

博士論文

低無次元振動数を有する非定常流れの LES 解析の
ハーモニックバランス法による高効率化

岩本 雄馬

Contents

第 1 章	序論	1
1.1	はじめに	1
1.2	研究目的・アプローチ	3
1.3	先行研究	3
1.3.1	低無次元振動数を有する非定常流れの LES	3
	遷音速バフエット	3
	動的失速	4
	翼列フラッタ	4
1.3.2	LES の高効率化	6
1.3.3	Harmonic Balance 法	7
1.4	本論文の構成	8
第 2 章	計算手法	9
2.1	支配方程式	9
2.2	ハーモニックバランス法	11
2.3	Harmonic Balanced Large-Eddy Simulation; HB-LES	13
2.3.1	LES-stage	14
2.3.2	相互干渉項 \mathbf{S} の計算	14
2.3.3	HB-stage における相互干渉項 \mathbf{S} の修正	15
2.3.4	パラメタと初期値	16
第 3 章	HB-LES の検証	17
3.1	計算条件	17

3.2	結果	21
3.2.1	周期成分	21
3.2.2	乱流変動	23
3.2.3	相互干渉項	26
3.3	まとめ	29
第 4 章	NACA0012 のピッチング	30
4.1	計算条件	30
4.2	結果	33
4.2.1	空力係数	34
4.2.2	相互干渉項への拡張の影響	36
4.2.3	後縁付近の周期成分	37
4.3	まとめ	42
第 5 章	遷音速バフエット	43
5.1	計算条件	43
5.2	結果	46
5.2.1	周期平均と変動強度	46
5.2.2	バフエットと剥離境界層	49
5.3	まとめ	54
第 6 章	考察	55
6.1	計算効率	55
6.2	HB-LES の長所	56
6.3	利用における注意点	57
6.3.1	緩和時間の設定	57
6.3.2	相互干渉項の修正の機能	58
6.4	HB-LES の適用対象	61
6.4.1	遷音速バフエット	61
6.4.2	動的失速	61
6.4.3	遷音速/超音速失速フラッタ	62

6.5	まとめ	63
第 7 章	結論と展望	64
7.1	結論	64
7.2	研究限界と展望	66
References		67
謝辞		83
付録 A. 3 次元圧縮性 Navier-Stokes 方程式		84
付録 B. コンパクトスキーム・コンパクトフィルタ		85
付録 C. HB 法における時間微分近似オペレータ行列		89
付録 D. 擬似時間進行の陰解法		89
付録 E. Counter-flow force-based method		90

List of Figures

1.1	Schematic of Transonic Buffet Flowfield.	4
1.2	Flutter regions on the compressor map [1]. I, subsonic/transonic stall flutter; Ia, system mode instability; II, choke flutter; III, low-incidence supersonic flutter; IV, high-incidence supersonic flutter; V, supersonic bending stall flutter.	5
1.3	Acceleration of Large-Eddy Simulation.	6
2.1	Oscillating Turblent Flow with Low Non-dimensional Frequency. . . .	9
2.2	Schematic of Harmonic Balanced Large-Eddy Simulation.	13
3.1	Wall-Shear Stress τ_w at Steady Turbulence $\omega t = 90^\circ$	18
3.2	Time History of Volume-Averaged 1-point 2-time Velocity Correlations in the Near-wall Region $y < \delta_S$ at Steady Turbulence $\omega t = 90^\circ$	20
3.3	Convergence of Periodic Components $\hat{\mathbf{Q}}$, green line; coarse mesh, red line; fine mesh.	21
3.4	Normalized Streamwise Mean Velocity Profiles u/U_0 , blue lines; HB-LES, dashed orange lines; conventional LES(C4) [2], black cross; experimental data [3], green dashed lines; logarithmic law $u^+ = \log(y^+)/\kappa + A$	22
3.5	Evolution of Normalized Wall-Shear Stress $\tau_w/\rho U_0 \sqrt{2\nu\omega}$ over 1 Pe-riod, blue line; HB-LES, dashed orange line; conventional LES(C4) [2], black cross; experimental data [3].	23

3.6	Contour Plots of Fluctuating Streamwise Velocity u' with Respect to Plane-Averaged throughout a Half-Cycle at $y = 0.085\delta_S$. contour range is $-5[m/s](blue) \leq u' \leq 5[m/s](red)$	25
3.7	Normalized Turbulent Intencities, blue lines; HB-LES, dashed orange lines; conventional LES(C4) [2], black cross; experimental data [3].	26
3.8	Evolution of Turbulent Kinetic Energy K_t^* over 1 Period, blue line; HB-LES, dashed orange line; conventional LES(C4) [2].	27
3.9	Normalized Mutual Interaction Term $S\delta_S/U_0^2$ at $\omega t = 90^\circ$ for HB-stage 9. Right side is a close-up view near the wall. solid blue lines; initial values $S_0\delta_S/U_0^2$, dotted blue lines; $(S_0 + S')\delta_S/U_0^2$, red line; modified values $(S_0 + \nabla \left(\beta_t \nabla \cdot \Delta \hat{\mathbf{Q}} \right))\delta_S/U_0^2$	28
3.10	Normalized Reynolds Stress Profiles $\langle u'v' \rangle / U_0^2$, solid blue lines; $\int_y \mathbf{S} dy / U_0^2$, dotted blue lines; $\langle u'v' \rangle / U_0^2$ directly evaluated from \mathbf{Q}' , dashed orange lines; conventional LES [2], black cross; experimental data [3].	28
4.1	Computational Domain of Pitching NACA0012 Airfoil.	31
4.2	Pressure Coefficients C_p on Upper Surface, solid blue line; fine mesh, dotted blue line; coarse mesh, dashed orange line; LES by Lin et al. [4], black cross; experimental data [5].	32
4.3	Power Spectrum of Lift Coefficient C_l , orange line; pitching frequency, green dotted line; cut-off frequency $1/\Delta T_s$, red dashed line; frequency of vortex shedding.	33
4.4	Time History of Transition Point during LES-stage 2 for Time-Level 1.	33
4.5	Convergence of Periodic Components $\hat{\mathbf{Q}}$	34
4.6	Lift Hysteresis, blue lines; HB-LES, lines with color change from yellow to orange; conventional LES.	35
4.7	Drag Hysteresis, legends are the same as those of Fig.4.6.	35

4.8	Normalized Turbulent Stress $\int_{\eta} S_x d\eta/U_{\infty}^2$ and Contour Lines of Normalized Streamwise Velocity $L[u]/U_{\infty}$ and Spanwise w/U_{∞} . Contour range is -0.1 (blue) $\leq \int_{\eta} S_x d\eta/U_{\infty}^2 \leq 0.1$ (red). Gray contour lines are drawn every 0.1 of $L[u]/U_{\infty}$. Green and orange contour lines represent $\pm 0.05w/U_{\infty}$	36
4.9	Correction of Mutual Interaction Term $\int_{\eta} \Delta S_x d\eta/U_{\infty}^2$ and Contour Lines of Normalized Streamwise Velocity $L[u]/U_{\infty}$. Contour range is -0.03 (blue) $\leq \int_{\eta} S_x d\eta/U_{\infty}^2 \leq 0.03$ (red). Contour lines are drawn every 0.1 of $L[u]/U_{\infty}$	37
4.10	Distribution of Normalized Boundary Layer and Wake Thickness δ/c at $\alpha = 0^\circ$, blue line; HB-LES, dashed orange line; time-averaged values from $2T - 1/15T$ to $2T + 1/15T$ of conventional LES.	38
4.11	Streamwise Mean Velocity Profiles near Trailing Edge, blue lines; HB-LES, orange lines; time-averaged values from $t_j - 1/15T$ to $t_j + 1/15T$ of conventional LES.	40
4.12	Variation of Normalized y-Coordinate of Boundary Layer or Wake Edge $\Delta y_{\delta}/\Delta y_{TE}$ on the Upper Surface, blue line; HB-LES, orange lines; conventional LES(dotted; instantaneous, dashed; time-averaged values from $t_j - 1/15T$ to $t_j + 1/15T$), black line; y-coordinate of trailing-edge.	41
5.1	Computational Domain of Transonic Buffet of OAT15A.	44
5.2	Time History of Friction Coefficient C_f at $x/c = 0.4$ during LES-stage 1.	45
5.3	Convergence of Periodic Components $\hat{\mathbf{Q}}$	46
5.4	Time History of Lift Coefficient C_l over 1 Period, line color darkens as stage progresses.	46

5.5	Time-Averaged Pressure Coefficient C_p and Wall Pressure Fluctuation $\sqrt{p'p'}/p_\infty$, blue line; HB-LES, dashed orange line; WMLES [6], dotted orange line; WMLES of non-buffet condition [6], dashed magenta line; WMLES [7], dotted green line; Delayed-DES [8], dashdot green line; Zonal-DES [9], black cross; experimental data [10].	47
5.6	Streamwise Mean Velocity Profiles \bar{u}/U_∞ on the suction surface, solid blue lines; HB-LES, dashed orange lines; WMLES [6], dotted orange line; WMLES of non-buffet condition [6], dotted green lines; Delayed-DES [8], dashdot green lines; Zonal-DES [9].	48
5.7	Streamwise Velocity Fluctuations u_{RMS}/U_∞ on the suction surface, legends are the same as those of Fig.5.6.	49
5.8	Time History of Shock Position at $\eta/c = 0.16$, Maximum Mach Number M_{max} , Friction Coefficient $C_f = 2\tau_w/\rho U_\infty^2$ over 1 period, dashed green line; shock position, dotted red line; M_{max} , contour range is 0.0 (blue) $\leq C_f \leq 0.02$ (red). white areas are $C_f < 0$ indicating separation region.	50
5.9	Normalized Streamwise Velocity Field. Contour range is -0.2 (blue) $\leq u/U_\infty \leq 1.5$ (red). Contour lines are drawn every 0.1 at normalized velocity.	51
5.10	Close-up view of Fig.5.9 of the area behind the shock-wave. Contour range and contour lines are the same as those of Fig.5.9.	52
5.11	Normalized Pressure Field, contour range is 0.8 (blue) $\leq p/p_\infty \leq 1.05$ (red). contour lines are drawn every 0.1 at normalized velocity. .	53
6.1	Comparison of Normalized Reynolds Stress Profiles at Different Relaxation Times, solid blue line; HB-LES $\Delta T_r = 2/300T$, dotted blue line; HB-LES $\Delta T_r = 1/300T$, black cross; experimental data [3]. . . .	59
6.2	Comparison of Convergence History of HB-LES at Different Relaxation Times, blue line(Case 1); $\Delta T_r = 1/30T$, orange line(Case 2); $\Delta T_r = 1/10T$	59

6.3	Instantaneous Streamwise Velocity Fields during LES-stage 2 for time-level 1. Contour range is -0.2 (blue) $\leq u/U_\infty \leq$ 1.2 (red).	60
1	Filtering Effect Variation with α for 8th-Order Filter	88
2	Proportion of Diagonal Components of Implicit Matrix.	91
3	Schematic of Counter-Flow Force-Based Method.	91

主要記号一覧

アルファベット

a, b, A	:	実数定数
\mathbf{B}	:	フーリエ変換オペレータ行列
c	:	コード長
C_l, C_d	:	揚力係数, 抗力係数
$\mathbf{E}, \mathbf{F}, \mathbf{G}$:	流束ベクトル
e	:	内部エネルギー
f	:	関数, 体積力
H	:	チャンネル高さ
i	:	$\sqrt{-1}$
\mathbf{I}	:	単位行列
K_t^*	:	乱流エネルギー
L	:	代表長さ, ローパスフィルタ
M	:	マッハ数, 総 stage 数
m, n	:	反復ステップ数
\mathbf{N}	:	定数対角行列
N	:	最大離散フーリエ次数
p	:	圧力
\mathbf{Q}	:	保存量
\mathbf{R}	:	右辺値
\mathbf{S}	:	相互干渉項
S_t	:	ストローハル数
t, T	:	時間, 周期
u, v, w	:	速度
U	:	代表速度, 主流速度
V	:	体積
\mathbf{x}	:	座標ベクトル
x, y, z	:	空間座標

ギリシャ文字

α	:	翼迎角, コンパクトフィルタ係数
β_t	:	疑似粘性係数
γ	:	比熱比
δ	:	境界層・剪断層厚さ
Δ	:	差分, 間隔
ξ, η, ζ	:	長手方向, 垂直方向, スパン方向一般座標
η_C, η_T	:	CPU 時間での計算効率, 計算時間での計算効率
κ	:	カルマン定数, 熱伝導係数
λ	:	固有値
μ	:	摩擦係数
ν	:	動摩擦係数, 乱流粘性係数
ρ	:	密度
τ	:	剪断応力, 疑似時間
χ	:	空間平均による平滑化指数
ω	:	角周波数

主要添字・修飾記号一覧

0	:	振幅, バルク量
∞	:	主流
c	:	チャンネル中央, CPU 時間
j	:	タイムレベル番号
r, s	:	緩和時間, サンプリング時間
w	:	壁面
$-$:	時間平均量
\sim	:	フーリエ係数
\wedge	:	周期成分
$+$:	摩擦距離による無次元量
$'$:	乱流変動成分
$*$:	全タイムレベル量ベクトル

頭字語一覧

DDES	:	delayed detached-eddy simulation
DES	:	detached-eddy simulation
DNS	:	direct numerical simulation
HB	:	harmonic balance method
HB-LES	:	harmonic balanced large-eddy simulation
LES	:	large-eddy simulation
LEV	:	leading edge vortex
LSB	:	laminar separation bubble
RANS	:	Reynolds averaged Navier-Stokes
RHS	:	right-hand side value
SBL	:	Stokes boundary layer
SHUS	:	simple high-resolution upwind scheme
URANS	:	unsteady Reynolds averaged Navier-Stokes
WMLES	:	wall-modeled large-eddy simulation
ZDES	:	zonal detached-eddy simulation

第 1 章

序論

1.1 はじめに

航空宇宙工学分野の流れには、代表長さ L 、代表速度 U と変動周期 T で定義される無次元振動数 $S_t = L/TU$ が $O(10^{-2})$ から $O(10^{-1})$ となる、ゆっくりと変動する乱流流れが多くある。内部流で言えばジェットエンジン翼列のフラッタ、外部流で言えば動的失速や遷音速バフエットなどがこれにあたる。これらの流れにおいて、境界層や剪断層の厚さ δ から見積もられる乱流変動の時間スケール δ/U と変動周期 T の間には、数桁の隔たりがある。乱流変動と物体の空間スケール比 δ/L はレイノルズ数 $Re = UL/\nu$ が高いほど小さくなるため、時間スケールの隔たりはレイノルズ数が高いほど、また無次元振動数が低いほどより顕著となる。本研究ではこのような、巨視的な変動周期と乱流変動の時間スケールの間に大きな隔たりがある、低無次元振動数を有する非定常流れを扱う。

低無次元振動数を有する非定常流れは、航空機やエンジンの性能劣化、構造疲労をもたらすため、運行条件の制限や、安全性担保のための過剰な構造重量の原因となっている。航空機の高信頼化には、巨視的な変動の発生条件および発生時の影響の評価が重要となる。特に開発コストの観点では、開発の早期段階で現象を高精度に予測できるのが望ましい。また航空機性能の飛躍的な向上には、現象の包括的な理解や制御技術の確立が求められる。設計開発を支援し、また現象理解を促進するツールとして、低無次元振動数を有する非定常流れの数値シミュレーションが、工学的な重要性を増している。

低無次元振動数を有する非定常流れの数値シミュレーションは、支配方程式における時

間微分項の扱い方で 2 つの方法に分けられる。1 つ目は時間微分項を時間積分し、逐次的に流れの発達を追う方法である。時間積分では物理量の時間変化は流れの瞬時場のみに依存するため、任意の時間変化を扱うことができる。流れの乱流変動まで解像する高忠実計算では、非周期的な時間変化を追跡する必要があるため時間積分が採用される。2 つ目は harmonic balance 法: HB である。HB では巨視的な周期変動の時間微分項をフーリエ解析を利用して評価するため、逐次的な時間積分が不要となり、非定常流れを収束計算により解くことができる。非周期的な乱流変動は RANS の乱流モデルで表現されるため、HB の適用限界は乱流モデルの信頼性に依存する。一方時間積分は一般に HB より計算効率が劣り、特に高忠実計算においては、計算コストの高さが実用上の制限となる。

低無次元振動数を有する非定常流れでは巨視的な流れが大きく変動し、剥離や遷移を伴う場合が多い。例えば遷音速バフエットであれば、衝撃波と剥離境界層の干渉に伴う非線形性が、流れ場に大きな影響を与えることが知られている [9, 11, 12]。また失速フラッタにおける大規模剥離では、剥離と遷移の相互作用が重要な役割を担うと考えられている [13, 14]。剥離や遷移を伴う非定常流れを RANS の乱流モデルで正確に予測することは難しいため、HB では解の信頼性に限界がある。高信頼な予測には高忠実計算が望まれており、特に工学的な場面では Large-Eddy Simulation: LES の適用が期待されている [15–17]。

低無次元振動数を有する非定常流れの LES では、膨大な時間積分のステップ数が必要となり、多大な計算コストがかかる。巨視的な周期変動の位相平均を得るには、周期 T の 10 倍以上の総シミュレーション時間が必要となる。一方で物理現象を精度良く解像するためには、一般に $(L/U)/Re$ 程度の時間積分の時間刻み幅が要求される。計算全体でのステップ数は、総シミュレーション時間と時間刻み幅の比 $10Re/S_t$ 程度となり、例えば実機よりレイノルズ数が一桁小さいバフエットの解析でも 10^8 を上回る値となる [6]。今日の発達した並列計算機をもってしても、低無次元振動数を有する非定常流れの LES には長い計算時間が必要となるため、計算効率の改善が急務となっている。

1.2 研究目的・アプローチ

本研究の目的は、低無次元振動数を有する非定常流れの高信頼かつ高効率な数値シミュレーション手法を開発し、その有用性を実証することである。

本研究では、HB を独自に LES に導入した数値シミュレーション手法 Harmonic Balanced LES: HB-LES を開発する。HB-LES では、HB で巨視的な周期変動を高効率に求解することで、LES で必要な計算時間を緩和する。また非周期的な乱流変動を高忠実な LES で解像することで、HB の信頼性を補強する。

1.3 先行研究

1.3.1 低無次元振動数を有する非定常流れの LES

ここでは低無次元振動数を有する非定常流れとして、航空分野で代表的な 2 つの現象を取り上げ、LES の重要性と利用の現状を述べる。

遷音速バフエット

遷音速バフエットは、特定のマッハ数、迎角において起こる翼面上の衝撃波の自励振動である。初めて観測されたのは 70 年以上前 [18] であるが、未だ現象を包括的に記述するメカニズムは確立されておらず、現在でも盛んに研究が行われている。遷音速バフエットの研究の全体像は、Lee ら [11] や Giannelis ら [12] によりレビューにまとめられている。

遷音速バフエットでは、衝撃波と剥離境界層の干渉に伴う非線形性が流れ場に大きな影響を与えることが知られている [6, 9, 11, 12]。URANS による解析では、バフエット発生の臨界条件付近における予測精度の低下 [19] や、解の乱流モデルへの強い依存が報告されており [20–23]、LES による予測の高信頼化・高精度化が期待されている [15]。

学究的研究においては、近年では超並列計算機を用いて WMLES などの高忠実計算が実施されるようになっており [6, 7, 9, 19, 24–31]、衝撃波振動と相関のある大局的な流れ場の変動などの理解が進んでいる (Fig.1.1)。バフエット境界の評価や制御技術の構築のため、産業の場においても LES の普及が期待されている。

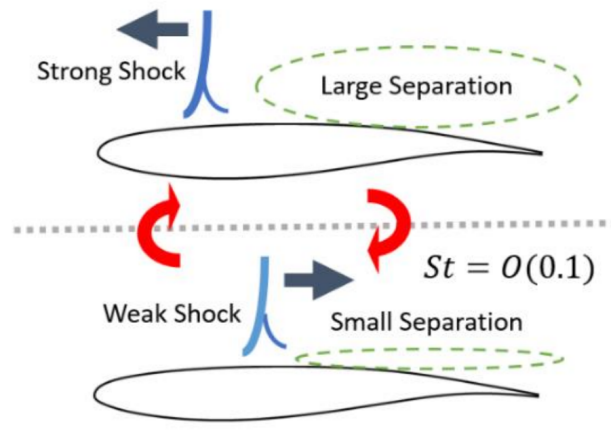


Fig.1.1: Schematic of Transonic Buffet Flowfield.

動的失速

動的失速は、翼がピッチングする際に、静止時とは異なる挙動・メカニズムで失速に至る現象である。静的失速よりも失速が生じる迎角が高いものの、失速に伴う空力やモーメントの変動は静的失速よりも大きい。ターボ機械やヘリコプター、発電用風車などの領域を中心に盛んに研究されている [32]。動的失速の発生条件および発生時の空力には、遷移・大規模剥離・再層流化を含む非定常乱流現象が重要な役割を持つことが知られている。動的失速には流れの条件により異なるいくつかの発生過程があるが、いずれも負圧面の前縁付近に生じる、Laminar Separation Bubble: LSB の挙動が関係すると考えられている [32–34]。LSB では剥離域上で遷移が生じ、また LSB のバーストや再層流化・再付着には乱流境界層との干渉が影響する。また動的失速発生時の高迎角では、Leading Edge Vortex: LEV の通過により乱流境界層が大きく巻き上げられる。

動的失速は $St \sim 0.01$ から 0.1 の低い無次元振動数を有するため、位相平均が収束する数十周期の解析は依然困難である。これまでの LES の実施例のほとんど [33–42] は、初生の理解を目的とした過渡的なものや、1 周期程度の解析に留まっている。

翼列フラッタ

現在のガスタービンの設計は、熱効率向上と軽量化のために、空力要素の段数や翼枚数を減らし、周速度を高くする傾向にある。翼単体が担う空力負荷の増加は、高付加運転時の翼列フラッタ [43–47] のリスクを増加させる。また周速度の増加は遷音速/超音速下で

運転される段数の増加を伴うため、特に遷音速/超音速失速フラッタ/(Fig.1.2 V) の予測が重要性を増している。翼列フラッタは構造の固有モードに依存するため、流れの振動は $St < 0.1$ の低い無次元振動数を有する。

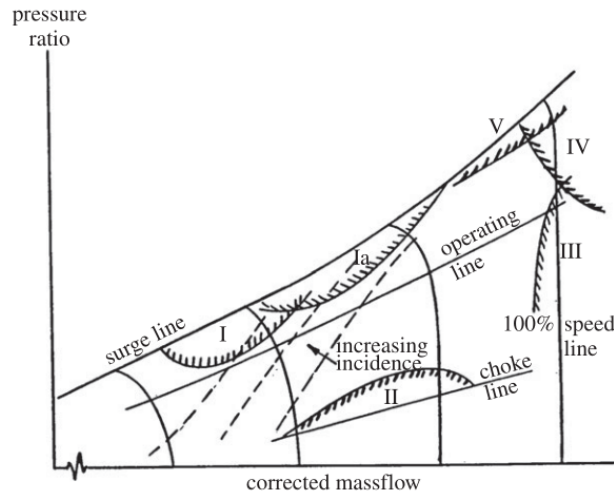


Fig.1.2: Flutter regions on the compressor map [1]. I, subsonic/transonic stall flutter; Ia, system mode instability; II, choke flutter; III, low-incidence supersonic flutter; IV, high-incidence supersonic flutter; V, supersonic bending stall flutter.

遷音速/超音速フラッタにおける衝撃波振動について、衝撃波/乱流境界層干渉が重要となる点は遷音速バフェットと同様であり [48], また流れのレイノルズ数が臨界条件に近い場合、遷移との相互作用も重要となる [13,14]. さらに内部流である翼列フラッタでは、翼間の干渉も流れに影響する。High Pressure Turbine のように遷音速条件下で翼後流が発達する場合、後縁のすぐ下流で衝撃波と渦放出の相互干渉が発生する可能性が指摘されている [49,50]. 変動と巨視的な流れ場の相互作用を精度良く予測できる手法として、LES などの高忠実計算の翼列フラッタに対する需要は高い。学究的研究での LES の実施例は次第に増えつつあり [51–54], 実機開発の場への普及が期待されている。

1.3.2 LES の高効率化

Wall-Resolved LES では, 特定の空間スケール以下の乱流変動のみを SGS 項としてモデル化し, それより大きい変動をすべて解像する. LES の計算効率化は, 解像する最小/最大の変動の帯域幅が大きいほど低くなる. これまでの LES の高効率化の多くは, 低周波数側に帯域幅を狭くする (Fig.1.3 Conventional Acceleration). Wall-Resolved LES より大きなスケールの乱流変動までモデル化することで, 時間積分の時間刻み幅を大きくし, 計算時間を短縮する.

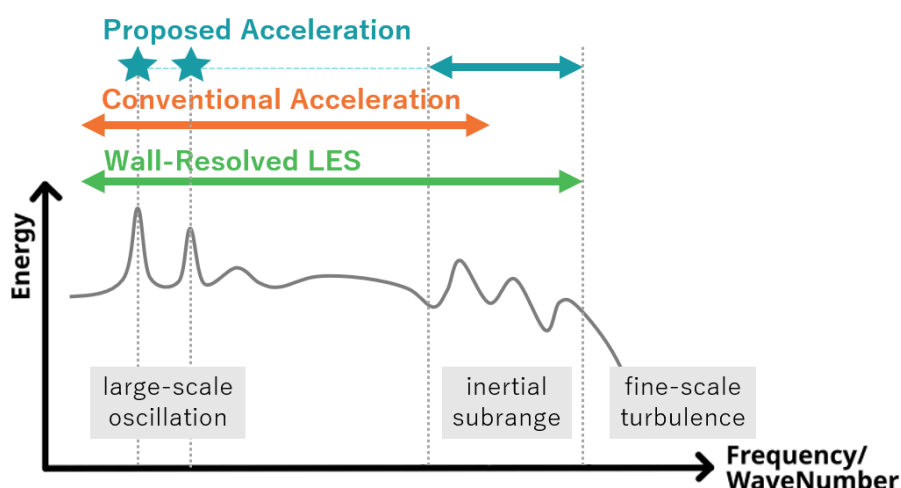


Fig.1.3: Acceleration of Large-Eddy Simulation.

具体的な効率化手法には, wall-layer modeling や RANS/LES hybrid がある [55, 56]. wall-layer modeling [57–63] では, 壁乱流における乱流境界層内層での変動をモデル化し, 外層より外の乱流変動のみを LES で解像する. 内層の流れは, 壁法則などを用いて外層の物理量分布から評価する. 対して RANS/LES hybrid では, 計算領域の一部の流れを Unsteady RANS, あるいは Unsteady RANS と LES を合わせた手法で計算する. RANS/LES hybrid には, RANS と LES の切替方法が異なる多くの手法が存在する [64–71]. 代表例としては, 予め分割した領域ごとに RANS と LES の適した方で計算する Embedded LES [72, 73], レイノルズ応力と SGS 応力で動的に切り替わる項を用い

る Detached-Eddy Simulation: DES とその拡張 [74–76], また Embedded LES と DES の両方の特徴を持つ Zonal-DES(ZDES) [9] などがある.

本研究ではこれら従来の効率化手法と対照的に, Fig.1.3 の Proposed Acceleration に示すとおり, 解像する帯域幅を高周波数側に絞ることで計算効率を向上する.

1.3.3 Harmonic Balance 法

Harmonic Balance Method: HB は, Hall ら [77] によって開発された, 周期流れの計算手法である. HB は Non-Linear Frequency Domain method: NLFD や Time Spectral Method: TSM と呼ばれることもある. HB ではフーリエ解析を基に, 非定常な支配方程式を定常問題に変形して解く. HB は振動のモード間の非線形干渉も計算するため, 物理量の時間変化を有限次数のフーリエモードで表現できる場合, 時間積分による計算と同精度の解が得られる.

HB は時間積分による非定常計算に対し, 実用性に関する 2 つの長所を有する. 一点目は計算効率である. 定常問題を解く際には各種収束加速法を利用できるため, 一般に時間積分による非定常計算より高効率に計算が行える. 二点目は後処理の簡単さである. HB では位相平均や短時間平均などを用いずに, 周期流れのみを解として直接得ることができる. また収束計算であるため, 過渡状態を考慮する必要がなく, 計算の終了判定が容易である. 工学的に重要な多くの流れに対し HB の予測精度と実用性が確認されており [77–82, 82–101], 最近では一般公開されるツールにも HB が実装されたものが増えている [102, 103].

HB のさらなる適用拡大には, 乱流モデルへの依存性の解消が求められる. HB は収束計算であるため, 決定論的な流れの変動のみを計算する. 非決定論的な乱流変動が解に与える影響は決定論的な量として評価する必要があるが有り, RANS の乱流モデル以外での評価方法は, 筆者の知る限り提案されていない. これまでの主な HB の高度化は, 計算安定性, 効率の向上や [104–111], 決定論的な非周期流れへの拡張 [112–116] を行うものである.

本研究では RANS の乱流モデルに代わる評価方法として, 高忠実計算を用いる方法を提案する. 乱流変動が解に与える影響を高信頼に評価することで, HB の信頼性を補強し, 適用範囲を拡大する.

1.4 本論文の構成

本稿 2 章では, 本研究で開発する Harmonic Balanced LES: HB-LES について説明する. 低無次元振動数を有する非定常乱流流れの支配方程式を定式化し, 従来の Harmonic Balance 法を紹介した上で, HB-LES のコンセプトと具体的なアルゴリズムを説明する.

3 章では HB-LES を実装し, 規準的なチャンネル乱流の脈動の解析により HB-LES の検証を行う. HB-LES の構成要素それぞれの解について高信頼なデータと比較し, 適切な機序で流れを予測できることを確認する.

4 章では実際の流れへの, HB-LES の適用可能性を確認する. 従来の LES による実時間解析との比較により, 二次元周期流れへ拡張した HB-LES の検証を行い, 航空分野で一般的な翼周りの流れの予測に対する HB-LES の信頼性と実用性を調査する.

5 章では HB-LES のデモンストレーションとして, LES の産業応用が望まれる遷音速バフエットの解析を実施する. 遷音速バフエットで重要とされる剥離乱流境界層の非定常性を, HB-LES により高信頼に予測できることを示す.

6 章ではまず従来の LES と比較した HB-LES の計算効率を説明する. 次に 5 章までの解析で確認された HB-LES の長所を整理する. HB-LES の利用における注意点を述べたあと, 最後に活用が期待できる現象を提示し, 総合的に HB-LES の有用性を評価する.

第 2 章

計算手法

2.1 支配方程式

本研究では代表長さ L , 代表速度 U と周期 T で定義される無次元振動数 $S_t = L/TU$ が高々 $O(10^{-1})$ の, 低無次元振動数を有する非定常流れを扱う. 流れにおける乱流渦の時間スケールは高々 L/U であるため, 周期 T は乱流変動の時間スケールより数桁大きい. Fig.2.1 は, 低無次元振動数を有する非定常流れにおける典型的な物理量の時間履歴である. 物理量は, ゆっくり変動する周期成分 (オレンジダッシュ線) に, 短い時間スケールの乱流変動 (青実線) が乗った挙動をとる.

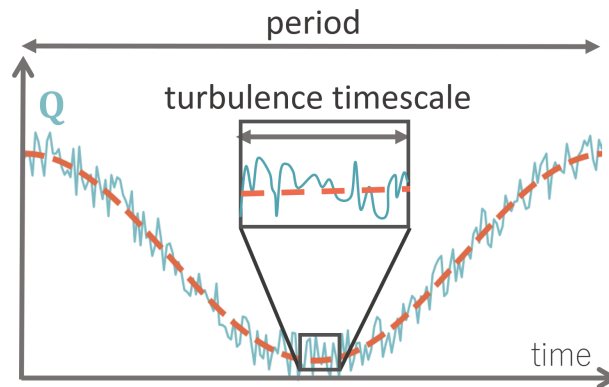


Fig.2.1: Oscillating Turbulent Flow with Low Non-dimensional Frequency.

三次元非定常圧縮性粘性流の Navier-Stokes 方程式は、次式 (A.1) の形で表される。

$$\frac{\partial \mathbf{Q}}{\partial t} = \mathbf{RHS}(\mathbf{Q}) \quad (2.1)$$

ここで \mathbf{Q} は保存量であり、右辺 $\mathbf{RHS}(\mathbf{Q})$ は移流項、拡散項および外力項 \mathbf{f} をまとめて表記したものである。Navier-Stokes 方程式の詳細は、付録 A. に記載する。保存量 $\mathbf{Q}(\mathbf{x}, t)$ や右辺値 $\mathbf{RHS}(\mathbf{Q}(\mathbf{x}, t))$ は空間座標 \mathbf{x} と時間 t に依存するが、本稿では必要無い場合パラメタ \mathbf{x}, t を省略して表記する。

本研究では保存量 \mathbf{Q} を、周期成分 $\hat{\mathbf{Q}}$ と、非周期的な乱流変動 \mathbf{Q}' に分離する。

$$\mathbf{Q} = \hat{\mathbf{Q}} + \mathbf{Q}' \quad (2.2)$$

また $\hat{\mathbf{Q}}$ の基本周波数を f_p , \mathbf{Q}' の代表周波数を f_t とした時、次式が成立すると仮定する。

$$f_p \ll f_t \quad (2.3)$$

まず式 (A.1) から周期成分 $\hat{\mathbf{Q}}$ についての支配方程式を導出する。仮定 (2.3) より、 $f_p \ll f_c \ll f_t$ なる周波数 f_c が存在する。 f_c 以下の周波数成分のみを通すローパスフィルタ L を保存量に適用すると、周期成分のみが取り出される。また保存量の時間微分項についても同様である。

$$L[\mathbf{Q}] = \hat{\mathbf{Q}}, \quad L\left[\frac{\partial \mathbf{Q}}{\partial t}\right] = \frac{\partial \hat{\mathbf{Q}}}{\partial t} \quad (2.4)$$

ローパスフィルタ L を式 (A.1) 両辺に適用すると、次式が得られる。

$$\frac{\partial \hat{\mathbf{Q}}}{\partial t} = L[\mathbf{RHS}(\mathbf{Q})] \quad (2.5)$$

ここで次のような項 \mathbf{S} を定義し、

$$\mathbf{S} = L[\mathbf{RHS}(\mathbf{Q})] - \mathbf{RHS}(L[\mathbf{Q}]) \quad (2.6)$$

\mathbf{S} と $\mathbf{RHS}(L[\mathbf{Q}]) = \mathbf{RHS}(\hat{\mathbf{Q}})$ を利用すると、次の周期成分 $\hat{\mathbf{Q}}$ についての支配方程式を形式的に導くことができる。

$$\frac{\partial \hat{\mathbf{Q}}}{\partial t} = \mathbf{RHS}(\hat{\mathbf{Q}}) + \mathbf{S} \quad (2.7)$$

式 (2.6) では \mathbf{Q}' と $\hat{\mathbf{Q}}$ の二次のモーメントが \mathbf{S} に集約されている。以降は式 (2.6) で定義した \mathbf{S} を相互干渉項と呼称する。

一方で乱流変動 \mathbf{Q}' については、式 (A.1) の左辺を周期成分と乱流変動に分離することで、次の発展方程式 (2.8) が得られる。

$$\frac{\partial \mathbf{Q}'}{\partial t} = \mathbf{RHS}(\hat{\mathbf{Q}} + \mathbf{Q}') - \frac{\partial \hat{\mathbf{Q}}}{\partial t} \quad (2.8)$$

2.2 ハーモニックバランス法

本小節では提案手法の基礎となっているハーモニックバランス法 (以下 HB) [77] による式 (2.7) の計算方法を説明する。

HB では周期成分 $\hat{\mathbf{Q}}$ を、振動の基本角周波数 ω を用いて、最高次数が N の有限離散フーリエ級数で表現する。また式 (2.7) の右辺 $\mathbf{R} = \mathbf{RHS}(\hat{\mathbf{Q}}) + \mathbf{S}$ についても、同様にフーリエ級数で表現する。

$$\hat{\mathbf{Q}} = \sum_{k=-N}^N \tilde{\mathbf{Q}}_k e^{ik\omega t}, \quad \mathbf{R} = \sum_{k=-N}^N \tilde{\mathbf{R}}_k e^{ik\omega t} \quad (2.9)$$

式 (2.9) を式 (2.7) にそれぞれ代入すれば、次の等式が得られる。

$$\sum_{k=-N}^N \left(ik\omega \tilde{\mathbf{Q}}_k \right) e^{ik\omega t} = \sum_{k=-N}^N \left(\tilde{\mathbf{R}}_k \right) e^{ik\omega t} \quad (2.10)$$

式 (2.10) が任意の t において成立することを考えると、次数毎に整理することで次の $2N + 1$ 本の恒等式が導かれる。

$$ik\omega \tilde{\mathbf{Q}}_k = \tilde{\mathbf{R}}_k \quad (k \in [-N, N]) \quad (2.11)$$

周期成分 $\hat{\mathbf{Q}}$ および右辺 \mathbf{R} のフーリエ係数を並べたベクトルを

$$\tilde{\mathbf{Q}}^* = (\tilde{\mathbf{Q}}_{-N}, \dots, \tilde{\mathbf{Q}}_N)^T, \quad \tilde{\mathbf{R}}^* = (\tilde{\mathbf{R}}_{-N}, \dots, \tilde{\mathbf{R}}_N)^T \quad (2.12)$$

のようにそれぞれ書くと、定数対角行列 $\mathbf{N} = \mathbf{diag}(-N, \dots, N)$ を用いて、式 (2.11) は次のように書くことができる。

$$i\omega \mathbf{N} \tilde{\mathbf{Q}}^* = \tilde{\mathbf{R}}^* \quad (2.13)$$

HB では周波数領域における式 (2.13) を, 逆フーリエ変換を用いることで, 物理空間での式に戻して解く. 1 周期 $2\pi/\omega$ を $2N+1$ に等分割した時刻 t_j を定義し, 以降これをタイムレベルと呼ぶ.

$$t_j = \frac{j}{2N+1}T \quad (j \in \mathbb{N}, j \in [0, 2N]) \quad (2.14)$$

全てのタイムレベルにおける $\hat{\mathbf{Q}}$ の値を並べたベクトルを $\hat{\mathbf{Q}}^*$ とそれぞれ書くことにする.

$$\hat{\mathbf{Q}}^* = \left(\hat{\mathbf{Q}}(t_0), \hat{\mathbf{Q}}(t_1), \dots, \hat{\mathbf{Q}}(t_{2N}) \right)^T \quad (2.15)$$

$\hat{\mathbf{Q}}^*$ と $\tilde{\mathbf{Q}}^*$ の関係は, 逆離散フーリエ変換を表す行列 \mathbf{B} (付録 C.) を用いて次の様を書くことができる.

$$\hat{\mathbf{Q}}^* = \mathbf{B}\tilde{\mathbf{Q}}^* \quad (2.16)$$

式 (2.16) の関係は, 全てのタイムレベルにおける \mathbf{R} の値を並べたベクトルを \mathbf{R}^* と $\tilde{\mathbf{R}}^*$ の間にも同様に成立する.

$$\mathbf{R}^* = (\mathbf{R}(t_0), \mathbf{R}(t_1), \dots, \mathbf{R}(t_{2N}))^T \quad (2.17)$$

$$\mathbf{R}^* = \mathbf{B}\tilde{\mathbf{R}}^* \quad (2.18)$$

式 (2.13) の左辺は, 左から行列 \mathbf{B} を作用させ, また式 (2.16) を用いれば, 次の様に変形できる.

$$i\omega\mathbf{B}\mathbf{N}\tilde{\mathbf{Q}}^* = i\omega\mathbf{B}\mathbf{N}\mathbf{B}^{-1}\mathbf{B}\tilde{\mathbf{Q}}^* = \mathbf{D}\hat{\mathbf{Q}}^* \quad (2.19)$$

$$\mathbf{D} \equiv i\omega\mathbf{B}\mathbf{N}\mathbf{B}^{-1}$$

したがって式 (2.13) の両辺に \mathbf{B} を左から作用させることで, 最終的に次の連立方程式が得られる.

$$\mathbf{D}\hat{\mathbf{Q}}^* = \mathbf{R}^* = \left(\mathbf{RHS}(\hat{\mathbf{Q}}) \right)^* + \mathbf{S}^* \quad (2.20)$$

式 (2.20) は離散的なタイムレベル t_j における $\hat{\mathbf{Q}}, \mathbf{RHS}(\hat{\mathbf{Q}}), \mathbf{S}$ の値, および定数行列 \mathbf{D} のみで構成される. 式 (2.20) は $\hat{\mathbf{Q}}$ の時間微分を陽に持たないため, 擬似時間進行や GMRES などの適当な収束計算法を用いて解くことができる.

2.3 Harmonic Balanced Large-Eddy Simulation; HB-LES

提案手法である Harmonic Balanced Large-Eddy Simulation(HB-LES) [117, 118] では, 式 (2.6) から式 (2.8) をすべて満たす \mathbf{Q}' と $\hat{\mathbf{Q}}$ を解く. HB-LES は式 (2.8) に従い \mathbf{Q}' を求める LES-stage と, 式 (2.7) に従い $\hat{\mathbf{Q}}$ を求める HB-stage, および両 stage の反復から構成される. Fig.2.2 は HB-LES の手続きを表す図である. LES-stage では, HB におけるタイムレベル周辺の時刻で式 (2.8) の実時間積分を行い, \mathbf{Q}' の時間発展を解く. LES-stage では, 乱流変動の時間スケールより十分長い期間の実時間積分を行う. HB-stage では, HB により式 (2.7) を満たす $\hat{\mathbf{Q}}$ を求める. LES-stage と HB-stage は \mathbf{S} および $\hat{\mathbf{Q}}, \frac{\partial \hat{\mathbf{Q}}}{\partial t}$ をそれぞれ受け渡ししながら, 交互に繰り返される. HB-stage の解 $\hat{\mathbf{Q}}$ が stage を繰り返しても変化しなくなった時, 解が収束したとする.

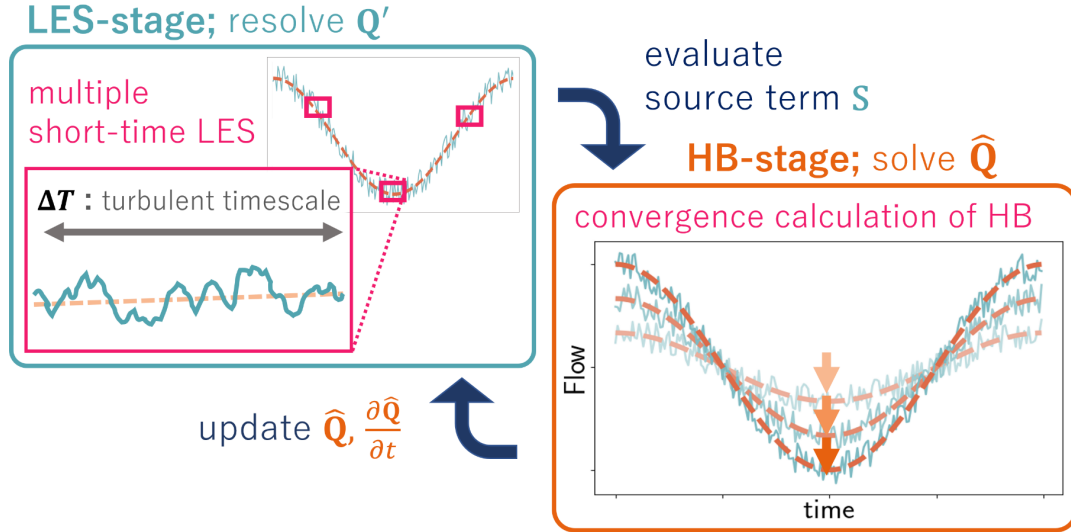


Fig.2.2: Schematic of Harmonic Balanced Large-Eddy Simulation.

HB-LES の収束解における $\hat{\mathbf{Q}}$ および \mathbf{Q}' は, 仮定 (2.3) の基で, 従来の LES による Navier-Stokes 方程式 (A.1) の解となる. $\hat{\mathbf{Q}}$ は式 (2.7) の, \mathbf{Q}' は式 (2.8) の解であり, HB-stage から LES-stage に $\hat{\mathbf{Q}}, \frac{\partial \hat{\mathbf{Q}}}{\partial t}$ を渡すことで $\hat{\mathbf{Q}}$ からの影響が \mathbf{Q}' に, また LES-stage から HB-stage に \mathbf{S} を渡すことで \mathbf{Q}' からの影響が $\hat{\mathbf{Q}}$ に反映される.

2.3.1 LES-stage

LES-stage では, 式 (2.14) で定義した各タイムレベル t_j それぞれにおける乱流変動 $\mathbf{Q}'_j = \mathbf{Q}'(t_j)$ を解く. 周期成分は仮定 (2.3) よりタイムレベルにおける値 $\hat{\mathbf{Q}}(t_j)$ で凍結し, 次式 (2.21) にしたがって \mathbf{Q}'_j の時間積分を行う.

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathbf{Q}'_j(t)}{\partial t} &= \mathbf{RHS} \left(\hat{\mathbf{Q}}(t_j) + \mathbf{Q}'_j(t) \right) - \frac{\partial \hat{\mathbf{Q}}(t_j)}{\partial t} \\ &= \mathbf{RHS} \left(\hat{\mathbf{Q}}(t_j) + \mathbf{Q}'_j(t) \right) - \left[\mathbf{D} \hat{\mathbf{Q}}^* \right]_j \end{aligned} \quad (2.21)$$

行列 \mathbf{D} は式 (2.20) で定義したものであり, $\left[\mathbf{D} \hat{\mathbf{Q}}^* \right]_j$ は行列ベクトル積 $\mathbf{D} \hat{\mathbf{Q}}^*$ の j 番目の要素を意味する. 式 (2.21) の時間積分は, 時刻 $t = t_j$ における \mathbf{Q}'_j の時間発展を, 初期値を変えながら繰り返し計算しているとみなすことができる.

各時刻 t_j についての LES では, 時間 $\Delta T = \Delta T_r + \Delta T_s$ 分の時間積分を行う. ΔT_r は流れにおける初期値の影響が無くなるまでの緩和時間である. ΔT_s は乱流統計量 \mathbf{S} の評価のために \mathbf{Q}'_j のサンプリングを行う区間である. ΔT_s は \mathbf{Q}'_j の代表時間スケール $1/f_t$ より十分長い時間とする. $\Delta T \gg 1/f_t$ であり, また周期成分を凍結しているため, 収束解では \mathbf{Q}'_j について次式が成立する.

$$\int_0^{\Delta T} \frac{\partial \mathbf{Q}'_j(t)}{\partial t} dt = \int_0^{\Delta T} \mathbf{Q}'_j(t) dt = 0 \quad (2.22)$$

2.3.2 相互干渉項 \mathbf{S} の計算

本研究では式 (2.3) の仮定より, 式 (2.6) 中のローパスフィルタ L にアンサンブル平均を用いる. LES-stage のサンプリング区間 ΔT_s の間の単純移動平均は, アンサンブル平均として機能する. 収束解において式 (2.22) が成立し, また ΔT_s は \mathbf{Q}' の代表時間スケール $1/f_t$ より十分長いため, ΔT_s の間に $\mathbf{Q}'(t_j + t)$ の時間相関は消失する.

LES-stage のサンプリング区間についての単純移動平均を

$$\overline{\mathbf{RHS}(\mathbf{Q}(t_j))} = \frac{1}{\Delta T_s} \int_{\Delta T_r}^{\Delta T_r + \Delta T_s} \mathbf{RHS}(\mathbf{Q}(t_j + t)) dt \quad (2.23)$$

のように書くことにする. 時刻 $t = t_j$ についての式 (2.6) の右辺第一項, 第二項は, 式 (2.21) を用いればそれぞれ次のように評価できる.

$$\begin{aligned}
L[\mathbf{RHS}(\mathbf{Q}(t_j))] &= \overline{\mathbf{RHS}(\mathbf{Q}(t_j))} \\
&= \overline{\frac{\partial \mathbf{Q}'_j}{\partial t} + \frac{\partial \hat{\mathbf{Q}}(t_j)}{\partial t}} \\
&\simeq \overline{\frac{\partial \mathbf{Q}'_j}{\partial t}} + [\mathbf{D}\hat{\mathbf{Q}}^*]_j
\end{aligned} \tag{2.24}$$

$$\begin{aligned}
\mathbf{RHS}(L[\mathbf{Q}(t_j)]) &= \mathbf{RHS}(\overline{\mathbf{Q}(t_j)}) \\
&\simeq \mathbf{RHS}(\overline{\mathbf{Q}'_j} + \hat{\mathbf{Q}}(t_j))
\end{aligned} \tag{2.25}$$

式 (2.24), (2.25) をまとめて, タイムレベル $t = t_j$ における相互干渉項 $\mathbf{S}_0(t_j)$ は次式のように評価する.

$$\mathbf{S}_0(t_j) = \overline{\frac{\partial \mathbf{Q}'_j}{\partial t}} + [\mathbf{D}\hat{\mathbf{Q}}^*]_j - \mathbf{RHS}(\hat{\mathbf{Q}}(t_j) + \overline{\mathbf{Q}'_j}) \tag{2.26}$$

式 (2.26) 中の時間平均操作について, 周期成分 $\hat{\mathbf{Q}}$ が一様な分布を取る方向が存在する場合は, これらの方向の空間平均操作を加えて利用できる. また他の平均操作の例として, LES では細い格子で乱流変動を解像し, 適当な空間平滑化を用いて HB の粗い格子に内挿する, Dual-Mesh のような方法 [70, 71] も考えられる.

2.3.3 HB-stage における相互干渉項 \mathbf{S} の修正

HB-stage では周期成分の発達に応じて, 動的に相互干渉項 \mathbf{S} を修正する. \mathbf{S} の修正が必要な理由は二点ある.

一点目は, 相互干渉項 \mathbf{S} が周期成分 $\hat{\mathbf{Q}}$ の関数であるためである. 式 (2.26) の \mathbf{S}_0 は直前の LES-stage の平均値 $\hat{\mathbf{Q}}_0 = \hat{\mathbf{Q}}(t_j) + \overline{\mathbf{Q}'_j(t)}$ に対して定義されている. \mathbf{S} と $\hat{\mathbf{Q}}$ の一貫性を保つためには, 式 (2.20) を解く際に右辺の \mathbf{S} を修正する必要がある.

二点目は, \mathbf{Q}' の平均操作を用いて評価する \mathbf{S}_0 に, 統計的ゆらぎが含まれるためである. 式 (2.26) で評価する \mathbf{S}_0 は, 収束解においても最大で $\frac{|\mathbf{Q}'_{RMS}|}{\Delta T_s}$ の統計的ゆらぎを伴う (例として LES-stage の \mathbf{Q}' の時間履歴が $[0, \dots, 0, -\mathbf{Q}'_{RMS}, \mathbf{Q}'_{RMS}]$ となる場合が考えられる). 統計的ゆらぎは, LES-stage 中には変動の変化で解消される. HB-stage では周期成分のみを更新するため, \mathbf{S} の修正により統計的ゆらぎを解消する必要がある.

本研究では、 \mathbf{S} が乱流変動の二次のモーメントであることを利用し、渦粘性近似を基に HB-stage 中の \mathbf{S} を次式で修正する。

$$\mathbf{S}(\hat{\mathbf{Q}}) = \mathbf{S}_0(\hat{\mathbf{Q}}_0) + \nabla \left(\beta_t \nabla \cdot \Delta \hat{\mathbf{Q}} \right) \quad (2.27)$$

右辺第二項の修正項は、周期成分の変化 $\Delta \hat{\mathbf{Q}} = \hat{\mathbf{Q}} - \hat{\mathbf{Q}}_0$ についての拡散項となっている。

収束解では $\Delta \hat{\mathbf{Q}} = 0$ となるため、拡散係数 β_t は任意性のある関数であり、以降は疑似粘性係数と呼ぶ。疑似粘性係数に渦粘性係数を用いる場合、LES-stage の解 \mathbf{S}_0 と対応する分布を持つ β_t が次式で定義できる。

$$\mathbf{S}_0(\hat{\mathbf{Q}}_0) = \nabla \left(\beta_t \nabla \cdot \hat{\mathbf{Q}}_0 \right) \quad (2.28)$$

$\hat{\mathbf{Q}}_0$ が一次元の分布を持ち、圧縮性が無視できる場合、式 (2.28) の積分により β_t を簡単に計算することができる。一方で多次元分布を持つ $\hat{\mathbf{Q}}_0$ に対しては、式 (2.28) は多変数の偏微分方程式となり、 β_t を求めるには反復計算が必要となる。この場合、渦粘性を代替する関数として、RANS における乱流粘性係数の利用が考えられる。

2.3.4 パラメタと初期値

HB-LES では、HB-stage で扱うモード数 N 、および LES-stage のシミュレーション時間 $\Delta T_r, \Delta T_s$ が、利用者が決めるパラメタとなる。モード数 N は着目する周期現象を表すのに十分な値とする必要がある。実験などで流れの時間履歴や周波数特性が分かっている場合には、予め必要なモード数を判断できる。未知の流れに適用する際には、モード数を変えた複数のケースの計算を実施し、解のモード数依存性を調査する必要がある。LES-stage では、緩和時間 ΔT_r の間に初期値の影響が無くなり、サンプリング時間 ΔT_s の間に変動の時間相関が消失する必要がある。要請を満たす $\Delta T_r, \Delta T_s$ としては、一般にどちらも最大の変動の時間スケール $1/f_t \sim \delta/U$ の数十倍程度でよいと考えられる。与えた $\Delta T_r, \Delta T_s$ が適切であることは、LES-stage の二時刻速度相関などから確認できる。

HB-LES の初期値に関して、最初の stage における周期成分 $\hat{\mathbf{Q}}$ に RANS を用いた HB の解など発達した流れを与えることで、収束までの stage 数を削減できる。また各 LES-stage の初期値 $\mathbf{Q}'_j(0)$ には任意性があり、本研究ではタイムレベル t_j の初期値 $\mathbf{Q}'_j(0)$ は、直前の LES-stage の最終ステップの値 $\mathbf{Q}'_j(\Delta T)$ を用いる。

第 3 章

HB-LES の検証

本章では HB-LES を実装し、規準的な流れの解析により検証する．ここでは HB-LES の全ての解について、周期成分、乱流変動、相互干渉項の順に、実験や従来の LES の高信頼なデータと比較する．また解の関係から、周期成分と乱流変動の相互干渉が、適切に解に反映されていることを確認する．解析対象は、相互干渉が流れ場に強く影響する、チャンネル乱流の脈動: Stokes Boundary Layer(以下 SBL) とする．

3.1 計算条件

SBL では、主流速度が平均が 0 で、基本角周波数が ω である正弦波 $U(t) = U_0 \sin(\omega t)$ で振動し、境界層が静止付着壁面上で振動する．本計算では主流速度の最大値 U_0 とストークス層厚さ $\delta_S = \sqrt{2\nu/\omega}$ を用いて定義されるレイノルズ数が $Re_{\delta_S} = \frac{U_0 \delta_S}{\nu} = 1790$ となるようにした [2, 3]．流れの脈動は、圧力勾配に相当する主流方向の体積力を

$$\frac{\partial p}{\partial x} = U_0 \omega \cos(\omega t) \quad (3.1)$$

で加振することで与えた．ここで U_0 はマッハ数が 0.15 となる値である．角周波数 ω は $Re_{\delta_S} = U_0 \sqrt{2/\omega\nu}$ が 1790 となるよう設定した．

計算領域は Salon ら [2] に従い、主流方向、壁面垂直方向およびスパン方向に $50\delta_S \times 40\delta_S \times 25\delta_S$ の長さを持つ直方体とした．計算領域はチャンネルの半分であり、上面はチャンネル中央となっている．流れは x, z 方向に一様である．主流方向およびスパン方向の境界条件は周期境界とし、壁面については上面を滑り壁、下面を付着壁としている．

本計算では収束加速のために、最初に格子点数が $87 \times 255 \times 87$ の coarse mesh で計算を行い収束解を得た後、この結果を初期値として再度 $131 \times 255 \times 131$ の fine mesh で計算を行った。格子収束性の検討を Fig.3.1 に示す。本図は $\omega t = 90^\circ$ での体積力を与えた定常流における壁面摩擦応力 τ_w をプロットしており、fine mesh で τ_w がほぼ収束していることが確認できる。以降の議論では、fine mesh の収束解を用いる。fine mesh における主流方向、スパン方向の格子間隔は、 90° において coarse mesh では $\Delta x^+ = 38, \Delta z^+ = 19$, fine mesh では $\Delta x^+ = 24, \Delta z^+ = 12$ となっている。低速ストリークを精度良く解像するためには、主流方向、スパン方向の格子間隔について $\Delta x^+ < 60, \Delta z^+ < 20$ であるのが望ましいとされており [119], fine mesh では基準を満たす格子となっている。また壁面垂直方向については、粘性低層を解像するため $\Delta y^+_{min} = 0.3$ としており、格子間隔の最大ストレッチ比は 1.03 である。

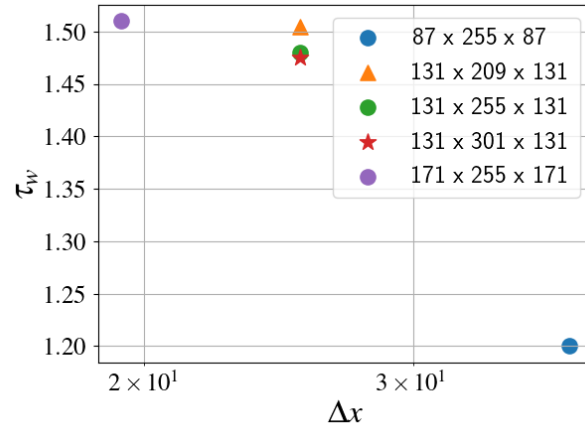


Fig.3.1: Wall-Shear Stress τ_w at Steady Turbulence $\omega t = 90^\circ$.

HB-LES は圧縮性乱流の解析に広く適用されている内製コード [120–124] を拡張することで実装した。本計算では LES-stage では 3 次元の非定常解析を行い、HB-stage では 1 次元の定常計算を行った。

LES-stage では、実時間積分には内部反復 4 回の二次精度 ADI-SGS を用いており、時間刻みは $\Delta t = 0.004\delta_S/U_0$ となるよう設定した。支配方程式は 3 次元の圧縮性 Navier-Stokes 方程式であり、以降の計算では SGS 項を陽に評価しない Implicit LES を採用し

た. 移流項, 拡散項の評価には Kim らの三重対角 6 次精度コンパクトスキーム [125, 126] を用いた. またコンパクトスキームによるエイリアス誤差の除去のため, フィルタ係数 $\alpha = 0.495$ での Gaitonde らの 8 次精度コンパクトフィルタ [127, 128] を, 時間積分 1 ステップ毎に保存量に適用している.

HB-stage では, 移流項の評価には MUSCL 補間で 3 次精度化した SHUS [129] を, 拡散項の評価には 2 次精度中心差分を, また収束計算には ADI-SGS による擬似時間進行を用いた. 式 (2.26) の平均操作には, サンプルング区間 ΔT_s 間の時間平均と, 周期成分が一樣である 2 方向の空間平均を併用している. 先行研究 [2, 3] の壁面摩擦応力履歴では基本周波数の 10 次以下のモードが 99% 以上のエネルギーを占めているため, HB のモード数は $N = 10$ とした.

相互干渉項の修正における疑似粘性係数 β_t について, 周期成分が y 方向一次元のみの分布を持つ場合, 次式が成立する.

$$\beta_t = \frac{\int S_x dy}{\frac{\partial \hat{u}}{\partial y}} \quad (3.2)$$

S_x は相互干渉項 \mathbf{S}_0 の主流方向運動量成分, \hat{u}_0 は周期成分 x 方向速度である. 式 (3.2) を基に, $\beta_t(y)$ の評価は次式に基づき行う.

$$\beta_t(y) = GF \left[\left(1 - \exp(-y^+/A_0) \right) \frac{\frac{1}{2} \left| \int_0^y \mathbf{S} dy - \int_{2H}^y \mathbf{S} dy \right|}{\max \left(\left| \frac{\partial u}{\partial y} \right|, \frac{C}{2H} \int_0^{2H} \left| \frac{\partial u}{\partial y} \right| dy \right)} \right] \quad (3.3)$$

分子は数値積分の誤差を減らすため両端からの積分の平均を取り, 分母は 0 除算を割けるため, $\left| \frac{\partial u}{\partial y} \right|$ の平均値を定数 C 倍したものと比較し, 大きい方を用いている. また壁面付近で乱流粘性を過剰に見積もるのを避けるため, Van-Driest の減衰関数を適用しており, 最後に 1-2-1 ガウシアンフィルタ GF により平滑化を施している. 今回の計算では $A_0 = 26, C = 0.1$ としている.

緩和時間 ΔT_r とサンプルング区間 ΔT_s は, 二時刻変動速度相関 $C_v(t)$ の収束を基に, それぞれ $\Delta T_r = 2/300T, \Delta T_s = 1/300T$ と設定した.

$$C_v(t) = \frac{1}{V} \int_{V(y < \delta_S)} u'(0) u'(t) dV \quad (t \in [0, \Delta T]) \quad (3.4)$$

壁近傍 $y < \delta_S$ での体積平均である $C_v(t)$ の時間履歴 (Fig.3.2) は, 初期値の影響が

$t/T = 0.007 \simeq 2/300$ でほぼ消失することを示している．また $1/300T$ は $25\delta_s/U_0$ と対応しており，乱流統計量が収束するのに十分長い時間である．

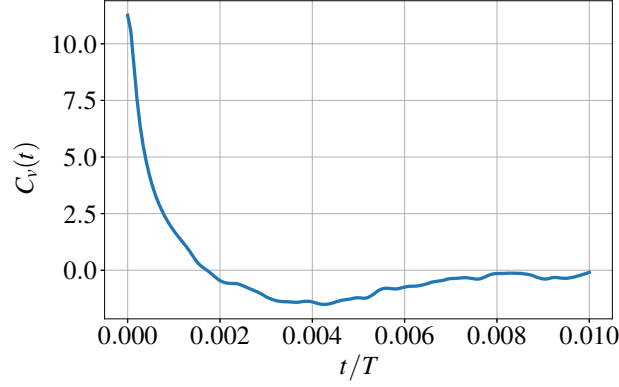


Fig.3.2: Time History of Volume-Averaged 1-point 2-time Velocity Correlations in the Near-wall Region $y < \delta_s$ at Steady Turbulence $\omega t = 90^\circ$.

最初の LES-stage では，周期成分 $\hat{\mathbf{Q}}$ の主流方向速度 $\hat{u}(y)$ に対し，初期値を次で与えた．

$$\hat{u}(y) = \bar{u}_0(y) \sin(\omega t) \quad (3.5)$$

ここで $\bar{u}_0(y)$ は，チャネル中央の速度の平均値が U_0 である定常乱流の平均速度である．定常乱流における，チャネル半高さ H と摩擦速度 u_τ に基づくレイノルズ数は $Re_\tau = \frac{u_\tau H}{\nu} \simeq 3400$ である．周期成分の密度と他の速度成分は，同様の定常乱流の平均値で与え，エネルギーは均一な全圧の仮定に基づき初期化した．また 1stage 目の乱流変動 \mathbf{Q}' は，全タイムレベルで共通して，定常乱流における速度変動を初期値として与えている．

3.2 結果

Fig.3.3 は, $\hat{\mathbf{Q}}$ の収束履歴である. 縦軸は HB-stage ごとの周期成分 $\hat{\mathbf{Q}}$ の主流方向運動量成分の変化量を表している. L2 ノルムは coarse mesh で 5 stage 以内に一桁減少し, fine mesh ではその後 3 stage 以内にさらに半分になっている. stage 8 以降の $\Delta\hat{\mathbf{Q}}/\hat{\rho}$ は最大バルク速度の 0.1% 以下であり, $\hat{\mathbf{Q}}$ は収束していると判断できる.

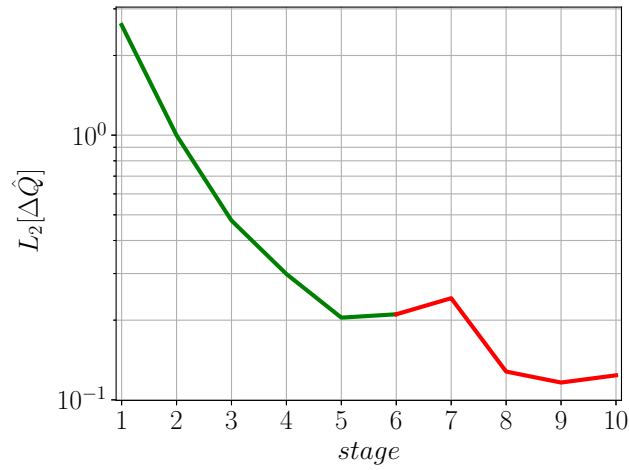


Fig.3.3: Convergence of Periodic Components $\hat{\mathbf{Q}}$, green line; coarse mesh, red line; fine mesh.

3.2.1 周期成分

Fig.3.4 は, 位相 30° おきの, 周期成分主流方向速度の壁面垂直方向分布である. 速度と距離は主流最大速度 U_0 と摩擦距離 δ_S で, それぞれ無次元化している. HB-LES(青線)と比較するため, Jensen らの実験結果 (バツ印) と, Salon らの格子 C4 を用いた従来の LES [2](橙ダッシュ線) を重ねてプロットしている. 緑の点線は, 対数則 $u^+ = \log(y^+)/\kappa + A$ を表している. カルマン定数 $\kappa = 0.41$ であり, A は Salon ら [2] の記述を基に, 90° 以下では 6, 120° 以上では 5 としている. HB-LES の結果はほとんどの位相で, 実験・従来の LES と良い一致が見られる. 加速後半から減速中盤にかけての $60^\circ \sim 150^\circ$ では,

HB-LES, 実験, 従来の LES の速度分布はいずれも対数則と一致している. これは本解析でも, 壁面上で発達した乱流境界層が形成されていることを示している.

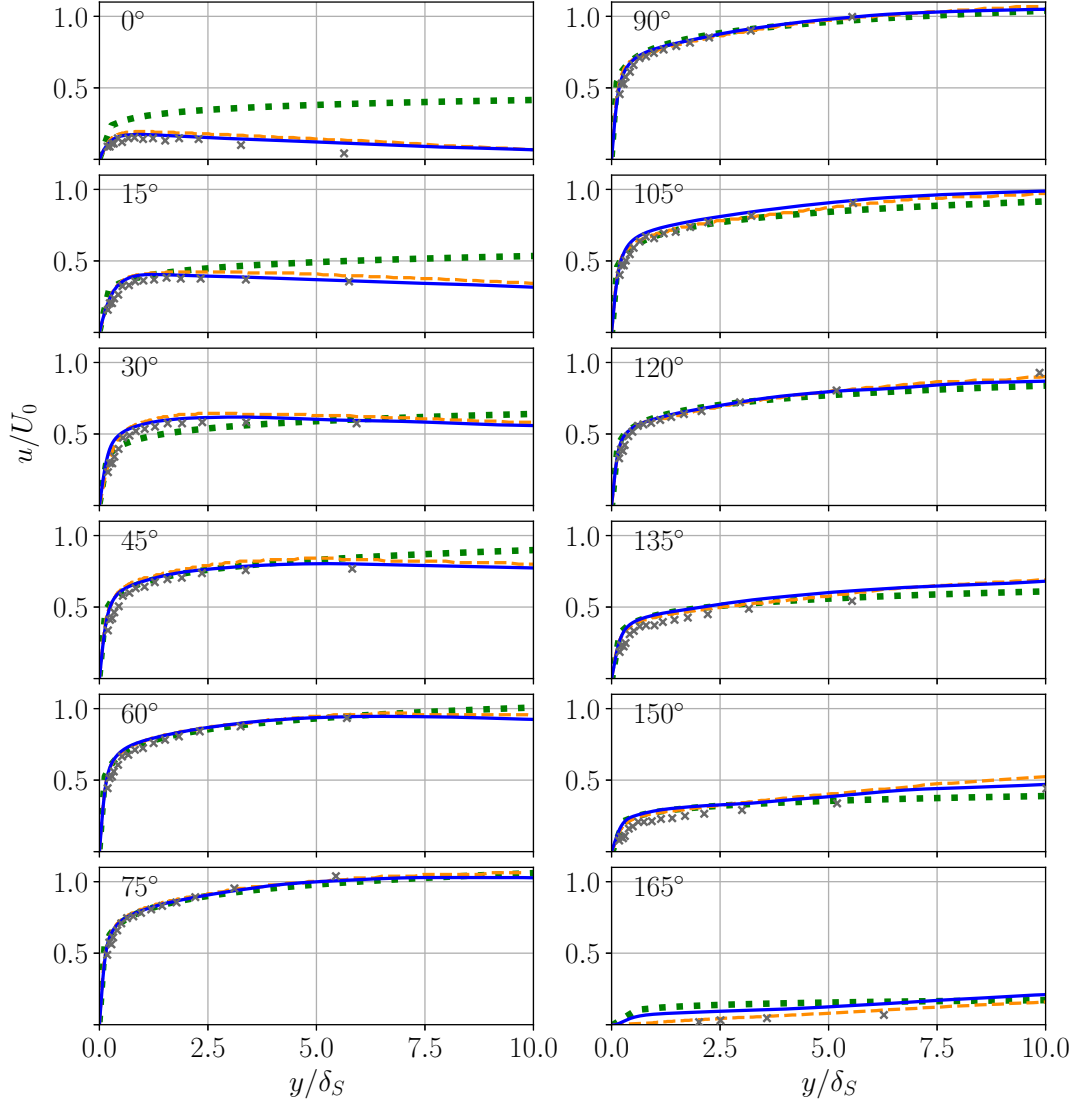


Fig.3.4: Normalized Streamwise Mean Velocity Profiles u/U_0 , blue lines; HB-LES, dashed orange lines; conventional LES(C4) [2], black cross; experimental data [3], green dashed lines; logarithmic law $u^+ = \log(y^+)/\kappa + A$.

Fig.3.5 は, 無次元壁面剪断応力 $\tau_w/\rho U_0\sqrt{2\nu\omega}$ の, 1 周期分の時間履歴である. 全体として, 壁面剪断応力は実験および従来の LES の結果と定量的に良く一致している. 壁面剪断応力の最大値および最大となる位相 80° は従来の LES と良く一致しており, 乱流混合による剪断応力への影響を再現できていることが分かる. また HB-LES では, $30^\circ, 210^\circ$ 付近での遷移による壁面剪断応力の非線形な急増 [2] を再現できている. これらの結果は HB-LES が乱流境界層の特徴を再現できていることを示している.

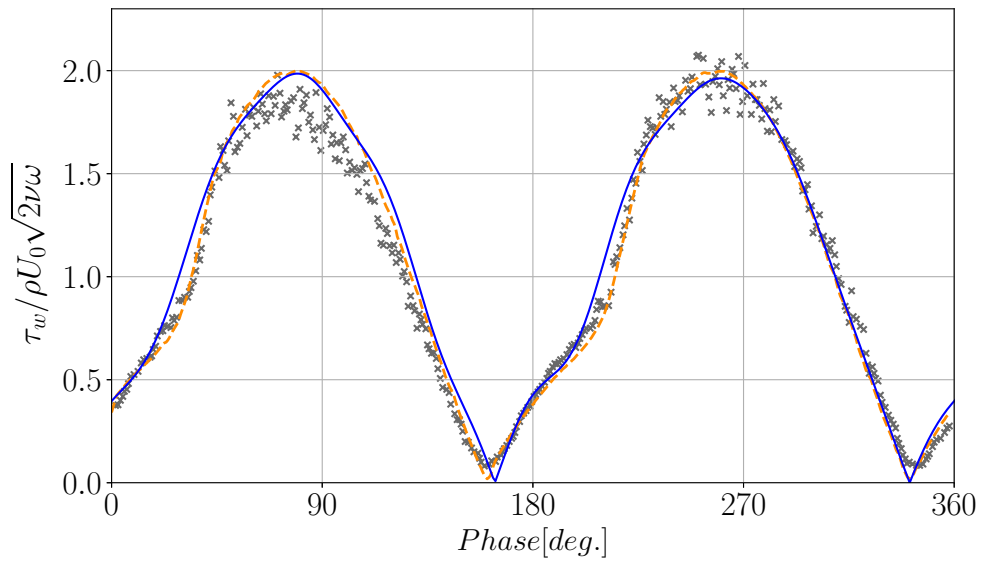


Fig.3.5: Evolution of Normalized Wall-Shear Stress $\tau_w/\rho U_0\sqrt{2\nu\omega}$ over 1 Period, blue line; HB-LES, dashed orange line; conventional LES(C4) [2], black cross; experimental data [3].

3.2.2 乱流変動

Fig.3.6 は $y = 0.085\delta_S$ での壁面水平平面の主流方向速度変動の分布である. $y = 0.085\delta_S$ は位相 90° において $y^+ = 7$ となる位置である. 振動の対称性より, $192.9^\circ \sim 347.1^\circ$ に配置されたタイムレベルについては速度を反転し, $12.9^\circ \sim 167.1^\circ$ としてプロットしている.

15° 付近で長手方向に伸びるストリークが現れ, 30° にかけてこれが強化される. 30° 以

降ではストリークは急速に小さな乱流構造へと崩壊する．小さな乱流構造は 90° 付近で強度が最も強くなり、 135° 付近まで存在する．さらに位相が進むと変動強度は弱まり、最終的に小さな乱流構造は消失する．

HB-LES で見られたこれらの乱流構造の挙動は、従来の LES で観測された挙動 [2] と一致しており、HB-LES の計算方法で $\hat{\mathbf{Q}}$ と \mathbf{Q}' の相互干渉が適切に解に反映されたことを示している．壁近傍の乱流構造には、剪断不安定とバルク速度の減速の影響が反映される [2, 130]．前者の剪断不安定は、式 (2.21) 右辺第一項の非線形項で表現される．後者のバルク速度の減速は、式 (2.21) 右辺第二項の $\frac{\partial \hat{\mathbf{Q}}}{\partial t}$ で表される．これらの項の影響を受けて LES-stage で \mathbf{Q}' が発達し、乱流構造が形成される．乱流変動 \mathbf{Q}' の特徴は、相互干渉項 \mathbf{S} を通して $\hat{\mathbf{Q}}$ に反映される．

Fig.3.7 は、位相 $30^\circ, 90^\circ, 150^\circ$ における無次元乱流強度分布である．HB-LES は従来の LES と全体的に良く一致しており、また外層では実験とも良い一致が見られる．これより本計算では、壁近傍のみでなく外層での乱流構造もよく捉えられていることが分かる． 30° において外層の乱流強度が若干低いのは、自由乱流の過剰な減衰によるものと考えられる．無次元振動数が高く、自由乱流の減衰が早い Hino らの実験 [130] では、 150° から 30° で v'_{RMS} がおよそ半減するとされており、本計算でも同様となっている．

Fig.3.8 は無次元乱流エネルギー K_t^* の、1 周期分の時間履歴である．

$$K_t^* = \frac{1}{V U_0^2} \int_V \left(u'^2 + v'^2 + w'^2 \right) dV \quad (3.6)$$

HB-LES は平均値と振幅、および 90° よりわずかに遅れて最大値を取る点について、従来の LES と良く一致しており、壁近傍の乱流構造の影響を強く受ける乱流の生成・散逸が再現できていることを示している．

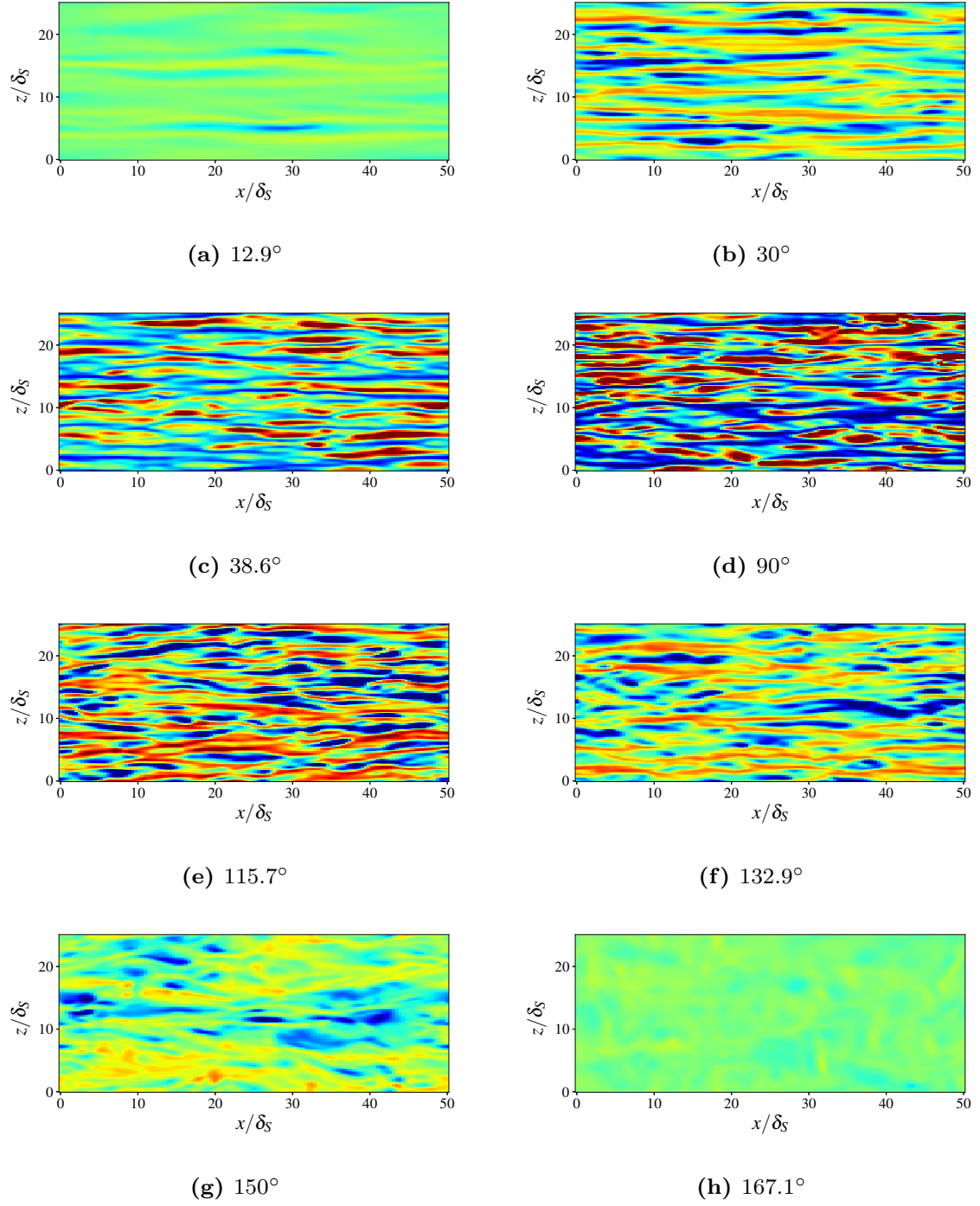


Fig.3.6: Contour Plots of Fluctuating Streamwise Velocity u' with Respect to Plane-Averaged throughout a Half-Cycle at $y = 0.085\delta_S$. contour range is $-5[m/s](blue) \leq u' \leq 5[m/s](red)$.

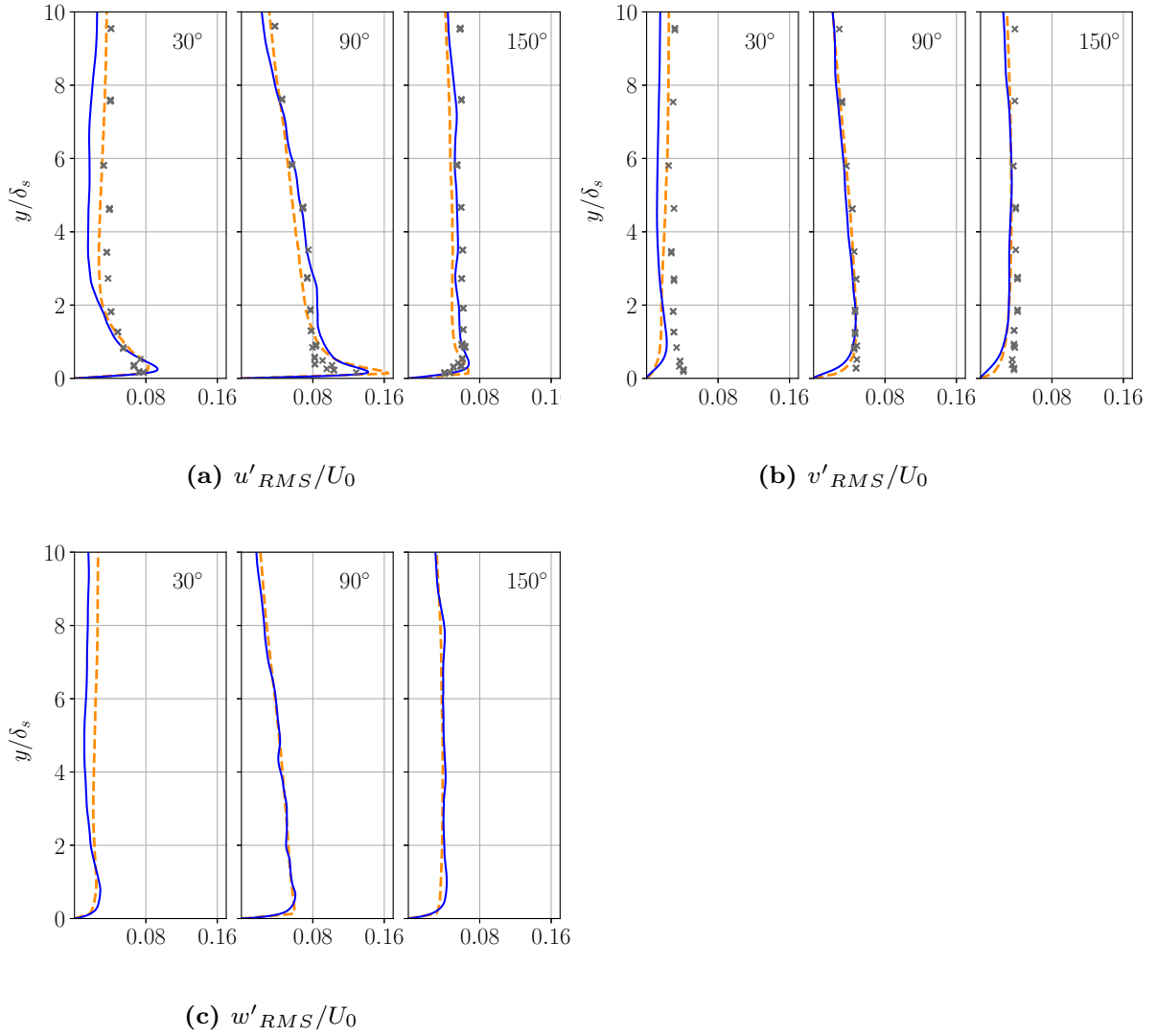


Fig.3.7: Normalized Turbulent Intensities, blue lines; HB-LES, dashed orange lines; conventional LES(C4) [2], black cross; experimental data [3].

3.2.3 相互干渉項

Fig.3.9 は, stage 9, $\omega t = 90^\circ$ における, 無次元化した相互干渉項の分布である. 青の実線は HB-stage の初期値であり, 赤線が修正項を含む最終値である. 青の点線は,

$$|S'| = \frac{\rho |u'_{RMS}|}{\Delta T} \chi \quad (3.7)$$

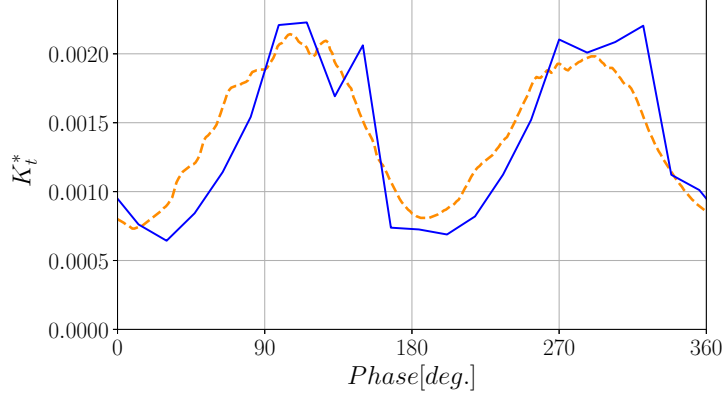


Fig.3.8: Evolution of Turbulent Kinetic Energy K_t^* over 1 Period, blue line; HB-LES, dashed orange line; conventional LES(C4) [2].

で概算できる相互干渉項の統計的ゆらぎを、初期値に加えたものとなっている。 χ は平面平均による揺らぎの平滑化を表す係数で、本計算の計算領域および格子解像度では 0.1 程度であることが、定常流の LES により分かっている。修正した相互干渉項は全域で初期値の統計的ゆらぎの範囲に収まっている。ピーク付近ではほぼ S_0 のままであり、修正項が過度に解を鈍らせることなく、ゆらぎの除去として機能していることが分かる。

相互干渉項の主流方向運動量成分の積分値 $\int_y \mathbf{S} dy / U_0^2$ は、非圧縮性のチャネル乱流においてはレイノルズ応力 $\langle u'v' \rangle$ となる。Fig.3.10 は、無次元化したレイノルズ応力の壁面垂直方向分布である。HB-LES の結果については、相互干渉項の積分値 $\int_y \mathbf{S} dy / U_0^2$ と、LES-stage の乱流変動 \mathbf{Q}' から直接評価したレイノルズ応力 $\langle u'v' \rangle / U_0^2$ の両方をプロットしている。まず $\int_y \mathbf{S} dy / U_0^2$ はほぼ全域で実験と従来の LES の間に収まっており、相互干渉項を高精度に予測できていることが分かる。また $\int_y \mathbf{S} dy / U_0^2$ が LES-stage の \mathbf{Q}' から評価したレイノルズ応力と良く一致することから、相互干渉項の精度良い予測は LES で特徴的な乱流構造を再現できたためと言える。

以上の解の関係から、HB-LES では適切な機序で、相互干渉が解に反映されていることが確認できる。LES-stage で各時刻での特徴的な乱流構造を再現できたため、 \mathbf{Q}' の統計量である \mathbf{S} を精度良く求めることができた。これは $\hat{\mathbf{Q}}$ と \mathbf{Q}' の相互干渉が、 \mathbf{Q}' に適切に反映された結果である。また HB-stage で乱流現象により現れる周期成分の非線形な挙動を予測できたのは、LES-stage で \mathbf{S} が高忠実に求められたためと言える。

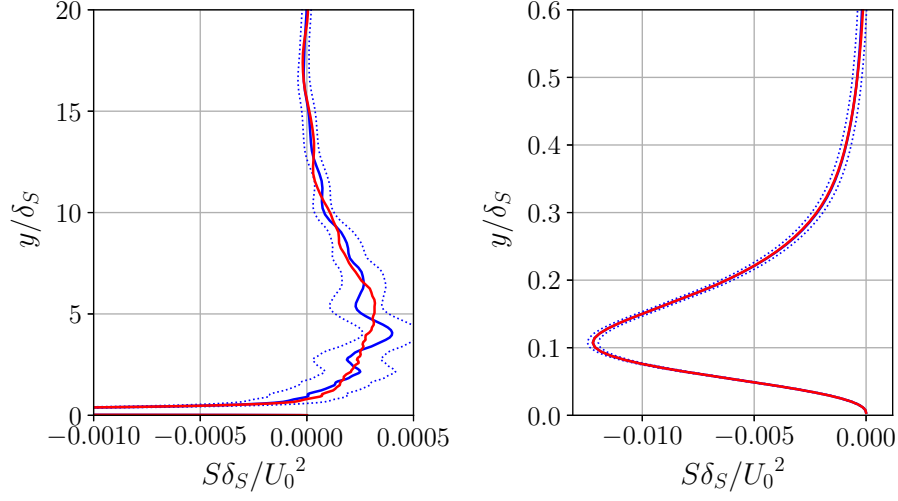


Fig.3.9: Normalized Mutual Interaction Term $S\delta_S/U_0^2$ at $\omega t = 90^\circ$ for HB-stage 9. Right side is a close-up view near the wall. solid blue lines; initial values $S_0\delta_S/U_0^2$, dotted blue lines; $(S_0 + |S'|)\delta_S/U_0^2$, red line; modified values $(S_0 + \nabla \cdot (\beta_t \nabla \cdot \Delta \hat{\mathbf{Q}}))\delta_S/U_0^2$.

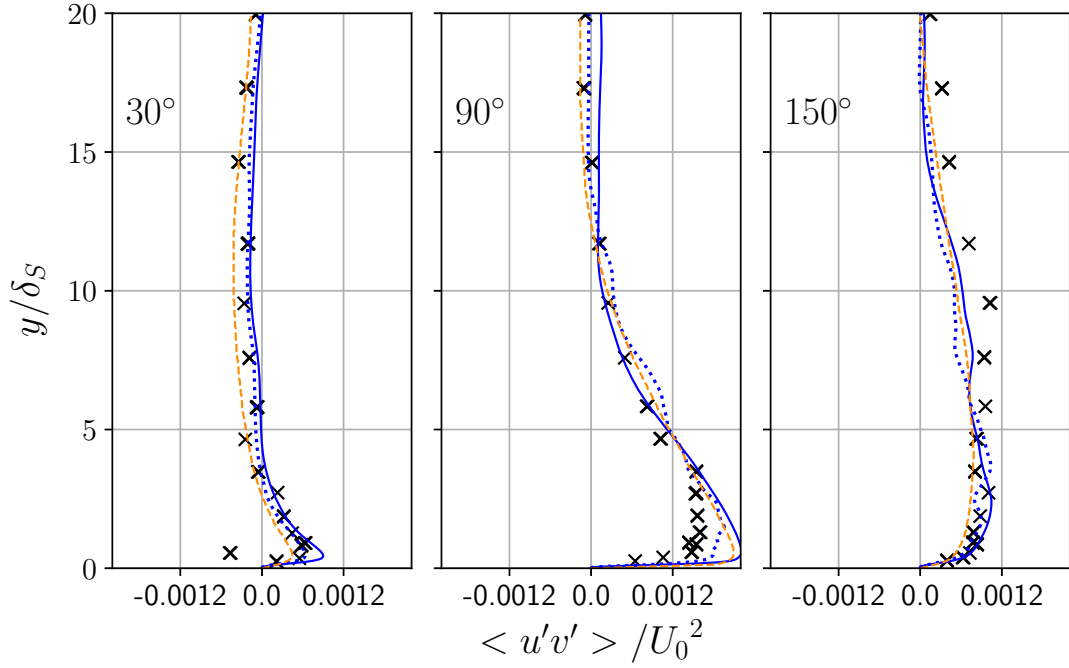


Fig.3.10: Normalized Reynolds Stress Profiles $\langle u'v' \rangle / U_0^2$, solid blue lines; $\int_y \mathbf{S} dy / U_0^2$, dotted blue lines; $\langle u'v' \rangle / U_0^2$ directly evaluated from \mathbf{Q}' , dashed orange lines; conventional LES [2], black cross; experimental data [3].

3.3 まとめ

本章では, 内製コードの拡張により HB-LES を実装した. また開発した HB-LES により, ストークス厚さに基づくレイノルズ数が $Re_{\delta_S} = 1790$ の Stokes Boundary Layer の解析を実施した. HB-LES で得られた周期成分, 乱流変動の二次の統計量, および相互干渉項は, 実験や従来の LES の高信頼なデータと定量的に良い一致を示した. また壁近傍での特徴的な乱流構造, および乱流現象による周期成分の非線形な挙動を再現できており, HB-LES のアルゴリズムおよびコードにおいて, 適切な機序で相互干渉が解に反映されることが確認できた.

第 4 章

NACA0012 のピッチング

本章では、実際的な流れへの HB-LES の適用可能性を調査する．ここでは航空分野で一般的な翼周りの流れとして、低無次元振動数でピッチングする NACA0012 周りの流れの解析を行う．

本解析では二次元周期流れを扱うために、HB-LES に二点の拡張を行う．一点目は相互干渉項の計算方法である．SBL と異なり周期流れが主流方向に分布を持つため、ローパスフィルタに利用する空間平均はスパン方向のみとする．二点目は相互干渉項の修正に用いる疑似粘性係数の計算方法である．二次元では式 (2.28) の渦粘性近似による疑似粘性係数の計算が煩雑になる．本章では実用的な疑似粘性係数の計算方法として、Spalart-Allmaras モデル [131] の乱流粘性係数で疑似粘性係数を代替する．

LES-stage で相互干渉を反映した乱流変動が解けることは前章で既に分かっているため、ここでは拡張した相互干渉項、および相互干渉項が直接反映される周期成分に焦点を当てる．まず実用上重要な空力係数を従来の LES と比較する．次に拡張の相互干渉項への影響について述べたあと、相互干渉の影響が強い後縁付近の流れ場周期成分について議論することで、二次元に拡張した HB-LES の実用性と信頼性を調査する．

4.1 計算条件

本解析ではピッチングする NACA0012 周りの流れを扱う．迎角は $\alpha = 1^\circ \sin(\omega t)$ で振動し、無次元振動数は $k = \omega c / 2U_\infty = 0.1$ ($S_t \simeq 0.03$) である．主流マッハ数は

$M_\infty = 0.15$ であり, 主流に対するレイノルズ数は $Re = 2 \times 10^5$ である. 本解析では比較のため, 従来の LES により 2.5 周期分の実時間解析も実施した.

計算領域を Fig.4.1 に示す. 特にスパン方向幅 $0.1c$ については, Moreau らの $Re = 1.5 \times 10^5$ の定常流についての, 実験および LES [132] による相関長に関する調査を基に採用した. C 型格子の格子点数は $829 \times 213 \times 87$ である. 格子幅は翼負圧面で $\Delta x_{max} \simeq 5 \times 10^{-3}c, \Delta y_{min} \simeq 7 \times 10^{-5}c, \Delta z \simeq 1 \times 10^{-3}c$ であり, $Re = 10^5$ では $\max(\Delta y^+_{min})$ は 0.5 程度とされている [133]. 本格子を用いた $\alpha = 0^\circ$ の定常流の LES における圧力係数分布を, Fig.4.2 に示す. 同図には本格子 (fine mesh) との比較として, スパン方向解像度 $\Delta z \simeq 1.5 \times 10^{-3}c$ の粗い格子 (coarse mesh), Lin らによる LES [4, 134], および Sagrado らによる実験結果 [5] もプロットしている. 本格子の C_p はほぼ全域で実験値と良く一致しており, また $x/c \simeq 0.9$ での遷移による圧力の回復 [4] が再現できているため, 特にスパン方向について計算領域および格子解像度が十分と判断した. 境界条件は Farfield, 付着壁, 周期境界, および C 型境界での 1 次外挿と平均を, それぞれ利用している.

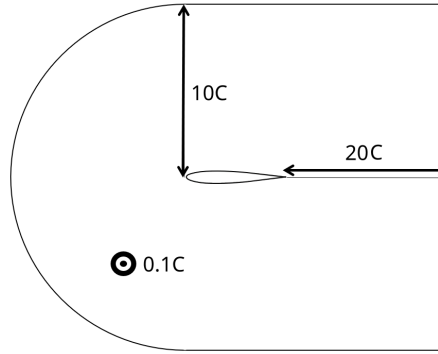


Fig.4.1: Computational Domain of Pitching NACA0012 Airfoil.

LES-stage, HB-stage で用いた移流項ならびに時間積分の離散化手法は, 3 章の SBL の解析と同様である. HB-stage のモード数については, 翼のピッチングに対する RANS を用いた HB のモード収束を基に [88, 135], 本計算では $N = 2$ を採用した. 5 点のタイムレベルにおける迎角はタイムレベル 1 から順に $\alpha = 0^\circ(\uparrow), 0.951^\circ(\uparrow), 0.588^\circ(\downarrow), -0.588^\circ(\downarrow), -0.951^\circ(\uparrow)$ である.

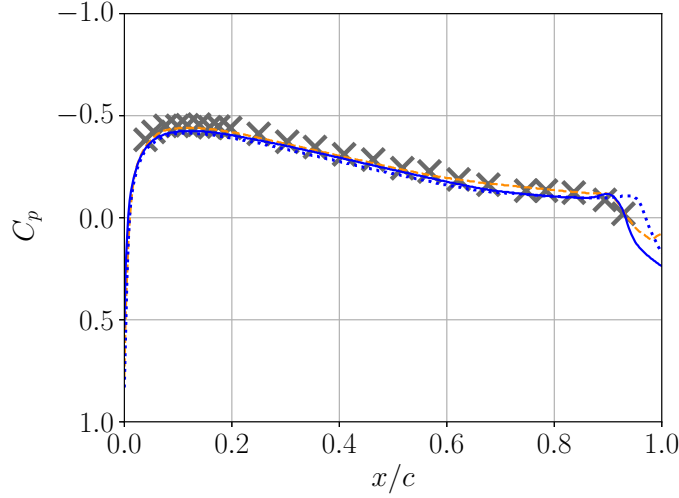


Fig.4.2: Pressure Coefficients C_p on Upper Surface, solid blue line; fine mesh, dotted blue line; coarse mesh, dashed orange line; LES by Lin et al. [4], black cross; experimental data [5].

二次元周期流れへの拡張にあたり，式 (2.26) の平均操作には，サンプリング区間 ΔT_s 間の時間平均と，スパン方向のみの空間平均を利用した．相互干渉項の修正について，式 (2.27) の疑似粘性係数 β_t は，Spalart-Allmaras モデル [131] の乱流粘性係数で代替する．モデルで用いるレイノルズ平均流には，周期成分 $\hat{\mathbf{Q}}$ を利用している．

Fig.4.3 は，従来の LES による実時間解析の結果から計算した，揚力係数 C_L のスペクトルである．後縁からの渦放出とピッチングの周波数の間には 2 桁程度の隔りがあるため，LES-stage のサンプリング時間 ΔT_s はこれらの時間スケールの中間として $1/15T$ とした． $1/15T$ は，境界層厚さ δ_{bl} から見積もられる最大の変動の時間スケール δ_{bl}/U_∞ のおよそ 20 倍である．また緩和時間は $\Delta T_r = 1/10T$ とした．Fig.4.4 は LES-stage 2, $\alpha = 0^\circ$ (↑) における翼上側の遷移位置の履歴である．遷移の位置は，スパン方向速度 w の L1 ノルムが主流速度の 5% となる点としている．LES-stage の初期には一過的に遷移点が動くが， $t = 0.1T$ 以降は一定であり，初期値の影響がほぼ無くなっていると判断できる．

HB-LES の周期成分初期値には，HB による層流計算の収束解を用いた．層流計算では収束性を高めるため，コード方向および翼垂直方向の解像度を半減した格子と，一次精度の Roe スキームを用いている．また 1stage 目の乱流変動 \mathbf{Q}' は， $\alpha = 0^\circ$ の定常乱流における変動を初期値として与えている．

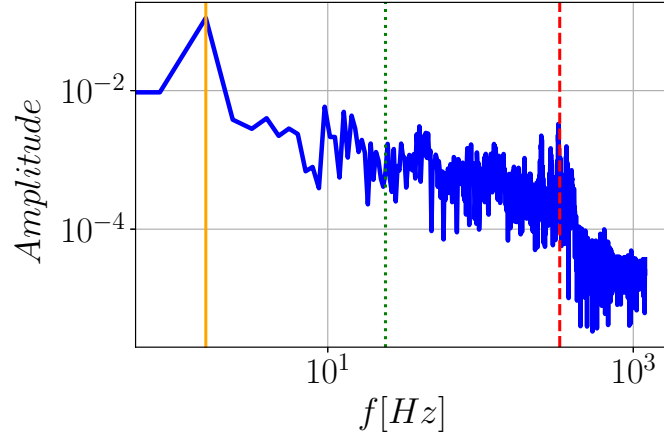


Fig.4.3: Power Spectrum of Lift Coefficient C_l , orange line; pitching frequency, green dotted line; cut-off frequency $1/\Delta T_s$, red dashed line; frequency of vortex shedding.

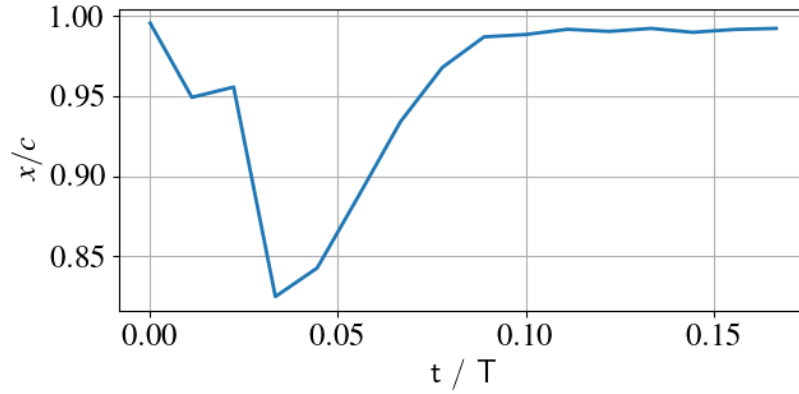


Fig.4.4: Time History of Transition Point during LES-stage 2 for Time-Level 1.

4.2 結果

Fig.4.5 は HB-LES の収束履歴であり, 横軸は stage 数, 縦軸は HB-stage での周期成分主流方向運動量の変化量 L2 ノルムである. 変化量は単調に減少し, stage 4 以降で小さくなっている. stage 3 以降の変化量はバルク速度の 0.1% 程度であり, stage 3 で概ね収束していると判断できる.

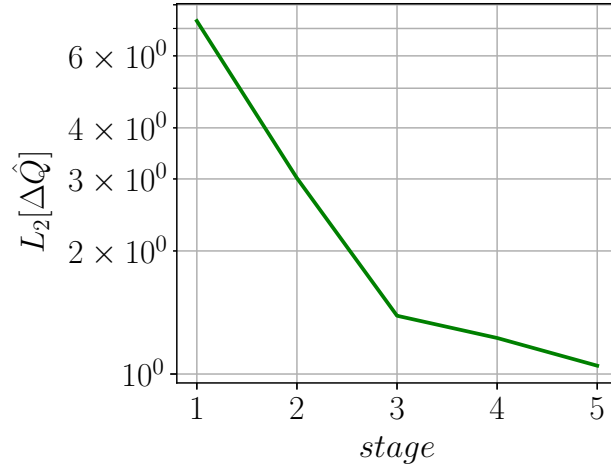


Fig.4.5: Convergence of Periodic Components \hat{Q} .

4.2.1 空力係数

Fig.4.6, 4.7 は, 収束解における揚力係数 C_l および抗力係数 C_d のヒステリシスループである. HB-LES の結果ではループの向きを示すため $\alpha = 0^\circ(\uparrow)$ に三角を付けている. 比較のために, 2 周期分の従来の LES の結果をプロットしている. 従来の LES の流れの発達は, 図右のカラーバーに従う.

まず C_l について, HB-LES はほぼ全ての迎角で従来の LES の振れ幅に収まっている. また従来の LES と同様の反時計回りのヒステリシスは, 位相反転点 $k_i = 0.144$ 以下の無次元振動数で C_l ヒステリシスが反時計周りとなる, Motta らの予測 [136] と合致している. C_d については, HB-LES は従来の LES の $1.5T$ 以降とよく一致している. 従来の LES が $1.5T$ 以降で迎角 0° についてほぼ対称となっていることから, HB-LES ではリミットサイクルに入った状態の周期成分が得られたと言える.

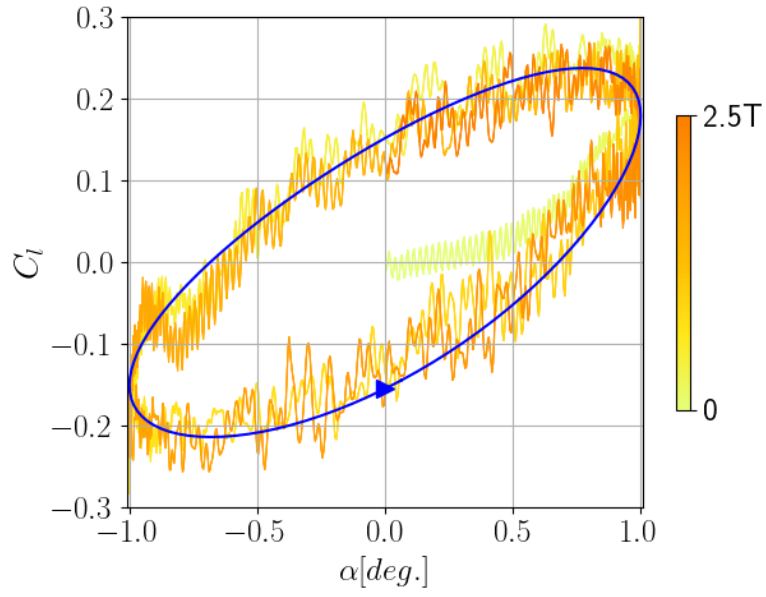


Fig.4.6: Lift Hysteresis, blue lines; HB-LES, lines with color change from yellow to orange; conventional LES.

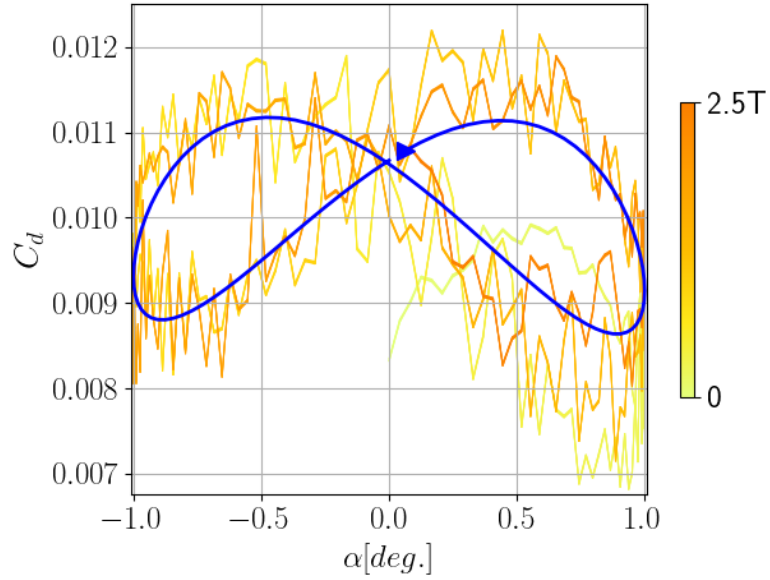


Fig.4.7: Drag Hysteresis, legends are the same as those of Fig.4.6.

4.2.2 相互干渉項への拡張の影響

Fig.4.8, 4.9 は, HB-stage 3 における相互干渉項の初期値 \mathbf{S}_0 , および相互干渉項修正量 $\Delta S = \nabla \left(\beta_t \nabla \cdot \Delta \hat{\mathbf{Q}} \right)$ を表している. ここではレイノルズ応力と次元が同じ値として, \mathbf{S} の主流方向運動量成分を, 翼と垂直方向の格子に沿って積分した値をプロットしている. 図には剪断層を示すために LES-stage 3 における $L[\mathbf{Q}]$ の主流速度の等高線を, 変動のスケールを示すために瞬時場 $\mathbf{Q}'(\Delta T)$ のスパン方向速度の等高線を引いている. \mathbf{S}_0 の積分値は, 剪断層内で滑らかな分布を有している. また変動のスケールでの統計的ゆらぎが顕著でないことから, 空間平均の次元が減った影響は強く出ていないと言える. 修正量 ΔS は, HB-stage 1 では剪断層と後流内で大きく, stage 3 の \mathbf{S}_0 の 30% 程度の値を持つ. 一方で stage 3 における ΔS は, \mathbf{S}_0 と比べて十分小さい. このため RANS モデルの乱流粘性係数を用いた場合でも, 収束解では相互干渉項が過剰に修正されないことが確認できる.

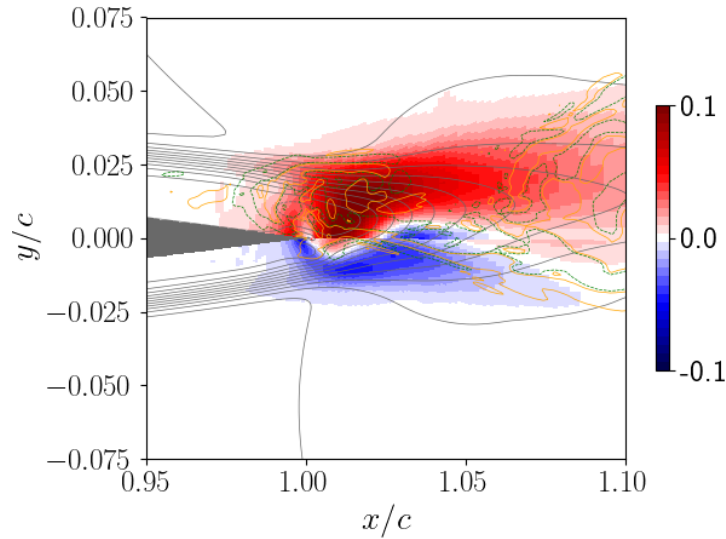


Fig.4.8: Normalized Turbulent Stress $\int_{\eta} S_x d\eta / U_{\infty}^2$ and Contour Lines of Normalized Streamwise Velocity $L[u]/U_{\infty}$ and Spanwise w/U_{∞} . Contour range is -0.1 (blue) $\leq \int_{\eta} S_x d\eta / U_{\infty}^2 \leq 0.1$ (red). Gray contour lines are drawn every 0.1 of $L[u]/U_{\infty}$. Green and orange contour lines represent $\pm 0.05 w/U_{\infty}$.

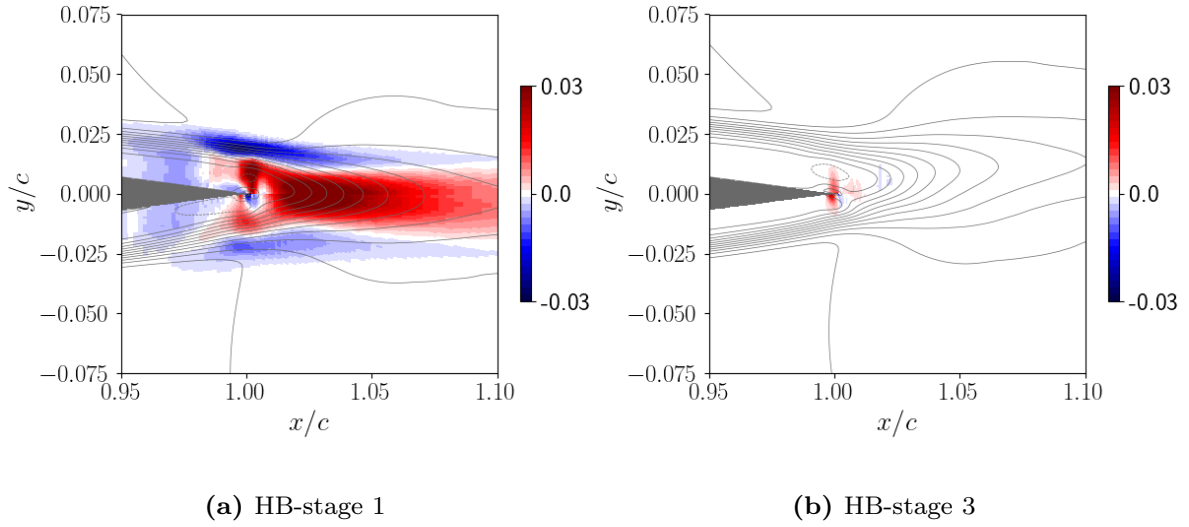


Fig.4.9: Correction of Mutual Interaction Term $\int_{\eta} \Delta S_x d\eta / U_{\infty}^2$ and Contour Lines of Normalized Streamwise Velocity $L[u]/U_{\infty}$. Contour range is -0.03 (blue) $\leq \int_{\eta} S_x d\eta / U_{\infty}^2 \leq 0.03$ (red). Contour lines are drawn every 0.1 of $L[u]/U_{\infty}$.

4.2.3 後縁付近の周期成分

Fig.4.10 は, $\alpha = 0^\circ$ における境界層厚さおよび後流の速度欠損幅の分布である. 渦放出が主流速度 U_{∞} の 10% 程度の変動を伴うため, ここでは境界層厚さ・速度欠損幅は $u/U_{\infty} = 0.9$ となる位置から計算した. $x/c \leq 1.0$ では, 境界層厚さとして翼上下面の和を用いている. また従来の LES については $t = 2T$ の前後 $1/15T$ の区間での, 時間・スパン方向平均値をプロットしている. HB-LES と LES の短時間平均の双方で, $x/c \sim 1.02$ における速度欠損幅の非線形な急増が見られる. これは HB-LES で変動による混合層厚さの増加を再現できていることを示している.

Fig.4.11 は, 後縁付近における主流方向速度の鉛直方向分布である. 従来の LES については, リミットサイクル状態の $1.5T$ から $2.5T$ における, 各タイムレベル t_j の前後 $[t_j - 1/15T, t_j + 1/15T]$ の時間・スパン方向平均値をプロットしている. いずれのタイムレベルでも, 剥離境界層厚さや逆流のピーク値, また後流の速度欠損幅について, HB-LES は従来の LES の短時間平均と概ね一致している.

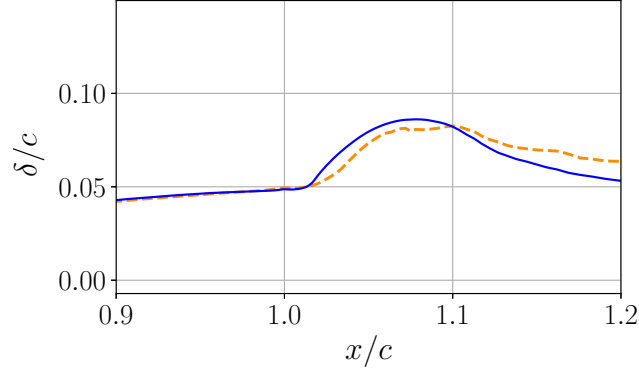
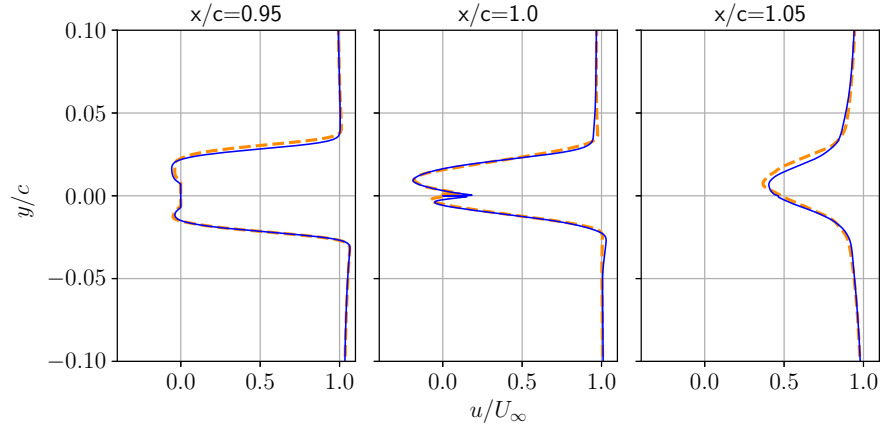


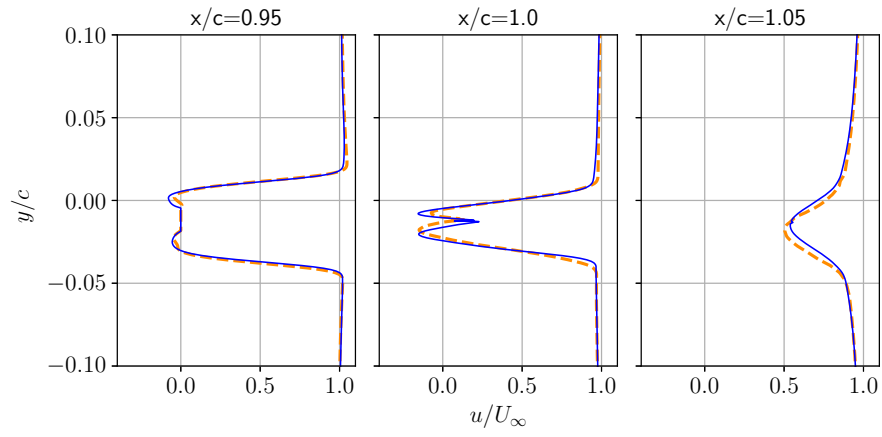
Fig.4.10: Distribution of Normalized Boundary Layer and Wake Thickness δ/c at $\alpha = 0^\circ$, blue line; HB-LES, dashed orange line; time-averaged values from $2T - 1/15T$ to $2T + 1/15T$ of conventional LES.

速度分布の非定常性に関して、境界層および速度欠損の上端位置の時間変化を、Fig.4.12 に示す。上端位置 y_δ は $u/U_\infty = 0.9$ となる最大の y である。本図では平均からの変位量 $\Delta y_\delta = y_\delta - \bar{y}_\delta$ を後縁の最大変位 Δy_{TE} で無次元化したものをプロットしている。従来の LES については $t = T$ から $2T$ の瞬時値を点線で、また前後 $1/15T$ の間の短時間平均をダッシュ線でプロットしている。 $x/c = 1.0, 1.05$ のどちらにおいても、HB-LES は従来の LES における瞬時値の変動の範囲に収まっている。また Δy_δ が 0 や最大/最小となる位相については短時間平均と概ね一致している。後縁の変位に対する位相遅れを再現できていることから、HB-LES で境界層および後流の非定常性を予測できていることが分かる。

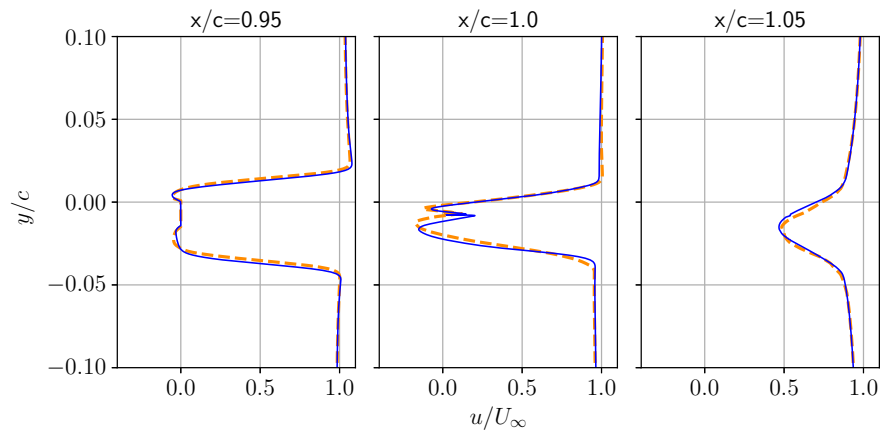
以上より HB-LES では、後縁付近における周期成分を高信頼に予測できていると言える。また特に混合層が発達する後流の非定常性の再現は、相互干渉が適切に周期成分に反映されていることを示している。収束解において相互干渉項がほぼ修正されず、相互干渉項と周期成分共に変動の空間スケールを持つ分布が見られないことも踏まえると、相互干渉項の二次元への拡張が適切に機能したと言える。



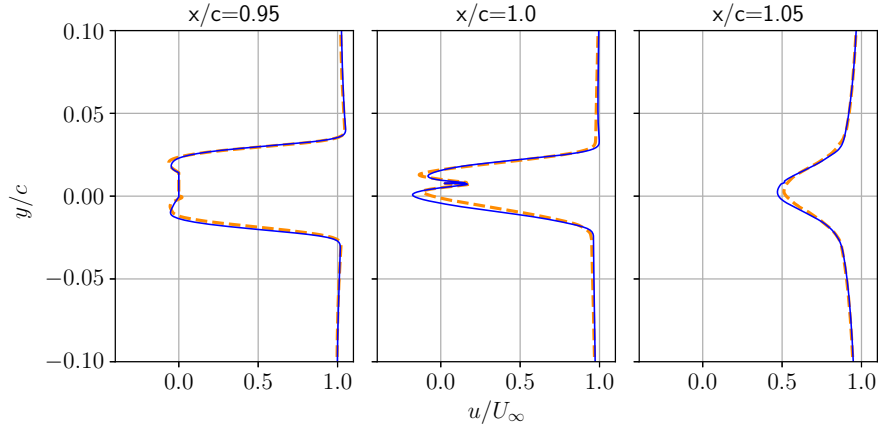
(a) Time-Level 1: $\alpha = 0^\circ (\uparrow)$



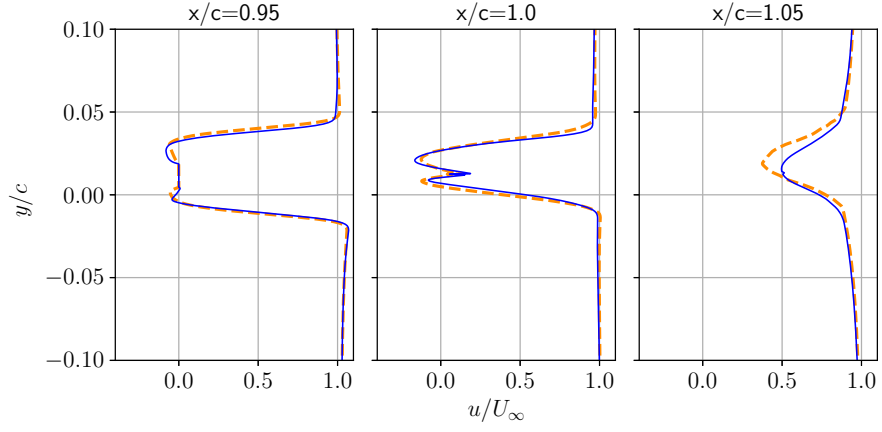
(b) Time-Level 2: $\alpha = 0.951^\circ (\uparrow)$



(c) Time-Level 3: $\alpha = 0.588^\circ (\downarrow)$

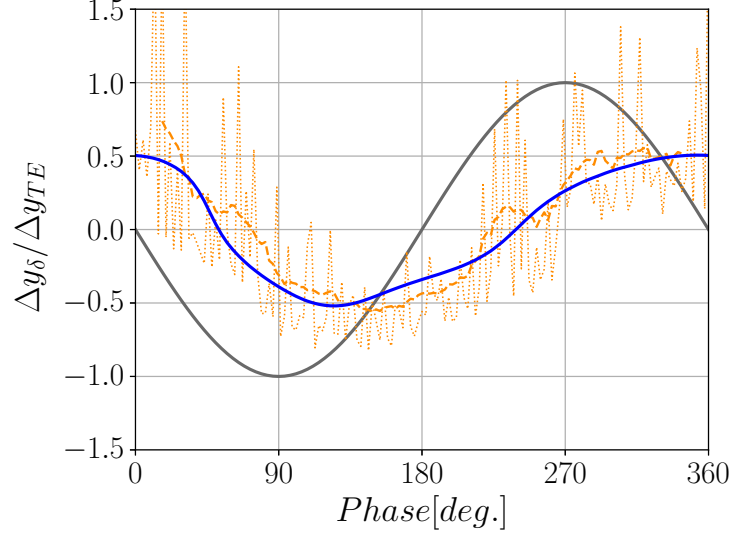


(d) Time-Level 4: $\alpha = -0.588^\circ (\downarrow)$

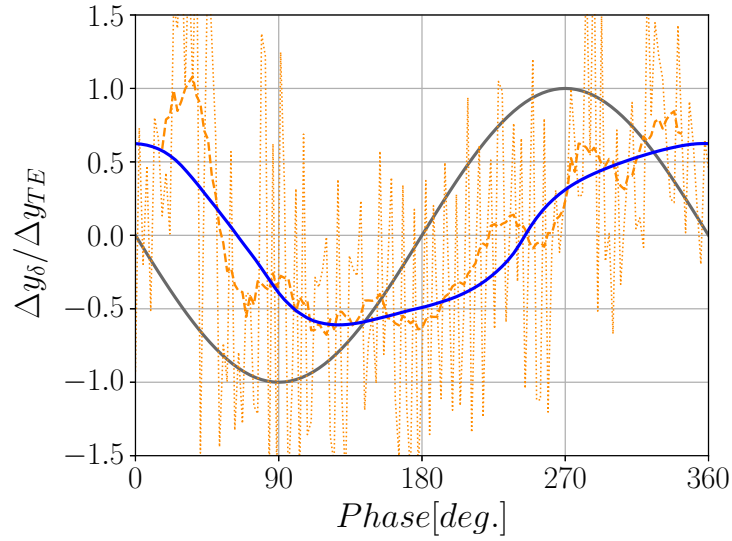


(e) Time-Level 5: $\alpha = -0.951^\circ (\uparrow)$

Fig.4.11: Streamwise Mean Velocity Profiles near Trailing Edge, blue lines; HB-LES, orange lines; time-averaged values from $t_j - 1/15T$ to $t_j + 1/15T$ of conventional LES.



(a) $x/c = 1.0$



(b) $x/c = 1.05$

Fig.4.12: Variation of Normalized y-Coordinate of Boundary Layer or Wake Edge $\Delta y_\delta/\Delta y_{TE}$ on the Upper Surface, blue line; HB-LES, orange lines; conventional LES(dotted; instantaneous, dashed; time-averaged values from $t_j - 1/15T$ to $t_j + 1/15T$), black line; y-coordinate of trailing-edge.

4.3 まとめ

本章では、実際の流れに対する HB-LES の適用可能性の調査を目的に、低無次元振動数でピッチングする NACA0012 の解析を実施した。本解析では、相互干渉項のローパスフィルタとして時間平均とスパン方向のみの空間平均を利用した。また疑似粘性係数を RANS モデルの乱流粘性係数で代替することで、HB-LES を二次元周期流れへ拡張した。

本解析で得られた空力係数ヒステリシスは、従来の LES の 1.5 周期以降と定量的に良く一致した。相互干渉項は境界層および後流内でなめらかな分布であり、最終 stage ではほぼ修正されていないことを確認した。相互干渉の影響が強い後縁付近において、各時刻における速度分布は LES の短時間平均と良い一致を示した。また混合層が発達する後流の非定常性を良く再現できており、相互干渉項の二次元への拡張が適切に機能していることが確認できた。

本解析では LES で標準的な計算領域・格子を用いている。また LES-stage のサンプリング時間は、SBL と同様に最大の変動の時間スケールの 20 倍程度であり、周期より一桁短い。本解析の結果より二次元分布を持つ周期流れに対しても、時間スケールの分離が成立する限り、特殊な設定やトレードオフなく HB-LES が適用できると期待される。またリミットサイクルに入った周期成分をノイズを考慮せず高精度に評価できる点は、HB-LES の実用上の長所と言える。

第 5 章

遷音速バフエット

本章では HB-LES のデモンストレーションとして、遷音速バフエットの解析を実施する。遷音速バフエットでは、衝撃波振動に伴う剥離境界層の周期変動が流れ場に大きな影響を与えると考えられており [6], LES による予測の高信頼化が期待されている。

本解析では、バフエットの衝撃波振動に伴う剥離境界層の周期変動を、HB-LES で高信頼に予測できることを示す。まず周期平均値および変動強度の高忠実計算や実験との定量的な比較により、バフエットの衝撃波振動を HB-LES の周期成分として予測できていることを確認する。次に衝撃波振動に対する剥離・再付着、および圧力変動の位相に焦点を当て、剥離境界層の非定常性について議論する。

5.1 計算条件

本解析では、OAT15A 翼周りの遷音速バフエットを扱う。OAT15A 翼周りの遷音速流れにおいて、マッハ数と迎角のマップは翼の空力特性に応じて 2 つの領域に分類される。迎角増加に従い定常衝撃波位置が翼後方へ移動する領域: regular shock motion と、反対に迎角増加に従い定常衝撃波位置が翼前方へ移動する領域: inverse shock motion である。Nitzsche らによると、バフエットの研究において典型的な $Re = 3 \times 10^6$, $M_\infty = 0.73$, $\alpha = 3.5^\circ$ の条件 [6–10] は inverse shock motion に属し, regular shock motion との境界よりわずかに迎角が大きい [137]。

本解析では同様に境界よりわずかに迎角が大きく、かつ比較的少ない計算資源で計算で

きる系として, $Re = 10^6$, $M_\infty = 0.73$, $\alpha = 4^\circ$ の系を対象とした. 衝撃波振動に伴う剥離境界層の周期変動は, 本解析でも典型的な系と同様のメカニズムで生じると考えられる. Inverse shock motion では, 衝撃波/境界層干渉による剥離が衝撃波後方の流れ場に対して支配的とされており [137], また境界付近の条件でバフエットの無次元周波数がレイノルズ数に強く依存しないことが報告されている [10, 138].

計算領域は Fig.5.1 のとおりであり, 格子は翼面上での C 型と, 切り落とした後縁を扱うための H 型を組み合わせている. 格子点数は翼面上で $1247 \times 179 \times 119$ であり, 格子幅は翼負圧面で $\Delta x_{max} \simeq 1.2 \times 10^{-3}c$, $\Delta y_{min} \simeq 5 \times 10^{-5}c$, $\Delta z \simeq 4 \times 10^{-4}c$ である.

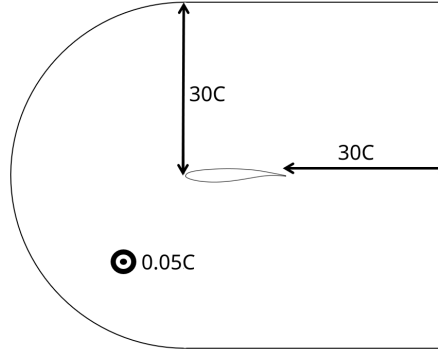


Fig.5.1: Computational Domain of Transonic Buffet of OAT15A.

LES-stage での移流項の評価には, Weighted Compact Nonlinear Scheme [139–141] による非線形補間で 7 次精度化した SHUS を用いた. その他の離散化条件は, LES-stage, HB-stage 共に NACA0012 のピッチングの解析と同様である.

LES-stage では数値的なトリッピングとして, Shyy らの Counter-flow force-based method [142] (付録 E.) を導入した. 体積力が作用する領域の上流端は, 翼の前縁付近の $x/c = 0.07$ であり, 作用領域の幅と高さ, および体積力の強さを表す係数はそれぞれ $a = 0.05c$, $b = 0.02c$, $D_c = 3 \times 10^6$ である.

遷音速バフエットの HB では, 1 次の非定常成分の位相は $N = 1$ の計算でほぼ収束するとされている [86, 89, 91]. また衝撃波位置の移動は, 実験 [138] より 1 次の正弦波で近似できることが確認されている. これらを基に, 本解析では HB のモード数は $N = 1$ とした. 角周波数 ω は実験 [138] を基に, 無次元振動数が $S_t = 0.065$ となる値で与えている.

LES-stage の緩和時間およびサンプリング時間は共に $\Delta T_r = \Delta T_s = 1/10T$ とした. Fig.5.2 は衝撃波前方の $x/c = 0.4$ における LES-stage 間の摩擦係数 C_f 履歴であり, 初期値の影響が $1/10T$ でほぼ無くなることが確認できる. また $\Delta T_s = 1/10T$ は境界層厚さ $\delta \sim 0.05c$ に対し, $30\delta/U_0$ となる値であり, 変動の時間スケールとの比において前章 NACA0012 の解析と同程度となっている.

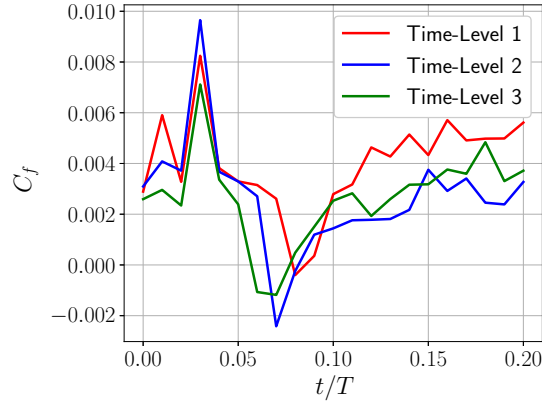


Fig.5.2: Time History of Friction Coefficient C_f at $x/c = 0.4$ during LES-stage 1.

$\alpha = 4^\circ + 0.5^\circ \sin(\omega t)$ でピッチングする OAT15A 翼周りの流れに対する Spalart-Allmaras モデルを用いた HB の解析を実施し, 収束解を最初の stage の周期成分初期値とした. また $\alpha = 4^\circ$ に対する $10FTT$ の LES を実施し, 最終値の乱流変動成分を 1stage 目の乱流変動 \mathbf{Q}' として与えた.

5.2 結果

Fig.5.3 は HB-LES の収束履歴であり, 横軸は stage 数, 縦軸は HB-stage での周期成分主流方向運動量の変化量 $L2$ ノルムである. 変化量は stage 5 までで一桁小さくなっており, 速度場がほぼ収束していると判断できる. また Fig.5.4 は, stage ごとの 1 周期の揚力係数 C_l 履歴である. 本図では図右のカラーバーに従い, stage ごとに線の色が濃くなるようプロットしており, 位相が stage 3 以降ほぼ不変となっていることが分かる.

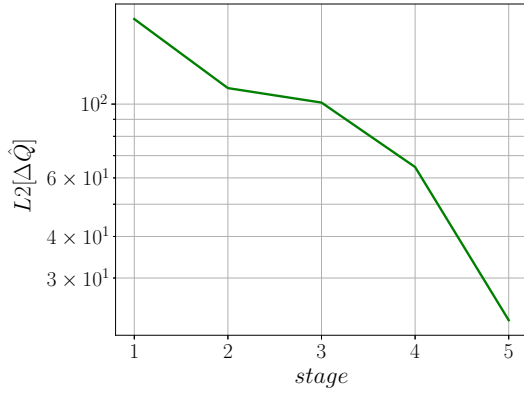


Fig.5.3: Convergence of Periodic Components \hat{Q} .

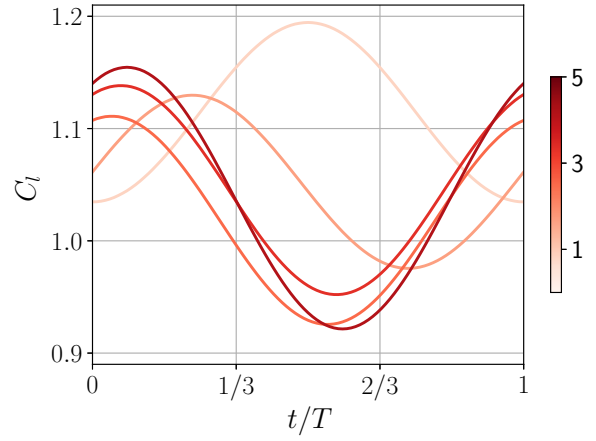


Fig.5.4: Time History of Lift Coefficient C_l over 1 Period, line color darkens as stage progresses.

5.2.1 周期平均と変動強度

Fig.5.5 は, 圧力係数分布および圧力変動強度である. 本図には比較のため, レイノルズ数 $Re = 3 \times 10^6$, 迎角 $\alpha = 3.5^\circ$ における, 実験 [10] および高忠実計算 [6–9] の結果をプロットしている. 圧力係数 C_p について, バフェットの生じない $M_\infty = 0.715$ での WMLES [6] と異なり, HB-LES は $x/c = 0.5$ から 0.6 の区間でなだらかな勾配を有し, Zhang らの WMLES [7] と近い分布となっている. また圧力変動強度 p'_{RMS} について

も、ピークの値は WMLES と実験の間の値であり、HB-LES で衝撃波振動が生じていることが分かる。衝撃波中心位置について、 $\alpha = 4^\circ$ のもとでレイノルズ数が 2.7×10^6 から 1.5×10^6 に下がる場合、また $Re = 3 \times 10^6$ のもとで迎角が 3.5° から 4.0° に上がる場合、それぞれ $x/c = 0.025$ 程度ずつ後退することが実験で報告されている [138, 143, 144]。本計算でも衝撃波中心位置は、これらの和と同程度の $x/c \simeq 0.05$ 後方である。

$x/c > 0.6$ の領域において、HB-LES の p'_{RMS} は WMLES と、また C_p は加えて実験とも良い一致を示している。DDES [8] および ZDES [9] で C_p が低く p'_{RMS} が大きいのは、衝撃波後方の剥離域を過大評価しているためとされている [6]。後方の圧力分布の精度良い予測は、HB-LES が衝撃波の後退の際の境界層の再付着を再現できていることを示している。

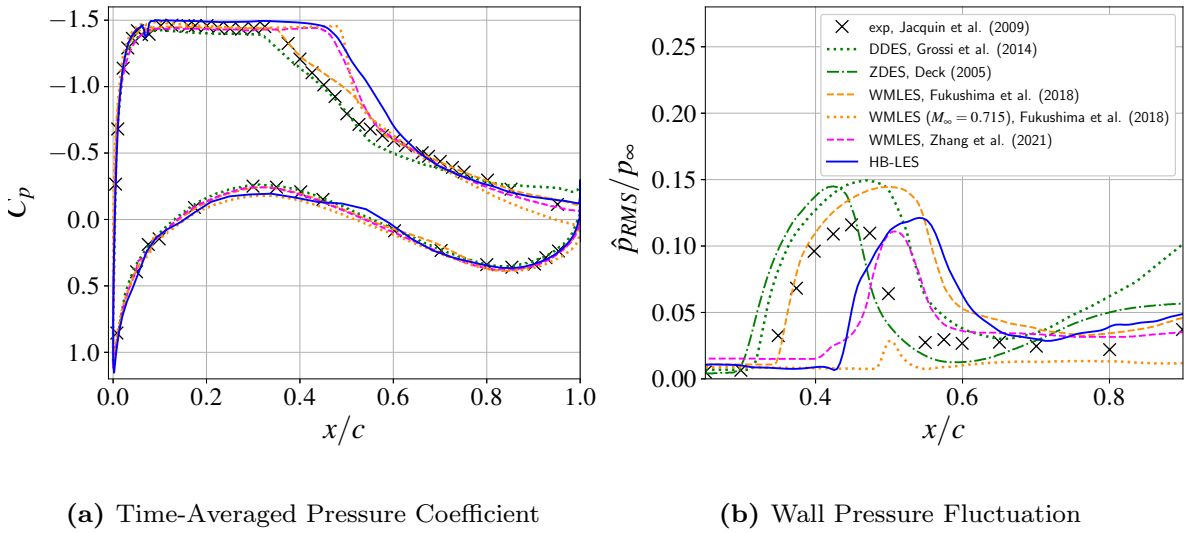


Fig.5.5: Time-Averaged Pressure Coefficient C_p and Wall Pressure Fluctuation $\sqrt{p'p'}/p_\infty$, blue line; HB-LES, dashed orange line; WMLES [6], dotted orange line; WMLES of non-buffet condition [6], dashed magenta line; WMLES [7], dotted green line; Delayed-DES [8], dashdot green line; Zonal-DES [9], black cross; experimental data [10].

Fig.5.6, 5.7 は平均速度および速度変動強度の、翼面からの垂直方向分布である。 $x/c = 0.6$ は衝撃波通過領域の後端付近であり、 $x/c = 0.8$ は衝撃波後方の剥離・再付着の生じる領域である。速度分布、変動強度共に、全体としてバフエットの生じる条件での WMLES [6] と近い分布となっている。バフエットが生じない場合と異なり、速度分布は剥離によりなだらかな勾配を有している。変動強度はピークの値と位置、また裾野の広さについて、WMLES と定量的に良く一致している。また特に $x/c = 0.8$ では、 $y/c < 0.01$ で再付着により急峻な勾配が現れるのを予測できている。

まとめると、HB-LES で得られた周期平均および変動強度は、遷音速バフエットの流れ場として定量的に妥当な分布を示している。このことから遷音速バフエットの衝撃波振動に対する位相平均を、HB-LES で周期成分として予測できていると考えられる。また特に本解析では、衝撃波後方の剥離・再付着域の流れを良く予測できていると言える。

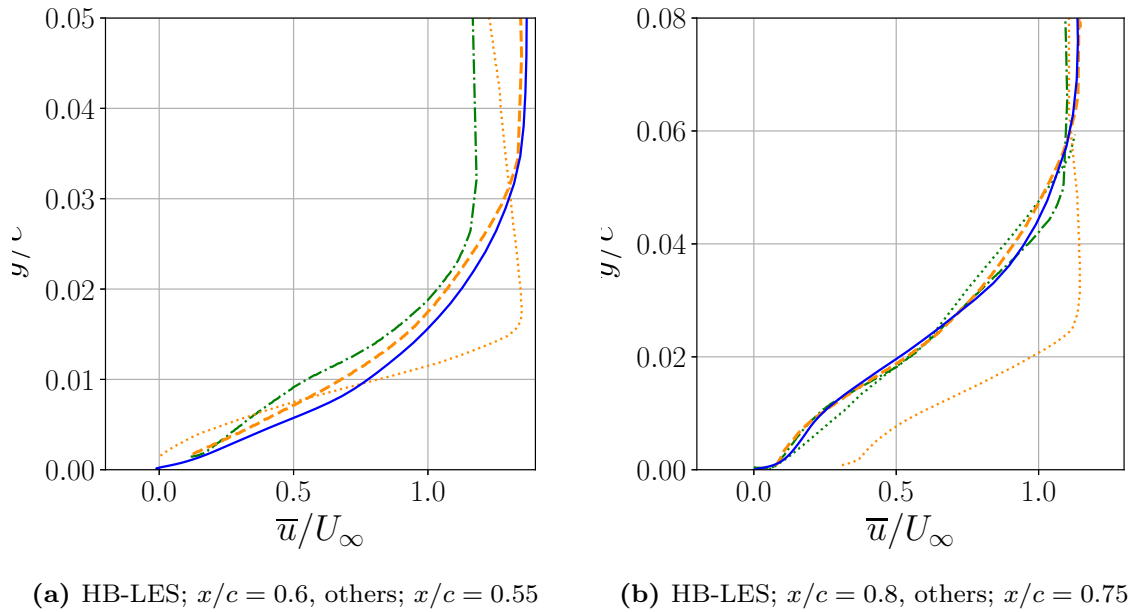


Fig.5.6: Streamwise Mean Velocity Profiles \bar{u}/U_∞ on the suction surface, solid blue lines; HB-LES, dashed orange lines; WMLES [6], dotted orange line; WMLES of non-buffet condition [6], dotted green lines; Delayed-DES [8], dashdot green lines; Zonal-DES [9].

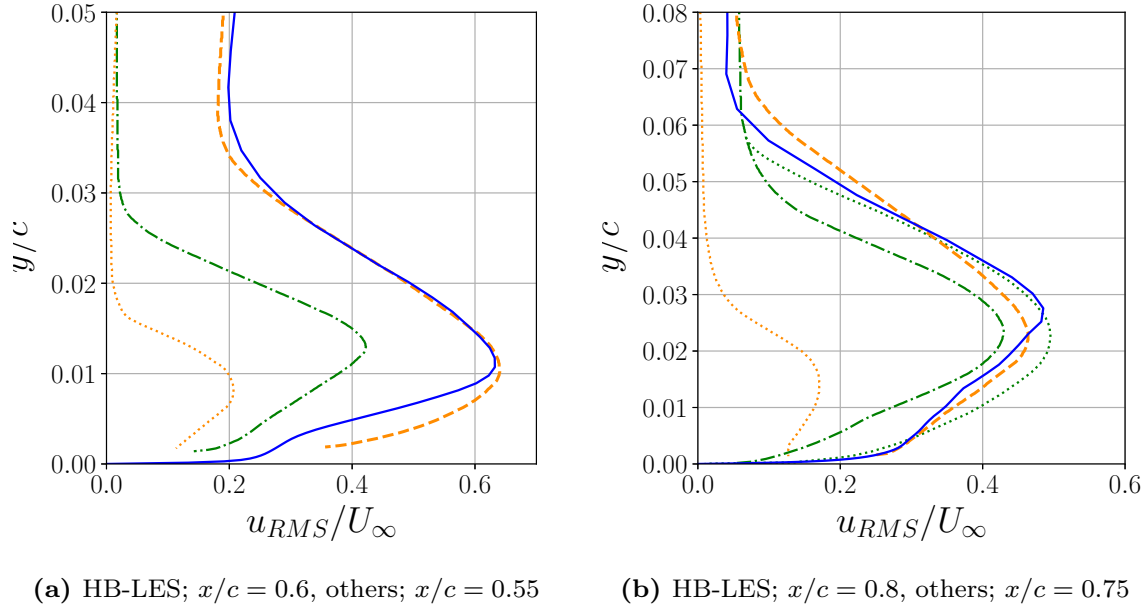


Fig.5.7: Streamwise Velocity Fluctuations u_{RMS}/U_∞ on the suction surface, legends are the same as those of Fig.5.6.

5.2.2 バフエットと剥離境界層

Fig.5.8 は, 1 周期の衝撃波位置, 最大マッハ数, および負圧面の摩擦係数の履歴をプロットしたものである. 衝撃波位置は翼水平平面 $\eta = 0.16c$ 上で密度勾配が最大となる点であり, また最大マッハ数 M_{max} は $\eta = 0.16c$ 上での最大値である. 衝撃波位置と最大マッハ数は, 3 点のタイムレベルで評価した値をそれぞれ点でプロットしており, 位相を示すため 1 次の正弦波でフィッティングした線を引いている. まず最大マッハ数の位相が衝撃波の移動に対し $1/4T$ 弱遅れる点について, WMLES [6] や実験 [145] での観測と一致している. また衝撃波の前進開始時の衝撃波直後からの剥離, および衝撃波後退開始後の中腹からの再付着についても, WMLES [6] で見られた挙動を再現できている.

Fig.5.9, 5.10 は, 各タイムレベルにおける速度場である. まず $t = 0$ における衝撃波直後の剥離, $t = 2/3T$ における $x/c = 0.7$ 付近の再付着について, Fig.5.8 との一貫が確認できる. また本図より, $t = 0$ から $1/3T$ にかけての剥離域の拡大, $t = 1/3T$ で反り $t = 2/3T$ で前傾する衝撃波の挙動 [6, 10] を, HB-LES で再現できていることが分かる.

Fig.5.11 は各タイムレベルにおける圧力場であり, 剥離・再付着に伴う衝撃波後方の圧

力変動について, WMLES [6] と定性的に一致する挙動が確認できる. 衝撃波が前進し剥離域が拡大する $t = 1/3T$ では, 剥離境界層から後縁にかけての圧力が低下する. 衝撃波が後退し再付着する $t = 2/3T$ では, 衝撃波後方の圧力が回復している.

以上より HB-LES で衝撃波振動に伴う衝撃波強度の変化, 境界層の剥離・再付着が, WMLES [6] や実験 [10] での観測と同様の順序で再現できていることが分かる. また衝撃波強度のピークの位相, および剥離・再付着が生じる位相についても WMLES [6] と概ね一致することから, 本解析では剥離境界層の非定常性を良く再現できていると言える. 周期平均特性の定量的な一致と合わせて, 遷音速バフエットにおける衝撃波振動と相関のある剥離境界層の周期変動を, HB-LES で高信頼に予測できたと言える.

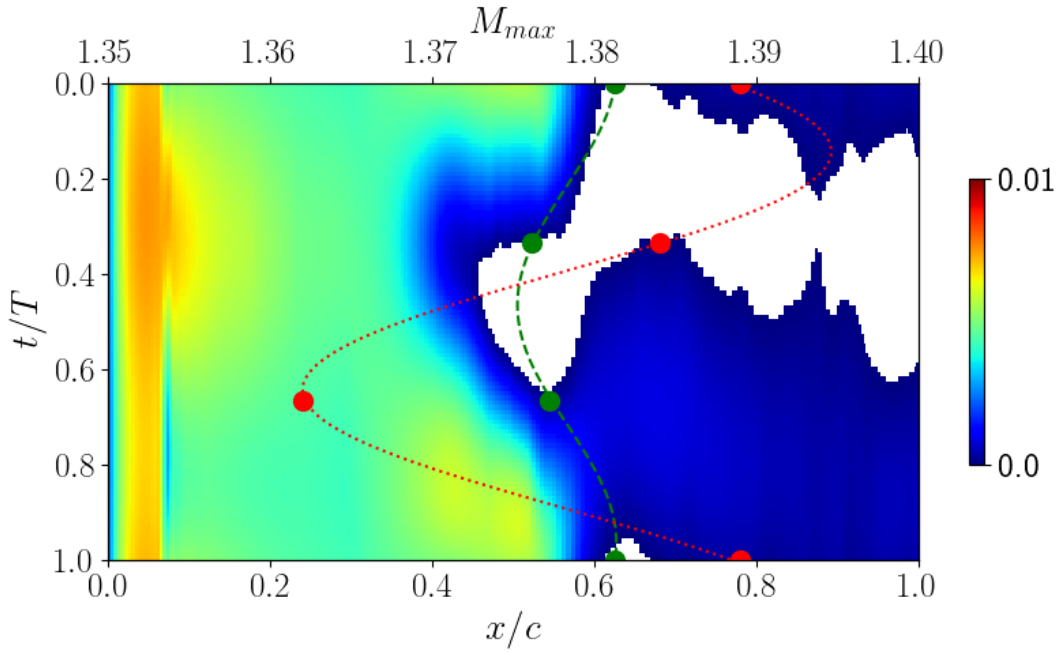
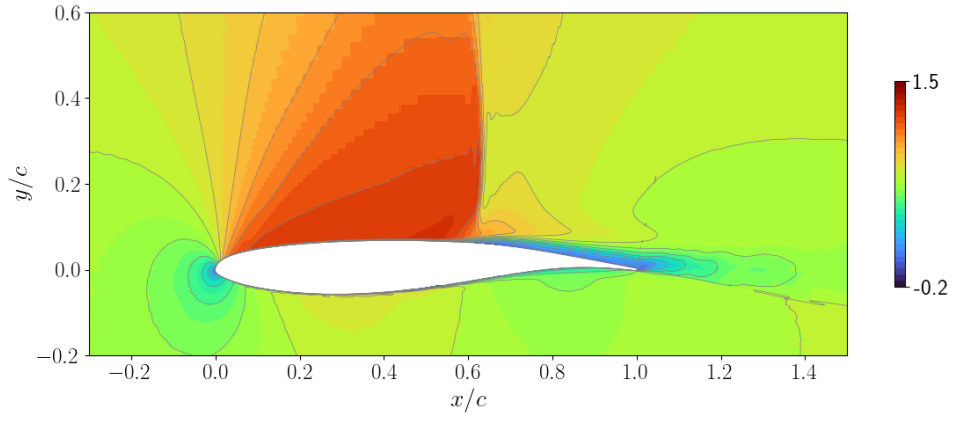
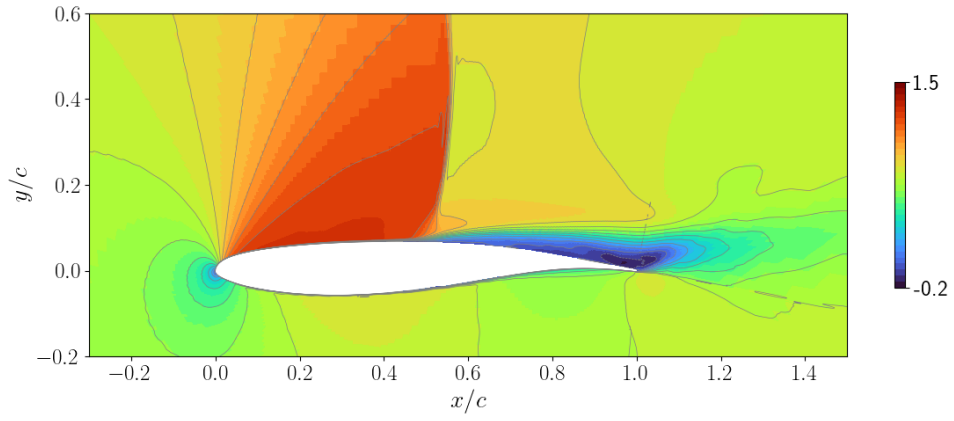


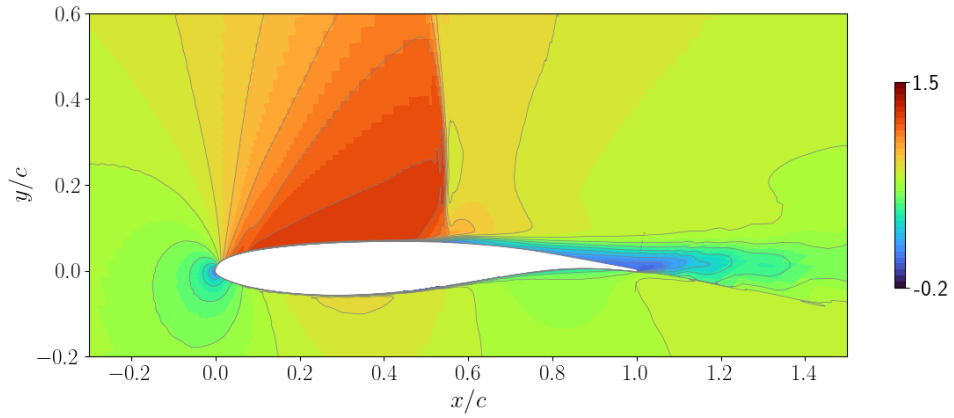
Fig.5.8: Time History of Shock Position at $\eta/c = 0.16$, Maximum Mach Number M_{max} , Friction Coefficient $C_f = 2\tau_w/\rho U_\infty^2$ over 1 period, dashed green line; shock position, dotted red line; M_{max} , contour range is $0.0 \text{ (blue)} \leq C_f \leq 0.02 \text{ (red)}$. white areas are $C_f < 0$ indicating separation region.



(a) u/U_∞ at $t = 0T$.

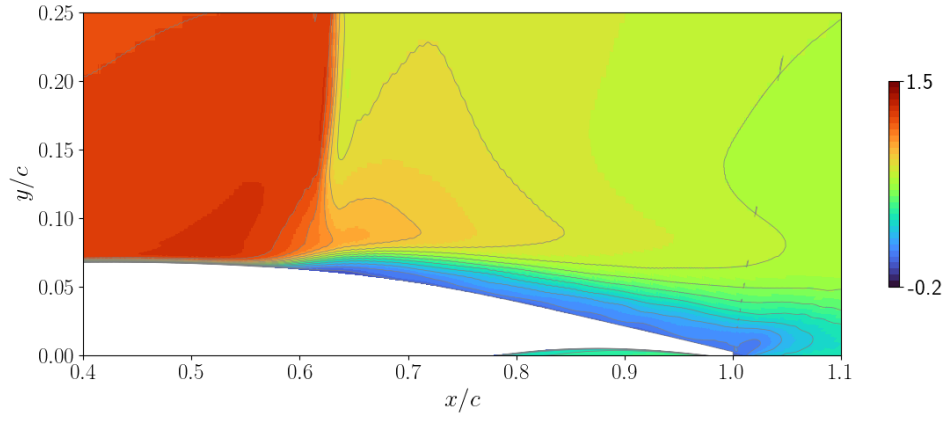


(b) u/U_∞ at $t = 0.33T$.

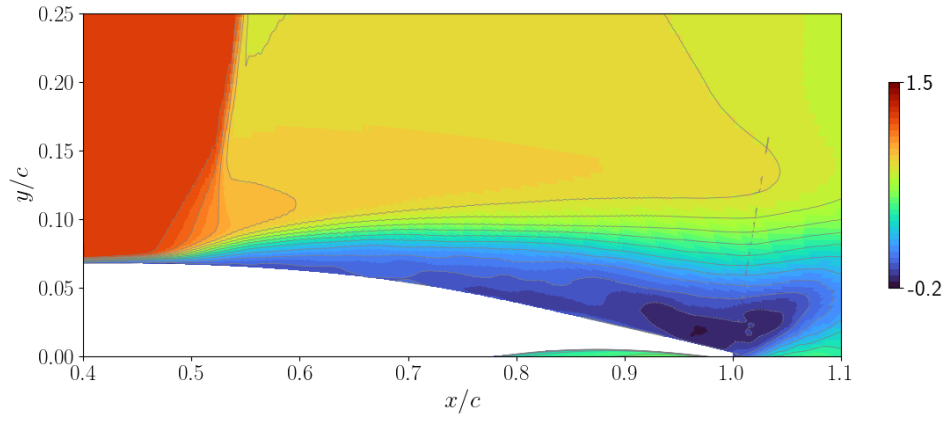


(c) u/U_∞ at $t = 0.67T$.

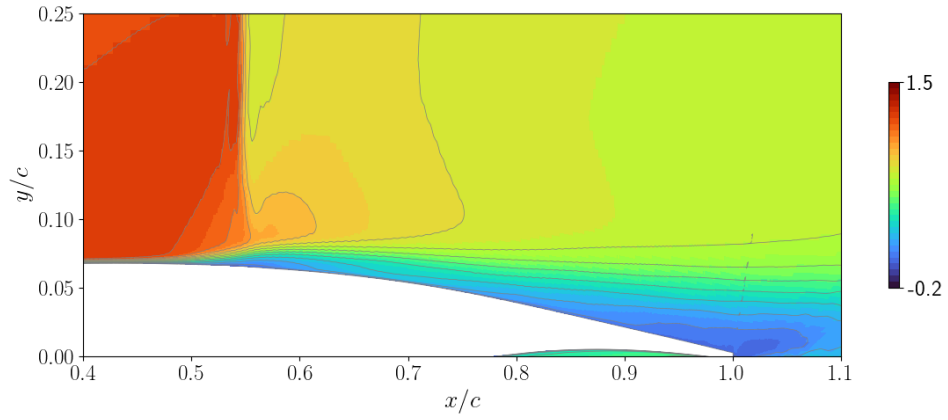
Fig.5.9: Normalized Streamwise Velocity Field. Contour range is -0.2 (blue) $\leq u/U_\infty \leq 1.5$ (red). Contour lines are drawn every 0.1 at normalized velocity.



(a) p/p_∞ at $t = 0T$.

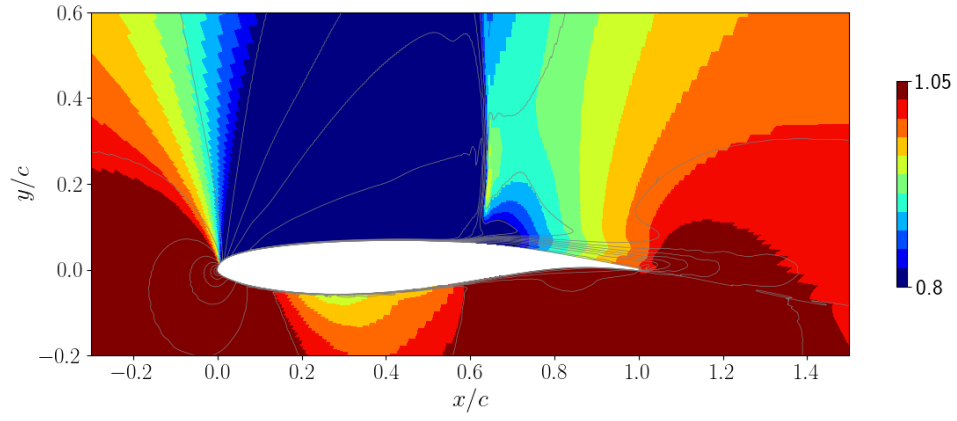


(b) p/p_∞ at $t = 0.33T$.

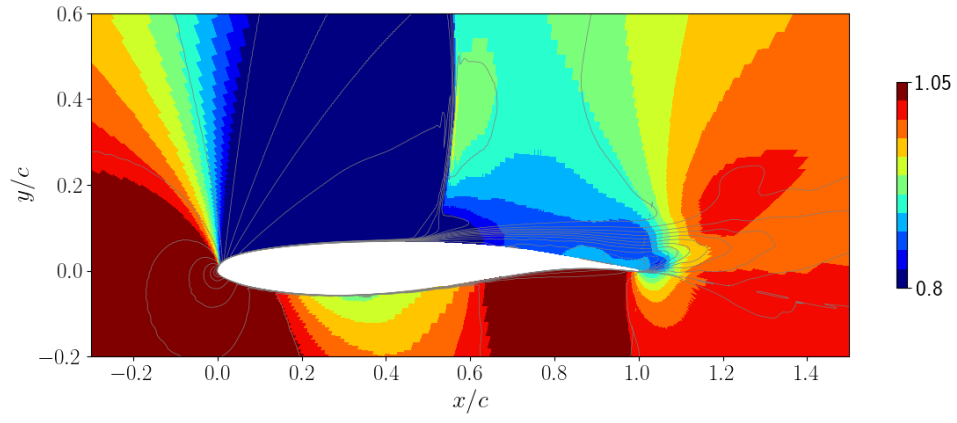


(c) p/p_∞ at $t = 0.67T$.

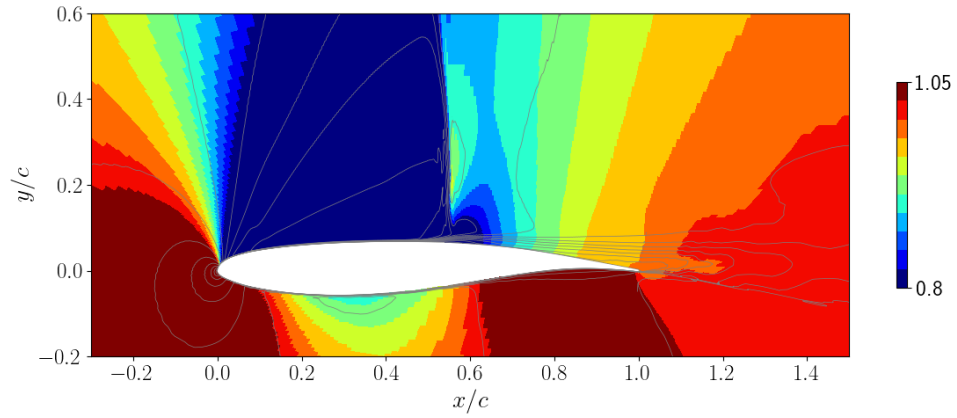
Fig.5.10: Close-up view of Fig.5.9 of the area behind the shock-wave. Contour range and contour lines are the same as those of Fig.5.9.



(a) p/p_∞ at $t = 0T$.



(b) u/U_∞ at $t = 0.33T$.



(c) p/p_∞ at $t = 0.67T$.

Fig.5.11: Normalized Pressure Field, contour range is $0.8(\text{blue}) \leq p/p_\infty \leq 1.05(\text{red})$. contour lines are drawn every 0.1 at normalized velocity.

5.3 まとめ

本章では HB-LES のデモンストレーションとして, OAT15A 翼における遷音速バフエットの解析を実施した. HB-LES で得られた周期平均および変動強度は遷音速バフエットの流れ場として定量的に妥当な分布を示し, 特に剥離・再付着域における圧力および速度分布は, 高忠実計算と定量的に良い一致を示した. 衝撃波振動に伴う衝撃波強度の変化, 境界層の剥離・再付着は, HB-LES でも WMLES や実験での観測と同様の順序で生じており, また衝撃波の角度の変化や剥離域の拡大に伴う圧力低下を再現できた.

本解析により, 遷音速バフエットのメカニズムに対し重要とされる剥離境界層の周期変動を, HB-LES で高信頼に予測できることが確認できた. HB-LES では, 衝撃波の振動と相関のある流れの変動のみを周期成分として直接評価できるため, バフエットの予測手法としての有用性が期待される.

第 6 章

考察

6.1 計算効率

HB-LES では、計算時間のほとんどは LES-stage が占める。扱うモード数 N が一桁であれば、HB は一般に実時間積分計算より高効率に収束解が得られるとされている [77]。また HB-stage では乱流変動を解像する必要がないため、LES-stage より解像度の低い格子や、次元を落とした格子で計算できる。本研究のいずれの解析も、HB-stage の計算時間は LES-stage の 1/10 以下である。

HB-LES 全体の CPU 時間は、LES-stage の計算時間の総和から評価できる。収束に要する stage 数を M とすると、従来の LES による現象 M_C 周期分の計算と比較した時の CPU 時間の比 η_C は、次式で見積もることができる。

$$\eta_C = \frac{M \times \Delta T \times (2N + 1)}{M_C \times T} \quad (6.1)$$

また実際の計算時間で見ると、HB-LES では式 (6.1) より高い効率を有する。LES-stage はタイムレベル毎に完全に独立しており、逐次の通信を必要としない並行計算が可能である。タイムレベル数以上の CPU コアが利用できる場合、従来の LES による計算との計算時間の比 η_T は、最大で次式 (6.2) まで向上する。

$$\eta_T = \frac{M \times \Delta T}{M_C \times T} \quad (6.2)$$

本研究で実施した 3 ケースの解析について、式 (6.1), (6.2) で評価する計算効率、および関連する計算条件を Table 6.1 にまとめる。従来の LES の総シミュレーション時間は、位

相平均成分を議論する場合の典型的な値として, $M_C T = 15T$ としている [2, 6]. Table 6.1 より, HB-LES の計算効率の向上 η_t は, およそ S_t で見積もられることが分かる. 式 (6.2) は次のように変形できる.

$$\eta_T = (\Delta T / (\delta / U)) \times M / M_C \times (\delta / L) \times S_t \quad (6.3)$$

ここで δ は境界層や剪断層の厚さなど, 乱流変動の最大の空間スケールである. 本研究で実施した 3 ケースの解析では, $\Delta T \simeq 50(\delta / U)$ で良く, また $M = 5$ 程度であった. 実際的な問題では高々 $\delta / L \simeq 0.1$ であることを踏まえると, $\eta_T \simeq S_t$ となる. これは HB-LES の計算時間が変動の時間スケールのみで決まることを意味している. また η_T は S_t と δ / L に比例し, レイノルズ数が高いほど δ / L は小さくなるため, 一般に従来の LES の実施が困難な, S_t が低くレイノルズ数が高い現象ほど, HB-LES で大きな効率向上が得られる.

Table 6.1: Computational Efficiencies and Computational Conditions.

計算対象	タイムレベル数	S_t	δ / L	$\Delta T / (\delta / U)$	η_c	η_t
SBL	21	0.0055	0.0294	75	0.1	0.005
ピッチング	5	0.0312	0.1	51	0.167	0.033
バフエット	3	0.065	0.05	60	0.2	0.067

6.2 HB-LES の長所

3 章から 5 章の解析で確認された, またアルゴリズムから期待される HB-LES の長所は, 大きく次の三点となる.

1. 予測の信頼性

HB-LES では, 時間スケールの仮定 (2.3) が成立する限り, 剥離や遷移を含む乱流流れに対しても LES の信頼性での予測が可能である. これは乱流統計量である相互干渉項 \mathbf{S} を, LES-stage での高忠実計算の結果から, 平均操作のみを利用して計算する帰結である. SBL では逆流や遷移を伴う乱流境界層を精度良く予測でき, また NACA0012 のピッチングと遷音速バフエットにおいては, 剥離境界層の非定常性を再現できた.

2. 高忠実計算の計算コスト低減

前節で述べた通り, HB-LES は計算時間を従来の LES の S_t 倍程度に短縮する. これは一般に従来の LES の実施が困難な S_t の低い現象ほど, 大きな効率向上が得られることを意味している.

HB-LES の高効率化は, LES に限らず高忠実計算一般に及ぶ. 相互干渉の計算および HB-stage は LES-stage の計算方法に依存しないため, DES や WMLES などを採用することで, Wall-Resolved LES を用いる場合から計算時間をさらに短縮できる.

また HB-LES は, データ I/O のコストや計算資源も削減できる. 収束解の LES-stage では $\overline{\mathbf{Q}'_j} = 0$ であり, タイムレベル t_j での乱流変動を解いているとみなすことができる. 位相平均を用いずに各タイムレベルにおける乱流現象や乱流統計量を評価できるため, 数十周期分の瞬時場を逐次保存する必要がない. さらに LES-stage では, 各タイムレベルごとに DES や URANS など異なる実時間解析手法を, また適切な内挿を用いれば異なる格子を用いることができる. 各時刻の流れの状態に応じて手法や格子を使い分けることで, 計算資源を削減できる.

3. 後処理の簡単さ

HB の長所である後処理の簡単さは, HB-LES においても発揮される. HB-stage で基本周波数とその高調波成分のみを計算するため, シグナルノイズ比の低い現象においても, 周期変動と相関のある変動のみを解として得ることができる. また得られた解は過渡状態を経てリミットサイクルに入った状態の解となる. 最後に HB-LES は収束計算であるため, 計算の終了判定が容易であり, 自動化も可能である.

6.3 利用における注意点

6.3.1 緩和時間の設定

LES-stage の緩和時間 ΔT_r は, 初期値の影響がなくなるまでの時間であり, 長さは流れや初期値に依存する. ΔT_r の不足は, 解の精度や収束性の劣化をもたらす可能性がある.

Fig.6.1 は 3 章の SBL の解析において, 最終 stage で ΔT_r を半分の $1/300T$ とした場合

合の、減速時の 150° におけるレイノルズ応力分布である。SBL の減速時には、レイノルズ応力に対し壁近傍のスweepとインジェクションが支配的であるとされている [130]。バーストは比較的長い時間スケールを有するため [146–149], $\Delta T_r = 1/300T$ の解析では流れが未発達の状態をサンプリング時間に含んでしまい、レイノルズ応力を過剰評価したと考えられる。

また 4 章の NACA0012 のピッチングで $\Delta T_r = 1/30T$ とした場合、収束しなかった (Fig.6.2)。NACA0012 のピッチングでは、LES-stage の初期に強い層流不安定が発達したあと (Fig.6.3 (b), (c)), 徐々に再層流化し、平衡状態に至る ((d))。本解析では LES-stage 間に流れが単調に平衡状態に向かわないため、 ΔT_r が不足した結果過渡状態をサンプリングしてしまい、解が振動したと考えられる。

6.3.2 相互干渉項の修正の機能

HB-stage で擬似時間進行を用いる場合、タイムレベル t_j の周期成分 $\hat{\mathbf{Q}}_j$ は次式に従い解く。式 (6.4) は $\mathbf{D}\hat{\mathbf{Q}}_j$ により、全タイムレベルで連立している。

$$\frac{\partial \hat{\mathbf{Q}}_j}{\partial \tau} = \mathbf{RHS}(\hat{\mathbf{Q}}_j) + \mathbf{S}_j - \mathbf{D}\hat{\mathbf{Q}}_j \quad (6.4)$$

式 (6.4) の計算は \mathbf{S}_j を体積力とする層流計算であるため、変動の時間スケールを持つ層流不安定が、周期成分に発達する可能性がある。変動の時間スケールを持つ層流不安定が流れに存在すると、疑似時間 τ に対し $\frac{\partial \hat{\mathbf{Q}}_j}{\partial \tau} \sim \mathbf{RHS}(\hat{\mathbf{Q}}_j) \gg \mathbf{D}\hat{\mathbf{Q}}_j$ となり、収束性が劣化する。式 (2.27) 右辺第二項は、不安定に対する拡散として層流不安定の発達を抑制し、HB-stage での収束性を高める機能を持つ。

層流不安定の発達は、初期の stage での周期成分の大きな変化による場合と、 \mathbf{S}_0 の統計的ゆらぎが擾乱元となる場合がある。後者は収束解においても生じうるため、最終 stage でも相互干渉項の修正は必要である。

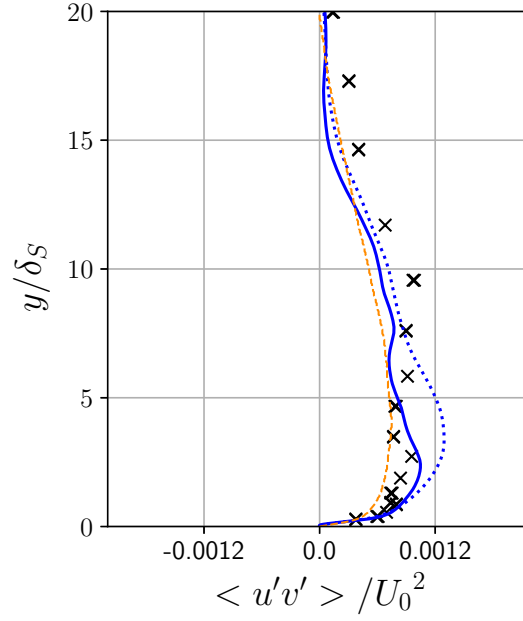


Fig.6.1: Comparison of Normalized Reynolds Stress Profiles at Different Relaxation Times, solid blue line; HB-LES $\Delta T_r = 2/300T$, dotted blue line; HB-LES $\Delta T_r = 1/300T$, black cross; experimental data [3].

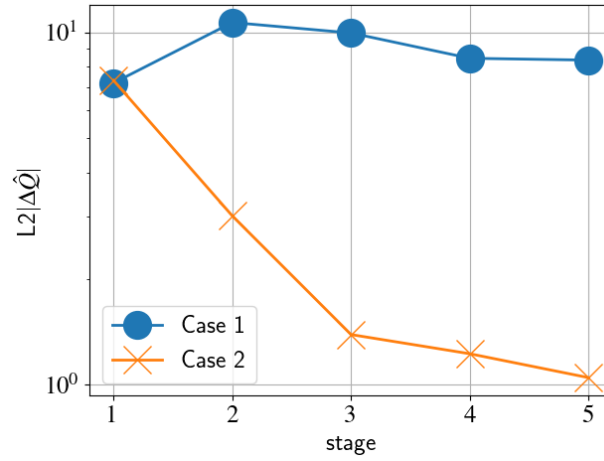
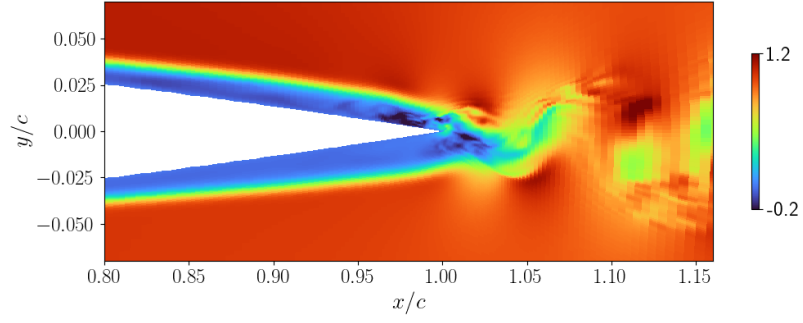
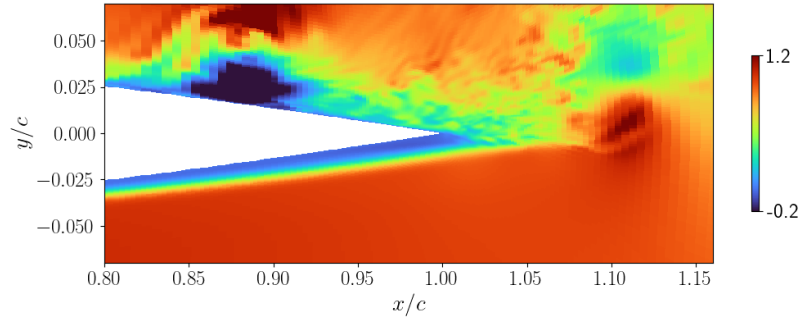


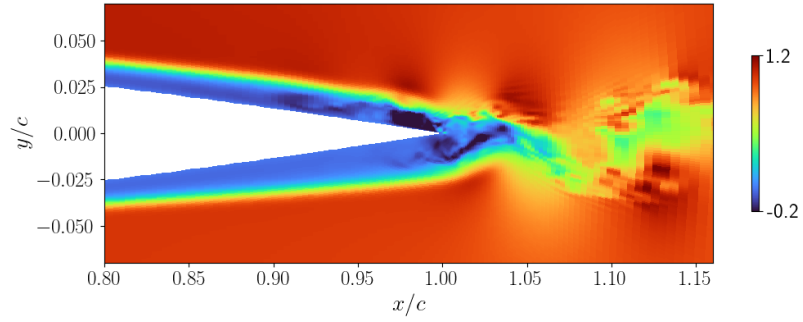
Fig.6.2: Comparison of Convergence History of HB-LES at Different Relaxation Times, blue line(Case 1); $\Delta T_r = 1/30T$, orange line(Case 2); $\Delta T_r = 1/10T$.



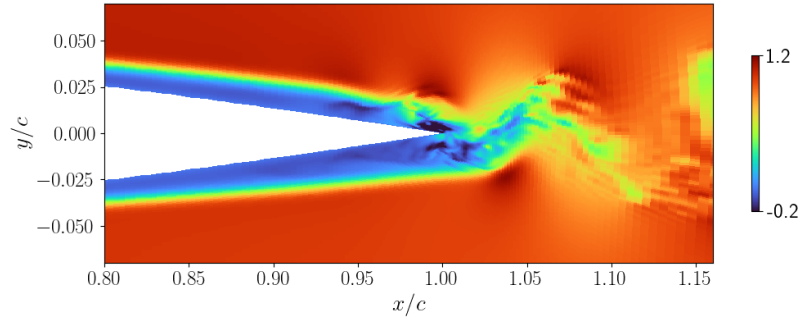
(a) $t = 0T$



(b) $t = 0.027T$



(c) $t = 0.04T$



(d) $t = 0.1T$

Fig.6.3: Instantaneous Streamwise Velocity Fields during LES-stage 2 for time-level 1. Contour range is -0.2 (blue) $\leq u/U_\infty \leq 1.2$ (red).

6.4 HB-LES の適用対象

ここでは先行研究で挙げた、航空分野における代表的な低無次元振動数を有する非定常流れについて、HB-LES の利用の展望を述べる。

6.4.1 遷音速バフエット

HB-LES の利用により、遷音速バフエットのメカニズムのさらなる理解および実証が期待できる。HB-LES では周期変動と相関のある変動のみを解として得ることができるため、圧力波の翼後縁での反射 [150] や翼下面の回り込み [151], 剥離による圧力変動 [6] のフィードバックループの抽出が期待できる。また各時刻での乱流変動や統計量から、shock-foot の乱流境界層の剥離・再付着過程を、定量的に議論できる可能性がある。

またバフエット境界の予測への、HB-LES の活用が期待される。計算終了や後処理でのバフエット有無の判断が簡単なため、HB-LES を用いたパラメトリックスタディが可能と考えられる。Petrocchi と Barakos は、HB を用いてパラメトリックな計算を行い、バフエット境界を推定するアルゴリズムを提案している [90]。OAT15A に対してはバフエット境界を良く予測できているが、NACA0012 では 0.78 以上の高マッハ数でバフエットが生じる迎角が実験より高く推定されている。NACA0012 における予測精度の劣化は、SST-PANS の乱流モデルに起因するとされており、HB-LES を採用することで、高マッハ数での予測精度が改善する可能性がある。

6.4.2 動的失速

HB-LES を非周期流れに拡張することで、学術における動的失速の初生の理解の促進、ならびに産業における発生条件の予測の高度化が期待される。動的失速において重要とされる LSB と遷移の相互干渉の理解のため、近年では迎角増加時の一過的な LES が積極的に行われている [33, 34, 40]。Chevyshev 多項式を利用した HB の拡張 [113–115] の導入により、一過的な LES による予測を効率化できると期待される。

また HB-LES による全周期の解析で、リミットサイクル状態の周期流れを高信頼に予測できる可能性がある。HB-LES により位相平均が評価できれば、再層流化・再付着過程

や 2nd-LEV 以降の渦について、LES の信頼性での議論が可能となる。なお全周期の解析を行う際には、dynamic stall vortex の三次元性に対する時間スケールの分離の影響の調査が必要である。迎角減少時には、dynamic stall vortex にスパン方向にコード長程度のスケールを持つ変動が生じることが、Visbal らにより指摘されており [33]、このような変動は長い時間スケールを持つ可能性がある。

HB-LES の長所 2. における計算資源の削減は、動的失速に対し特に効果的であると考えられる。低迎角の乱流境界層は URANS でも精度良く予測できるとされており [152–154]、また高迎角や迎角減少時には、各タイムレベルで渦や境界層に解像度が集中した格子を用いることができる。

6.4.3 遷音速/超音速失速フラッタ

前方からの流入に分布が無いファンなどの翼列フラッタに対しては、遷音速バフエットと同様に、メカニズムの理解や高精度・高信頼な予測への HB-LES の活用が見込まれる。また翼間干渉を計算するに当たっては、He らの Dual-Mesh [70, 71] との併用により、流路間の境界条件の信頼性を保ちながら低コスト化できる可能性がある。Dual-Mesh とはモデル化する変動が厳密には異なるが、巨視的な流れ場への変動の影響がスカラー量で表現される点で類似性があり、簡単な拡張で HB-LES と併用できると考えられる。

HB-LES の翼列フラッタに対する実用上の利点として、各タイムレベルで異なる格子を利用できるため、動的失速と同様に翼の移動を扱う実装上の複雑さが緩和される。特に内部流であるフラッタにおいては、格子の変形を考慮した流体/構造連成解析の実現への寄与が大きいと期待される。

翼通過周波数の変動について、フラッタとの時間スケール分離の妥当性は定かでなく、動静翼干渉が重要となる流れへの HB-LES の適用にはさらなる調査が必要である。

6.5 まとめ

低無次元振動数を有する非定常流れの予測手法として、HB-LES は大きく三点の長所を有する。一点目は予測の信頼性である。HB-LES では時間スケールの分離が成立する限り、剥離や遷移を含む乱流流れに対しても、LES の信頼性での予測が可能である。二点目は高忠実計算の計算コスト低減である。計算時間は最大の乱流変動の時間スケールのみ依存し、従来の高忠実計算の S_t 倍まで短縮される。また位相平均を用いずに各時刻における乱流現象や乱流統計量を評価できるため、数十周期分の瞬時場を逐次保存する必要がある。さらに各タイムレベルの LES-stage ごとに実時間解析手法や格子を切り替えられるため、効果的に計算資源を節約できる。三点目は後処理の簡単さである。HB-stage で基本周波数とその高調波成分のみを計算するため、シグナルノイズ比の低い現象においても、周期変動と相関のある変動のみを解として得ることができる。また収束計算であるため、計算の終了判定が容易となり、過渡状態を経てリミットサイクルに入った解が得られる。

広い航空分野での重要課題に対し、産学両面での活用が期待でき、HB-LES の有用性は高いと考えられる。

第 7 章

結論と展望

7.1 結論

本研究では、低無次元振動数を有する非定常乱流流れの新たな数値シミュレーション手法として、Harmonic Balanced Large-Eddy Simulation: HB-LES を開発した。HB-LES は周期流れの計算手法である HB を、LES に独自に導入したものである。本手法では、流れを周期成分と非周期的な乱流変動に分離し、これらの時間スケールが分離できることを仮定する。HB-LES は乱流変動を高忠実な LES で解像する LES-stage と、周期流れを HB で高効率に求解する HB-stage から構成される。乱流変動から周期成分への寄与は相互干渉項として定義され、LES で解像した変動の時間平均量を用いて計算される。LES-stage と HB-stage は、LES-stage から HB-stage に相互干渉項を、また HB-stage から LES-stage に周期成分をそれぞれ受け渡ししながら、交互に繰り返される。HB-LES の収束解における周期成分と乱流変動は、時間スケールの分離の仮定の基で、従来の LES による Navier-Stokes 方程式の解となる。

本研究では内製コードを拡張することで、HB-LES を実装した。開発した HB-LES は、チャンネル乱流の脈動: Stokes Boundary Layer の解析により検証された。適切な機序で相互干渉が解に反映され、周期成分と乱流変動の双方が高精度に予測できることから、HB-LES の原理的な正当性が確認できた。

Stokes Boundary Layer, NACA0012 のピッチング、遷音速バフエットの三ケースの解析から、低無次元振動数を有する非定常流れの予測手法として、HB-LES が大きく三点の

長所を有することが分かった。一点目は予測の信頼性である。HB-LES では時間スケールの分離が成立する限り、剥離や遷移を含む乱流流れに対しても、LES の信頼性での予測が可能である。二点目は高忠実計算の計算コスト低減である。HB-LES の計算時間は乱流変動の時間スケールのみに依存し、従来の高忠実計算のストローハル数倍まで短縮される。また位相平均を用いずに各時刻における乱流現象や乱流統計量を評価できるため、数十周期分の瞬時場を逐次保存する必要がない。さらに周期中の各時刻ごとに実時間解析手法や格子を切り替えられるため、効果的に計算資源を節約できる。三点目は後処理の簡単さである。HB-stage で基本周波数とその高調波成分のみを計算するため、シグナルノイズ比の低い現象においても、周期変動と相関のある変動のみを解として得ることができる。また収束計算であるため、計算の終了判定が容易となり、過渡状態を経てリミットサイクルに入った解が得られる。

航空宇宙工学分野の流れには、低無次元振動数を有する非定常乱流流れが多く存在する。航空機およびエンジンの高性能化・高信頼化のために、非定常乱流流れのさらなるメカニズム解明や予測技術の高度化が望まれている。HB-LES は高信頼かつ高効率な予測手法として、産学両面での広い活用が期待でき、有用性の高い手法だと考える。

7.2 研究限界と展望

計算安定性

6章で示したように、緩和時間の不足は収束性を劣化させる。また HB 自体の計算安定性は議論されているが [81, 82], HB-stage と LES-stage の反復に関して単調に収束に向かう条件は定かでない。特に産業応用のためには、さらなる調査による計算安定性に対する条件の一般化が求められる。

三次元周期流れ

HB-stage と LES-stage は、三次元周期流れに対しても拡張なく利用できる。相互干渉項の計算においては、スパン方向の一様性が仮定出来ない場合、平均操作の統計収束を早める工夫が必要と考えられる。候補としては Dual-Mesh の利用、各タイムレベルのサンプル数増加などが挙げられる。

遷音速バフエット解析の一般化

遷音速バフエットは自励振動であり、支配周波数は流れの条件に依存するため、一般化には HB-LES の未知周波数への拡張が必要となる。HB の未知周波数への拡張は既に多く提案されており [112, 113], これらを利用することで HB-LES の拡張が可能と考えられる。

本解析では HB で 1 次のモードのみ扱っており、各タイムレベルで衝撃波は捉えられているものの、衝撃波の通過領域で時間微分 $D\hat{Q}$ を過大評価している可能性がある。モード数 $N = 3$ 以上の計算を行うことで、衝撃波自体や足元の流れ場についてより高信頼な予測が可能と期待される [89, 91]。

References

- [1] M. Platzter and F.O. Carta. Manual on Aeroelasticity in Axial-flow Turbomachines. vol. 1. Unsteady Turbomachinery Aerodynamics. Technical Report AGARD-AG-298-VOL-1, Advisory Group for Aerospace Research and Development, 1987.
- [2] S. Salon, V. Armenio, and A. Crise. A Numerical Investigation of the Stokes Boundary Layer in the Turbulent Regime. *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 570, pp. 253–296, January 2007.
- [3] B. L. Jensen, B. M. Sumer, and J. Fredsøe. Turbulent Oscillatory Boundary Layers at High Reynolds Numbers. *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 206, p. 265–297, 1989.
- [4] Y. Lin, R. Vadlamani, M. Savill, and P.G. Tucker. Wall-Resolved Large Eddy Simulation for Aeroengine Aeroacoustic Investigation. *The Aeronautical Journal*, Vol. 121, pp. 1032 – 1050, 2017.
- [5] A. G Sagrado. *Boundary Layer and Trailing Edge Noise Sources*. PhD thesis, Cambridge University, 2007.
- [6] Y. Fukushima and S. Kawai. Wall-Modeled Large-Eddy Simulation of Transonic Airfoil Buffet at High Reynolds Number. *AIAA Journal*, Vol. 56, No. 6, pp. 2372–2388, 2018.
- [7] Y. Zhang, P. Yang, R. Li, and H. Chen. Unsteady Simulation of Transonic Buffet of a Supercritical Airfoil with Shock Control Bump. *Aerospace*, Vol. 8, No. 8, 2021.
- [8] F. Grossi, M. Braza, and Y. Hoarau. Prediction of Transonic Buffet by Delayed

- Detached-Eddy Simulation. *AIAA Journal*, Vol. 52, No. 10, pp. 2300–2312, 2014.
- [9] S. Deck. Numerical Simulation of Transonic Buffet over a Supercritical Airfoil. *AIAA Journal*, Vol. 43, No. 7, pp. 1556–1566, 2005.
- [10] L. Jacquin, P. Molton, S. Deck, B. Maury, and D. Soulevant. Experimental Study of Shock Oscillation over a Transonic Supercritical Profile. *AIAA Journal*, Vol. 47, No. 9, pp. 1985–1994, 2009.
- [11] B. H. K. Lee. Self-sustained Shock Oscillations on Airfoils at Transonic Speeds. *Progress in Aerospace Sciences*, Vol. 37, No. 2, pp. 147 – 196, 2001.
- [12] N. F. Giannelis, G. A. Vio, and O. Levinski. A Review of Recent Developments in the Understanding of Transonic Shock Buffet. *Progress in Aerospace Sciences*, Vol. 92, pp. 39 – 84, 2017.
- [13] R.E. Mayle. The Role of Laminar-Turbulent Transition in Gas Turbine Engines. In *Turbo Expo: Power for Land, Sea, and Air*, Vol. Volume 5: Manufacturing Materials and Metallurgy; Ceramics; Structures and Dynamics; Controls, Diagnostics and Instrumentation; Education; IGTI Scholar Award; General, 06 1991. V005T17A001.
- [14] J. D. Denton. Some Limitations of Turbomachinery CFD. In *Turbo Expo: Power for Land, Sea, and Air*, Vol. Volume 7: Turbomachinery, Parts A, B, and C, pp. 735–745, 06 2010.
- [15] J. Slotnik, A. Khodadoust, J. Alonso, D. Darmofal, W. Gropp, E. Lurie, and D. Mavriplis. CFD Vision 2030 Study: A path to revolutionary computational aerosciences. Technical Report CR-2014-0218178, National Aeronautics and Space Administration, Scientific and Technical Information Office ; For sale by the National Technical Information Service, 2014.
- [16] N. Gourdain, F. Sicot, F. Duchaine, and L. Gicquel. Large Eddy Simulation of Flows in Industrial Compressors: a path from 2015 to 2035. *Philosophical Transactions of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, Vol. 372, No. 2022, p. 20130323, 2014.

- [17] P.G. Tucker. Computation of Unsteady Turbomachinery Flows: Part 2—LES and hybrids. *Progress in Aerospace Sciences*, Vol. 47, No. 7, pp. 546–569, 2011.
- [18] W. F. Hilton and R. G. Fowler. Photographs of Shock Wave Movement. Technical Report NPL R&M No.2692, Nasional Physical Laboratory, 1947.
- [19] S. Deck. Detached-Eddy Simulation of Transonic Buffet over a Supercritical Airfoil. In *22nd Applied Aerodynamics Conference and Exhibit*, 08 2004.
- [20] M. Iovnovich and D.E. Raveh. Numerical Study of Shock Buffet on Three-dimensional Wings. *AIAA Journal*, Vol. 53, No. 2, pp. 449–463, 2015.
- [21] E. Goncalves and R. Houdeville. Turbulence Model and Numerical Scheme Assessment for Buffet Computations. *International Journal for Numerical Methods in Fluids Int. J. Numer. Meth. Fluids*, Vol. 46, pp. 1127–1152, 2004.
- [22] G. Barakos and D. Drikakis. Numerical simulation of transonic buffet flows using various turbulence closures. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, Vol. 21, No. 5, pp. 620 – 626, 2000. Turbulence and Shear Flow Phenomena 1.
- [23] S. Illi, T. Lutz, and E. Krämer. On the Capability of Unsteady RANS to Predict Transonic Buffet. In *Third Symposium Simulation of Wing and Nacelle Stall, 2012*, nov 2012.
- [24] Y. Fukushima and S. Kawai. Self-sustained Shock-wave Oscillation Mechanisms of Transonic Airfoil Buffet. In *AIAA Scitech 2019 Forum*, 2019.
- [25] Y. Fukushima, Y. Tamaki, and S. Kawai. Predictability of Wall-Modeled LES for Reynolds Number Effects of Airfoil Flows at Transonic Buffet and Near-stall Conditions. In *AIAA Scitech 2020 Forum*, 2020.
- [26] Y. Fukushima and S. Kawai. Transonic airfoil buffet at high reynolds number by using wall-modeled large-eddy simulation. *Proceeding of Tenth International Symposium on Turbulence and Shear Flow Phenomena*, 2017.
- [27] M Herr, S Spinner, A Probst, R Radespiel, and R Rudnik. Embedded WMLES of Transonic Buffet on a Nacelle-Aircraft Configuration. In *AIAA Scitech 2023 Forum*, 2023.
- [28] J. Dandois, I. Mary, and V. Brion. Large-Eddy Simulation of Laminar Transonic

- Buffet. *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 850, pp. 156–178, sep 2018.
- [29] M. Zauner, N.D. Tullio, and N.D. Sandham. Direct Numerical Simulations of Transonic Flow around an Airfoil at Moderate Reynolds Numbers. *AIAA Journal*, Vol. 57, No. 2, pp. 597–607, 2019.
- [30] P Moise, M Zauner, and N. D. Sandham. Large-Eddy Simulations and Modal Reconstruction of Laminar Transonic Buffet. *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 944, p. A16, 2022.
- [31] C Nguyen, S Terrana, and J Peraire. Wall-resolved Implicit Large Eddy Simulation of Transonic Buffet over the OAT15A Airfoil Using a Discontinuous Galerkin Method. In *AIAA Scitech 2020 Forum*, 2020.
- [32] W.J Mccroskey. The Phenomenon of Dynamic Stall. Technical Report ADA098191, National Aeronautics and Space Administration, Scientific and Technical Information Office ; For sale by the National Technical Information Service, 3 1981.
- [33] M.R. Visbal and D.J. Garmann. Analysis of Dynamic Stall on a Pitching Airfoil Using High-Fidelity Large-Eddy Simulations. *AIAA Journal*, Vol. 56, No. 1, pp. 46–63, 2018.
- [34] S. I. Benton and M. R. Visbal. The Onset of Dynamic Stall at a High, Transitional Reynolds Number. *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 861, p. 860–885, 2019.
- [35] Y. Kim and Z-T. Xie. Modelling the Effect of Freestream Turbulence on Dynamic Stall of Wind Turbine Blades. *Computers & Fluids*, Vol. 129, pp. 53–66, 2016.
- [36] V. R. Kasibhotla and D. Tafti. Dynamic Stall Simulation of Flow Over NACA0012 Airfoil at 1 Million Reynolds Number. In *ASME International Mechanical Engineering Congress and Exposition*, Vol. Volume 7A: Fluids Engineering Systems and Technologies, p. V07AT09A020, 11 2015.
- [37] S. Nagarajan, S Hahn, and S. Lele. Prediction of Sound Generated by a Pitching Airfoil: A Comparison of RANS and LES. In *12th AIAA/CEAS Aeroacoustics*

- Conference (27th AIAA Aeroacoustics Conference)*, 2006.
- [38] A. Medina, T. Sales, D. Rade, and F. Souza. Study of the Flow over an Oscillating NACA 0012 Airfoil. In *VIII Congresso Nacional de Engenharia Mecânica - CONEM 2014*, 08 2014.
 - [39] W. Haase, M. Braza, and A. Revell. *DESider : a European effort on hybrid RANS-LES modelling : results of the European-Union funded project, 2004-2007*. Notes on numerical fluid mechanics and multidisciplinary design. Springer, 2010.
 - [40] J.S. Batther. *Numerical Investigation of Dynamic Stall using Delayed Detached Eddy Simulations*. PhD thesis, University of California Davis, 2021.
 - [41] E. M. Eljack and J. Soria. Investigation of the Low-Frequency Oscillations in the Flowfield About an Airfoil. *AIAA Journal*, Vol. 58, No. 10, pp. 4271–4286, 2020.
 - [42] N Guillaud, G Balarac, and E Goncalvès. Large Eddy Simulations on a pitching airfoil: Analysis of the reduced frequency influence. *Computers & Fluids*, Vol. 161, pp. 1–13, 2018.
 - [43] F.F. Holzinger, F.F. Wartzek, H.P. Schiffer, S.S. Leichtfuss, and M.M. Nestle. Self-Excited Blade Vibration Experimentally Investigated in Transonic Compressors: Acoustic Resonance. *Journal of Turbomachinery*, Vol. 138, No. 4, 12 2015. 041001.
 - [44] L. Reid and R.D. Moore. Design and Overall Performance of Four Highly Loaded, High-Speed Inlet Stages for an Advanced High-Pressure-Ratio Core Compressor, 1978.
 - [45] K.C. Hall, R. Kielb, J.P. Thomas, and W.S. Clark. Recent Advancements in Turbomachinery Aeroelastic Design Analysis. In *43rd AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit*, 2005.
 - [46] H. Hennings and J. Belz. Experimental Investigation of the Aerodynamic Stability of an Annular Compressor Cascade Performing Tuned Pitching Oscillations in Transonic Flow. In *Turbo Expo: Power for Land, Sea, and Air*, Vol. 4, 06

1999. V004T03A045.

- [47] T. Zoric, I. Popovic, S. A. Sjolander, T. Praisner, and E. Grover. Comparative Investigation of Three Highly Loaded LP Turbine Airfoils: Part I — Measured Profile and Secondary Losses at Design Incidence. In *Turbo Expo: Power for Land, Sea, and Air*, 第 Volume 6: Turbo Expo 2007, Parts A and B 卷, pp. 621–630, 05 2007.
- [48] R. D. Sandberg and V. Michelassi. Fluid Dynamics of Axial Turbomachinery: Blade- and Stage-Level Simulations and Models. *Annual Review of Fluid Mechanics*, Vol. 54, No. 1, pp. 255–285, 2022.
- [49] C Sieverding and M Manna. A Review on Turbine Trailing Edge Flow. *International Journal of Turbomachinery, Propulsion and Power*, Vol. 5, No. 2, 2020.
- [50] Y. Zhao and R. D. Sandberg. High-Fidelity Simulations of a High-Pressure Turbine Vane Subject to Large Disturbances: Effect of Exit Mach Number on Losses. *Journal of Turbomachinery*, Vol. 143, No. 9, p. 091002, 05 2021.
- [51] J. Gan, I. Im, and G. Zha. Stall Flutter Simulation of a Transonic Axial Compressor Stage Using a Fully Coupled Fluid-Structure Interaction. In *55th AIAA Aerospace Sciences Meeting*, 2017.
- [52] Hongsik Im, Xiangying Chen, and Gecheng Zha. Detached Eddy Simulation of Transonic Rotor Stall Flutter Using a Fully Coupled Fluid-Structure Interaction. In *Turbo Expo: Power for Land, Sea, and Air*, Vol. Volume 6: Structures and Dynamics, Parts A and B, pp. 1217–1230, 6 2011.
- [53] A. Tateishi, T. Watanabe, T. Himeno, M. Aotsuka, and T. Murooka. Verification and Application of Fluid-Structure Interaction and a Modal Identification Technique to Cascade Flutter Simulations. *International Journal of Gas Turbine, Propulsion and Power Systems*, Vol. 8, No. 3, pp. 20–28, 2016.
- [54] M.E. Nakhchi and M Rahmati. Direct Numerical Simulations of Flutter Instabilities over a Vibrating Turbine Blade Cascade. *Journal of Fluids and Structures*, Vol. 104, p. 103324, 2021.

- [55] P. Moin. Advances in Large Eddy Simulation Methodology for Complex Flows. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, Vol. 23, No. 5, pp. 710–720, 2002.
- [56] C.D. Argyropoulos and N.C. Markatos. Recent Advances on the Numerical Modelling of Turbulent Flows. *Applied Mathematical Modelling*, Vol. 39, No. 2, pp. 693–732, 2015.
- [57] Ugo Piomelli and Elias Balaras. Wall-Layer Models for Large-Eddy Simulations. *Annual Review of Fluid Mechanics*, Vol. 34, No. 1, pp. 349–374, 2002.
- [58] W. H. Cabot and P. Moin. Approximate Wall Boundary Conditions in the Large-Eddy Simulation of High Reynolds Number Flow. *Flow, Turbulence and Combustion*, Vol. 63, pp. 269–291, 2000.
- [59] J. W. Deardorff. A Numerical Study of Three-dimensional Turbulent Channel Flow at Large Reynolds Numbers. *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 41, No. 2, p. 453–480, 1970.
- [60] U. Schumann. Subgrid Scale Model for Finite Difference Simulations of Turbulent Flows in Plane Channels and Annuli. *Journal of Computational Physics*, Vol. 18, No. 4, pp. 376–404, 1975.
- [61] E. Balaras, C. Benocci, and U. Piomelli. Two-layer Approximate Boundary Conditions for Large-Eddy Simulations. *AIAA Journal*, Vol. 34, No. 6, pp. 1111–1119, 1996.
- [62] S. Kawai and J. Larsson. Wall-Modeling in Large Eddy Simulation: Length scales, grid resolution, and accuracy. *Physics of Fluids*, Vol. 24, No. 1, p. 015105, 2012.
- [63] R. J. Adrian. Conditional Eddies in Isotropic Turbulence. *The Physics of Fluids*, Vol. 22, No. 11, pp. 2065–2070, 1979.
- [64] J. Fröhlich and D. von Terzi. Hybrid LES/RANS Methods for the Simulation of Turbulent Flows. *Progress in Aerospace Sciences*, Vol. 44, No. 5, pp. 349–377, 2008.
- [65] B. Chaouat. The State of the Art of Hybrid RANS/LES Modeling for the Simulation of Turbulent Flows. *Flow, Turbulence and Combustion*, Vol. 99, pp.

279 – 327, 2017.

- [66] S. Heinz. A Review of Hybrid RANS-LES Methods for Turbulent Flows: Concepts and applications. *Progress in Aerospace Sciences*, Vol. 114, p. 100597, 2020.
- [67] M. Leschziner, N. Li, and F. Tessicini. Simulating Flow Separation from Continuous Surfaces: Routes to overcoming the Reynolds number barrier. *Philosophical Transactions of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, Vol. 367, No. 1899, pp. 2885–2903, 2009.
- [68] M. Germano. Properties of the Hybrid RANS/LES Filter. *Theoretical and Computational Fluid Dynamics*, Vol. 17, pp. 225–231, 2004.
- [69] B. Rajamani and J. Kim. A Hybrid-Filter Approach to Turbulence Simulation. *Flow, Turbulence and Combustion*, Vol. 85, pp. 421–441, 12 2010.
- [70] H. Xiao and P. Jenny. A consistent dual-mesh framework for hybrid les/rans modeling. *Journal of Computational Physics*, Vol. 231, No. 4, pp. 1848–1865, 2012.
- [71] L. He and J. Yi. Two-scale Methodology for URANS/Large Eddy Simulation Solutions of Unsteady Turbomachinery Flows. *Journal of Turbomachinery*, Vol. 139, No. 10, 2019.
- [72] J. Holgate, A. Skillen, T. Craft, and A. Revell. A Review of Embedded Large Eddy Simulation for Internal Flows. *Archives of Computational Methods in Engineering*, Vol. 26, No. 4, pp. 865–882, 2019.
- [73] P. Batten, U. Goldberg, and S. Chakravarthy. LNS - An Approach towards Embedded LES. In *40th AIAA Aerospace Sciences Meeting & Exhibit*, 2002.
- [74] P.R. Spalart, W-H. Jou, M. Strelets, and S.R. Allmaras. Comments on the Feasibility of LES for Wings, and on a Hybrid RANS/LES Approach. In *Advances in DNS/LES*, 1997.
- [75] M. Strelets. Detached Eddy Simulation of Massively Separated Flows. In *39th Aerospace Sciences Meeting and Exhibit*, 2001.

- [76] P.R. Spalart, S. Deck, M. Shur, K. Squires, M. Strelets, and A. Travin. A New Version of Detached-eddy Simulation, Resistant to Ambiguous Grid Densities. *Theoretical and Computational Fluid Dynamics*, Vol. 20, pp. 181–195, 07 2006.
- [77] K. C. Hall, J. P. Thomas, and W. S. Clark. Computation of Unsteady Nonlinear Flows in Cascades Using a Harmonic Balance Technique. *AIAA Journal*, Vol. 40, No. 5, pp. 879–886, 2002.
- [78] K. Ekici, K. C. Hall, and E. H. Dowell. Computationally Fast Harmonic Balance Methods for Unsteady Aerodynamic Predictions of Helicopter Rotors. *Journal of Computational Physics*, Vol. 227, No. 12, pp. 6206–6225, 2008.
- [79] F. Sicot, G. Dufour, and N. Gourdain. A Time-domain Harmonic Balance Method for Rotor/Stator Interactions. *Journal of Turbomachinery*, Vol. 134, No. 1, 2012.
- [80] H. Huang and K. Ekici. An Efficient Harmonic Balance Method for Unsteady Flows in Cascades. *Aerospace Science and Technology*, Vol. 29, No. 1, pp. 144–154, 2013.
- [81] H. Huang. *Shape Optimization of Turbomachinery Blades Using an Adjoint Harmonic Balance Method*. PhD thesis, University of Tennessee, 2013.
- [82] E. Van der Weide, A. Gopinath, and A. Jameson. Turbomachinery Applications with the Time Spectral Method. In *35th AIAA Fluid Dynamics Conference and Exhibit*, 2005.
- [83] F. Wang, L.D. Mare, and P. Adami. Favre-Averaged Fourier-Based Methods for Gas Turbine Flows. In *Turbo Expo: Power for Land, Sea, and Air*, Vol. Volume 2C: Turbomachinery, p. V02CT41A024, 6 2019.
- [84] C. Frey, G. Ashcroft, H-P. Kersken, and C. Voigt. A Harmonic Balance Technique for Multistage Turbomachinery Applications. In *Turbo Expo: Power for Land, Sea, and Air*, Vol. Volume 2B: Turbomachinery, 06 2014. V02BT39A005.
- [85] J. P. Thomas, E. H. Dowell, and K.C. Hall. Nonlinear Inviscid Aerodynamic Effects on Transonic Divergence, Flutter, and Limit-Cycle Oscillations. *AIAA Journal*, Vol. 40, No. 4, pp. 638–646, 2002.

- [86] J. P. Thomas, E. H. Dowell, and K.C. Hall. Modeling Viscous Transonic Limit-cycle Oscillation Behavior Using a Harmonic Balance Approach. *Journal of Aircraft*, Vol. 41, No. 6, pp. 1266–1274, 2004.
- [87] J.P. Thomas, E.H. Dowell, K.C. Hall, and C.M. Denegri. Further Investigation of Modeling Limit Cycle Oscillation Behavior of the F-16 Fighter Using a Harmonic Balance Approach. In *46th AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics and Materials Conference*, 2005.
- [88] J.P. Thomas, C.H. Custer, E.H. Dowell, and K.C. Hall. Unsteady Flow Computation Using a Harmonic Balance Approach Implemented About the OVERFLOW 2 Flow Solver. In *19th AIAA Computational Fluid Dynamics*, 2009.
- [89] A. Petrocchi and N. Barakos. Transonic Buffet Simulation using Harmonic Balance Method. In *AIAA Scitech 2023 Forum*. American Institute of Aeronautics and Astronautics Inc, AIAA, 2023.
- [90] A. Petrocchi and G. Barakos. Buffet Boundary Estimation Using a Harmonic Balance Method. *Aerospace Science and Technology*, Vol. 132, p. 108086, 2023.
- [91] F. Plante and É. Laurendeau. Simulation of Transonic Buffet Using a Time-Spectral Method. *AIAA Journal*, Vol. 57, No. 3, pp. 1275–1287, 2019.
- [92] K. C. Hall, K. Ekici, J. P. Thomas, and E. H. Dowell. Harmonic Balance Methods Applied to Computational Fluid Dynamics Problems. *International Journal of Computational Fluid Dynamics*, Vol. 27, pp. 52–67, 02 2013.
- [93] A.D. Ronch, A. J. McCracken, K. J. Badcock, M. Widhalm, and M. S. Campobasso. Linear Frequency Domain and Harmonic Balance Predictions of Dynamic Derivatives. *Journal of Aircraft*, Vol. 50, No. 3, pp. 694–707, 2013.
- [94] W. Yao and M. Simão. Application of a High-order CFD Harmonic Balance Method to Nonlinear Aeroelasticity. *Journal of Fluids and Structures*, Vol. 74, pp. 427 – 444, 2017.
- [95] D. Lindblad, G. M. Villar, N. Andersson, A. C. Patrao, S. Courty-Audren, and G. Napias. Aeroacoustic Analysis of a Counter Rotating Open Rotor based on the Harmonic Balance Method. In *AIAA Aerospace Sciences Meeting*, 2018.

- [96] I. Gatin, G. Cvijetić, V. Vukčević, H. Jasak, and Š. Malenica. Harmonic Balance Method for Nonlinear and Viscous Free Surface Flows. *Ocean Engineering*, Vol. 157, pp. 164–179, 2018.
- [97] G. Ashcroft, C. Frey, and H.P. Kersken. On the Development of a Harmonic Balance Method for Aeroelastic Analysis. In *6th. European Conference on Computational Fluid Dynamics - ECFD VI*, pp. 5885–5896, July 2014.
- [98] A. Gopinath and A. Jameson. Time Spectral Method for Periodic Unsteady Computations over Two- and Three- Dimensional Bodies. In *43rd AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit*. American Institute of Aeronautics and Astronautics Inc, AIAA, 2005.
- [99] K. Miyaji and Y. Yoshida. Prediction of Aircraft Dynamic Stability Derivatives Using Time-Spectral Computational Fluid Dynamics. *Transactions of the Japan Society for Aeronautical and Space Sciences*, Vol. 62, No. 6, pp. 291–298, 2019.
- [100] 谷一慶亮, 宮路幸二. 時間スペクトル法による周期的非定常流れの効率的数値解法の研究. 日本航空宇宙学会論文集, Vol. 65, No. 2, pp. 73–81, 2017.
- [101] 大島亮祐, 宮路幸二. 時間スペクトル法 cfd による自励振動予測手法の開発. 航空宇宙技術, Vol. 20, pp. 1–8, 2021.
- [102] S. Nimmagadda, T. D. Economon, J. J. Alonso, and C. R. Ilario da Silva. Robust Uniform Time Sampling Approach for the Harmonic Balance Method. In *46th AIAA Fluid Dynamics Conference*. American Institute of Aeronautics and Astronautics, 2016.
- [103] Ansys. Inc. Ansys CFX — Industry-Leading CFD Software, 2021.
- [104] X. Huang, H. Wu, and D. Wang. Implicit Solution of Harmonic Balance Equation System Using the LU-SGS Method and One-step Jacobi/Gauss-Seidel Iteration. *International Journal of Computational Fluid Dynamics*, Vol. 32, No. 4-5, pp. 218–232, 2018.
- [105] C. Ma, X. Su, J. Gou, and X. Yuan. Runge-Kutta/Implicit Scheme for the Solution of Time Spectral Method. In *Turbo Expo: Power for Land, Sea, and Air*, Vol. Volume 2D: Turbomachinery, p. V02DT44A026, 06 2014.

- [106] M. A. Woodgate and K. J. Badcock. Implicit Harmonic Balance Solver for Transonic Flow with Forced Motions. *AIAA Journal*, Vol. 47, No. 4, pp. 893–901, 2009.
- [107] D. Lindblad and N. Andersson. Convergence Acceleration of the Harmonic Balance Method Using a Time-Level Preconditioner. *AIAA Journal*, Vol. 58, No. 11, pp. 4908–4922, 2020.
- [108] H. Li and K. Ekici. Improved One-Shot Approach for Modeling Viscous Transonic Limit Cycle Oscillations. *AIAA Journal*, Vol. 56, No. 8, pp. 3138–3152, 2018.
- [109] T. Guédeney, A. Gomar, F. Gallard, F. Sicot, G. Dufour, and G. Puigt. Non-uniform time sampling for multiple-frequency harmonic balance computations. *Journal of Computational Physics*, Vol. 236, pp. 317–345, 2013.
- [110] F. Sicot, G. Puigt, and M. Montagnac. Block-Jacobi Implicit Algorithms for the Time Spectral Method. *AIAA Journal*, Vol. 46, No. 12, pp. 3080–3089, 2008.
- [111] J. Zhan, L. Xiong and F. Liu. A Space-Time Lower–Upper Symmetric Gauss–Seidel Scheme for the Time-Spectral Method. *International Journal of Computational Fluid Dynamics*, Vol. 30, No. 5, pp. 337–355, 2016.
- [112] M. McMullen, A. Jameson, and J. Alonso. Demonstration of Nonlinear Frequency Domain Methods. *AIAA Journal*, Vol. 44, No. 7, pp. 1428–1435, 2006.
- [113] K. Ekici, R. Djeddi, H. Li, and I. Frankel, J. Modeling Periodic and Non-Periodic Response of Dynamical Systems Using an Efficient Chebyshev-Based Time-Spectral Approach. *Journal of Computational Physics*, Vol. 417, p. 109560, 2020.
- [114] D. K. Im, S. Choi, J. E. McClure, and F. Skiles. Mapped chebyshev pseudospectral method for unsteady flow analysis. *AIAA Journal*, Vol. 53, No. 12, pp. 3805–3820, 2015.
- [115] H. Li and K. Ekici. Supplemental-Frequency Harmonic Balance: A New Approach for Modeling Aperiodic Aerodynamic Response. *Journal of Computational Physics*, Vol. 436, p. 110278, 2021.

- [116] 中村竣, 岩本雄馬, 寺本進, 岡本光司. 剥離剪断層に生じる不安定性の拡張ハーモニックバランス解析. *航空宇宙技術*, Vol. 22, pp. 94–100, 2023.
- [117] Y. Iwamoto, S. Teramoto, and K. Okamoto. Computationally Efficient Large-Eddy Simulation of Periodic Unsteady Flow using Harmonic Balance Method. *Journal of Thermal Science*, Vol. 31, No. 1, 1 2022.
- [118] Y. Iwamoto, S. Teramoto, and K. Okamoto. Large-Eddy Simulation for Slowly Oscillating Turbulent Flow Using Harmonic Balance Approach. *AIAA Journal*, Vol. 62, No. 1, pp. 153–161, 1 2024.
- [119] J. Kim, P. Moin, and R. Moser. The Turbulence Statistics in Fully Developed Channel Flow at Low Reynolds Number. *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 177, p. 133–166, 05 1987.
- [120] K. Fujii and S. Obayashi. High-Resolution Upwind Scheme for Vortical-Flow Simulations. *Journal of Aircraft*, Vol. 26, No. 12, pp. 1123–1129, 1989.
- [121] M. Kurokawa, S. Teramoto, and K. Okamoto. Acoustic wave generation from two-dimensional supersonic inviscid jet impinging on inclined plate. *AIAA Journal*, Vol. 58, No. 8, pp. 3436–3445, 2020.
- [122] Taku Nonomura, Yoshinori Goto, and Kozo Fujii. Aeroacoustic waves generated from a supersonic jet impinging on an inclined flat plate. *International Journal of Aeroacoustics*, Vol. 10, No. 4, pp. 401–425, 2011.
- [123] S. Teramoto. Large-eddy simulation of transitional boundary layer with impinging shock wave. *AIAA Journal*, Vol. 43, No. 11, pp. 2354–2363, 2005.
- [124] S. Teramoto, H. Sanada, and K. Okamoto. Dilatation effect in relaminarization of an accelerating supersonic turbulent boundary layer. *AIAA Journal*, Vol. 55, No. 4, pp. 1469–1474, 2017.
- [125] J. W. Kim and D. J. Lee. Optimized Compact Finite Difference Schemes with Maximum Resolution. *Aiaa Journal - AIAA J*, Vol. 34, pp. 887–893, 05 1996.
- [126] J. W. Kim and J. D. Lee. Implementation of Boundary Conditions for Optimized High-Order Compact Schemes. *Journal of Computational Acoustics*, Vol. 05, No. 02, pp. 177–191, 1997.

- [127] D. V. Gaitonde and M. R. Visbal. Pade-Type Higher-order Boundary Filters for the Navier-Stokes Equations. *AIAA journal*, Vol. 38, pp. 2103–2112, 11 2000.
- [128] D.V. Gaitonde and M.R. Visbal. High-Order Schemes for Navier-Stokes Equations: Algorithm and Implementation Into FDL3DI. Technical report, Air Force Research Laboratory, Wright-Patterson AFB, 1998.
- [129] E. Shima and Jounouchi T. Role of CFD in Aeronautical Engineering (No.14) –AUSM Type Upwind Schemes-. In *Proceedings of the 14th NAL Symposium on Aircraft Computational Aerodynamics*, pp. 7–12, 1997.
- [130] M. Hino, M. Kashiwayanagi, A. Nakayama, and T. Hara. Experiments on the Turbulence Statistics and the Structure of a Reciprocating Oscillatory Flow. *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 131, p. 363–400, 1983.
- [131] P.R. Spalart and S. Allmaras. A One-Equation Turbulence Model for Aerodynamic Flows. In *30th Aerospace Sciences Meeting and Exhibit*, 1994.
- [132] S. Moreau, J. Christophe, and M. Roger. LES of the Trailing-Edge Flow and Noise of a NACA0012 Airfoil Near Stall By. In *roceedings of the Summer Program 2008*. Center for Turbulence Research, Stanford Univ./NASA Ames, 05 2009.
- [133] L.B. Streher. *Large-Eddy Simulations of the Flow Around a NACA0012 Airfoil at Different Angles of Attack*. PhD thesis, Hermut Schmidt University, 2018.
- [134] Y. Lin, M. Savill, N.R. Vadlamani, and R. Jefferson-Loveday. Wall-Resolved Large Eddy Simulation over NACA0012 Airfoil. *Journal of the Aerospace Sciences*, Vol. 2, pp. 149–162, 2013.
- [135] J.S. Cagnone and S.K. Nadarajah. Implicit Nonlinear Frequency-Domain Spectral-Difference Scheme for Periodic Euler Flow. *AIAA Journal*, Vol. 47, No. 2, pp. 361–372, 2009.
- [136] V. Motta, A. Guardone, and G. Quaranta. Influence of Airfoil Thickness on Unsteady Aerodynamic Loads on Pitching Airfoils. *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 774, p. 460–487, 2015.
- [137] J. Nitzsche, L. Ringel, C. Kaiser, and H. Hennings. Fluid-Mode Flutter in

- Plane Transonic Flows. In *International Forum on Aeroelasticity and Structural Dynamics IFASD 2019*, 2019.
- [138] C.J. Schauerte and A-M. Schreyer. Influence of Reynolds Number on Transonic Buffet Conditions on a Supercritical Airfoil. In *AIAA SCITECH 2023 Forum*, 2023.
 - [139] X. Deng and H. Zhang. Developing High-Order Weighted Compact Nonlinear Schemes. *Journal of Computational Physics*, Vol. 165, No. 1, pp. 22–44, 2000.
 - [140] T. Nonomura, N. Iizuka, and K. Fujii. Increasing Order of Accuracy of Weighted Compact Non-Linear Scheme. In *45th AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit*, 2007.
 - [141] S. Zhang, S. Jiang, and C-W Shu. Development of Nonlinear Weighted Compact Schemes with Increasingly Higher Order Accuracy. *Journal of Computational Physics*, Vol. 227, No. 15, pp. 7294–7321, 2008.
 - [142] W. Shyy, B. Jayaraman, and A. Andersson. Modeling of Glow Discharge-Induced Fluid Dynamics. *Journal of Applied Physics*, Vol. 92(11), pp. 6434 – 6443, 01 2003.
 - [143] A. Accorinti, T. Baur, S. Scharnowski, and C. J. Kähler. Experimental investigation of transonic shock buffet on an oat15a profile. *AIAA Journal*, Vol. 60, No. 11, pp. 6289–6300, 2022.
 - [144] E. Stanewsky and D. B. Basler. Experimental Investigation of Buffet Onset and Penetration on a Supercritical Airfoil at Transonic Speeds. In *AGARD Conference Proceedings*, Vol. 483, 1990.
 - [145] A. Hartmann, A. Feldhusen, and W. Schröder. On the Interaction of Shock Waves and Sound Waves in Transonic Buffet Flow. *Physics of Fluids*, Vol. 25, No. 2, p. 026101, 02 2013.
 - [146] T. S. Luchik and W. G. Tiederman. Timescale and Structure of Ejections and Bursts in Turbulent Channel Flows. *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 174, p. 529–552, 1987.
 - [147] T. Itano and S. Toh. The Dynamics of Bursting Process in Wall Turbulence.

- Journal of the Physical Society of Japan*, Vol. 70, No. 3, pp. 703–716, 2001.
- [148] S. K. Robinson. Coherent Motions in the Turbulent Boundary Layer. *Annual Review of Fluid Mechanics*, Vol. 23, pp. 601–639, January 1991.
 - [149] P. Costamagna, G. Vittori, and P. Blondeaux. Coherent Structures in Oscillatory Boundary Layers. *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 474, No. 1, pp. 1–33, January 2003.
 - [150] B.H.K. Lee. Oscillatory Shock Motion Caused by Transonic Shock Boundary-Layer Interaction. *AIAA J.*, Vol. 28, pp. 942–944, 1990.
 - [151] J.D. Crouch, A. Garbaruk, D. Magidov, and A. Travin. Origin of Transonic Buffet on Aerofoils. *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 628, pp. 357–369, 2009.
 - [152] G. Martinat, M. Braza, Y. Hoarau, and G. Harran. Turbulence Modelling of the Flow Past a Pitching NACA0012 Airfoil at 105 and 106 Reynolds Numbers. *Journal of Fluids and Structures*, Vol. 24, No. 8, pp. 1294–1303, 2008. Unsteady Separated Flows and their Control.
 - [153] F. Geng, I. Kalkman, A.S.J. Suiker, and B. Blocken. Sensitivity Analysis of Airfoil Aerodynamics during Pitching Motion at a Reynolds Number of 1.35×10^5 . *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, Vol. 183, pp. 315–332, 2018.
 - [154] S. Wang, D.B. Ingham, L. Ma, M. Pourkashanian, and Z. Tao. Numerical Investigations on Dynamic Stall of Low Reynolds Number Flow around Oscillating Airfoils. *Computers & Fluids*, Vol. 39, No. 9, pp. 1529–1541, 2010.
 - [155] N. J. Mullenix, D. V. Gaitonde, and M. R. Visbal. Spatially Developing Supersonic Turbulent Boundary Layer with a Body-Force-Based Method. *AIAA Journal*, Vol. 51, No. 8, pp. 1805–1819, 2013.
 - [156] N. Dhamankar, G. Blaisdell, and A. Lyrantzis. Overview of Turbulent Inflow Boundary Conditions for Large-Eddy Simulations. *AIAA Journal*, Vol. 56, pp. 1–18, 12 2017.
 - [157] M.R. Visbal and D.V. Gaitonde. Control of Vortical Flows Using Simulated Plasma Actuators. In *44th AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit*, 2006.

謝辞

指導教員の寺本進教授, 研究活動が自然科学との対話である前に, 今ある他者との対話であることを, 先生から教わりました. 本研究を通してご高配を賜りましたこと, 心より感謝いたします.

岡本光司准教授, 赤嶺政仁助教には, 研究内容に限らず学術的な話題について, ご討論の機会を多くいただきました. 感謝いたします.

研究室の学生の皆様に感謝いたします. 特に 23 年度修了生の中村竣氏, 小川大地氏とは, 研究室で歓談することも多く, 感染症蔓延の状況下での研究における, 大きな精神的支えとなりました.

流体の数値シミュレーションは私にとってどこまでも魅力的で, 行き詰まっても研究のモチベーションを失うことはありませんでした. 発展を支えた全ての研究者の方々に, 敬意と感謝を申し上げます.

本研究は, JST 次世代研究者挑戦的研究プログラム JPMJSP2108, および JSPS 科研費 JP23 KJ0528 の助成を受けたものです. 支援に感謝いたします.

学部 1 年次からはや 9 年の付き合いになる, 学友の F, H, M, N 氏には, 日頃より多くの刺激をいただきました. 心より感謝いたします.

学生生活を支えていただき, 不考の息子をいつも応援してくれた父と母, 本当にありがとうございます.

最後に愛する妻に. 研究活動を応援し, そして研究より大切な時間をくれてありがとう.

岩本 雄馬

付録 A. 3次元圧縮性 Navier-Stokes 方程式

三次元非定常圧縮性粘性流の Navier-Stokes 方程式は, 次式 (A.1) の形で表される.

$$\frac{\partial \mathbf{Q}}{\partial t} = \mathbf{RHS}(\mathbf{Q}) \quad (\text{A.1})$$

ここで $\mathbf{Q} = (\rho, \rho u, \rho v, \rho w, e)^T$ は保存量であり, 右辺 $\mathbf{RHS}(\mathbf{Q})$ は移流項, 拡散項および外力項 \mathbf{f} をまとめて表記したものである.

$$\mathbf{RHS}(\mathbf{Q}) = \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial x} + \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial y} + \frac{\partial \mathbf{G}}{\partial z} + \mathbf{f} \quad (\text{A.2})$$

$$\begin{aligned} \mathbf{E} &= \begin{pmatrix} \rho u \\ \rho u^2 + p - \tau_x x \\ \rho uv - \tau_x y \\ \rho uw - \tau_x z \\ (e + p)u - \tau_x xu - \tau_x yv - \tau_x zw - \kappa T_x \end{pmatrix} \\ \mathbf{F} &= \begin{pmatrix} \rho v \\ \rho uv - \tau_y x \\ \rho v^2 + p - \tau_y y \\ \rho vw - \tau_y z \\ (e + p)v - \tau_y xu - \tau_y yv - \tau_y zw - \kappa T_y \end{pmatrix} \\ \mathbf{G} &= \begin{pmatrix} \rho w \\ \rho uw - \tau_z x \\ \rho vw - \tau_z y \\ \rho w^2 + p - \tau_z z \\ (e + p)w - \tau_z xu - \tau_z yv - \tau_z zw - \kappa T_z \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (\text{A.3})$$

e は単位体積あたりのエネルギーであり, ポテンシャルエネルギーを無視すると次のように書ける.

$$e = \frac{p}{\gamma - 1} + \rho \frac{u^2 + v^2 + w^2}{2} \quad (\text{A.4})$$

また κ は熱伝導係数, T_x, T_y, T_z はそれぞれ x, y, z 方向の温度勾配である. τ_{xx} から τ_{zz} は分子粘性による剪断応力であり, それぞれ静粘性係数 μ を用いて次式で表される.

$$\begin{aligned}
\tau_{xx} &= \frac{2}{3}\mu(2u_x - v_y - w_z) \\
\tau_{yy} &= \frac{2}{3}\mu(2v_y - w_z - u_x) \\
\tau_{zz} &= \frac{2}{3}\mu(2w_z - u_x - v_y) \\
\tau_{xy} &= \tau_{yx} = \mu(u_y + v_x) \\
\tau_{yz} &= \tau_{zy} = \mu(v_z + w_y) \\
\tau_{zx} &= \tau_{xz} = \mu(w_x + u_z)
\end{aligned} \tag{A.5}$$

付録 B. コンパクトスキーム・コンパクトフィルタ

6 次精度三重対角コンパクトスキーム

3, 4 章の LES-stage では, Kim らによる Optimized High-Order Compact Scheme [125, 126] を用いた. コンパクトスキームでは, 関数 f の x_i 方向についての一階の空間微分値 f' は次式で離散化される.

$$\begin{aligned}
\beta f'_{j-2} + \alpha f'_{j-1} + f'_j + \alpha f'_{j+1} + \beta f'_{j+2} = \\
c \frac{(f_{j+3} - f_{j-3})}{6\Delta x_i} + b \frac{(f_{j+2} - f_{j-2})}{4\Delta x_i} + a \frac{(f_{j+1} - f_{j-1})}{2\Delta x_i}
\end{aligned} \tag{A.6}$$

ただし添字 j は x_i 方向の格子点番号, Δx_i は x_i 方向の格子点間隔である.

本計算では $\beta = 0$ とする, 6 次精度三重対角コンパクトスキームを採用した. 散逸誤差を抑えながら分散誤差が最小となるよう最適化された式 (A.6) の各係数は, 表 1 で与えられる.

式 (A.6) は 7 点のステンシルを要する中心差分型のスキームであるため, 計算領域の境界付近では非中心差分型のコンパクトスキームを用いる. 境界上 $j = 0$ の格子点から $j = 2$ までの離散化はそれぞれ

$$f'_0 + \alpha_{0,1} f'_1 = \frac{1}{\Delta x_i} \sum_{j=0}^3 a_{0,j} f_j \tag{A.7}$$

App-Table 1: Coefficients for Optimized Sixth-Order Tridiagonal Compact Scheme on Interior Nodes

α	0.4085892691182515
β	0
a	1.568098211519709
b	0.2716571074522698
c	-0.02257678073547548

$$\alpha_{1,0}f'_0 + f'_1 + \alpha_{1,2}f'_2 = \frac{1}{\Delta x_i} \sum_{j=0}^4 a_{1,j}f_j \quad (\text{A.8})$$

$$\alpha_{2,1}f'_1 + f'_2 + \alpha_{1,3}f'_3 = \frac{1}{\Delta x_i} \sum_{j=0}^5 a_{2,j}f_j \quad (\text{A.9})$$

となり, 精度は境界上の点から順に 2, 4, 6 次精度である. 式 (A.7) から (A.9) の係数についても式 (A.6) と同様に最適化されたものとして, 表 2 の値が与えられる.

App-Table 2: Coefficients for Optimized Sixth-Order Tridiagonal Compact Scheme on Near-Boundary Nodes

i=0, 2nd-order		i=1, 4th-order		i=2, 6th-order	
$\alpha_{0,1}$	2.701510934904742	$\alpha_{1,0}$	0.1532048781838751	$\alpha_{2,1}$	0.2234544771621557
		$\alpha_{1,2}$	0.7237110491082636	$\alpha_{2,3}$	0.5530910456756884
$a_{0,0}$	-2.673444389108146	$a_{1,0}$	-0.5088675754573845	$a_{2,0}$	-0.013127263621621
$a_{0,1}$	1.468066764967325	$a_{1,1}$	-0.7029878533366753	$a_{2,1}$	-0.6038029221734134
$a_{0,2}$	1.382688702485047	$a_{1,2}$	1.040385365448375	$a_{2,2}$	-0.4395154246847092
$a_{0,3}$	-0.1773110783442254	$a_{1,3}$	0.1867472036506759	$a_{2,3}$	0.96090920472974
		$a_{1,4}$	-0.01527714030499072	$a_{2,4}$	0.1010303485585628
				$a_{2,5}$	-0.005493942808558833

式 (A.6) から (A.9) による移流項評価は, 空間全点での三重対角の連立方程式となり, 本研究では Thomas のアルゴリズムによって解いている.

8 次精度コンパクトフィルタ

コンパクトスキームは中心差分型の離散化手法であるため、数値的な不安定化を避けるため高調波誤差を除去する必要がある。

本研究では Gaitonde らによるパデ形式の 8 次精度コンパクトフィルタ [127, 128] を、実時間積分操作の反復毎に保存量に適用した。離散化された関数 f 及びフィルタ適用後の関数 \hat{f} の間には、以下の等式が成立する。

$$\alpha \hat{f}_{j-1} + \hat{f}_j + \alpha \hat{f}_{j+1} = \sum_{k=0}^4 \frac{a_k}{2} (f_{j+k} + f_{j-k}) \quad (\text{A.10})$$

フィルタが 8 次精度の場合、式 (A.10) 中の各係数は表 3 で与えられる。係数 α は

App-Table 3: Coefficients for 8th-Order Compact Filter on Interior Nodes

a_0	$\frac{93+70\alpha}{128}$
a_1	$\frac{7+18\alpha}{16}$
a_2	$\frac{-7+14\alpha}{32}$
a_3	$\frac{1-2\alpha}{16}$
a_4	$\frac{-1+2\alpha}{128}$

$-0.5 < \alpha < 0.5$ の値であり、大きな値とするほどフィルタ操作による散逸は小さくなる。

またフィルタ操作についてもコンパクト差分と同様両側の点を参照する評価方法をとるため、境界付近では次式 (A.11) を用いる。

$$\alpha \hat{f}_{j-1} + \hat{f}_j + \alpha \hat{f}_{j+1} = \sum_{k=0}^8 a_{k,j} f_k \quad (\text{A.11})$$

ただし境界上 $j = 0$ の点の値に対しては境界条件が適用されるため、フィルタ操作は行わず $\hat{f} = f$ として扱う。精度は境界上の点から順に 0, 6, 6, 8 次精度となる。式 (A.11) における各係数は表 4 でそれぞれ与えられる。

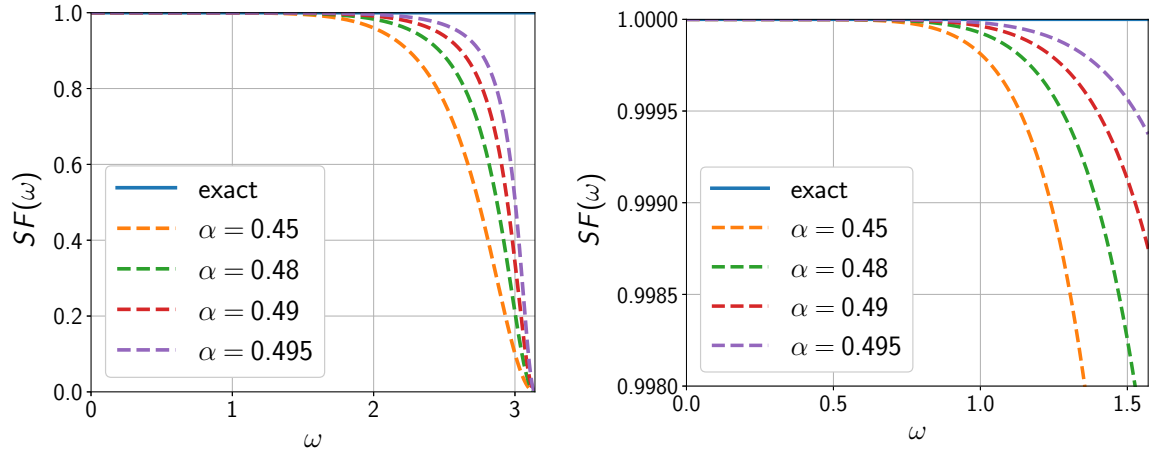
App-Table 4: Coefficients for 8th-Order Compact Filter on Near-Boundary Nodes

i=1, 6nd-order		i=2, 6th-order		i=3, 8th-order	
$a_{1,0}$	$\frac{1+62\alpha}{64}$	$a_{2,0}$	$\frac{-1+2\alpha}{64}$	$a_{3,0}$	$\frac{1-2\alpha}{256}$
$a_{1,1}$	$\frac{29+6\alpha}{32}$	$a_{2,1}$	$\frac{3+26\alpha}{32}$	$a_{3,1}$	$\frac{-1+2\alpha}{32}$
$a_{1,2}$	$\frac{15+34\alpha}{64}$	$a_{2,2}$	$\frac{49+30\alpha}{64}$	$a_{3,2}$	$\frac{7+50\alpha}{64}$
$a_{1,3}$	$\frac{-5+10\alpha}{16}$	$a_{2,3}$	$\frac{5+6\alpha}{16}$	$a_{3,3}$	$\frac{25+14\alpha}{32}$
$a_{1,4}$	$\frac{15-30\alpha}{64}$	$a_{2,4}$	$\frac{-15+30\alpha}{64}$	$a_{3,4}$	$\frac{35+58\alpha}{128}$
$a_{1,5}$	$\frac{-3+6\alpha}{32}$	$a_{2,5}$	$\frac{3-6\alpha}{32}$	$a_{3,5}$	$\frac{-7+14\alpha}{32}$
$a_{1,6}$	$\frac{1-2\alpha}{64}$	$a_{2,6}$	$\frac{-1+2\alpha}{64}$	$a_{3,6}$	$\frac{7-14\alpha}{64}$
$a_{1,7}$	0	$a_{2,7}$	0	$a_{3,7}$	$\frac{-1+2\alpha}{32}$
$a_{1,8}$	0	$a_{2,8}$	0	$a_{3,8}$	$\frac{1-2\alpha}{256}$

周波数 ω におけるフィルタの周波数応答関数 $\mathbf{SF}(\omega)$ は次式 (A.12) で定義される.

$$\mathbf{SF}(\omega) = \frac{\sum_{k=0}^4 a_k \cos(k\omega)}{1 + 2\alpha \cos(\omega)} \quad (\text{A.12})$$

8 次精度フィルタ関数 A.10 の周波数応答特性の α 依存性を Fig.1 に示す.



App-Fig.1: Filtering Effect Variation with α for 8th-Order Filter

付録 C. HB 法における時間微分近似オペレータ行列

式 (2.16) 中に現れるフーリエ解析のオペレータ行列 \mathbf{B} , 逆フーリエ解析のオペレータ行列 \mathbf{B}^{-1} を以下に示す. ここでは 2 章と同様に, 支配的なモードの周波数を ω , 周期 $\Delta T = \frac{2\pi}{\omega}$ を $2N+1$ に当分割した各時刻を $t_j = \frac{j}{2N+1}\Delta T$ ($j \in \mathbb{N}, j \in [0, 2N]$) で表記する.

$$\mathbf{B} = \frac{1}{2N+1} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2\sin 1\omega t_0 & 2\sin 1\omega t_1 & 2\sin 1\omega t_{2N} \\ 2\cos 1\omega t_0 & 2\cos 1\omega t_1 & 2\cos 1\omega t_{2N} \\ 2\sin 2\omega t_0 & 2\sin 2\omega t_1 & \dots & 2\sin 2\omega t_{2N} \\ 2\cos 2\omega t_0 & 2\cos 2\omega t_1 & & 2\cos 2\omega t_{2N} \\ & \vdots & & \vdots \\ 2\sin N\omega t_0 & 2\sin N\omega t_1 & \dots & 2\sin N\omega t_{2N} \\ 2\cos N\omega t_0 & 2\cos N\omega t_1 & & 2\cos N\omega t_{2N} \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{B}^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & \sin 1\omega t_0 & \cos 1\omega t_0 & \sin 2\omega t_0 & \cos 2\omega t_0 & & \cos N\omega t_0 \\ 1 & \sin 1\omega t_1 & \cos 1\omega t_1 & \sin 2\omega t_1 & \cos 2\omega t_1 & \dots & \cos N\omega t_1 \\ & & & \vdots & & & \vdots \\ 1 & \sin 1\omega t_{2N} & \cos 1\omega t_{2N} & \sin 2\omega t_{2N} & \cos 2\omega t_{2N} & \dots & \cos N\omega t_{2N} \end{pmatrix}$$

付録 D. 擬似時間進行の陰解法

本研究では, HB の収束計算には次式に基づく擬似時間進行を用いた.

$$\frac{\partial \hat{\mathbf{Q}}^*}{\partial \tau} = \mathbf{R}^* - \mathbf{D}\hat{\mathbf{Q}}^* \quad (\text{A.13})$$

式中の $\hat{\mathbf{Q}}^*, \mathbf{R}^*, \mathbf{D}$ は 2 章 2 節で用いたものと同様である. 左辺の擬似時間微分項 $\frac{\partial \hat{\mathbf{Q}}^*}{\partial \tau}$ が 0 となれば, 式 (2.20) が満たされる.

式 (A.13) での擬似時間進行について, 擬似時間微分項を陽解法で離散化する場合, 計算の安定性のために $\Delta\tau$ は次の制約を受ける [81]. λ は移流項の最大固有値であり, V はセル体積である.

$$\Delta\tau \leq \frac{V}{|\lambda| + N\omega V} \quad (\text{A.14})$$

式 (A.14) を超える $\Delta\tau$ を用いる場合は, 安定に計算を行うために式 (A.13) 右辺を陰的に離散化する必要がある. 右辺第一項の陰的離散化は実時間進行計算の場合と同様であり, ADI-SGS などの手法を用いる. 擬似時間ステップを下付き添字 m で, m から $m+1$ ステップ目への解の変化量を $\Delta\hat{\mathbf{Q}}^*$ で書くと, 第二項は次のように離散化される.

$$\begin{aligned} \frac{\Delta\hat{\mathbf{Q}}^*}{\Delta\tau} &= \mathbf{R}^*_{m+1} - \mathbf{D}\hat{\mathbf{Q}}^*_{m+1} \\ &= \mathbf{R}^*_{m+1} - \mathbf{D}\hat{\mathbf{Q}}^*_m - \frac{\partial\mathbf{D}\hat{\mathbf{Q}}^*}{\partial\hat{\mathbf{Q}}^*}\Delta\hat{\mathbf{Q}}^* \\ &= \mathbf{R}^*_{m+1} - \mathbf{D}\hat{\mathbf{Q}}^*_m - \mathbf{D}\Delta\hat{\mathbf{Q}}^* \end{aligned} \quad (\text{A.15})$$

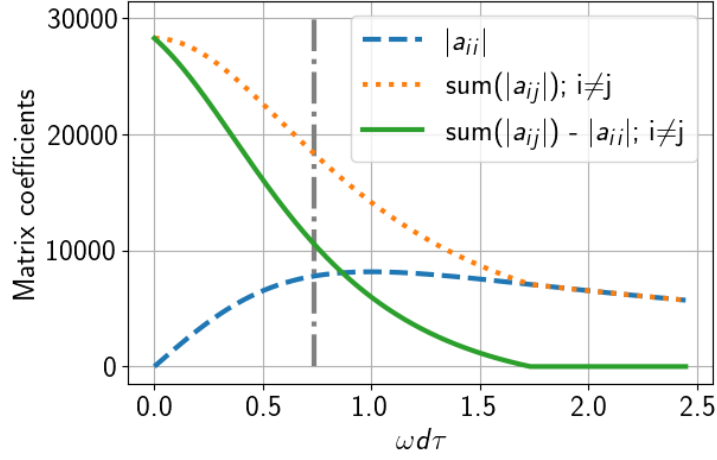
式 (A.15) を変形すると, m から $m+1$ ステップ目への解の変化量 $\Delta\hat{\mathbf{Q}}^*$ は次式となる.

$$\Delta\hat{\mathbf{Q}}^* = \Delta\tau(\mathbf{I} + \Delta\tau\mathbf{D})^{-1}(\mathbf{R}^*_{m+1} - \mathbf{D}\hat{\mathbf{Q}}^*_m) \quad (\text{A.16})$$

擬似時間進行についての陰解法は, 計算の安定性に加え, HB の収束性を向上する. Fig.2 は式 (A.16) 中の項 $\Delta\tau(\mathbf{I} + \Delta\tau\mathbf{D})^{-1}\mathbf{D}$ について, 優対角性と擬似時間刻み $\Delta\tau$ の関係を示したものである. $\Delta\tau = 0$ は陽解法に対応している. $\Delta\tau$ に依らず非優対角成分の総和 $\text{sum}(|a_{ij}|)$ は対角成分 $|a_{ii}|$ より大きい, $\Delta\tau$ を上げると広義優対角 $\text{sum}(|a_{ij}|) = |a_{ii}|$ に漸近する.

付録 E. Counter-flow force-based method

Counter-flow force-based method [142] では, DBD-PA を模した流れと逆向きの体積力を壁面付近で与えることで, 剥離泡を形成しバイパス遷移を発生させる. 衝撃波/乱流境界層干渉のシミュレーションにおける有効性が確認されており [155, 156]. これまでに二次元・三次元翼 [157] や超音速の平板境界層 [155] に適用されている. Counter-flow



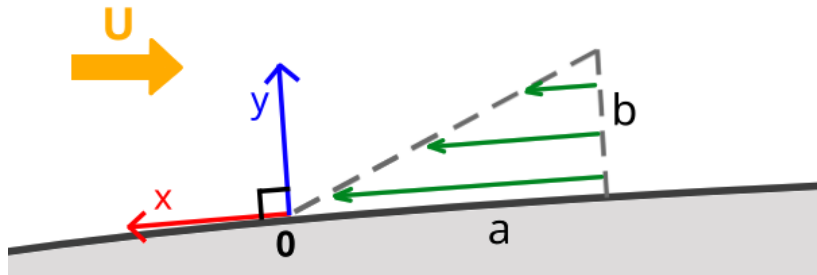
App-Fig.2: Proportion of Diagonal Components of Implicit Matrix.

force-based method では, 次式の体積力 \mathbf{F}_e を流れに付与する.

$$\mathbf{F}_e = D_c \mathbf{e} \delta_{cr} \quad (\text{A.17})$$

D_c は体積力の強さを表す係数であり, δ_{cr} は体積力が作用する領域で 1, 他は 0 となる関数である. \mathbf{e} は体積力が作用する領域の上流端を原点とし, 下流及び壁面垂直方向への相対座標 (x, y) , および作用する領域の幅 a , 高さ b を用いて, 次式で定義される (Fig.3).

$$\mathbf{e}(x, y) = \min(0, \frac{x}{a} - \frac{y}{b}) \quad (\text{A.18})$$



App-Fig.3: Schematic of Counter-Flow Force-Based Method.