

乱流促進体まわりの流れの数値予測に関する研究 (第7報)

—Large Eddy Simulation の改善—

Study on Numerical Prediction of the Flow around Turbulence Promoters (7th Report)

—Improvement on Large Eddy Simulation—

狩 野 正 徳*・小 林 敏 雄*・石 原 智 男*

Masanori KANO, Toshio KOBAYASHI and Tomo-o ISHIHARA

1. ま え が き

剝離を伴う非平衡流れ場の数値予測に対して Large Eddy Simulation (以下 LES と略記する) が k - ϵ 法と比較して有望であることを既に明らかにした。^{1),2)} この LES を複雑な流れ場に適用するにあたりいくつかの検討すべき点が生じてきた。その主なものは、低レイノルズ数領域における SGS 渦拡散モデルと SGS 渦拡散係数の壁面境界条件である。

LES では通常、差分格子程度の小規模流れ場を想定しそのモデル定数 C を一定とする。本研究でも基本的にはこの考え方を採用している。³⁾ しかしながら、剝離を伴うような流れ場においては比較的広い範囲にわたって主流に比して流速が低くなり、 C = 一定の仮定が維持できるかどうかを検討する必要が生じる。また、渦拡散係数の壁面近傍の分布は前報では壁面からの距離のみの関数として与えたが、それに加えて速度勾配の影響を考慮する必要がある。本報ではこの2つの問題を考慮した計算システムを再構成し、渦拡散モデルと壁面境界条件の影響を明らかにすることを目的としている。

2. 低レイノルズ数流れ場の SGS 渦拡散モデル

高レイノルズ数の流れにおいては分子粘性は高波数の乱れに、速度勾配は低波数の乱れに影響を及ぼすとみなすことができる。しかし、流速が小さくなると速度勾配の影響は高波数領域にまで影響を与えるようになってくる。言いかえると低レイノルズ数の乱れ場においては高波数領域すなわち小規模スケール (Subgrid Scale, SGS と略記する) の流れ場で速度勾配の影響を考慮することが必要となろう。この高波数領域におけるスペクトル関数 $E(k)$ は統計理論によると

$$\left. \begin{aligned} E(k) &= 4(a'\nu\xi^2 + a\epsilon)^{2/3} k^{-5/3} / (3a)^{4/3} \\ \xi &= (2\xi_{i,j}\xi_{i,j})^{1/2}, \quad \xi_{i,j} = (\partial\bar{u}_i/\partial x_j + \partial\bar{u}_j/\partial x_i) / 2 \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

となる。⁴⁾ ここに、 k : 波数、 ν : 動粘性係数、 a, a' : 渦拡散係数に関する Heisenberg 定数、 ϵ : 乱流散逸。

$\int_0^\infty E(k)dk$ は乱流エネルギーに対応する物理量である。 x_i は座標軸で前報と同様に x_1 は主流方向、 x_2 は上下壁と垂直方向、 x_3 は矩形柱のスパン方向に選ばれている (図2参照)。 u_i は x_i 方向の速度成分である。高波数領域における SGS 渦拡散係数 K は Heisenberg の仮定⁵⁾ を適用すると

$$K = a \int_{k_0}^\infty [E(k)/k^3]^{1/2} dk \quad (2)$$

によって与えられる。ここに k_0 はフィルタ幅 Δ に相当する波数で π/Δ である。さて式(1)において a, a' は同じ概念を表す定数であるが、ここでは a, a' がほぼ等しいと仮定する。Smagorinsky モデル⁶⁾ を使用すると

$$\epsilon = (C\Delta)^2 \xi^3 \quad (3)$$

式(1), (2), (3)より

$$\left. \begin{aligned} K &= (C\Delta)^2 \xi \\ C &= 0.25a^{1/2} [1 + 1/(C^2 Re_\Delta)]^{1/4} \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

が得られる。ここに $Re_\Delta = \Delta^2 \xi / \nu$ は SGS レイノルズ数とよばれる。

さて、高レイノルズ数の二次元チャンネル流れなどの計算においては通常 $C=0.1$ が用いられることが多い。⁷⁾

⁸⁾ そこでここでも Re_Δ が無限大において C の値を 0.1 に一致させることにする。すなわち

$$C = 0.1 [1 + 1/(C^2 Re_\Delta)]^{1/4} \quad (5)$$

図1に式(5)の C と Re_Δ の関係を示す。図から明らかのように式(5)によって与えられる C は Re_Δ が非常に小さい領域においてきわめて大きな値となる。これは式(4)より K も異常に大きな値をとることになり不合理と思われる。一方、従来の LES の乱流計算の報告によれば C として大きな値を選ぶことは不適當であるといわれている。たとえば Deardorft は二次元チャンネル内乱流を $C=0.17$ (一定) で計算した結果、乱れの減衰が生じてしまうと報告している。⁷⁾ また本研究の流れ場において $C=0.192$ (一定) を選ぶと同様に計算を進めるにつれ

* 東京大学生産技術研究所 第2部

表1 計算条件と計算時間

	Number of Grids	h	δt	Convergent Condition	C	C_T	a_1	Integration Time per One Step (s)
Case I	40×25×9	1/50	1/1000	0.001	0.1	1.2	0.5	5.6
Case II	40×25×9	1/50	1/1000	0.001	Eq. (6)	Eq. (7)	0.5	6.9
Case III	40×25×9	1/50	1/1000	0.001	Eq. (6)	Eq. (7)	Eq. (8)	6.5

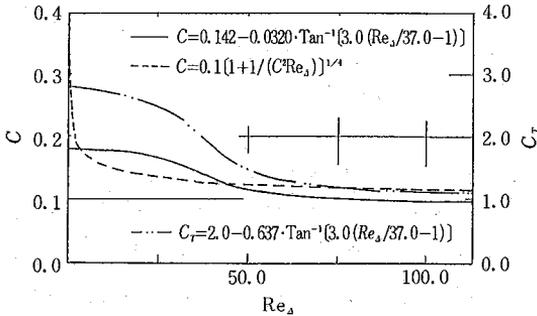


図1 SGSレイノルズ数とパラメタ C , C_T

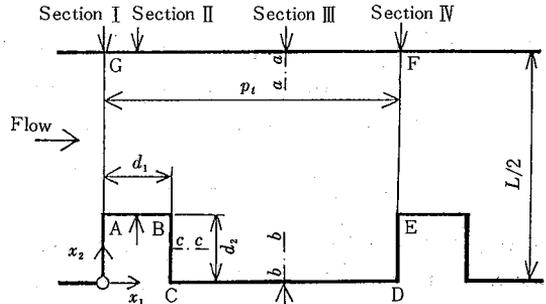


図2 モデル流路

て乱れが減衰してしまう。これらの経験を考慮して本報では

$$C = 0.142 - 0.0320 \tan^{-1}[3.0(Re_s/37.0 - 1)] \quad (6)$$

のような関係式を設定し、 C の Re_s 依存性を導入することにする。式(6)における C と Re_s の関係を図1に示す。なお、式(6)は Re_s が大きな領域で $C=0.092$ となる。これはつぎの理由による。 $C=0.1$ を用いている Deardorft や堀内らの計算においてはレナード項を SGS 渦拡散モデルの中の一部と考慮して大規模流れ場の基礎式から除外している。これに対して本研究ではレナード項を SGS 渦拡散モデルと分離して考えている。³⁾ 前者と後者の K の比は Leonard⁹⁾ によると約 1.195 であり、式(6)はこのことを考慮した結果である。

C_T については理論的根拠もなく存在領域に対する従来の試みも乏しい。本報では便宜上式(6)と同じ形式で C_T を与えることにする。

$$C_T = 2.0 - 0.637 \tan^{-1}[3.0(Re_s/37.0 - 1)] \quad (7)$$

この C_T と Re_s の関係を図1に併記する。

3. SGS 渦拡散係数の壁面境界条件

壁面近くのように乱れの非等方性の顕著な領域では渦拡散係数は壁面からの距離、速度勾配および分子粘性係数に依存して変化すると思われる。前報ではこのうち壁面からの距離の影響のみを考慮して K の境界条件を設定した。本報では速度勾配および分子粘性係数の影響も考慮し Mellor らの二層モデル,¹⁰⁾ Pletcher の境界層計算法¹¹⁾ を参考にして、 $0 \leq x \leq x_0$ の範囲で

$$\left. \begin{aligned} K/K_0 &= 1/2(x/x_0)\{(9a_1 - 1) + 3(1 - 3a_1)x/x_0\} \\ a_1 &= 0.5[1 - \exp(-x^+/a_1')]^2 \\ x^+ &= x(\zeta_M/\nu)^{1/2} \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

の形で与えることにする。ここに、 x は最も近い壁面からの距離、 x_0 は乱れの非等方性が顕著な範囲を示す距離で $x_0 = 3h/2$ (h は格子幅)と選んでいる。 K_0 は $x = x_0$ での K の値、 ζ_M は $0 < x < x_0$ における ζ の平均値、 a_1' は定数である。式(8)において $a_1 = 0.5$ (一定)としたのが前報の境界条件である。本報では流れ場の中の乱流促進体の影響の少ない上壁付近の領域において a_1 が 0.5 になるように a_1' を定め、 $a_1' = 2.0$ を採用している。

C_T に関しても式(8)の形を準用することにする。

4. 計算結果および考察

本報ではプログラムに前述の2種の改良を加え、それぞれの影響を考察する。すなわち、表1に示すように前報¹²⁾における基本的LESをCase Iとし、 C , C_T にSGSレイノルズ数を考慮したものをCase II、Case IIにSGS渦拡散係数の分布に改良を加えたものをCase IIIとする。対象とする流れ場およびレイノルズ数は前報と同一で $Re = 1.1 \times 10^4$ である。その他基本的計算条件は前報と同一である。なお、計算値は主として断面III(図2参照、 $x_1 = 0.47$)について求めている。また、本章の計算結果の整理に用いた平均量を示す記号はつぎのとおりである。 $\langle f \rangle$: 物理量 f の x_3 方向の平均値、 $\langle f \rangle_t$: $\langle f \rangle$ の時間平均値。

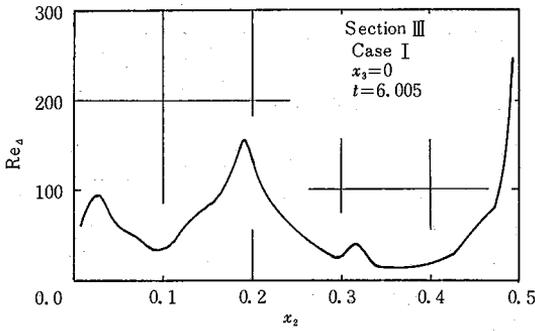


図 3 Re_d の分布

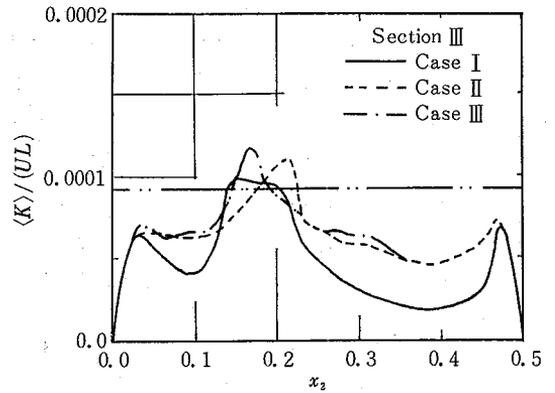


図 4 SGS 渦拡散係数の分布

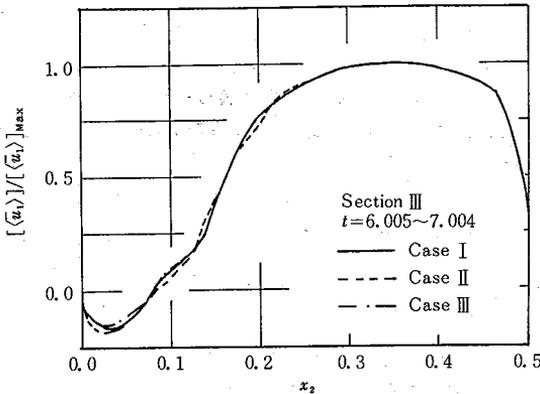


図 5 x_1 方向平均流速の分布

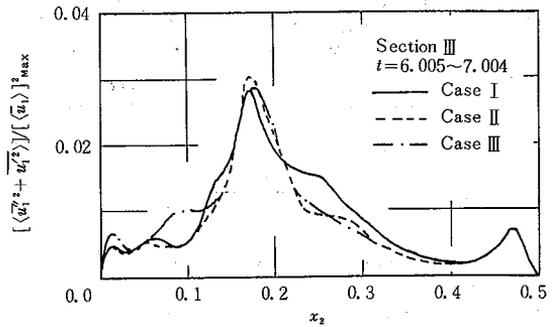


図 6 x_1 方向の乱れの分布

4.1 C, C_T の Re_d 依存性及びその影響

図 3 に Case I の場合の断面 III における Re_d の分布を示す。図および図 1 より C の Re 依存性の影響は流速の小さい乱流促進体の背後および速度勾配の小さい流路中央部に現れるものと思われる。たとえば、図 4 に示すように K の分布は Case I と II とでは上述の領域で著しい差異を示している。なお、図 4 の K は断面 III における平均速度 U と流路幅の 2 倍 L の積で無次元化されている。さて、この C の変化は平均速度分布には余り大きな影響を与えないようである。図 5 に x_1 方向平均流速の断面 III における分布を示す。 x_2 の全領域にわたって C の変化が与える顕著な差異はない。これは平均流速は主として大規模流れ場の運動によって支配され、小規模流れ場の影響が小さいためと思われる。図 6 に断面 III における x_1 方向の乱れの平均値を、図 7 に乱流せん断応力の分布を示す。図において K の差異に対応した領域で Case I と II とで乱れ、乱流せん断応力の値が異なることが示されている。すなわち、 C の Re_d 依存性の乱れ、乱流せん断応力に及ぼす影響は乱流促進体の背後および速度勾配の小さい流路中央部で顕著となる。

4.2 SGS 渦拡散係数の壁面境界条件の影響

K, K_T の壁面境界条件が計算結果に与える影響は式 (8) より壁面境界付近で ζ の小さい領域で大きくなる。すなわち、乱流促進体背面 (図 2 の BC) 付近でその影響を強く受けると思われる。図 8 に代表的位置における壁面近傍の K の分布を示す。横軸の x は壁面からの無次元距離を表している。図は乱流促進体の背面 $c-c$ 領域で $\langle K \rangle$ が最も小さいこと、つまり ζ も最も小さいことを示している。図の Case II と Case III を比較することにより、この境界条件設定の影響が上壁付近の $a-a$ 領域でほとんど存在しないこと、乱流促進体の背面 $c-c$ 領域で影響が強いことがわかる。さて、この境界条件設定が断面 III における諸流体力学的特性量に与える影響を調べてみる。図 5 に示すように平均流速分布に与える影響はきわめて小さいと言える。乱れあるいは乱流せん断応力に与える影響は図 6, 7 に示すように乱流促進体の背後で大きくなる。この傾向は図 4 に示す K の分布にも現れている。すなわち、乱流促進体背面での境界条件の影響が流れによって下流に運ばれ、断面 III における下壁側での乱れ、乱流せん断応力の差異を生じさせたものと思われる。

研究速報

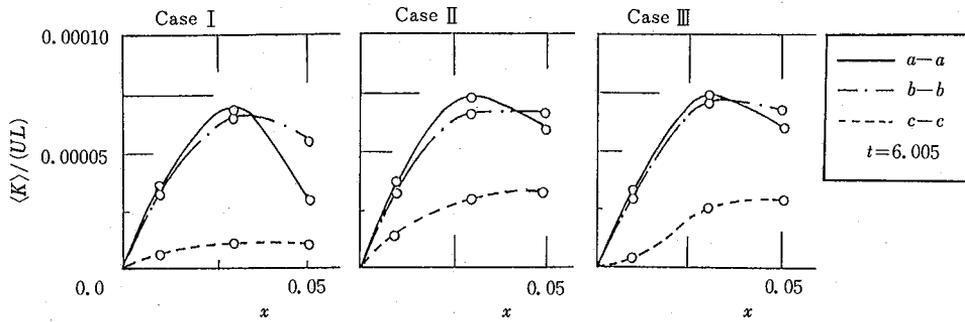


図8 壁面近傍のKの分布

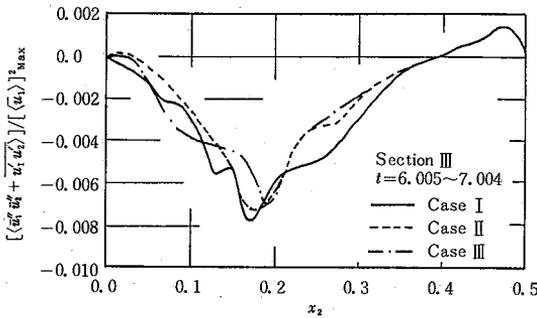


図7 乱流せん断応力の分布

(2) Kの壁面境界条件の影響は平均流速に対しては大きくないが、乱れに対しては乱流促進体のある下壁側に幾分現れる。

なお、本報の計算は東京大学大型計算機センター HITAC M 200 H/M 280 H システムによって行われた。本研究の一部は昭和59年度本所選定研究費によっている。
(1984年4月2日受理)

参考文献

- 1) 小林, 狩野, 石原, 生産研究, 36-1 (1984), 17
- 2) 狩野, 小林, 石原, 佐賀, 機講論, 840-4 (1984), 10
- 3) 狩野, 小林, 石原, 機論, 50-449 (1984), 257
- 4) J.O. Hinze, Turbulence, McGraw-Hill, (1959)
- 5) W. Heisenberg, Z. Phys., 124 (1948), 628
- 6) J. Smagorinsky, Monthly Weather Rev., 91 (1963), 99
- 7) J.W. Deardorft, J. Fluid Mech., 41 (1970), 453
- 8) 堀内, 日本物理学会誌, 37 (1982), 766
- 9) A. Leonard, Adv. Geophys., 18 A (1974), 237
- 10) G.L. Mellor, D.M. Gibson, J. Fluid Mech., 24 (1966), 225
- 11) R.H. Pletcher, Trans. ASME, J. Fluids Engng., 100 (1978), 472
- 12) 狩野, 小林, 石原, 生産研究, 35-6 (1983), 307

5. ま と め

矩形乱流促進体をもつ二次元チャンネル内乱流の数値予測をLESで試み、SGS乱流モデル式および乱流拡散係数の壁面境界条件について検討を行った。本報でのおもな結論はつぎのとおりである。

(1) Cの Re_d 依存性の影響は平均流速分布に対しては小さく、乱れに対しては乱流促進体のある下壁側で強く現れる。