

砂地盤の浅い基礎の支持力について I

—何が問題か?—

On bearing capacity of shallow foundation on sand I
—What is the problem?—

龍岡 文夫*
Fumio TATSUOKA

1. はじめに

土質力学の中で古典的な問題であるとともに、現在も十分には理解されていないもののひとつは、地盤や斜面などのマスの強度（安定性）を要素の強度に基づいて解析的手法を用いて予想する問題である。古典的解析法（実はそれすらも現在でも十分研究対象となっているが）においては、土は一様で、等方性で、破壊は仮定した（あるいは設定した）すべり面上で同時に生ずると仮定して

きた。しかし、土の要素の変形強度に関する実験的研究が進展してくると、上記の仮定は、多くの場合過度な単純化であることがしだいに明らかになってきた。本報告

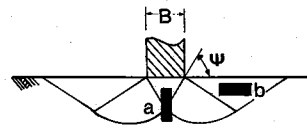


図-1 浅い基礎（表面基礎）の模式図

表 1 帯基礎の支持力問題における諸要因

要 因	原 位 置	室 内 実 験 (重力下)	室 内 実 験 (遠心力載荷)	古典的支持力理論 (塑性論的手法)
1 地盤の一様性	非一様が一般。	一様にするように最大限の努力を払う。		一様と仮定（非一様を仮定する場合もある；2層，3層問題）。
2 ひずみ状態	三次元、 L/B が大きくても平面ひずみ状態になっていない。	二次元平面ひずみ状態（側壁面のふくらみ，まさつを極少にするべく最大限の努力を払う）にすることが多い。		二次元平面ひずみ状態（対応する要素実験として三軸圧縮試験を考えている例も多い）。
3 地盤内の ϕ の拘束圧依存性	地盤内は場所場所により拘束圧が異なり，そのために内部摩擦角は変化する。			通常考慮しない（一部「下界値」法で考慮 ^{8),9),10)} 。
4 地盤内の平均的拘束圧	室内実験（重力下）に比較するとたいへん大きい。	原位置と比較するとたいへん小さい。	原位置と同じレベルに合わせられる。	ϕ の拘束圧依存性を考慮しなければ考察外。
5 地盤内の ϕ の異方性	地盤内で最大主応力方向が変化しているために内部摩擦角は変化する。			通常考慮しない（一部「下界値」法，極限つりあい法 ²²⁾ で考慮 ^{9),10)-23)} 。
6 進行性破壊	ピーク荷重後に形成されるすべり面上で考えても，ピーク荷重時（支持力発揮時）にそのすべり面上全ての場所で内部摩擦角 ϕ が発揮されていることはない。 進行性破壊の程度は拘束圧（基礎）の規模が大きくなると大きくなる可能性が大きい。			通常，すべり面上，あるいは破壊領域内で同時に ϕ が発揮されると仮定（一部「下界値」法で考慮 ^{11),12),14),15),16)} ）。
7 砂の粒子の大きさ (D_{50}) と基礎の大きさ (B) の比, D_{50}/B	D_{50}/B はたいへん小さい。	← 同一の砂を用いるとして → D_{50}/B は原位置に比較するとたいへん大きい（模型実験の砂も，原位置の礫，ロック材に対応）。		D_{50}/B の影響を考慮した解析はない。

* 東京大学生産技術研究所 第5部

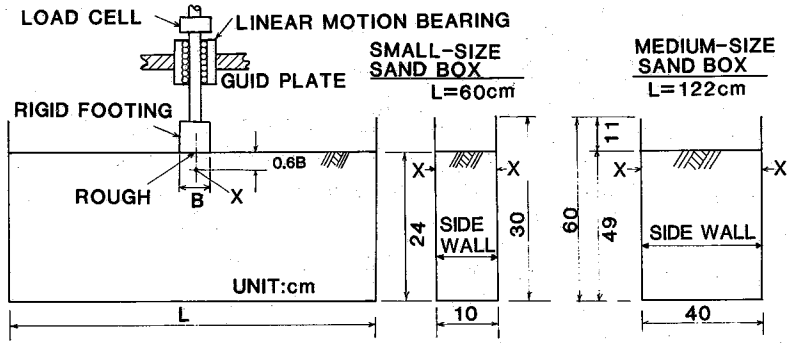


図-2 模型実験装置の概要¹⁾⁻³⁾

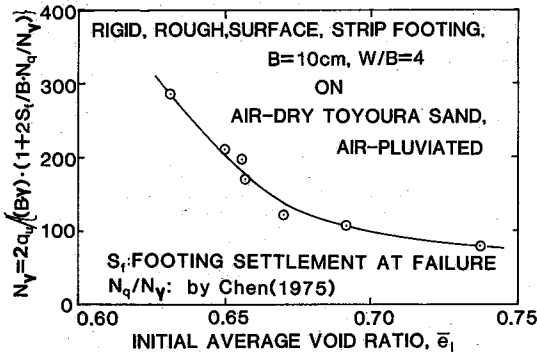


図-3 中型模型砂箱を用いて得られた信頼できると思われる $N_q \sim e_i$ 関係¹⁾⁻³⁾

では、水平砂地盤上の帯基礎の支持力問題(図-1)を例として、この問題の現状について触れてみたい。

2. 浅い帯基礎の支持力問題：問題の所在

基礎の長さ(L)がその幅(B)に比べて十分に長い(L/B ≥ 6)を帯基礎と呼んでいる。いま、基礎が剛で底面が十分に粗な場合に限定する。この支持力の解析法の検証を実大の基礎の支持力実験結果を用いて行うことは、次の各種の理由で非常にむずかしい。

- (1) 実大基礎の支持力を得るためには途方もなく巨大な載荷装置が必要となる。
- (2) 地盤の物性を正しく求めるのは通常たいへん困難である。
- (3) 仮に上記(1)、(2)の問題が解決しても、原位置の地盤の状態はそのまま解析の対象とするには境界条件がたいへん複雑である。

したがって、解析法の妥当性を検討する目的でよく制御されており、かつ単純化した条件のもとでの室内模型実験がこれまでに数多くなされてきた。すなわち、室内の模型実験を1つの現実、すなわち解析対象そのものとし、この解析が可能になったときはじめて現実問題の解析が可能になる、という考え方である。通常は重力の作用のもとでの小型模型実験が行われてきた(表-1参照)。この場合、次の3つの問題を解決する必要がある。

(1) 精密な模型実験を行い、模型地盤の信頼のおける支持力値を得る。¹⁾⁻³⁾ これは、案外容易な業ではなく、多くの文献で報告されている支持力値は過大評価されているようである。¹⁾ 筆者の研究室でほぼ信頼に値する結果を得るまでに4年弱の研究が必要であった。けっきょく、砂箱の側壁(図-2)のふくらみと表面摩擦を極小にし、側壁面摩擦の影響を受けないフーチング中央での応力値を測定する必要がある。図-3は、図-2に示す中型砂箱を用いて得られた砂層の初期平均空隙比 e_i と支持力係数 N_q (沈下量ゼロに対応する値に後に示す方法で補正してある)の関係である。

(2) 精密な要素実験を行い、信頼のおける要素の変形・強度特性を得る。この問題はおもに次の2つから成り立っている。

(i) 重力の下での模型地盤内の拘束圧は原地盤に比較するとたいへん小さく、模型実験の解析に必要な要素の変形・強度特性を得るためには非常に低い拘束圧の下で要素実験を行わなければならない。たとえば図-1中に示す要素bの破壊時最小主応力は $B=10\text{ cm}$ ならばわずか 0.02 kgf/cm^2 程度であり、精度の確保がむずかしくなってくる。三軸試験においても、図-4に示すように供試体をつつむメンブレンに作用している力に対して補正をしないと全く信頼できない結果が得られる。⁴⁾ 通常はこのような厳密な実験を行っていない。平面ひずみ条件のもとでの模型実験の結果の解析に必要な超低拘束圧の平面ひずみ試験による図-4中に示す③の曲線に対応するような結果はまだ得られていない。

(ii) よく知られているように三軸圧縮試験による内部摩擦角 $\phi_{rc} = \arcsin\{(σ'_1 - σ'_3)/(σ'_1 + σ'_3)\}_{max}$ は、似た条件のもとでの平面ひずみ圧縮試験による内部摩擦角 ϕ_{psc-v} よりも小さい。図-4に示すのはその例である。模型実験は平面ひずみ条件であるにもかかわらず、 ϕ_{rc} を用いて理論解析に用いていた時代がかなり長く続いた。⁵⁾ これに対して、Ko and Davidson⁶⁾ は、 ϕ_{psc-v} を用いて理論解析を行っている。ところが、小田ら⁷⁾ が示しているように、 $σ_1$ 方向と推積面の関係が異なると、他の条

件が同一でも、 ϕ の値は大きく異なってくる。図-4 に示す ϕ_{PSC-V} は図-1 中の要素 a に対応するが、要素 b に対応する内部摩擦角 ϕ_{PSC-H} は ϕ_{PSC-V} よりもはるかに小さい。けっきょく、破壊領域全体における内部摩擦角の異方向性が全面的に明らかになる必要があることになる。しかし、この種のデータは部分的にしかない。

(3) 実際の土の物性、地盤の破壊現象に対応した解析法の開発。この問題はおもに次の 2 つの問題に分類できよう。

(i) よく知られているように、物質の破壊の解析には対象物質を完全塑性体と仮定する塑性論的手法が有効である。せん断強度が拘束圧に依存しても (すなわち、内部摩擦角がゼロでなくても)、関連流動則 (Associated

flow rule) が成り立ち (いわゆる直交条件, Normality condition が成り立ち)、応力の主方向と塑性ひずみ増分の主応力が一致していれば、極限定理が用いえて、最小の上界値と最大の下界値を求めることにより真値が推定できる。¹⁷⁾ところが、土の場合、破壊時には上記のことが成立していない。すなわち、非関連 (Non-associated) である。したがって、極限定理を用いることができない。今、破壊時の最大・最小主応力 (圧縮正) を σ_1, σ_3 、最大・最小主ひずみ増分 (圧縮正) を ϵ_1, ϵ_3 とすると、ダイレイタンシー角 $\nu = \arcsin\{- (\epsilon_1 + \epsilon_3) / (\epsilon_1 - \epsilon_3)\}$ が ϕ と一致しているとき、関連流動則が成り立っているというが、現実には $\nu < \phi$ である。Chen¹⁷⁾ の支持力解は $\phi = \nu$ を仮定して得られた「上界値」である。一方、応力のつりあい方程式と土の破壊条件式を満足するようにして得られた解は真の下界値ではなく、「下界値」的手法で得られた解といえるのに止まる (つまり、 $\nu < \phi$ の場合の真の値に対する本来の下界値であるという保証はない)。

(ii) 上述の数学的困難さに加えて問題をより複雑にしているのが、いわゆる進行性破壊の問題である。^{11), 12), 13)-16), 18), 19)} 図-5 (a) は、図-3 に対応する条件で得られたフーチング沈下量 $S = 2\text{cm} (S/B = 0.2)$ のときまでに生じた地盤内の主ひずみ分布である。フーチング荷重の最大値は $S/B = 0.06$ で得られているので、すでに残留状態に入っている。それにもかかわらず、フーチング直下以外でのひずみ量はたいへん小さく、図-1 に示す b の要素はまだ破壊 (最大応力比) の状態に到達していないようである。フーチング沈下量がさらに大きくなってはじめて、すべり線が明確に形成されてくる (図-5 (b))。すなわち、フーチング荷重が最大になっているとき、フーチング直下の地盤内の一部ではすでに残留状態になっておりその応力値は最大値よりも相当低下している一方、フーチングから離れた場所ではやがては破壊に到るがまだ破壊に到ってはいない、と考えられる。¹⁴⁾すると、破壊領域全体で最大応力比 (あるいは内部摩擦角) が同時に発揮されているとしている大半の古典的支持力理論ではこの意味で支持力の過大評価をしていることに

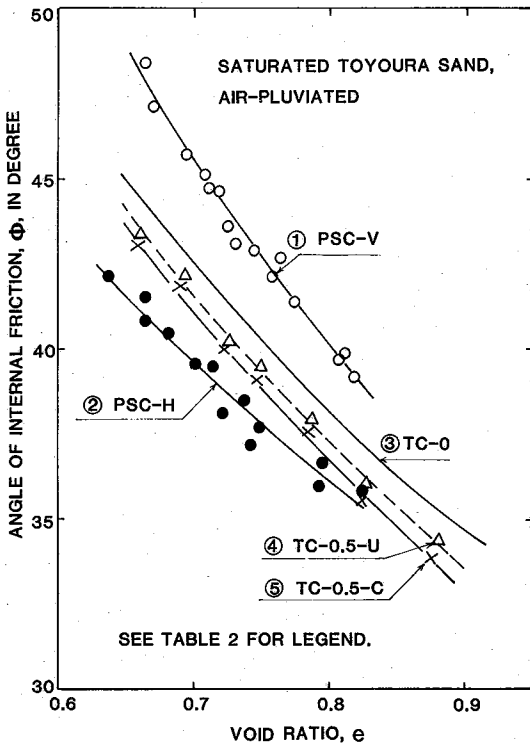


図-4 平面ひずみ圧縮試験と三軸圧縮試験による $\phi \sim e$ 関係¹⁾ (表 2 参照)

表 2 図-4 の説明

番号	記号	試験名(略号)	試料作成時粒子の落下方向と σ_1 の方向	圧密時応力状態		ϕ に対するメンブレン力の補正	破壊時の σ_c (kgf/cm ²)	間隙比 e の測定時
				σ_1	σ_3 (kgf/cm ²)			
1	○—○	PSC ¹⁾ -V	一致	2.0	$2 \times K_0$ ²⁾	なし	$2 \times K_0$	せん断開始時
2	●—●	PSC-H	直交					
3	—△—	TC ³⁾ -0	一致	0.0~0.1		あり	0.0~0.1	$\sigma_c = 0.02\text{kgf/cm}^2$
4	—△—	TC-0.5-U		0.5		なし	0.5	$\sigma_c = 0.5\text{kgf/cm}^2$
5	—×—	TC-0.5-C		0.5		あり	0.5	$\sigma_c = 0.02\text{kgf/cm}^2$

1) Plane strain compression 2) $K_0 = 0.52e$ 3) Triaxial compression

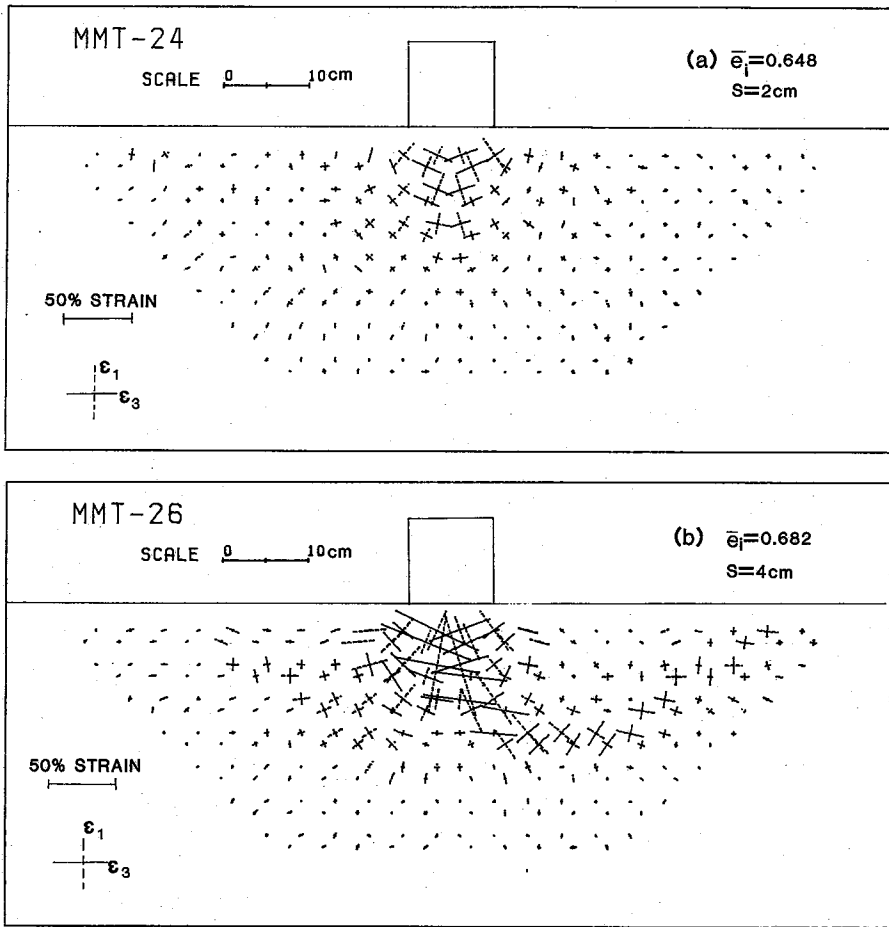


図-5 フーチング沈下量 $S=2\text{cm}(S/B=0.2)$ のとき, (b) $S=4\text{cm}(S/B=0.4)$ のときの地盤内のひずみ分布

なる。この進行性破壊の要因を支持力計算法にとり入れるためには、その計算法の内部に砂の応力・ひずみ関係を正しくとり入れる必要があるが研究例は非常に少ない。^{11),14),16)}

仮に、重力の下で行う小型模型実験で得られる実験値を、要素試験結果に基づき正しい解析法で首尾よく予想できたとしても、実際の原位置の問題を解決するには、少なくとも次の課題を解決する必要がある。

(1)表-1の要因-1, 2の定量的評価。これは、きわめて、遠大な研究課題であるように思われる。

(2)原位置での進行性破壊の程度予測。山口・木村ら^{11),12),15),16)}によると、基礎の規模が大きくなると、地盤内の破壊領域内の平均的拘束圧も大きくなり、それにつれて、破壊の進行性の程度も著しくなる。山口・木村らは遠心力載荷装置を用い、模型地盤内の鉛直加速度を重力よりも大きくすることにより、地盤内平均拘束圧を原位置のと対応させることによって、この問題を研究している。しかし、遠心力載荷装置に用いる砂箱自体はそれ

ほど大きくできないので、実験そのものの精度を上げることが、逆にむずかしくなるという点がある。

(3)砂のような粒状体は破壊するときに膨張するため、膨張域は弱化し、さらにそこに変形が集中し、せん断層(Shear band)が形成されてゆくという特徴がある。そのせん断層の幅は粒子径の大略10倍程度である²⁰⁾といわれている。すなわち、せん断層が形成されてゆこうとし、変形が非一様になってきて砂は破壊されてゆくのならば、その地盤内の変形の非一様さの程度は粒子径/基礎寸法の比(これを平均粒径/基礎幅 D_{50}/B であらわす)の影響を受けるはずである。すなわち、支持力特性は地盤内の拘束圧の大きさのみならず、 D_{50}/B の値によっても影響を受けるはずである。後藤²¹⁾によると三軸圧縮試験でも供試体の寸法効果 ($D_{50}/$ 供試体径の影響)がある。

3. 理論値と実験値の比較

最後に、地盤内の ϕ を一定とした古典的支持力理論に

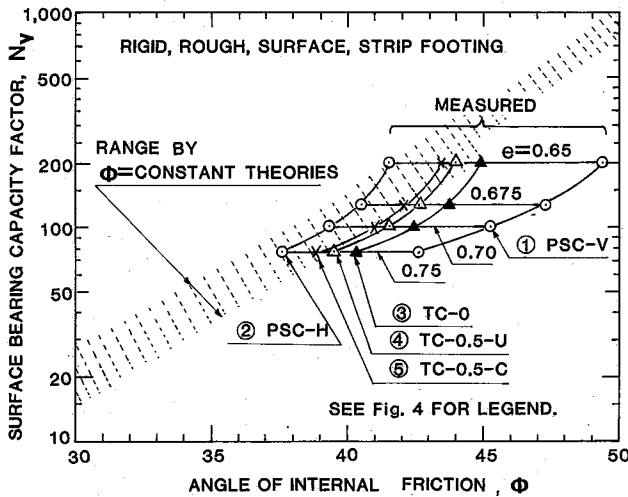


図-6 ϕ 一定仮定による理論 $N_r \sim \phi$ 関係と実測 $N_r \sim \phi$ 関係の比較

よる理論値と図-3に示す実験値の比較を示し、いかにこの問題が単純でないか、ということを示した。フーチング荷重が最大になるときのフーチング平均応力を q_u とする。図-3に示すデータは、壁の摩擦の影響の少ないフーチング中央1/3に対する q_u を用いて得られたものである。砂地盤の平均密度を γ とするとフーチング沈下量が S_f のときに測定された q_u は、支持力係数 N_r , N_q を用いて

$$q_u = \frac{1}{2} B \cdot \gamma \cdot N_r + S_f \cdot \gamma \cdot N_q = \frac{1}{2} B \cdot \gamma \cdot N_r \left(1 + \frac{2S_f}{B} \frac{N_q}{N_r} \right) \dots \dots \dots (1)$$

のようにあらわせる。 N_r は自重に起因する支持力、 N_q は表面荷重 q (この場合は $S_f \cdot \gamma$) に起因する支持力をあらわしている。すなわち、 q_u の値から N_r の値を求めるためには、 N_q/N_r の値が分かっているなければならない。そこで、Chen¹⁷⁾ が求めた「上界値」法による N_q/N_r の値 (ただし、(1)式による N_r に対応する値) を用いて(1)式により N_r を求めた。そして、図-3の $N_r \sim e$ 関係と図-4の $\phi \sim e$ 関係から e を消却して $N_r \sim \phi$ 関係を求めたのが図-6の4つの実測 $N_r \sim \phi$ 関係である。図中のハッチは ϕ 一定とした理論解の範囲であり、これについては後に詳しく述べる。この両者を比べてみると、実際の N_r を予想するには ϕ 一定とした古典的理論ではどうしようもないことがよく分かる。すなわち、

(1) 図-4の曲線③、⑤で示されているように、 ϕ は拘束圧によって異なる。また、曲線①、②で示されるように ϕ には異方性がある。少なくともこの2つの理由によっても、 ϕ 一定とした理論 $N_r \sim \phi$ 関係と実験値を直接比較するのは合理的ではない。

(2) 図-7は図-3に対応したもので、実験による N_r の値に対する寸法効果を示したものである。すなわち、

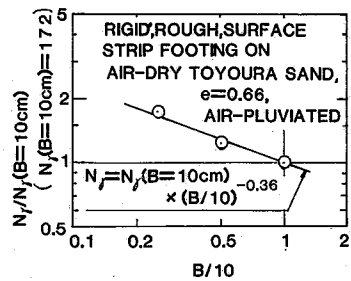


図-7 中型模型砂箱を用いて得られた N_r に対する寸法効果

同一の模型地盤でもフーチングの幅 B が2倍大きくなると、 N_r は約22%減少することを示している。この影響も、古典的支持力理論では取り入れることはできない。

(3) ϕ 一定とした古典的理論でも、研究者によって提案値が大きく異なる。

4. あとがき

実際の地盤の支持力値を求めるためには、 ϕ 一定とした支持力理論ではなく、強度異方性、進行性破壊などの要因の影響を正しくとり入れた理論が必要とされている。IIの論文では、この点をもう少し詳しく論じたい。

謝 辞

本報告をまとめるにあたり、筆者の研究室で行った実験の結果を引用させていただいた。関係各位に末筆ながら感謝の意を表します。(1984年3月26日受理)

参 考 文 献

- 1) 龍岡文夫・党宣夫・生原修・佐藤剛司 (1983), “模型砂地盤の支持力実験における砂箱側壁面摩擦の影響 I ——側壁面摩擦の実験——”, 35 卷, 12 号, 27-30 頁
- 2) 龍岡文夫・生原修 (1984), “同II——砂と平板の間の摩擦力の測定”, 生産研究, 36 卷, 1 号, 25~28 頁
- 3) 龍岡文夫・生原修 (1984), “同II——砂と平板の間の摩擦力の測定のつづき”, 36 卷, 3 号, 28~31 頁
- 4) Fukushima, S. and Tatsuoka, F. (1984), “Strength and deformation characteristics of saturated sand at extremely low pressures”, Soils and Foundations (to appear)
- 5) De Beer, E. E. (1970), “Experimental determination of the shape factors and the bearing capacity factors of sand”, Géotechnique, Vol. 20, No. 4, pp. 387-411
- 6) Ko, H-Y. and Davidson, L. W. (1973), “Bearing capacity of footings in plane strain,” Jour. SMF Div.,

- Proc. ASCE, Vol. 99, No. SM 1, pp. 1-23
- 7) Oda, M., Koishikawa, I. and Higuchi, T. (1978), "Experimental study of anisotropic shear strength of sand by plane strain test", *Soils and Foundations*, Vol. 18, No. 1, pp. 25-38
 - 8) Graham, J. and Stuart, J. G. (1971), "Scale and boundary effects in foundation analysis", *Jour. of SMF Div., Proc. ASCE*, Vol. 97, No. SM11, Nov., pp. 1533-1548
 - 9) Oda, M. and Koishikawa, I. (1979), "Effect of strength anisotropy on bearing capacity of shallow footing in a dense sand", *Soils and Foundations*, Vol. 19, No. 3, pp. 15-27
 - 10) Yamaguchi, H., Kimura, T. and Fuji-i, N. (1979), *Closure*, *Soils and Foundations*, Vol. 19, No. 1, pp. 93-95
 - 11) 木村孟・斉藤邦夫・日下部治・司代明 (1982), "砂地盤の支持力ならびに変形性状に対する異方性の影響について", *土木学会論文報告集*, 第 319 号, 3 月号, 105-113 頁
 - 12) Kimura, T., Kusakabe, O., Fuji-i, N. Saitoh, K. and Shidai, A. (1979), "Anisotropic effect on bearing capacity and settlement", *Proc. 6th Asian Regional Conf. on SMFE*, Vol. 1, Singapore, pp. 31-34
 - 13) 小田匡寛・古戸幸博 (1982), "浅い基礎の支持力問題における進行性破壊の意味", *土木学会論文報告集*, 第 321 号, 5 月, 113-122 頁
 - 14) Tennekoon, B.L. (1970), "Stresses and strains induced by a strip footing on sand", Ph. D. thesis, Cambridge Univ.
 - 15) Yamaguchi, H., Kimura, T. and Fuji-i, N. (1976), "On the influence of progressive failure on the bearing capacity of shallow foundations in dense sand", *Soils and Foundations*, Vol. 16, No. 4, pp. 11-22
 - 16) 木村孟・藤井斉昭・斉藤邦夫・日下部治 (1982), "砂中の浅基礎の支持力に関する研究", *土木学会論文報告集*, 第 319 号, 3 月, 97-104 頁
 - 17) Chen, W. F. (1975), "Limit analysis and soil plasticity, Elsevier Scientific Publishing Company
 - 18) De Beer, E. E. (1965), "The scale effect on the phenomenon of progressive rupture in cohesionless soils", *Proc. 6th Int. Conf. on SMFE*, Vol. 2, pp. 13-17
 - 19) Vesić, A. S. (1973), "Analysis of ultimate loads of shallow foundations", *Jour. of SMF Div., Proc. ASCE*, Vol. 99, No. SM1, Jan., pp. 45-73
 - 20) Yoshimi, Y. and Kishida, T. (1981), "A ring torsion apparatus for evaluating friction between soil and metal surfaces", *Geotechnical Testing Journal*, GTJODT, Vol. 4, No. 4, Dec., pp. 145-152
 - 21) 後藤聡 (1984), "小型および中型三軸せん断装置を用いた砂の変形・強度に関する基礎的研究", *東京大学修士論文*
 - 22) Meyerhof, G.G. (1978), "Bearing capacity of anisotropic cohesionless soils", *Can. Geotech. J.* Vol. 15, pp. 592-595
 - 23) Oda, M. and Koishikawa, (1977), "Anisotropic fabric of sands", *Proc. 9th Int. Conf. on SMFE*, Tokyo, Vol. 1, pp. 235-238

