theta & 2 \sin \theta \cos \theta \\ \sin^2 \theta & \cos^2 \theta & -2 \sin \theta \cos \theta \\ -\sin \theta \cos \theta & \sin \theta \cos \theta & \cos^2 \theta \end{bmatrix} \quad (2.12)$$

とおき， θ 回転した剛性行列を $[\bar{\mathbf{Q}}]$ とすると，

$$[\bar{\mathbf{Q}}] = [\mathbf{T}]^{-1}[\mathbf{Q}][\mathbf{T}]^{-T} \quad (2.13)$$

となる．座標系 xyz での単層板の応力—ひずみ関係式は，

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{16} \\ \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{26} \\ \bar{Q}_{16} & \bar{Q}_{26} & \bar{Q}_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} \quad (2.14)$$

となる．

式(2.14)は，積層板内の各層で成り立つ．したがって，積層板での z 方向位置 z_k において，以下の式が成り立つ．

$$\begin{aligned}
\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix}_k &= \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{16} \\ \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{26} \\ \bar{Q}_{16} & \bar{Q}_{26} & \bar{Q}_{66} \end{bmatrix}_k \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix}_k \\
&= \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{16} \\ \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{26} \\ \bar{Q}_{16} & \bar{Q}_{26} & \bar{Q}_{66} \end{bmatrix}_k \left(\begin{Bmatrix} \varepsilon_{x_0} \\ \varepsilon_{y_0} \\ \gamma_{xy_0} \end{Bmatrix} + z_k \begin{Bmatrix} \kappa_x \\ \kappa_y \\ \kappa_{xy} \end{Bmatrix} \right)
\end{aligned} \quad (2.15)$$

$[\bar{\mathbf{Q}}]_k$ は積層板内の第 k 層での剛性行列であり，層毎に異なる値となる．

積層板における合応力と合モーメントは，積層板に生じる面内応力を厚さ方向へ積分することで得られる．

$$\begin{aligned}
\begin{Bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \end{Bmatrix} &= \int_{-h/2}^{h/2} \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} dz \\
\begin{Bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{Bmatrix} &= \int_{-h/2}^{h/2} \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} z dz
\end{aligned} \quad (2.16)$$

以上より，

$$\begin{Bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \\ M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} & B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ A_{12} & A_{22} & A_{26} & B_{12} & B_{22} & B_{26} \\ A_{16} & A_{26} & A_{66} & B_{16} & B_{26} & B_{66} \\ B_{11} & B_{12} & B_{16} & D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ B_{12} & B_{22} & B_{26} & D_{12} & D_{22} & D_{26} \\ B_{16} & B_{26} & B_{66} & D_{16} & D_{26} & D_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{x_0} \\ \varepsilon_{y_0} \\ \gamma_{xy_0} \\ \kappa_x \\ \kappa_y \\ \kappa_{xy} \end{Bmatrix} \quad (2.17)$$

ただし，行列の各成分は，

$$\begin{aligned} A_{ij} &= \int_{-h/2}^{h/2} \bar{Q}_{ij} dz \\ B_{ij} &= \int_{-h/2}^{h/2} \bar{Q}_{ij} z dz \\ D_{ij} &= \int_{-h/2}^{h/2} \bar{Q}_{ij} z^2 dz \end{aligned} \quad (2.18)$$

となる．以上より，古典積層理論は，合応力 $\{\mathbf{N}\} = \{N_x, N_y, N_{xy}\}^T$ ，合モーメント $\{\mathbf{M}\} = \{M_x, M_y, M_{xy}\}^T$ ，中央面のひずみ $\{\boldsymbol{\varepsilon}_0\} = \{\varepsilon_{x_0}, \varepsilon_{y_0}, \gamma_{xy_0}\}^T$ と曲率 $\{\boldsymbol{\kappa}\} = \{\kappa_x, \kappa_y, \kappa_{xy}\}^T$ を用いて，

$$\begin{Bmatrix} \{\mathbf{N}\} \\ \{\mathbf{M}\} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} [\mathbf{A}] & [\mathbf{B}] \\ [\mathbf{B}] & [\mathbf{D}] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{\boldsymbol{\varepsilon}_0\} \\ \{\boldsymbol{\kappa}\} \end{Bmatrix} \quad (2.19)$$

と表せられる．

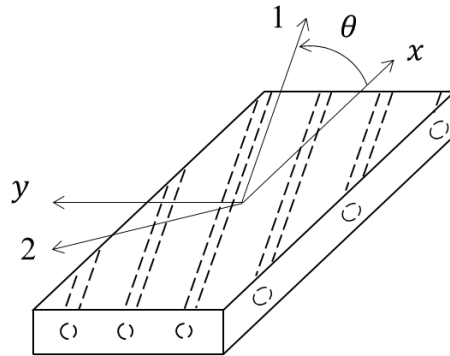


Fig. 2.4 Definition of fiber orientation angle.

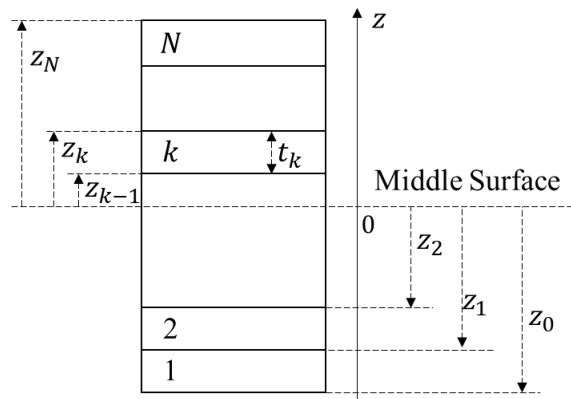


Fig. 2.5 Geometry of N-layered laminate.

2.2.2 平衡方程式

本研究においては、ブレードの挙動を回転座標系 xyz で全て考える。ただし、遠心力の影響に焦点を当てるため、コリオリ力の影響は無視する。回転座標系 xyz における角速度ベクトルは、

$$\boldsymbol{\Omega} = \begin{pmatrix} \Omega_x \\ \Omega_y \\ \Omega_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ \Omega \cos \varphi \\ \Omega \sin \varphi \end{pmatrix} \quad (2.20)$$

であり、中央面の変形後の位置ベクトルは、

$$\mathbf{r} = \mathbf{r}_0 + \mathbf{u} = \begin{pmatrix} R+x \\ y \\ z \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} u_0 \\ v_0 \\ w_0 \end{pmatrix} \approx \begin{pmatrix} R+x+u_0 \\ y+v_0 \\ w \end{pmatrix} \quad (2.21)$$

となる。ただし、ブレードは薄く、厚さ方向の成分を無視できるとした。したがって、単位体積にはたらく遠心力ベクトルは以下のようになる。

$$\begin{aligned} \mathbf{F}_{\text{cen}} &= -\rho \boldsymbol{\Omega} \times (\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{r}) \\ &= \rho \Omega^2 \begin{pmatrix} (R+x+u_0) \\ (y+v_0) \sin^2 \varphi - w_0 \sin \varphi \cos \varphi \\ -(y+v_0) \sin \varphi \cos \varphi + w_0 \cos^2 \varphi \end{pmatrix} \\ &\equiv \{F_{\text{cen}_x} \quad F_{\text{cen}_y} \quad F_{\text{cen}_z}\}^T \end{aligned} \quad (2.22)$$

ここで、中央面における微小要素の単位面積あたりの x 方向・ y 方向・ z 方向の平衡方程式は、Fig. 2.6 および文献[36]から、それぞれ、

$$\begin{aligned} \frac{\partial N_x}{\partial x} + \frac{\partial N_{xy}}{\partial y} + F_{\text{cen}_x} h + F_u - \mu \frac{\partial^2 u_0}{\partial t^2} &= 0 \\ \frac{\partial N_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial N_y}{\partial y} + F_{\text{cen}_y} h + F_v - \mu \frac{\partial^2 v_0}{\partial t^2} &= 0 \\ \frac{\partial}{\partial x} \left(Q_x + N_x \frac{\partial w}{\partial x} + N_{xy} \frac{\partial w}{\partial y} \right) \\ + \frac{\partial}{\partial y} \left(Q_y + N_y \frac{\partial w}{\partial y} + N_{xy} \frac{\partial w}{\partial x} \right) + F_{\text{cen}_z} h + F_w - \mu \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} &= 0 \end{aligned} \quad (2.23)$$

となる。

さらに、モーメントの釣り合いは、

$$\begin{aligned} Q_x &= \frac{\partial M_x}{\partial x} + \frac{\partial M_{xy}}{\partial y} \\ Q_y &= \frac{\partial M_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial M_y}{\partial y} \end{aligned} \quad (2.24)$$

である。

ただし、 μ は単位面積あたりの質量を表し、

$$\mu = \int_{-h/2}^{h/2} \rho dz \quad (2.25)$$

である. 加えて, 式(2.21)より, 遠心力は厚さ方向について一様とした. また, F_u , F_v , F_w は中央面単位面積あたりの外力を示す.

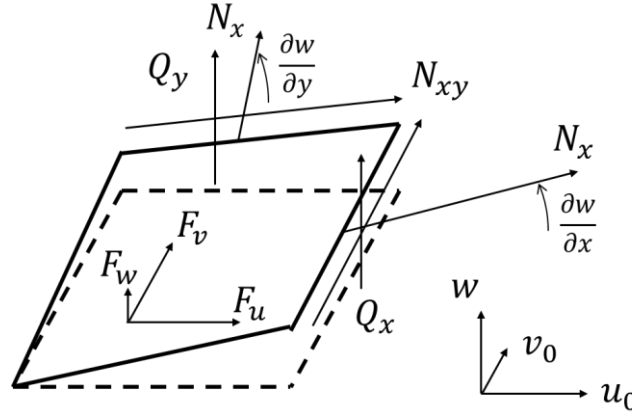


Fig. 2.6 Equilibrium of representative volume element under centrifugal force.

2.2.3 Hamilton's principle

等方性平板の面外変形のみを考慮する場合, 式(2.23)と式(2.24)に式(2.7)および式(2.17)を代入すると, w に関する4階の微分方程式が得られ, その一般解を解析的に解くことができる. しかし, それ以外の場合では解析的に解くことができない. 本研究では, 複合材積層板を対象に扱うため, ハミルトンの原理を用いて, 平衡方程式を近似的に満たすことを考える. すなわち, 式(2.23.1), 式(2.23.2), 式(2.23.3)にそれぞれ中央面の変位の変分量 δu_0 , δv_0 , δw をかけ, ブレードの領域全体に渡る積分と, 任意時間 t_1 から t_2 までの積分を行うことで, 以下のように平衡方程式を弱形式で記述することができる.

$$\begin{aligned} & \int_{t_1}^{t_2} \int_S \left[\left(\frac{\partial N_x}{\partial x} + \frac{\partial N_{xy}}{\partial y} + \mu \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + F_{cen_x} h + F_u \right) \delta u \right. \\ & + \left(\frac{\partial N_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial N_y}{\partial y} + \mu \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} + F_{cen_y} h + F_v \right) \delta v \\ & \left. + \left\{ \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial M_x}{\partial x} + \frac{\partial M_{xy}}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial M_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial M_y}{\partial y} \right) + \mu \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + F_{cen_z} h + F_z \right\} \delta w \right] dA dt = 0 \end{aligned} \quad (2.26)$$

式(2.26)に式(2.6), 式(2.7), (2.17)を代入し, 部分積分を行うことで, 以下の式が得られる.

$$\delta \int_{t_1}^{t_2} L dt = 0 \quad (2.27)$$

ただし, L はラグランジュ関数であり, 以下のように表せられる.

$$L = T - \Pi + \Pi_c + W \quad (2.28)$$

$$T = \int_V \frac{1}{2} \rho \left\{ \left(\frac{\partial u}{\partial t} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial t} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial t} \right)^2 \right\} dV \quad (2.29)$$

$$\Pi = \int_S \frac{1}{2} \left\{ \{\boldsymbol{\varepsilon}_0\}^T [\mathbf{A}] \{\boldsymbol{\varepsilon}_0\} + 2\{\boldsymbol{\varepsilon}_0\}^T [\mathbf{B}] \{\boldsymbol{\kappa}\} + \{\boldsymbol{\kappa}\}^T [\mathbf{D}] \{\boldsymbol{\kappa}\} \right\} dA \quad (2.30)$$

$$W = \int_S \{F_u, F_v, F_w\} \cdot \{u, v, w\}^T dA \quad (2.31)$$

ここで、 T は運動エネルギー、 Π はポテンシャルエネルギー、 W は外力による保存力である。また、 Π_c は遠心力による外力仕事を表す項であり、以下のように表せられる。

$$\Pi_c = \int_V \int \mathbf{F}_{\text{cen}}^T \cdot d\mathbf{u} dV \quad (2.32)$$

\mathbf{F}_{cen} は変形量 \mathbf{u} が含まれているので保存力ではないが、バードストライクによる外力仕事 W と同じように扱うことができる。

ここで、変位を定常状態($\bar{\quad}$)と、定常状態を基準とした振動状態($\tilde{\quad}$)に分けて考える。すなわち、

$$\begin{aligned} u_0(x, y, t) &= \bar{u}_0(x, y, t) + \tilde{u}_0(x, y, t) \\ u_0(x, y, t) &= \bar{v}_0(x, y, t) + \tilde{v}_0(x, y, t) \\ w(x, y, t) &= \bar{w}(x, y, t) + \tilde{w}(x, y, t) \end{aligned} \quad (2.33)$$

である。また、ラグランジュ関数に関する各エネルギーも、以下のように定常状態($\bar{\quad}$)の成分と、定常状態を基準とした振動状態($\tilde{\quad}$)の成分に分けることができる。

$$T = \int_V \frac{1}{2} \rho \left\{ \left(\frac{\partial(\bar{u} + \tilde{u})}{\partial t} \right)^2 + \left(\frac{\partial(\bar{v} + \tilde{v})}{\partial t} \right)^2 + \left(\frac{\partial(\bar{w} + \tilde{w})}{\partial t} \right)^2 \right\} dV \quad (2.34)$$

$$\Pi = \int_S \frac{1}{2} \left\{ (\bar{\boldsymbol{\varepsilon}}_0 + \tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}_0) [\mathbf{A}] (\bar{\boldsymbol{\varepsilon}}_0 + \tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}_0)^T + 2(\bar{\boldsymbol{\varepsilon}}_0 + \tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}_0) [\mathbf{B}] (\bar{\boldsymbol{\kappa}} + \tilde{\boldsymbol{\kappa}})^T + (\bar{\boldsymbol{\kappa}} + \tilde{\boldsymbol{\kappa}}) [\mathbf{D}] (\bar{\boldsymbol{\kappa}} + \tilde{\boldsymbol{\kappa}})^T \right\} dS \quad (2.35)$$

$$W = \int_S \{F_u, F_v, F_w\} \cdot \{u, v, w\}^T dA \quad (2.36)$$

$$\Pi_c = \int_V \int (\bar{\mathbf{F}}_{\text{cen}} + \tilde{\mathbf{F}}_{\text{cen}}) \cdot d(\bar{\mathbf{u}} + \tilde{\mathbf{u}}) dV \quad (2.37)$$

ここで、ハミルトンの原理を以下のように二つに分けて考える。

$$\delta \int_{t_1}^{t_2} L dt = \delta \int_{t_1}^{t_2} L_1 dt + \delta \int_{t_1}^{t_2} L_2 dt = 0 \quad (2.38)$$

L_1 は定常状態を決定するためのラグランジュ関数とし、 L_2 は振動状態を決定するためのラグランジュ関数と考える。したがって、定常状態のみの成分を L_1 にまとめ、振動状態を含む成分を L_2 にまとめて計算すると、それぞれの値は以下ようになる。

$$\begin{aligned}
& \delta \int_{t_1}^{t_2} L_1 dt \\
&= \delta \int_{t_1}^{t_2} \int_V -\frac{1}{2} (\{\bar{\boldsymbol{\varepsilon}}_0\} [\mathbf{A}] \{\bar{\boldsymbol{\varepsilon}}_0\}^T + 2 \{\bar{\boldsymbol{\varepsilon}}_0\} [\mathbf{B}] \{\bar{\boldsymbol{\kappa}}\}^T + \{\bar{\boldsymbol{\kappa}}\} [\mathbf{D}] \{\bar{\boldsymbol{\kappa}}\}^T) dV dt \\
&+ \delta \int_{t_1}^{t_2} \int_V \rho \Omega^2 \left[x \bar{u}_0 + \frac{1}{2} \bar{u}_0^2 \right] dV dt \\
&+ \delta \int_{t_1}^{t_2} \int_V \rho \Omega^2 \left[y (\bar{v}_0 \sin \varphi - \bar{w} \cos \varphi) \sin \varphi + \frac{1}{2} \bar{v}_0^2 \sin^2 \varphi + \frac{1}{2} \bar{w}^2 \cos^2 \varphi \right. \\
&\quad \left. - \bar{v}_0 \bar{w} \sin \varphi \cos \varphi \right] dV dt
\end{aligned} \tag{2.39}$$

$$\begin{aligned}
& + \delta \int_{t_1}^{t_2} \int_V \left[- \left\{ \bar{\sigma}_{x_0} \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \bar{w}}{\partial x} \right)^2 \right\} - \left\{ \bar{\sigma}_{y_0} \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \bar{w}}{\partial x} \right)^2 \right\} - \left\{ 2 \bar{\tau}_{xy_0} \left(\frac{\partial \bar{w}}{\partial x} \right) \left(\frac{\partial \bar{w}}{\partial y} \right) \right\} \right] dV dt \\
& \delta \int_{t_1}^{t_2} L_2 dt \\
&= \delta \int_V \frac{1}{2} \rho \left\{ \left(\frac{\partial \tilde{u}}{\partial t} \right)^2 + \left(\frac{\partial \tilde{v}}{\partial t} \right)^2 + \left(\frac{\partial \tilde{w}}{\partial t} \right)^2 \right\} dV \\
&+ \delta \int_{t_1}^{t_2} \int_V -\frac{1}{2} (\{\tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}_0\} [\mathbf{A}] \{\tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}_0\}^T + 2 \{\tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}_0\} [\mathbf{B}] \{\tilde{\boldsymbol{\kappa}}\}^T + \{\tilde{\boldsymbol{\kappa}}\} [\mathbf{D}] \{\tilde{\boldsymbol{\kappa}}\}^T) dV dt \\
&+ \delta \int_{t_1}^{t_2} \int_V \rho \Omega^2 \left[x \tilde{u}_0 + \frac{1}{2} \tilde{u}_0^2 \right] dV dt \\
&+ \delta \int_{t_1}^{t_2} \int_V \rho \Omega^2 \left[y (\tilde{v}_0 \sin \varphi - \tilde{w} \cos \varphi) \sin \varphi + \frac{1}{2} \tilde{v}_0^2 \sin^2 \varphi + \frac{1}{2} \tilde{w}^2 \cos^2 \varphi \right. \\
&\quad \left. - \tilde{v}_0 \tilde{w} \sin \varphi \cos \varphi \right] dV dt \\
&+ \delta \int_{t_1}^{t_2} \int_V \left[-\frac{1}{2} \bar{\sigma}_{x_0} \left\{ 2 \left(\frac{\partial \bar{w}}{\partial x} \right) \left(\frac{\partial \tilde{w}}{\partial x} \right) + \left(\frac{\partial \tilde{w}}{\partial x} \right)^2 \right\} - \frac{1}{2} \bar{\sigma}_{y_0} \left\{ 2 \left(\frac{\partial \bar{w}}{\partial y} \right) \left(\frac{\partial \tilde{w}}{\partial y} \right) + \left(\frac{\partial \tilde{w}}{\partial y} \right)^2 \right\} \right. \\
&\quad \left. - 2 \bar{\tau}_{xy_0} \left\{ \left(\frac{\partial \bar{w}}{\partial x} \right) \left(\frac{\partial \tilde{w}}{\partial y} \right) + \left(\frac{\partial \tilde{w}}{\partial x} \right) \left(\frac{\partial \bar{w}}{\partial y} \right) + \left(\frac{\partial \tilde{w}}{\partial x} \right) \left(\frac{\partial \tilde{w}}{\partial y} \right) \right\} \right] dV dt \\
&+ \delta \int_{t_1}^{t_2} \int_V \left[-\frac{1}{2} \tilde{\sigma}_{x_0} \left\{ \left(\frac{\partial \bar{w}}{\partial x} \right)^2 + 2 \left(\frac{\partial \bar{w}}{\partial x} \right) \left(\frac{\partial \tilde{w}}{\partial x} \right) + \left(\frac{\partial \tilde{w}}{\partial x} \right)^2 \right\} \right. \\
&\quad \left. - \frac{1}{2} \tilde{\sigma}_{y_0} \left\{ \left(\frac{\partial \bar{w}}{\partial y} \right)^2 + 2 \left(\frac{\partial \bar{w}}{\partial y} \right) \left(\frac{\partial \tilde{w}}{\partial y} \right) + \left(\frac{\partial \tilde{w}}{\partial y} \right)^2 \right\} - 2 \tilde{\tau}_{xy_0} \left(\frac{\partial \bar{w}}{\partial x} \right) \left(\frac{\partial \tilde{w}}{\partial y} \right) \right] dV dt \\
&+ \delta \int_{t_1}^{t_2} \int_V \rho \Omega^2 [\bar{u}_0 \tilde{u}_0 + (\bar{v}_0 \sin \varphi - \bar{w} \cos \varphi) (\tilde{v}_0 \sin \varphi - \tilde{w} \cos \varphi)] dV dt \\
&+ \delta \int_{t_1}^{t_2} \int_V -(\{\bar{\boldsymbol{\varepsilon}}_0\} [\mathbf{A}] \{\tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}_0\}^T + \{\tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}_0\} [\mathbf{B}] \{\bar{\boldsymbol{\kappa}}\}^T + \{\bar{\boldsymbol{\varepsilon}}_0\} [\mathbf{B}] \{\tilde{\boldsymbol{\kappa}}\}^T + \{\bar{\boldsymbol{\kappa}}\} [\mathbf{D}] \{\tilde{\boldsymbol{\kappa}}\}^T) dV dt = 0
\end{aligned} \tag{2.40}$$

ただし、式(2.40)の導出の際、 w が u_0 や v_0 と独立であると仮定した。すなわち、中央面の応力が面外振動に与える影響は小さいとした[37]。この仮定に基づくと、以下の変分の式が成り立つ。

$$\int_{t_1}^{t_2} \int_V \frac{\partial}{\partial x} \left(E \frac{\partial u_0}{\partial x} \frac{\partial w}{\partial x} \right) \delta w dV dt = -\delta \int_{t_1}^{t_2} \int_V E \frac{\partial u_0}{\partial x} \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 dV dt \quad (2.41)$$

ハミルトンの原理を、定常状態と過渡応答の二相に分けて成り立つと仮定する。すなわち、

$$\delta \int_{t_1}^{t_2} L_1 dt = \delta \int_{t_1}^{t_2} L_2 dt = 0 \quad (2.42)$$

が成り立つとする。したがって、それぞれのラグランジュ関数は、運動エネルギー T 、ポテンシャルエネルギー Π 、遠心力による仕事 Π_c 、面内応力による仕事 Π_t を用いて、

$$\begin{aligned} L_1 &= -\bar{\Pi} + \Pi_c \\ L_2 &= T - \tilde{\Pi} - \Pi_t \end{aligned} \quad (2.43)$$

で表される。ただし、

$$T = \int_V \frac{1}{2} \rho \left\{ \left(\frac{\partial \tilde{u}}{\partial t} \right)^2 + \left(\frac{\partial \tilde{v}}{\partial t} \right)^2 + \left(\frac{\partial \tilde{w}}{\partial t} \right)^2 \right\} dV \quad (2.44)$$

$$\bar{\Pi} = \int_S \frac{1}{2} (\{\bar{\boldsymbol{\varepsilon}}_0\}^T [\mathbf{A}] \{\bar{\boldsymbol{\varepsilon}}_0\} + 2\{\bar{\boldsymbol{\varepsilon}}_0\}^T [\mathbf{B}] \{\bar{\boldsymbol{\kappa}}\} + \{\bar{\boldsymbol{\kappa}}\}^T [\mathbf{D}] \{\bar{\boldsymbol{\kappa}}\}) dS \quad (2.45)$$

$$\tilde{\Pi} = \int_S \frac{1}{2} (\{\tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}_0\}^T [\mathbf{A}] \{\tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}_0\} + 2\{\tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}_0\}^T [\mathbf{B}] \{\tilde{\boldsymbol{\kappa}}\} \{\tilde{\boldsymbol{\kappa}}\}^T + \{\tilde{\boldsymbol{\kappa}}\}^T [\mathbf{D}] \{\tilde{\boldsymbol{\kappa}}\}) dS \quad (2.46)$$

$$\Pi_c = \int_V \int \mathbf{F}_{\text{cen}}(\bar{\mathbf{u}}) \cdot d\bar{\mathbf{u}} dV \quad (2.47)$$

$$\Pi_t = \int_V \frac{1}{2} \left\{ \bar{\sigma}_{x_0} \left(\frac{\partial \tilde{w}}{\partial x} \right)^2 + \bar{\sigma}_{y_0} \left(\frac{\partial \tilde{w}}{\partial y} \right)^2 + 2\bar{\tau}_{xy_0} \left(\frac{\partial \tilde{w}}{\partial x} \right) \left(\frac{\partial \tilde{w}}{\partial y} \right) \right\} dV \quad (2.48)$$

である。また、式(2.48)の導出の際、先行研究[37]を参考に、振動状態において面内応力は変化せず、平衡状態の値のまま一定であるという仮定を用いた。

2.2.4 Rayleigh-Ritz 法

変位量の定式化には Rayleigh-Ritz 法を用いた。Mahmoodi ら[38]の研究を参考に、面内変形を含む振動問題においても線形モードの重ね合わせが使用できると仮定する。さらに、Qian ら[33]によると、板の面外変形は梁の曲げ振動に関するモード解のかけあわせで表現できる。これと同様に、面内変位に関しても境界条件を満たすモード関数の積で表すことができると仮定する。 \bar{U}_{ij} , \bar{V}_{ij} , \bar{W}_{ij} , \tilde{U}_{ij} , \tilde{V}_{ij} , \tilde{W}_{ij} を一般化座標とすると、中央面の変位関数は以下のような総和形式で記述できる。また、定常状態と振動状態で同じモード関数を使用した。

$$\begin{aligned}\bar{u}_0(x, y, t) &= \sum_i^{N_u} \sum_j^{N_u} \bar{U}_{ij}(t) X_{u_i}(x) Y_{u_j}(y) \\ \bar{v}_0(x, y, t) &= \sum_i^{N_v} \sum_j^{N_v} \bar{V}_{ij}(t) X_{v_i}(x) Y_{v_j}(y)\end{aligned}\quad (2.49)$$

$$\begin{aligned}\bar{w}(x, y, t) &= \sum_i^{N_w} \sum_j^{N_w} \bar{W}_{ij}(t) X_{w_i}(x) Y_{w_j}(y) \\ \tilde{u}_0(x, y, t) &= \sum_i^{N_u} \sum_j^{N_u} \tilde{U}_{ij}(t) X_{u_i}(x) Y_{u_j}(y) \\ \tilde{v}_0(x, y, t) &= \sum_i^{N_v} \sum_j^{N_v} \tilde{V}_{ij}(t) X_{v_i}(x) Y_{v_j}(y)\end{aligned}\quad (2.50)$$

$$\tilde{w}(x, y, t) = \sum_i^{N_w} \sum_j^{N_w} \tilde{W}_{ij}(t) X_{w_i}(x) Y_{w_j}(y)$$

ただし、 $X_{u_i}(x)$ 、 $Y_{v_j}(y)$ はそれぞれ片持ち梁、両端自由梁の縦振動に関するモード関数であり、 $X_{v_i}(x)$ と $Y_{u_j}(y)$ は経験則より決定した。また、 $X_{w_n}(x)$ と $Y_{w_n}(y)$ はそれぞれ片持ち梁、両端自由梁の曲げ振動に関するモード関数[22]とする。 $X_{w_n}(x)$ と $Y_{w_n}(y)$ には直交性がある。これらのモード関数を Fig. 2.7 に図示する。使用した面内のモード関数は以下の通りである。

$$\begin{aligned}X_{u_n}(x) &= \sin \frac{(2n-1)\pi x}{2L} \\ Y_{u_n}(y) &= \begin{cases} 1 & n=1 \\ \cos \frac{(2n-3)\pi y}{2L} & n \geq 2 \end{cases} \\ X_{v_n}(x) &= \left(\frac{x}{L}\right)^n \\ Y_{v_n}(y) &= \sin \left(\frac{n\pi y}{b} + \frac{(n-1)\pi}{2} \right)\end{aligned}\quad (2.51)$$

また、 $X_{w_n}(x)$ は、

$$X_{w_n}(x) = \cosh \frac{\lambda_n x}{L} - \cos \frac{\lambda_n x}{L} - \alpha_n \left(\sinh \frac{\lambda_n x}{L} - \sin \frac{\lambda_n x}{L} \right)\quad (2.52)$$

であり、 λ_n は、

$$\cosh \lambda_n \cos \lambda_n = -1\quad (2.53)$$

を満たすような固有値であり、

$$\alpha_n = \frac{\cosh \lambda_n + \cos \lambda_n}{\sinh \lambda_n + \sin \lambda_n} \quad (2.54)$$

である. 一方で, $Y_{w_n}(y)$ は,

$$Y_{w_n}(y) = \begin{cases} 1 & n = 1 \\ -\frac{2\sqrt{3}y}{b} & n = 2 \\ \cosh \frac{\lambda_n}{b} \left(y + \frac{b}{2}\right) + \cos \frac{\lambda_n}{b} \left(y + \frac{b}{2}\right) - \beta_n \left(\sinh \frac{\lambda_n}{b} \left(y + \frac{b}{2}\right) + \sin \frac{\lambda_n}{b} \left(y + \frac{b}{2}\right) \right) & n \geq 3 \end{cases} \quad (2.55)$$

であり, λ_n は,

$$\cosh \lambda_n \cos \lambda_n = 1 \quad (2.56)$$

を満たすような固有値であり,

$$\beta_n = \frac{\cosh \lambda_n - \cos \lambda_n}{\sinh \lambda_n - \sin \lambda_n} \quad (2.57)$$

である.

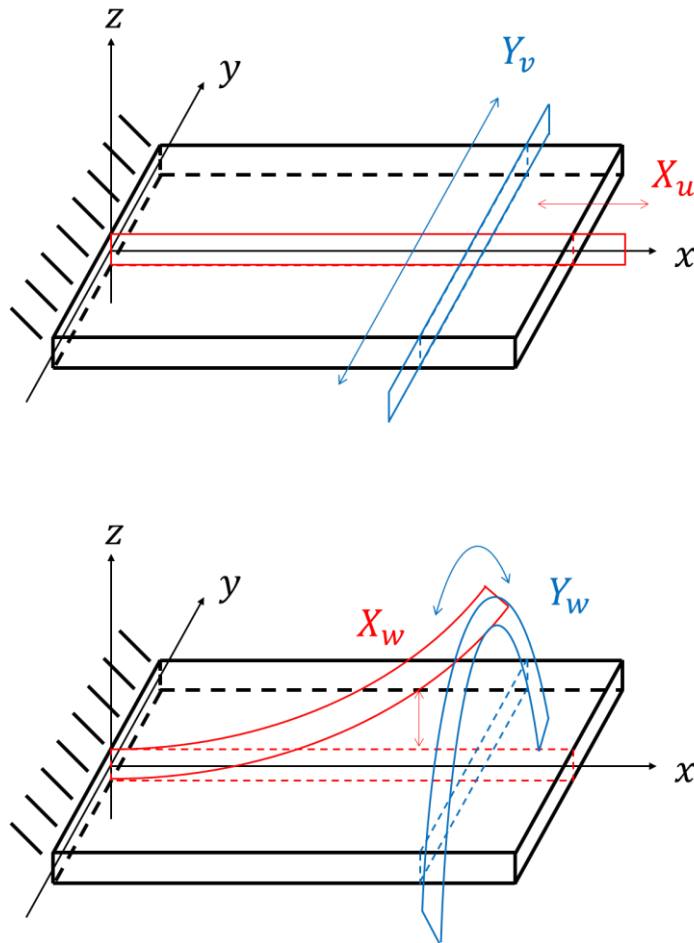


Fig. 2.7 In-plane mode function (uopr) and out-of-plane mode function (lower).

2.2.5 運動方程式

式(2.42)を考慮すると、本研究におけるラグランジュ関数は一般化座標 \bar{U}_{ij} , \bar{V}_{ij} , \bar{W}_{ij} , \tilde{U}_{ij} , \tilde{V}_{ij} , \tilde{W}_{ij} に関するラグランジュ関数と考えることができる。以上の式を用いて、 L_1 , L_2 に関してそれぞれ以下のラグランジュ方程式を解く。

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L_1}{\partial \dot{\bar{U}}_{ij}} \right) - \frac{\partial L_1}{\partial \bar{U}_{ij}} &= 0 \\ \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L_1}{\partial \dot{\bar{V}}_{ij}} \right) - \frac{\partial L_1}{\partial \bar{V}_{ij}} &= 0 \end{aligned} \quad (2.58)$$

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L_1}{\partial \dot{\bar{W}}_{ij}} \right) - \frac{\partial L_1}{\partial \bar{W}_{ij}} &= 0 \\ \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L_2}{\partial \dot{\tilde{U}}_{ij}} \right) - \frac{\partial L_2}{\partial \tilde{U}_{ij}} &= 0 \\ \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L_2}{\partial \dot{\tilde{V}}_{ij}} \right) - \frac{\partial L_2}{\partial \tilde{V}_{ij}} &= 0 \end{aligned} \quad (2.59)$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L_2}{\partial \dot{\tilde{W}}_{ij}} \right) - \frac{\partial L_2}{\partial \tilde{W}_{ij}} = 0$$

定常状態と振動状態で同じモード関数を使用したことにより、以下のような整理された行列形式で、定常状態を求める方程式と運動方程式が導出できる。

遠心力による定常状態:

$$\left(\begin{bmatrix} \mathbf{K}_u & \mathbf{K}_{uv} & \mathbf{K}_{uw} \\ & \mathbf{K}_v & \mathbf{K}_{vw} \\ sym & & \mathbf{K}_w \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \mathbf{K}'_u & 0 & 0 \\ & \mathbf{K}'_v & 0 \\ sym & & \mathbf{K}'_w \end{bmatrix} \right) \begin{Bmatrix} \bar{\mathbf{U}} \\ \bar{\mathbf{V}} \\ \bar{\mathbf{W}} \end{Bmatrix} = \Omega^2 \begin{Bmatrix} \mathbf{f}_{cu} \\ \mathbf{f}_{cv} \\ \mathbf{f}_{cw} \end{Bmatrix} \quad (2.60)$$

遠心力下の運動方程式:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \mathbf{M}_u & 0 & 0 \\ & \mathbf{M}_v & 0 \\ sym & & \mathbf{M}_w \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{\tilde{\mathbf{U}}} \\ \ddot{\tilde{\mathbf{V}}} \\ \ddot{\tilde{\mathbf{W}}} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{K}_u & \mathbf{K}_{uv} & \mathbf{K}_{uw} \\ & \mathbf{K}_v & \mathbf{K}_{vw} \\ sym & & \mathbf{K}_w \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \tilde{\mathbf{U}} \\ \tilde{\mathbf{V}} \\ \tilde{\mathbf{W}} \end{Bmatrix} \\ + \left(\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ & 0 & 0 \\ sym & & \mathbf{K}_{cw} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \mathbf{K}'_u & 0 & 0 \\ & \mathbf{K}'_v & 0 \\ sym & & \mathbf{K}'_w \end{bmatrix} \right) \begin{Bmatrix} \tilde{\mathbf{U}} \\ \tilde{\mathbf{V}} \\ \tilde{\mathbf{W}} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{F}_u \\ \mathbf{F}_v \\ \mathbf{F}_w \end{Bmatrix} \end{aligned} \quad (2.61)$$

簡略的に記述すると,

$$\begin{aligned} ([\mathbf{K}] - [\mathbf{K}'])\{\bar{\mathbf{q}}\} &= \{\mathbf{F}_{cen}\} \\ [\mathbf{M}]\{\ddot{\tilde{\mathbf{q}}}\} + ([\mathbf{K}] + [\mathbf{K}_c(\bar{\mathbf{q}})] - [\mathbf{K}'])\{\tilde{\mathbf{q}}\} &= \{\mathbf{F}\} \end{aligned} \quad (2.62)$$

となる。ただし、 $[\mathbf{M}]$ は質量行列、 $[\mathbf{K}]$ は剛性行列、 $\{\mathbf{F}\}$ は外力ベクトル、 $\{\mathbf{q}\}$ は変位ベクトルであり、

$$\begin{aligned}
 [\mathbf{M}] &= \begin{bmatrix} \mathbf{M}_u & 0 & 0 \\ & \mathbf{M}_v & 0 \\ sym & & \mathbf{M}_w \end{bmatrix} \\
 [\mathbf{K}] &= \begin{bmatrix} \mathbf{K}_u & \mathbf{K}_{uv} & \mathbf{K}_{uw} \\ & \mathbf{K}_v & \mathbf{K}_{vw} \\ sym & & \mathbf{K}_w \end{bmatrix} \\
 \{\mathbf{F}\} &= \{\mathbf{F}_u, \mathbf{F}_v, \mathbf{F}_w\}^T \\
 \mathbf{q} &= \{\mathbf{U}, \mathbf{V}, \mathbf{W}\}^T
 \end{aligned} \tag{2.63}$$

また、式(2.60)右辺の項は、遠心力による外力項である。式(2.62.1)左辺の第二項及び式(2.61.2)左辺の第四項にある $[\mathbf{K}']$ は、変形による遠心力の増加成分を考慮したことによる項である。また、式(2.62.2)左辺の第三項の $[\mathbf{K}_c(\bar{\mathbf{q}})]$ は遠心力による面内引張によって生じた幾何剛性を表しており、式(2.48)から得られる。

$$\begin{aligned}
 \{\mathbf{F}_{cen}\} &= \Omega^2 \{\mathbf{f}_{cu}, \mathbf{f}_{cv}, \mathbf{f}_{cw}\}^T \\
 [\mathbf{K}'] &= \begin{bmatrix} \mathbf{K}'_u & 0 & 0 \\ & \mathbf{K}'_v & 0 \\ sym & & \mathbf{K}'_w \end{bmatrix} \\
 [\mathbf{K}_c(\bar{\mathbf{q}})] &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ & 0 & 0 \\ sym & & \mathbf{K}_{cw} \end{bmatrix}
 \end{aligned} \tag{2.64}$$

これらは、回転を考慮しない条件では0となり、式(2.60)は恒等的に成り立ち、式(2.62)は以下のように書くことができる。

$$[\mathbf{M}]\{\ddot{\bar{\mathbf{q}}}\} + [\mathbf{K}]\{\bar{\mathbf{q}}\} = \{\mathbf{F}\} \tag{2.65}$$

また、行列およびベクトルの各成分はそれぞれ以下のようになる。

質量行列

$$\begin{aligned}
 \mathbf{M}_{uijkl} &= \int_V \rho X_{u_i} Y_{u_j} X_{u_k} Y_{u_l} dV \\
 \mathbf{M}_{vijkl} &= \int_V \rho X_{v_i} Y_{v_j} X_{v_k} Y_{v_l} dV \\
 \mathbf{M}_{wijkl} &= \int_V \rho X_{w_i} Y_{w_j} X_{w_k} Y_{w_l} dV
 \end{aligned} \tag{2.66}$$

剛性行列

$$\begin{aligned}
\mathbf{K}_{u_{ijkl}} &= \int_V \left\{ A_{11} X'_{u_i} Y_{u_j} X'_{u_k} Y_{u_l} + (A_{16} + A_{61}) (X'_{u_i} Y_{u_j} X_{u_k} Y'_{u_l} + X_{u_i} Y'_{u_j} X'_{u_k} Y_{u_l}) \right. \\
&\quad \left. + 2A_{66} X_{u_i} Y'_{u_j} X_{u_k} Y'_{u_l} \right\} dV \\
\mathbf{K}_{v_{ijkl}} &= \int_V \left\{ A_{22} X_{v_i} Y'_{v_j} X_{v_k} Y'_{v_l} + (A_{26} + A_{62}) (X_{v_i} Y'_{v_j} X'_{v_k} Y_{v_l} + X'_{v_i} Y_{v_j} X_{v_k} Y'_{v_l}) \right. \\
&\quad \left. + 2A_{66} X'_{v_i} Y_{v_j} X'_{v_k} Y_{v_l} \right\} dV \\
\mathbf{K}_{uv_{ijkl}} &= \int_V \left\{ A_{12} X'_{u_i} Y_{u_j} X_{v_k} Y'_{v_l} + A_{16} X'_{u_i} Y_{u_j} X'_{v_k} Y_{v_l} + A_{21} X_{u_i} Y'_{u_j} X'_{v_k} Y_{v_l} \right. \\
&\quad + A_{26} X_{u_i} Y'_{u_j} X'_{v_k} Y_{v_l} + A_{61} X'_{u_i} Y_{u_j} X'_{v_k} Y_{v_l} + A_{62} X_{u_i} Y'_{u_j} X_{v_k} Y'_{v_l} \\
&\quad \left. + 2A_{66} X_{u_i} Y'_{u_j} X'_{v_k} Y_{v_l} \right\} dV \tag{2.67} \\
\mathbf{K}_{w_{ijkl}} &= \int_V \left(D_{11} X''_{w_i} Y_{w_j} X''_{w_k} Y_{w_l} + D_{12} X''_{w_i} Y_{w_j} X_{w_k} Y''_{w_l} + 2D_{16} X''_{w_i} Y_{w_j} X'_{w_k} Y'_{w_l} \right. \\
&\quad + D_{21} X_{w_i} Y''_{w_j} X''_{w_k} Y_{w_l} + D_{22} X_{w_i} Y'_{w_j} X_{w_k} Y''_{w_l} + 2D_{26} X_{w_i} Y''_{w_j} X'_{w_k} Y'_{w_l} \\
&\quad \left. + 2D_{61} X'_{w_i} Y_{w_j} X''_{w_k} Y_{w_l} + 2D_{62} X'_{w_i} Y'_{w_j} X_{w_k} Y''_{w_l} + 4D_{66} X'_{w_i} Y'_{w_j} X'_{w_k} Y'_{w_l} \right) dV
\end{aligned}$$

外力ベクトル

$$\begin{aligned}
\mathbf{F}_{u_{ij}} &= \int_V F_u X_{u_i} Y_{u_j} dV \\
\mathbf{F}_{v_{ij}} &= \int_V F_v X_{v_i} Y_{v_j} dV \\
\mathbf{F}_{w_{ij}} &= \int_V F_w X_{w_i} Y_{w_j} dV
\end{aligned} \tag{2.68}$$

変位ベクトル

$$\begin{aligned}
\bar{\mathbf{U}} &= \{U_{11}, U_{12}, \dots, U_{1N}, \dots, U_{ij}, \dots, U_{NN}\}^T \\
\bar{\mathbf{V}} &= \{V_{11}, V_{12}, \dots, V_{1N}, \dots, V_{ij}, \dots, V_{NN}\}^T \\
\bar{\mathbf{W}} &= \{W_{11}, W_{12}, \dots, W_{1N}, \dots, W_{ij}, \dots, W_{NN}\}^T \\
\tilde{\mathbf{U}} &= \{U_{11}, U_{12}, \dots, U_{1N}, \dots, U_{ij}, \dots, U_{NN}\}^T \\
\tilde{\mathbf{V}} &= \{V_{11}, V_{12}, \dots, V_{1N}, \dots, V_{ij}, \dots, V_{NN}\}^T \\
\tilde{\mathbf{W}} &= \{W_{11}, W_{12}, \dots, W_{1N}, \dots, W_{ij}, \dots, W_{NN}\}^T
\end{aligned} \tag{2.69}$$

遠心力による荷重

$$\begin{aligned}
K'_u &= \int_V \rho \Omega^2 \phi_i \psi_j \phi_m \psi_n dV \\
K'_v &= \int_V \rho \Omega^2 \sin^2 \varphi \xi_i \eta_j \xi_m \eta_n dV \\
K'_{vw} &= - \int_V \rho \Omega^2 \sin \varphi \cos \varphi \xi_i \eta_j X_m Y_n dV \\
K'_w &= \int_V \rho \Omega^2 \cos^2 \varphi X_i Y_j X_m Y_n dV \\
f_{cv} &= \int_V \rho \Omega^2 \sin^2 \varphi y \xi_i \eta_j dV \\
f_{cw} &= - \int_V \rho \Omega^2 \sin \varphi \cos \varphi y X_i Y_j dV
\end{aligned} \tag{2.70}$$

2.3 解析手法

本研究では、式(2.62)を用いて固有振動解析および過渡応答解析を行った。各解析手法について以下に記す。

2.3.1 固有振動解析手法

変位の調和振動を考えると $\tilde{\mathbf{q}} = \tilde{\mathbf{q}}_0 e^{i\omega t}$ とおき、外力ベクトルについても $\{\mathbf{F}\} = \mathbf{0}$ とおくと、式(2.65)では、以下のようなになる。

$$(-\omega^2 [\mathbf{M}] + [\mathbf{K}])\{\tilde{\mathbf{q}}_0\} = \{\mathbf{0}\} \tag{2.71}$$

$[\mathbf{M}]$ は振動モードの直交性故に対角行列であり、逆行列が存在する。式(2.71)の左から $[\mathbf{M}]^{-1}$ をかけることで、

$$(-\omega^2 \mathbf{I} + [\mathbf{M}]^{-1}[\mathbf{K}])\{\tilde{\mathbf{q}}_0\} = \{\mathbf{0}\} \tag{2.72}$$

となる。したがって、 $[\mathbf{A}] = [\mathbf{M}]^{-1}[\mathbf{K}]$ とおくことで、

$$(\mathbf{A} - \omega^2 \mathbf{I})\{\tilde{\mathbf{q}}_0\} = \{\mathbf{0}\} \tag{2.73}$$

となり、 $[\mathbf{A}]$ に関する一般化固有値問題を解くことになる。式(2.73)の固有値および固有ベクトルは、式(2.65)のそれらに他ならないということに注意されたい。

また、固有値計算で得られる i 次の固有ベクトル $\{\phi_i\}$ を並べたものをモード行列 $[\Phi]$ とする。すなわち、

$$[\Phi] = [\{\phi_1\} \cdots \{\phi_N\}] \quad (2.74)$$

一般化座標ベクトル $\{\xi\}$ を導入すると、変位ベクトル $\{\tilde{q}\}$ は、

$$\{\tilde{q}\} = [\Phi]\{\xi\} \quad (2.75)$$

と記述することができる。式(2.65)に式(2.75)を代入すると、

$$[M][\Phi]\{\ddot{\xi}\} + [K][\Phi]\{\xi\} = \{F\} \quad (2.76)$$

両辺の左側から、 $[\Phi]^T$ を作用させると、

$$[\Phi]^T[M][\Phi]\{\ddot{\xi}\} + [\Phi]^T[K][\Phi]\{\xi\} = [\Phi]^T\{F\} \quad (2.77)$$

ここで、

$$\begin{aligned} [M]^* &= [\Phi]^T[M][\Phi] \\ [K]^* &= [\Phi]^T[K][\Phi] \\ \{F\}^* &= [\Phi]^T\{F\} \end{aligned} \quad (2.78)$$

とおくと、以下のような一般化座標に関する以下の運動方程式が得られる。

$$[M]^*\{\ddot{\xi}\} + [K]^*\{\xi\} = \{F\}^* \quad (2.79)$$

また、得られた一般化座標の時間履歴を用いて、変位を以下のように表す。

$$\begin{aligned} w_0(x, y, t) &= \sum_{i=1}^{N_w} \sum_{j=1}^{N_w} W_{ij}(t) X_{w_i}(x) Y_{w_j}(y) \\ &= \sum_{i=1}^{N_w} \sum_{j=1}^{N_w} \phi_{ij}^k \xi_k(t) X_{w_i}(x) Y_{w_j}(y) \\ &= \sum_{k=1}^N \phi_{ij}^k X_{w_i}(x) Y_{w_j}(y) \xi_k(t) \\ &\equiv \sum_{k=1}^N w_k(t) \end{aligned} \quad (2.80)$$

$\phi_{ij}^k X_{w_i}(x) Y_{w_j}(y)$ の項は、 k 次の固有振動モード形状を表す関数となり、 ξ_k をかけることによって表現された $w_k(t)$ は、 k 次の固有振動モードの振幅を表すことになる。したがって、時間・空間依存の変位を、各モード毎の総和として表現することができる。

本解析では、Pythonの数値解析ソフトウェア Numpy と SciPy を用いた。Numpy では行列を定義し、SciPy で固有ベクトルおよび固有振動数を求めた。

2.3.2 過渡応答解析手法

Newmark- β 法を使用して、式(2.62)を数値的に時間積分した。 i 番目のインクリメントにおける実時間を t_i とする。 $i+1$ 番目のインクリメントと i 番目のインクリメント間のタイム

ステップ Δt を,

$$\Delta t = t_{i+1} - t_i \quad (2.81)$$

とする.

また, i 番目のインクリメントにおける変位ベクトルを $\tilde{\mathbf{q}}_i$ とする. 現在のインクリメント ($i+1$) と直前のインクリメント (i) における加速度 $\ddot{\tilde{\mathbf{q}}}_{i+1}$ と $\ddot{\tilde{\mathbf{q}}}_i$ は, タイムステップ Δt 内では, 平均的に変化すると仮定すると, 現在のインクリメントでの速度ベクトルは,

$$\dot{\tilde{\mathbf{q}}}_{i+1} = \dot{\tilde{\mathbf{q}}}_i + \frac{1}{2}(\ddot{\tilde{\mathbf{q}}}_{i+1} + \ddot{\tilde{\mathbf{q}}}_i)\Delta t \quad (2.82)$$

であり, 変位ベクトルは,

$$\tilde{\mathbf{q}}_{i+1} = \tilde{\mathbf{q}}_i + \Delta t\dot{\tilde{\mathbf{q}}}_i + \left(\frac{1}{2} - \beta\right)\Delta t^2\ddot{\tilde{\mathbf{q}}}_i + \beta\Delta t^2\ddot{\tilde{\mathbf{q}}}_{i+1} \quad (2.83)$$

と表せられる.

一方で, 現在のステップ ($i+1$) において, 式(2.65)では,

$$[\mathbf{M}]\ddot{\tilde{\mathbf{q}}}_{i+1} + [\mathbf{K}]\tilde{\mathbf{q}}_{i+1} = \{\mathbf{F}\}_{i+1} \quad (2.84)$$

となる. したがって, 式(2.83)を式(2.84)に代入し, $\ddot{\tilde{\mathbf{q}}}_{i+1}$ について解くと,

$$\ddot{\tilde{\mathbf{q}}}_{i+1} = ([\mathbf{M}] + \beta\Delta t^2[\mathbf{K}])^{-1} \left\{ \{\mathbf{F}\}_{i+1} - [\mathbf{K}] \left(\tilde{\mathbf{q}}_i + \Delta t\dot{\tilde{\mathbf{q}}}_i + \left(\frac{1}{2} - \beta\right)\Delta t^2\ddot{\tilde{\mathbf{q}}}_i \right) \right\} \quad (2.85)$$

本解析では, 式(2.85)について, 無条件安定を示す $\beta=1/4$ を用い, タイムステップを一定値 $\Delta t = 10^{-5}$ s として計算した. これらの数値計算には, c++行列計算ライブラリ Eigen を使用した.

2.4 有限要素解析

解析モデルの妥当性を検証するため, 汎用有限要素解析ソフトウェア MSC Marc2017 を用いて有限要素解析 (Finite Element Analysis : FEA) を行った. Fig. 2.8 に示すように, FEA には x 方向に 20 分割, y 方向に 10 分割された計 200 の 4 節点四角形薄肉複合材シェル要素が存在し, 全要素で積層構成が定義されている. 境界条件として, $x = 0$ 上の節点を全自由度固定した. FEA においても, 固有振動解析と過渡応答解析を行った. 過渡応答解析においては, 鳥衝突荷重として圧力荷重を該当要素に負荷した. また, 数値解析と同様に, タイムステップを一定値の $\Delta t = 10^{-5}$ s とした動解析陰解法にて計算を行った. ただし, FEA においては大変形による幾何学的非線形性についても考慮した.

また, 回転を考慮した固有振動解析および過渡応答解析も行った. 固有振動解析においては, 距離 R だけ離れた回転軸に相当する遠心力を負荷した状態で行い, 追従荷重や幾何学的非線形を考慮した. また, 過渡応答解析においては, ユーザーサブルーチン FORCEM[39]

により定義した遠心荷重と圧力衝撃荷重を負荷した。また、FEA において過渡応答解析を行う際、遠心力による釣り合い定常状態を作成すると、加速度・速度成分が残ってしまう問題が生じた。このため、レイリー減衰を用いて加速度・速度成分を 0 にした釣り合い状態を作成し、その後減衰係数を 0 にして幾何学的非線形を考慮した動解析陰解法にて計算を行った。使用したレイリー減衰の定数とその時間変化を Table 2.3 と Fig. 2.9 に示す。

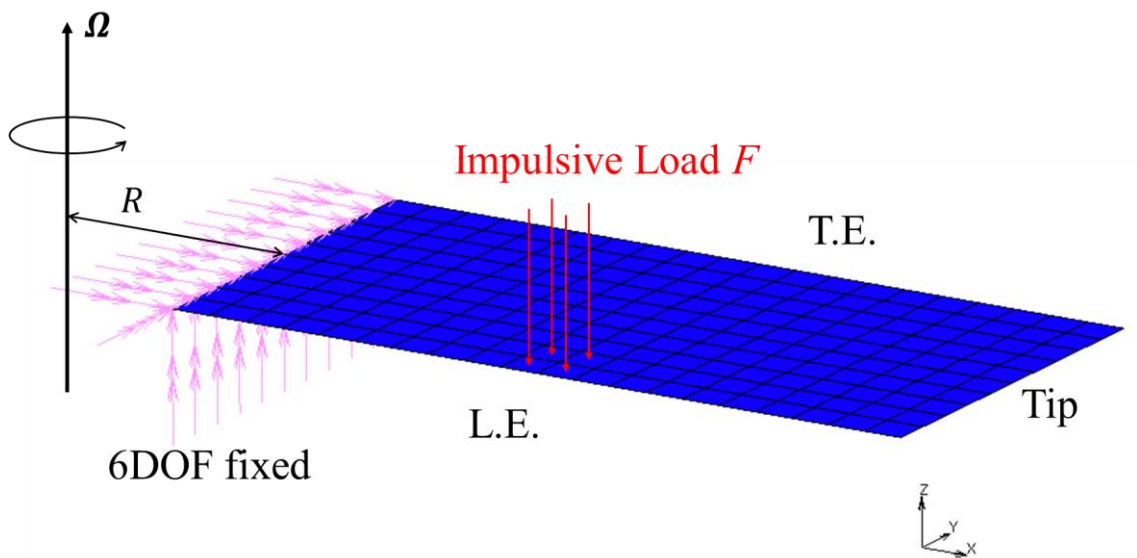


Fig. 2.8 Overview of finite element model with or without rotation velocity.

Table 2.3 Coefficients of Rayleigh damping.

	Steady State	Transient State
Mass damping α	1.0	0.0
Stiffness damping β	1×10^{-5}	0.0

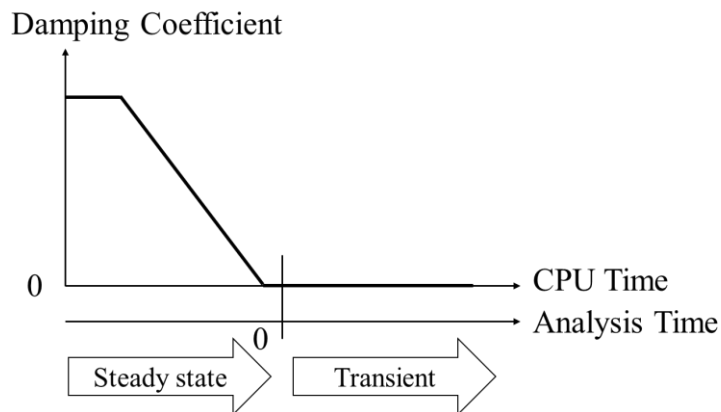


Fig. 2.9 Time table of Rayleigh damping coefficients during finite element analysis.

2.5 バードストライクシミュレーション

ファンブレード形状，鳥粒子モデルによるバードストライクシミュレーションを行った．Fig. 2.10 に示すような有限要素解析モデルを使用した．有限要素モデルはファンブレード，ディスク，チョッキングパッド，粒子から構成されており，本論文ではフルモデルと呼ぶことにする．座標系には全体座標系 XYZ と局所座標系 xyz の二つが定義されている．全体座標系 XYZ では変位や荷重の入出力を行う．局所座標系 xyz では，繊維配向角や積層構成，応力・ひずみが定義されている．それぞれの軸は以下のように定義する．

- X 軸 : 機軸方向，ブレードコード方向
- Y 軸 : ディスク回転方向，ブレード面外方向
- Z 軸 : ディスク変形方向，ブレードスパン方向
- x 軸 : スパン方向
- y 軸 : コード方向
- z 軸 : 面外方向

Tip から，L.E.，T.E.にまたがって金属のシース部分が存在し，その領域以外は CFRP の積層板という構成になっている．金属シース部分は 8 節点ソリッド要素を使用し，CFRP 積層板部分は 8 節点複合材連続体シェル要素を使用している．積層構成は， 0° と $\pm 45^\circ$ の一方向材を対称的に積層しているが，ブレードの最上面・最下面には GFRP の織物材を想定したシートが一枚ずつ存在している．

使用したソフトウェアは LS-DYNA の R11.1.0 バージョンのモジュールであり，固有振動解析には陰解法を，過渡応答解析には動解析陽解法を用いて計算した．固有振動解析においてはファンブレードモデルのみ存在しており，境界条件として本来ディスクと接触している箇所の節点の 6 自由度を固定した (Fig. 2.11)．また，過渡応答解析において，鳥の密度に合わせた水を粒子法でモデル化し，粒子間の関係は Smoothed Particle Hydrodynamics (SPH) 法を使用している．また，その状態方程式は，

$$p = C_0 + C_1\mu + C_2\mu^2 + C_3\mu^3 + (C_4\mu + C_5\mu^2 + C_6\mu^3)E$$
$$\mu = \frac{\rho}{\rho_0} - 1 \quad (2.86)$$

で与えられる．ただし，圧縮側のみ式(2.86)として定義し，引張側ではたらく圧力は 0 としている．初期条件として，これらの粒子全てに，初速度 $V_x = 5.2 \times 10^4$ mm/s, $V_y = -2.4 \times 10^5$ mm/s, $V_z = 0.0$ mm/s を与えた．これは， V_x は鳥が-X 方向に流入する速度であり， V_y は回転角速度 $\Omega = 3224$ rpm でブレードが回転している系を見た時の，鳥の相対速度である．境界条件として，ディスクの上下面を完全固定している．また，ファンブレードーチョッキングパッド間，チョッキングパッドーディスク間には法線方向接触および接線方向の接触 (摩

擦)を定義してあり、摩擦係数は0.3とした。さらに、ファンブレード-粒子間には法線方向の接触のみを定義してある。また、解析には要素のアワーグラスモードを抑制するためにアワーグラス制御を導入した。タイムステップはLS-DYNA内のデフォルト設定で自動的に決定されるが、おおよそ $\Delta t = 1 \times 10^{-9}$ sであった。過渡応答解析は、0.01 sまで行った。

遠心力による初期応力を考慮した解析も行った。固有振動解析においては、Fig. 2.11のモデルにおいて、角速度 $\Omega = 3224$ rpmに相当する遠心力を各要素に物体力として負荷した。初期応力を考慮した固有振動解析では幾何剛性の成分を含める必要があるため、非線形解析となる。

また、過渡応答解析においては、ディスク端部に沿ったX方向を向いた回転軸を中心に、一定の角速度 $\Omega = 3224$ rpmでファンブレードを回転させ、鳥の粒子モデルを衝突させた(Fig. 2.12)。解析には2つのフェーズが存在し、まず遠心力を負荷した静解析陰解法を行い定常的な平衡状態を求める。その後、動解析に移行しファンブレードに粒子を当て、動解析陽解法を用いて衝撃応答を求める。静解析では速度・加速度は存在しておらず、動解析では速度・加速度が生じるため、静解析から動解析へのシフトで急激な速度・加速度の立ち上がりが生じてしまうことが懸念されるが、LS-DYNAではスムーズに移行することができる。ディスク上下面の各節点は回転軸上の一つの節点と剛体接続され、ディスク全体が回転するような境界条件となっている。また、粒子には初速度 V_x のみを与えた。

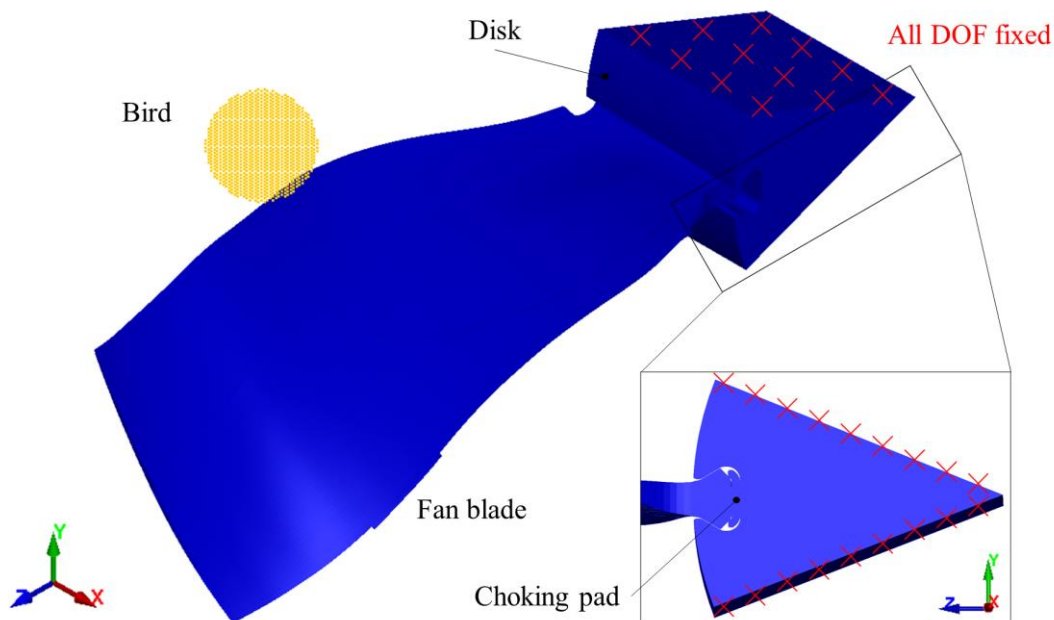


Fig. 2.10 Overview of fan blade model.

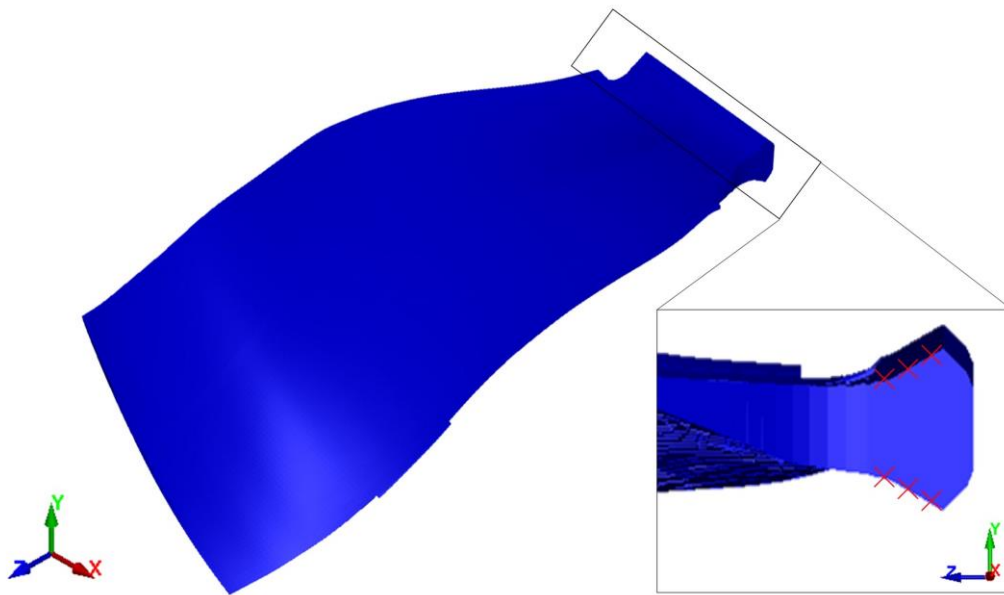


Fig. 2.11 Overview of fan blade model for natural frequency analysis.

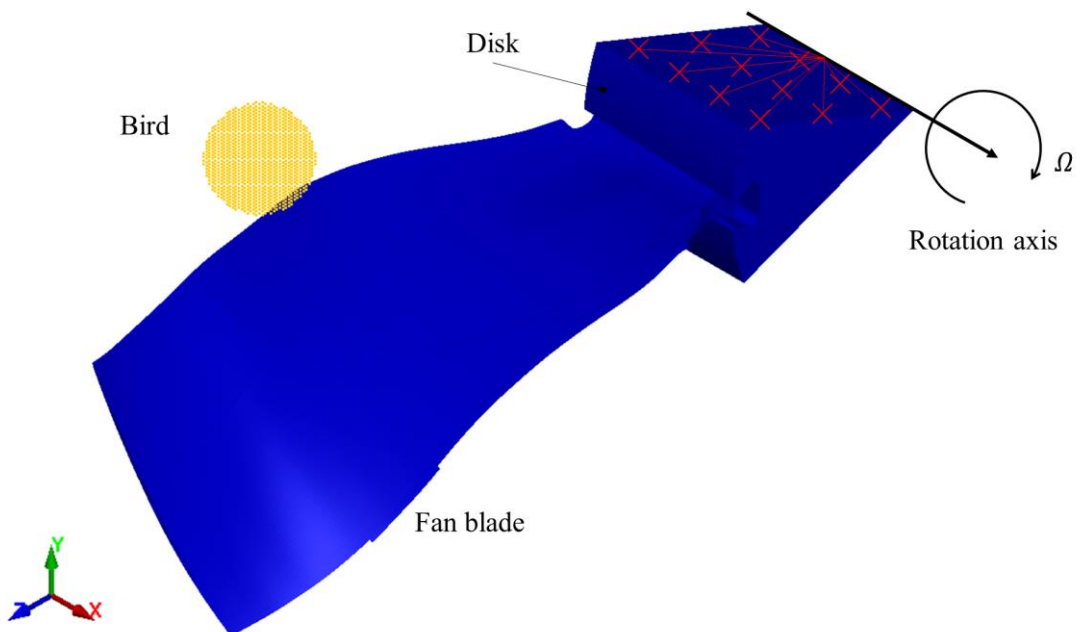


Fig. 2.12 Overview of fan blade model with rotation velocity.

2.6 第2章のまとめ

本章では, CFRP 複合材ファンブレードのバードストライク現象を簡易的な現象に落とし込んで数値解析モデルを作成した. ファンブレードを片持ち矩形板としてモデル化し, 古典積層理論や Rayleigh-Ritz 法, Hamilton の原理といった近似手法を用いて運動方程式を導出した. また, 導出した運動方程式から固有振動数および衝撃による過渡応答を算出する手法を示した. さらに, 提案した数値解析モデルの妥当性を検証するために, 片持ち矩形板の有限要素解析モデルを作成した. さらに, 実際のファンブレードの形状や固定条件を加味した有限要素フルモデルを示した.

次章では, 有限要素解析モデルを用いて数値解析モデルの妥当性を確認しつつ, ファンブレードにおけるバードストライク現象によって, どのような波が先端・後縁に伝播するのか検討する.

第3章 固有振動解析・過渡応答解析結果

本章では、バードストライク現象においてどのような波が先端・後縁に伝播するのかを確認するために、第2章で作成した解析モデルを使用して、固有振動解析と過渡応答解析を行う。まず、数値解析モデルの結果と有限要素解析モデルの結果を比較し、提案するモデルの妥当性を確認する。その後、フルモデルでの解析結果とも比較を行い、実際のバードストライク現象を模擬できているかどうかの検証も行う。これらの検証の中で、固有振動解析では振動現象の基本となる固有振動数や固有振動モードについて取得し、過渡応答解析では衝撃応答や周縁部の破壊を引き起こし得る波の特徴を取得する。

また、本章は解析条件による差も検討する。まずは、回転が無いような環境下でのファンブレードの応答を確認する。回転があるような状況は、解析条件や実験条件の設定が難しくなることが多い。したがって、回転の有無による現象の差を検証しておく。また、妥当性が確認された数値解析モデルを用いて、衝撃箇所、ファンブレードのアスペクト比、厚み比の変化による影響についても調査する。

3.1 回転遠心力の影響

本節では、回転遠心力の影響に着目する。バードストライクは航空機運用中に生じることから、ファンブレードは回転している状態で衝突を受ける。しかし、実験設備や有限要素解析の簡略化のために無回転時で衝撃応答を求める場合も多い。したがって、回転遠心力がない場合とある場合に分けて解析を行った。回転が無い条件下での解析では、ファンブレードやバードストライク現象の基本的な特徴を捉える。また、回転が有る条件下での解析では、回転がどのように衝撃応答に影響をあたえるのかを明らかにする。

3.1.1 無回転時の場合

まずは数値解析モデルの固有振動解析の結果を示す。また、モデルの妥当性を示すため、FEAの解析結果と比較する。

本項における数値解析では、面外の振動モードのみに着目した。したがって、 $N_u = N_v = 0$ とした。面外振動モード数 N_w を変化させた時の低次側から4次モードまでの固有角振動数を Fig. 3.1 に示す。モード数が増えると固有振動数は小さくなっているが、その減少率は徐々に小さくなり収束している様子が見られる。本来はモード数を無限個数使用すると厳密解に収束する。使用するモード数が多いほど計算コストも上昇するため、本研究では N_w

= 8 で考えることとする。したがって、以下の解析においては $N = N_w^2 = 64$ の面外振動モードで検討した。

解析モデルと FEA によって得られた 10 次モードまでの固有角振動数（単位は rad/s）の値を Table 3.1 に示す。また、固有振動モードを Fig. 3.2–Fig. 3.11 に示す。FEA においては、面内の振動モードも存在したが、本検証では省いてある。また、FEA の結果については、変形倍率を 5 倍にして表示してある。固有角振動数は FEA の結果を基準とした時の差が最大で 1.6% であり、多くのモードで大きな値をとっている。これは Rayleigh–Ritz 法を用いた近似解法の特徴である。また、Mode 1 や Mode 3 等のスパン方向の曲げが支配的なモードでは、anticlastic な変形を模擬できている。y 方向の 1 次のモード関数は剛体移動モードであり y 方向の変形量が 0 となるが、2 次以降のモードにより表現されていると考えられる。また、ブレード全体でのモード形状は一致しており、固有角振動数も一致していると考えられることができる。これらの結果から、作成した解析モデルは妥当であると判断した。

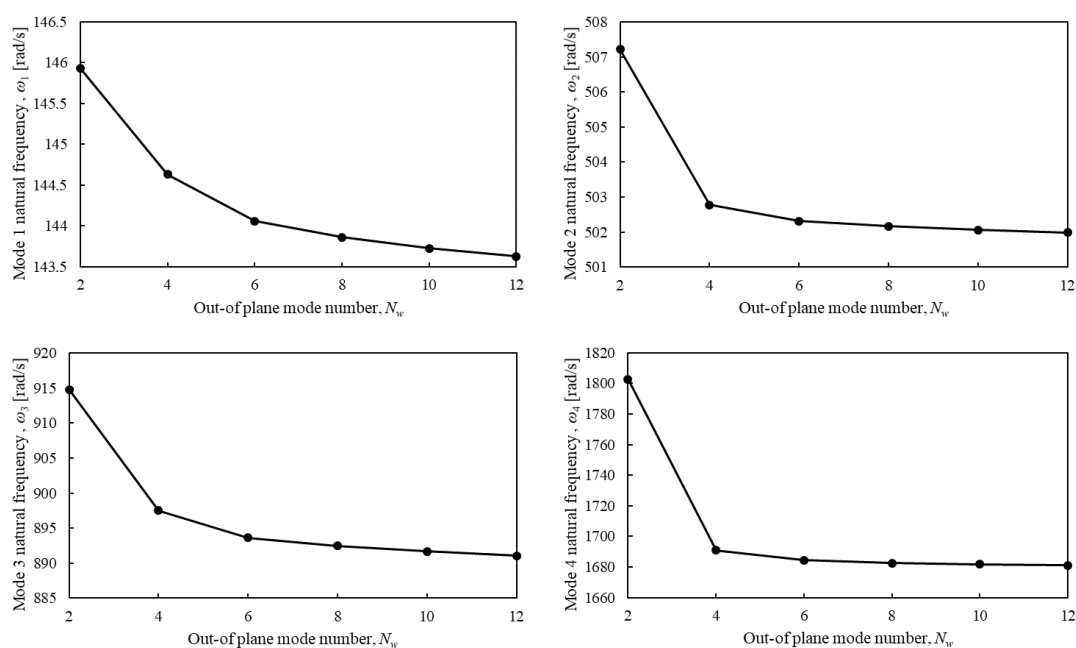


Fig. 3.1 Natural frequencies of modes 1 to 4 when each mode number is used.

Table 3.1 Natural frequency of composite plate.

	Mode 1	Mode 2	Mode 3	Mode 4	Mode 5
FEA [rad/s]	142.8	500.6	887.4	1677	2133
Numerical analysis [rad/s]	143.9	502.2	897.3	1683	2134
Difference [%]	1.162	0.4513	1.114	0.8732	0.5957
	Mode 6	Mode 7	Mode 8	Mode 9	Mode 10
FEA [rad/s]	2567	3396	3576	5044	5597
Numerical analysis [rad/s]	2563	3397	3570	4989	5496
Difference [%]	0.2529	0.7140	1.065	-0.7159	-1.606

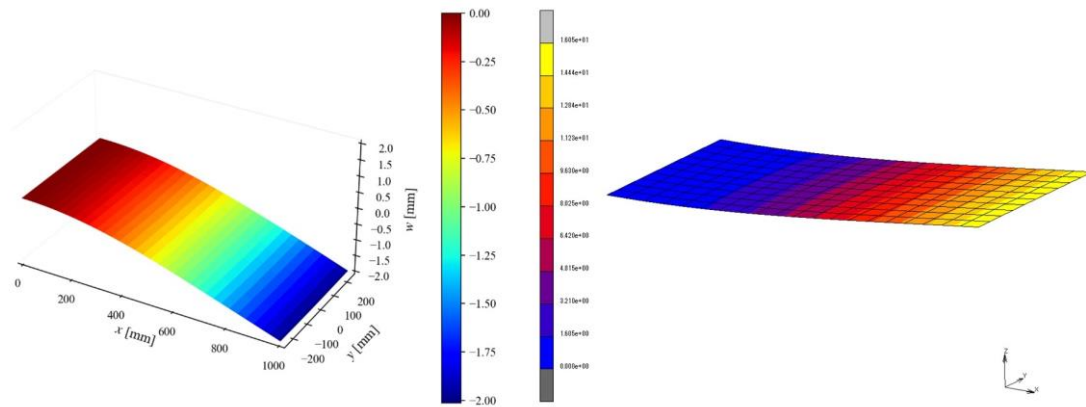


Fig. 3.2 Mode 1 shape of rectangular composite blade; numerical analysis (left) and FEA (right).

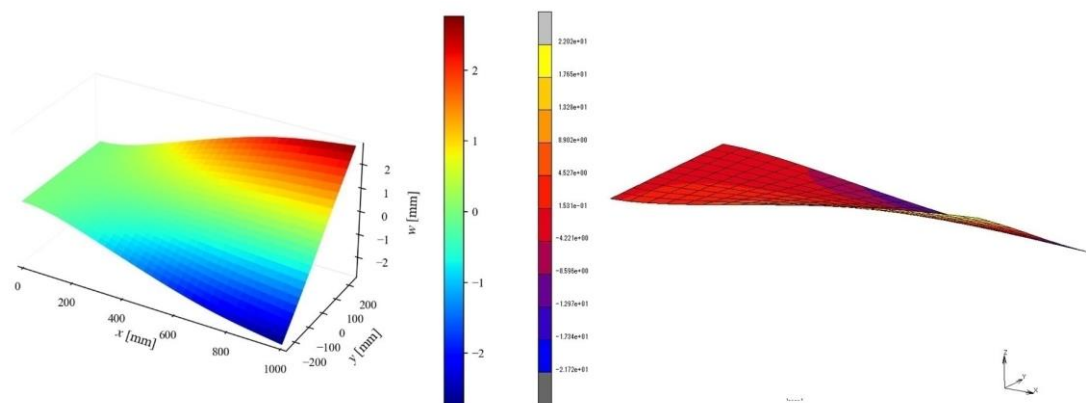


Fig. 3.3 Mode 2 shape of rectangular composite blade; numerical analysis (left) and FEA (right).

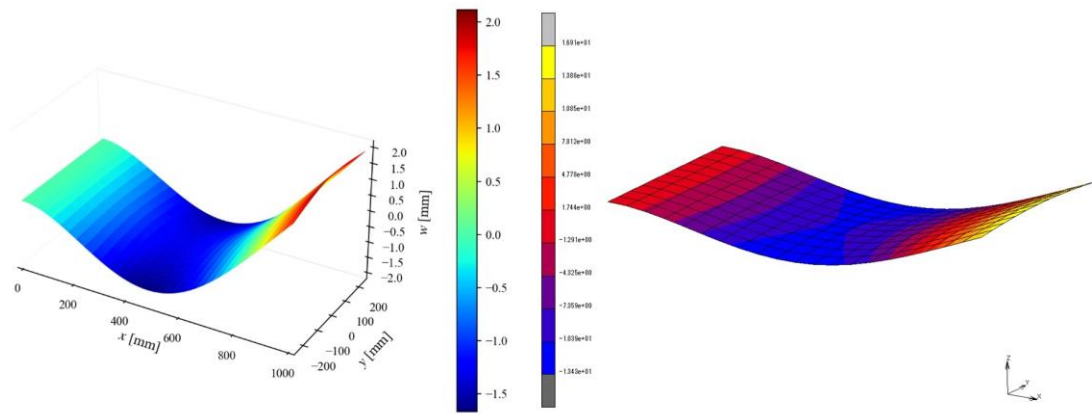


Fig. 3.4 Mode 3 shape of rectangular composite blade; numerical analysis (left) and FEA (right).

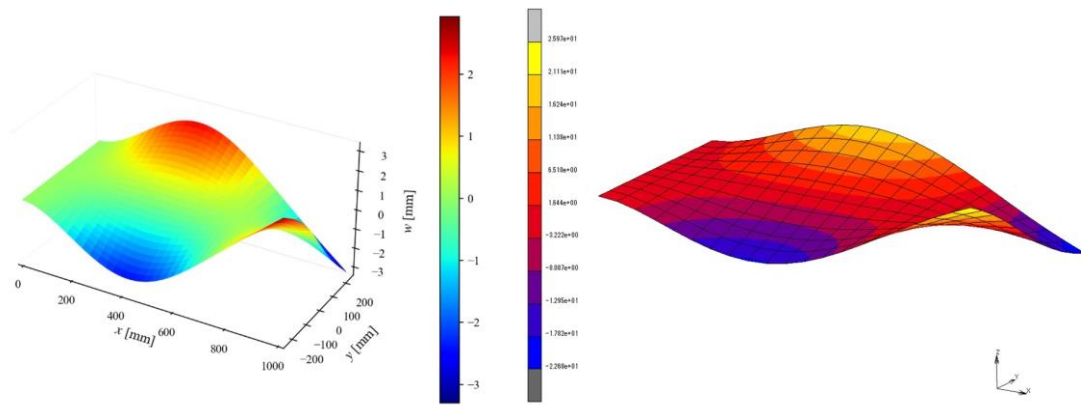


Fig. 3.5 Mode 4 shape of rectangular composite blade; numerical analysis (left) and FEA (right).

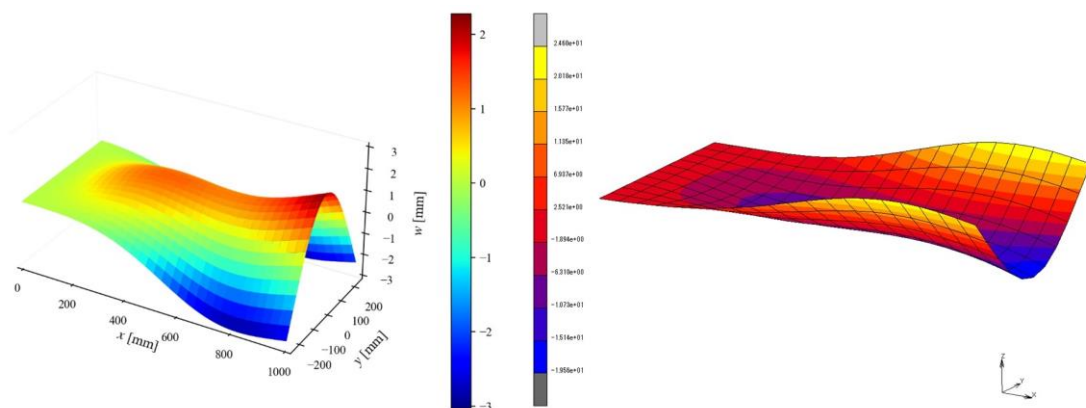


Fig. 3.6 Mode 5 shape of rectangular composite blade; numerical analysis (left) and FEA (right).

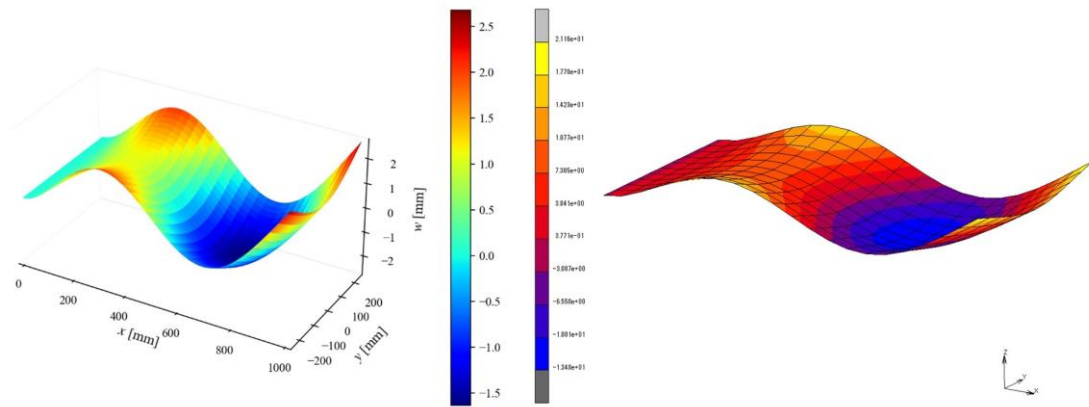


Fig. 3.7 Mode 6 shape of rectangular composite blade; numerical analysis (left) and FEA (right).

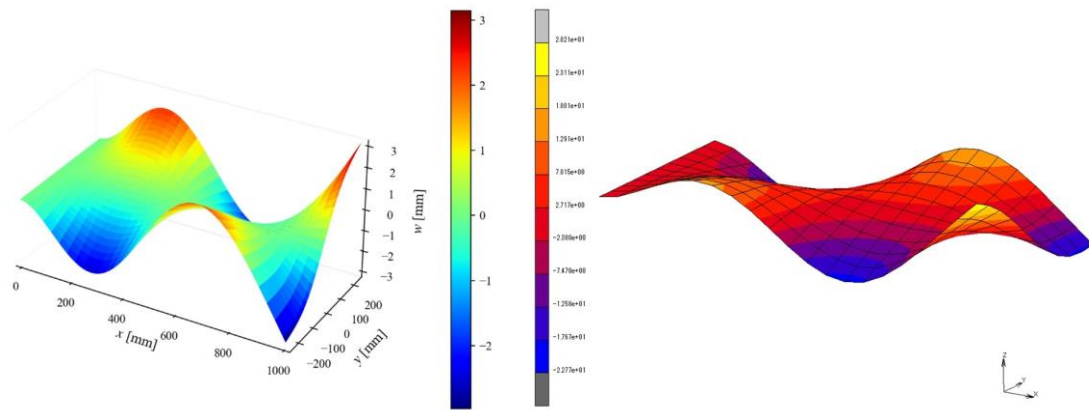


Fig. 3.8 Mode 7 shape of rectangular composite blade; numerical analysis (left) and FEA (right).

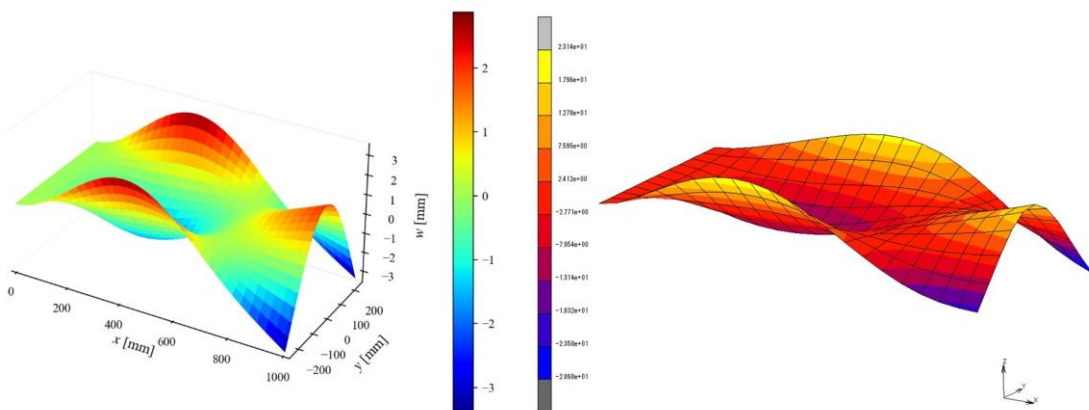


Fig. 3.9 Mode 8 shape of rectangular composite blade; numerical analysis (left) and FEA (right).

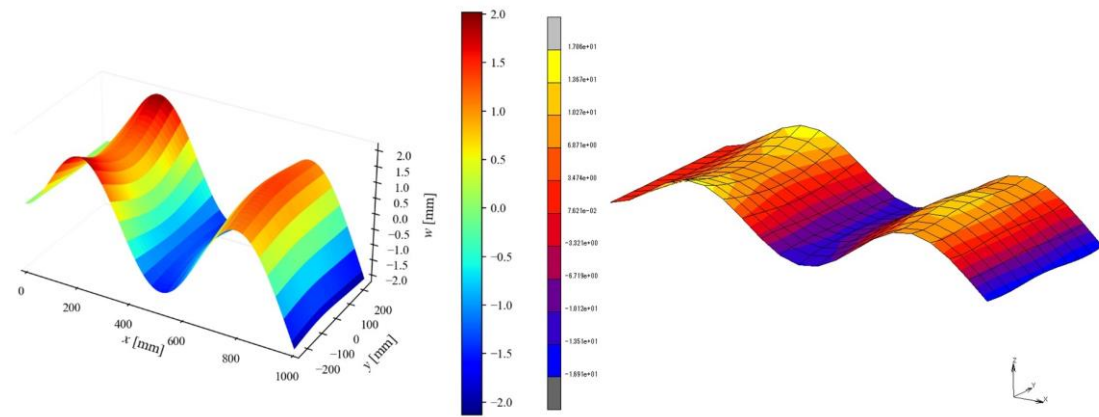


Fig. 3.10 Mode 9 shape of rectangular composite blade; numerical analysis (left) and FEA (right).

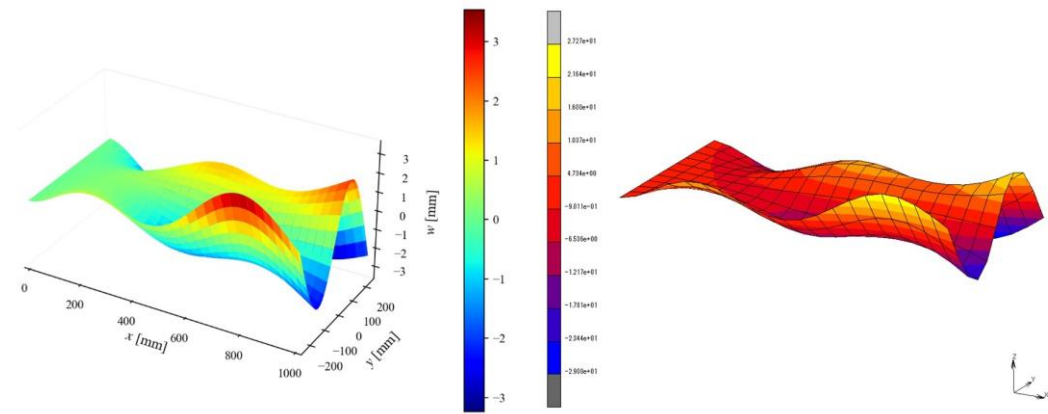


Fig. 3.11 Mode 10 shape of rectangular composite blade; numerical analysis (left) and FEA (right).

次にディスクやパッドを含めたフルモデルでの解析結果を示す。固有振動解析で得られた固有振動数，刺激係数，有効質量を Table 3.2 と Table 3.3 に示す。刺激係数とは，特定方向からの励振力に対する振れやすさを示す量であり，以下のように与えられる[40]。

$$\gamma_n = \{\phi_n\}^T [M] \{F\} \quad (3.1)$$

ただし，これらは全体座標系 XYZ に従って出力された値であることに注意されたい。刺激係数の絶対値は Y 方向が最も大きく，次いで X 方向，Z 方向の順となっている。したがって，刺激係数の絶対値が大きな Y 方向振動モードが，系の大きな振動に寄与していると考えられる。また，有効質量とは総質量中の当該励振方向からの力で励起された，当該振動モードに影響した有効質量成分を表したものであり，以下のように与えられる[40]。

$$M_{e_n} = \frac{\gamma_i^2}{\{\phi_n\}^T [M] \{\phi_n\}} \quad (3.2)$$

また，刺激係数をグラフで示したものが Fig. 3.12 であり，有効質量比をグラフで示したものが Fig. 3.13 である。Y 方向の有効質量比が 10 次モードで収束し，X 方向の有効質量比についても 10 次モードで一時的に収束している。したがって，10 次モード程度の採用で主要な振動モードが概ねカバーされていると考えられる。

固有振動モード形状を Fig. 3.14 に示す。前節までの矩形片持ち板での固有振動解析結果 (Fig. 3.2 – Fig. 3.11) と比較すると，より複雑な振動モードとなっているが，基本的には曲げ振動モードおよび振り振動モードの組み合わせで構成されている。モードの順番は前後しているものの，周縁部に腹や節が生じるという基本的なモード形状は一致していることが分かる。また，20 次モードまででは面内振動モードは確認されなかった。面内振動モードは z 方向の成分が含まれると考えられ，Fig. 3.13 より z 方向の変形を含む振動は 20 次以降である。高次モードほど励起されるためにはエネルギーが必要であるため，本節のバードストライクシミュレーションにおいても面外振動モードに注目すればよいと考えられる。以上を踏まえて，作成した数値解析モデルはファンブレードの動解析を行う上で定性的な一致を示すことが示唆された。

Table 3.2 Natural frequency, natural period and modal participation factors and.

Mode number	Natural frequency [rad/s]	Natural period [s]	Modal participation factors		
			X	Y	Z
1	264.6	0.02375	-0.0113	-0.0411	-0.000865
2	782.6	0.008029	-0.019311	0.0299	0.000390
3	1326	0.004739	-0.00392	0.00322	-0.00326
4	1855	0.003387	0.0228	-0.0165	-0.000268
5	2344	0.002680	0.0297	0.00994	0.000740
6	2701	0.002326	-0.00737	-0.00137	-0.000467
7	3503	0.001793	0.0234	0.0150	0.00198
8	3609	0.001741	-0.0107	0.00900	0.00207
9	4797	0.001310	0.00289	-0.00323	0.00107
10	5134	0.001224	0.00741	0.0171	-0.00309
11	5943	0.001057	0.00327	-0.00183	-0.00152
12	6363	0.0009875	-0.00186	-5.44×10^{-5}	0.00216
13	6612	0.0009503	-0.00108	0.00492	0.000567
14	6897	0.0009110	-0.00287	-0.00657	-0.00430
15	7609	0.0008258	-0.00665	0.00885	-0.00167
16	8170	0.0007691	0.000181	-0.00154	-0.00348
17	8360	0.0007516	-0.00404	0.00330	7.85×10^{-5}
18	9407	0.0006680	-0.00120	-0.000642	0.00139
19	9546	0.0006582	0.00588	-0.00614	0.000411
20	9993	0.0006287	-0.00100	-0.00474	-0.00542

Table 3.3 Natural frequency, natural period and modal effective mass of each mode.

Mode number	Natural frequency [rad/s]	Natural period [s]	Modal effective mass ratio [%]		
			X	Y	Z
1	264.6	0.02375	2.72	36.07	0.02
2	782.6	0.008029	10.65	55.15	0.02
3	1326	0.004739	10.97	55.37	0.25
4	1855	0.003387	22.04	61.17	0.25
5	2344	0.002680	40.81	63.28	0.26
6	2701	0.002326	41.97	63.32	0.26
7	3503	0.001793	53.65	68.12	0.35
8	3609	0.001741	56.08	69.85	0.44
9	4797	0.001310	56.26	70.08	0.46
10	5134	0.001224	57.43	76.31	0.67
11	5943	0.001057	57.66	76.39	0.72
12	6363	0.0009875	57.73	76.39	0.82
13	6612	0.0009503	57.76	76.9	0.82
14	6897	0.0009110	57.93	77.82	1.22
15	7609	0.0008258	58.88	79.5	1.28
16	8170	0.0007691	58.88	79.55	1.54
17	8360	0.0007516	59.23	79.78	1.54
18	9407	0.0006680	59.26	79.79	1.58
19	9546	0.0006582	60	80.59	1.58
20	9993	0.0006287	60.02	81.07	2.21

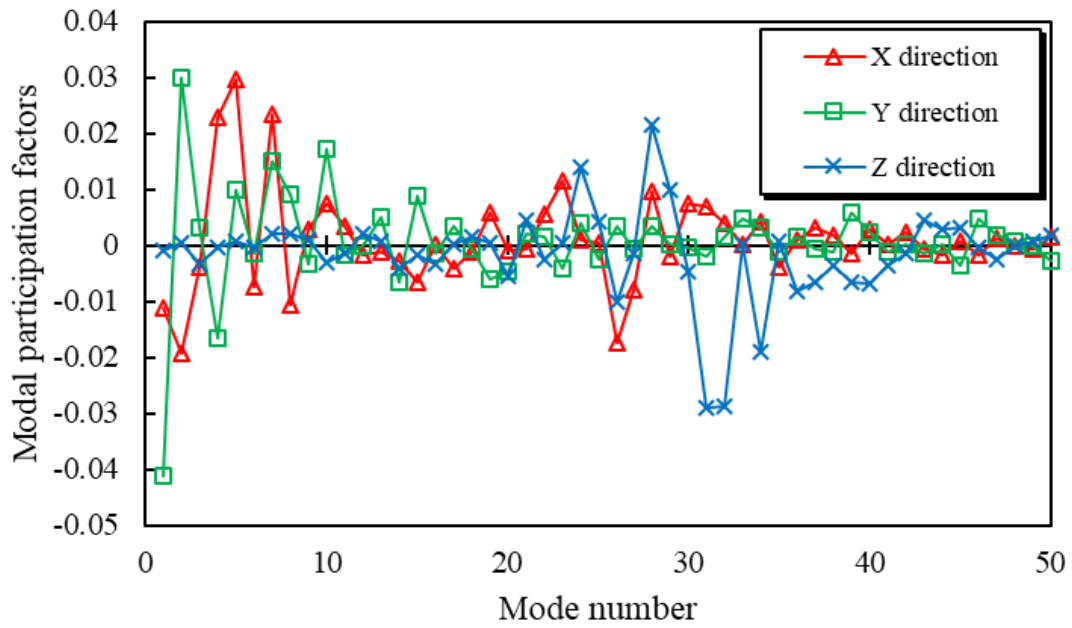


Fig. 3.12 Relationship between modal participation factors ratio and mode number.

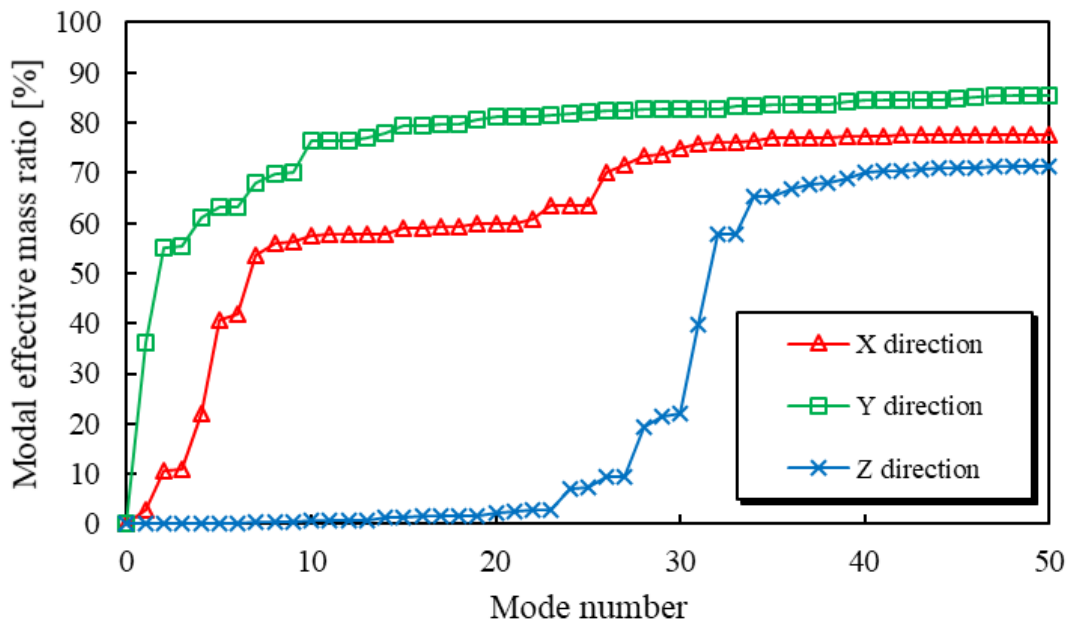
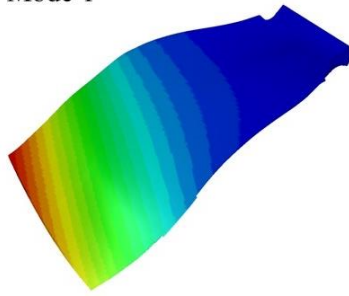
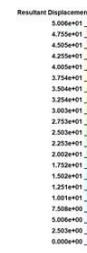
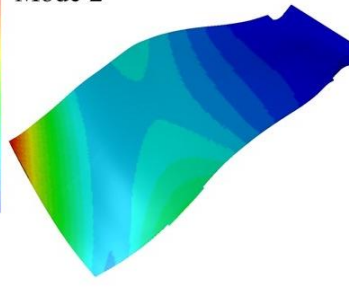


Fig. 3.13 Relationship between modal effective mass ratio and mode number.

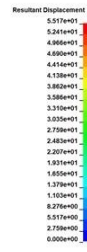
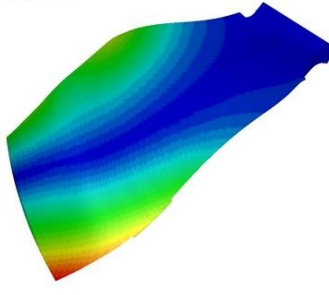
Mode 1



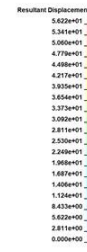
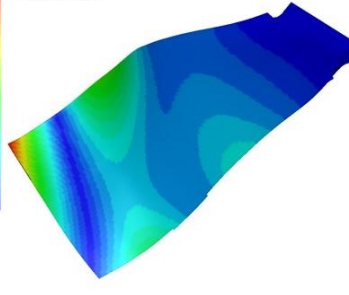
Mode 2



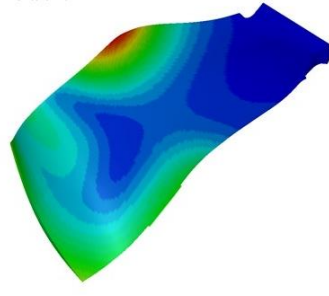
Mode 3



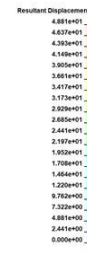
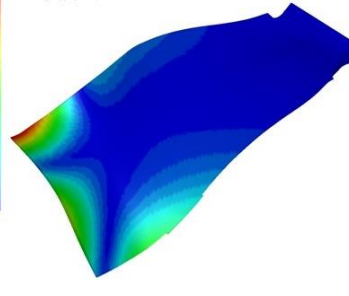
Mode 4



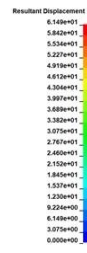
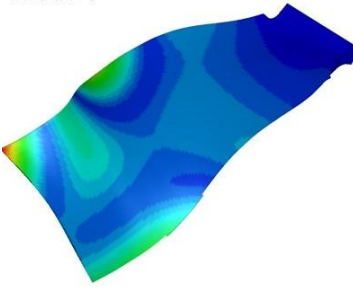
Mode 5



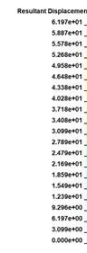
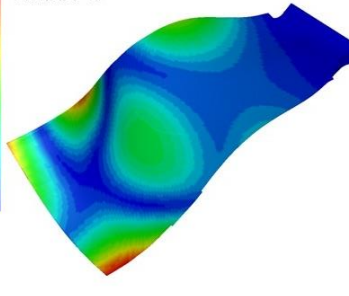
Mode 6



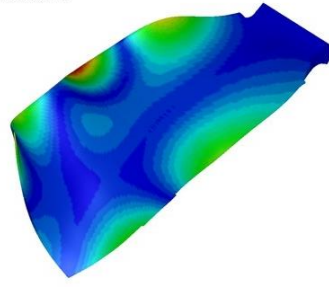
Mode 7



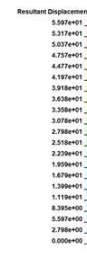
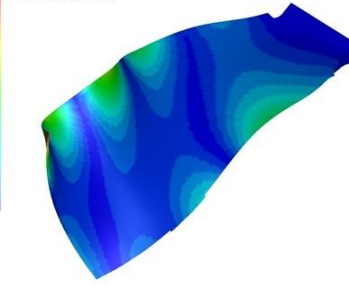
Mode 8



Mode 9



Mode 10



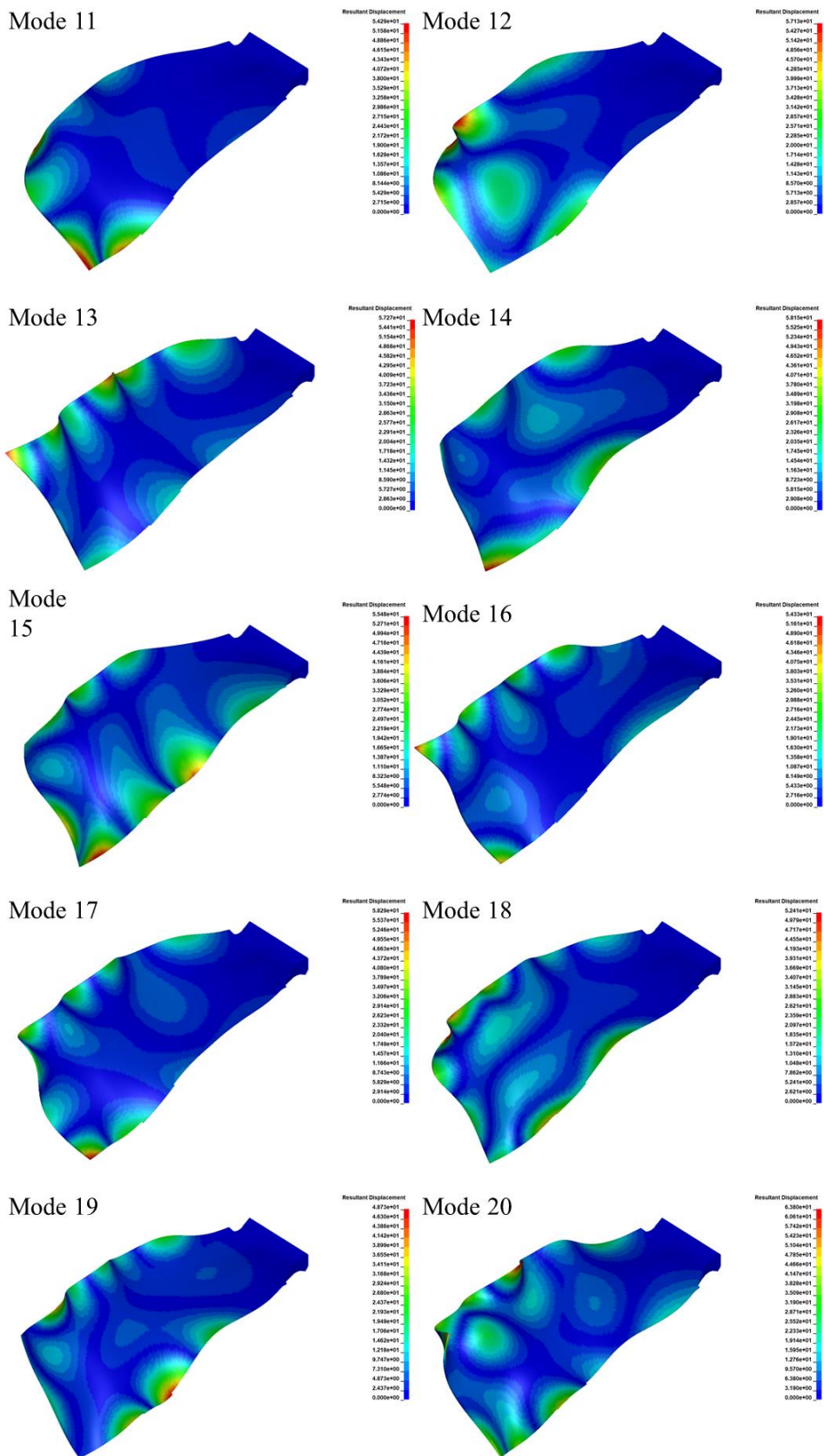


Fig. 3.14 Natural frequency mode shape from 1 to 20.

次に、数値解析モデルの過渡応答解析の結果を示す。また、モデルの妥当性を示すため、FEA の解析結果と比較する。

本数値解析では面外変形のみを考えているため、式(2.8)よりひずみが最大となるのは最上面および最下面であった。過渡応答中の最上面における ε_x および ε_y の等高線プロットを0.001 s 毎に分けて Fig. 3.15 および Fig. 3.16 に示す。また、過渡応答解析中において ε_x が最大値を取る時刻での ε_x の等高線プロットを Fig. 3.17 に、過渡応答解析中において ε_y が最大値を取る時刻での ε_y の等高線プロットを Fig. 3.18 に示す。いずれのプロットにおいても、ラベル範囲を各ひずみの時刻履歴中の最大値・最小値で固定している。衝撃負荷領域で発生した ε_x は y 方向に伝播し、 ε_y は x 方向に伝播している。波の入反射を繰り返し、固定端以外に T.E. や Tip 周辺において大きなひずみが確認された。T.E. では ε_x が、Tip では ε_y が主に伝播されたひずみであり、このひずみ成分によってファンブレードの破壊が生じ得ることが示唆された。

過渡応答解析の中で、 ε_x の最大値は、 $(x_b, y_b) = (500, 250)$ で生じた。この位置におけるスパン方向ひずみの時間履歴を Fig. 3.19 に示す。また、 ε_y の最大値は、 $(x_b, y_b) = (1000, 0)$ で生じ、この位置におけるコード方向ひずみの時間履歴を Fig. 3.20 に示す。また、FEA において線形過渡応答解析により得られた時間履歴と、幾何学的非線形性を考慮した非線形過渡応答解析により得られた時刻履歴も示している。数値解析の結果と線形 FEA の結果を比較すると、良い一致を示していることが分かる。その一方で、非線形 FEA の結果は、幾何学的非線形性の影響により、周期は小さくなり、振幅値も変動している。これは、大変形により幾何剛性が大きくなったことで、見かけの剛性が増大し、固有振動数も増加したためであると考えられる。特に、 ε_x の時間履歴において差が顕著であることから、スパン方向における影響が大きいと考えられる。ただし、衝突後の時刻が小さい範囲 (5ms) では、各解析結果の差はほとんど見られず、非線形性の影響は小さいと考えられる。したがって、衝突直後の解析においては、本解析モデルの計算結果が妥当であるということが示めされた。

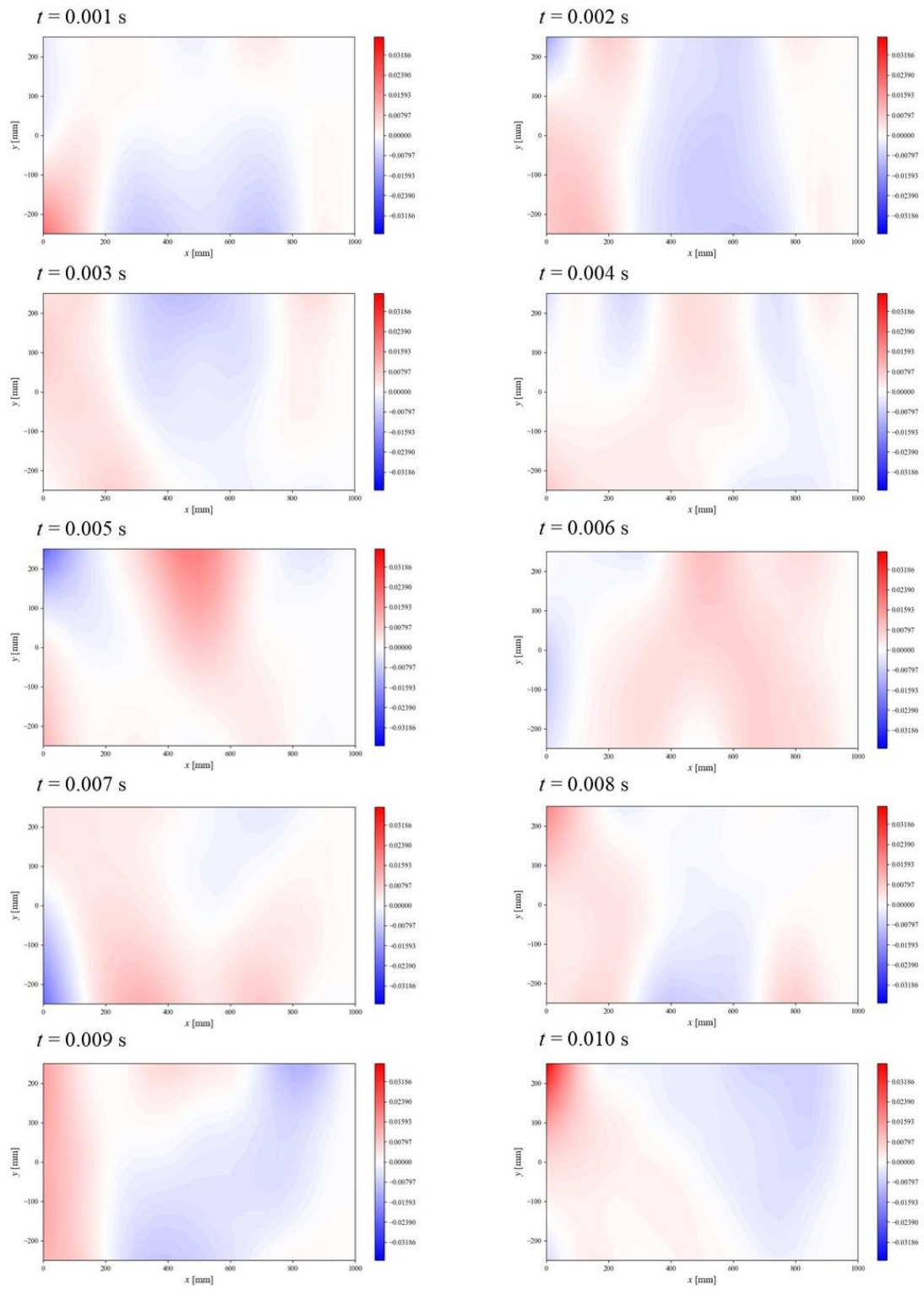


Fig. 3.15 Distribution of spanwise surface strain ϵ_x in numerical transient analysis.

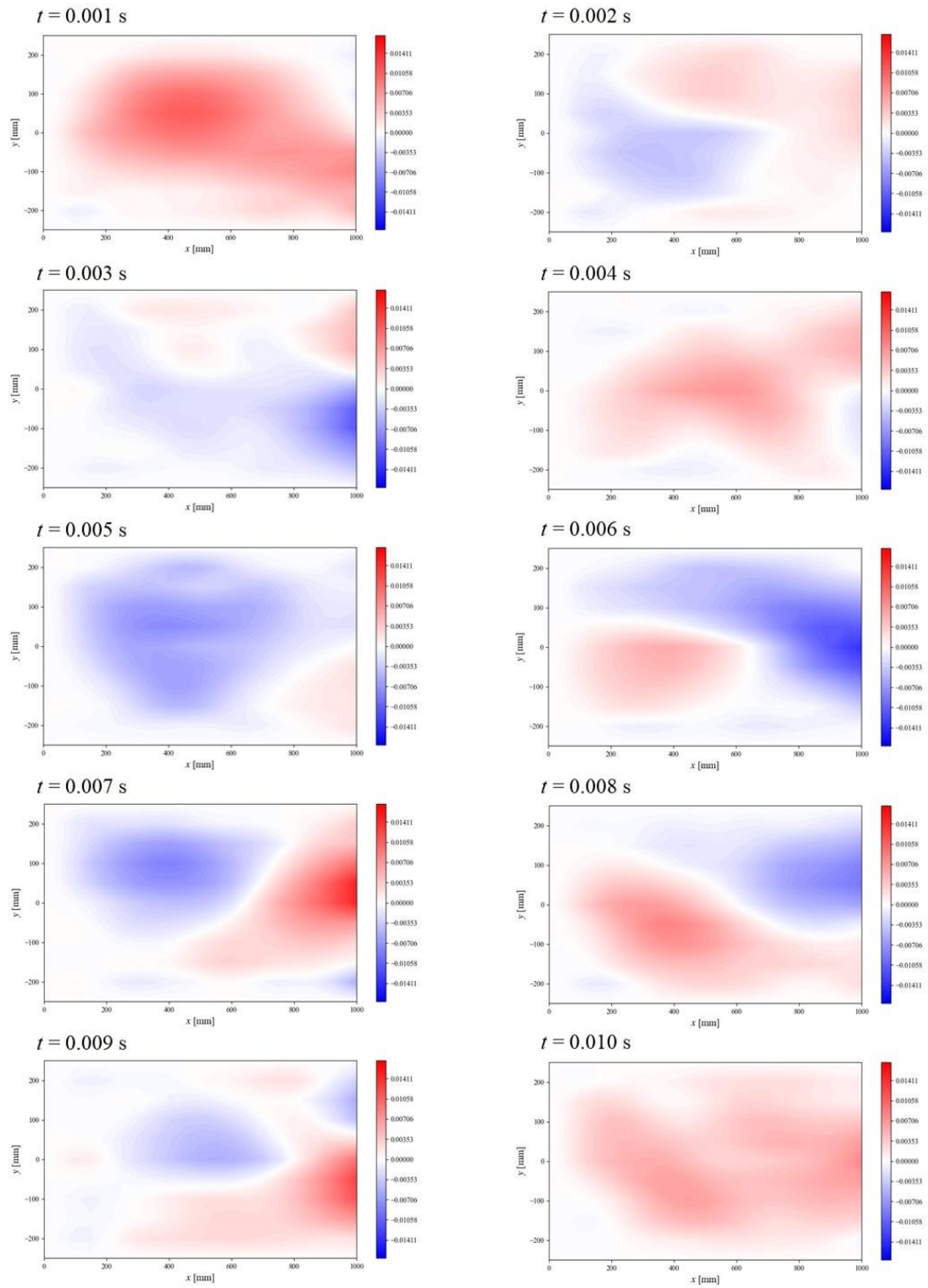


Fig. 3.16 Distribution of chordwise surface strain ϵ_y in numerical transient analysis.

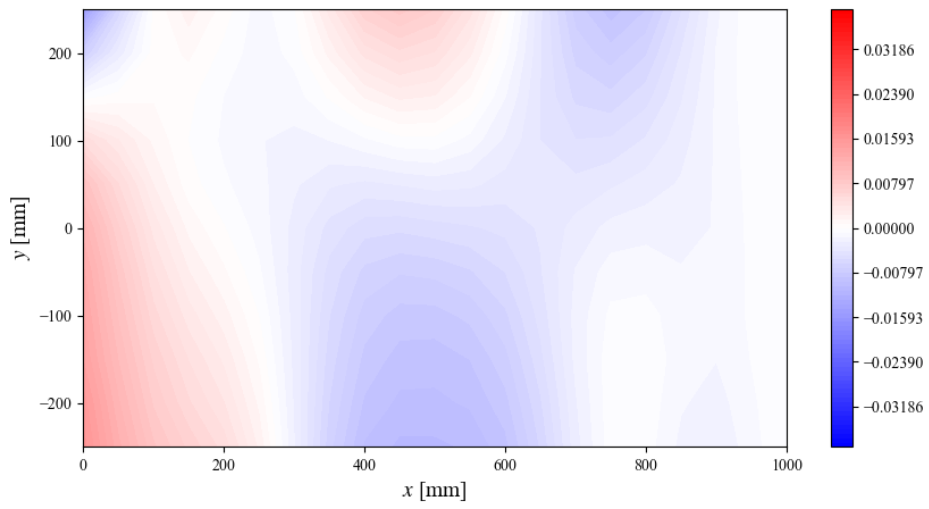


Fig. 3.17 Distribution of ε_x when maximum ε_x occurs in the transient analysis.

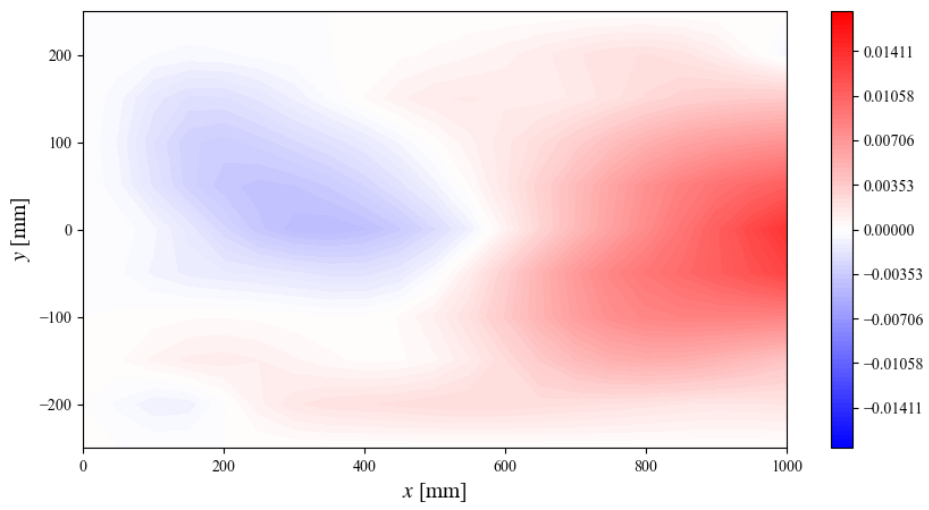


Fig. 3.18 Distribution of ε_y when maximum ε_y occurs in the transient analysis.

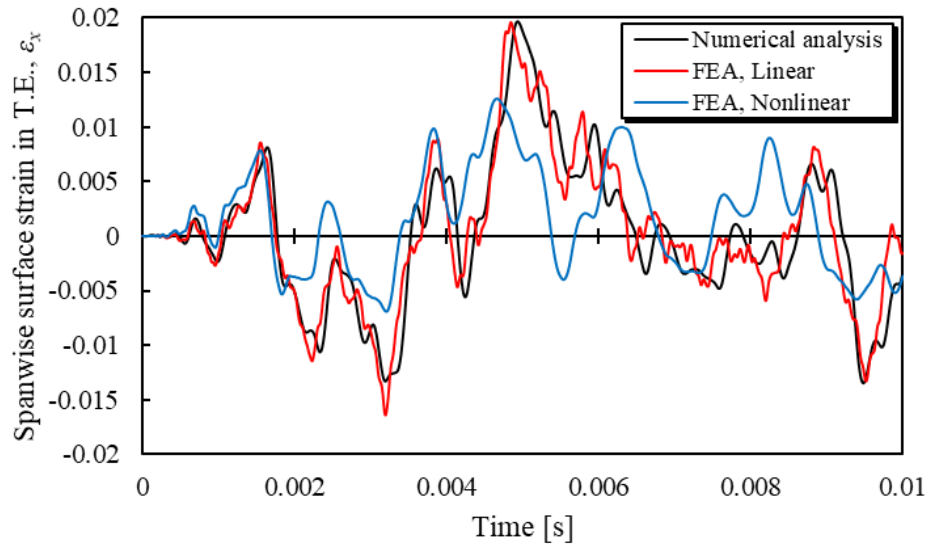


Fig. 3.19 History of spanwise surface strain in trailing edge region where maximum strain occurs.

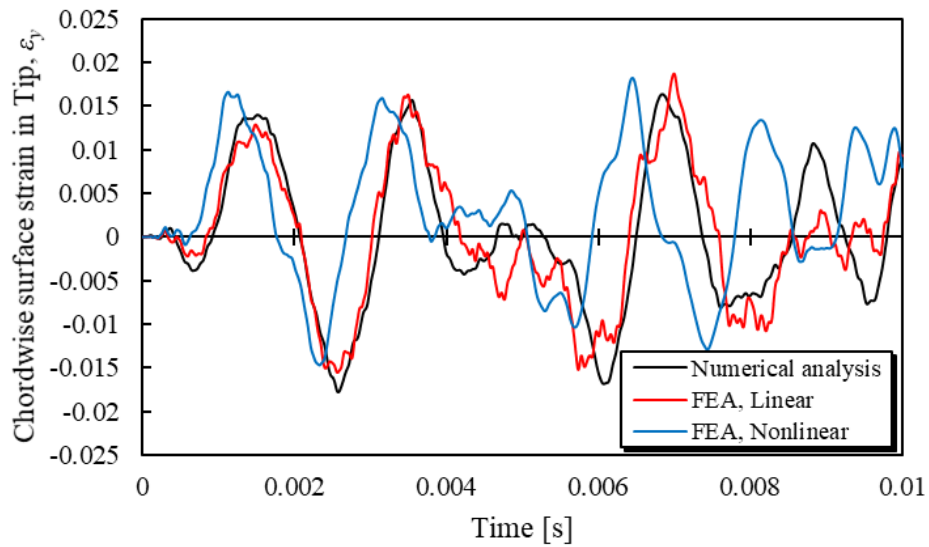


Fig. 3.20 History of chordwise surface strain in tip region where maximum strain occurs.

式(2.80)と同様に、ひずみに関してもモード分解を行う。過渡応答解析において、ひずみが最大・最小をとるのは最表面であるため、 $z=h/2$ におけるスパン方向ひずみ ε_x を以下のよう表現する。

$$\varepsilon_x(x, y, t) = -\frac{h}{2} \frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} = \sum_k -\frac{h}{2} \Phi_{ij}^k X_{w_i}''(x) Y_{w_j}(y) \xi_k(t) \equiv \sum_k \varepsilon_{x_k}(t) \quad (3.3)$$

過渡応答解析において、 ε_x の最大値はT.E.の $(x, y) = (500, 250)$ で生じていたため、その場所での ε_x をモード分解した。各固有振動モード毎の ε_{x_k} の時間履歴を Fig. 3.21 および Fig. 3.22 に示す。最初の1周期分はインパルス荷重によるエネルギー増加により振幅が増大しているが、その後は正弦波振動をしていることが分かる。また、各モード振幅の大きさを比較すると、T.E.における ε_x は、3次、4次モードが支配的であることが分かる。また、それらに次いで9次、12次モードも大きな振幅値となっている。3次、4次、9次モードの振動モード形状である Fig. 3.4, Fig. 3.5, Fig. 3.10 を見ると、 $(x, y) = (500, 250)$ は各振動モードの腹の位置に相当することが分かる。特に3次、4次モードは低周波数帯の振動モードであるため、ひずみモード振幅値が大きくなったと考えられる。

また、低次モード側から何次モードまで使用したかによる、時間履歴の変化を表したものが、Fig. 3.23 である。低次から4次のモードのみを使用した場合は、正規の時間履歴とおおよそ一致しており、2次および3次モードが支配的であり、時間履歴を決定づけていることが分かる。また、低次から8次のモードを使用すると正規の時間履歴と高周波な振動までよい一致を示している。このことから、低次から12次モードまで着目すれば十分であることが分かる。

同様に、 $z=h/2$ におけるコード方向ひずみ ε_y も以下のように表現する。

$$\varepsilon_y(x, y, t) = -\frac{h}{2} \frac{\partial^2 w_0}{\partial y^2} = \sum_k -\frac{h}{2} \Phi_{ij}^k X_{w_i}(x) Y_{w_j}''(y) \xi_k(t) \equiv \sum_k \varepsilon_{y_k}(t) \quad (3.4)$$

過渡応答解析において、 ε_y の最大値はTipの $(x, y) = (1000, 0)$ で生じていたため、その場所での ε_x をモード分解した。各固有振動モード毎の ε_{y_k} の時間履歴を Fig. 3.24 および Fig. 3.25 に示す。最初の1周期分はインパルス荷重によるエネルギー増加により振幅が増大しているが、その後は正弦波振動をしていることが分かる。また、各モード振幅の大きさを比較するとTipにおける ε_y は、5次、8次、11次モードが支配的であることが分かる。5次、8次モードの振動モード形状である Fig. 3.6, Fig. 3.9 を見ると、 $(x, y) = (1000, 0)$ は各振動モードの腹の位置に相当することが分かる。特に8次モードは衝撃位置である $(x, y) = (500, -250)$ も腹となっているため、ひずみモード振幅値が大きくなったと考えられる。

また、低次モード側から何次モードまで使用したかによる、時間履歴の変化を表したものが、Fig. 3.26 である。低次から4次のモードのみを使用した場合は、正規の時間履歴と大きくずれており、低次から8次のモードを使用すると正規の時間履歴とよい一致を示している。このことから、8次モードが支配的であり、時間履歴を決定づけていることが分かる。

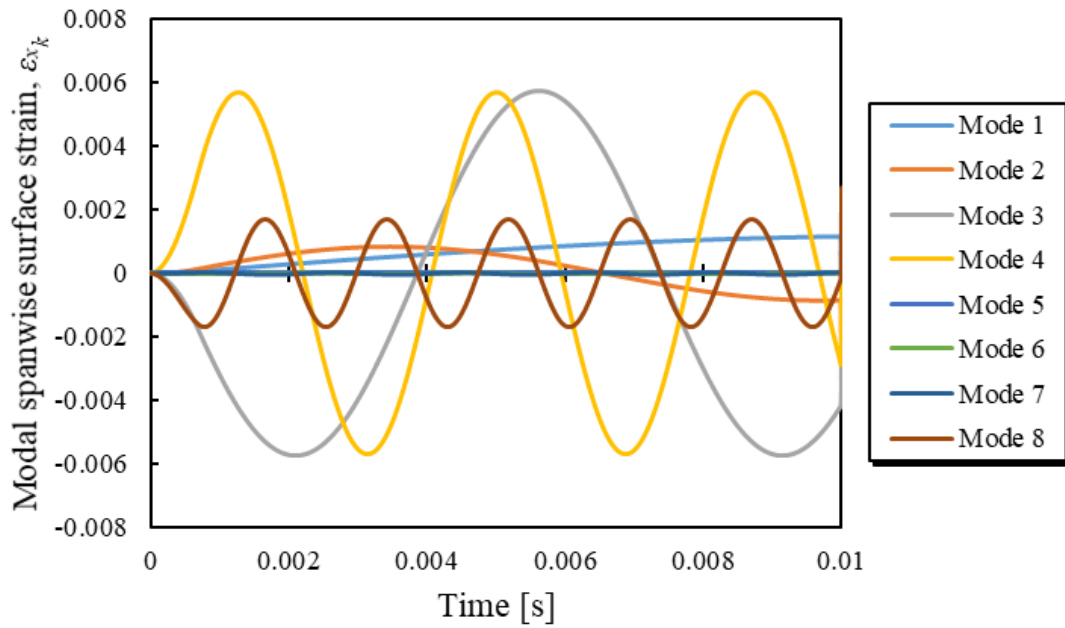


Fig. 3.21 History of spanwise surface strain for modes from 1 to 8 in the trailing edge region where maximum strain occurs.

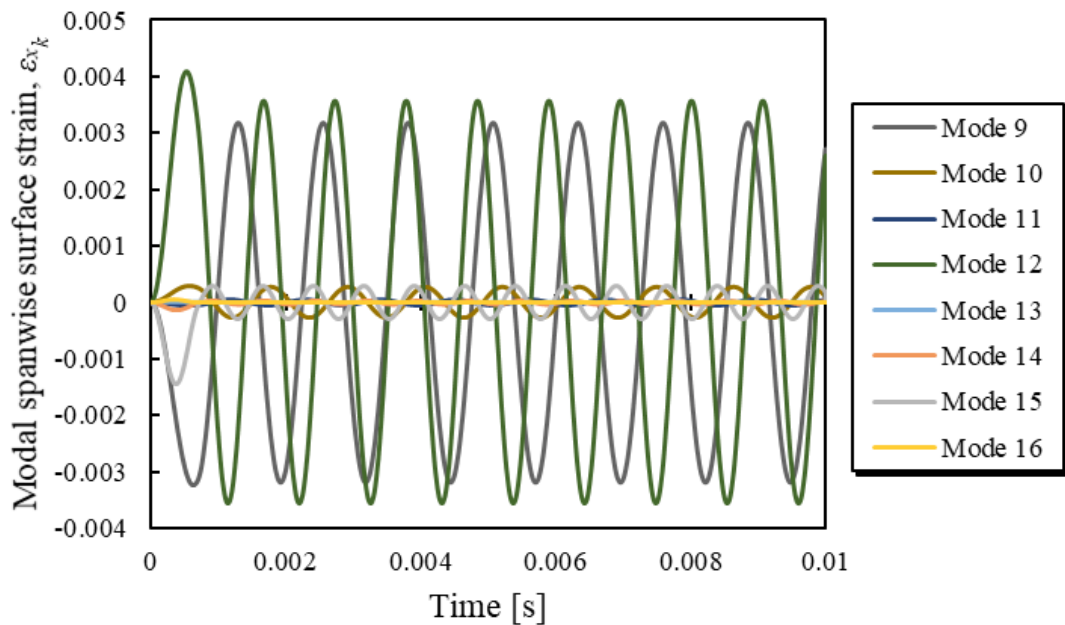


Fig. 3.22 History of spanwise surface strain for modes from 9 to 16 in the trailing edge region where maximum strain occurs.

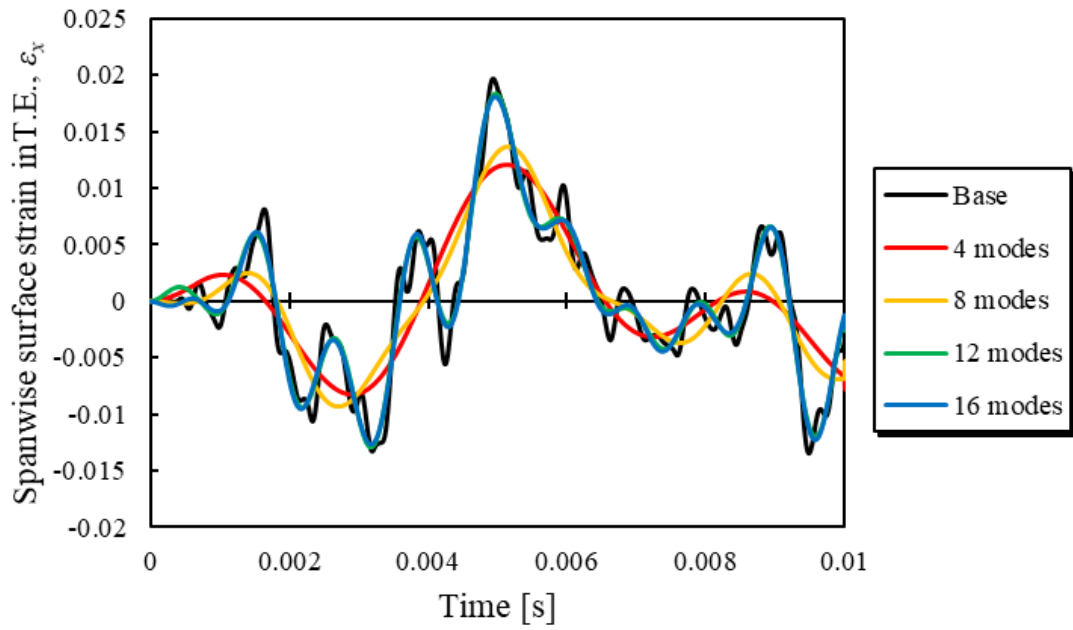


Fig. 3.23 Number of vibration modes to describe history of spanwise surface strain in trailing edge where maximum strain occurs.

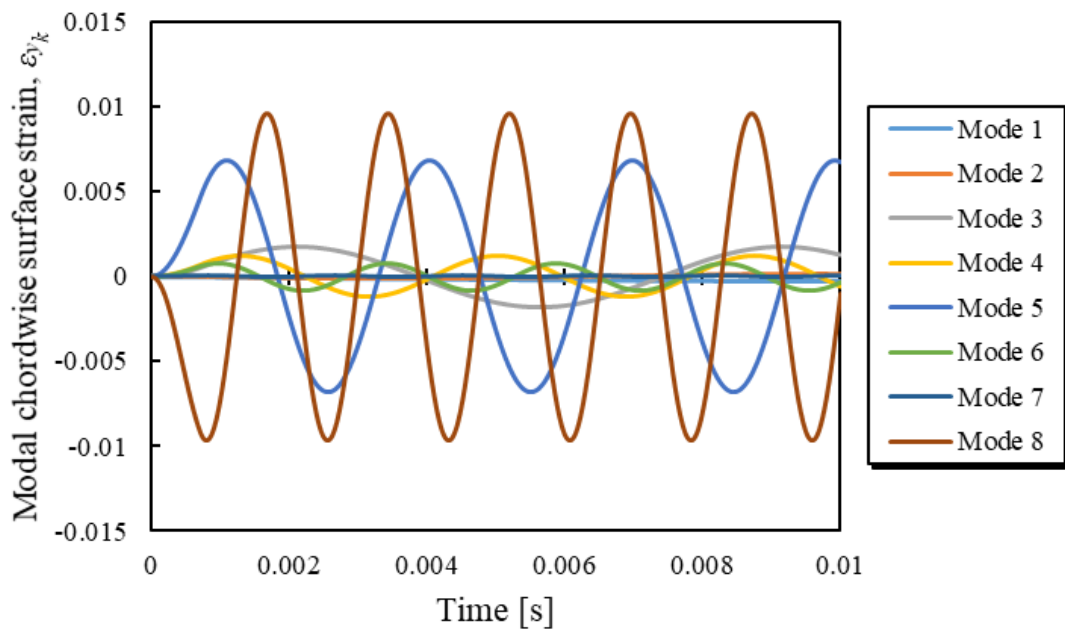


Fig. 3.24 History of chordwise surface strain for modes from 1 to 8 in the trailing edge region where maximum strain occurs.

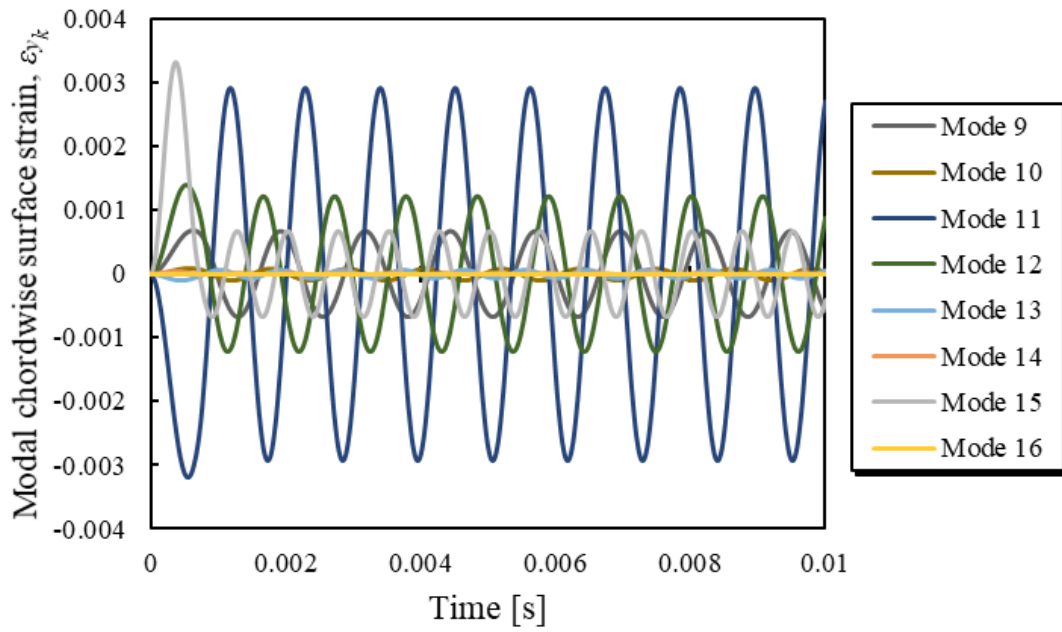


Fig. 3.25 History of chordwise surface strain for modes from 9 to 16 in the trailing edge region where maximum strain occurs.

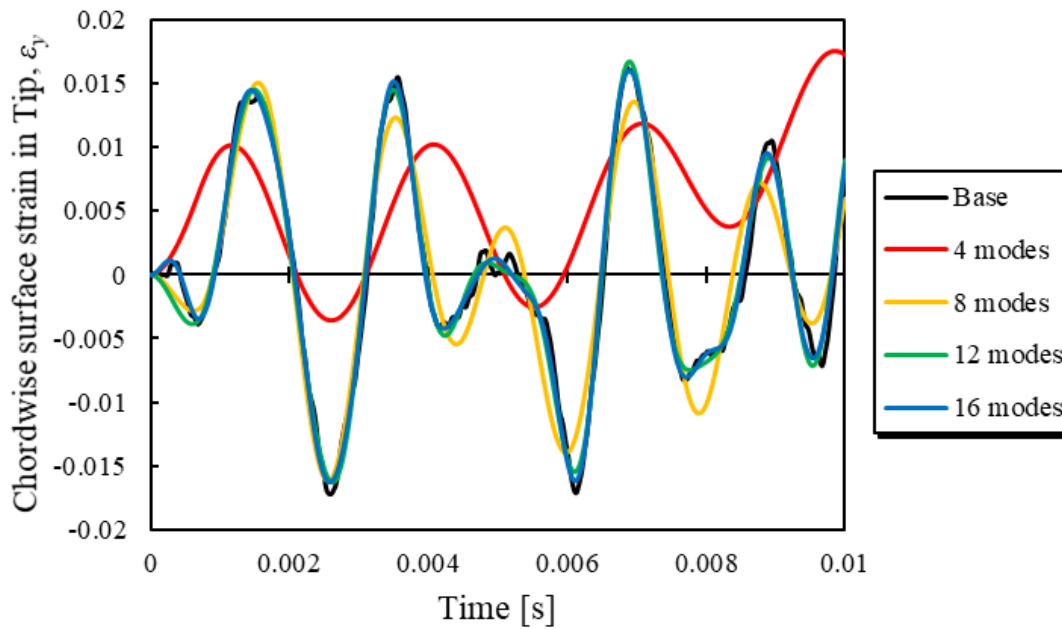
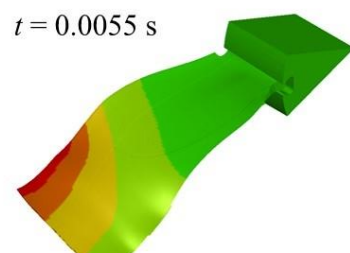
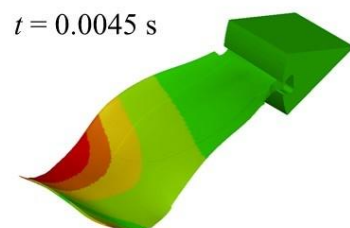
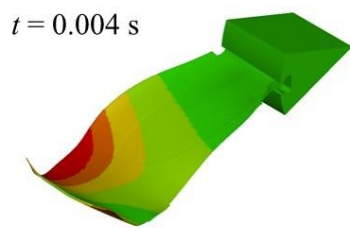
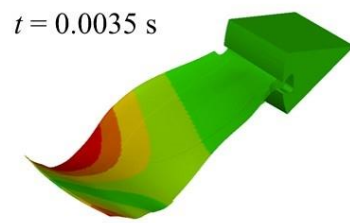
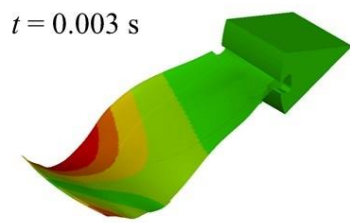
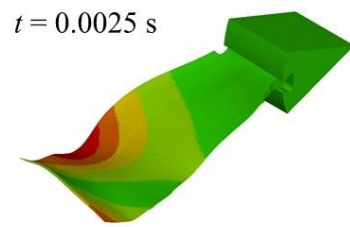
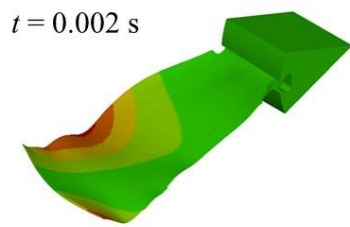
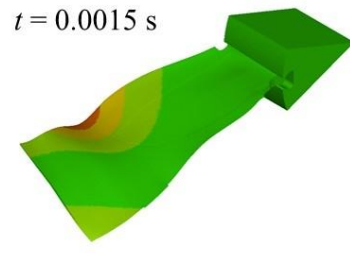
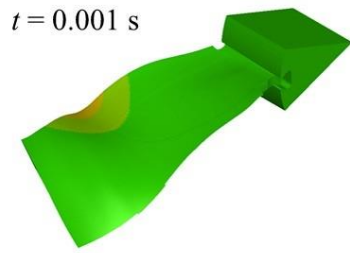
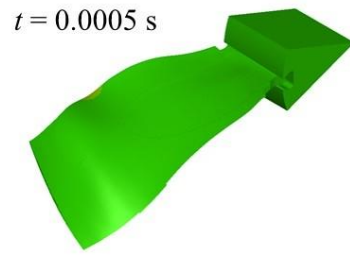
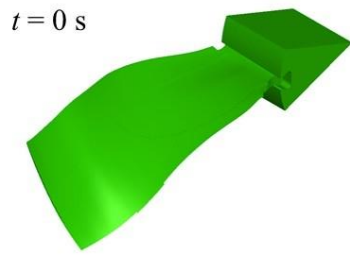


Fig. 3.26 Number of vibration modes to describe history of chordwise surface strain in tip region where maximum strain occurs.

次に、フルモデルにおける過渡応答解析のブレードの変形形状を 0.001 s 毎に Fig. 3.27 に示す。また、等高線は変位量を示しており、その範囲は絶対値を 200 mm として固定している。鳥との衝突によって L.E.側に生じた変位が伝播し、Tip や T.E.に徐々に変位が生じていることが分かる。また、L.E.側の Tip 側端点となっている節点の時間履歴を Fig. 3.28 に示す。さらに T.E.側の Tip 側端点となっている節点の時間履歴を Fig. 3.29 に示す。Y 方向（面外方向）の変位が支配的であり、L.E.側の Tip 端点では-Y 方向に大きくたわみ、T.E.側の Tip 端点では $t = 0.002$ s において+Y 方向に急激な立ち上がりが生じている。この立ち上がりがホイッピングモーションであると考えられる。

ファンブレードおよび粒子のエネルギー履歴を Fig. 3.30 に示す。ファンブレードの総エネルギーは内部エネルギーと運動エネルギーの和であり、ディスクやチョッキングパッドのエネルギーも含まれている。衝突開始である $t = 0$ s から $t = 0.0015$ s にかけて、粒子の運動エネルギーは単調減少し、ブレードの総エネルギーは単調増加し、衝突から $t = 0.0015$ s かけてエネルギーの交換が行われた。また、その後は粒子の運動エネルギーおよびブレードの総エネルギーはほぼ一定の値となっている。粒子の方では初期の運動エネルギーの 39.5% をブレードに与え、その後もある程度の速度を持って拡散している。また、ブレードの方では運動エネルギーと内部エネルギーを相互に交換しながら振動している。粒子の運動エネルギーの減少量は 9.18×10^6 mJ であり、ブレードの増加した総エネルギー量は 8.93×10^6 mJ であった。これらの値がほぼ一致していることから、エネルギーの釣り合いを満たしていることが分かる。また、ブレードの総エネルギーは時間とともに僅かに減少していた。これは、アワーグラスコントロールによる数値減衰や、接触摩擦によるエネルギー散逸によるものである。



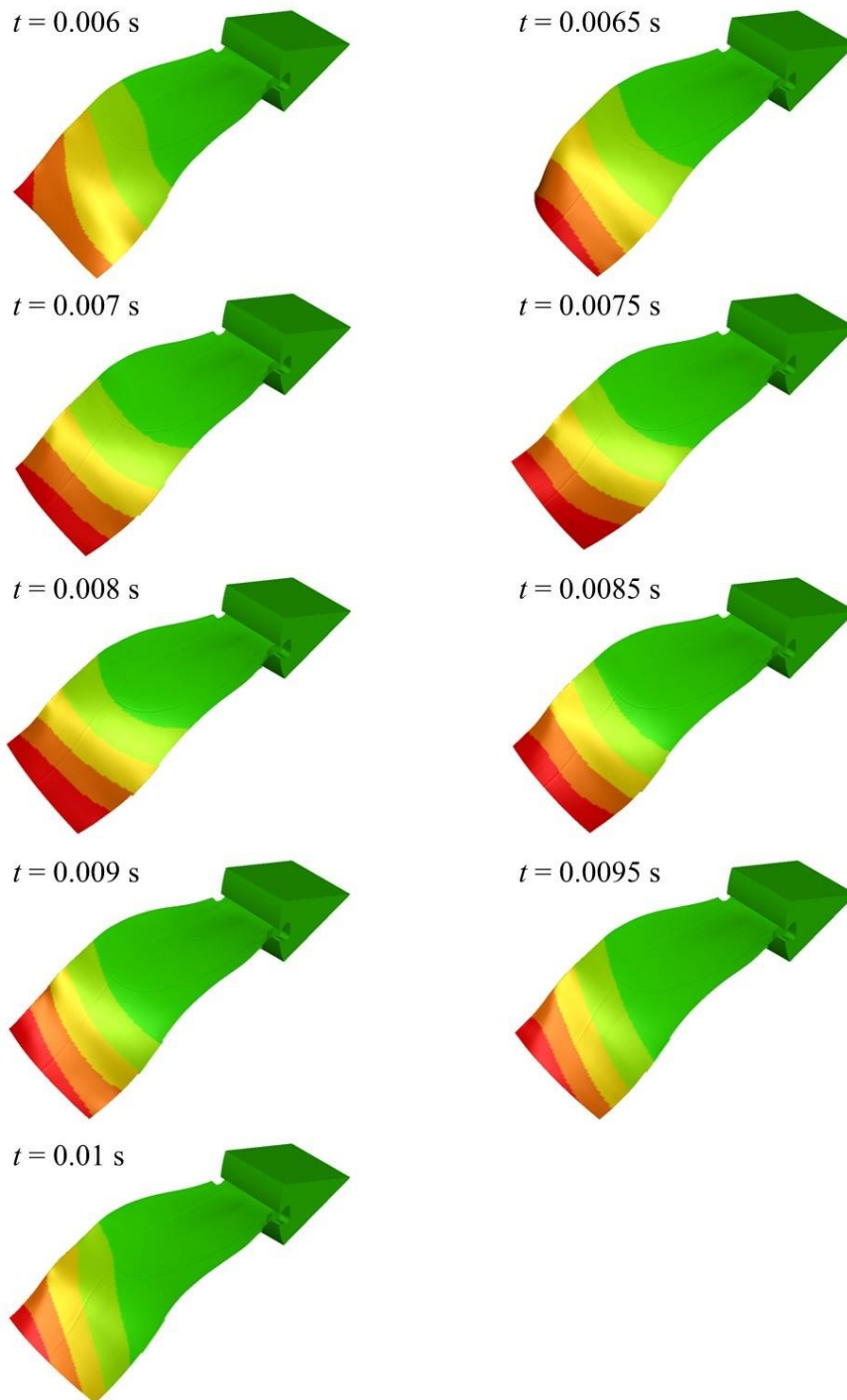


Fig. 3.27 Resultant displacement of fan blade.

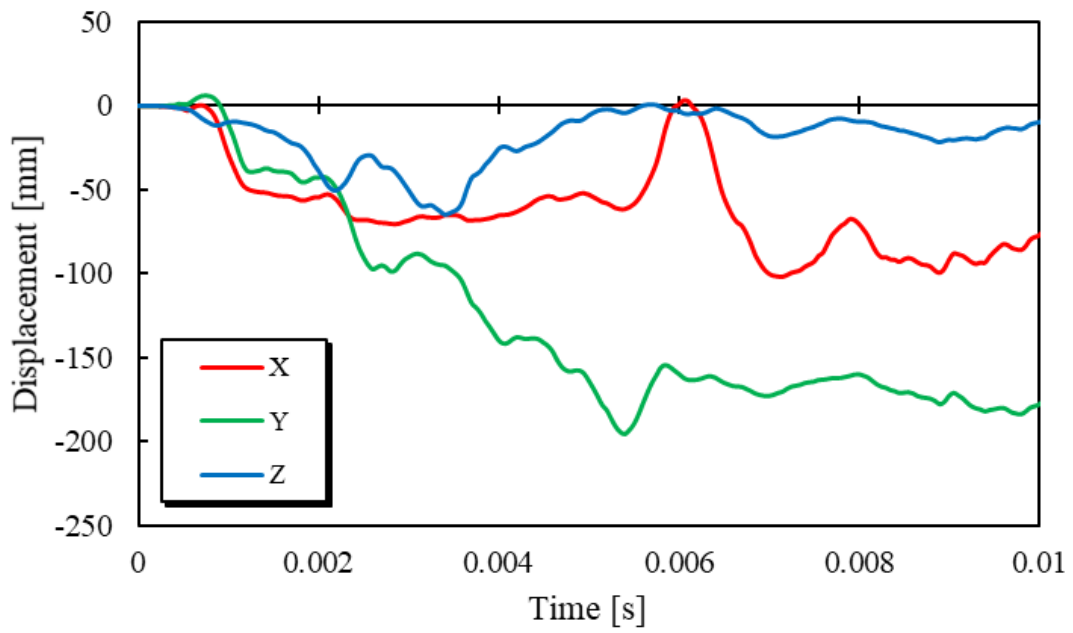


Fig. 3.28 Displacement history of Tip and L.E. node in global coordinate system.

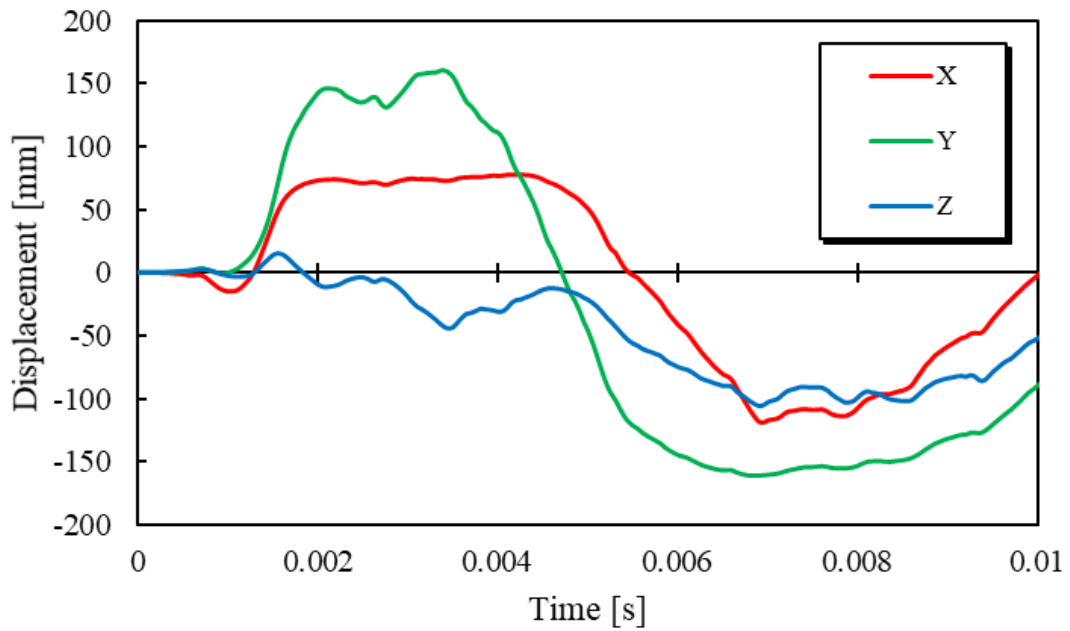


Fig. 3.29 Displacement history of Tip and T.E. node in global coordinate system.

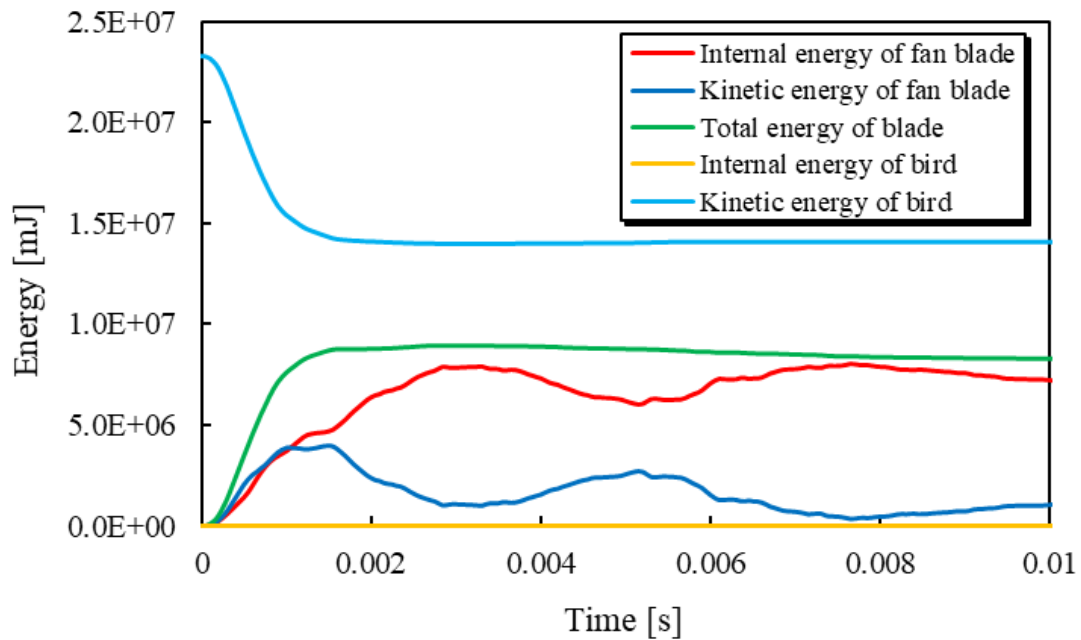
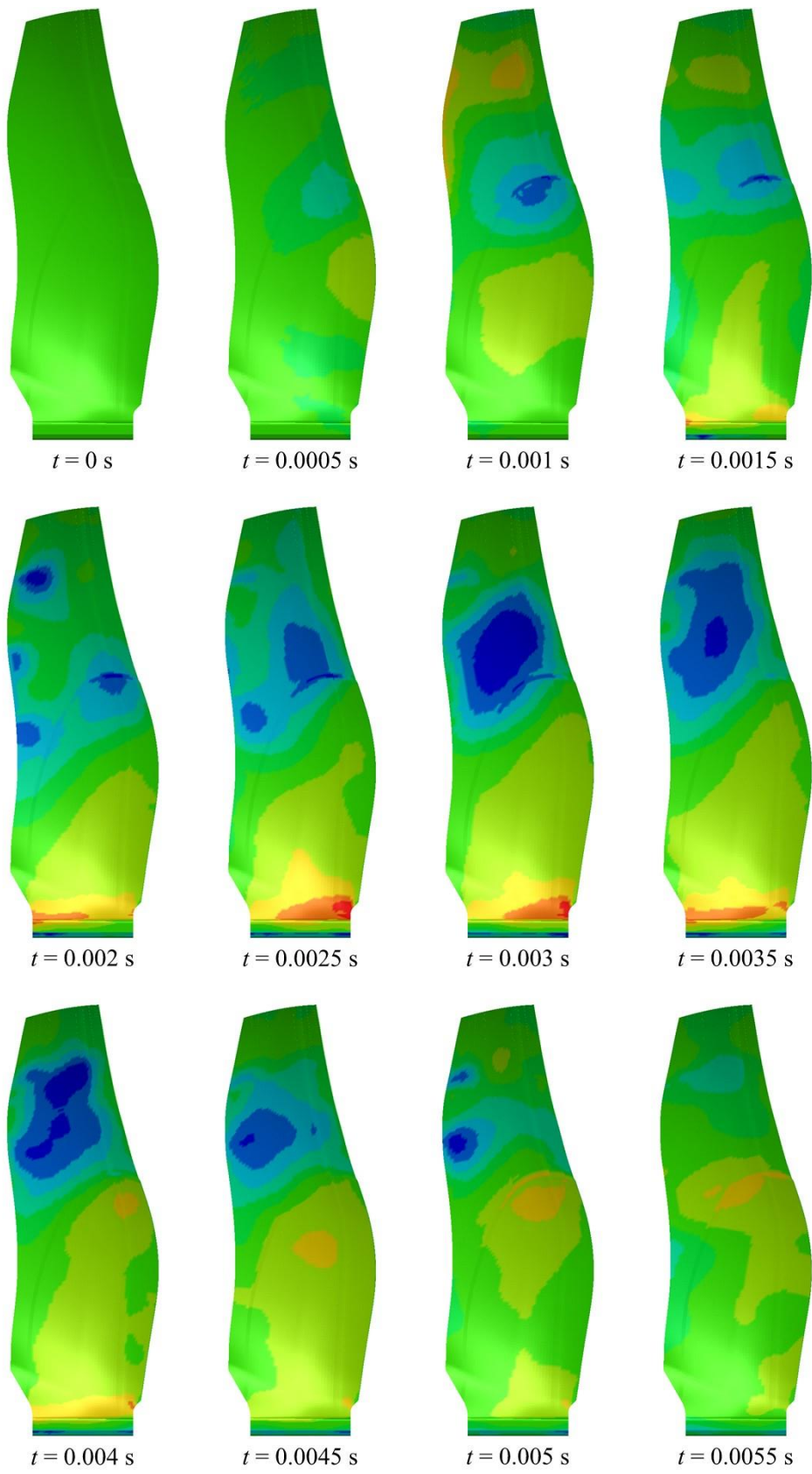


Fig. 3.30 Energy history of bird model and fan blade model.

過渡応答中の最上面における ϵ_x および ϵ_y の等高線プロットを 0.001 s 毎に分けて Fig. 3.31 および Fig. 3.32 に示す。ただし、金属シース部分は除いて CFRP 積層板の部分での結果図を示している。いずれのプロットにおいても、ラベル範囲を各ひずみの時刻履歴中の最大値・最小値で固定している。また、過渡応答解析中において ϵ_x が最大値を取る時刻での ϵ_x の等高線プロットを Fig. 3.33 に、過渡応答解析中において ϵ_y が最大値を取る時刻での ϵ_y の等高線プロットを Fig. 3.34 に示す。衝撃負荷領域で発生した ϵ_x は y 方向に伝播し、 ϵ_y は x 方向に伝播している。波の入反射を繰り返す、固定端以外に T.E. や Tip 周辺において大きなひずみが確認された。T.E. では ϵ_x が、Tip では ϵ_y が主に伝播されたひずみであり、数値解析モデルから得られた知見と定性的に一致しており、定量的にもおおその一致を示している。



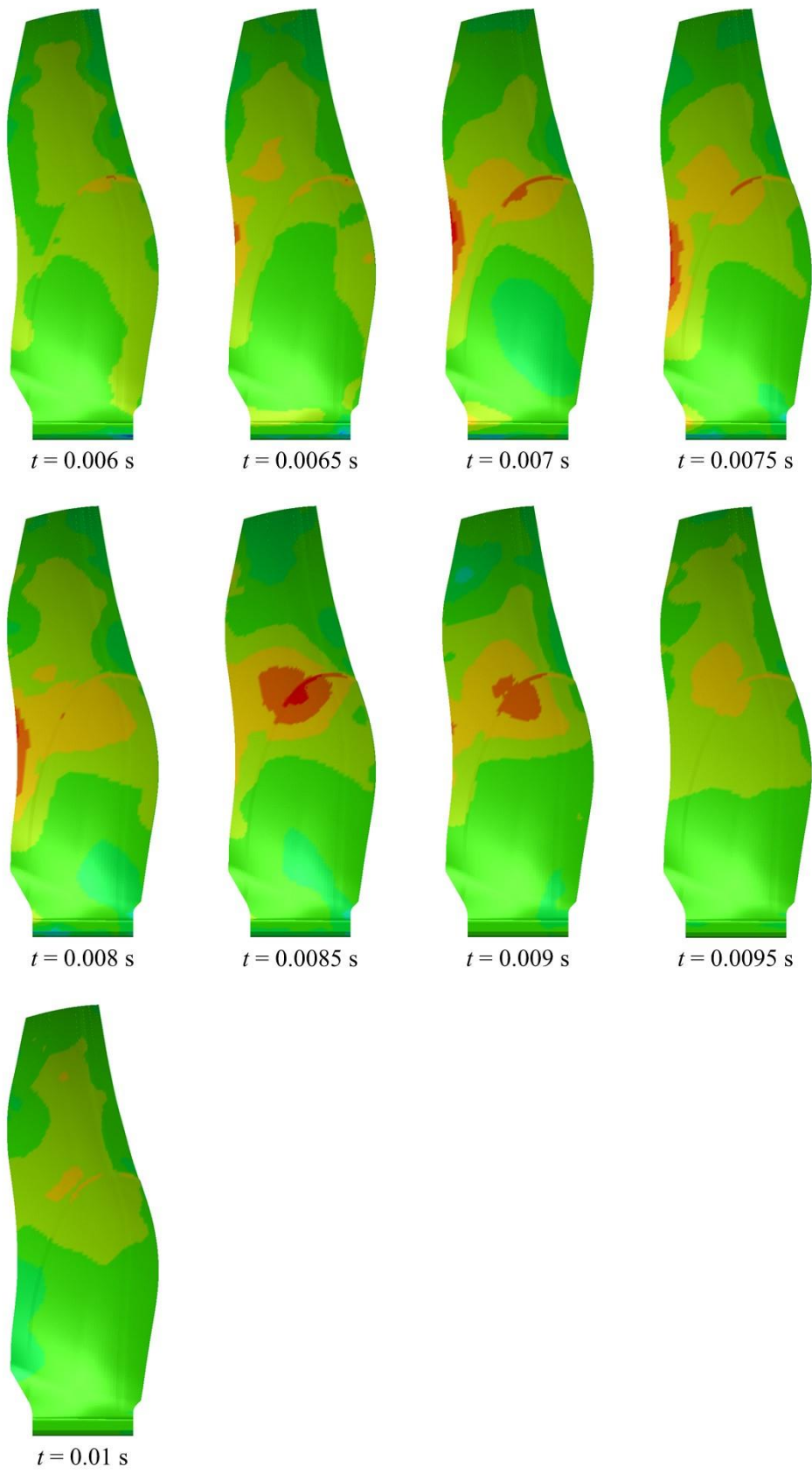
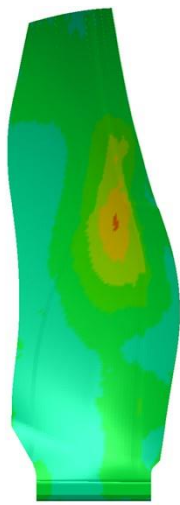


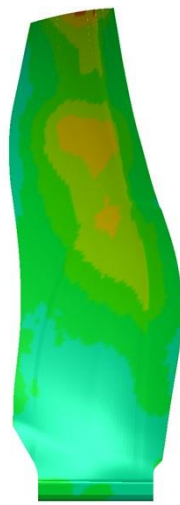
Fig. 3.31 Distribution of spanwise strain in CFRP part.



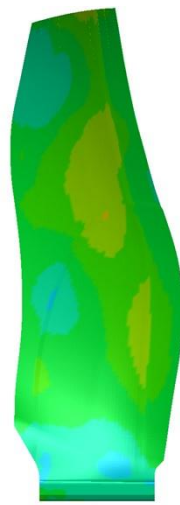
$t = 0$ s



$t = 0.0005$ s



$t = 0.001$ s



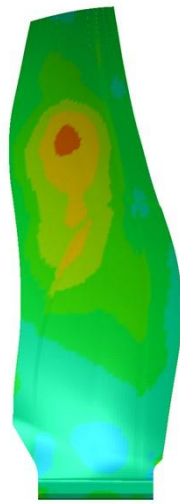
$t = 0.0015$ s



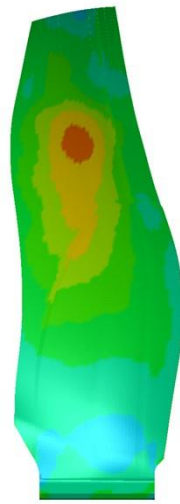
$t = 0.002$ s



$t = 0.0025$ s



$t = 0.003$ s



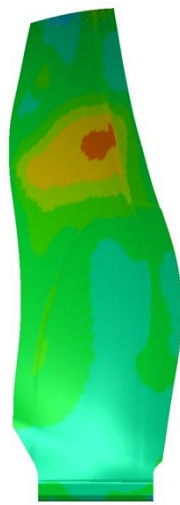
$t = 0.0035$ s



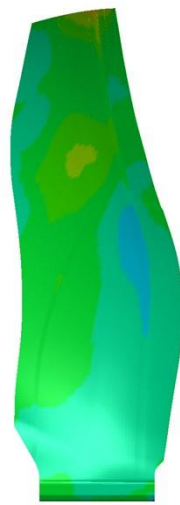
$t = 0.004$ s



$t = 0.0045$ s



$t = 0.005$ s



$t = 0.0055$ s

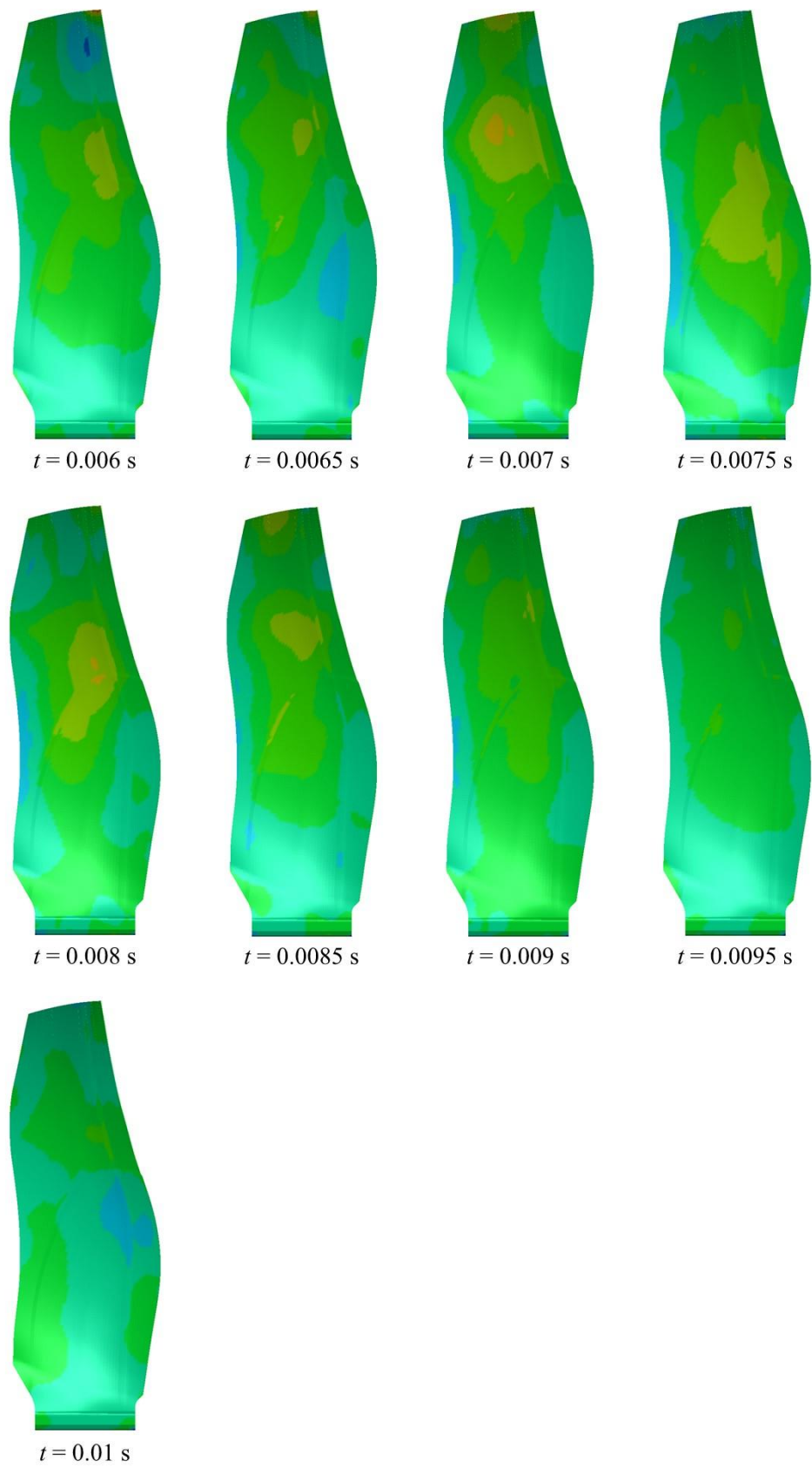


Fig. 3.32 Distribution of chordwise strain in CFRP part.

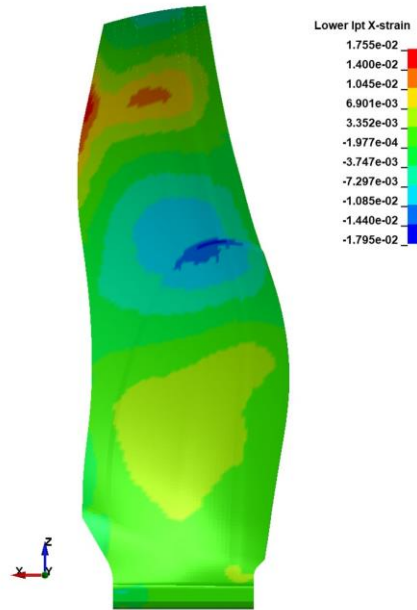


Fig. 3.33 Distribution of spanwise strain ϵ_x when maximum ϵ_x occurs in the transient analysis.

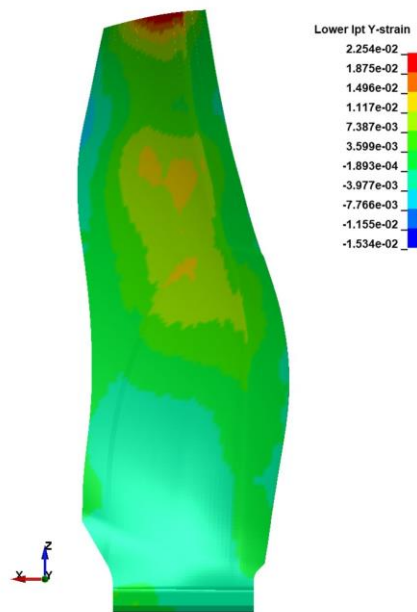


Fig. 3.34 Distribution of chordwise strain ϵ_y when maximum ϵ_y occurs in the transient analysis.

T.E.において最も大きなスパン方向ひずみ ϵ_x が生じる位置における、各ひずみ成分の時間履歴を Fig. 3.35 に示す。ソリッドシェル要素を使用しているため、面外ひずみ ϵ_z や面外剪断ひずみ γ_{yz} , γ_{zx} が生じているが、 ϵ_x が支配的であることが分かる。このような曲げによる面内ひずみを捉えることが重要であり、本数値解析モデルで使用した薄板理論でも十分議論できることが示唆された。 ϵ_x は $t=0.00115$ s で最大値 0.0169 をとり、その後は振動を繰り返しながらも振幅は徐々に小さくなっている。これは、エネルギー減衰と同様の効果によるものと考えられる。

また、Tip において最も大きなコード方向ひずみ ϵ_y が生じる位置における、各ひずみ成分の時間履歴を Fig. 3.36 に示す。 ϵ_y が支配的であり、 $t=0.0011$ s で最大値 0.0218 をとり、 ϵ_y の方がピーク値の絶対値が大きい。また、 ϵ_y についても振動を繰り返しながら変動しつつもその振幅は徐々に小さくなっている。

T.E.においてスパン方向ひずみ ϵ_x が支配的であり、Tip においてコード方向ひずみ ϵ_y が支配的であることは、数値解析モデルで得られた知見と定性的に一致しており、数値解析モデルでもバードストライク現象を表現できるということが示された。

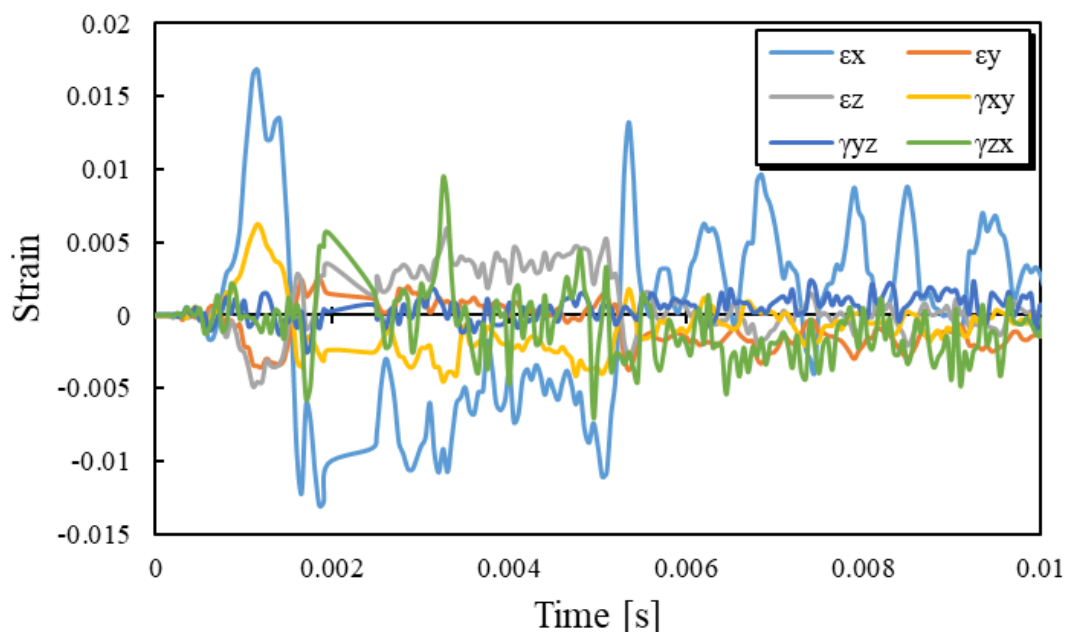


Fig. 3.35 History of strain in T.E. where maximum ϵ_x occurs in the transient analysis.

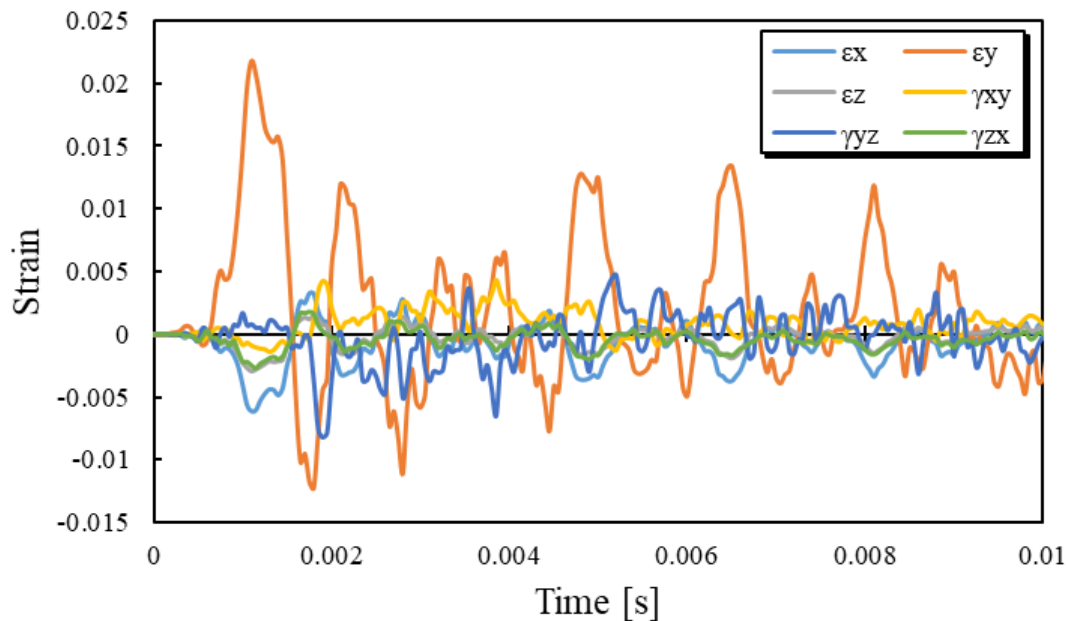


Fig. 3.36 History of strain in Tip where maximum ε_y occurs in the transient analysis.

固有振動解析のモード形状や固有振動数の妥当性を確認するため、固有振動解析で設定した翼根完全固定の条件下で、鳥粒子モデルを衝突させる過渡応答解析を行った。L.E.側のTip側端点となっている節点の時間履歴をFig. 3.37に示す。さらにT.E.側のTip側端点となっている節点の時間履歴をFig. 3.38に示す。0.003 sまでは一致しており、その後はずれている。これは、翼根が完全固定ではないため、翼根の固定条件の影響を受けて反射してきた波によって応答がずれてしまっており、低次の巨視的な変形モードに大きく影響を与えているためであると考えられる。しかし、初期のひずみ値の立ち上がりを見る上では妥当であり、次数の高いモードほど正しいと考えられる。

また、ブレードと粒子のエネルギーを比較したものをFig. 3.39に示す。粒子の運動エネルギーの減少量は 9.38×10^6 mJであり、ブレードの増加した総エネルギー量は 9.62×10^6 mJであった。これらの値はディスクを設けた解析結果と比較して大きくなっている。また、粒子とファンブレードの衝突による接触反力を出力し、そのグラフをFig. 3.40に示す。ただし、グローバル座標に従って出力されている。接触反力の履歴はほとんど同じ履歴となっていることから、固定条件の緩さによる入力荷重は低減されていない。したがって、総エネルギー量の減少は、ファンブレードの根元-チョッキングパッド-ディスク間にはたらく接触摩擦によるエネルギー散逸によるものであり、ディスク無しファンブレード根元完全固定で算出した固有振動数をフルモデルでの固有振動数として考えられることが示唆された。また、Meguidら[22]の研究に比べ衝突時間が長くなっている。これは、初期速度や粒子の構

成則が異なるということもあるが、ブレードが変形することで粒子に与えられる反力が小さくなり、粒子が拡散しづらくなっているからであると考えられる。ただし、初期のひずみピークが生じるのは約 0.001 s であり、この時間までの荷重履歴や与えられたエネルギー量が初期のひずみピーク値を決定する。また、この時間までの粒子の拡散範囲は小さく L.E. 領域内に留まっていたため、数値解析モデルでの鳥衝突荷重の簡易化についても妥当であると考えられる。

また、Fig. 3.35 の ε_x や Fig. 3.36 の ε_y のひずみ履歴のモード分解を試みた。SciPy の FFTpack を利用し、方形窓関数を使用した離散フーリエ変換を行った結果を Fig. 3.41 に示す。 ε_x では 6 次、9 次モードに対応する周波数にピークが見られ、 ε_y では 9 次、15 次モードに対応する周波数にピークが見られた。また数値解析と同様に、各固有振動モードの固有振動数を持つ正弦波の重ね合わせによって、Fig. 3.35 や Fig. 3.36 のひずみ履歴が表せられると仮定する。正弦波のピーク値が存在する時刻は、周期の 1/4, 3/4, 5/4... である。各固有振動モードの正弦波に対する周期の 1/4, 3/4, 5/4 の時刻を Fig. 3.42 に図示した。ここで $t=0.0011$ s 付近を見ると、最低次のモードとして 9 次モードがピークを持ち得ると考えられる。Fig. 3.14 での 9 次モードの固有振動モードを見ると、L.E., Tip, T.E. に腹が存在するようなモード形状である。したがって、この 9 次モードが周縁部に伝播するひずみの初期の立ち上がりを引き起こすと考えられる。しかし、離散フーリエ変換の結果では、過渡応答解析を行った解析時間が短いため周波数分解能が低く、正弦波モード分解においても完全にはピーク時間に一致していない。有限要素解析の結果から主要モードを特定することは依然として難しいと考えられ、数値解析モデルのモード分解の有用性を支持している。

その一方で、数値解析モデルとフルモデルの差についても留意しておく必要がある。先述した通り、フルモデルにおいて翼根の境界条件を完全固定にするか否かで巨視的な挙動は大きく変化した。本数値解析モデルにおいても翼根完全固定の境界条件で立式しているため、長周期的挙動は一致しないと考えられる。また、本数値解析モデルにおいては大変形による幾何学的非線形性を考慮していないため、変位やひずみの履歴は時間経過と共にずれていく。本数値解析モデルは長時間の解析には適していない。しかし、初期のホイッピングモーションに関しては定性的・定量的によい一致を示している。本数値解析モデルでの簡易化したファンブレードでは、初期捩れやテーパー、厚み勾配は考慮されていないが、フルモデルと同じような周縁部に面外変形が生じるモード形状で構成されており、固有振動数も近い値となっている。すなわち、固有振動モードは概形寸法や積層構成に大きく依存していると考えられる。そのため、本数値解析モデルは、フルモデルの動的挙動を捉えることができおり、初期のホイッピングモーションを解析するツールとして有用であると考えられる。

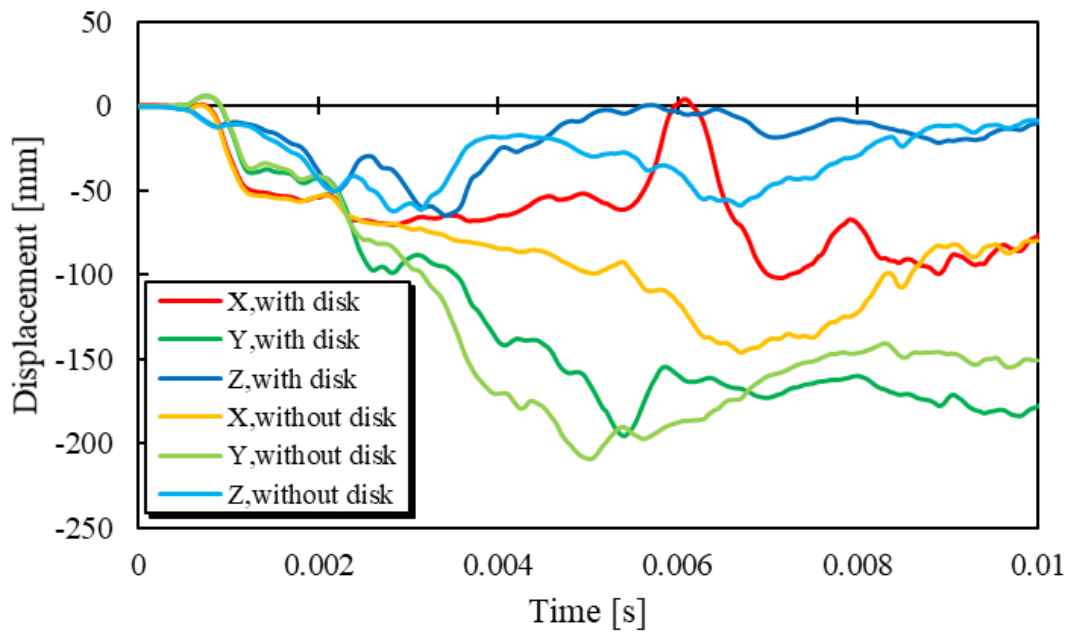


Fig. 3.37 Displacement history of Tip and L.E. node in global coordinate system.

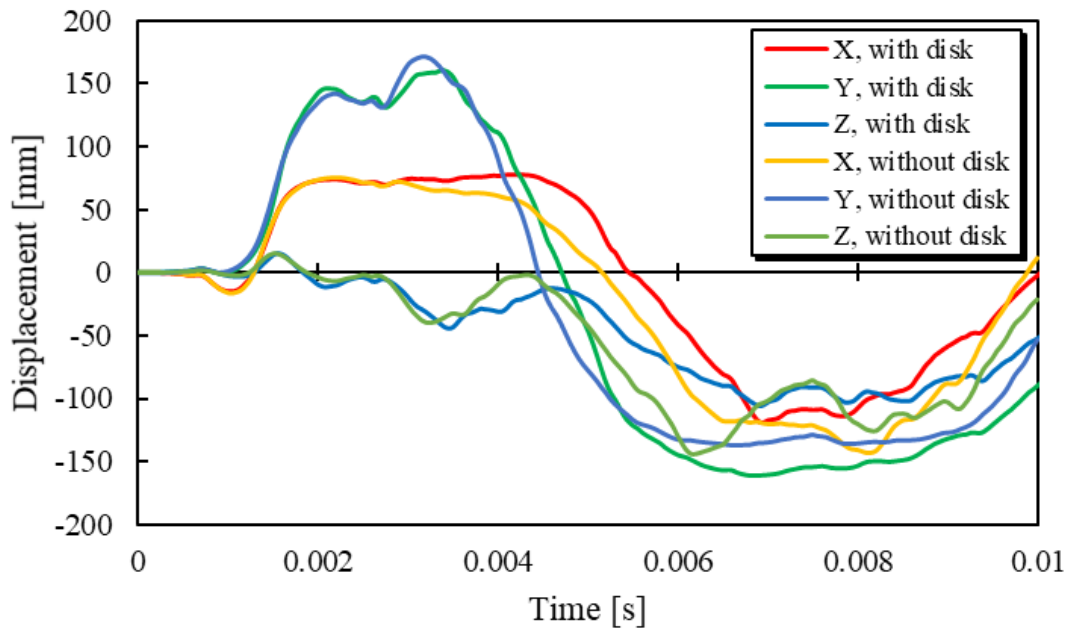


Fig. 3.38 Displacement history of T.E. and L.E. node in global coordinate system.

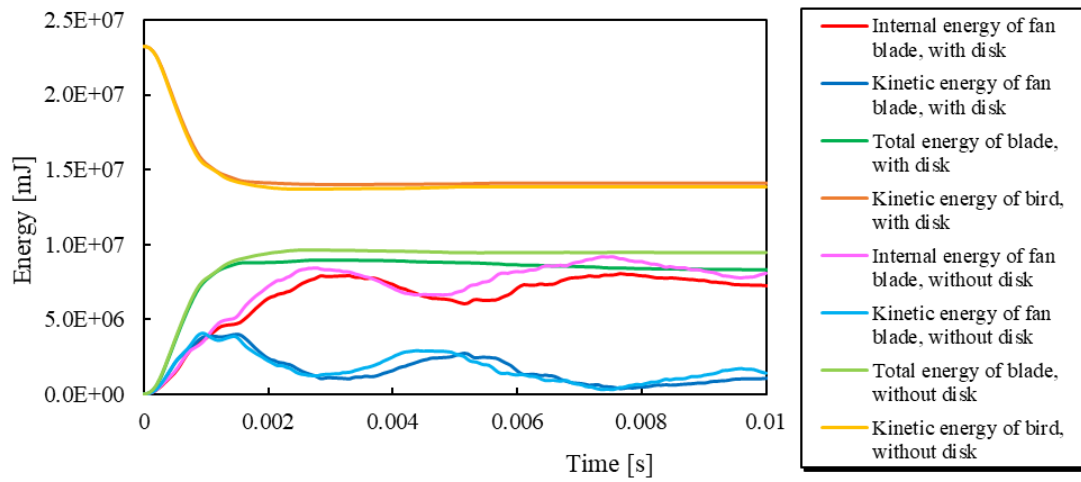


Fig. 3.39 Energy history in SPH contact analysis, applied load analysis and applied load analysis without disk.

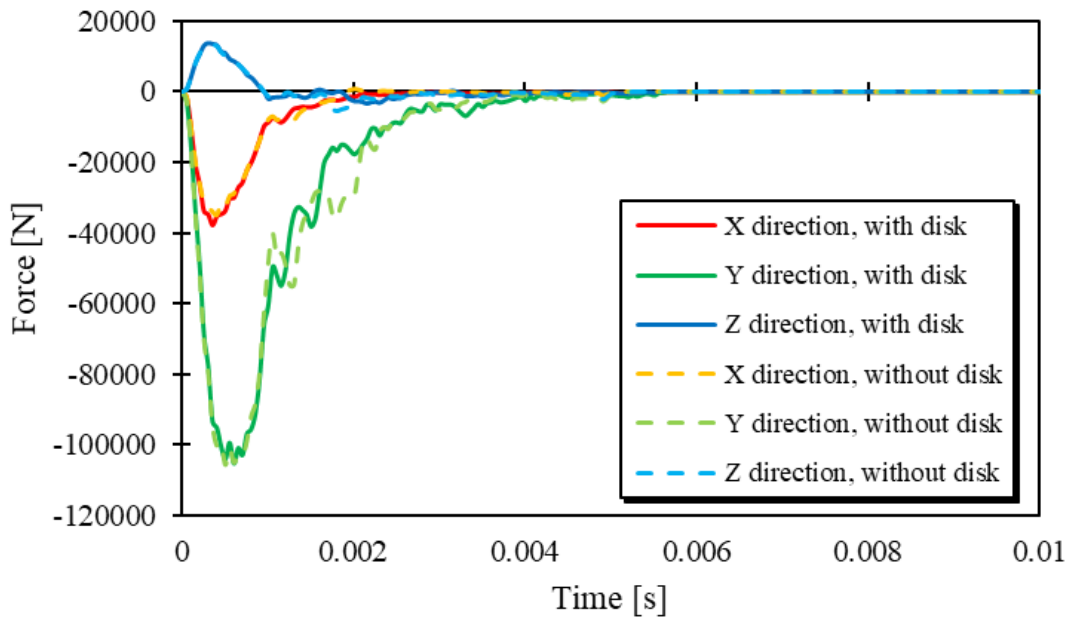


Fig. 3.40 History of contact force between bird and fan blade.

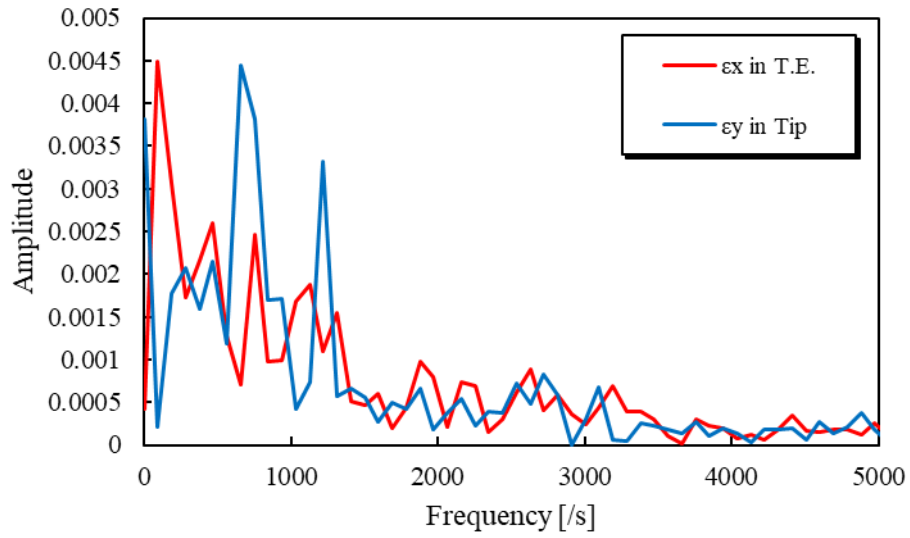


Fig. 3.41 Fourier transform of spanwise strain ϵ_x in T.E. and chordwise strain ϵ_y in Tip.

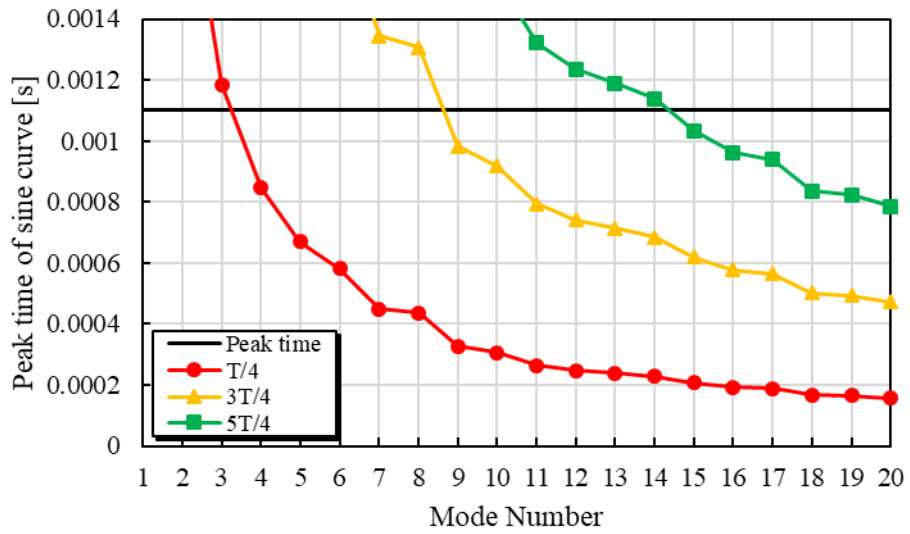


Fig. 3.42 Peak time of sine wave for natural frequency of each mode.

3.1.2 回転時の場合

本項では、回転による影響として定常的にはたらく遠心力が衝撃応答にどのような影響を与えるのかを調査する。

まずは、 $\varphi=0^\circ$ 、 $\Omega=100\text{ rad/s}$ とした時の遠心荷重下での面内平衡状態での応力分布を Fig. 3.43 および Fig. 3.44 に示す。 σ_x はブレード全域に正の値が出ており、固定端から遠ざかるにつれて値は小さくなっている。また、 σ_y は $y=\pm b/2$ 付近で僅かながら負の値が生じているが、固定端及び先端付近では正の値をとる。L.E.とT.E.の σ_y に関して、FEAと数値解析の分布がRoot側の自由端付近で異なっているが、これは使用した面内振動モードがコード方向の自由端を完全に表現することができていないことにより生じている。しかし、 σ_x に比べて絶対値が小さいことから、この後の固有振動解析や過渡応答解析において、この差は大きな影響を与えないと考えられる。

解析モデルとFEAによって得られた10次モードまでの固有角振動数の値をTable 3.4に示す。数値解析においては、固有振動数の誤差が1%以内に収まるようなモード数 $N_u=N_v=4$ 、 $N_w=8$ を使用した。また、FEAにおいては、面内の振動モードを省いてある。さらに、FEAにおける無回転状態($\Omega=0\text{ rad/s}$)の最低次固有振動数を基準にした、各固有振動数の回転速度 Ω による変化率をFig. 3.45に示す。回転数の上昇により固有振動数は大きくなり、高次モードほど遠心力の影響が小さくなることが確認された。また、FEMと数値解析の固有振動数の誤差は最大で14.3%となり、数値解析の妥当性が確認された。

また、回転速度 Ω による影響を詳細に検討するため、遠心力によって生じる式(2.61)内の \mathbf{K}_{cw} 、 \mathbf{K}'_u 、 \mathbf{K}'_v 、 \mathbf{K}'_w を比較する。 \mathbf{K}'_u 、 \mathbf{K}'_v 、 \mathbf{K}'_w は各成分の値が正である対角行列となり、 \mathbf{K}_{cw} は対角成分が主な正値を持つ対称行列となった。また、各マトリックスのノルムを、基準となるマトリックス \mathbf{K}_u 、 \mathbf{K}_v 、 \mathbf{K}_w のノルムで正規化した、 $|\mathbf{K}'_u|/|\mathbf{K}_u|$ 、 $|\mathbf{K}'_v|/|\mathbf{K}_v|$ 、 $|\mathbf{K}'_w|/|\mathbf{K}_w|$ 、 $|\mathbf{K}_{cw}|/|\mathbf{K}_w|$ の値をFig. 3.46に図示した。式(2.61)より、変形による遠心力の増加成分は見かけの剛性を下げ、固有振動数を小さくする効果があるが、その影響はあまり大きくない。一方で、面内引張による幾何剛性は見かけの剛性を上げ、固有振動数を大きくする効果があり、その影響は比較的大きいことが分かる。したがって、遠心力による面内引張応力により、固有振動数は大きくなることが示された。

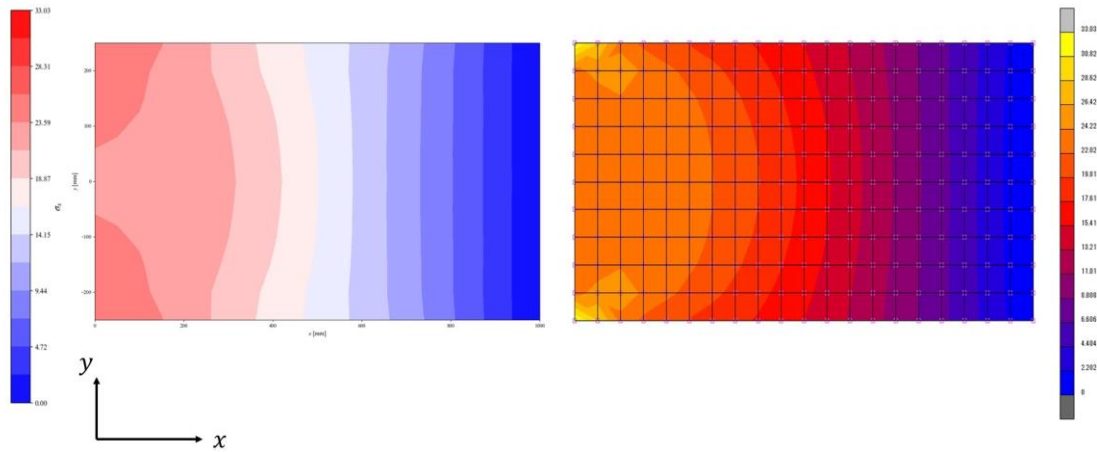


Fig. 3.43 Distribution of spanwise stress under centrifugal force derived from numerical analysis (left) and FEA (right).

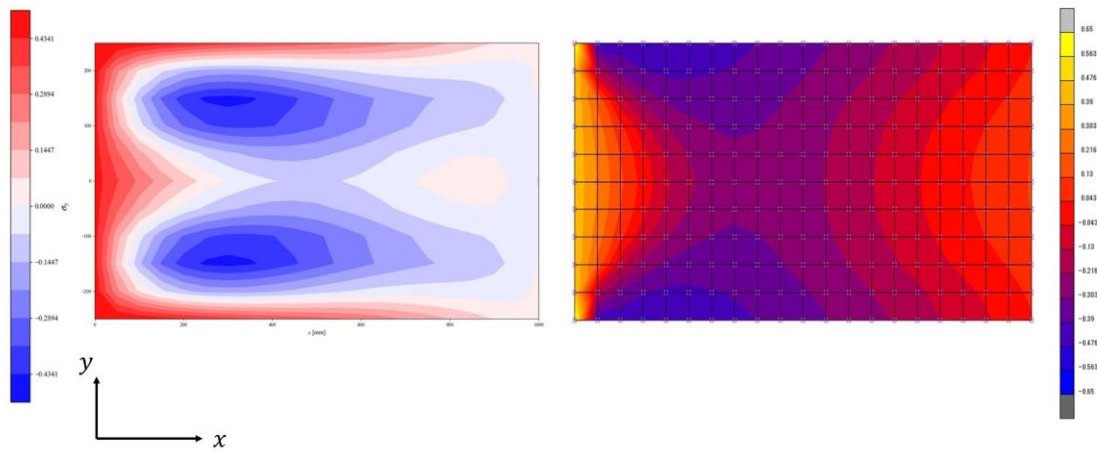


Fig. 3.44 Distribution of chordwise stress under centrifugal force derived from numerical analysis (left) and FEA (right).

Table 3.4 Natural angular frequency with different rotation velocity with $\varphi = 0^\circ$.

Ω [rad/s]	0		100		200	
	Numerical Analysis	FEA	Numerical Analysis	FEA	Numerical Analysis	FEA
Mode 1	144	143	200	200	310	312
Mode 2	497	494	510	512	544	561
Mode 3	908	883	961	941	1102	1095
Mode 4	1681	1651	1719	1684	1820	1779
Mode 5	2175	2122	2187	2130	2218	2152
Mode 6	2546	2541	2601	2594	2760	2748
Mode 7	3368	2777	3469	2779	3599	2785
Mode 8	3422	3326	3586	3368	3681	3488
Mode 9	3554	3496	5054	3515	5227	3574
Mode 10	4995	4945	5583	5003	5610	5173

Ω [rad/s]	300		400		500	
	Numerical Analysis	FEA	Numerical Analysis	FEA	Numerical Analysis	FEA
Mode 1	433	437	560	564	694	692
Mode 2	581	635	612	723	687	821
Mode 3	1299	1310	1527	1558	1771	1820
Mode 4	1973	1924	2158	2104	2287	2245
Mode 5	2255	2181	2279	2218	2416	2329
Mode 6	3002	2795	3301	2809	3642	2827
Mode 7	3810	2989	4031	3292	4261	3627
Mode 8	3833	3629	4076	3754	4419	3907
Mode 9	5500	3716	5666	3963	5671	4261
Mode 10	5643	5439	5854	5682	6268	5702

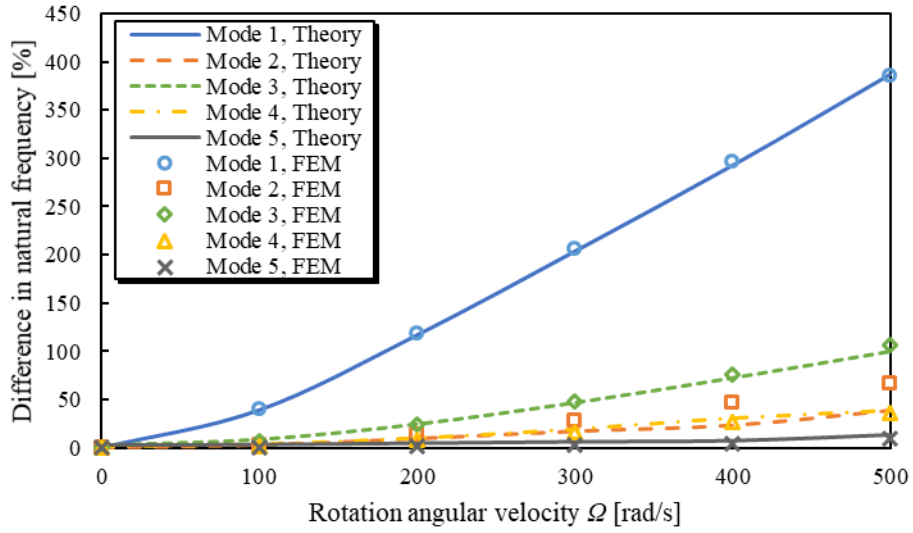


Fig. 3.45 Difference in natural frequency in each rotation velocity with respect to natural frequencies of each mode without rotation.

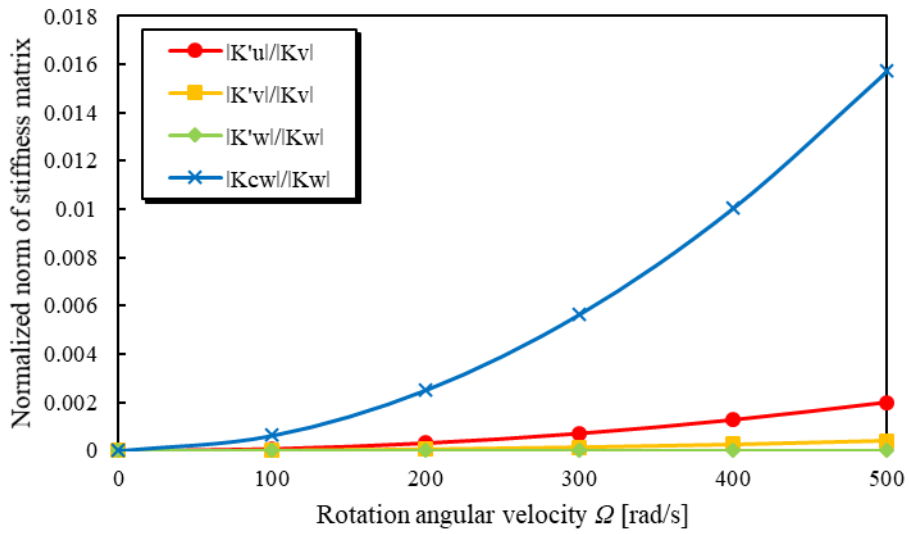


Fig. 3.46 Normalized norm of stiffness matrix in each rotation velocity.

次に、フルモデルでの固有振動解析で得られた固有振動数、刺激係数、有効質量を Table 3.5 および Table 3.6 に示す。また、刺激係数をグラフで示したものが Fig. 3.47 であり、有効質量比をグラフで示したものが Fig. 3.48 である。回転なしの状況下での解析と同様に、刺激係数の絶対値は Y 方向が最も大きく、次いで X 方向、Z 方向の順となっており、刺激係数の絶対値が大きな Y 方向振動モードが、系の大きな振動に寄与していると考えられる。Y 方向の有効質量比が 10 次モードで収束し、X 方向の有効質量比についても 10 次モードで一時的に収束している。

固有振動モード形状を Fig. 3.49 に示す。3.1.1 の回転なしの状況下での固有振動解析結果 (Fig. 3.14) と比較すると、モードの腹節の位置がわずかに変化しているが、モード形状の大きな変化は見られず、曲げ振動モードおよび振り振動モードの組み合わせで構成されていた。

さらに、回転角速度 Ω を変化させた時の固有振動数を Table 3.7 に示す。回転角速度が上昇するにつれ、固有振動数が増加することが確認できた。また、回転がない状態での固有振動数を基準としたときの、各回転速度におけるモード毎の固有振動数の変化率をグラフにしたものが、Fig. 3.50 および Fig. 3.51 である。基本的に低次モードほど固有振動数の増加割合が大きく、回転による影響を受けやすいことが分かる。また、前節までの数値解析の結果と同様の結果が得られた。

Table 3.5 Natural frequency, natural period and modal participation factors of each mode with rotation velocity $\Omega = 3224$ rpm.

Mode number	Natural frequency [rad/s]	Natural period [s]	Modal participation factors		
			X	Y	Z
1	434.3	0.01447	-0.00802	-0.0459	-0.000410
2	1059	0.005930	0.0220	-0.0232	-0.000995
3	1375	0.004570	0.00651	-0.00648	0.003057
4	2110	0.002978	0.0320	-0.00907	8.49×10^{-5}
5	2544	0.002470	0.0191	0.0154	0.000990
6	2798	0.002246	-0.00253	-0.00128	-0.000315
7	3633	0.001729	-0.0253	-0.0119	-0.00150
8	3921	0.001603	-0.00468	0.0113	0.00213
9	4870	0.001290	0.000166	-0.00714	0.00152
10	5397	0.001164	-0.00691	-0.0158	0.00200
11	5943	0.001057	-0.00334	0.00221	0.001408789
12	6363	0.0009821	-0.000836	0.00166	0.002178574
13	6612	0.0009270	0.00224	-0.00234	-0.000814
14	6897	0.0009074	0.00255	0.00652	0.00389
15	7609	0.0008150	-0.00488	0.00898	-0.000553
16	8170	0.0007568	0.00256	-0.00169	0.00336
17	8360	0.0007417	0.00438	-0.00439	-9.2393×10^{-5}
18	9407	0.0006720	-0.00301	0.000949	0.000563
19	9546	0.0006611	-0.00503	0.00556	-0.00139
20	9993	0.0006201	0.000420	-0.00515	-0.00438

Table 3.6 Natural frequency, natural period and modal effective mass of each mode with rotation velocity $\Omega = 3224$ rpm.

Mode number	Natural frequency [rad/s]	Natural period [s]	Modal effective mass ratio [%]		
			X	Y	Z
1	434	0.01447	1.37	45.02	0
2	1059	0.005930	11.66	56.52	0.02
3	1375	0.004570	12.56	57.42	0.22
4	2110	0.002978	34.46	59.17	0.22
5	2544	0.002470	42.21	64.24	0.25
6	2798	0.002246	42.35	64.28	0.25
7	3633	0.001729	56.03	67.28	0.3
8	3921	0.001603	56.5	70	0.39
9	4870	0.001290	56.5	71.09	0.44
10	5397	0.001164	57.52	76.43	0.53
11	5943	0.001057	57.75	76.53	0.57
12	6363	0.0009821	57.77	76.59	0.67
13	6612	0.0009270	57.88	76.71	0.68
14	6897	0.0009074	58.02	77.61	1.01
15	7609	0.0008150	58.52	79.33	1.01
16	8170	0.0007568	58.66	79.39	1.26
17	8360	0.0007417	59.07	79.81	1.26
18	9407	0.0006720	59.27	79.83	1.26
19	9546	0.0006611	59.81	80.49	1.3
20	9993	0.0006201	59.81	81.05	1.71

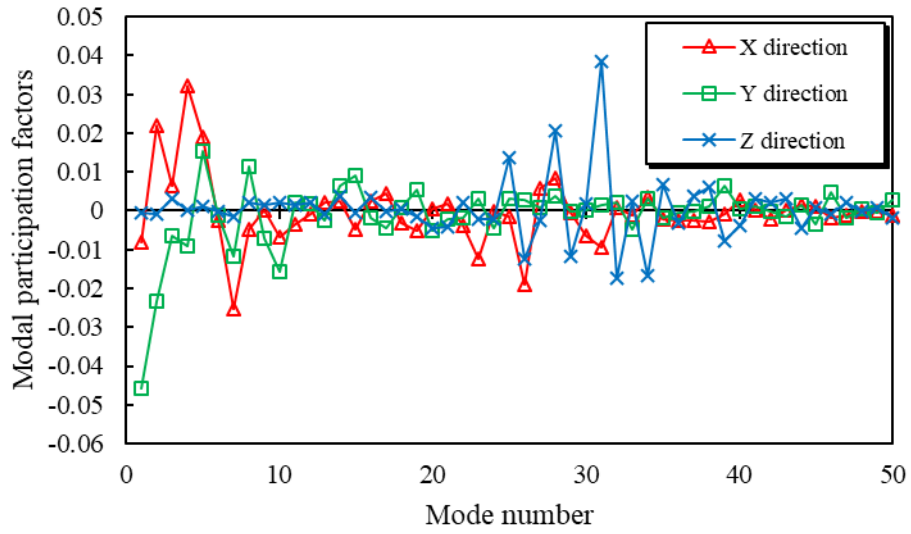


Fig. 3.47 Relationship between modal participation factors ratio and mode number with rotation velocity $\Omega = 3224$ rpm.

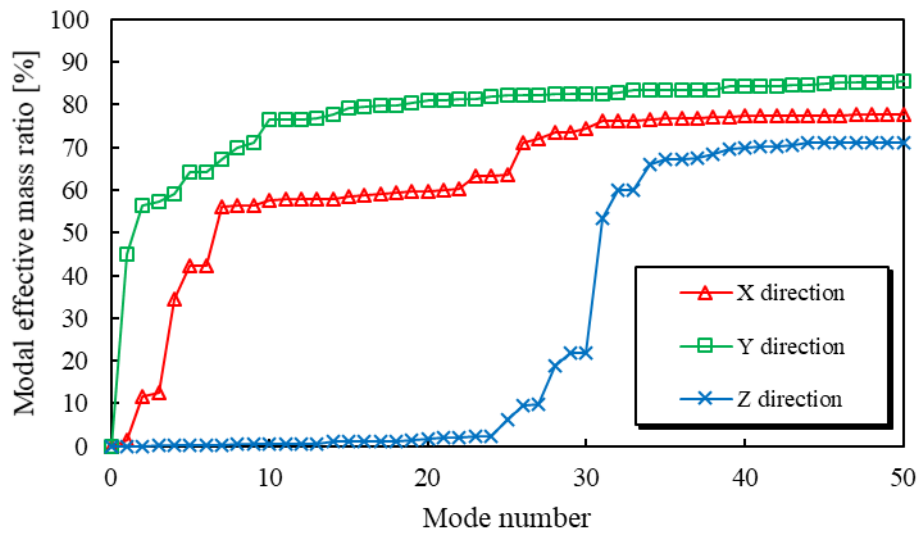


Fig. 3.48 Relationship between modal effective mass ratio and mode number with rotation velocity $\Omega = 3224$ rpm.

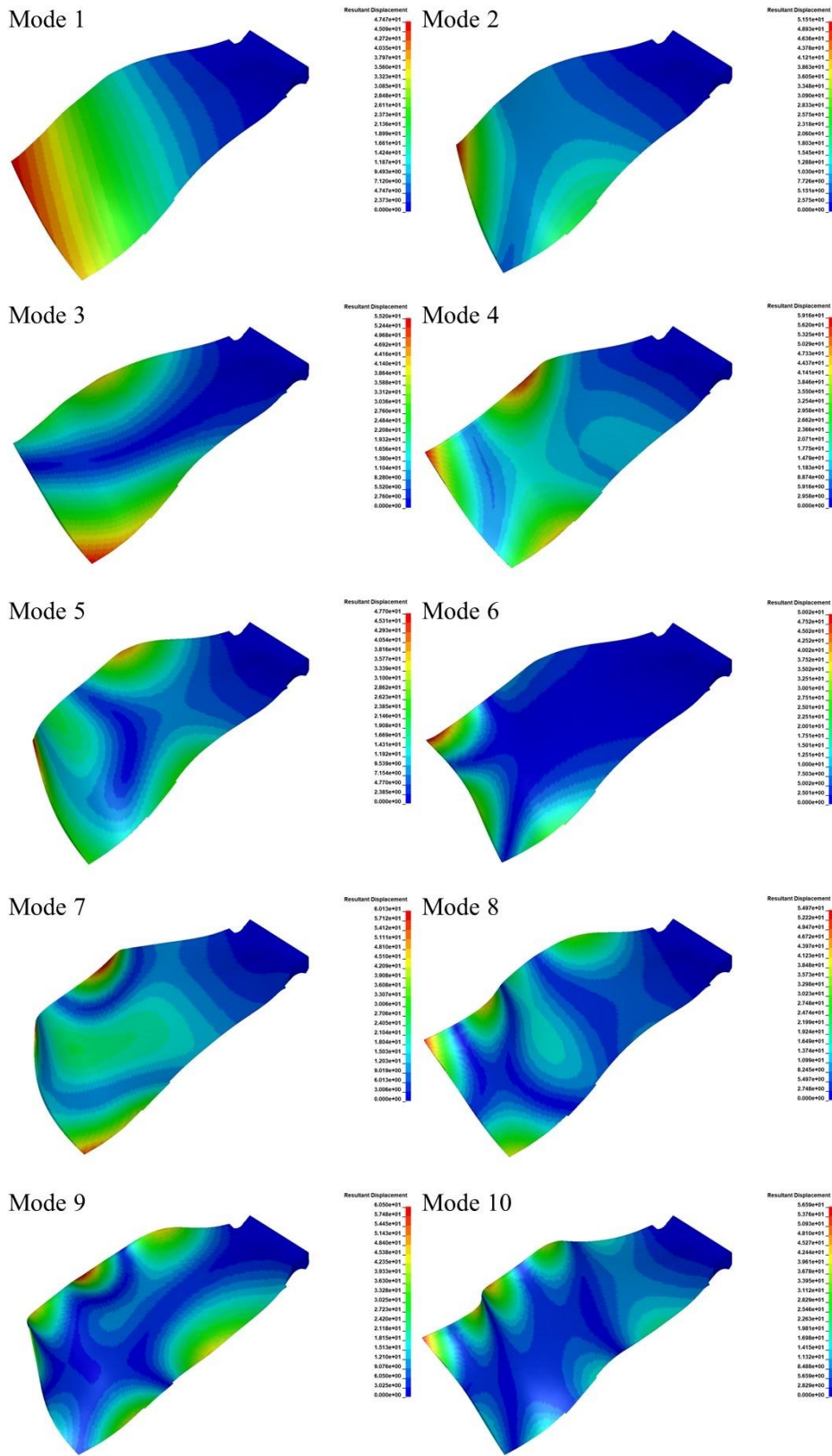


Fig. 3.49 Natural frequency mode shape from 1 to 10 with rotation velocity $\Omega = 3224$ rpm.

Table 3.7 Natural frequency with different rotation velocity.

Ω [rpm]	0	100	500	1000	3224	5000
Mode 1	265	265	271	289	434	564
Mode 2	783	783	791	814	1059	1278
Mode 3	1326	1326	1328	1332	1375	1478
Mode 4	1855	1855	1864	1889	2110	2232
Mode 5	2344	2344	2348	2359	2544	2846
Mode 6	2701	2701	2705	2714	2798	2929
Mode 7	3503	3504	3508	3522	3633	3774
Mode 8	3609	3609	3617	3641	3921	4267
Mode 9	4797	4797	4797	4799	4870	4972
Mode 10	5134	5134	5141	5163	5397	5638

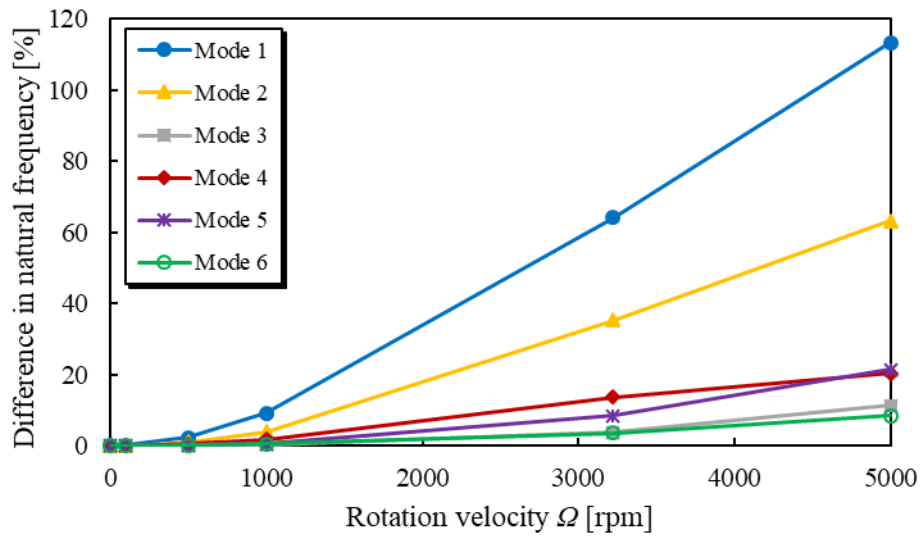


Fig. 3.50 Difference in natural frequency in each rotation velocity with respect to natural frequencies from mode 1 to mode 6 without rotation.

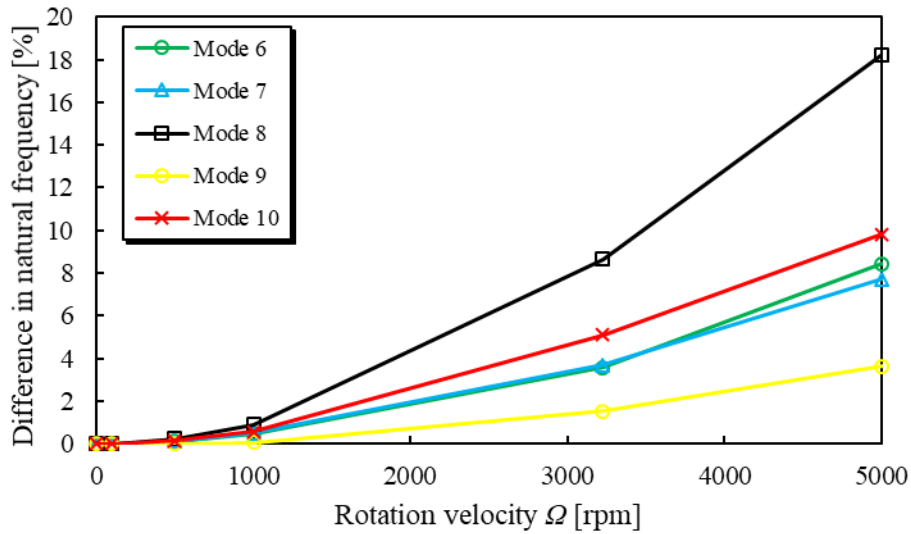


Fig. 3.51 Difference in natural frequency in each rotation velocity with respect to natural frequencies from mode 6 to mode 10 without rotation.

数値解析モデルを用いた遠心力環境下の過渡応答解析に関しては、先行研究[32]を参考に、一般的に使用されるファンブレードの回転速度 $\Omega = 300 \text{ rad/s}$ を用いた。 $(x, y) = (500, 250)$ における ε_x の時間履歴を Fig. 3.52 に示す。ここでは過渡応答の中で ε_x の大きな波が最初に伝播する。また、 $(x, y) = (1000, 0)$ における ε_y の時間履歴を Fig. 3.53 に示す。ここでは過渡応答の中で ε_y の大きな波が最初に伝播する。ただし、衝撃荷重の開始時刻を 0 s に合わせてある。FEM と数値解析のずれは、非線形ひずみの考慮の有無によるものであるが、ピークの位置や振幅値はおおよそ一致している。また、遠心力によって見かけの剛性が上昇することにより、ひずみの振幅値が小さくなる傾向がある。加えて伝播速度が大きくなっており、波の到達時刻も早くなっている。しかし初期に伝播する波に対してこれらの変化は極めて僅かである。これは初期に伝播する波が6次以上のモードで主に形成されており、回転速度の影響があまり反映されていないことによるものである。

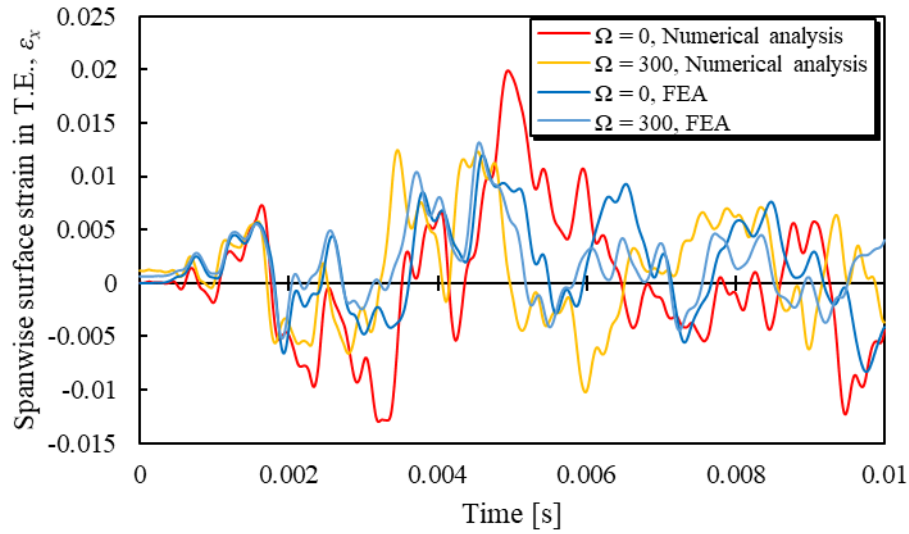


Fig. 3.52 History of spanwise strain in trailing edge region where maximum strain occurs.

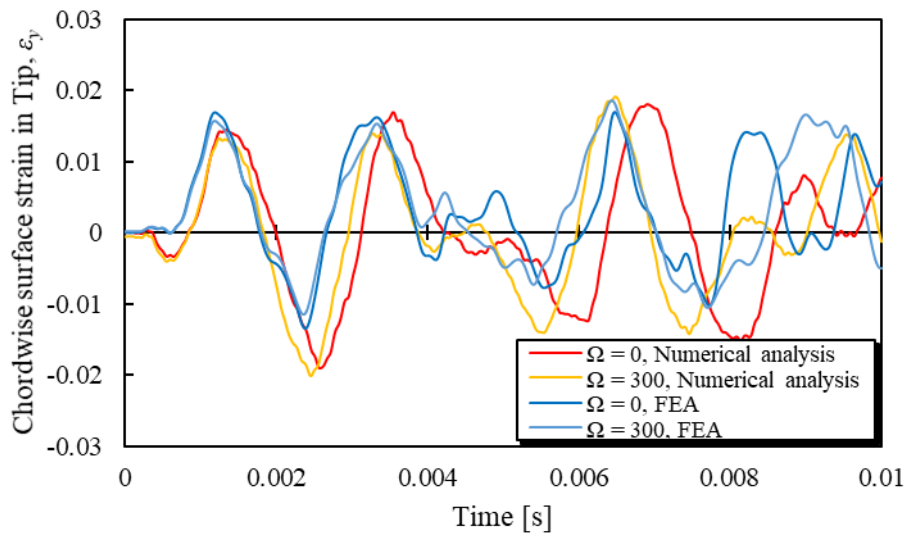


Fig. 3.53 History of chordwise strain in tip region where maximum strain occurs.

フルモデルにおける過渡応答解析の変位量をグローバル座標に従って出力した。しかし、回転している状態で衝突解析を行ったため、変形量に剛体回転の成分も含まれていた。したがって、ブレードに対して X 軸をコード方向、Y 軸を面外方向、Z 軸をスパン方向とするような成分に修正し、ディスクに固定された座標系で評価する必要がある。そこで以下の式のように、まず、粒子に衝突させず回転させているだけの解析から変位 $\{X_\Omega, Z_\Omega, Y_\Omega\}^T$ を出力し、衝突解析の変位の結果 $\{X, Z, Y\}^T$ から差し引き、回転行列を用いてディスクに固定された座標系での変位量 $\{X', Z', Y'\}^T$ に修正した。

$$\begin{Bmatrix} X' \\ Z' \\ Y' \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \Omega t & \sin \Omega t \\ 0 & -\sin \Omega t & \cos \Omega t \end{bmatrix} \left(\begin{Bmatrix} X \\ Z \\ Y \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} X_\Omega \\ Z_\Omega \\ Y_\Omega \end{Bmatrix} \right) \quad (3.5)$$

この変換を通した変形量に関して、L.E.側の Tip 側端点となっている節点での時間履歴を Fig. 3.54 に示す。さらに T.E.側の Tip 側端点となっている節点での時間履歴を Fig. 3.55 に示す。ただし、回転している状況での解析においては、粒子とファンブレードの衝突が解析時間の約 0.0008 s で生じていたため、横軸を衝突時間から経過した時間に換算して表示してある。回転している状態においても面外方向の変位が支配的であり、L.E.側の Tip 端点および T.E.側の Tip 端点の両方で-Y 方向により大きくたわんでいる。また、T.E.側の Tip 端点で+Y 方向に急激な立ち上がりが生じており、ホイッピングモーションも同様に生じているが、その時間が $t=0.015$ s とわずかながら早くなっている。これは、回転により固有振動数が増加し、衝撃の波がより早く周縁部に伝播したためであると考えられる。

過渡応答中の最上面における ε_x および ε_y の等高線プロットを 0.001 s 毎に分けて Fig. 3.56 および Fig. 3.57 に示す。ただし、金属シース部分は除いて CFRP 積層板の部分での結果図を示している。また、これらのひずみの値は各要素に定義された局所座標に従っているため、剛体回転による成分は含まれていない。また、過渡応答解析中において ε_x が最大値を取る時刻での ε_x の等高線プロットを Fig. 3.58 に、過渡応答解析中において ε_y が最大値を取る時刻での ε_y の等高線プロットを Fig. 3.59 に示す。本解析で最大値をとった要素は、回転無しでの解析で最大値をとった要素と一つ分ずれてはいたが、同様のひずみ分布をしていることが分かる。いずれのプロットにおいても、ラベル範囲を各ひずみの時刻履歴中の最大値・最小値で固定している。

遠心力による変形により、解析開始点 $t=0.0$ s おいてもひずみ分布が確認された。しかし、衝撃によるひずみのピークに比べ 10 %程度であった。回転無しでの解析結果と同様に、衝撃負荷領域で発生した ε_x は y 方向に伝播し、 ε_y は x 方向に伝播している。波の入反射を繰り返す。固定端以外に T.E.や Tip 周辺において大きなひずみが確認された。T.E.では ε_x が、Tip では ε_y が主に伝播されたひずみであり、前節でのモデルから得られた知見と定性的に一致している。

また、 ε_x は回転無しでの解析結果と同様の位置で最大値が生じ、その位置における各ひずみ成分の時間履歴を Fig. 3.60 に示す。ただし、衝突が解析時間の約 0.0008 s で生じていたことを考慮して、衝突時刻を原点とするように横軸をシフトしてある。 ε_x のピーク値は $t=0.00185$ s で 0.0234 であった。衝突時刻を考慮すると、衝撃から 0.00105 s 経過後にひずみの最大ピークが生じたことになる。また、最大値を比較すると約 38 %上昇した。 ε_y についても、回転無しでの解析結果と同様の位置で最大値が生じ、その位置における各ひずみ成分の時間履歴を Fig. 3.61 に示す。 ε_y のピーク値は $t=0.00313$ s で 0.0277 であり、 ε_y の方がピーク値の絶対値が大きい。衝突時刻を考慮すると、衝撃から 0.00105 s 経過後にひずみの最大ピークが生じたことになる。また、最大値を比較すると約 44%上昇した。いずれの結果も、

ピークが生じる時間は大きな変化はなく、ピーク値のみが上昇した。解析初期における遠心力によるひずみ値以上に上昇していることを踏まえると、ピーク値の上昇に関してその他の原因があると考えられる。

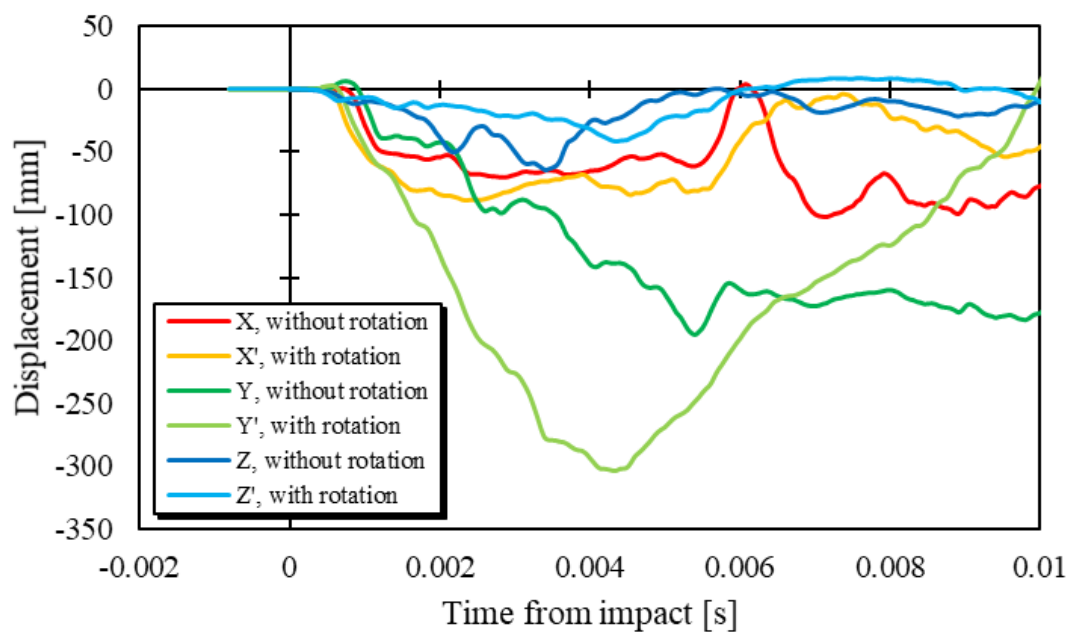


Fig. 3.54 Displacement history of Tip and L.E. node in global coordinate system.

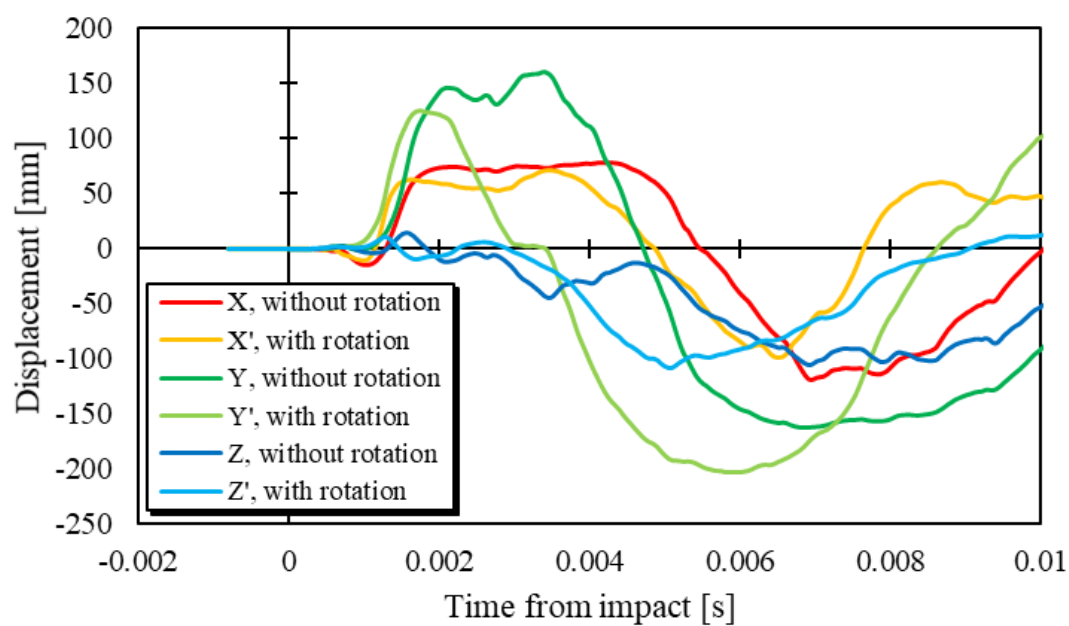
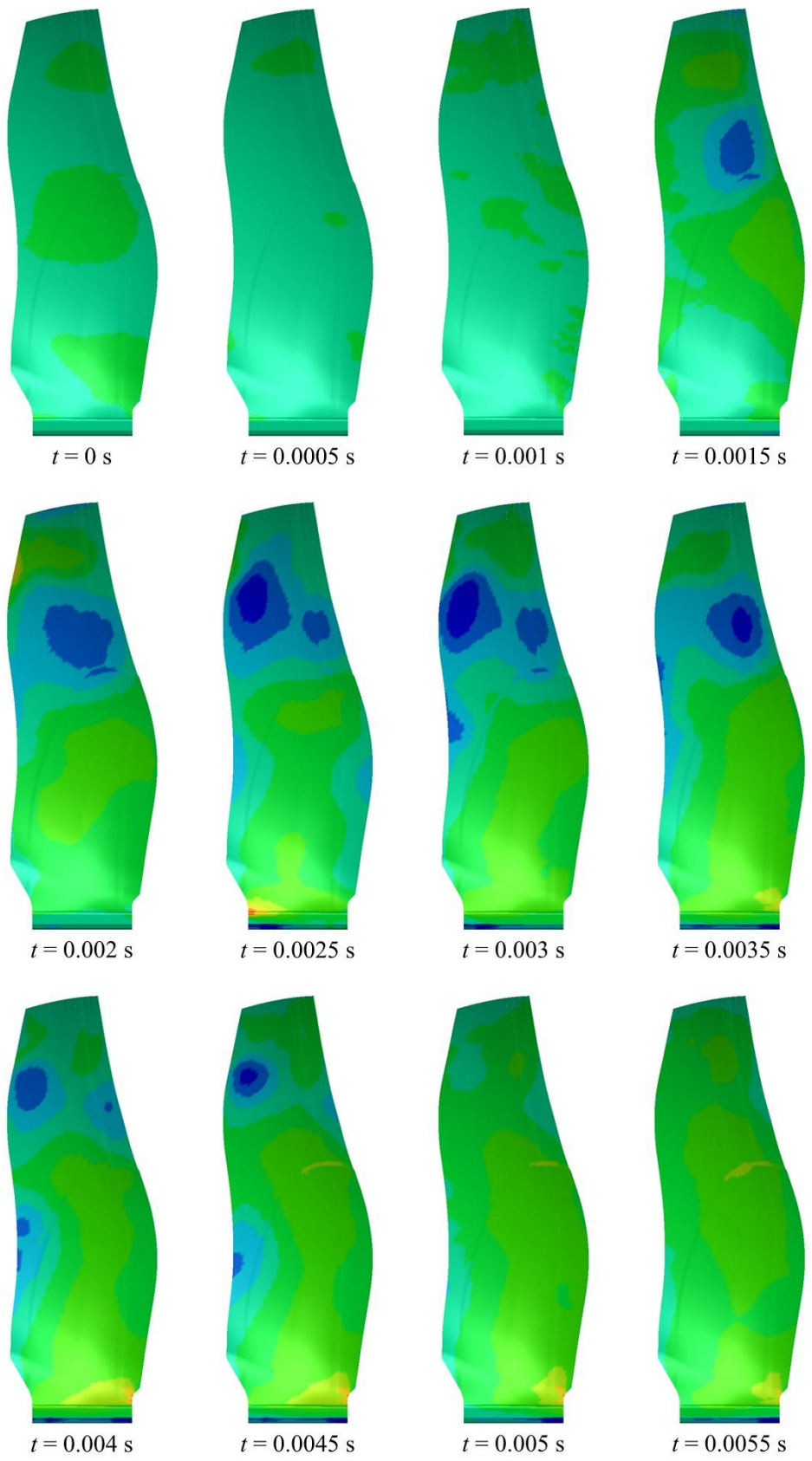


Fig. 3.55 Displacement history of Tip and T.E. node in global coordinate system.



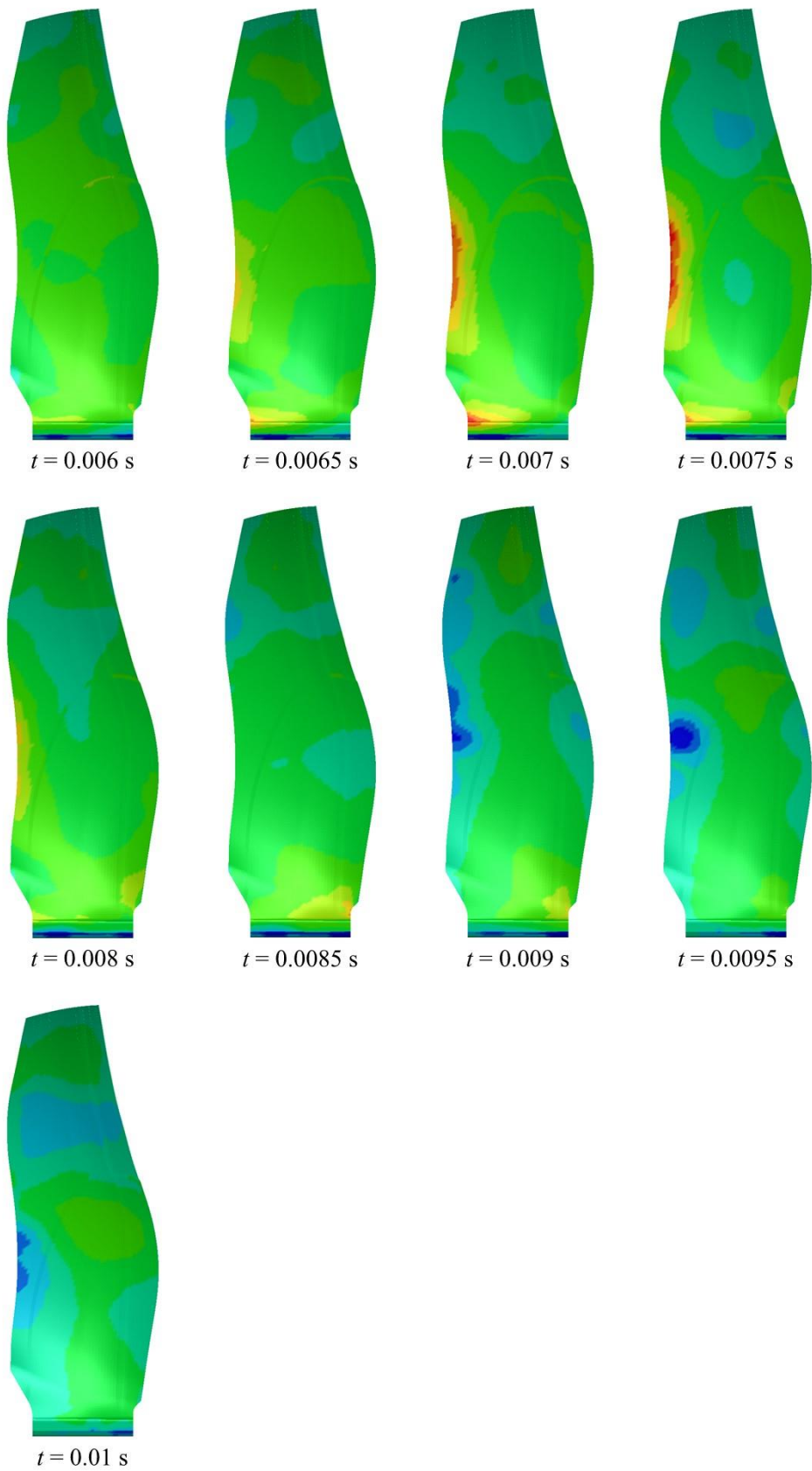
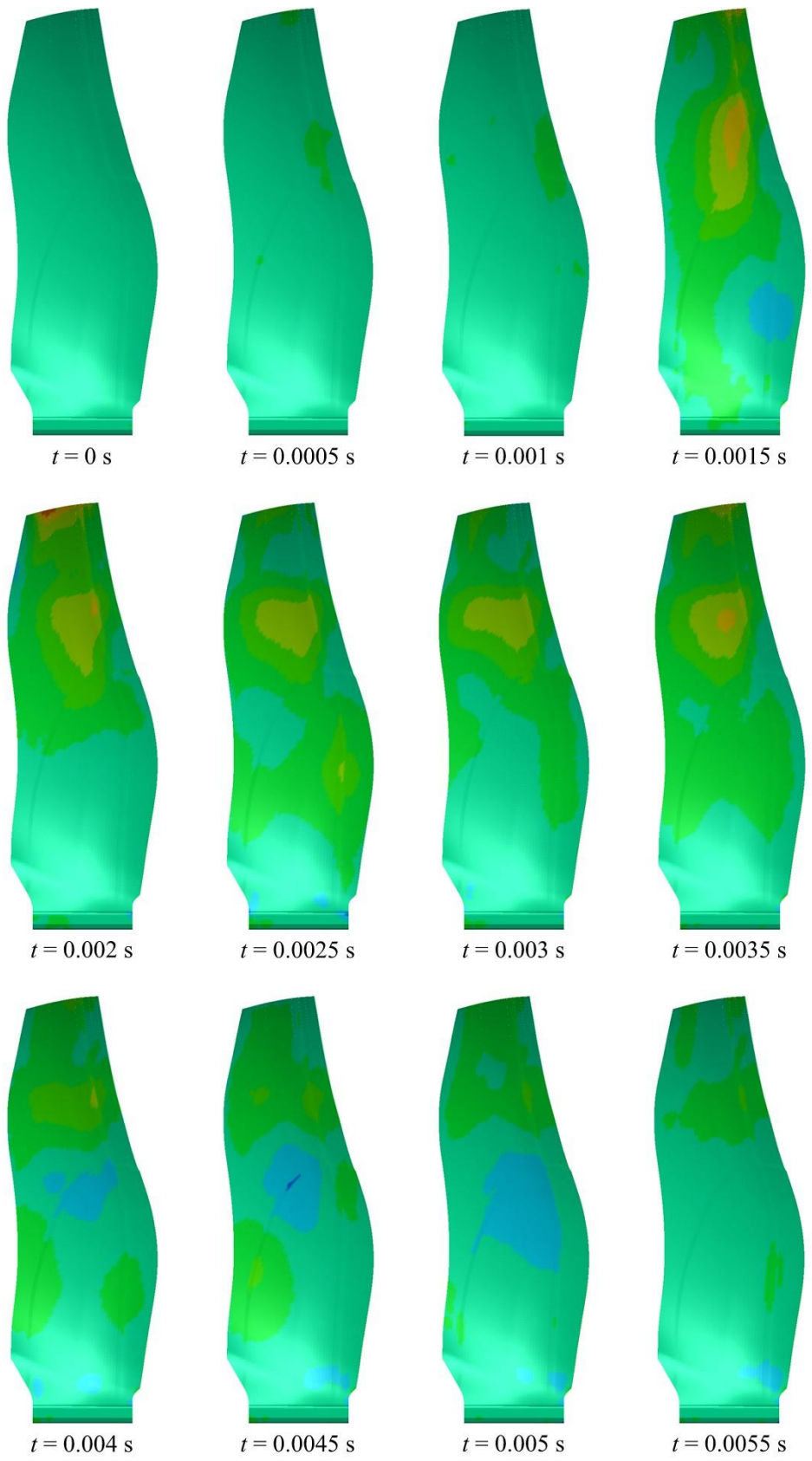


Fig. 3.56 Distribution of spanwise strain in CFRP part with rotation velocity $\Omega = 3224 \text{ rpm}$.



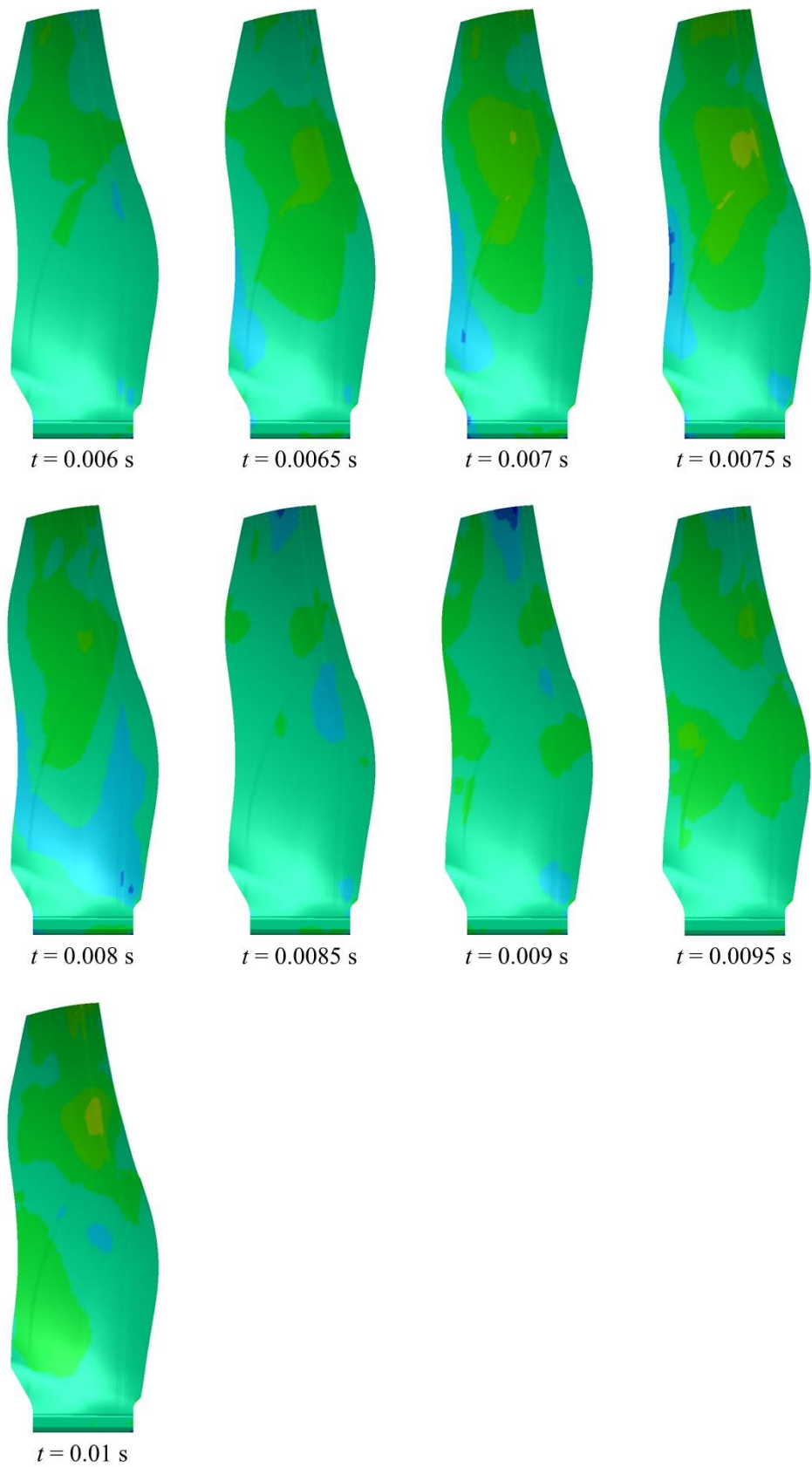


Fig. 3.57 Distribution of spanwise strain in CFRP part with rotation velocity $\Omega = 3224 \text{ rpm}$.

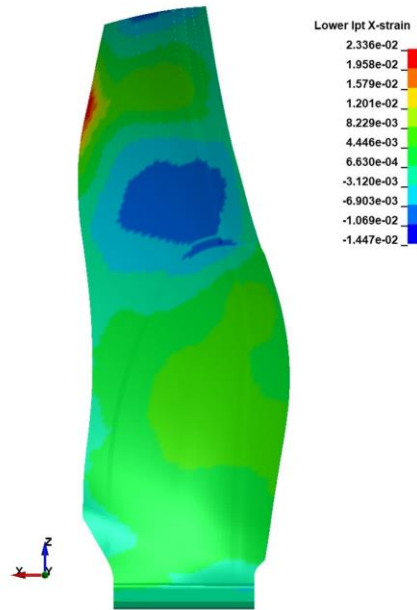


Fig. 3.58 Distribution of spanwise strain ϵ_x when maximum ϵ_x occurs in the transient analysis.

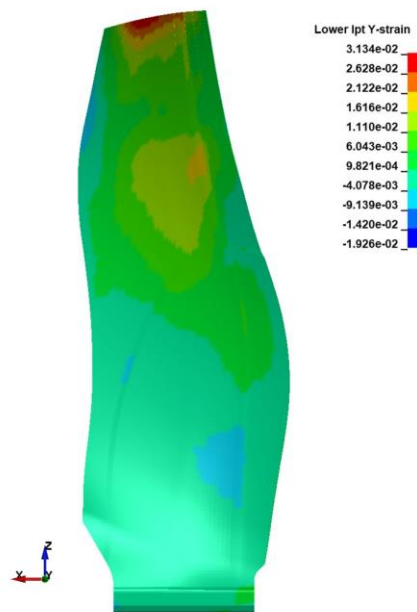


Fig. 3.59 Distribution of chordwise strain ϵ_y when maximum ϵ_y occurs in the transient analysis.

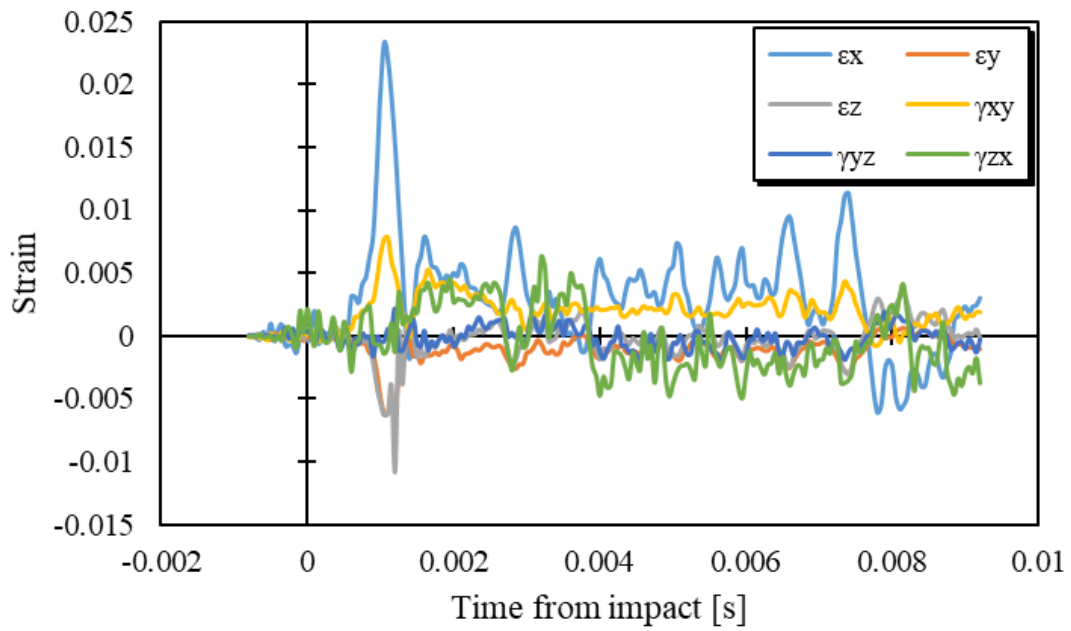


Fig. 3.60 History of strain in T.E. where maximum ϵ_x occurs in the transient analysis with rotation. Horizontal axis is corrected to the origin of the collision time.

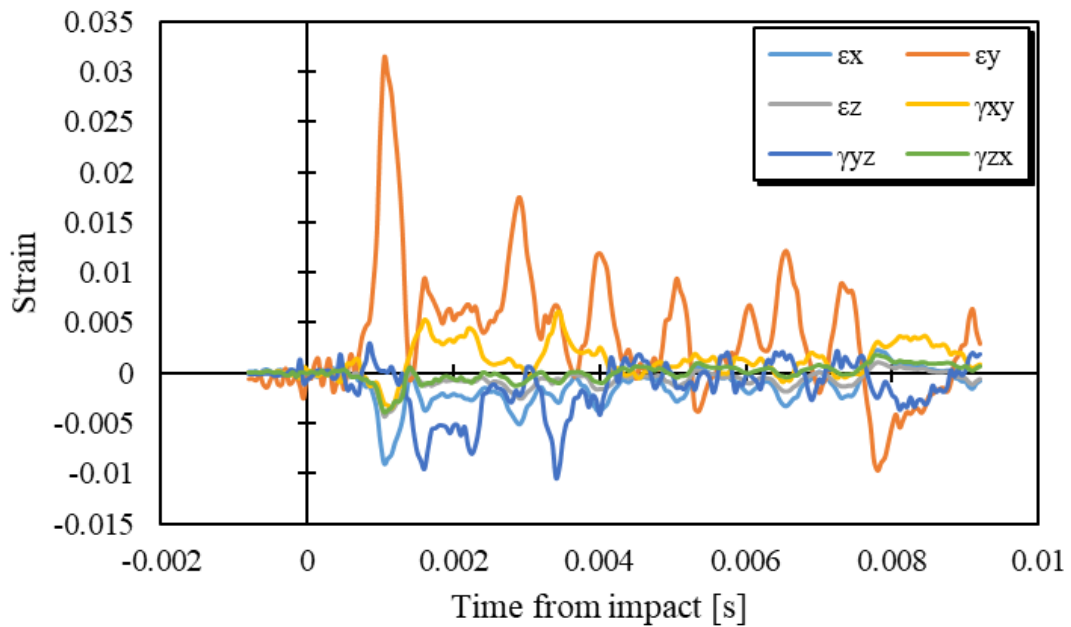


Fig. 3.61 History of strain in Tip where maximum ϵ_y occurs in the transient analysis with rotation. Horizontal axis is corrected to the origin of the collision time.

面外方向への変位量の増加やひずみピーク値が上昇した理由を解明するために、粒子とファンブレードの衝突による接触反力を出力した。そのグラフを Fig. 3.62 に示す。ただし、反力に関してもグローバル座標に従って出力されたため、回転している解析においては、以下の変換式を用いて、ブレードに対して X 軸をコード方向、Y 軸を面外方向、Z 軸をスパン方向の成分となるように修正した。

$$\begin{pmatrix} F'_Y \\ F'_Z \\ F'_Y \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \Omega t & \sin \Omega t \\ 0 & -\sin \Omega t & \cos \Omega t \end{bmatrix} \begin{pmatrix} F_X \\ F_Z \\ F_Y \end{pmatrix} \quad (3.6)$$

接触力は約 0.001 s 間のインパルス荷重として生じ、0.003 s 後には 0 に収束している。収束までの時間は回転の有無ではあまり変化しない。しかし、回転がある状況下では、Y 方向のピーク荷重値が 16.8% 上昇した。

また、衝撃直下の一つの節点における変位量を Fig. 3.63 に示す。ただし、回転ありの解析に関しては、式(3.5)を使用して、ディスクに固定された座標系で表している。面外方向の変形量が回転ありの場合での解析において小さくなっていることがわかる。その他の変位量は回転の有無で周期の前後はあるもののその絶対値は変化していない。

以上より、遠心力による初期応力で鳥が衝突する領域の幾何剛性が増加し、衝突による荷重の値が上昇した。その結果大きな外力仕事がファンブレードに負荷され、面外方向への変位量やひずみピーク値が増加したと考えることができる。

また、本数値解析モデルでは鳥による衝撃荷重を固定領域、固定履歴で与えており、粒子の速度や構成則から衝撃荷重を直接計算できてないため、回転による衝撃力の増加が反映されていない。この効果を解析モデルに組み込むためには、衝突時における粒子群とブレードの釣り合いを解く必要があり、粒子群の運動を考慮する必要が生じ、これは今後の課題となる。しかし、粒子群の運動は特に衝撃時では非常に複雑であり、運動方程式も複雑かつ非線形になり得るため、解析モデルにおいてモード解析を行うことが困難になることが考えられる。その一方で、本数値解析モデルを使用する際には、本結果が示すような回転による幾何剛性増加により衝撃荷重が増加するという点を留意する必要がある。

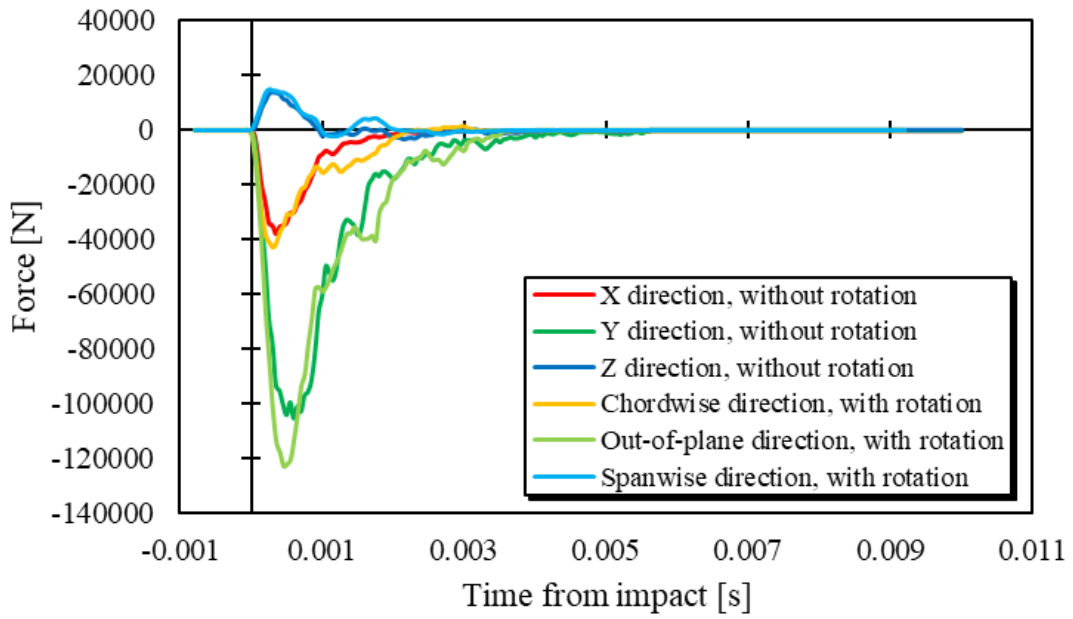


Fig. 3.62 History of contact forces due to bird strikes in a coordinate system fixed to the disk.

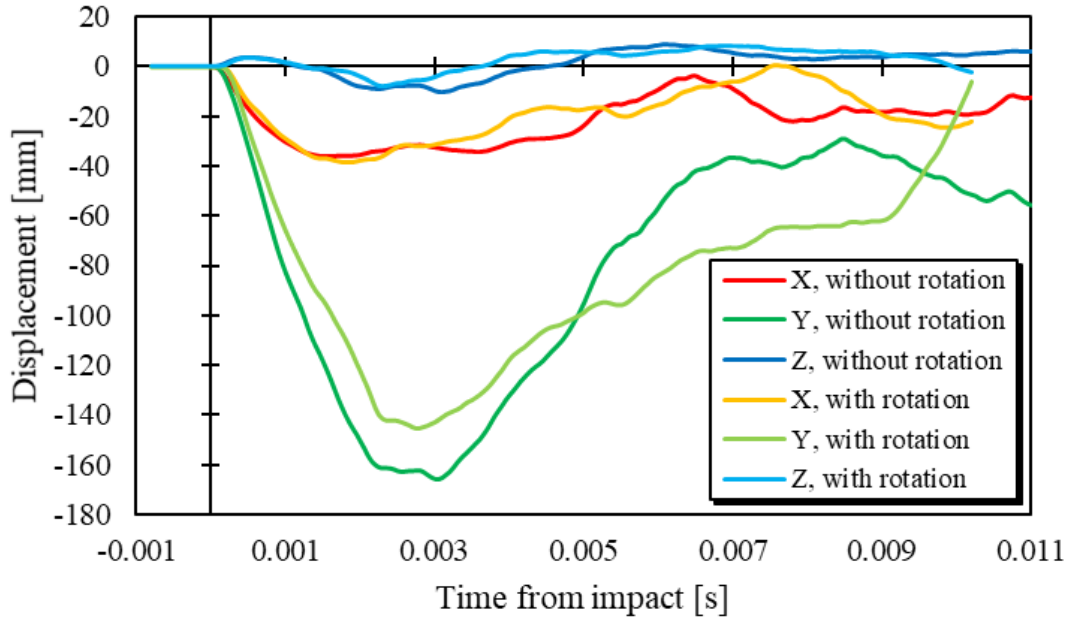


Fig. 3.63 Displacement history of node under impact point.

3.2 衝撃箇所の影響

これまでの解析では、衝撃位置を固定して解析を行っていた。多くの先行研究では、衝撃位置を L.E.のスパン方向中央の位置としている。しかし、鳥が必ずしもブレードの中央に衝突するとは限らないため、本節ではインパルス荷重を与える位置を Fig. 3.64 のように変化させて解析を行う。Base 数値解析では衝撃を負荷する位置を $(x_b, y_b) = (500, -200)$ とした。この衝撃位置に対して、コード方向位置 (y 座標) とスパン方向位置 (x 座標) をそれぞれ一方は固定し、もう一方を動かし過渡応答解析を行った。ただし、衝撃位置以外の条件は Base 解析から変えていない。

スパン方向ひずみ ε_x に関して、スパン方向位置 x_b を変化させたときの時間履歴とコード方向位置 y_b を変化させたときの時間履歴をそれぞれ Fig. 3.65, Fig. 3.66 に示す。スパン方向に変化させたときの ε_x の履歴が大きく変化していることが分かる。Root 側の衝撃ほど振幅値は小さく、 $x_b = 500 \text{ mm}$ を最大とし、Tip 側では再び小さくなる。また、コード方向に変化させたときは振動の形は大きく変化していないものの、ピーク値等の波形の絶対値が変化しており、中心にずれるほど振幅値は小さくなっている。式(3.3)のようにひずみをモード分解する。各モードひずみは正弦波振動の挙動をし、その最大値をまとめたものを Fig. 3.67 に示す。Mode 5 および Mode 6 は、 $(x, y) = (500, 250)$ にてモード形状の節が生じる、すなわち、 $X''_{wi}(x) = 0$ であるため、ひずみが生じていない。支配的なモードである Mode 3 および Mode 4 が最も誘起されているのが、 $(x_b, y_b) = (500, -200)$ であることが分かる。

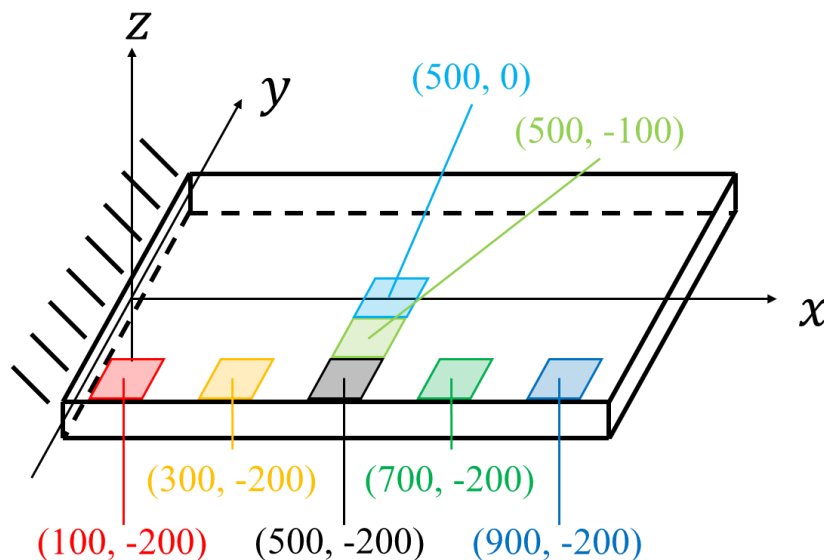


Fig. 3.64 Bird strike position in numerical analysis.

コード方向ひずみ ε_y に関して、スパン方向位置 x_b を変化させたときの時間履歴とコード方向位置 y_b を変化させたときの時間履歴をそれぞれ Fig. 3.68, Fig. 3.69 に示す。スパン方向に変化させたときの ε_y の履歴が大きく変化していることが分かる。Root 側の衝撃ほど振幅値は小さく、Tip 側の衝撃で最も大きくなる。また、コード方向に変化させたときは周期が逆転し、中心にずれるほど振幅値は大きくなっている。式(3.4)のようにひずみをモード分解するしたときの、各モードひずみの最大値をを Fig. 3.70 に示す。 $(x_b, y_b) = (500, -200)$ のときに支配的であったのは Mode 5 および Mode 8 であったが、 $(x, y) = (900, -200)$ のときには Mode 4 および Mode 7 が支配的である。

衝撃位置を変化させたときの式(2.78)の $\{\mathbf{F}\}^*$ の成分を Fig. 3.71 に示す。外力荷重のモード分解は、外力荷重をインパルス荷重で与えたため、衝撃位置のみによって決定される。 $(x_b, y_b) = (500, -200)$ のときは、 ε_x が主に誘起される Mode 3 および Mode 4 と、 ε_y が主に誘起される Mode 5 および Mode 8 に加え、Mode 1 や Mode 2 といった低次モードも発生している。しかし、これらのモード変形は T.E. や Tip に腹が生じない (Mode 1 は anticlastic 変形でわずかに Tip の曲げ変形が生じているが非常に小さい) ため、3 次以降のモードによりひずみが生じていた。 $(x_b, y_b) = (900, -200)$ のときは、Mode 3 および Mode 4 の成分が減り、その代わりに Mode 5 から Mode 8 の成分が増えた。このため、 ε_x の振幅は小さくなり、その一方で ε_y の振幅は大きくなったと考えられる。このように、衝撃位置によって誘起されやすいモードと、モード形状として腹が存在しているためにひずみが大きくなりやすいモードは独立して決まっており、それらの両者を満たすような振動モードがクリティカルになると考えられる。また、低次モードであるほど振幅値は大きくなるため、クリティカルなモードの次数を高くするような手法が効果的であると考えられる。

しかし、実際のファンブレードでは初期振りが存在するため、Tip においては鳥衝突によって生じる荷重は小さくなる。したがって、本解析条件のように同じ荷重が負荷され大きなピークが生じる可能性は低いと考えられる。逆に Root 付近での衝突では荷重は大きくなると考えられるが、衝撃応答では感度は低い。本解析条件である $(x_b, y_b) = (500, -200)$ は、伝播ひずみが大きくなる代表点の一つであると考えられる。

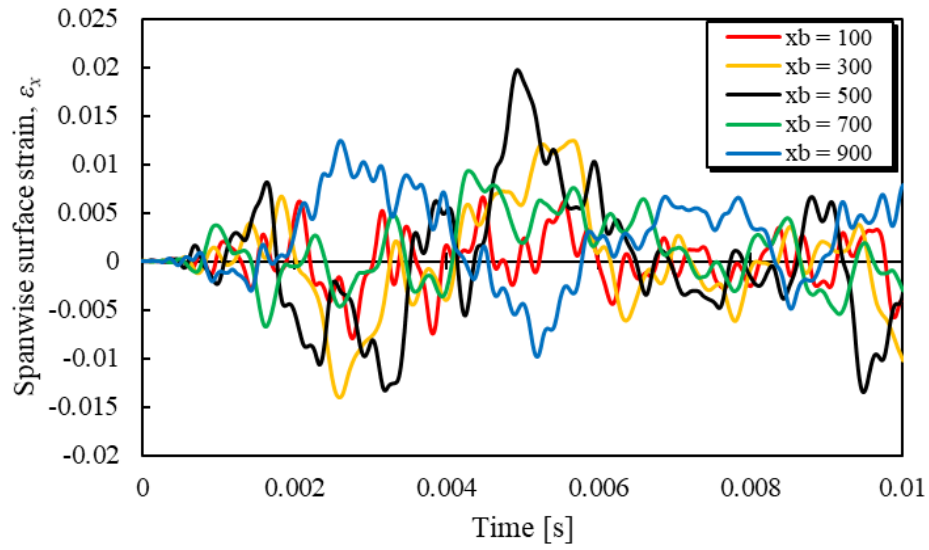


Fig. 3.65 History of spanwise surface strain at $(x, y) = (500, 250)$ with respect to impact position varied in spanwise direction.

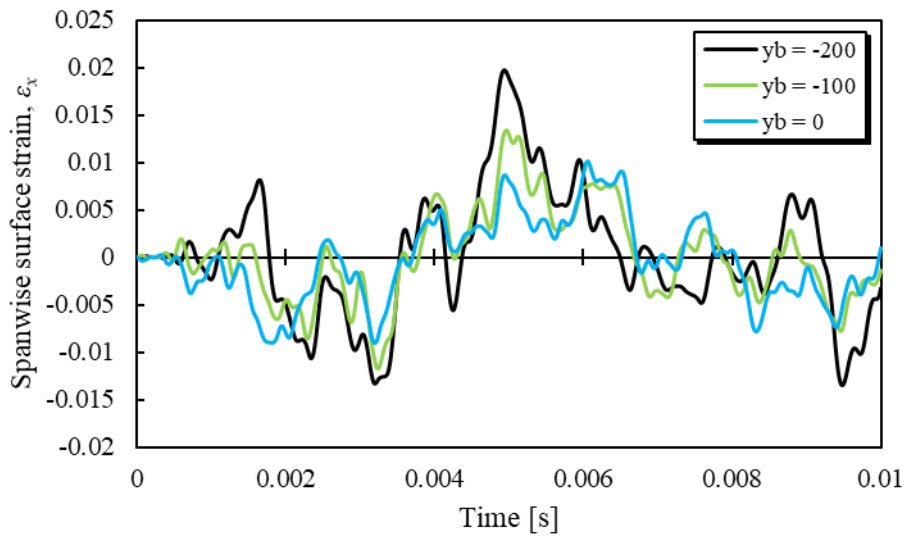


Fig. 3.66 History of spanwise surface strain at $(x, y) = (500, 250)$ with respect to impact position varied in chordwise direction.

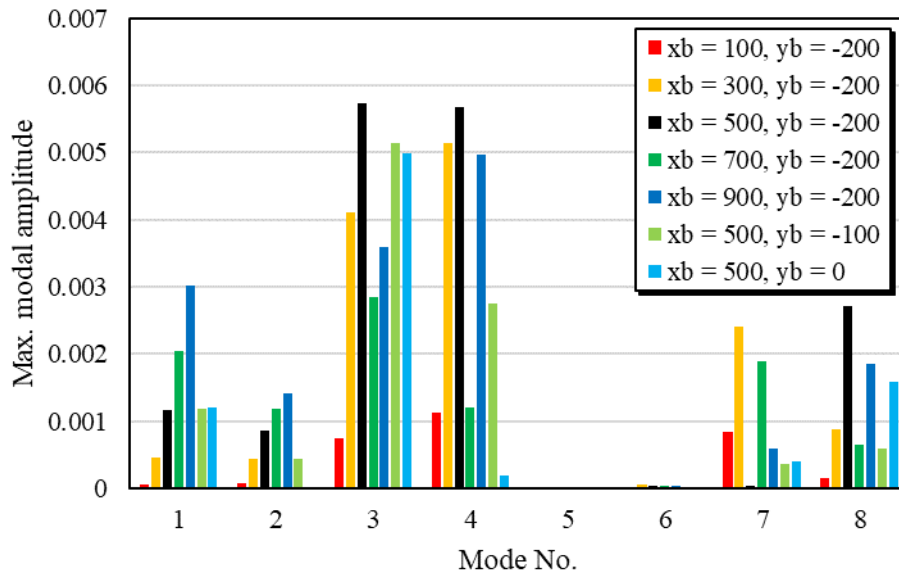


Fig. 3.67 Maximum value of modal spanwise surface strain amplitude in T.E. with different impacted position.

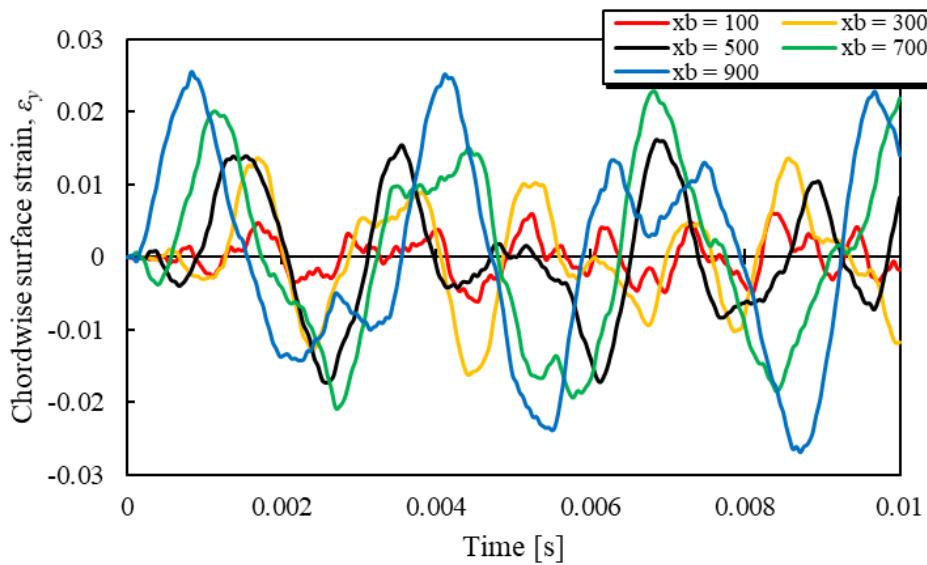


Fig. 3.68 History of chordwise surface strain at $(x, y) = (1000, 0)$ with respect to impact position varied in spanwise direction.

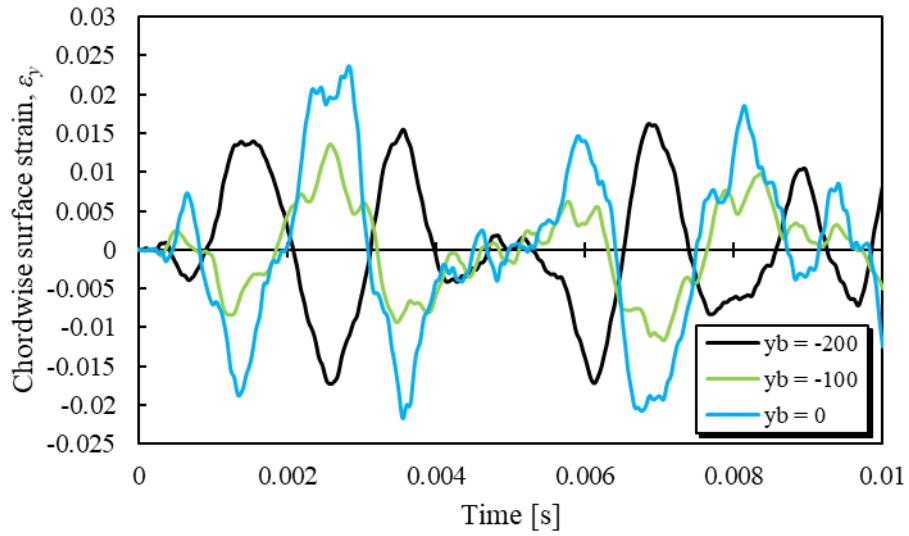


Fig. 3.69 History of chordwise surface strain at $(x, y) = (1000, 0)$ with respect to impact position varied in chordwise direction.

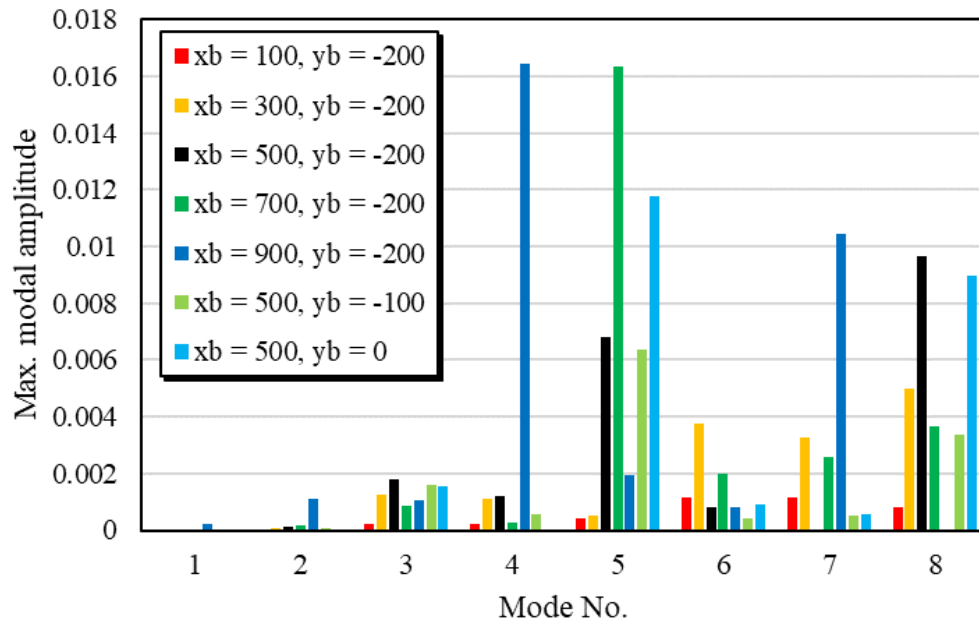


Fig. 3.70 Maximum value of modal chordwise surface strain amplitude in Tip with different impacted position.

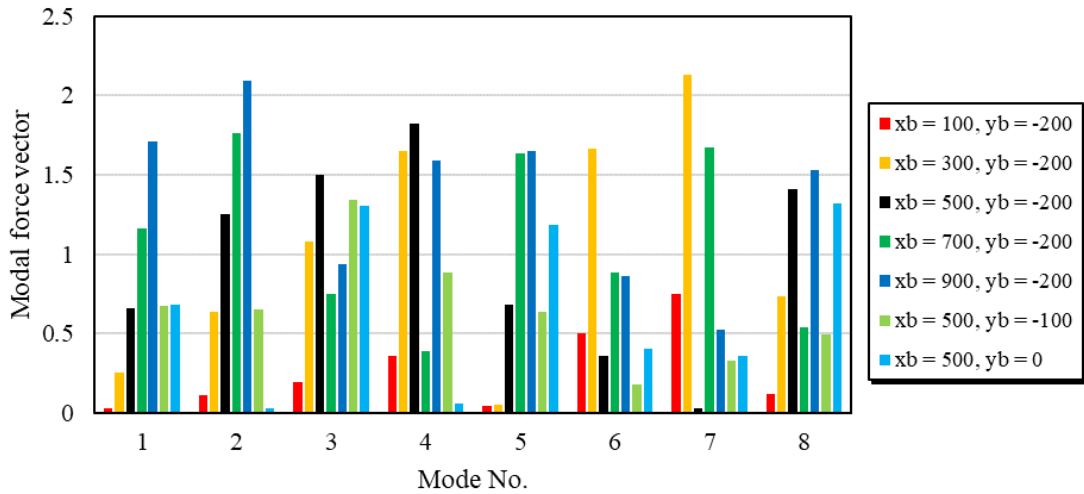


Fig. 3.71 Modal force vector with different impacted position.

3.3 アスペクト比の影響

これまでの解析では、ファンブレードの形状を固定して解析を行っていた。ファンブレードの外形は空気力学の効率によって決定されてしまうが、ジェットエンジンのバイパス比等の要求により、ファンブレードのアスペクト比は様々な値のものが存在する。本節では、ファンブレードのアスペクト比を変化させた時の固有振動数や固有振動モード、衝撃応答を調査する。本節では数値解析モデルのみでの検討を行う。Base 数値解析モデルのアスペクト比は $AR = 2$ であった。ここでは、コード長 b を固定しアスペクト比を変化させたときの固有振動数や衝撃応答を調査する。 $AR = 1, 5, 10$ としたとき、スパン長 L はそれぞれ 500 mm, 2500 mm, 5000 mm である。また、衝撃負荷位置は、L.E.側のスパン長の半分で固定し、それぞれ $(x_b, y_b) = (250, -200), (1250, -200), (2500, -200)$ とした。その他の解析条件は Base 解析と同じとした。

アスペクト比を変化させたときの 10 次モードまでの固有角振動数の値を Table 3.8 に示す。また、それぞれの振動モード形状を Fig. 3.72 – Fig. 3.74 に示す。アスペクト比が小さいほどコード方向が変化するモード形状が低次で現れ、アスペクト比が大きくなるにつれてスパン方向の巨視的な変形モードに支配されるようになる。

また、 $(x, y) = (0.5L, 0.5b)$ の位置におけるスパン方向ひずみ ε_x の時間履歴を Fig. 3.75 に示す。 $AR = 1$ のとき最も大きなひずみのピーク値が生じ、アスペクト比が大きくなるにつれて振幅は小さくなる。振動モード毎に分解し、その最大値を比較したものが Fig. 3.76 であるが、アスペクト比が小さいほど低次の振動モードが励起されていることが分かる。また、 $(x,$

$y) = (L, 0)$ の位置におけるコード方向ひずみ ε_y の時間履歴を Fig. 3.77 に示す. こちらも $AR = 1$ のとき最も大きなひずみのピーク値が生じ, アスペクト比が大きくなるにつれて振幅は小さくなった. 振動モード毎に分解し, その最大値を比較したものを Fig. 3.78 に示す. ε_y についても同様に, アスペクト比が小さいほど低次の振動モードが励起されていることが分かる. さらに, $AR = 10$ のときの, 低次モード側から何次モードまで使用したかによる, 時間履歴の変化を表したものが Fig. 3.79 である. 低次から 16 次のモードを使用しても, 全てのモード ($N=64$) を使用した解析結果の波形を表現できなかった. このことから, アスペクト比が大きい場合にはコード方向の変形が生じにくくなっており, 周縁部のひずみピークを抑えることができる可能性が示唆された. 一方で, アスペクト比が小さいものほど大きなひずみが生じていることが分かった. したがって, 小型ファンブレードを作成するときには, バードストライクによる周縁部の破壊がより厳しくなるということが示唆された.

Table 3.8 Natural angular frequency with different aspect ratio.

AR	1	2	5	10
Mode 1	580	143.9	22.7	5.63
Mode 2	1185	502.2	142	35.2
Mode 3	2777	897.3	180	86.9
Mode 4	3674	1683	398	98.8
Mode 5	4597	2134	556	194
Mode 6	6131	2563	7845	263
Mode 7	7156	3397	978	322
Mode 8	10150	3570	1301	446
Mode 9	10757	4989	1474	483
Mode 10	11210	5496	1921	642

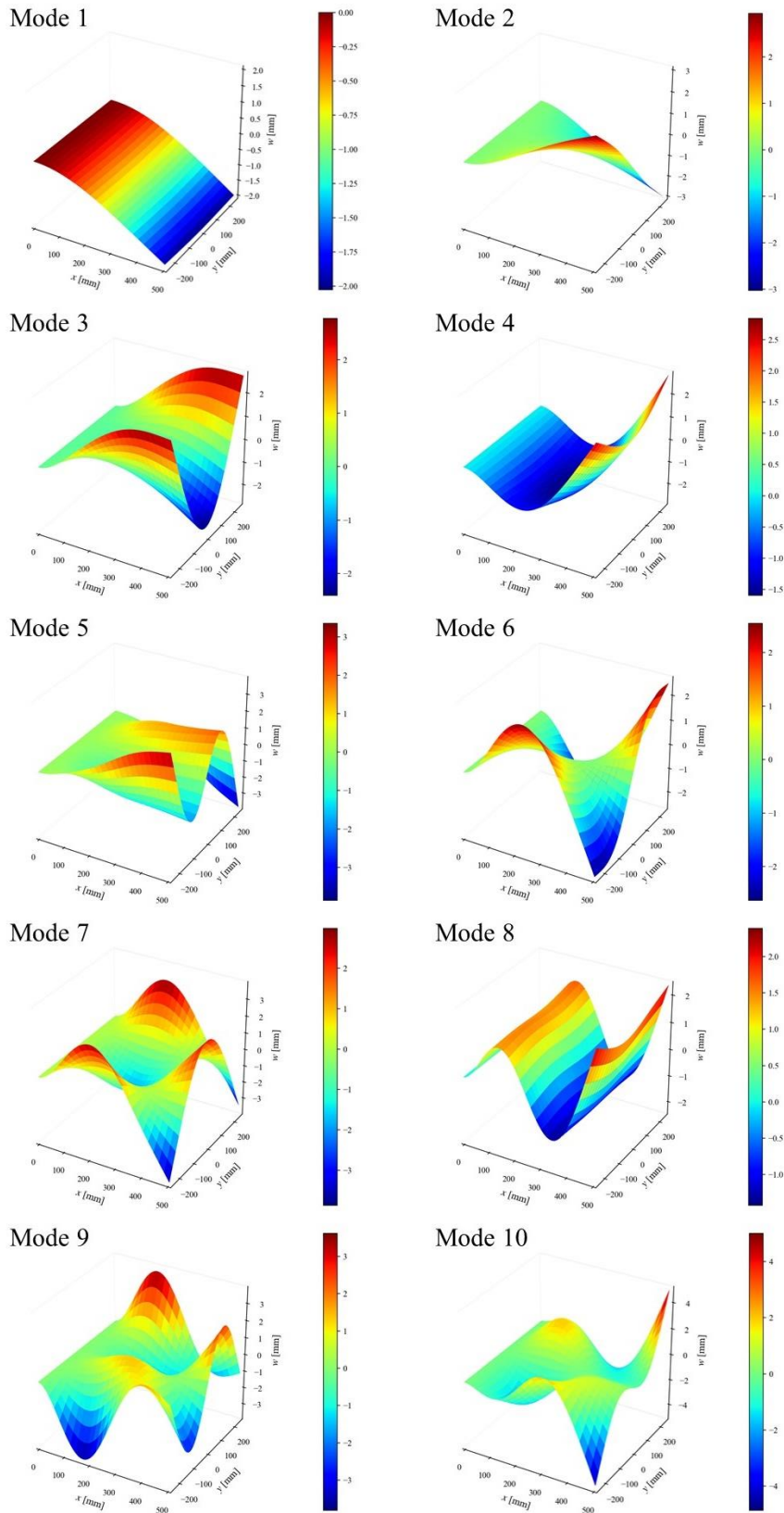


Fig. 3.72 Natural frequency mode shape from 1 to 10 with $AR = 1$.

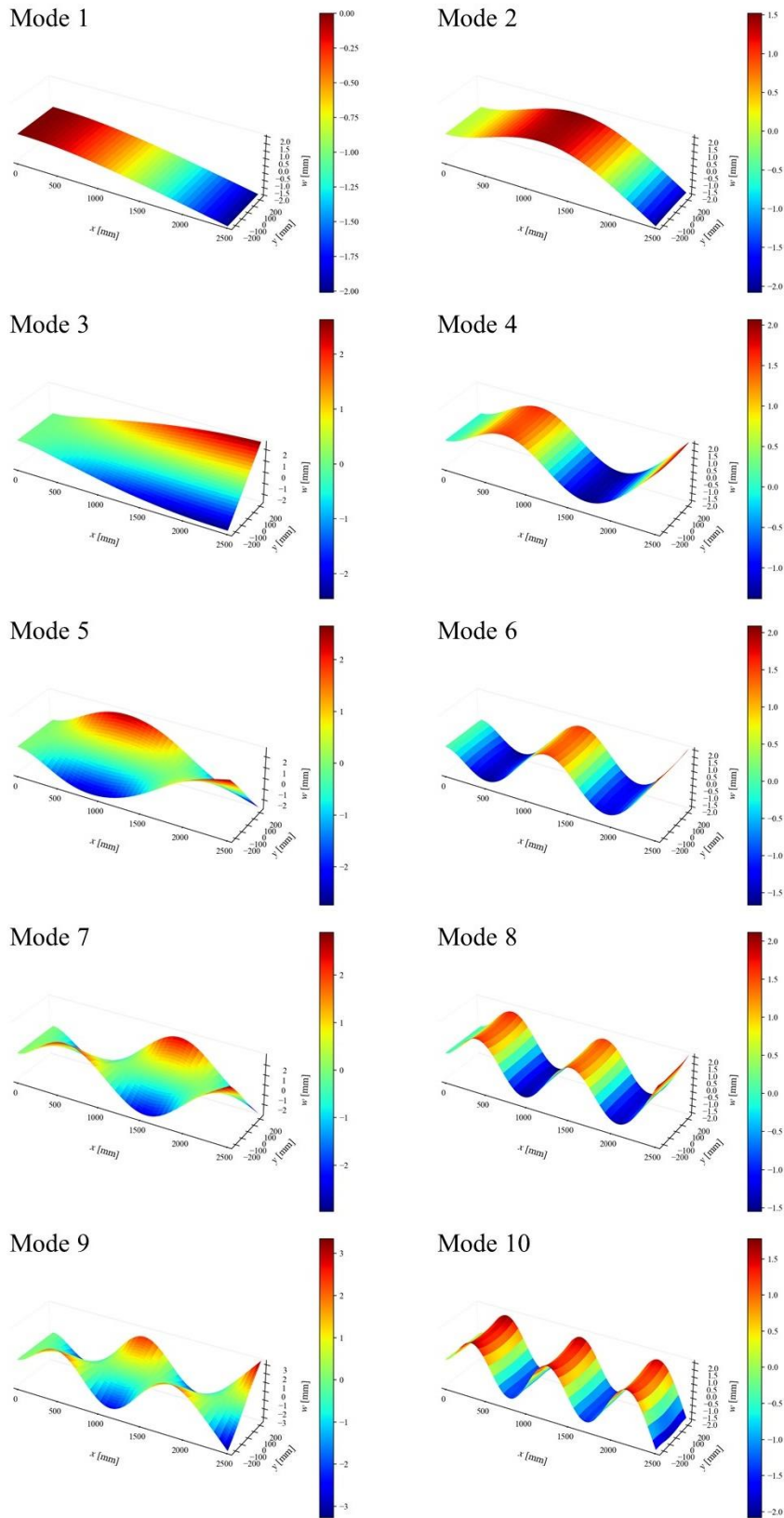


Fig. 3.73 Natural frequency mode shape from 1 to 10 with $AR = 5$.

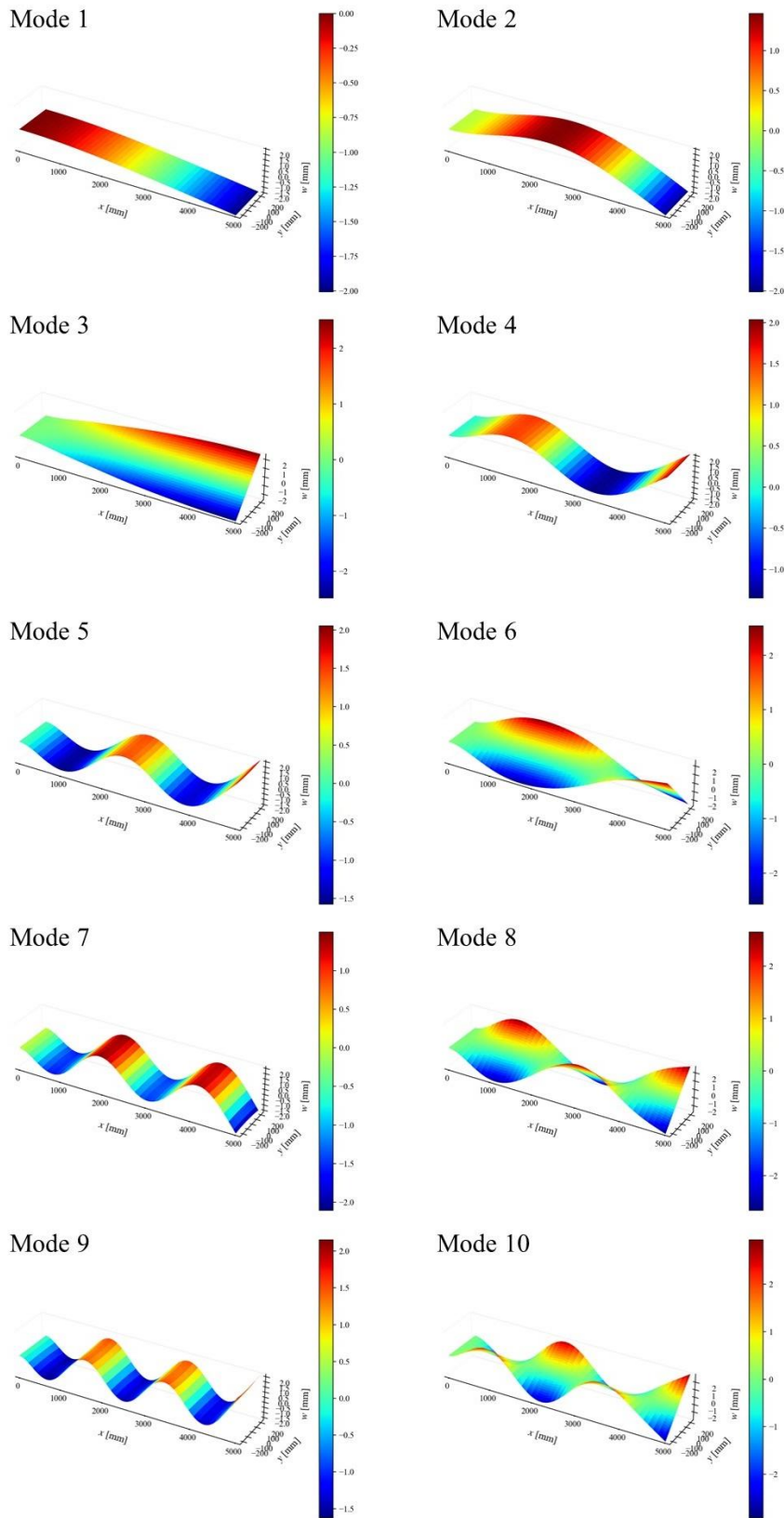


Fig. 3.74 Natural frequency mode shape from 1 to 10 with $AR = 10$.

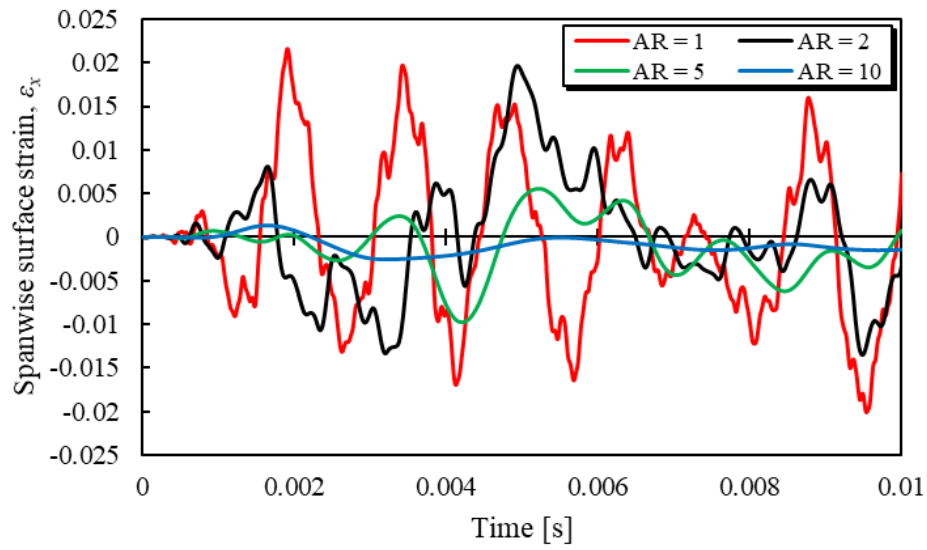


Fig. 3.75 History of spanwise surface strain at $(x, y) = (0.5L, 0.5b)$ with different aspect ratio.

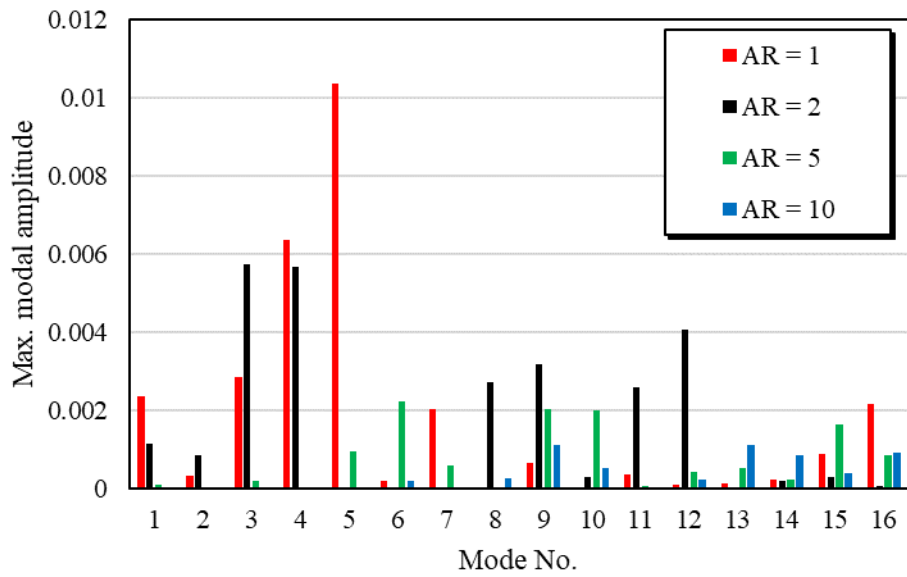


Fig. 3.76 Maximum value of modal spanwise surface strain amplitude in Tip with aspect ratio.

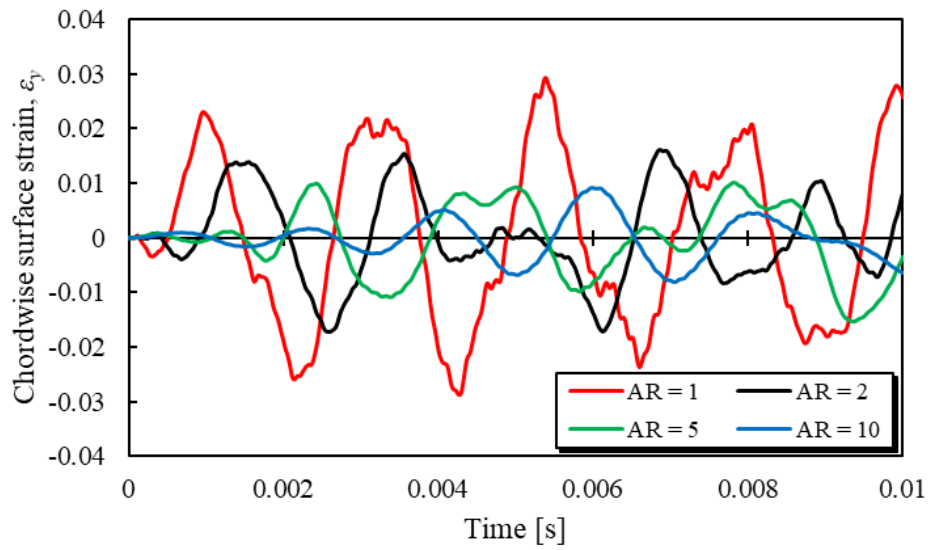


Fig. 3.77 History of chordwise surface strain at $(x, y) = (L, 0)$ with different aspect ratio.

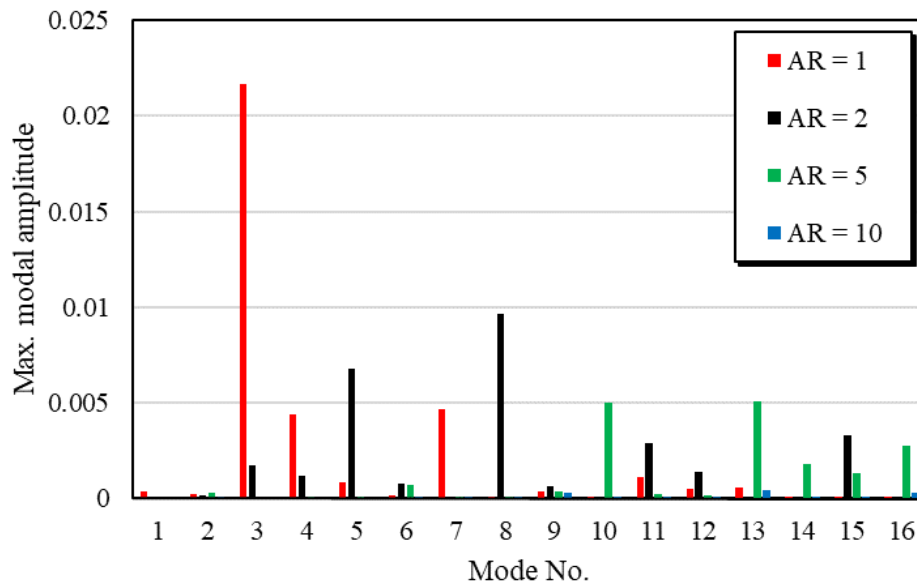


Fig. 3.78 Maximum value of modal chordwise surface strain amplitude in Tip with different aspect ratio.

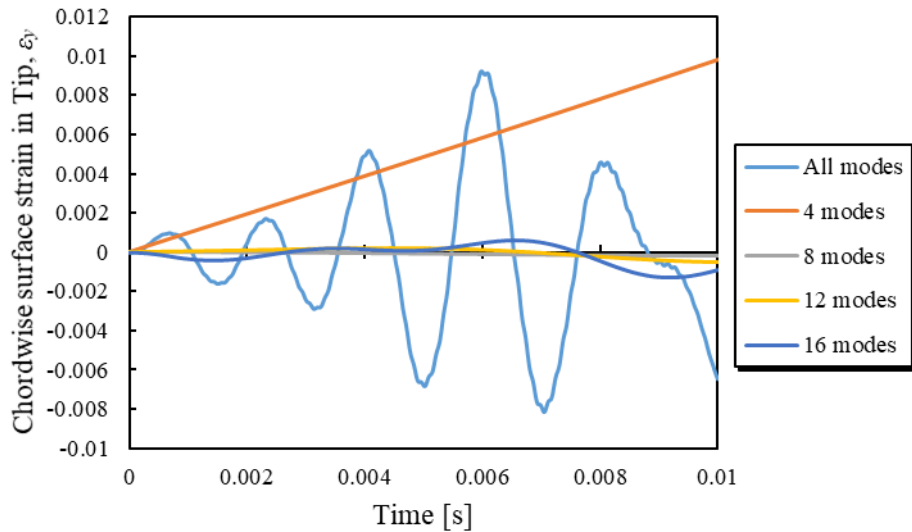


Fig. 3.79 Number of vibration modes to describe history of chordwise surface strain in Tip where maximum strain occurs.

3.4 第3章のまとめ

本章では、同形状の有限要素モデルを使用して計算の妥当性を確認した。衝撃直後の幾何学的非線形性が小さい範囲では、提案したモデルが定量的に正しい解を与えることを確認した。また、T.E.領域にはスパン方向ひずみが伝播すし、Tip 領域には、コード方向ひずみが伝播するという、各ひずみ成分によって伝播する方向や支配的な領域が異なることが示唆された。また、実形状のファンブレードモデルを使用した有限要素解析によるバードストライクシミュレーションも行った。伝播するひずみに関して、提案した解析モデルと定性的な一致を見せ、モデルの有用性を示した。また、数値解析モデルを簡略化するために用いていた仮定について、衝突箇所の変化、ファンブレードの形状による衝撃応答への影響について調査した。構築した数値解析モデルを利用しこれらの影響を体系的に取得した。

次章では、作成した数値解析モデルを利用し、ひずみを低減する効果を検討する。

第4章 剛性分布による伝播ひずみ低減効果

前章において、バードストライクによってファンブレードの T.E.にはスパン方向ひずみが、Tip にはコード方向ひずみが伝播し、破壊を生じさせるようなピーク値をとることが示された。本章では、T.E.におけるスパン方向ひずみと Tip におけるコード方向ひずみに照準を当て、それらを低減するような効果について検討する。ファンブレードは空気力学的効率から外形が決定されるため、複合材ファンブレードの内部構成である積層構成に焦点を当てる。前章で妥当性を確認した数値解析モデルは解析コストが低く、数値実験を行い探索するのに適している。したがって、まず数値解析モデルを用いて様々な構成を持つファンブレードの衝撃応答解析を行う。次に検討したブレード構成をバードストライクシミュレーションに適用し、その効果の有用性を示す。

4.1 コンプライアントチップ・金属シースの影響

破壊を抑制する従来手法として、コンプライアントチップや金属補強があった。本節では、それらがまず振動モードにどのような影響を与えるのか調査する。本節では、前章で構築した数値解析モデルを利用する。Fig. 4.1 のように、矩形板を L.E.領域、T.E.領域、Tip 領域、Root 領域 4つの領域に分ける。 $0 < x < 0.25L$ を Root 領域、 $0.75L < x < L$ を Tip 領域、 $0.25L < x < 0.75L$ かつ $-0.5b < y < 0$ を L.E.領域、 $0.25L < x < 0.75L$ かつ $0 < y < 0.5b$ を T.E.領域と定義する。コンプライアントチップや金属補強に関して、ここではそれぞれ曲げ剛性を下げる/上げる役割を担うとし、式(2.18.3)で計算される曲げ剛性行列の成分を変化させることで簡易的に模擬する。また、スパン方向 (x 方向) の曲げ剛性は D_{11} が支配的であり、コード方向 (y 方向) の曲げ剛性は D_{22} が支配的である。これらを別々に変化させることで、CFRP の異方性の活用に繋げる。繊維配向角 $\theta = 45^\circ$ で得られた曲げ剛性において、スパン方向の曲げ剛性を 2 倍にすることを $\Delta D_{11}=1$ と表し、0.5 倍にすることを $\Delta D_{11}=-1$ と表す。また、曲げ剛性を変化させないことを $\Delta D_{11}=0$ と表す。コード方向の曲げ剛性の変化も同様に、0.5 倍、等倍、2 倍にすることを、 $\Delta D_{22}=-1, 0, 1$ と表現する。分割した矩形板モデルのうちの 1つの領域に対し、これらの各方向への曲げ剛性の変化の組み合わせとして 9通りの剛性分布としてモデル化し、それぞれ過渡応答解析を行った。ただし、剛性分布以外の条件は Base 解析から変えていない。

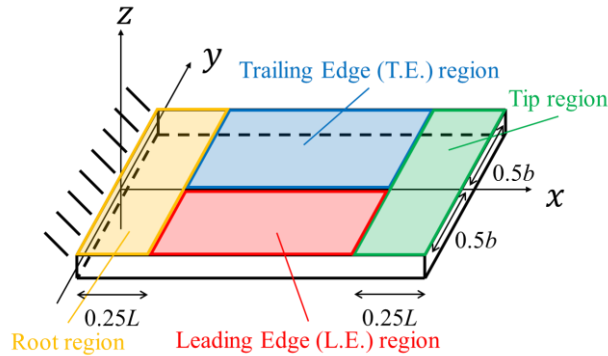


Fig. 4.1 4 divided regions; Leading Edge region, Trailing Edge region, Tip region and Root region.

分割した4つの領域のそれぞれにおいて曲げ剛性の成分を変化させたときの、T.E.に伝播するスパン方向ひずみ ϵ_x の最大値を Fig. 4.2 に示す。 $\Delta D_{11} = 0$ かつ $\Delta D_{22} = 0$ は、曲げ剛性を変化させなかった状態であり、第3章で提示した Base 解析の結果である。したがって、この値を基準にひずみピーク値がどのように変化したかを評価する。

L.E.領域に関して、曲げ剛性をスパン方向に変化させるとひずみの最大値を下げるができる。またコード方向への変化に関しては大きな影響を与えなかった。T.E.領域に関しては、スパン方向の剛性を増加させるとひずみの最大値を下げるができる。また、スパン方向の剛性を小さくした場合でもわずかに最大値を下げるが、コード方向の剛性変化は大きな影響を与えなかった。Tip 領域に関しては、スパン方向の剛性を減少させると最大値を下げるが、コード方向の剛性変化は大きな影響を与えなかった。Root 領域に関しては、スパン方向の剛性を減少させると最大値を下げるが、コード方向の剛性変化は大きな影響を与えなかった。

ひずみの最大値を下げるができる剛性分布について、 ϵ_x をモード分解したときのモード振幅の最大値を Fig. 4.3 に示す。 ϵ_x を主成分であった Mode 3 や Mode 4 の振幅値が下がり、その他のモードの振幅値が上昇していることが分かる。Tip で $D_{11} = -1$ かつ $\Delta D_{22} = -1$ にしたときは Mode 4 の振幅値が上昇しているが、Mode 3 の振幅値の減少により総合的にひずみの最大値が減少した。4つの領域の中で最もひずみの最大値を減少させることができたのは、T.E.で $D_{11} = 1$ かつ $\Delta D_{22} = -1$ とすることで、40.6%低減することができた。Fig. 4.3 を参照すると、この曲げ剛性の変化が最も効果的に Mode 3 と Mode 4 の振幅値を下げていることが分かる。

ただし、本解析では一定の衝撃荷重を L.E.に負荷するという条件で解析を行ったが、回転状態での粒子衝突を考えたときの考察を踏まえると、L.E.領域の曲げ剛性は下げる方がより良い結果が得られると考えられる。

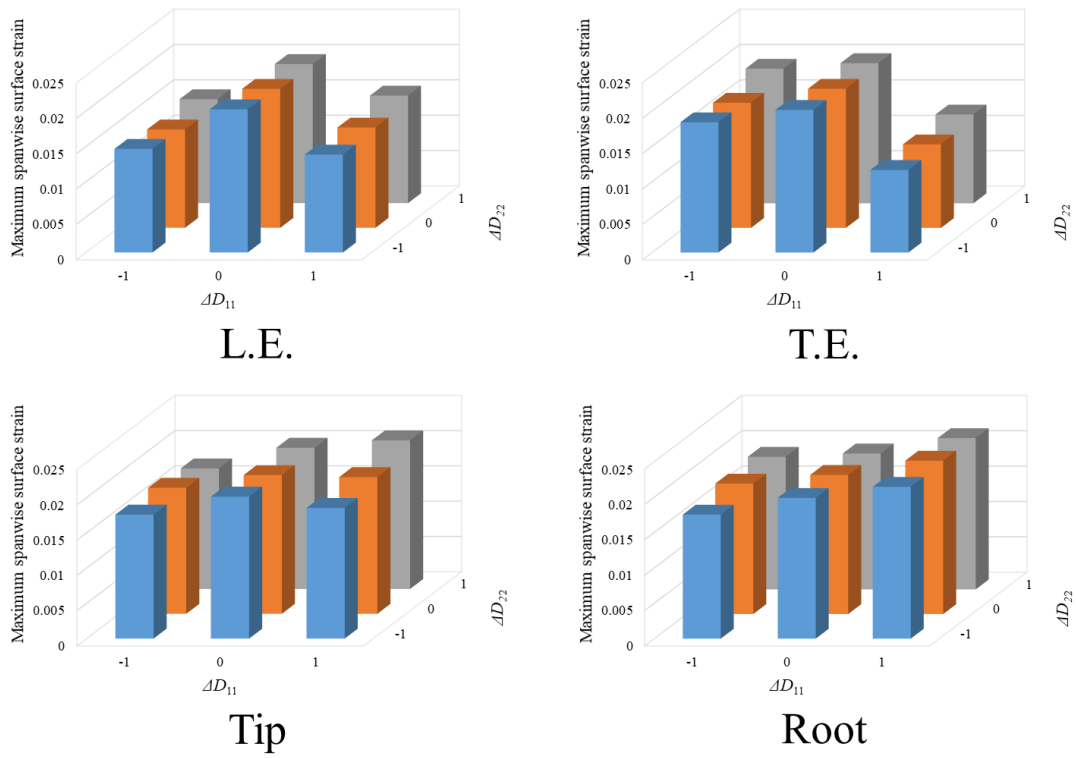


Fig. 4.2 Maximum value of spanwise surface strain with different bending stiffness of each area.

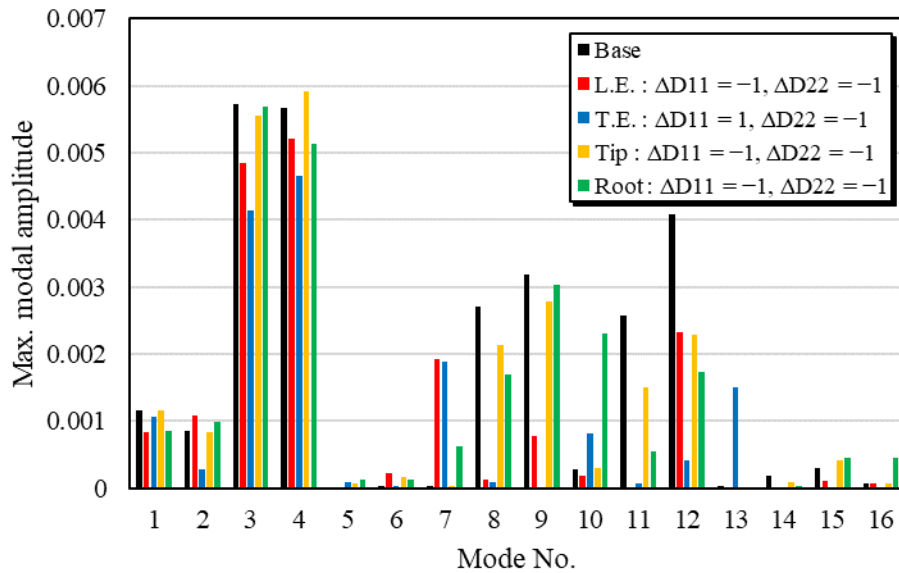


Fig. 4.3 Maximum value of modal spanwise surface strain amplitude in T.E. with respect to the representative stiffened or softened each region.

分割した4つの領域のそれぞれにおいて曲げ剛性の成分を変化させたときの、Tipに伝播するコード方向ひずみ ε_y の初期の立ち上がりの最大値をFig. 4.4に示す。

L.E.領域に関して、スパン方向の剛性を増加させるとひずみの最大値を下げるができる。コード方向の剛性を減少させると最大値を下げるができる。T.E.領域に関して、スパン方向、コード方向の剛性変化はともにひずみの最大値の減少に大きな影響を与えなかった。Tip領域に関しては、スパン方向の剛性を減少させると最大値を下げることができ、コード方向の剛性を増加させると最大値を下げるができた。Root領域に関しては、全ての曲げ剛性の変化でわずかながら増加してしまった。

ひずみの最大値を下げるができる剛性分布について、 ε_y をモード分解したときのモード振幅の最大値をFig. 4.5に示す。Root領域に関しては、増加量が最も少なかったものについて示してある。 ε_y を主成分であったMode 5やMode 8の振幅値が下がり、その他のモードの振幅値が上昇していることが分かる。Root領域の変化については、Mode 5の振幅値がわずかに下がっているもののMode 8の振幅値が上がってしまったため、総合的にひずみの最大値が上昇してしまったと考えられる。4つの領域の中で最もひずみの最大値を減少させることができたのは、Tipで $D_{11}=-1$ かつ $\Delta D_{22}=1$ とすることで26.7%低減することができた。Fig. 4.5を参照すると、この曲げ剛性の変化が最も効果的にMode 5とMode 8の振幅値を下げていることが分かる。

以上のように、ファンブレードの剛性分布によって、ファンブレードの周縁部にひずみを生じ得るようなクリティカルなモードを避け、その他のモードが生じやすくすることで、衝撃応答の中でのひずみピーク値を減少させることができるということが示された。コンプライアントチップの適用については、L.E.およびTipにおいて $\Delta D_{11}=-1$ かつ $\Delta D_{22}=-1$ とするとT.E.でのスパン方向ひずみ ε_x を低減することができた。実際は曲げ剛性の低下率が0.5倍ではなく、8~10倍柔軟な樹脂を想定しているため、本解析の該当結果よりも優れたひずみ低減効果を表す可能性がある。金属補強の適用については、T.E.において $\Delta D_{11}=0$ かつ $\Delta D_{22}=1$ とするとTipでのコード方向ひずみ ε_y を低減することができた。しかし、T.E.におけるスパン方向ひずみ ε_x を減少させるのに効果的であるのは、T.E.領域でスパン方向の剛性を上げることである。また、Tipにおけるコード方向ひずみ ε_y を減少させるのに効果的であるのは、Tip領域でコード方向の剛性を上げることである。したがって、破壊が生じ得る領域において、主成分のひずみが生じる方向の剛性値を上げることでそのひずみを低減することができる。さらに、その垂直方向の剛性値を下げることによってひずみ低減の効果が期待できる。すなわち、剛性分布にも異方性を適用することでより効果的なひずみ低減を達成できるということが示唆された。

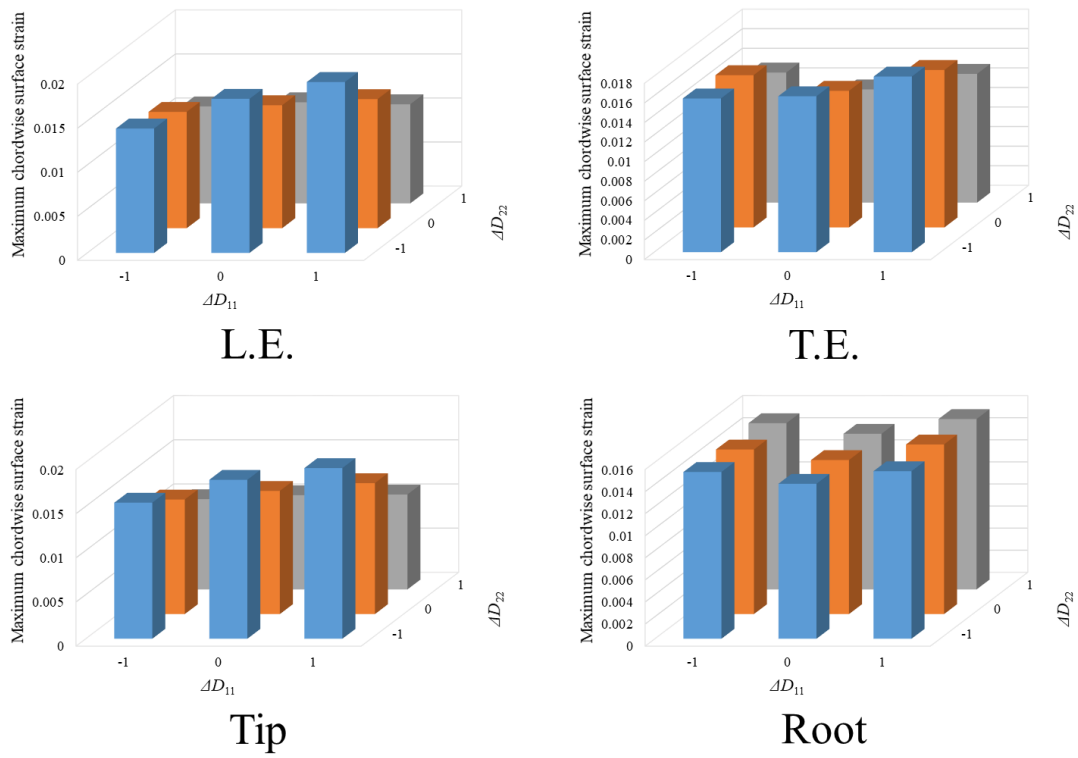


Fig. 4.4 Maximum value of chordwise surface strain with different bending stiffness of each area.

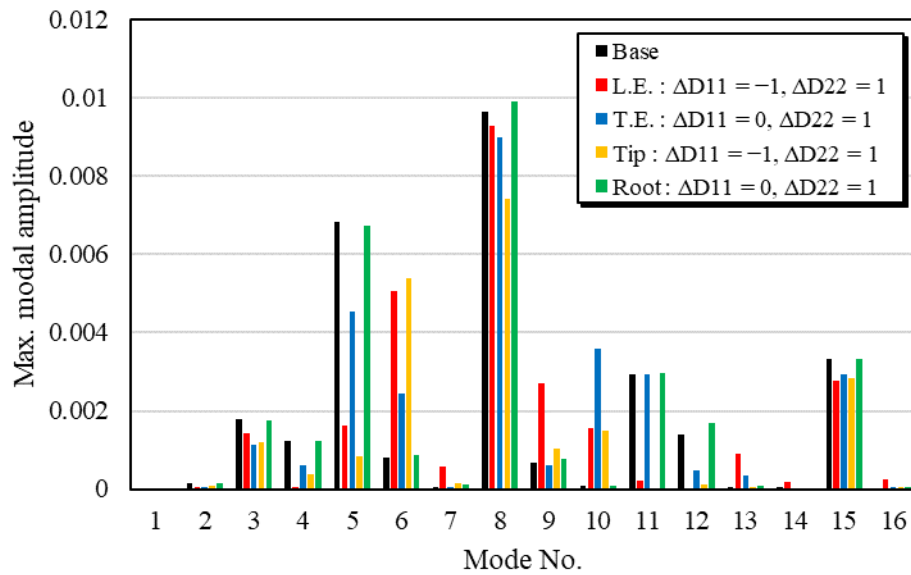


Fig. 4.5 Maximum value of modal chordwise surface strain amplitude in Tip with respect to the representative stiffened or softened each region.

4.2 積層構成の影響

剛性分布の変化を行うという手法の伝播ひずみ低減の有用性が前節で示された。特に剛性分布に異方性を持たせることによって低減効果がより発揮されることが示されたが、CFRPには異方性があるため、積層構成によって剛性分布の異方性を表現することができる。また、前節では数値実験のために曲げ剛性行列の D_{11} と D_{22} を0.5倍や2倍に恣意的に変化させたが、現実的な積層構成でどの程度の低減効果が期待されるのかについて評価する必要もある。

したがって、本節では、第2章で構築した数値解析モデルを用いて積層構成による伝播ひずみ低減効果について検討する。数値解析モデルでは積層構成を $[0/\theta/0/-\theta]_s$ と定義しており、これまでの解析では $\theta = 45^\circ$ としていた。本節では繊維配向角 θ をパラメータにとり、積層構成を変化させて固有振動解析と過渡応答解析を行い、衝撃応答にどのような影響を与えるかを調査した。ただし、積層構成以外の条件はBase解析から変えていない。また、本解析ではコンプライアントチップや補強金属といった異種材料を使用することなく、積層構成分布のみでの性能評価を行う。CFRP積層板のみでファンブレードを構成するには、以下のようなメリットがある。

- ・同質材料を使用するため、重量増加しない点。
- ・CFRPの積層工程のみで実現できるため、他の材料を使用することが無く、接着材の使用による接着剥がれが生じない点。また製造コストの低減が見込まれる点。
- ・複合材の特徴である異方性を活用している点。

4.2.1 全体の積層構成の変化による影響

まずは、ブレード全域に渡って繊維配向角を変化させたときの影響を調査する。 θ を 0° から 90° まで 15° おきに変化させたときの10次モードまでの固有角振動数の値をTable 4.1に示す。また、その中で $\theta = 0^\circ, 30^\circ, 60^\circ, 90^\circ$ のときの固有振動モードをFig. 4.6 – Fig. 4.9に示す。繊維配向角を変化させると、モード形状の順序が逆転している。 θ が小さい場合では、コード方向の変形を伴う振動モードが低次に見られ、スパン方向の変形が支配的な振動モードは高次側にシフトする。その一方で θ が大きい場合では、スパン方向の変形が支配的な振動モードが低次に見られ、コード方向の変形を伴う振動モードは高次側にシフトする。

また、衝撃応答において、 $(x, y) = (500, 250)$ の位置におけるスパン方向ひずみ ε_x の時間履歴をFig. 4.10に示す。 $\theta = 0^\circ$ のとき、ひずみ履歴の振幅値は小さくなり、ピーク値は $\theta = 45^\circ$ に比べて20.4%減少している。その一方で、 $\theta = 90^\circ$ のとき振幅値は最大となっており、ピーク値は $\theta = 45^\circ$ に比べて18.4%増加している。振動モード毎に分解し、その最大値を比較したものがFig. 4.11である。振動モード形状とモード次数は θ によって大きく変化している

ため、同モード次数での評価をすることはできないが、 $\theta=0^\circ$ のとき Mode 3, 5, 6 が支配的であり、 $\theta=45^\circ$ のときの Mode 3, 4, 8 に相当するモード形状である。また、 $\theta=90^\circ$ のとき Mode 4, 8, 9 が支配的であり、 $\theta=45^\circ$ のときの Mode 4, 8, 9 に相当するモード形状である。

$(x, y) = (1000, 0)$ の位置におけるコード方向ひずみ ε_y の時間履歴を Fig. 4.12 に示す。 $\theta=90^\circ$ のとき、ひずみ履歴の振幅値は小さくなり、ピーク値は $\theta=45^\circ$ に比べて 15.8 %減少している。その一方で、 $\theta=0^\circ$ のとき振幅値は最大となっており、ピーク値は $\theta=45^\circ$ に比べて 97.2 %増加している。振動モード毎に分解し、その最大値を比較したものが Fig. 4.13 である。 $\theta=0^\circ$ のとき Mode 3, 4, 6 が支配的であり、 $\theta=45^\circ$ のときの Mode 3, 5, 8 に相当するモード形状である。また、 $\theta=90^\circ$ のとき Mode 7, 8 が支配的であり、Mode 5, 8 に相当するモード形状である。

以上より、ブレード全域で繊維配向角を変化させたとき、モード形状に大きな変化はなく、モードの順序は変わる。しかし、T.E.でのスパン方向ひずみ ε_x や Tip でのコード方向ひずみ ε_y を生じさせる支配的なモード形状の優位な差はない。しかし、固有振動数のシフトにより、変位量を抑えることができている。

Table 4.1 Natural angular frequency with different fiber orientation.

θ [deg.]	0	15	30	45	60	75	90
Mode 1	177.3	171.9	158.2	143.9	135.3	132.5	132.1
Mode 2	342.6	395.6	474.2	502.2	459.8	370.9	315.3
Mode 3	1106	1070	978.4	897.3	845.1	830.0	827.9
Mode 4	1282	1390	1629	1683	1553	1311	1169
Mode 5	1372	1477	1687	2134	2356	2323	2318
Mode 6	2266	2584	2783	2563	2726	2826	2656
Mode 7	3097	3024	3138	3397	3162	3125	3276
Mode 8	3198	3358	3454	3570	3745	3743	3709
Mode 9	3338	3500	4171	4989	4675	4560	4544
Mode 10	3748	3924	4302	5496	5444	5032	4779

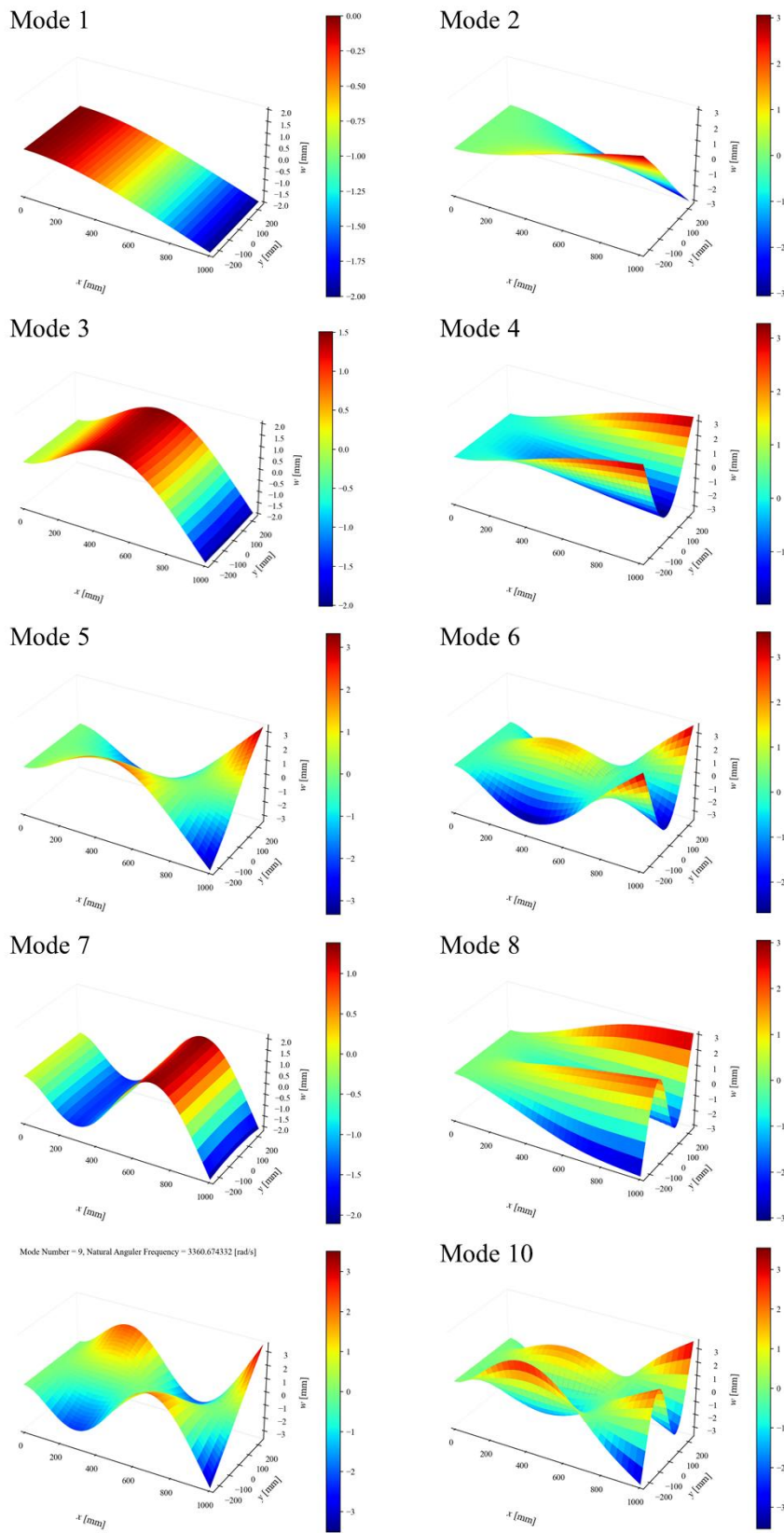


Fig. 4.6 Natural frequency mode shape from 1 to 10 with fiber orientation $\theta = 0^\circ$.

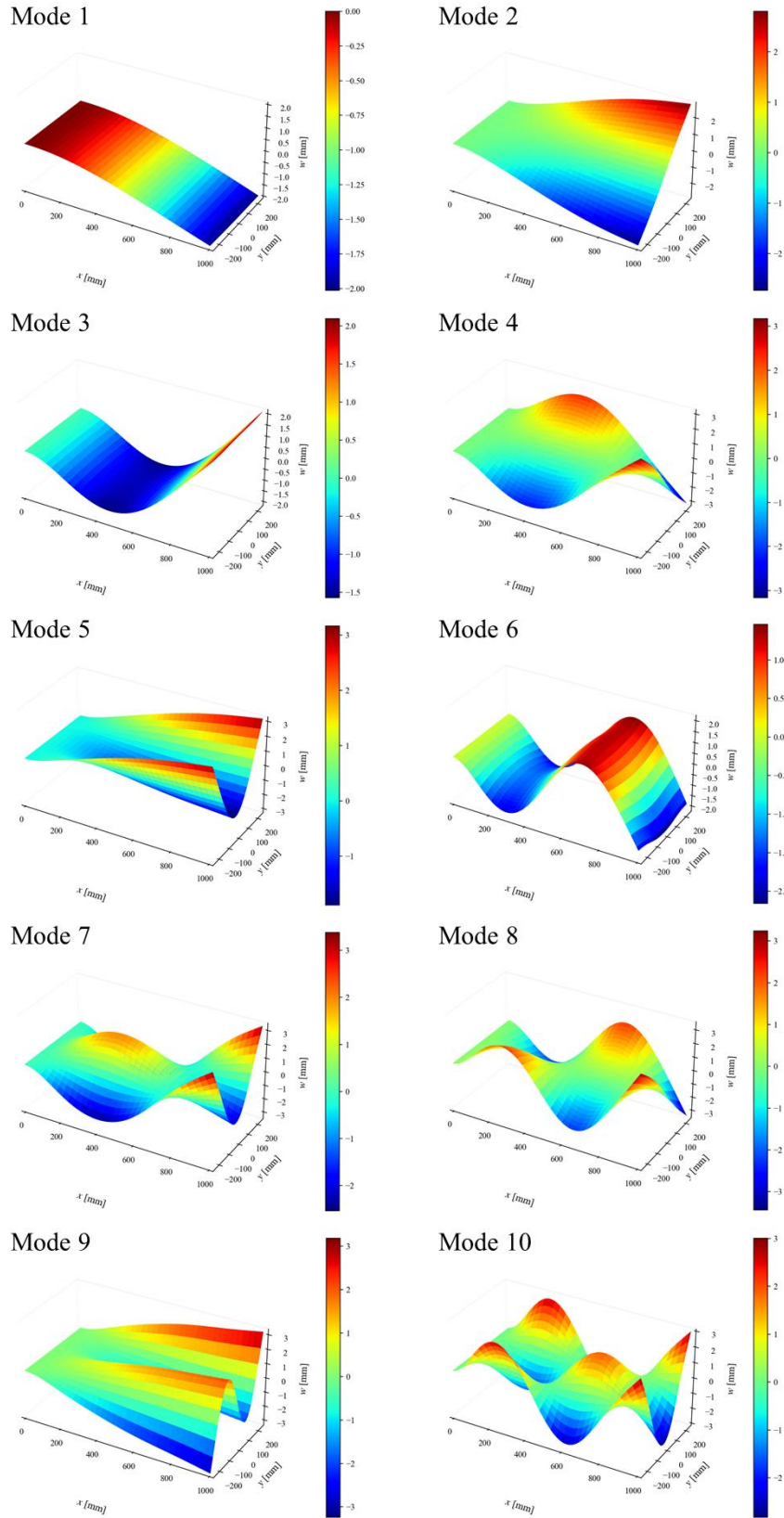


Fig. 4.7 Natural frequency mode shape from 1 to 10 with fiber orientation $\theta = 30^\circ$.

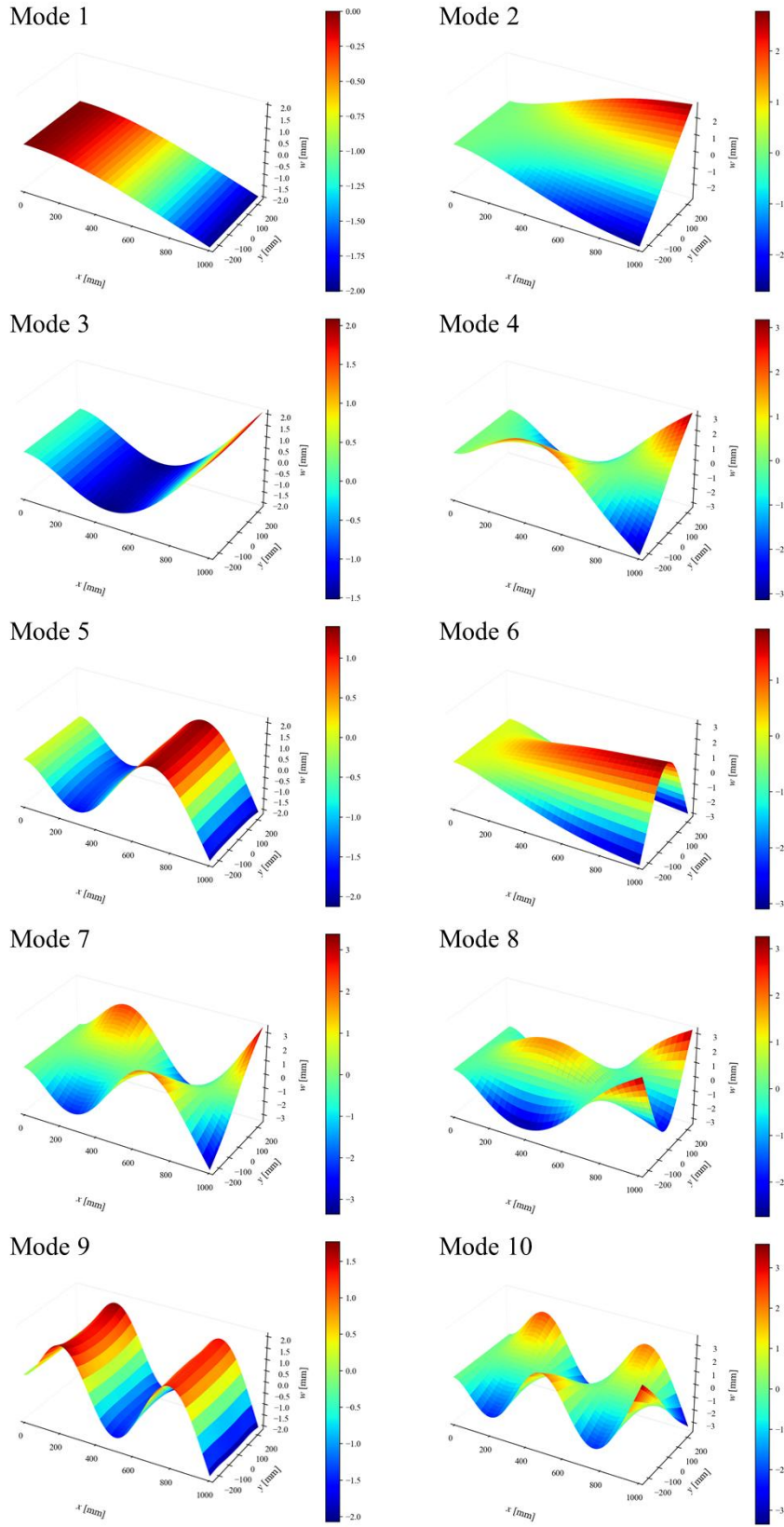


Fig. 4.8 Natural frequency mode shape from 1 to 10 with fiber orientation $\theta = 60^\circ$.

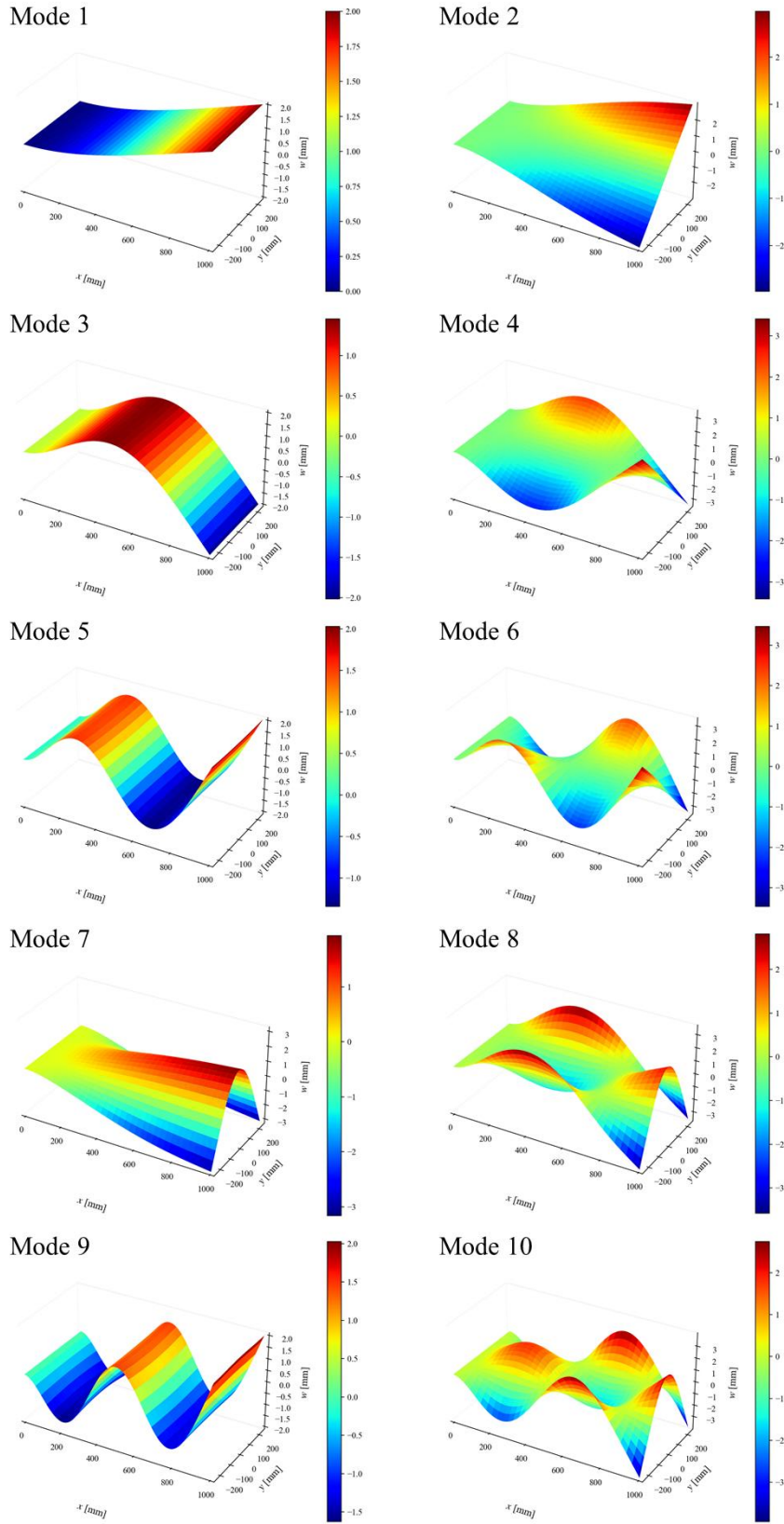


Fig. 4.9 Natural frequency mode shape from 1 to 10 with fiber orientation $\theta = 90^\circ$.

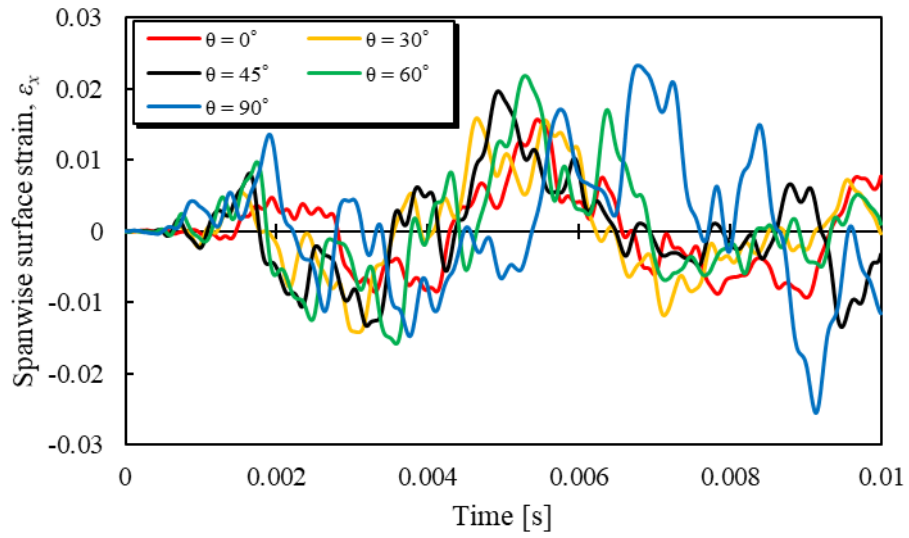


Fig. 4.10 History of spanwise surface strain at $(x, y) = (500, 250)$ with different fiber direction.

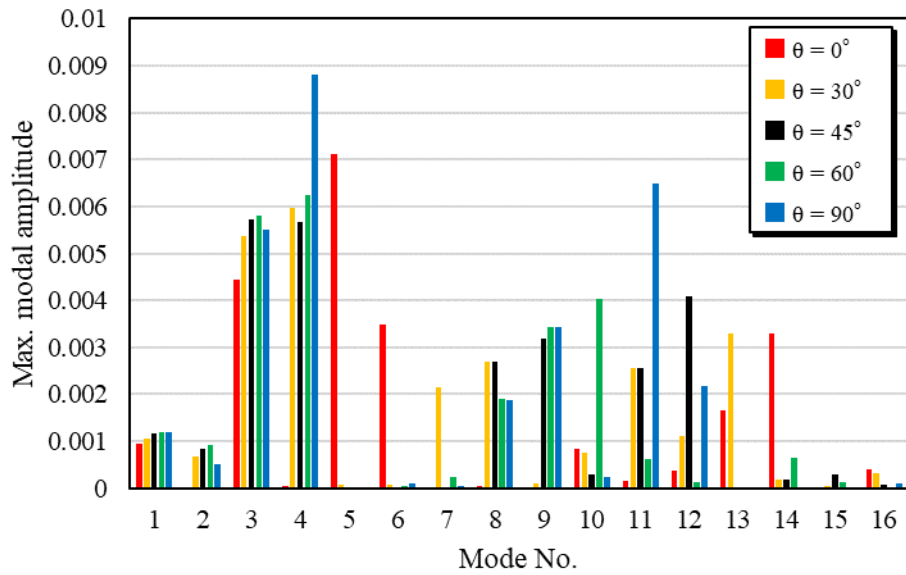


Fig. 4.11 Maximum value of modal spanwise surface strain amplitude in T.E. with different fiber direction.

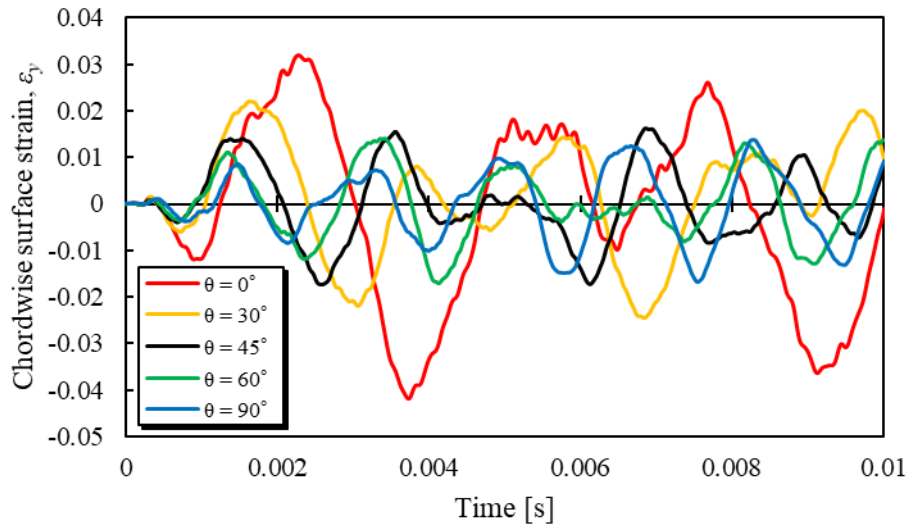


Fig. 4.12 History of chordwise surface strain at $(x, y) = (1000, 0)$ with different fiber direction.

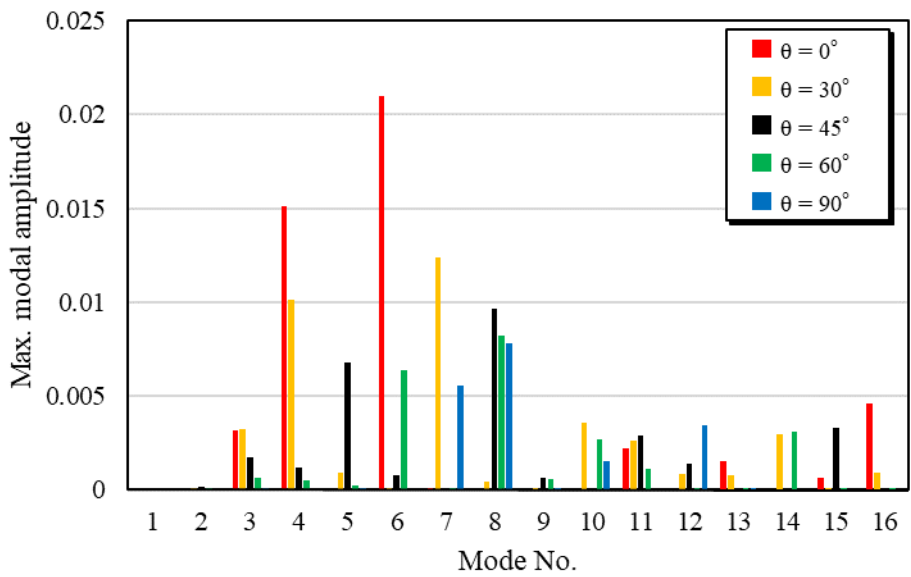


Fig. 4.13 Maximum value of modal chordwise surface strain amplitude in Tip with different fiber direction.

4.2.2 部分的な積層構成の変化による影響

次に、Fig. 4.1 のようにファンブレードを4つの領域に分け、それぞれの領域で繊維配向角を変化させ、衝撃応答解析を行った。ここでは、異方性を最大限に表現するため、繊維配向角を $\theta = 0^\circ, 45^\circ, 90^\circ$ の中から採用し、Table 4.2 の繊維配向角の組み合わせで伝播ひずみのピーク値を評価した。衝撃応答において、 $(x, y) = (500, 250)$ の位置におけるスパン方向ひずみ ε_x の時間履歴を Fig. 4.17 に示す。また、 $(x, y) = (1000, 0)$ の位置におけるコード方向ひずみ ε_y の時間履歴を Fig. 4.18 に示す。図内の凡例は、順に L.E., T.E., Tip, Root 領域での繊維配向角 θ [deg.] を表している。例えば 45_0_90_45 は、L.E.領域で $[0/45/0/-45]_{8s}$ 、T.E.領域で $[0/0/0/0]_{8s}$ 、Tip 領域で $[0/90/0/90]_{8s}$ 、Root 領域で $[0/45/0/-45]_{8s}$ となる積層構成分布をしている。Table 4.2 に示すような全6ケースで固有振動解析および過渡応答解析を行った。

Table 4.2 の Case 1 – Case 6 に対応する10次モードまでの固有角振動数の値を Table 4.3 に示す。また、その中で Case 1, Case 2, Case 3 での固有振動モードを Fig. 4.14 – Fig. 4.16 に示す。Tip 領域で繊維配向角を変化させた場合では、Tip での曲げ変形が生じる固有振動モードの固有振動数が変化しており、その大小は配向角に依存し、変形の方に沿わせた場合では固有振動数は大きくなり、その直交方向に沿わせた場合では固有振動数は小さくなる。また、その他の領域でも同様の傾向が見られる。Tip 領域での繊維配向角の変化は低次の固有振動数に与える影響が小さく、L.E.領域、T.E.領域、Root 領域での繊維配向角は低次の固有振動数に与える影響が大きい。また、固有振動モード形状は大きく変化していないが、局所的に曲げ変形を抑えていることが分かる。したがって、繊維に沿わせたことによりその方向の曲げ剛性が上昇し、局所的な曲げ変形を抑制するとともに、固有振動数を上げ振幅値を低減することができると思われる。

Table 4.2 Fiber orientation angle (unit: deg.) in the divided region.

	L.E.	T.E.	Tip	Root
Base	45	45	45	45
Case 1	45	0	45	45
Case 2	45	45	90	45
Case 3	45	0	90	45
Case 4	45	0	90	90
Case 5	0	0	90	90
Case 6	0	0	90	0

Table 4.3 Natural angular frequency with different fiber orientation.

θ [deg.]	Base	Case 1	Case 2	Case 3	Case 4	Case 5	Case 6
Mode 1	143.9	149.2	143.9	149.3	139.5	142.9	177.2
Mode 2	502.2	439.1	480.9	416.6	381.7	317.3	344.5
Mode 3	897.3	969.0	895.0	967.8	941.9	1017	1096
Mode 4	1683	1621	1459	1423	1341	1310	1384
Mode 5	2134	1884	2495	2285	2213	1986	1938
Mode 6	2563	2688	2668	2639	2578	2756	2942
Mode 7	3397	3179	3115	3166	3041	3060	3246
Mode 8	3570	3460	3754	3538	3488	3295	3264
Mode 9	4989	4831	4860	4844	4731	4209	3935
Mode 10	5496	5166	5181	5045	4904	4548	4538

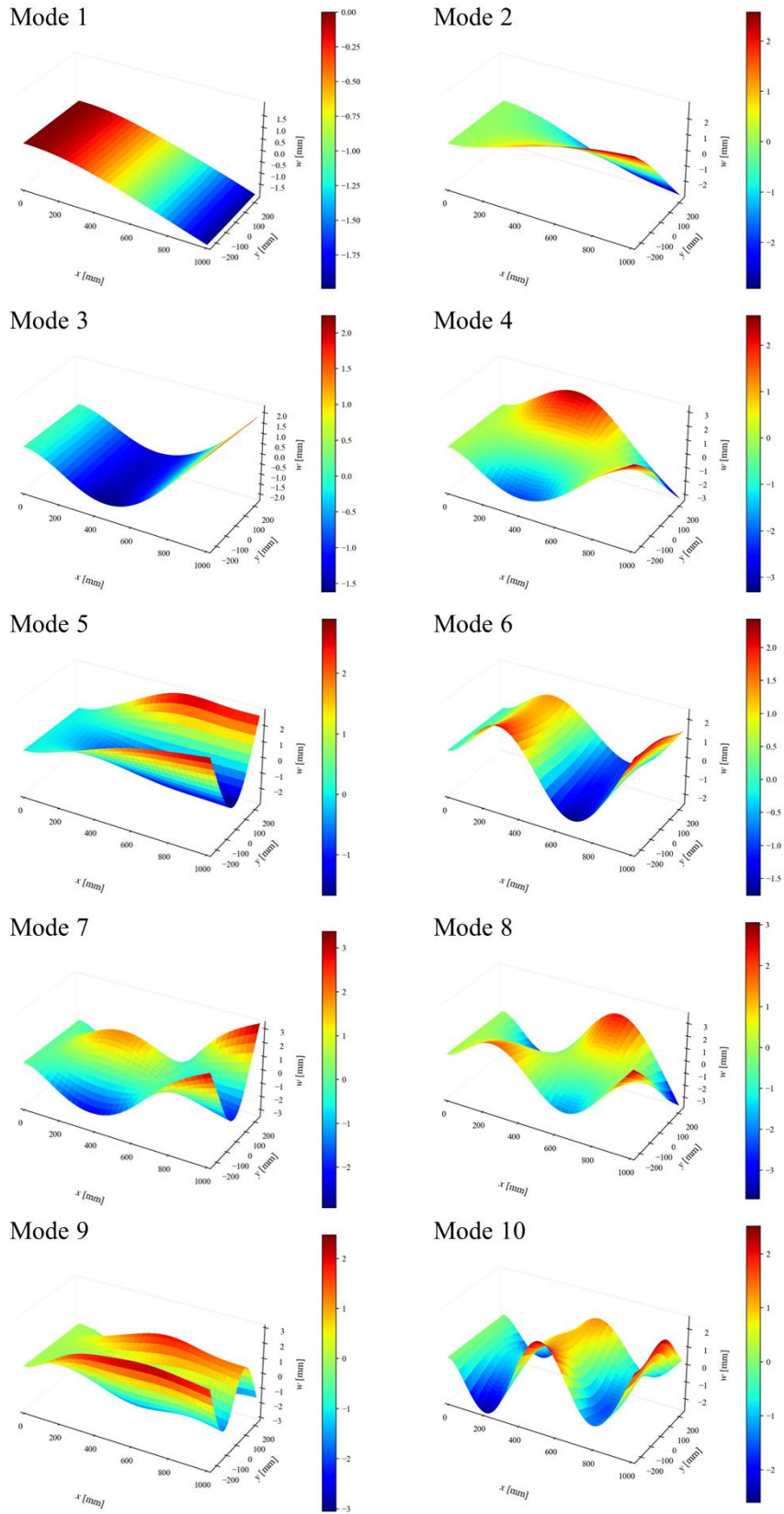


Fig. 4.14 Natural frequency mode shape from 1 to 10 in Case 1.

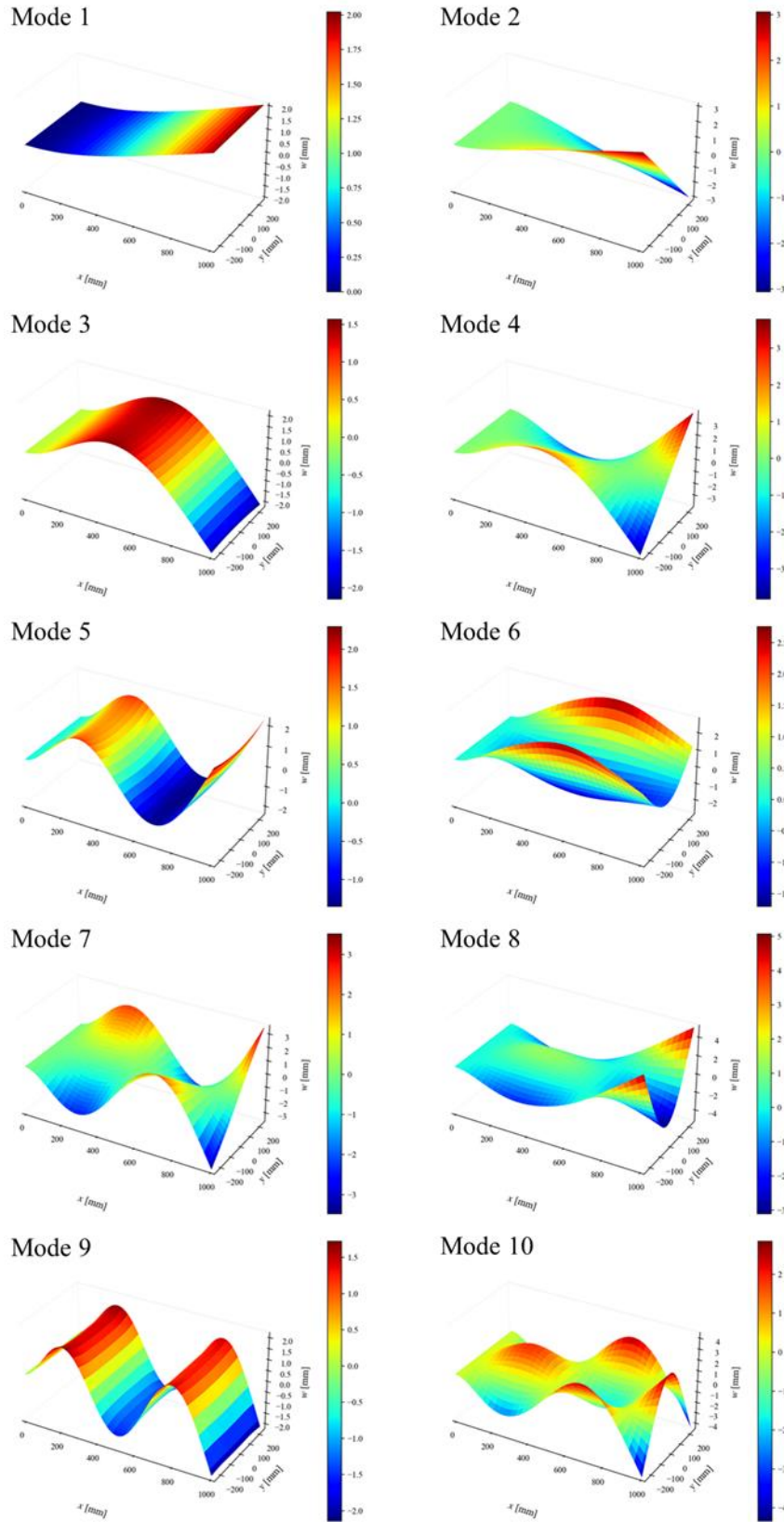


Fig. 4.15 Natural frequency mode shape from 1 to 10 in Case 2.

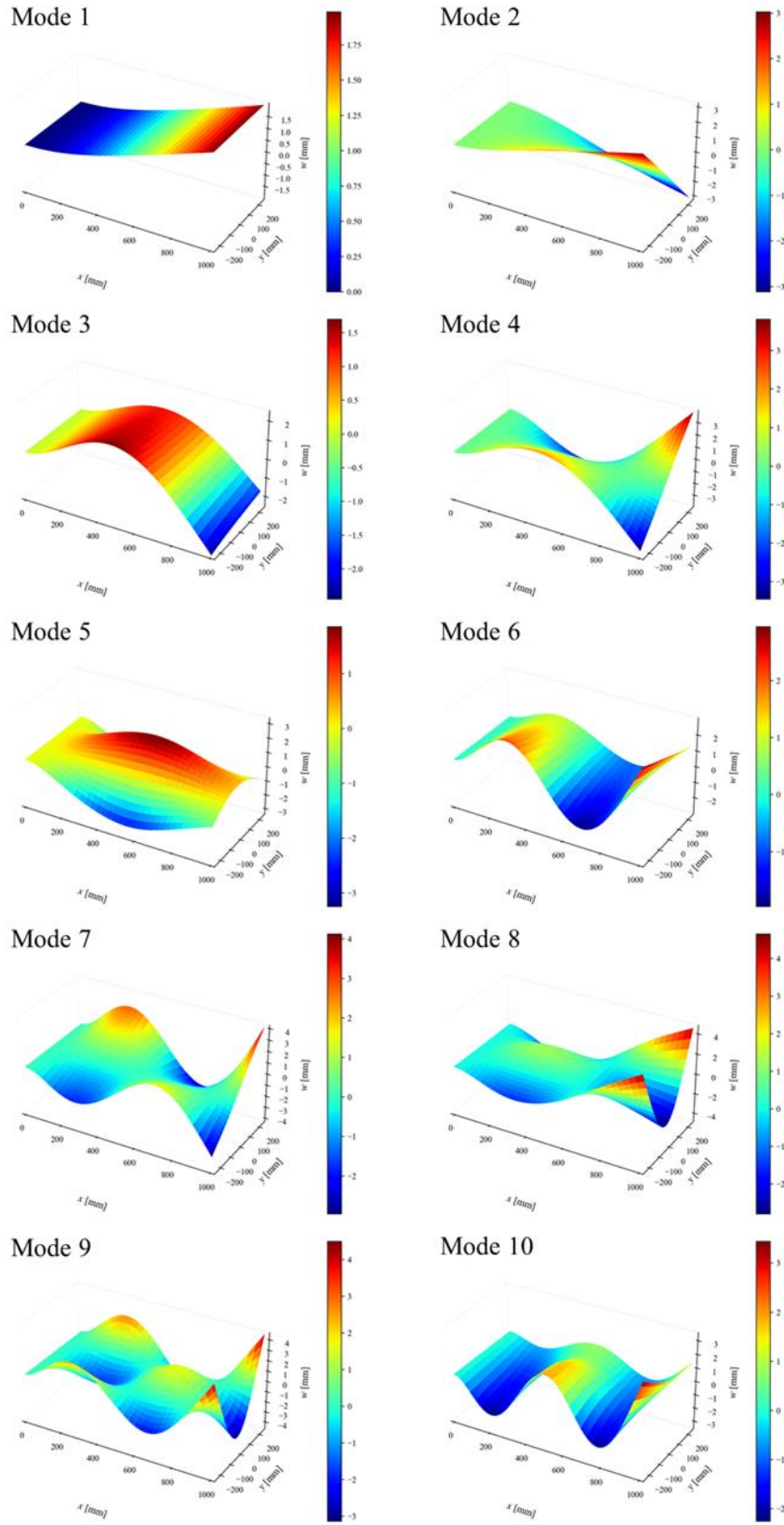


Fig. 4.16 Natural frequency mode shape from 1 to 10 in Case 3.

Case 1 – Case 6 のそれぞれの積層構成分布におけるひずみの最大値を Table 4.4 にまとめた。破壊が生じ得る領域において主成分のひずみが生じる方向の剛性値を上げることでそのひずみを低減することができるという前節で得られた知見を基に、T.E.領域で 0°方向の繊維配向を増やしたものが Case 1 であり、Tip 領域で 90°方向の繊維配向を増やしたものが Case 2 である。これらの結果を見ると、Case 1 では ϵ_x のピーク値が 22.1%減少し、Case 2 では ϵ_y のピーク値が 48.2%減少しており、それぞれ目的としていたひずみのピーク値を下げることができている。その一方で、Case 1 では ϵ_y のピーク値が、Case 2 では ϵ_x のピーク値が大きく低下していないか、あるいは僅かに増えてしまっている。したがって、他の領域の積層構成によって、これらのピーク値にも僅かながら影響が存在しているということを留意しておく必要がある。また、T.E.領域での 0°方向と Tip 領域での 90°方向の繊維配向を固定しつつ、L.E.領域と Root 領域での繊維配向角を変化させたのが、Case 3-6 である。L.E.領域と Root 領域での積層構成の影響により、T.E.領域での ϵ_x と Tip 領域 ϵ_y の値は Case 1, 2 から増減しているが、その変動は小さく、どの解析においても Base 解析より低減できていることが分かる。したがって、クリティカルなひずみが発生する領域での積層構成が最も大きな影響を与え得るということが示された。

Table 4.4 Maximum surface strain in each stacking sequence distribution case.

	L.E.	T.E.	Tip	Root	Max. ϵ_x in T.E.	Max. ϵ_y in Tip
Base	45	45	45	45	0.0197	0.0162
Case 1	45	0	45	45	0.0153	0.0154
Case 2	45	45	90	45	0.0202	0.00840
Case 3	45	0	90	45	0.0176	0.00756
Case 4	45	0	90	90	0.0179	0.00790
Case 5	0	0	90	90	0.0156	0.00700
Case 6	0	0	90	0	0.0169	0.00754

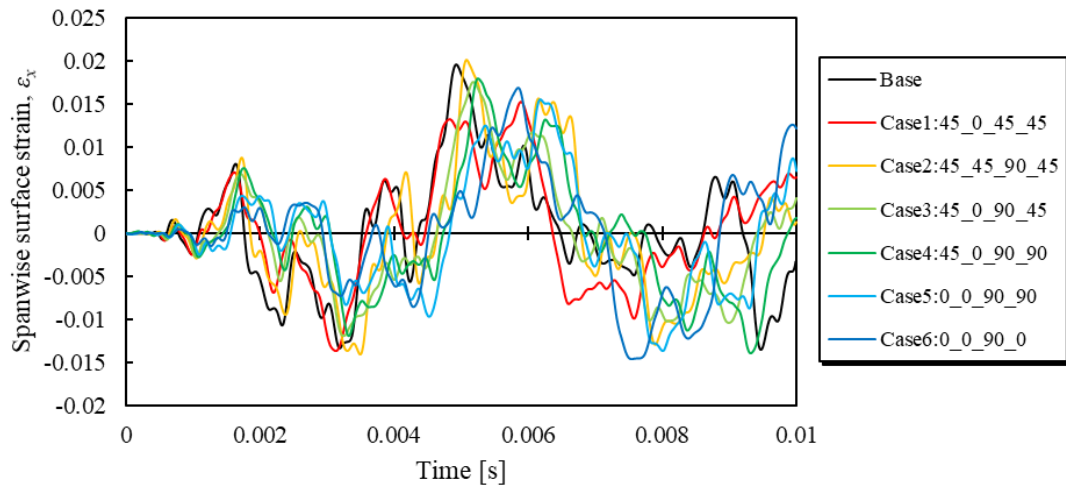


Fig. 4.17 History of spanwise surface strain at $(x, y) = (500, 250)$ with different fiber direction distribution.

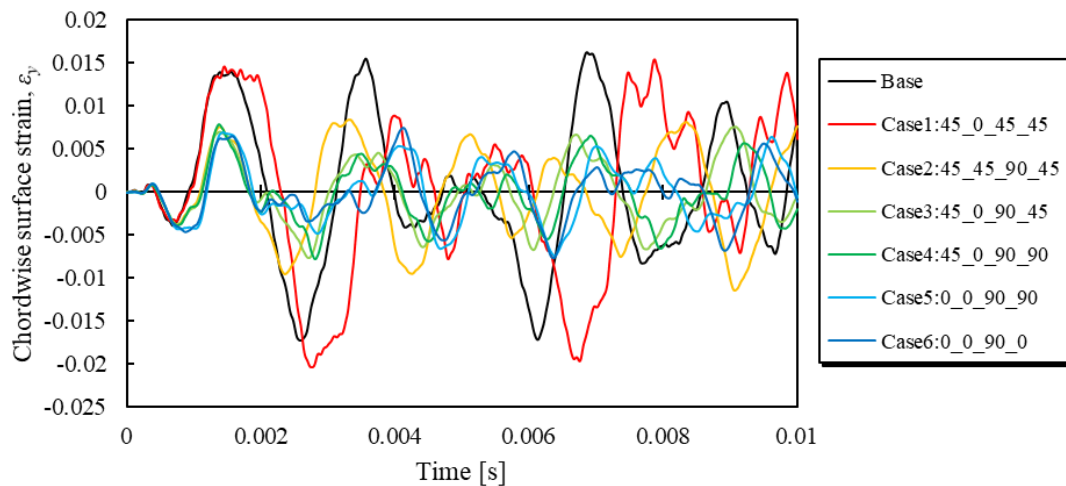


Fig. 4.18 History of chordwise surface strain at $(x, y) = (1000, 0)$ with different fiber direction distribution.

振動モード毎に分解し、その最大値を比較したものが Fig. 4.19 および Fig. 4.20 である。Base 解析の積層構成における T.E.領域での ϵ_x では Mode 3 と 4 が支配的なモードであったが、T.E.領域で 0° 方向の繊維を増やすと Mode 3 の振幅値を下げていることが分かる。Mode 4 の振幅値は上昇してしまっているが、総合的には低くなっていることを踏まえると、同程度の振幅値をしている複数のモードに関しては、最低次のモードを特に抑えることが最も効果的であると考えられる。また、Case 2 のみ他の Case と全く逆の傾向になっているが、

T.E.領域での 0° 方向の繊維を増やした Case 3-6 では見られず、Tip 領域での 90° 方向の繊維の影響が打ち消されている。 ε_y でも同様に、Base 解析の積層構成では Mode 5 と 8 が支配的であったが、Tip 領域での 90° 方向の繊維の影響によりどちらの振幅値も低減することができている。ただし Case 2 に関しては、Mode 5 と 6 の順番が入れ替わっている。その一方で Case 1 は他の Case と全く逆の傾向になっており、低次モードにおいても振幅値が生じてしまっているため、固有振動数の関係で負の方向に大きなひずみが生じてしまっている。また、Case 3-6 の Tip での ε_y に関しては、T.E.領域での 0° 方向の繊維の影響は Tip 領域での 90° 方向の繊維によって相殺されている。以上より、繊維と平行に配向したひずみが低減されることが示唆された。

また、4.1 節での数値実験と比較して、 $[0/\theta/0/-\theta]_{8s}$ の積層構成における θ による曲げ剛性行列の変化量を調べた。 θ を変化させたときの曲げ剛性行列の各成分を Fig. 4.21 に示す。 D_{11} は単調減少し、 D_{22} は単調増加する。また、 D_{12} と D_{66} は $\theta = 45^\circ$ で最大値をとる。 D_{16} と D_{26} は負の値となるが、積層数が多いため、その他の剛性値に比べると非常に小さい。また、 $\theta = 45^\circ$ における曲げ剛性の各成分を基準としたときの、その他の繊維配向角での剛性値の差を表したものを Fig. 4.22 に示す。積層構成として 0° の成分が大きいいため、 D_{11} の変化量は小さい。その一方で $\theta = 90^\circ$ としたときの D_{22} の増加量は他の剛性値の変化量と比較して最も大きくなる。したがって、 $[0/\theta/0/-\theta]_{8s}$ の積層構成では、 $\theta = 0^\circ$ としたときの影響が現れにくくなっており、T.E.でのスパン方向ひずみ ε_x の低減量が小さくなっていると考えられる。

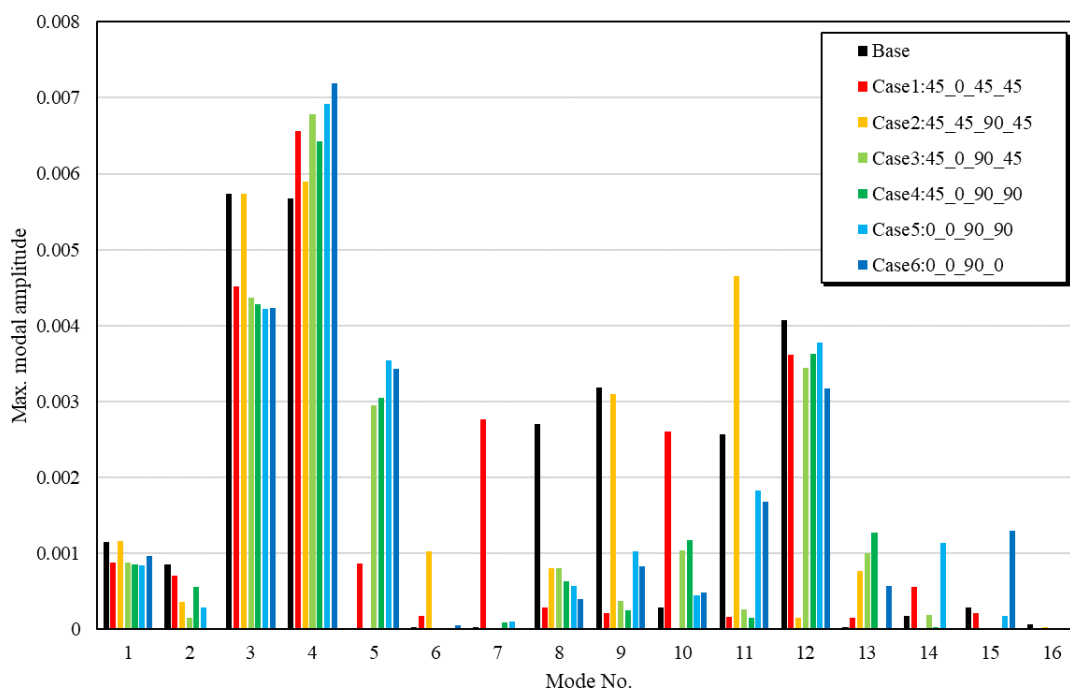


Fig. 4.19 Maximum value of modal spanwise surface strain amplitude in T.E. with respect to each stacking sequence distribution.

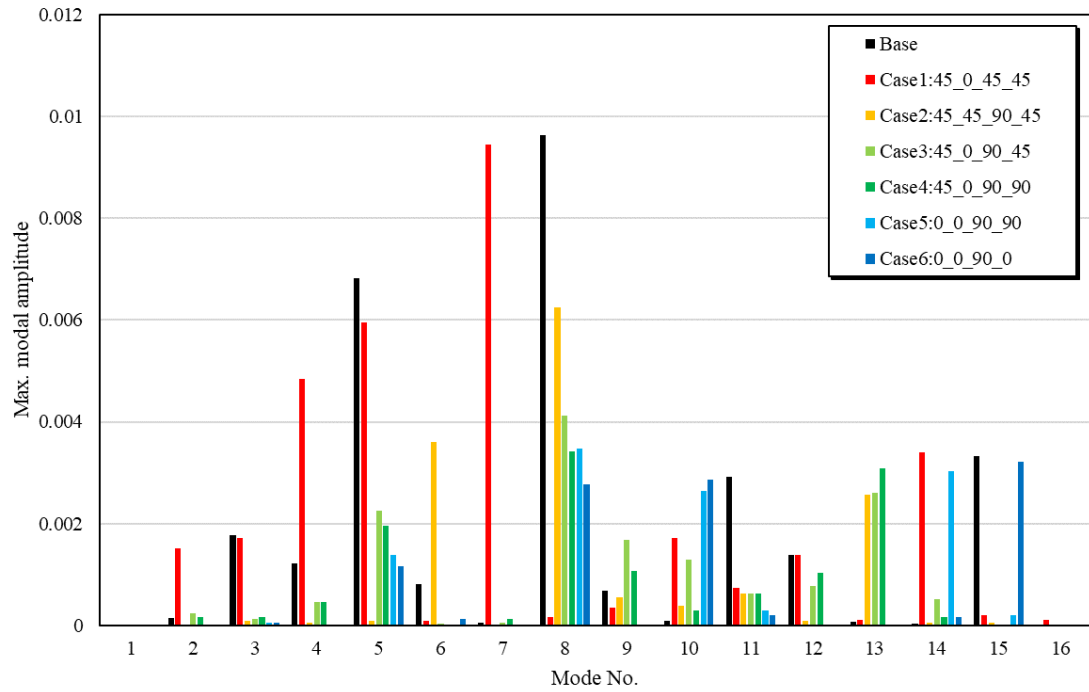


Fig. 4.20 Maximum value of modal chordwise surface strain amplitude in Tip with respect to each stacking sequence distribution.

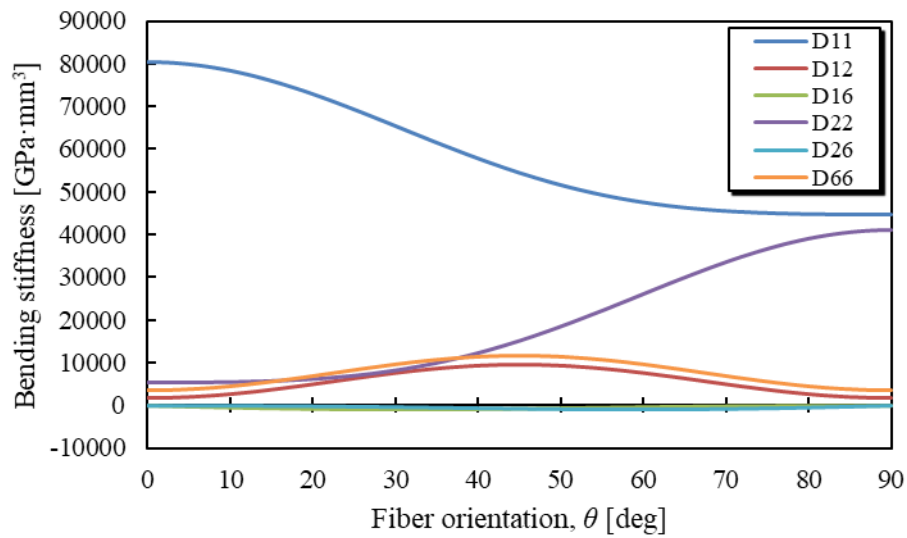


Fig. 4.21 Bending stiffness matrix components with different fiber direction.

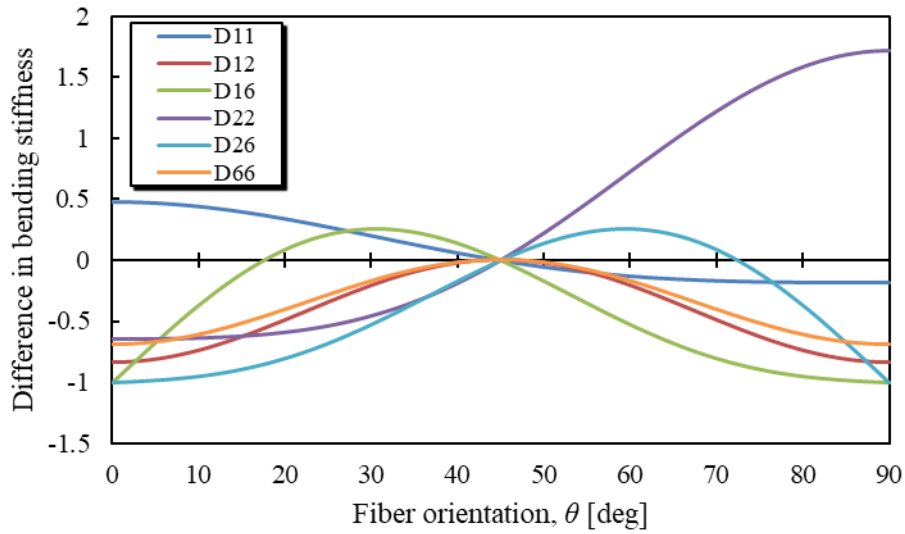


Fig. 4.22 Difference in bending stiffness matrix components relative to $\theta = 45^\circ$.

また、積層構成を部分的に変化させる手法について、遠心力環境下についても検討を行った。回転角速度 $\Omega = 300 \text{ rad/s}$ において、Case 3 の積層構成分布を用いて行った衝撃応答解析の結果を Fig. 4.23 および Fig. 4.24 に示す。遠心力がある場合においても、 ε_y の最大値を抑えることが確認された。同様に ε_x の最大値を抑えることが確認された。部分的に積層構成を変化させる手法はローカルな曲げ変形を抑える効果があり、比較的次数の高いモードに対して影響を与える手法である。したがって、ひずみ低減の効果に関して回転の有無に依らず同程度の結果になったと考えられる。

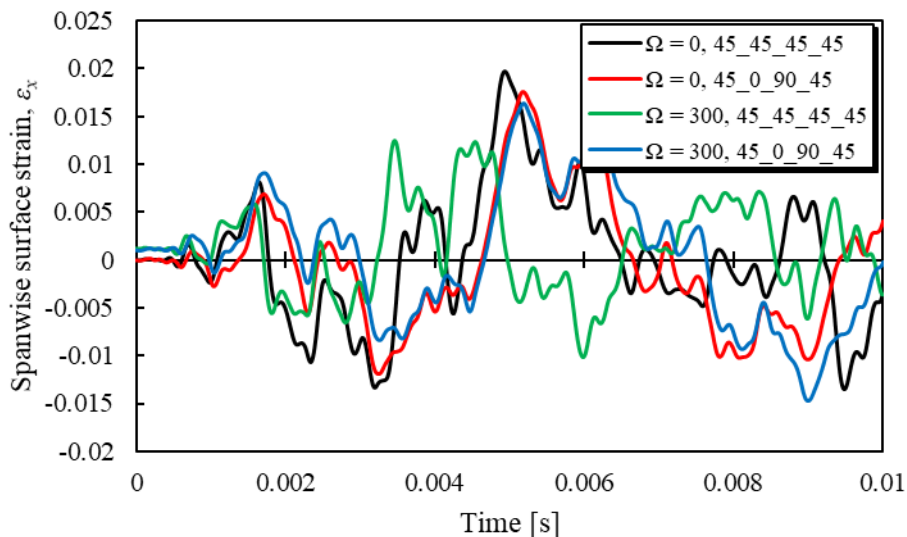


Fig. 4.23 History of spanwise surface strain at $(x, y) = (500, 250)$ with stacking sequence of Case 3 under centrifugal force at $\Omega = 300 \text{ rad/s}$.

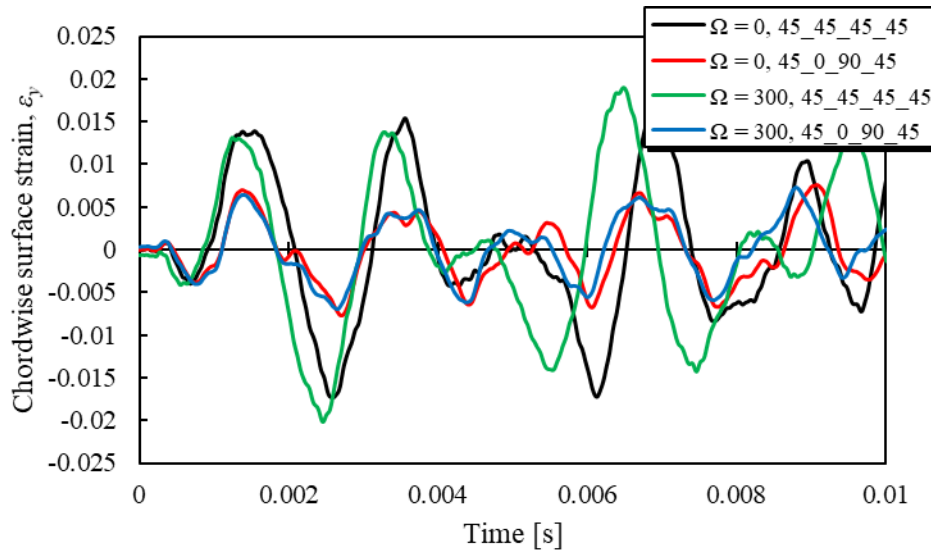


Fig. 4.24 History of chordwise surface strain at $(x, y) = (1000, 0)$ with stacking sequence of Case 3 centrifugal force at $\Omega = 300$ rad/s.

以上、伝播ひずみ低減手法について得られた知見をまとめる。まず、構造体に衝撃が与えられると、構造体の固有振動モード毎の外力荷重 $\{\mathbf{F}\}^*$ の値にしたがって固有振動モードが誘起される。モード毎の一般化振幅値 $\xi_k(t)$ の最大値は、外力荷重 $\{\mathbf{F}\}^*$ と固有振動数の値によって決定される。また、モード毎の一般化振幅値 $\xi_k(t)$ に対し、振動モード形状関数との積で対象となる物理量（面外変位量やひずみ量等）のモード毎の振幅値が決定され、それらの波の重ね合わせで衝撃応答が得られる。

したがって、モード振幅値を減らすためには、以下の設計指針が考えられる。

1. クリティカルなモードを励起しないような位置に衝撃を与え、モード毎の外力荷重 $\{\mathbf{F}\}^*$ の値を小さくする。あるいは、衝撃が与えられる箇所からモードをずらすことで外力荷重を分散し、クリティカルなモードに対応する外力荷重を下げる。
2. 固有振動数を上げることで一般化座標の振幅値 $\xi_k(t)$ を小さくする。
3. 振動モード形状を変化させ、振動モード形状関数の値を小さくする。すなわち、剛性の分布や異方性を変化させることで、変形を抑制することや、モードの節や腹の位置をずらすことで対象となる物理量の値を小さくする。振動モード形状関数は物理量によって異なる（面外変位： $\phi_{ij}^k X_{w_i}(x) Y_{w_j}(y)$ ，スパン方向ひずみ： $\phi_{ij}^k X_{w_i}''(x) Y_{w_j}(y)$ ，コード方向ひずみ： $\phi_{ij}^k X_{w_i}(x) Y_{w_j}''(y)$ ）ため、対象とする物理量に合わせて見極めなければならない。

4.2.3 バードストライクシミュレーションによる低減効果検証

上記の結果を踏まえ、LS-DYNA の有限要素フルモデルを使用したバードストライクシミュレーションにおいても積層構成を変化させ、提案手法の有用性を検証する。前章までのモデルでは、積層構成は 0° と $\pm 45^\circ$ の一方向材を対称的に積層していた。本検証では、この $\pm 45^\circ$ の繊維配向角を θ とおき、4.2.2 項と同様に部分的に変化させる。ただしモデルの構成上、T.E.領域および Tip 領域にある全ての要素の積層構成を変化させることが難しかったため、Tip における ε_y を低減するために Tip 付近に定義されている要素集合のみを積層構成変化させた。

Base 解析での Tip において最も大きなスパン方向ひずみ ε_y が生じていた位置における、繊維配向角 θ を変化させたときの ε_y の時間履歴を Fig. 4.25 に示す。 $\theta = 90^\circ$ のとき、すなわちスパン方向により多くの繊維を配向したとき、ひずみのピーク値を下げていることが分かる。また、以下の式で表される相当ひずみを用いて、他のひずみ成分への影響を考慮した。

$$\begin{aligned}\bar{\varepsilon} &= \left(\frac{2}{3} e_{ij} e_{ij} \right)^{\frac{1}{2}} \\ &= \frac{\sqrt{2}}{3} [(\varepsilon_{11} - \varepsilon_{22})^2 + (\varepsilon_{22} - \varepsilon_{33})^2 + (\varepsilon_{33} - \varepsilon_{11})^2 + 6(\varepsilon_{12}^2 + \varepsilon_{23}^2 + \varepsilon_{31}^2)]^{\frac{1}{2}} \quad (4.1) \\ &= \frac{\sqrt{2}}{3} \left[(\varepsilon_x - \varepsilon_y)^2 + (\varepsilon_y - \varepsilon_z)^2 + (\varepsilon_z - \varepsilon_x)^2 + \frac{3}{2} (\gamma_{xy}^2 + \gamma_{yz}^2 + \gamma_{zx}^2) \right]^{\frac{1}{2}}\end{aligned}$$

ただし、 e_{ij} 、 ε_{ij} はそれぞれ偏差ひずみテンソルとひずみテンソルであり、第 3 式において本論文で使用している工学ひずみに修正している。Fig. 4.25 と同じ位置における相当ひずみの時間履歴を Fig. 4.26 に示す。繊維配向角を変化させても Tip における支配的なひずみ成分は ε_y であり、効果的にひずみ量を低減できていることが分かる。

また、 $\theta = 0^\circ$ 、 90° としたときの過渡応答中の最上面における ε_y の等高線プロットを 0.001 s 毎に分けて Fig. 4.27 および Fig. 4.28 に示す。いずれのプロットにおいても、ラベル範囲を Base 解析での時刻履歴中の最大値・最小値で固定している。Tip 領域の繊維配向角を変化させたのみであるため、全体的なコード方向ひずみ分布は大きく変化していない。しかし、 $\theta = 0^\circ$ のときは Tip における値が上昇しており、 $\theta = 90^\circ$ では下げることができていることが分かる。したがって、数値解析モデルで見られた効果と同様の効果が表れていることが確認できた。しかしその一方で、 $\theta = 90^\circ$ ではセミスパンの領域においてコード方向ひずみの値が大きくなっている。これは、Tip 領域の剛性を変化させた結果、Tip 領域より Root 側での領域においてまげ変形が誘発されたと考えられる。このように、部分的な積層構成を変化させる手法は、周辺領域へ影響を与えることが示唆され、ファンブレード全体を考慮に入れたより最適な積層構成分布の探索が必要となる。

また、回転環境下においても同様に繊維配向角を変化させた解析を行った。 ε_y の時間履歴を Fig. 4.29 に、相当ひずみの時間履歴を Fig. 4.30 に示す。 $\theta = 90^\circ$ のときひずみを低減することができており、回転環境下においても同様の効果が期待されることが示された。

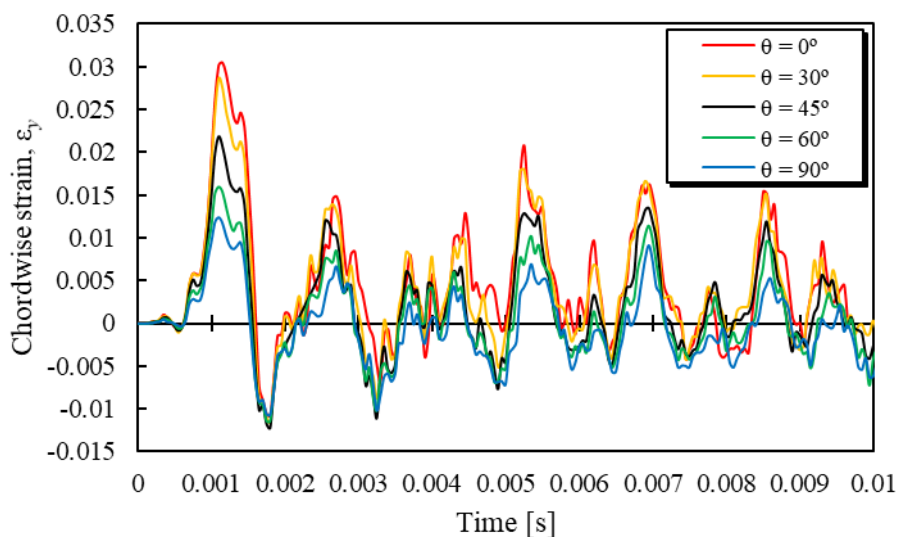


Fig. 4.25 History of chordwise strain in Tip where maximum ε_y occurs in the transient analysis with different fiber direction.

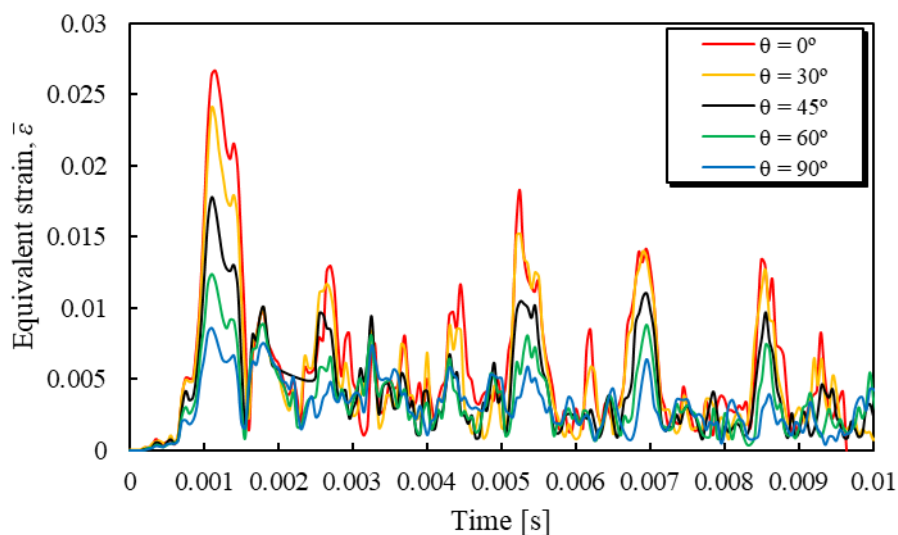
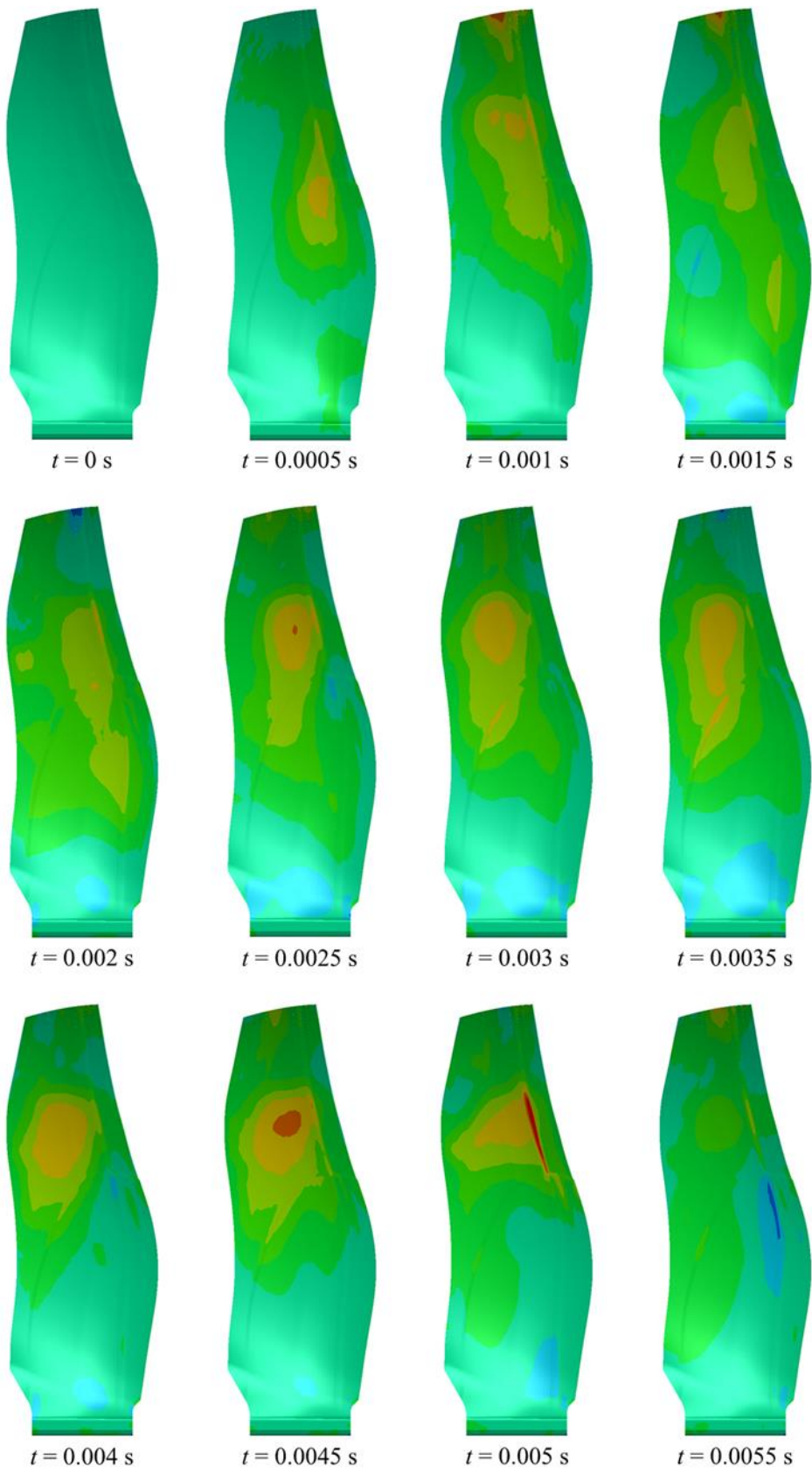


Fig. 4.26 History of equivalent strain in Tip where maximum ε_y occurs in the transient analysis with different fiber direction.



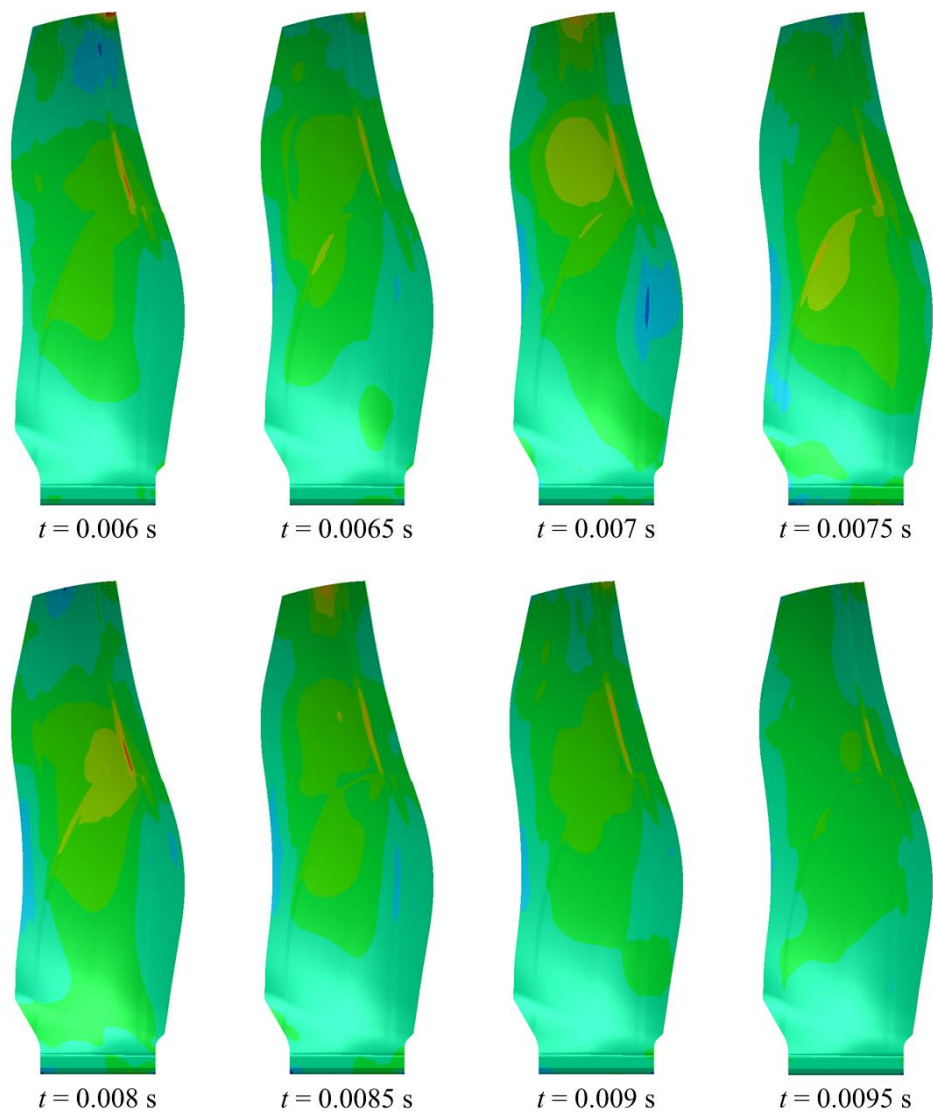
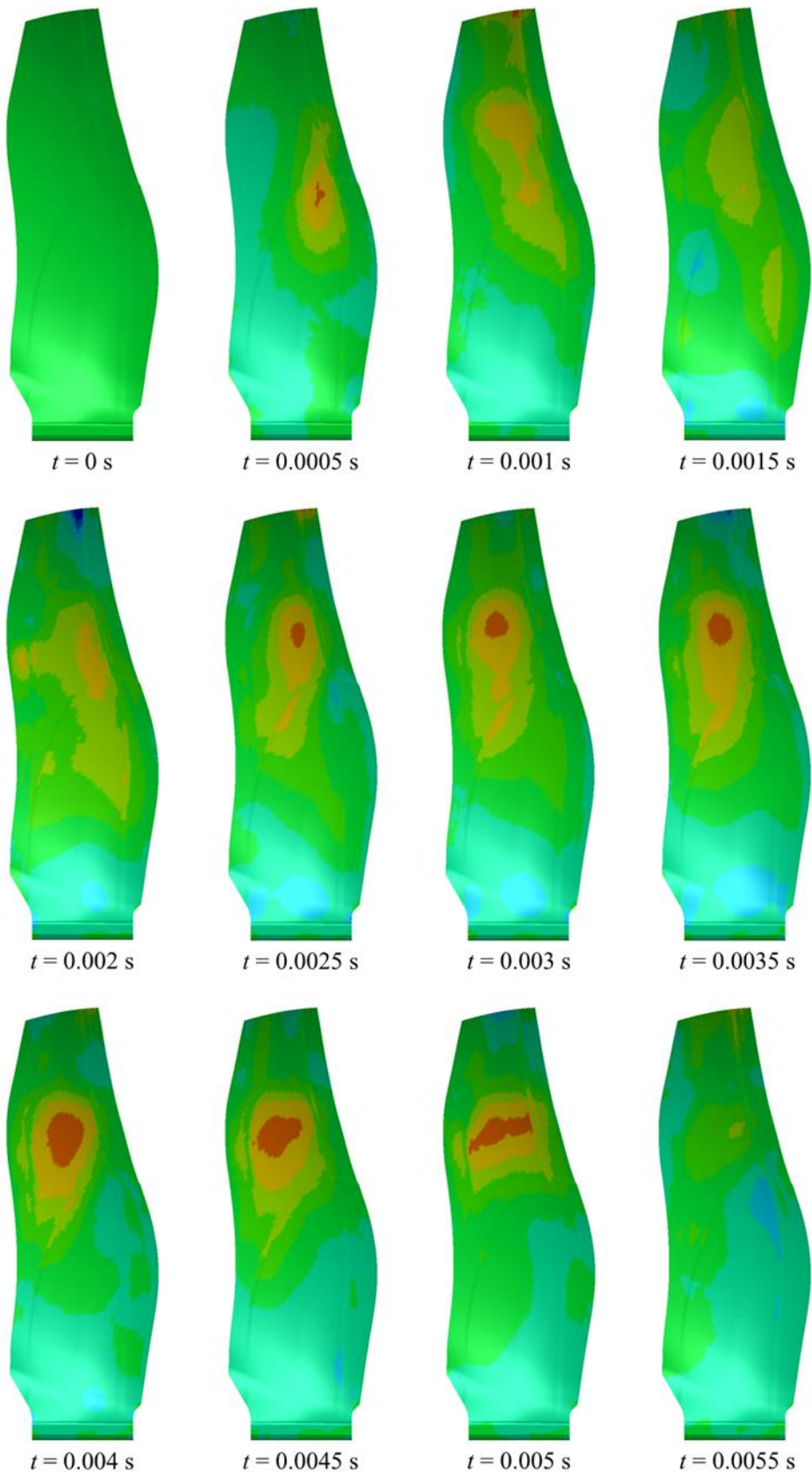


Fig. 4.27 Distribution of chordwise strain in CFRP part with fiber orientation angle $\theta = 0^\circ$ at Tip.



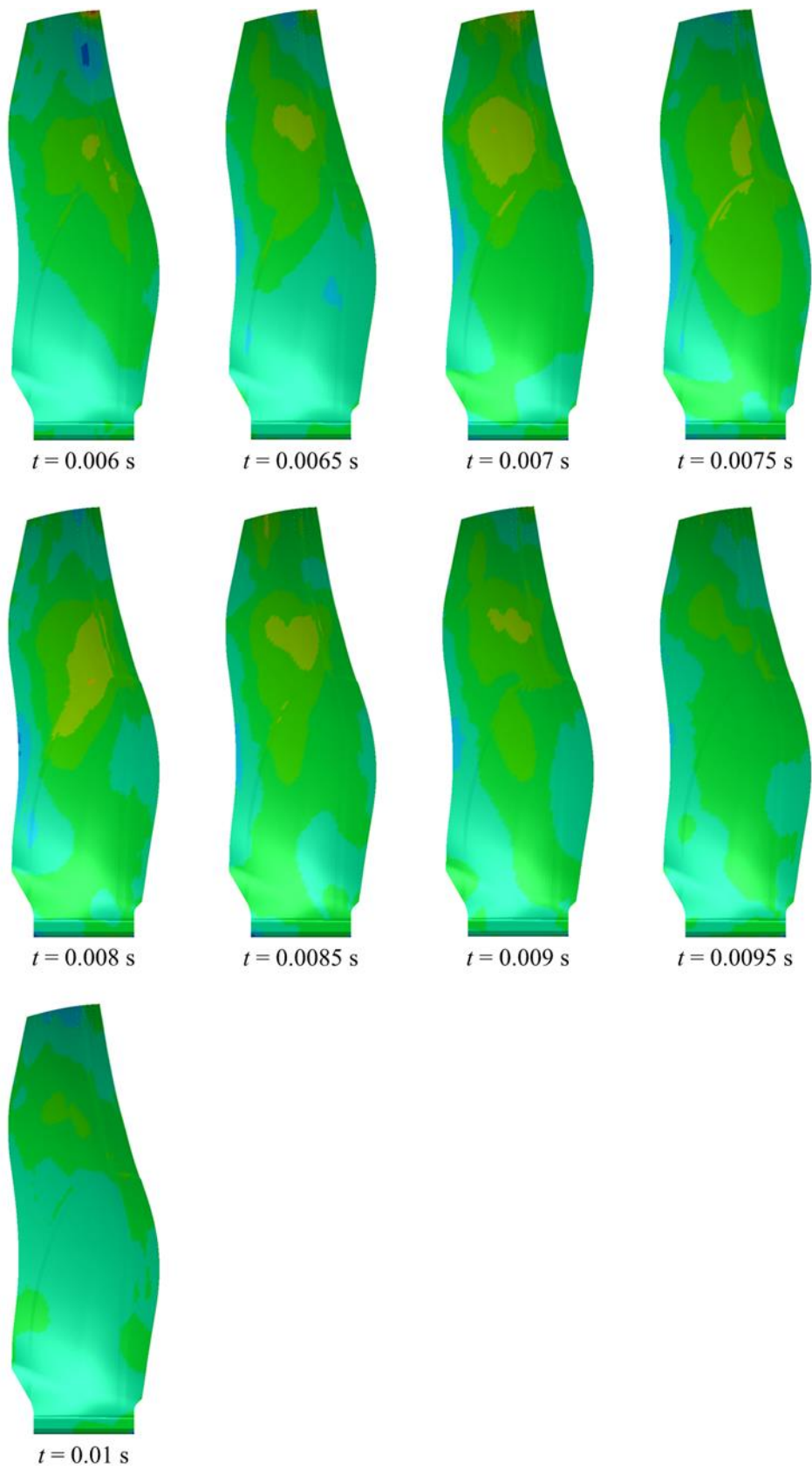


Fig. 4.28 Distribution of chordwise strain in CFRP part with fiber orientation angle $\theta = 90^\circ$ at Tip.

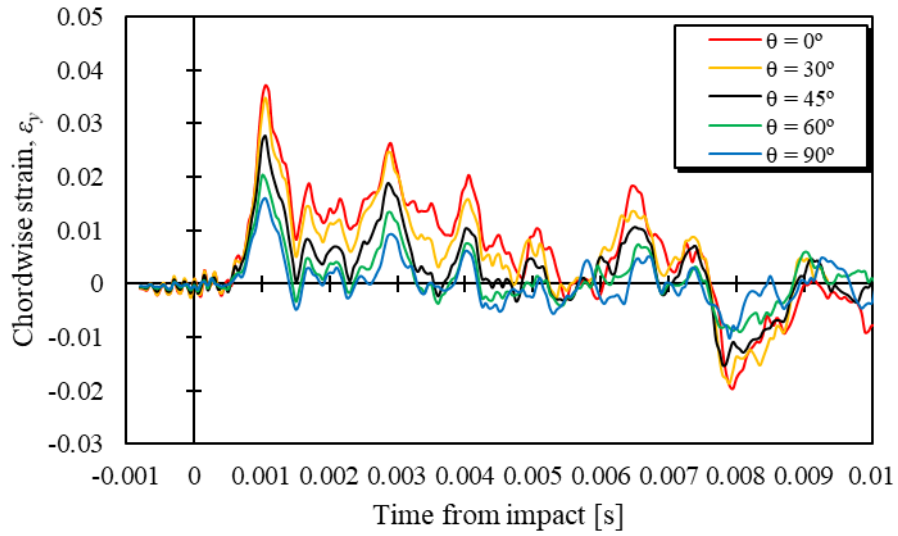


Fig. 4.29 History of equivalent strain in Tip where maximum ϵ_y occurs in the transient analysis with rotation with different fiber direction.

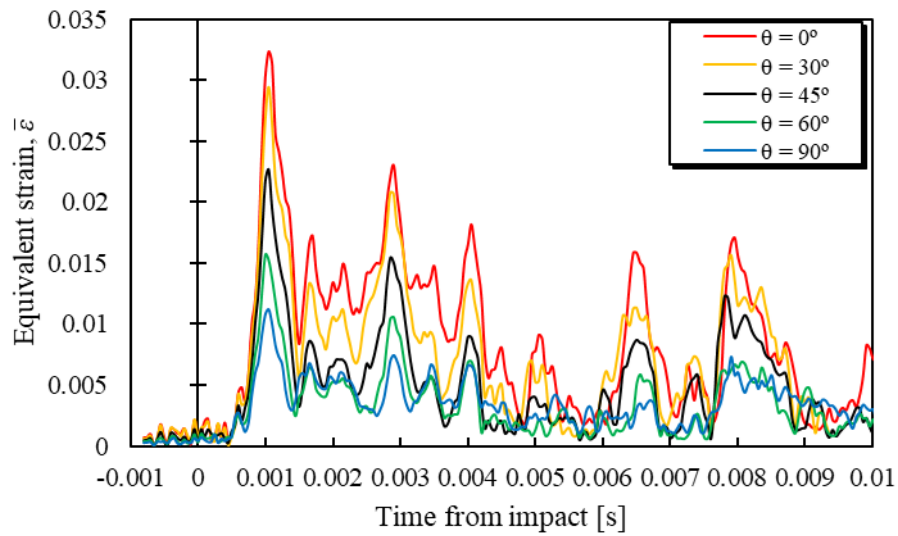


Fig. 4.30 History of equivalent strain in Tip where maximum ϵ_y occurs in the transient analysis with rotation with different fiber direction.

4.3 第4章のまとめ

本章では, バードストライクによってファンブレードの T.E.に伝播するスパン方向ひずみと Tip に伝播するコード方向ひずみを低減するために, 複合材ブレードの剛性分布変化させた. 製品化されているコンプライアントチップや金属シースを考慮し等方的に曲げ剛性を変化させることに加え, CFRP の異方性を念頭においた曲げ剛性に異方性を持たせるという様々な剛性分布について, 数値解析モデルを用いて衝撃応答解析の数値実験を行った. T.E.でのスパン方向ひずみを低減させるためには, T.E.における曲げ剛性をスパン方向に増加させコード方向には減少させることが効果的であることが示された. その一方で Tip でのコード方向ひずみを低減させるためには, Tip における曲げ剛性をコード方向に増加させスパン方向には減少させることが効果的であることが示された. また, 繊維配向角を変化させることで曲げ剛性の異方性を実現した上での衝撃応答解析を行った. 数値実験と同様に, T.E.領域において繊維をスパン方向に配向させ, Tip 領域において繊維をコード方向に配向させると, それぞれの領域においてスパン方向ひずみとコード方向ひずみを低減することが示された. さらに, バードストライクシミュレーションにおいても繊維配向角を変化させ過渡応答解析を行った. 数値解析モデルでの結果と同様に, Tip 領域において 90°材を増やすことで, Tip に伝播するコード方向ひずみが低減されることが確認された. 以上より, 部分的な繊維配向角によるひずみ低減手法の有用性が示唆された.

第5章 衝撃荷重によるファンブレード先端層間き裂進展

前章までは、バードストライクによってファンブレードの先端および後縁に伝播する波について、その特性や低減手法を検討してきた。衝突箇所で曲げ波が生じ、周縁部に伝播する。そして、周縁部で局所的な曲げ変形によるひずみのピークが生じることが分かった。複合材積層板の曲げによる主要な破壊モードの一つとしては層間剥離があり、バードストライクによる先端部の破壊を検討するには層間剥離の進展を解明する必要がある。剥離進展の解析にはいくつかの手法が存在するが、最も簡便なのはエネルギー解放率による評価である。特に慣性項の影響が無視できないような場合では、動的エネルギー解放率を使用することが求められる。しかし、エネルギー解放率を取得するための十分な要素分割の細かさを有するモデルを使用して動解析を行うのは、計算コストの点で不便である。そこでまず計算コストを抑えた動的エネルギー解放率の算出手法を提案する。その後、妥当性が確認された手法を用いて、バードストライクによる曲げ波によってファンブレードの先端でエネルギー解放率がどのように変化するかを検討する。

5.1 初期き裂を含むファンブレード先端モデル

T.E.領域およびTip領域における曲げ変形は本質的に同じであるため、本章ではTip領域でのエネルギー解放率についてのみ調査する。ファンブレードのTip領域を二次元の梁に単純化したモデル (Fig. 5.1) を考える。まずはこの平面モデルにおいて、曲げ振動が生じた際の動的エネルギー解放率を簡易的に算出する手法の検討を行う。

本解析は汎用有限要素解析ソフトウェア MSC Marc2017 を用いて有限要素解析を行った。モデル寸法は、 y 方向に b 、 z 方向に h とし、この諸元は第 2 章の数値解析モデルで使用した値と同じ値とし、 $b = 500 \text{ mm}$ 、 $h = 20 \text{ mm}$ である。また、 x 方向の奥行きは 1 mm とした。材料についても第 2 章の数値解析モデルで使用した値を使用した。このモデルには y 方向に 400 分割、 z 方向に 16 分割された計 6400 の 4 節点四角形平面ひずみ複合材要素が存在する。また、拘束なしの両端自由端とし、長さ a の初期き裂を $y = -b/2$ 側の自由端の中央面 ($z = 0$) に作成している。加えて、き裂の上下面には自己接触を定義した。

過渡応答におけるエネルギー解放率を取得するために、境界条件として $-z$ 方向に大きさ 1 N 、負荷時間 10^{-4} s のインパルス荷重を梁モデルの中央 ($y = 0$) に加えた。動解析陰解法である一般化 α 法を使用し、タイムステップは 10^{-5} s として 0.01 s まで解析を行った。

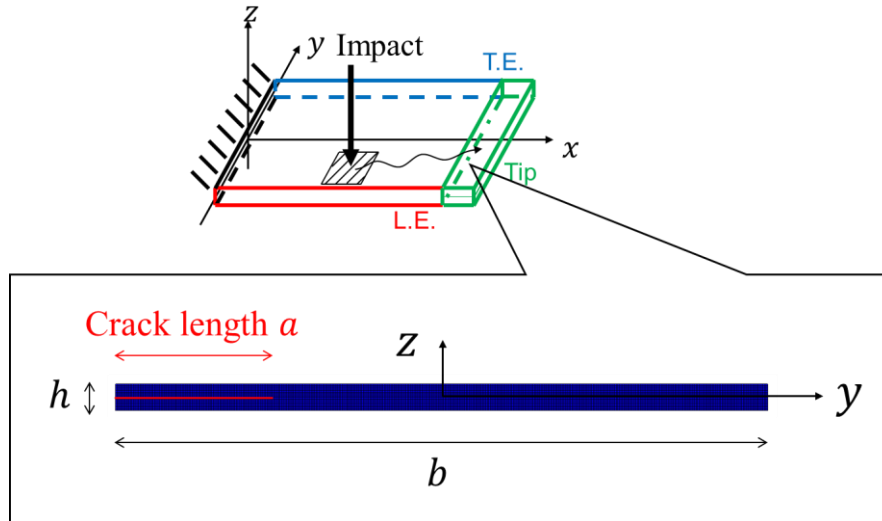


Fig. 5.1 Finite element model of tip region with initial crack.

また，過渡応答解析におけるエネルギー解放率を仮想き裂閉口法（Virtual Crack Closure Technique: VCCT）および J 積分を用いて算出した．エネルギー解放率は運動エネルギーを考慮しない静的エネルギー解放率と，運動エネルギーを考慮する動的エネルギー解放率に分類される．静的エネルギー解放率の定義は，

$$G_s = \frac{\partial(W - \Pi)}{\partial A} \quad (5.1)$$

であり，動的エネルギー解放率の定義は，

$$G_d = \frac{\partial(W - \Pi - T)}{\partial A} \quad (5.2)$$

である．ただし， W は外力仕事， Π はポテンシャルエネルギー， T は運動エネルギー， A はき裂面積である．一般的に，VCCTでは速度による項の影響が含まれておらず，有限要素解析におけるVCCTでのエネルギー解放率は以下の式より算出される．

$$\begin{aligned} G_{\text{I}} &= \frac{1}{2\Delta a} F_1 \delta_1 \\ G_{\text{II}} &= \frac{1}{2\Delta a} F_2 \delta_2 \\ G_{\text{III}} &= \frac{1}{2\Delta a} F_3 \delta_3 \end{aligned} \quad (5.3)$$

ただし， F_n はき裂先端の節点力であり， δ_n は仮想相対変位である．その一方で， J 積分は運動エネルギーを考慮することができ，以下の式で定義される．

$$J = \int_{\Gamma} \left[(W + T)n_1 - \sigma_{ij}n_i \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right] d\Gamma \quad (5.4)$$

ただし、有限要素解析においては、式(5.4)をストークスの定理を用いて以下のような面積積分に置き換えて計算している。

$$\bar{J} = \int_A \left[\sigma_{ij} \frac{\partial u_j}{\partial x_i} - (W + T)\delta_{1i} \right] \frac{\partial q_1}{\partial x_i} dA \quad (5.5)$$

さらに、動解析で得られた z 方向分布 $w(y, t)$ を変位指定境界条件として使用した静解析を 2 種類行った。一つ目は、梁モデルの最上面・最下面の節点のみに動解析で得られた z 方向分布 $w(y, t)$ を指定した静解析を行った (Fig. 5.2)。もう一つは、Fig. 5.3 のように、自由端 ($y = -b/2$) と衝撃負荷点 ($y = 0$) における z 方向の変位量を用いて以下の式で表される曲げ振動によるたわみ量を計算し、ENF のように $y = \pm b/2$ を固定し、 $y = 0$ のみに以下の $\delta(t)$ を与えた。

$$\delta(t) = w(0, t) - w\left(-\frac{b}{2}, t\right) \quad (5.6)$$

これらの静解析におけるエネルギー解法率は VCCT を使用して取得した。

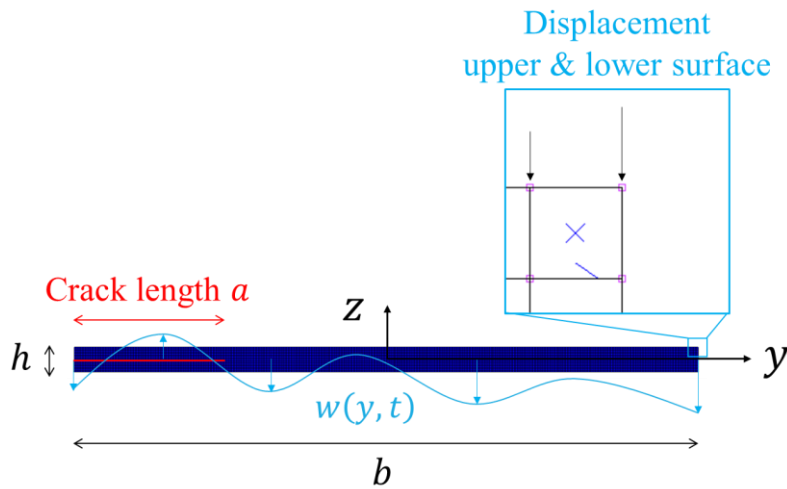


Fig. 5.2 Static analysis with displacement distribution $w(y, t)$ obtained from dynamic analysis.

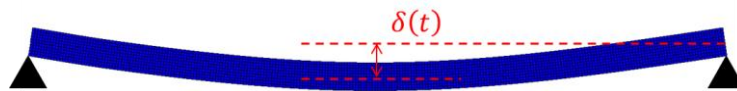


Fig. 5.3 Static analysis using deflection $\delta(t)$ obtained from dynamic analysis.

5.2 動解析および静解析でのエネルギー解放率

各解析条件下でのエネルギー解放率の時間履歴を Fig. 5.4 に示す。動解析における J 積分と VCCT によるエネルギー解放率の差は約 3% となり、運動エネルギーに比べてポテンシャルエネルギーが支配的であることが分かった。また VCCT の結果から、自由端梁の曲げ振動による剥離進展はモード II が支配的であることが分かる。最上面・最下面の $w(y, t)$ 分布を指定して静解析で求めたエネルギー解放率は、動解析におけるエネルギー解放率と同等の値をしていることがわかる。その一方で、 $\delta(t)$ を与えた場合でのエネルギー解放率はピーク値や周期が一致していない。式(5.6)で表されるたわみ量の時間履歴を Fig. 5.5 に示してあるが、曲げ振動の時間変化に比べ、動的エネルギー解放率は高周波で振動している。これは、過渡応答においては慣性力によって複雑な変位分布をしており、その分布によってき裂近傍の応力状態が決まっていると考えられる。以上より、動解析によって求めた変位分布を付与し、静解析を行うことで、振動中のエネルギー解放率を評価できるということが示された。

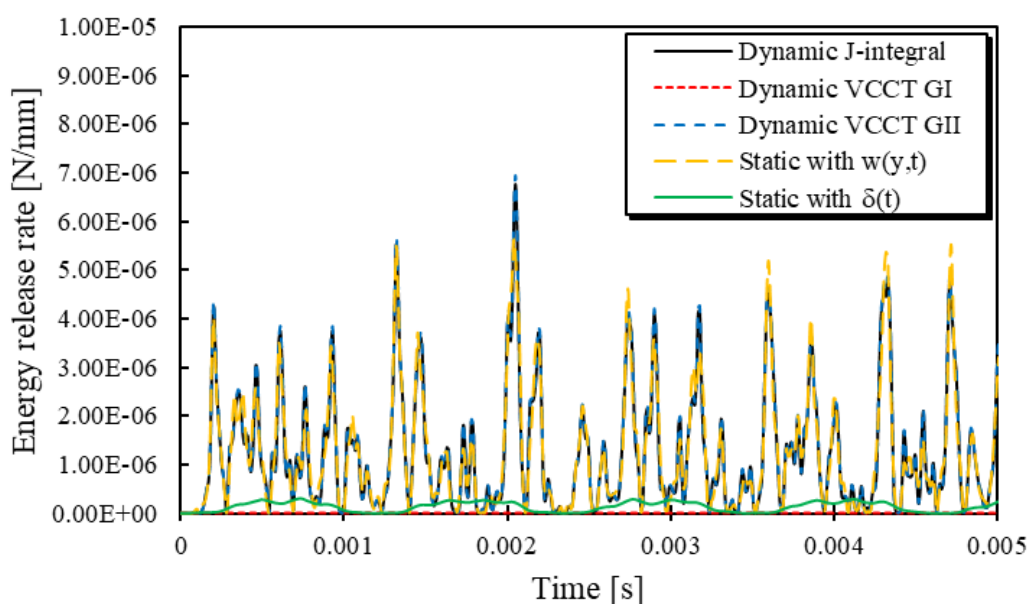


Fig. 5.4 History of energy release rate.

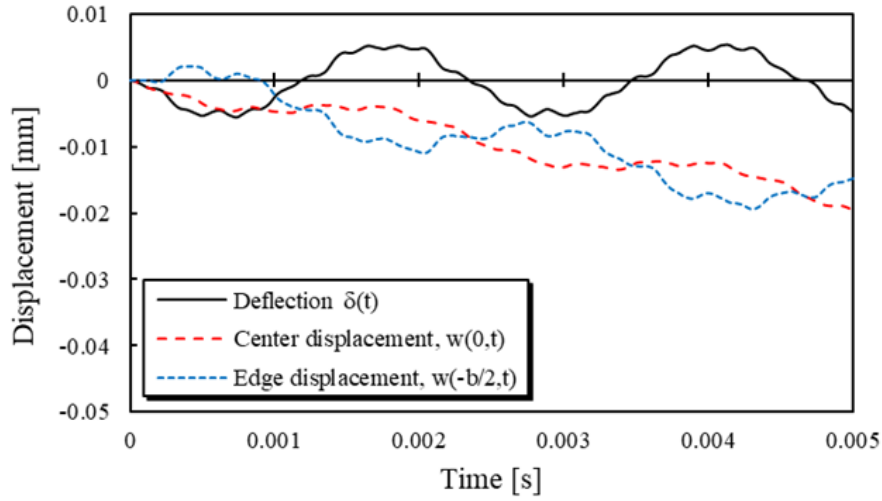


Fig. 5.5 History of out-of-plane displacement due to impulse load.

5.3 バードストライク衝撃波によるエネルギー解放率

前節の検証を踏まえ、動解析によって求めた面外変位の履歴を使用して静解析を行い、振動中のエネルギー解放率を評価する。第3章で示されている数値解析モデルの面外変位の履歴を使用する。数値解析モデルでは中央面での面外変位を計算していたため、Kirchhoffの垂直条件を加味して、中央面の変位分布 $w(y, t)$ を以下のように最上面・最下面の変位分布 $w_{\pm}(y, t)$ に置き換えた。

$$w_{\pm} = w \pm \frac{h}{2} \left(\cos \frac{\partial w}{\partial x} - 1 \right) \quad (5.6)$$

鳥衝突荷重による Tip ($x = 1000$) での z 方向の変位量を Fig. 5.6 に、その時のエネルギー解放率の時刻歴を Fig. 5.7 に示す。前節と同様に、巨視的な曲げ変形の周期に比べて、エネルギー解放率の周期は小さく振動している。また、き裂長さが大きくなるにつれて G_{II} が大きくなっており、き裂長さの変化に依らず同じ挙動をしていることが分かる。これは、検討した $a = 30$ mm までのき裂においては、モードの変化が生じていないということを示唆している。また、T.E.側に初期き裂を入れ同様の解析を行ったときのエネルギー解放率を Fig. 5.8 に示す。L.E.側の初期き裂に比べ、エネルギー解放率が大きいことが分かる。したがって、T.E.側で剥離が進展しやすいことが示唆された。

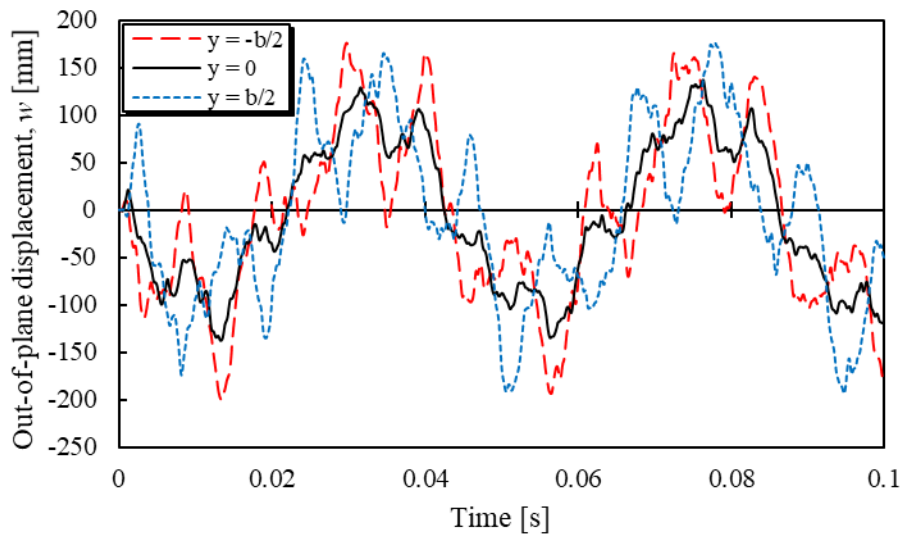


Fig. 5.6 History of out-of-plane displacement in Tip due to bird strike.

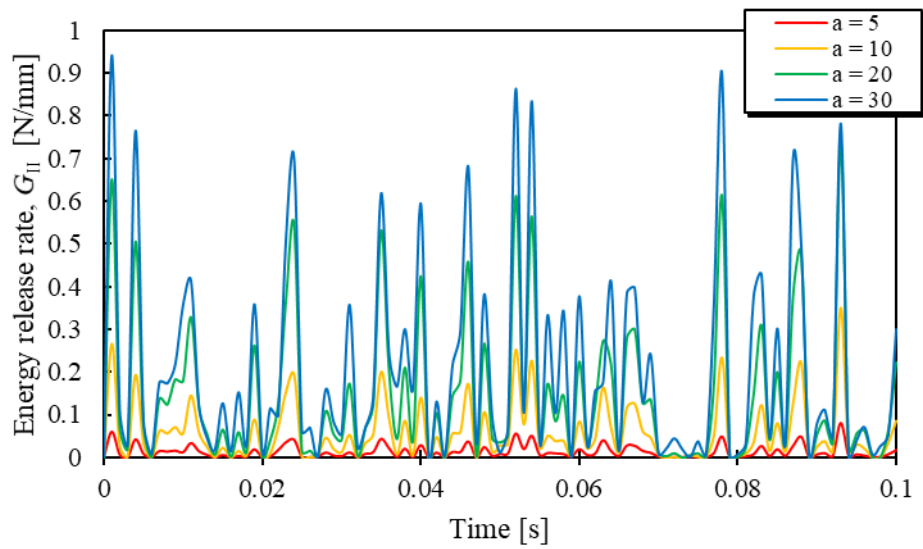


Fig. 5.7 History of mode II energy release rate due to initial crack on L.E..

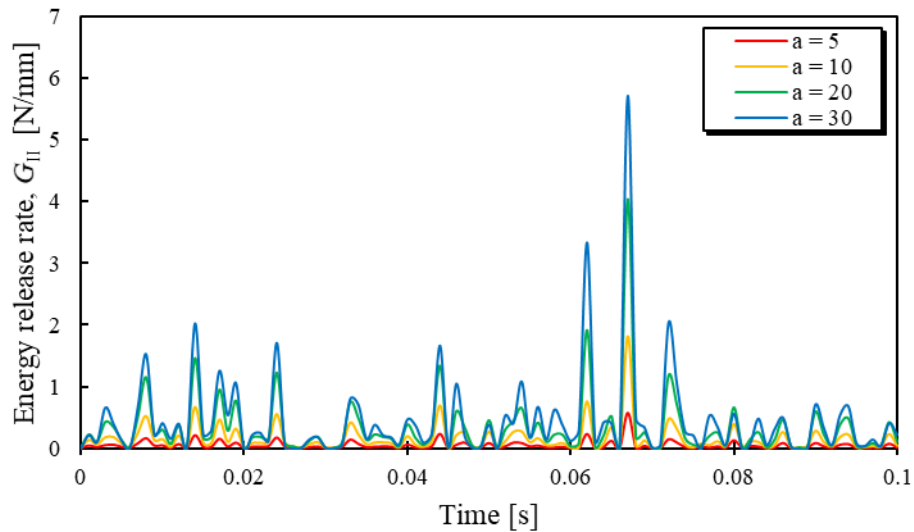


Fig. 5.8 History of mode II energy release rate due to initial crack on Tip.

また, Fig. 5.7 においてエネルギー解放率のピークが生じている代表的な時刻 ($t=0.001$ s, 0.004 s, 0.024 s, 0.054 s, 0.078 s) における最表面のコード方向ひずみ ε_y の分布を Fig. 5.9 に示す. L.E.側の初期き裂によってエネルギー解放率がピークになるとき, き裂近傍においてエネルギー解放率に比例した量のひずみ量の絶対値をとっており, き裂領域以外のひずみ分布については様々である. 同様に, Fig. 5.8 においてピークが生じている時刻 ($t=0.014$ s, 0.062 s, 0.067 s) での ε_y も Fig. 5.10 に示しているが, T.E.側の初期き裂においても, き裂近傍のひずみ分布に大きく依存しており, エネルギー解放率が大きくなっている時刻ほど, 表面ひずみの絶対値が大きい. すなわち, き裂先端の表面ひずみ (=曲げ変形量) に応じて, き裂近傍の応力分布に影響が与えられ, エネルギー解放率が増減すると考えられる.

このように, エネルギー解放率は表面ひずみの大きさに依存するため, 曲げ変形量を減少させることでエネルギー解放率を下げ, き裂進展を抑制することが可能であると考えられる. したがって, 前章において検討した積層構成を変化させる手法により, き裂進展を抑制することが可能であると考えられる. しかし, エネルギー解放率はき裂面近傍の応力分布に大きく依存するため, き裂が生じ得る内部の積層構成によっても変化し得る. そのため, 動的なき裂進展については, より詳細な検証が必要である. これは今後の課題とする.

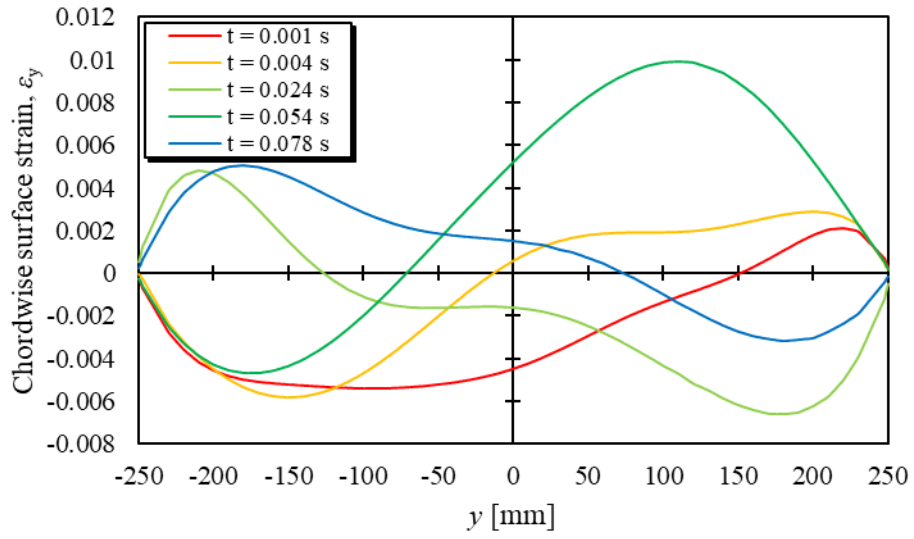


Fig. 5.9 Distribution of chordwise surface strain at the time of mode II energy release rate peak.

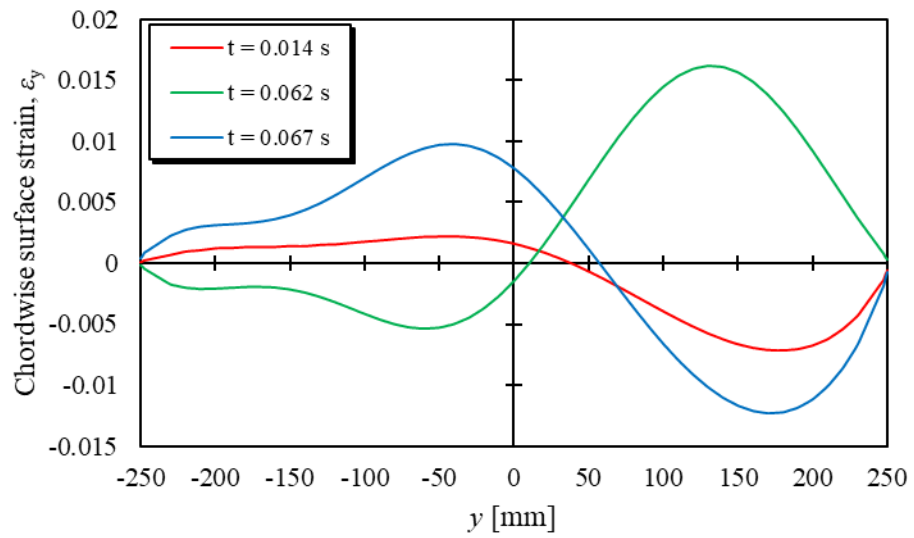


Fig. 5.10 Distribution of chordwise surface strain at the time of mode II energy release rate peak.

5.4 第5章のまとめ

本章では、バードストライクにより生じ複合材ファンブレードの周縁部に伝播した曲げ波に対して、エネルギー解放率の時間変化を解明した。計算コストを抑えるために、動解析で得られた変位分布を使用した静解析を行うことで、動的エネルギー解放率が算出できることを示した。また、き裂近傍の曲げ変形による表面ひずみ分布がエネルギー解放率の増減に大きく影響を与えており、曲率の値が大きくなる後縁側で剥離が進展しやすいことが示唆された。

第6章 結論

本章では、本研究の結論と今後の課題について述べる。

本研究では、CFRP 複合材ファンブレードのバードストライク現象において、周縁部における破壊を引き起こし得る応力やひずみを低減するために、数値解析モデルを作成しそれらの特性を調査した。本論文で提案する数値解析モデルでは、ファンブレードを片持ち平板に簡略化し、古典積層理論、Hamilton の原理、Rayleigh-Ritz 法を用いて多自由度の運動方程式が導出され、固有振動解析と過渡応答解析を行った。作成した数値解析モデルは、同形状の有限要素解析モデルにより計算結果の妥当性が確認された。また、実形状をしたファンブレードフルモデルを用いて、バードストライク現象を模擬できるということも示された。

固有振動解析では、数値解析モデルでもフルモデルでも、曲げおよび捩りによって構成される面外変形モードが低次モードで観察された。巨視的にスパン方向に変化するモードだけでなく、周縁部においてスパン方向やコード方向に局所的に腹が生じるような固有振動モードも低次で観測された。

また過渡応答解析では、周縁部に伝播した波によって衝突直後に急激にファンブレード先端が立ち上がるようなホッピングモーションを特定することができた。また、曲げ波によって T.E.にはスパン方向ひずみが伝播し約 0.001 s 付近にピーク値を持ち、Tip にはコード方向ひずみが伝播し約 0.001 s 付近にピーク値を持つ。周期的にピークが現れるが、摩擦減衰の効果によって初期のピーク値が時間応答の中で最大値となる。これらのひずみがファンブレード周縁部の破壊を引き起こし得る原因であることが示唆された。

さらに、これらのひずみピーク値を引き起こす固有振動モードが存在し、特定することができた。数値解析モデルにおいて、動的応答を固有振動毎の成分の重ね合わせで表現した。各成分は sin 波で表され、その振幅値を取得することで、ひずみピーク値を誘発する支配的なモードを定量的に抽出することができた。また、フルモデルにおいても同様の考え方を適用し、ホッピングひずみをもたらす固有振動モードを示した。これらのモードは、衝突が生じる L.E.の箇所にも腹があるような振動モード形状であると同時に、ひずみが生じる T.E.や Tip にも腹があるような振動モード形状である。

また、回転がある場合では、遠心力で生じる定常状態の面内応力によって幾何剛性が生じ、固有振動数が上昇する。低次モードほどその影響は大きく、高次モードでは影響は小さい。したがって、初期の立ち上がりを起こすようなモードは回転の影響を大きくは受けないことが示された。しかし、面内応力による幾何剛性の上昇により、衝突の際の荷重が増え、ファンブレードに与えられるエネルギーが大きくなる。その結果、回転が無いような条件と比べて、ひずみのピークが生じる時刻は変わらないがピーク値が上昇し得ることが分かった。

数値解析モデルを使用し、鳥衝突位置の感度やファンブレードのアスペクト比の影響に

についても調査した。鳥衝突位置によって応答が大きく変化し、スパン方向ひずみはコード方向に関して L.E.側での衝撃によってひずみのピーク値が大きくなり、コード方向ひずみは Tip 側やコード中心側での衝撃によってひずみのピーク値も大きくなる。また、アスペクト比が小さいファンブレードほど、周縁部で局所的に変形する固有振動モードが低次で発現するため、ひずみのピーク値も大きくなることが示唆された。

周縁部に伝播するひずみ波を低減する手法として、剛性分布の探索を行った。製品化されている複合材ファンブレードに適用されているコンプライアントチップや金属シースの影響に加え、剛性に異方性を持たせた場合の影響についての数値実験を数値解析モデルにて行った。曲げ剛性の 2 倍程度の変化では、周縁部を硬くした方がよいという結果が得られた。また、等方的に硬くするのではなく、スパン方向ひずみを抑えるためにはスパン方向を硬くし、そのトランスバースであるコード方向は柔らかくした方がよりよい低減効果が発揮されることが示された。同様に、コード方向ひずみを抑えるためにはコード方向を硬くし、スパン方向を柔らかくするのが良いことが分かった。これを CFRP の異方性を利用すると繊維配向角によって曲げ剛性の異方性が再現され、積層構成分布のみで周縁部でのひずみを抑制することができる。また、フルモデルにおいても同様の効果が確認された。以上から、繊維と平行に配向したひずみが低減されることが示唆され、特にクリティカルなひずみが生じている領域付近の積層分布に依存することが確認された。この特徴は複合材積層板の構造設計を行う際の知見として有用であると考えられる。

また、動解析で得られた変位分布を使用した静解析を行うことで、動的エネルギー解放率が算出できることを示し、バードストライクにより生じ複合材ファンブレードの周縁部に伝播する曲げ波に対して、エネルギー解放率の時間変化を取得した。

今後の課題としては、まず本研究で得られた知見の実験的検証が考えられる。本研究で得られた結果は数値実証であり、実構造で相当の効果が発揮されるか検証する必要がある。また、本研究の積層構成分布は領域毎に独立して繊維配向角を設定していたため、領域間での繊維配向角は不連続なものであった。しかし実際のファンブレードの製造を考えると、連続的な繊維配向となる積層構成分布の方が製造コストは低い。繊維の連続、不連続性における波伝播の低減に関しても実験的検証が期待される。

周縁部に伝播する応力、ひずみを低減するという目的に基づき、それらの低減手法を提案した。これらの低減効果が実際に引き起こされる複合材ファンブレードの破壊を直接的に抑制することができるのかに関しては、より詳細な破壊解析が必要である。

また、積層構成を変化させたことによるその他の影響を調査する必要がある。特に周縁部での固有振動モード形状を変化させるため、異方性を設けることによる空力性能への影響やフラッターの生じやすさについて検討する必要がある。そのため空気力学との連成やフラッター解析が必要とされる。

Appendix A 固有振動モード関数の導出

ここでは、2.2.4 項の Rayleigh–Ritz 法で使用している梁の固有振動モード関数について述べる。

A.1 片持ち梁の面外振動モード

一様な等方性片持ち梁の面外方向の自由振動に関する平衡方程式は、

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \left(EI \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) + \mu \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = 0 \quad (\text{A.1})$$

ただし、 E はヤング率、 I は断面二次モーメントを表す。この方程式の解を t に関する時間変化の関数 $W(t)$ と、 x に関するモード形状関数 $X(x)$ に分離する。

$$w = W(t)X(x) \quad (\text{A.2})$$

時間変化は単振動を仮定して、

$$W(t) = A \cos \omega t + B \sin \omega t \quad (\text{A.3})$$

と表す。これらを式(A.1)に代入することにより、

$$\frac{\partial^4 X}{\partial x^4} - \left(\frac{\lambda}{L} \right)^4 X = 0 \quad (\text{A.4})$$

ただし、

$$\lambda = \left(\frac{\mu \omega^2 L^4}{EI} \right)^{\frac{1}{4}} \quad (\text{A.5})$$

であり、式(A.4)の解として、

$$X(x) = C_1 \cosh \frac{\lambda x}{L} + C_2 \sinh \frac{\lambda x}{L} + C_3 \cos \frac{\lambda x}{L} + C_4 \sin \frac{\lambda x}{L} \quad (\text{A.6})$$

が得られる。ただし、 C_n は任意定数である。

片持ち梁の境界条件は、

$$\begin{aligned} w(0) &= 0 \\ \frac{dw}{dx}(0) &= 0 \\ M(L) &= EI \left. \frac{d^2 w}{dx^2} \right|_{x=L} = 0 \\ Q(L) &= EI \left. \frac{d^3 w}{dx^3} \right|_{x=L} = 0 \end{aligned} \quad (\text{A.7})$$

であるから、式(A.6)を式(A.7)に適用して C_n に関する連立方程式が得られる。 C_n が非自明解

を持つ条件を考慮すると、 λ に関する以下の条件式が得られる。

$$\cosh \lambda \cos \lambda = -1 \quad (\text{A.8})$$

したがって、式(A.8)を満たす λ が一様等方性片持ち梁の固有値となる。式(A.8)の解を λ_n とおくと、片持ち梁の固有振動モード関数は、

$$X(x) = \cosh \frac{\lambda_n x}{L} - \cos \frac{\lambda_n x}{L} - \alpha_n \left(\sinh \frac{\lambda_n x}{L} - \sin \frac{\lambda_n x}{L} \right) \quad (\text{A.9})$$

となる。ただし、

$$\alpha_n = \frac{\cosh \lambda_n + \cos \lambda_n}{\sinh \lambda_n + \sin \lambda_n} \quad (\text{A.10})$$

である。

A.2 両端自由梁の面外振動モード

両端自由梁の面外振動モード形状関数 $Y(y)$ に関しては、式(A.6)より、原点を梁の中心にとると、

$$Y(y) = C_1 \cosh \frac{\lambda}{b} \left(y + \frac{b}{2} \right) + C_2 \sinh \frac{\lambda}{b} \left(y + \frac{b}{2} \right) + C_3 \cos \frac{\lambda}{b} \left(y + \frac{b}{2} \right) + C_4 \sin \frac{\lambda}{b} \left(y + \frac{b}{2} \right) \quad (\text{A.11})$$

となる。また、境界条件については式(A.7)の代わりに以下の式を適用する。

$$\begin{aligned} M \left(-\frac{b}{2} \right) &= EI \frac{d^2 w}{dx^2} \Big|_{y=-b/2} = 0 \\ Q \left(-\frac{b}{2} \right) &= EI \frac{d^3 w}{dx^3} \Big|_{y=-b/2} = 0 \\ M \left(\frac{b}{2} \right) &= EI \frac{d^2 w}{dx^2} \Big|_{y=b/2} = 0 \\ Q \left(\frac{b}{2} \right) &= EI \frac{d^3 w}{dx^3} \Big|_{y=b/2} = 0 \end{aligned} \quad (\text{A.12})$$

λ に関する固有方程式が得られる

$$\begin{aligned} \lambda &= 0 \\ \cosh \lambda \cos \lambda &= 1 \end{aligned} \quad (\text{A.13})$$

式(A.13.2)から得られる固有値 λ_n を用いると、 $Y(y)$ は以下のように表せられる。

$$Y(y) = \cosh \frac{\lambda_n}{b} \left(y + \frac{b}{2} \right) + \cos \frac{\lambda_n}{b} \left(y + \frac{b}{2} \right) - \beta_n \left(\sinh \frac{\lambda_n}{b} \left(y + \frac{b}{2} \right) + \sin \frac{\lambda_n}{b} \left(y + \frac{b}{2} \right) \right) \quad (\text{A.14})$$

ただし、

$$\beta_n = \frac{\cosh \lambda_n - \cos \lambda_n}{\sinh \lambda_n - \sin \lambda_n} \quad (\text{A.15})$$

である．一方で，式(A.13.1)からも面外振動モード形状関数が得られる． $\lambda=0$ が重解であるから，式(A.4)の解は，

$$Y(y) = C_5 + C_6 \left(y + \frac{b}{2}\right) + C_7 \left(y + \frac{b}{2}\right)^2 + C_8 \left(y + \frac{b}{2}\right)^3 \quad (\text{A.16})$$

として表すことができる．式(A.12)を考慮すると， $C_7 = C_8 = 0$ が得られる．また，正規化条件

$$\int_{-b/2}^{b/2} Y(y) \cdot Y(y) dy = b \quad (\text{A.17})$$

を考慮すると，

$$Y(y) = 1 \quad (\text{A.18})$$

または，

$$Y(y) = \pm \frac{2\sqrt{3}}{b} y \quad (\text{A.19})$$

が得られる．式(A.18)および式(A.19)は剛体変位のモード関数となっており，梁の変形はない．

A.3 面外振動モード関数の簡易化

式(A.8)および式(A.13.2)の方程式を解くことは難しく，Newton 法等を使用して近似的に解を求める必要がある．また，前項までで得られた面外振動モード形状関数は双曲線関数を含んでおり，双曲線関数は変数によってその大きさが指数関数的に増加するため，数値計算には不向きである．そこで Dugundji は，固有方程式の解や振動モード形状関数を簡易的に表現する近似式を導出した[41]．式の導出については割愛するが，式(A.8)の解は， $n \geq 2$ に対し，精度 0.01 %で，

$$\alpha_n \approx \left(n - \frac{1}{2}\right)\pi \quad (\text{A.20})$$

となる．また，式(A.9)は，

$$X(x) \approx -\cos \frac{\lambda_n x}{L} + \sin \frac{\lambda_n x}{L} + e^{-\frac{\lambda_n x}{L}} + (-1)^{n+1} e^{-\frac{\lambda_n (L-x)}{L}} \quad (\text{A.21})$$

となる．式(A.13.2)の解についても， $n \geq 2$ に対し，精度 0.01 %で，

$$\beta_n \approx \left(n + \frac{1}{2}\right)\pi \quad (\text{A.22})$$

となり，式(A.14)は，

$$Y(y) \approx \cos \frac{\lambda_n}{b} \left(y + \frac{b}{2}\right) - \sin \frac{\lambda_n}{b} \left(y + \frac{b}{2}\right) + e^{-\frac{\lambda_n (y+b/2)}{b}} + (-1)^{n+1} e^{-\frac{\lambda_n (b/2-y)}{b}} \quad (\text{A.23})$$

となる。式(A.9)と式(A.21)の $X_{10}(L)$ の計算結果を比較してみると、7桁まで一致することを確認した。

A.4 面内振動モード関数

一様な等方性片持ち梁の面内軸方向の自由振動に関する平衡方程式は、

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(EA \frac{\partial u}{\partial x} \right) - \rho A \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 0 \quad (\text{A.24})$$

である。ただし、 A は軸方向に沿った断面積を表す。式(A.2)と同様に変数分離を行うと、

$$\frac{\partial^2 X}{\partial x^2} + \left(\frac{\lambda}{L} \right)^2 X = 0 \quad (\text{A.25})$$

ただし、

$$\lambda = \left(\frac{\rho L^2}{E} \right)^{\frac{1}{4}} \quad (\text{A.26})$$

であり、式(A.25)の解として、

$$X(x) = C_1 \cos \frac{\lambda x}{L} + C_2 \sin \frac{\lambda x}{L} \quad (\text{A.27})$$

が得られる。ただし、 C_n は任意定数である。

片持ち梁の境界条件は、

$$\begin{aligned} w(0) &= 0 \\ \left. \frac{dw}{dx} \right|_{x=L} &= 0 \end{aligned} \quad (\text{A.28})$$

であるから、式(A.27)を式(A.28)に適用して $C_1=0$ が得られる。また、式(A.27)が非自明解を持つ条件を考慮すると、 λ に関する以下の条件式が得られる。

$$\cos \lambda = 0 \quad (\text{A.29})$$

したがって、固有値 λ_n は、

$$\lambda_n = \frac{(2n-1)\pi}{2} \quad (\text{A.30})$$

であり、

$$X(x) = \sin \frac{(2n-1)\pi x}{2L} \quad (\text{A.31})$$

また、両端自由梁の面内軸方向振動モード形状関数 $Y(y)$ に関しては、式(A.27)より、原点を梁の中心にとると、

$$Y(y) = C_1 \cos \frac{\lambda}{b} \left(y + \frac{b}{2} \right) + C_2 \sin \frac{\lambda}{b} \left(y + \frac{b}{2} \right) \quad (\text{A.32})$$

となる。また、境界条件については式(A.28)の代わりに以下の式を適用する。

$$\left. \frac{dw}{dy} \right|_{y=-b/2} = \left. \frac{dw}{dy} \right|_{y=b/2} = 0 \quad (\text{A.33})$$

式(A.32)を式(A.33)に適用して $C_2=0$ が得られる。また、式(A.32)が非自明解を持つ条件を考慮すると、 λ に関する以下の条件式が得られる。

$$\sin \lambda = 0 \quad (\text{A.34})$$

したがって、固有値 λ_n は、

$$\lambda_n = n\pi \quad (\text{A.35})$$

であり、

$$Y_{v_n}(y) = \cos \frac{n\pi}{b} \left(y + \frac{b}{2} \right) = \sin \left(\frac{n\pi y}{b} + \frac{(n-1)\pi}{2} \right) \quad (\text{A.36})$$

また、式(2.49.1)、式(2.50.1)の $Y_{u_n}(y)$ および式(2.49.2)、式(2.50.2)の $X_{v_n}(x)$ は、境界条件である式(A.28)式(A.33)をそれぞれ満たすような関数である。

Appendix B 数値解析モデルにおける数学的処理と仮定

本数値解析モデルでは、回転状態での平板のラグランジュ関数を使用している。このラグランジュ関数導出の際、いくつか仮定を設けたがその仮定の意義をここで確認する。

B.1 変分の順序交換

第2章において、ラグランジュ関数を導出する際、 w が u_0 や v_0 と独立であると仮定した。これは先行研究[37]において用いられた、振動応答中において面内応力は平衡状態の値のまま一定であるという仮定と同じ意味をしている。

ここでは、式(2.40)の導出の際に使用した、関数 $f, u \in V$ に対し以下の式が成り立つための条件を確認する。

$$\int_V f \delta u dV = \delta \int_V \left(\int f du \right) dV \quad (\text{B.1})$$

まず、関数 $g \in V$ を用いて、

$$I = \int_V g dV \quad (\text{B.2})$$

とおく。Iに関してテーラー展開を使用すると、

$$\begin{aligned} \delta I &= \int_V g(u_0 + \delta u) dV - \int_V g(u_0) dV \\ &= \int_V \left\{ g(u_0) + \frac{\partial g}{\partial u} \delta u \right\} dV - \int_V g(u_0) dV \\ &= \int_V \frac{\partial g}{\partial u} \delta u dV \end{aligned} \quad (\text{B.3})$$

したがって、

$$\delta \int_V g dV = \int_V \frac{\partial g}{\partial u} \delta u dV \quad (\text{B.4})$$

ここで、

$$f = \frac{\partial g}{\partial u} \Leftrightarrow g = \int f du \quad (\text{B.5})$$

とおくと、式(B.1)が得られる。

この変形における必要十分条件は、 g が u に関して微分可能であるということ、すなわち、式(B.5)が成立することである。ただし、 g が u' 等の関数になっている場合は、式(B.3)での展開項が増えることに注意しなくてはならない。すなわち、 w が u_0 や v_0 と独立であるという仮定を使用することで、式(B.5)を満たすことになり、式(2.40)が導出できる。

B.2 回転時の面内応力

前節で挙げた、振動応答中において面内応力は平衡状態の値のまま一定であるという仮定に関して、2.4節で示した有限要素解析モデルでの応力値を確認した。 $(x, y) = (500, 0)$ における最上面 ($z = h/2$) と中央面 ($z = 0$) の応力履歴を Fig. B.1 に示す。中央面でのコード方向面内応力 σ_y は非常に小さい。一方で、中央面でのスパン方向面内応力 σ_x は最上面でのスパン方向応力 σ_x の振動に合わせて変化している。これは、大変形による幾何剛性非線形性により、面内での変形が誘発され応力が生じているからであると考えられる。したがって、「振動応答中において面内応力は平衡状態の値のまま一定である」という仮定、すなわち、「 w が u_0 や v_0 と独立である」という仮定は、大変形を考慮する際には、厳密には成立していない。しかし、中央面でのスパン方向面内応力 σ_x の最大値は、最上面でのスパン方向応力 σ_x の最大値の10%程度であり、数値解析モデルを作成する上では、面内応力の変化の影響は小さいと考えられる。

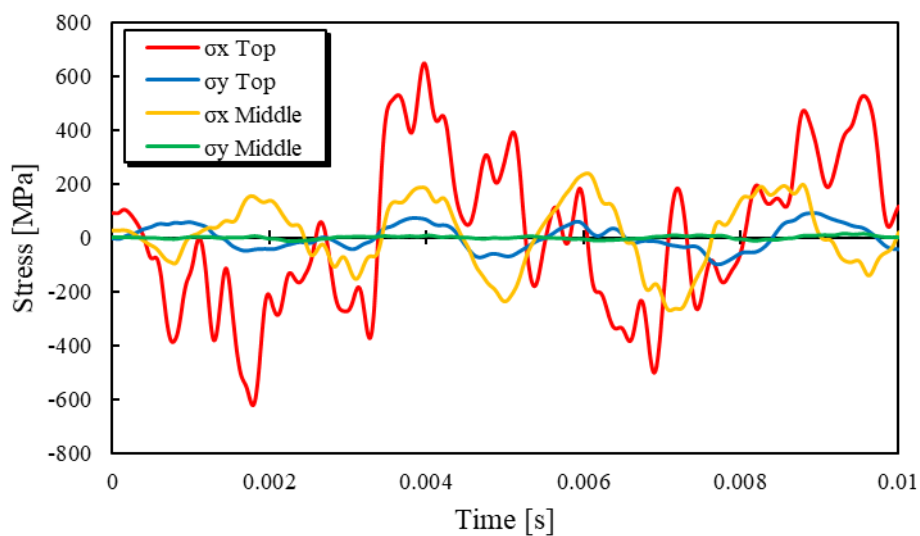


Fig. B.1 History of top surface and middle surface stress at $(x, y) = (500, 0)$.

B.3 定常状態と振動状態のモード関数

2.2.4 項において、定常状態と振動状態のモード関数を同じものを用いるとし、式(2.49)および式(2.50)を定義した。この仮定は、式(2.39)および式(2.40)が簡潔になるために用いられている。ここでは、具体的な途中計算式を記載し、定常状態と振動状態のモード関数を同じものを用いる意義について示す。

式(2.39)および式(2.40)の導出は非常に複雑であるため、1次元梁の面内振動に関して以下に途中計算式を示す。Fig. B.2 のような片持ち梁を考え、代表体積要素での平衡方程式を考えると、

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(E \frac{\partial u}{\partial x} \right) + f_c - \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 0 \quad (\text{B.6})$$

ただし、 f_c は代表体積要素にはたらく遠心力であり、面内変位 u によって増減する量を考慮して、

$$f_c = \rho \Omega^2 (x + u) \quad (\text{B.7})$$

で表される。式(B.6)に変位増分 δu をかけて積分すると、ハミルトンの原理および以下のラグランジュ関数を得られる。

$$L = T - \Pi + \Pi_c = \int_V \left\{ \frac{1}{2} \rho \left(\frac{\partial u}{\partial t} \right)^2 - \frac{1}{2} E \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \rho \Omega^2 x u + \frac{1}{2} \rho \Omega^2 u^2 \right\} dV \quad (\text{B.8})$$

ここで、面内変位を定常状態 \bar{u} と、定常状態を基準とした振動状態 \tilde{u} に分けて考える。

$$u(x, t) = \bar{u}(x, t) + \tilde{u}(x, t) \quad (\text{B.9})$$

ラグランジュ関数のうち、定常状態のみの成分を L_1 にまとめ、振動状態を含む成分を L_2 にまとめて計算すると、それぞれの値は以下のようなになる。

$$L_1 = - \int_V \frac{1}{2} E \left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial x} \right)^2 dV + \int_V \rho \Omega^2 x \bar{u} dV + \int_V \frac{1}{2} \rho \Omega^2 \bar{u}^2 dV \quad (\text{B.10})$$

$$L_2 = \int_V \frac{1}{2} \rho \left(\frac{\partial \tilde{u}}{\partial t} \right)^2 dV - \int_V \frac{1}{2} E \left(\frac{\partial \tilde{u}}{\partial x} \right)^2 dV + \int_V \rho \Omega^2 x \tilde{u} dV + \int_V \frac{1}{2} \rho \Omega^2 \tilde{u}^2 dV \quad (\text{B.11})$$

$$- \int_V E \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} \frac{\partial \tilde{u}}{\partial x} dV + \int_V \rho \Omega^2 \bar{u} \tilde{u} dV$$

ここで、

$$\bar{u}(x, t) = \sum_i^{N_u} \bar{U}_i(t) \varphi_i(x) \quad (\text{B.12})$$

$$\tilde{u}(x, t) = \sum_i^{N_u} \tilde{U}_i(t) \psi_i(x)$$

とおくと, L_1 に関するラグランジュ方程式の計算は以下ようになる.

$$\begin{aligned}\frac{\partial L_1}{\partial \bar{U}_i} &= -\left(\int_V E\varphi'_i(x)\varphi'_j(x)dV\right)\bar{U}_j + \Omega^2 \int_V \rho x\varphi_i(x)dV \\ &\quad + \left(\Omega^2 \int_V \rho\varphi_i(x)\varphi_j(x)dV\right)\bar{U}_j \\ &= 0\end{aligned}\tag{B.13}$$

また, L_2 に関するラグランジュ方程式の計算は以下ようになる.

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L_2}{\partial \tilde{U}_i}\right) = \left(\int_V \rho\psi_i(x)\psi_j(x)dV\right)\tilde{\ddot{U}}_j\tag{B.14}$$

また,

$$\begin{aligned}\frac{\partial L_2}{\partial \tilde{U}_i} &= -\left(\int_V E\psi'_i(x)\psi'_j(x)dV\right)\tilde{U}_j + \Omega^2 \int_V \rho x\psi_i(x)dV - \left(\int_V E\psi'_i(x)\varphi'_j(x)dV\right)\bar{U}_j \\ &\quad + \left(\Omega^2 \int_V \rho\psi_i(x)\varphi_j(x)dV\right)\bar{U}_j + \left(\Omega^2 \int_V \rho\psi_i(x)\psi_j(x)dV\right)\tilde{U}_j\end{aligned}\tag{B.15}$$

ここで, 定常状態と振動状態のモード関数を同じものとする. すなわち,

$$\varphi_i(x) \equiv \psi_i(x)\tag{B.16}$$

とすると, 式(B.15)の右辺の3つの項が式(B.13)に対応しており,

$$\begin{aligned}\frac{\partial L_2}{\partial \tilde{U}_i} &= -\left(\int_V E\varphi'_i(x)\varphi'_j(x)dV\right)\tilde{U}_j + \Omega^2 \int_V \rho x\varphi_i(x)dV - \left(\int_V E\varphi'_i(x)\varphi'_j(x)dV\right)U_{0j} \\ &\quad + \left(\Omega^2 \int_V \rho\varphi_i(x)\varphi_j(x)dV\right)U_{0j} + \left(\Omega^2 \int_V \rho\varphi_i(x)\varphi_j(x)dV\right)\tilde{U}_j \\ &= -\left(\int_V E\varphi'_i(x)\varphi'_j(x)dV\right)\tilde{U}_j + \left(\Omega^2 \int_V \rho\varphi_i(x)\varphi_j(x)dV\right)\tilde{U}_j\end{aligned}\tag{B.17}$$

のように簡潔に記述されるようになる.

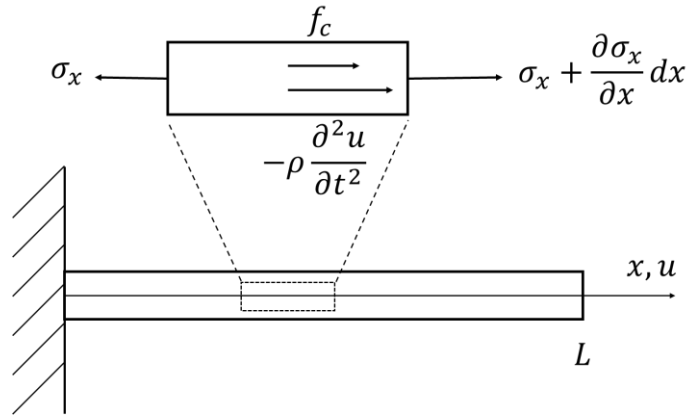


Fig. B.2 Representative volume element of cantilever beam in axial direction.

Appendix C Abaqus を用いたバードストライクモデル

本研究では、バードストライクシミュレーション用の有限要素解析ソフトウェアに LS-DYNA を使用したが、有限要素解析ソフトウェア Abaqus を使用した解析も行っていた。モデル形状は同じであるが、使用する要素や SPH 法の定義が異なる。ここでは、解析ソフトウェアやバードストライクシミュレーション結果の差異について述べる。

C.1 状態方程式

ABAQUS においては、Mie-Grüenisen の状態方程式を使用した SPH 法が適用されている。まずは、Mie-Grüenisen の状態方程式について以下に簡単に記す。グリューナイズン係数 Γ は、振動する原子群の温度圧力を表す係数であり、物質に固有の値を持ち、以下のように与えられる。

$$\Gamma = V \left(\frac{\partial P}{\partial e} \right)_V \quad (\text{C.1})$$

ただし、 V は体積、 P は圧力、 e は単位質量あたりのエネルギーである。さらに、 $T=0\text{K}$ での圧力、比エネルギーを P_0 、 e_0 とすると、

$$P - P_0 = \Gamma \rho (e - e_0) \quad (\text{C.2})$$

この式は、 Γ が P や e とは独立であるという仮定により成り立つ。また、

$$\Gamma = \Gamma_0 \frac{\rho_0}{\rho} \quad (\text{C.3})$$

Rankine-Hugoniot の式から、

$$e_0 = \frac{P_0 \eta}{2\rho_0} \quad (\text{C.4})$$

$$\eta = 1 - \frac{\rho_0}{\rho}$$

したがって、状態方程式は、

$$P = P_0 \left(1 - \frac{\Gamma_0 \eta}{2} \right) + \Gamma_0 \rho_0 e_0 \quad (\text{C.5})$$

Rankine-Hugoniot の式の慣例的なカーブフィットより、

$$P_0 = \frac{\rho_0 c_0^2 \eta}{(1 - s\eta)^2} \quad (\text{C.6})$$

ここで、 c_0 や s は、線形衝撃速度と粒子速度の線形関係から決定される。以上より、Mie-Grüenisen の状態方程式は、以下ようになる。

$$P = \frac{\rho_0 c_0^2 \eta}{(1 - s\eta)^2} \left(1 - \frac{\Gamma_0 \eta}{2}\right) + \Gamma_0 \rho_0 e_0 \quad (\text{C.7})$$

ただし、 $\rho_0 c_0^2$ は小さな公称ひずみにおける体積弾性率を表す。

一方で、LS-DYNA で実装されている状態方程式は、式(2.86)のように、

$$p = C_0 + C_1 \mu + C_2 \mu^2 + C_3 \mu^3 + (C_4 \mu + C_5 \mu^2 + C_6 \mu^3) E \quad (\text{C.8})$$

$$\mu = \frac{\rho}{\rho_0} - 1$$

である。ただし、 E は体積あたりの初期エネルギーである。先行研究[42]では、

$$C_0 = C_4 = C_5 = C_6 = 0 \quad (\text{C.9})$$

としている。これより、

$$P = C_1 \mu + C_2 \mu^2 + C_3 \mu^3 \quad (\text{C.10})$$

Abaqus モデルは、第 2 章の LS-DYNA のモデルで定義されている状態方程式曲線に関してカーブフィットを行い、各パラメーターを決定し、解析を行った。カーブフィットの結果を Table C.1 に示す。また、先行研究で使用されている値についても Table C.1 および Table C.2 に追記した。また、これらのパラメーターを使用した式(C.7)および式(C.10)を Fig. C.1 に示す。

Table C.1 Parameters of Mie-Grüenisen equation of state defined in Abaqus.

Abaqus	ρ_0 [kg/m ³]	c_0 [m/s]	s	Γ_0
Nanami et al. [43]	911	1482.9	2.0367	0
Y. Zhou et al. [44]	950	1438	0	0
H. Liu [45]	1060	1450	1.87	1.09
Curve Fit	950	1887.9	2.222	4.444

Table C.2 Parameters of equation of state defined in LS-DYNA.

LS-DYNA	ρ_0 [kg/m ³]	C_1 [MPa]	C_2 [MPa]	C_3 [MPa]
R. Hedayati et al. [18]	938	2323	5026	15180

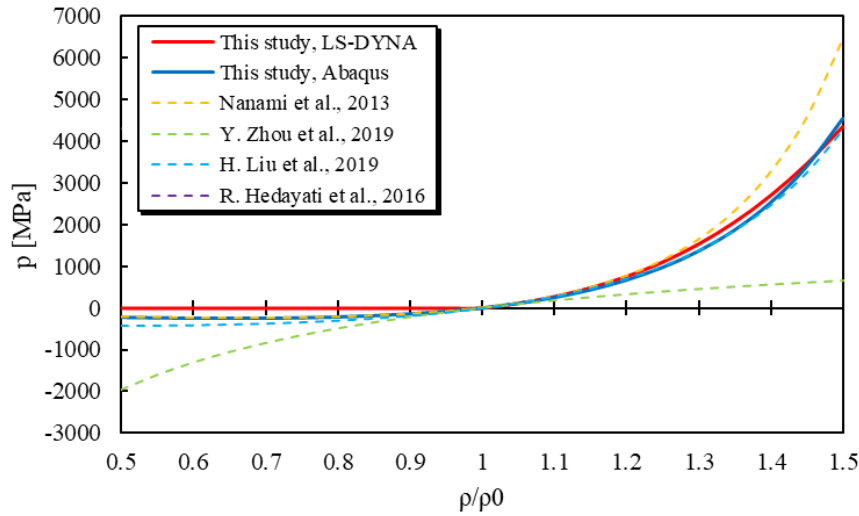


Fig. C.1 Equation of state curve in this study and previous research.

C.2 Abaqus を使用したバードストライクシミュレーション

LS-DYNA モデルおよび Abaqus モデルを使用した場合での、L.E.側の Tip 側端点となっている節点の時間履歴を Fig. C.2 – Fig. C.4 に示す。さらに T.E.側の Tip 側端点となっている節点の時間履歴を Fig. C.5 – Fig. C.7 に示す。0.001 s までは二つの曲線は一致しているものの、時間経過とともにずれていく。変位履歴は時間方向に特にずれており、長周期モードが一致していないと考えられる。しかし、変位の絶対値は大きくは変わらず、ファンブレードの挙動を捉える上では問題はないと考えられる。

また、Abaqus モデルにおいて、T.E.で最も大きなスパン方向ひずみ ε_x が生じる位置における、各ひずみ成分の時間履歴を Fig. C.8 に示す。さらに Tip において最も大きなコード方向ひずみ ε_y が生じる位置における、各ひずみ成分の時間履歴を Fig. C.9 に示す。Abaqus モデルでは、低減積分連続体シェル要素 (SC8R) を用いて積層構成を定義した。そのため、面外剪断ひずみが考慮されていない。しかし、LS-DYNA モデルと同様に、T.E.で支配的なひずみは ε_x であり、Tip で支配的なひずみは ε_y であるという定性的な傾向は同じである。また、 ε_x の初期の立ち上がりは $t = 0.011$ s で 0.0197 であり、 ε_y は $t = 0.011$ s で最大値 0.0214 をとる。LS-DYNA モデルと比較してもホッピングモーションについては定量的にも一致している。また、Table C.1 に記載したパラメーターを用いた解析も行った。Abaqus モデルどうしで比較すると、3つの先行研究でのパラメーターでもファンブレードの挙動は大きく変わらないが、Zhou ら[44]が使用したパラメーターでの結果が最もよく一致していることが分かる。しかし、Fig. C.1 を見ると、状態方程式の曲線は Zhou ら[44]のものが最も離れている。したがって、状態方程式の曲線において、 $\rho = \rho_0$ 付近が重要であり、状態方程式のパラメーターの中では初期密度 ρ_0 の感度が高いことが示唆された。

なお, Abaqus を使用しての解析では, 遠心力環境下での釣り合いを作成した後に, 動的な過渡応答解析へシフトすることが非常に難しいため, 回転を考慮したバードストライクシミュレーションを行うことができなかった. この観点から, 本研究では LS-DYNA を用いて解析を行った.

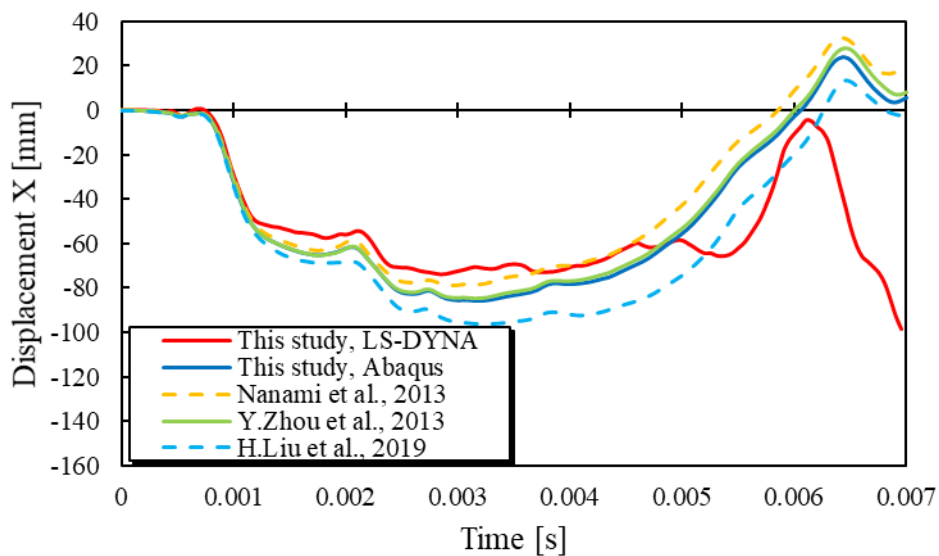


Fig. C.2 X-direction displacement history of Tip and L.E. node in LS-DYNA model and Abaqus model.

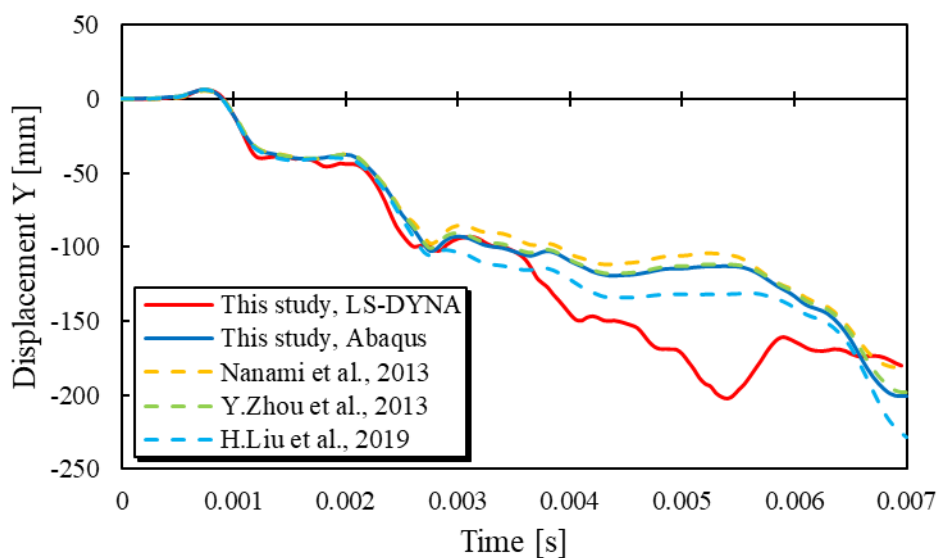


Fig. C.3 Y-direction displacement history of Tip and L.E. node in LS-DYNA model and Abaqus model.

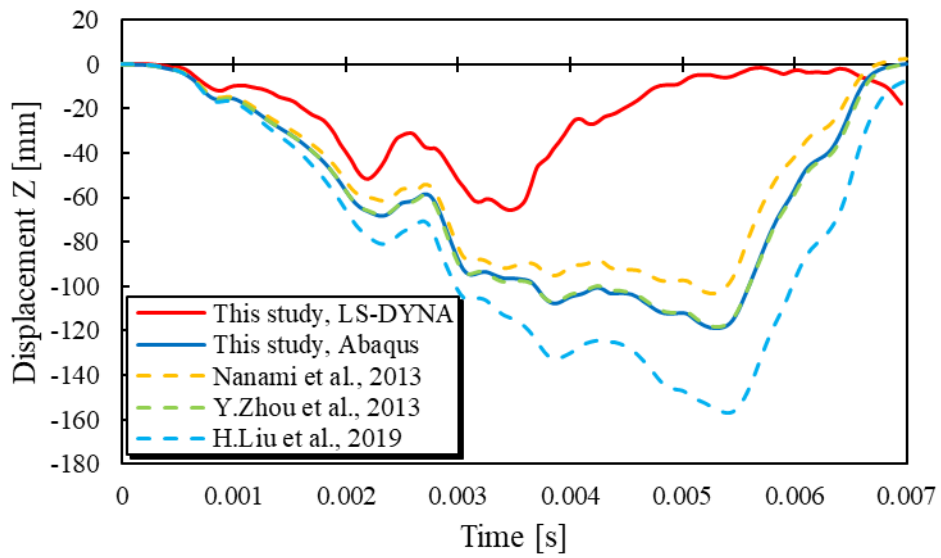


Fig. C.4 Z-direction displacement history of Tip and L.E. node in LS-DYNA model and Abaqus model.

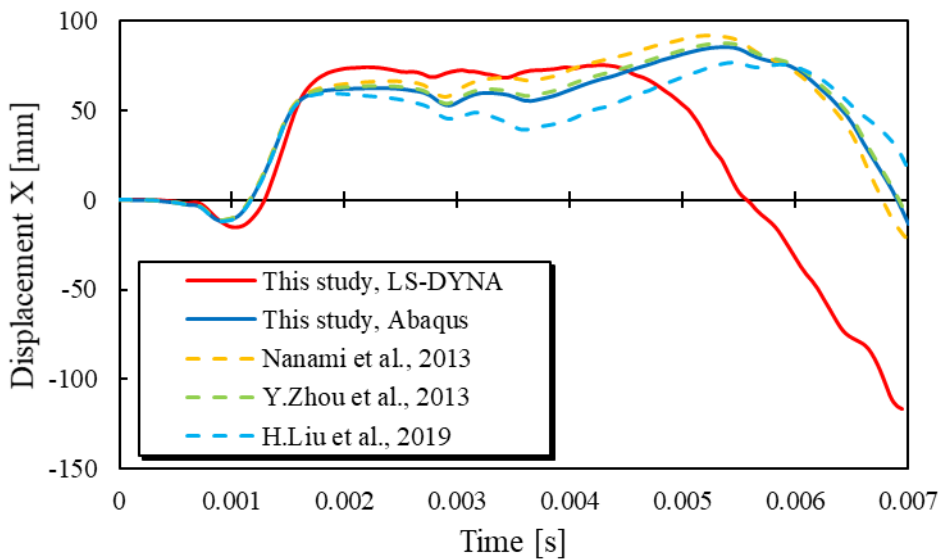


Fig. C.5 X-direction displacement history of Tip and T.E. node in LS-DYNA model and Abaqus model.

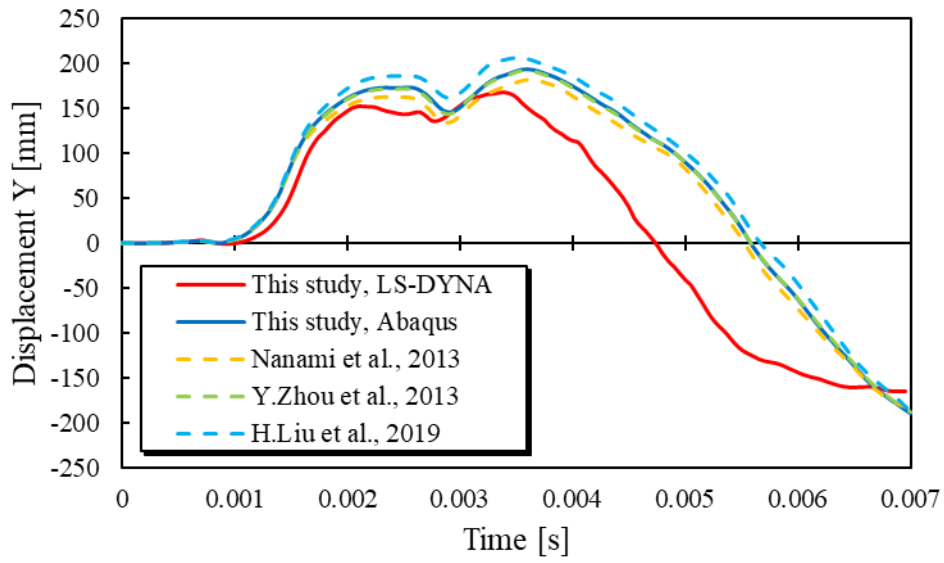


Fig. C.6 Y-direction displacement history of Tip and T.E. node in LS-DYNA model and Abaqus model.

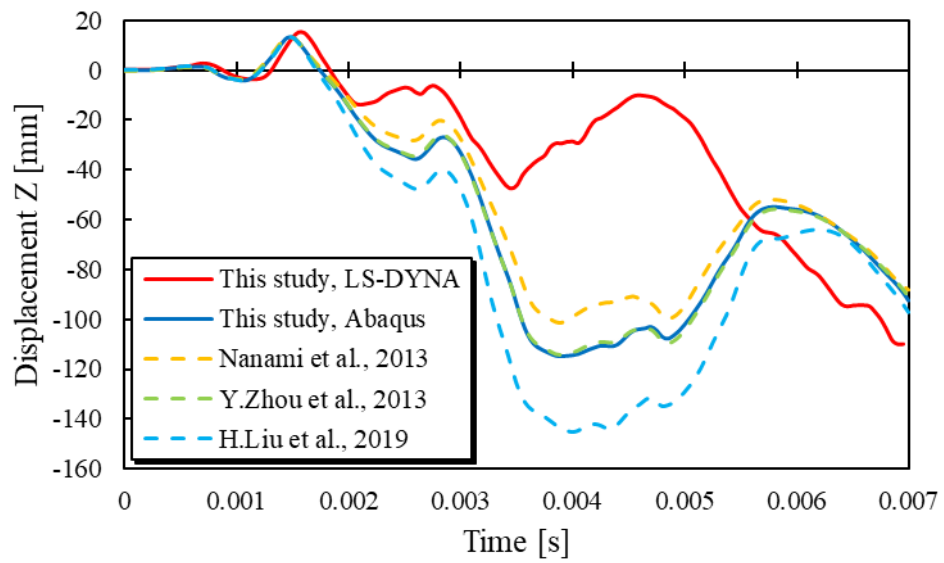


Fig. C.7 Z-direction displacement history of Tip and T.E. node in LS-DYNA model and Abaqus model.

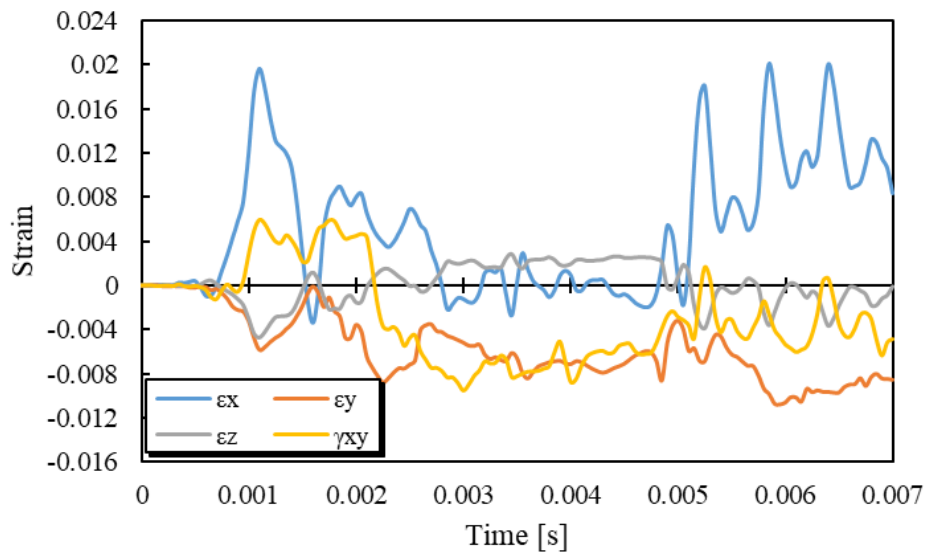


Fig. C.8 History of strain in T.E. where maximum spanwise strain occurs.

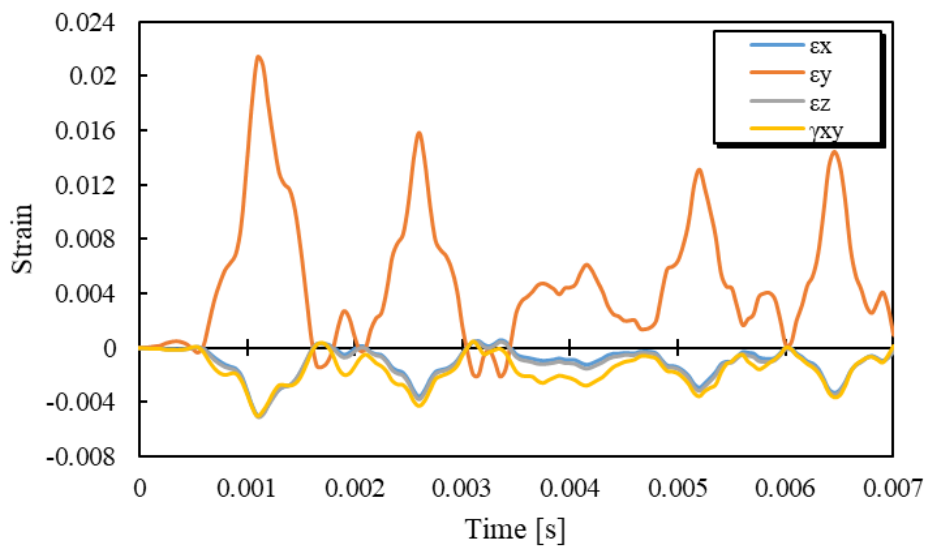


Fig. C.9 History of strain in Tip where maximum chordwise strain occurs.

参考文献

- [1] Jet Engine Fan Blade (Model GE90-115B). *The Museum of Modern Art, MoMA Highlights*.
- [2] Michael Gubisch. Rolls-Royce Comes Full Circle.
- [3] 内閣官房. “航空産業ビジョン.” 2015.
- [4] 穂坂俊彦 中村寛 大石勉 青塚瑞穂 田中望. “高効率軽量ファン・タービン技術実証 (AFJR) プロジェクト研究概要.” *IHI 技報 Vol.60 No.2*, 2020.
- [5] Department of Transportation Federal Aviation Administration, U., and Department of Agriculture Wildlife Services, U. *Wildlife Strikes to Civil Aircraft in the United States, 1990–2021, July 2022*. 1990.
- [6] 国土交通省. 2019 (平成31/令和元) 年 バードストライクデータ. 2019.
- [7] *Open Rotor Engine Aeroacoustic Technology Final Report Continuous Lower Energy, Emissions and Noise (CLEEN) Program Submitted by General Electric*.
- [8] Fromm, J. *Composite Fan Blades and Enclosures for Modern Commercial Turbo Fan Engines*.
- [9] NASA Lewis Research Center. *METAL SPAR/SUPERHYBRIDSHELL COMPOSITE FAN BLADES*. 1979.
- [10] Miller, S. G., Handschuh, K. M., Sinnott, M. J., Kohlman, L. W., Roberts, G. D., Martin, R. E., Ruggeri, C. R., and Pereira, J. M. *Materials, Manufacturing, and Test Development of a Composite Fan Blade Leading Edge Subcomponent for Improved Impact Resistance*. 2015.
- [11] Siddens, A., Bayandor, J., and Celestina, M. *Detailed Post-Soft Impact Progressive Damage Assessment for Hybrid Structure Jet Engines*. 2014.
- [12] Pranav, D. S. S. R. F. N. J. K. I. F. P. D.-J. S. B. W. AIRFOILS INCLUDING COMPLIANT TIP, CA 02798354, 2012.
- [13] Jensen, J. J., and Dogliani, M. *Wave-Induced Ship Hull Vibrations in Stochastic Seaways*. ELSEVIER, 1996.
- [14] *Experimental Investigation of Wave Induced Vibrations and Their Effect on the Fatigue Loading of Ships Gaute Storhaug*. 2007.
- [15] Drummen, I., Storhaug, G., and Moan, T. “Experimental and Numerical Investigation of Fatigue Damage Due to Wave-Induced Vibrations in a Containership in Head Seas.” *Journal of Marine Science and Technology*, Vol. 13, No. 4, 2008, pp. 428–445.
<https://doi.org/10.1007/s00773-008-0006-5>.
- [16] Kerry, W. O, Q. B. C. , B. S. J. , S. S. B. , E. I. J. W. , T. Composite Fan Blade Trailing Edge Reinforcement, US5785498A, 1998.
- [17] Hanssen, A. G., Girard, Y., Olovsson, L., Berstad, T., and Langseth, M. “A Numerical Model

- for Bird Strike of Aluminium Foam-Based Sandwich Panels.” *International Journal of Impact Engineering*, Vol. 32, No. 7, 2006, pp. 1127–1144.
<https://doi.org/10.1016/j.ijimpeng.2004.09.004>.
- [18] Hedayati, R., and Sadighi, M. “Effect of Using an Inner Plate between Two Faces of a Sandwich Structure in Resistance to Bird-Strike Impact.” *Journal of Aerospace Engineering*, Vol. 29, No. 1, 2016. [https://doi.org/10.1061/\(asce\)as.1943-5525.0000505](https://doi.org/10.1061/(asce)as.1943-5525.0000505).
- [19] Georgiadis, S., Gunnion, A. J., Thomson, R. S., and Cartwright, B. K. “Bird-Strike Simulation for Certification of the Boeing 787 Composite Moveable Trailing Edge.” *Composite Structures*, Vol. 86, Nos. 1–3, 2008, pp. 258–268.
<https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2008.03.025>.
- [20] Mccarthy, M. A., Xiao, J. R., Mccarthy, C. T., Kamoulakos, A., Ramos, J., Gallard, J. P., and Melito, V. *Modelling of Bird Strike on an Aircraft Wing Leading Edge Made from Fibre Metal Laminates-Part 2: Modelling of Impact with SPH Bird Model*. 2004.
- [21] Mao, R. H., Meguid, S. A., and Ng, T. Y. “Finite Element Modeling of a Bird Striking an Engine Fan Blade.” *Journal of Aircraft*, Vol. 44, No. 2, 2007, pp. 583–596.
<https://doi.org/10.2514/1.24568>.
- [22] Meguid, S. A., Mao, R. H., and Ng, T. Y. “FE Analysis of Geometry Effects of an Artificial Bird Striking an Aeroengine Fan Blade.” *International Journal of Impact Engineering*, Vol. 35, No. 6, 2008, pp. 487–498. <https://doi.org/10.1016/j.ijimpeng.2007.04.008>.
- [23] Zhou, Y., Sun, Y., and Huang, T. “Impact Responses of Slender Composite Plates for Bird-Strike Testing of Fan Blades.” *Latin American Journal of Solids and Structures*, Vol. 16, No. 9, 2019. <https://doi.org/10.1590/1679-78255809>.
- [24] Liu, L., Luo, G., Chen, W., Zhao, Z., and Huang, X. “Dynamic Behavior and Damage Mechanism of 3D Braided Composite Fan Blade under Bird Impact.” *International Journal of Aerospace Engineering*, Vol. 2018, 2018. <https://doi.org/10.1155/2018/5906078>.
- [25] Nishikawa, M., Hemmi, K., and Takeda, N. “Finite-Element Simulation for Modeling Composite Plates Subjected to Soft-Body, High-Velocity Impact for Application to Bird-Strike Problem of Composite Fan Blades.” *Composite Structures*, Vol. 93, No. 5, 2011, pp. 1416–1423. <https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2010.11.012>.
- [26] Grady, J. E., and Sun, C. T. *Dynamic Delamination Crack Propagation in a Graphite/Epoxy Laminate*.
- [27] Southwell, R. v., and Barbara S. Gough. “On the Free Transverse Vibrations of Airscrew Blades.” *HM Stationery Office*, 1922.
- [28] Sun, J., Lopez Arteaga, I., and Kari, L. “General Shell Model for a Rotating Pretwisted Blade.” *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 332, No. 22, 2013, pp. 5804–5820.
<https://doi.org/10.1016/j.jsv.2013.06.025>.

- [29] Lukaszewicz, D. H. J. A., Ward, C., and Potter, K. D. “The Engineering Aspects of Automated Prepreg Layup: History, Present and Future.” *Composites Part B: Engineering*, Vol. 43, No. 3, 2012, pp. 997–1009. <https://doi.org/10.1016/j.compositesb.2011.12.003>.
- [30] Sihm, S., Kim, R. Y., Kawabe, K., and Tsai, S. W. “Experimental Studies of Thin-Ply Laminated Composites.” *Composites Science and Technology*, Vol. 67, No. 6, 2007, pp. 996–1008. <https://doi.org/10.1016/j.compscitech.2006.06.008>.
- [31] 西澤 敏雄. “高効率軽量ファン・タービン技術実証(AFJR).” *JAXA航空シンポジウム*, 2014.
- [32] Sinha, S. K. Transient Response of a Multilayered Composite Rotating Airfoil under Slicing-Impact Loading. No. 52, 2014, pp. 2701–2711.
- [33] Qian, Y., and Swanson, S. R. *A Comparison of Solution Techniques for Impact Response of Composite Plates*. 1990.
- [34] Xiao, J., Chen, Y., Zhu, Q., Lee, J., and Ma, T. A General Ply Design for Aero Engine Composite Fan Blade. 2017.
- [35] Robert M. Jones. *Mechanics of Composite Materials 2nd Edition*. Taylor Francis, 1999.
- [36] 近藤 恭平. 振動論. 培風館, 1993.
- [37] Leissa, A. W., and Martin, A. F. *Vibration and Buckling of Rectangular Composite Plates with Variable Fiber Spacing*. 1990.
- [38] Mahmoodi, S. N., Khadem, S. E., and Jalili, N. “Theoretical Development and Closed-Form Solution of Nonlinear Vibrations of a Directly Excited Nanotube-Reinforced Composite Cantilevered Beam.” *Archive of Applied Mechanics*, Vol. 75, Nos. 2–3, 2006, pp. 153–163. <https://doi.org/10.1007/s00419-005-0426-1>.
- [39] *MSC.Marc 2017 Volume D: User Subroutines and Special Routines*. 2017.
- [40] AnsysユーザーのためのCAE用語辞典. 2022/12/15閲覧.
- [41] Dugundji, J. “Simple Expressions for Higher Vibration Modes of Uniform Euler Beams.” *AIAA Journal*, Vol. 26, No. 8, 1988, pp. 1013–1014. <https://doi.org/10.2514/3.10005>.
- [42] Brockman, R. A., and Held, T. W. *EXPLICIT FINITE ELEMENT METHOD FOR TRANSPARENCY IMPACT ANALYSIS*. 1991.
- [43] Nanami Texas, N. A., University, M., and Ochoa Texas A, O. O. *BIRD IMPACT STUDY OF A PRELOADED COMPOSITE WIND TURBINE BLADE*.
- [44] Zhou, Y., Sun, Y., and Huang, T. “SPH-FEM Design of Laminated Plies under Bird-Strike Impact.” *Aerospace*, No. 10, 2019. <https://doi.org/10.3390/aerospace6100112>.
- [45] Liu, H., Liu, J., Kaboglu, C., Chai, H., Kong, X., Blackman, B. R. K., Kinloch, A. J., and Dear, J. P. Experimental and Numerical Studies on the Behaviour of Fibre-Reinforced Composites Subjected to Soft Impact Loading. No. 17, 2019, pp. 992–1001.

謝辞

本論文を作成するにあたり、様々な人から多大な御支援を賜りました。この場をお借りして感謝の意を表したいと思います。

指導教官の青木隆平教授には学部4年の頃から6年間お世話になり、たくさんのご指導とご助言を賜りました。青木先生は私の研究のやり方を尊重してくださり、修士までとは異なる研究テーマでしたが、自分で指針を決めて研究に取り組んでいました。大した研究成果を挙げることができず幾度となく自信を喪失していましたが、青木先生と相談させていただく度に、これまで積み上げることができていた知見やこれから解明していきたいことが明確になり、自分の位置を把握することができました。6年間のご指導、ここに謹んで感謝の意を申し上げます。本当にありがとうございました。

横関智弘准教授には、連絡会や輪講会等でたくさんご指導いただきました。横関先生のご指摘は研究の核となるものが多く、意見や研究を要約する技術が培われました。また、研究費申請や学会参加等の運営連絡を逐一連絡くださり、充実した研究生活を送ることができました。本当にありがとうございました。

樋口諒特任准教授にも連絡会や輪講会等でたくさんご指導いただきました。また、樋口先生には特に有限要素解析モデルに関してお世話になりました。IHIからいただいたモデルの委嘱や、環境構築、解析ソフトの操作方法等教えていただきました。加えて、原稿を隅々まで丁寧に見てくださり、いつも真っ赤になって返ってくる原稿を見ては有難さと情けなさを嘯みしていました。本当にありがとうございました。

青木涼馬助教は一つ上の先輩ということもあり、非常に近い距離で様々なことを教えていただきました。まだ青木涼馬先生が博士学生であった頃、学生内での勉強会を企画してくださり、自身の研究分野を掘り下げるだけでなく周辺の他分野を学ぶことができました。特に有限要素法の内部計算をしっかりと学習できたことは非常に糧になりました。また投稿論文の作成の仕方や後輩への指導方法も丁寧に教えていただきました。本当にありがとうございました。

小林やよい技官、谷口晴奈様には学会参加費や研究費の精算でお世話になりました。何なく自由なく学会に参加したり研究環境を調べたりすることができました。本当にありがとうございました。

また、審査を務めていただいた東京大学の水口周准教授、東京農工大学の小笠原俊夫教授にも大変感謝申し上げます。論文構成や論理展開を含め見落とししていた大事な視点を丁寧
に拾っていただき、稚拙ではありますが本論文の完成度を高めることができました。また本
論文に対する積極的な意見もいただき、僅かながら自信にもつながりました。

また、将来航空推進システム技術創成社会連携講座にも参加させていただき、たくさん
の方々にお世話になりました。東京大学の渡辺紀徳教授、伊藤優特任准教授をはじめとする連
携講座の先生方、また、大石勉様、稲田貴臣様、福重進也様をはじめとする株式会社 IHI の
方々にも大変感謝申し上げます。この連携講座を通して、現在社会で求められている技術だ
けでなく、本研究に必要な社会的側面を認識することができました。また、構造面だけでな
くエネルギーや環境の観点から航空機の諸問題を見つめることができました。本当にあり
がとうございました。

研究室のメンバーにも大変お世話になりました。学年関係なく研究の相談を行ったり、た
わいもない話で盛り上がったりと退屈しない研究生活を送ることができました。非常に素
晴らしい先輩・同期・後輩に恵まれたと思います。本当にありがとうございました。

私が博士課程に進学したちょうどそのタイミングで新型コロナウイルス（COVID-19）が
猛威を振るい、大学に通学することさえままならなくなりました。生活するだけで必死だっ
た時間が半年以上も続きましたが、そこから研究を少しずつ積み重ね本論文を作成するこ
とができたのは、周りの方々のサポートあってのことだと心の底から思います。支えていた
だいた全ての方に対しこれから少しずつ恩返しができるよう、より一層邁進してまいりま
す。

最後に、ここまで支えていただいた家族に感謝の意を表したいと思います。これにて本論
文の結びとさせていただきます。

梶原 翔