

# 円錐ディフューザにおける抵抗体の効果の数値予測 ——第1報 $q-\epsilon$ モデルによる数値シミュレーション——

Numerical Prediction of Effect of Perforated Plates in Conical Diffusers

——1st Report, Numerical Simulation by  $q-\epsilon$  model——

小林 敏雄\*・中山 亨\*・石原 智男\*

Toshio KOBAYASHI, Tohru NAKAYAMA and Tomo-o ISHIHARA

## 1. ま え が き

化学プラントなどの管路系では、流体のもつ力学的エネルギーを動圧から静圧に変換するために、ディフューザをよく用いる。ディフューザの形状と、流れのパターンあるいはエネルギー変換効率との関係については、すでにKlineらによる詳しい実験報告がなされている。<sup>1)</sup> これらの研究によれば、片側拡がり角3~4度のディフューザが最も高い効率をもち、拡がり角の大きなものは流れの非一様性が著しくなり効率も低下するとされている。しかし現実のプラントなどでは空間的な制約から高拡がり角のディフューザを用いざるを得ないことも多い。同時に、特に化学反応を伴う系では、たとえ高拡がり角のディフューザを用いた場合でもディフューザ出口における速度分布を一様に保つことが必要とされる。

高拡がり角ディフューザの効率改善や速度分布の一様性向上を図るためには、ディフューザ形状をギブソン形にしたり、<sup>2)</sup> 円錐形であれば旋回流を与える<sup>3)</sup> などの対応が考えられるが、最も簡便な方法の一つは金網などの抵抗体を挿入する方法であろう。抵抗体の効果については、一定断面の管路に対してDrydenら<sup>4)</sup> の実験的研究や、Taylorら<sup>5)</sup> の理論的研究がある。またSchubauerら<sup>6)</sup> は高拡がり角軸対称ディフューザにおける抵抗体の効果を調べているが、これらの研究において抵抗体の効果は流れ現象の複雑さのため理論的にはほとんど解析されておらず、高拡がり角ディフューザの設計は実験データの積み重ねによっていた。

一方、最近の電子計算機の発達は乱流の数値シミュレーションの適用範囲を急速に広めつつある。乱流の数値シミュレーションには、1方程式モデル、2方程式モデルなどの微分的手法やLarge Eddy Simulation(LES)などが提案されている。しかし、1方程式モデルでは流れ場自体の様子が未知の場合に特性距離などのモデル化が難しいという欠点があり、LESは現在のところ計算時間が長すぎて設計などに用いにくい。<sup>7)</sup> これに対して2方程式モデルの一つ $q-\epsilon$ モデルはLaunderら<sup>8)</sup> によ

て係数値の一般化がなされ、現在のところ最も実用的な乱流モデルであると思われる。

本研究では高拡がり角の円錐ディフューザ内の乱流を対象に、抵抗体の効果を数値予測する手法を確立し、管路系設計のための指針を与えることを目的とする。本報ではまず $q-\epsilon$ モデルによる流れ場の数値予測の可能性を検討する。

## 2. 数値シミュレーション

### 2.1 基礎方程式

本研究で対象とする流れ場は図1に示すような高拡がり角をもつ円錐ディフューザ内の流れである。本報では流体は非圧縮粘性流体とし、旋回運動および重力の影響は存在せず、流れは軸対称であると仮定する。すべての物理量を代表長さ $D_0$ (入口断面直径)、代表速度 $\bar{u}_0$ (入口断面における平均速度)によって無次元化し、時間平均ナビエ・ストークス方程式のレイノルズ応力項に対しては局所等方性の仮定を用いてうず動粘性係数を導入すると $q-\epsilon$ モデルの基礎方程式は、

$$\partial \bar{u} / \partial x + \partial \bar{v} / \partial y + \bar{v} / y = 0 \dots\dots\dots (1)$$

$$\begin{aligned} \partial \bar{u} / \partial t + \partial \bar{u}^2 / \partial x + \partial (\bar{u} \bar{v}) / \partial y + \bar{u} \bar{v} / y \\ = -\partial \bar{p} / \partial x + \{ \partial^2 \bar{u} / \partial x^2 + \partial^2 \bar{u} / \partial y^2 \\ + (1/y) \cdot \partial \bar{u} / \partial y \} / Re + \partial (\nu_t \partial \bar{u} / \partial x) / \partial x \\ + \partial (\nu_t \partial \bar{u} / \partial y) / \partial y + (\partial \nu_t / \partial x) \cdot \partial \bar{u} / \partial x \\ + (\partial \nu_t / \partial y) \cdot \partial \bar{v} / \partial x + (\nu_t / y) \cdot \partial \bar{u} / \partial y \\ - (2/3) \cdot \partial q / \partial x \dots\dots\dots (2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \partial \bar{v} / \partial t + \partial (\bar{u} \bar{v}) / \partial x + \partial \bar{v}^2 / \partial y + \bar{v}^2 / y \\ = -\partial \bar{p} / \partial y + \{ \partial^2 \bar{v} / \partial x^2 + \partial^2 \bar{v} / \partial y^2 \\ + (1/y) \cdot \partial \bar{v} / \partial y - \bar{v} / y^2 \} / Re \\ + \partial (\nu_t \partial \bar{v} / \partial x) / \partial x + \partial (\nu_t \partial \bar{v} / \partial y) / \partial y \\ + (\partial \nu_t / \partial x) \cdot \partial \bar{u} / \partial y + (\partial \nu_t / \partial y) \cdot \partial \bar{v} / \partial y \\ + (\nu_t / y) \cdot \partial \bar{v} / \partial y + \nu_t \bar{v} / y^2 \\ - 2(\partial q / \partial y + q / y) / 3 \dots\dots\dots (3) \end{aligned}$$

ここに $\nu_t$ はうず動粘性係数、 $q \equiv (\overline{u'^2} + \overline{v'^2} + \overline{w'^2}) / 2$ は乱流エネルギーである。(2)、(3)の $\nu_t$ と $q$ を定めるために、補助方程式として、 $q$ と乱流散逸率 $\epsilon$ の輸送方程式を導入する。すなわち、

\* 東京大学生産技術研究所 第2部

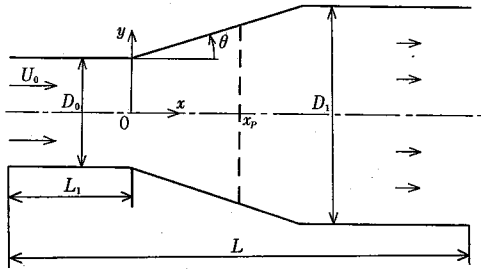


図1 円錐ディフューザの流れ

$$\begin{aligned} \frac{\partial q}{\partial t} + \frac{\partial(q\bar{u})}{\partial x} + \frac{\partial(q\bar{v})}{\partial y} + q\bar{v}/y \\ = \frac{\partial\{(\nu_t/\sigma_1 + 1/R_e)\partial q/\partial x\}}{\partial x} \\ + \frac{\partial\{(\nu_t/\sigma_1 + 1/R_e)\partial q/\partial y\}}{\partial y} \\ + (1/y) \cdot (\nu_t/\sigma_1 + 1/R_e)\partial q/\partial y \\ + \nu_t\{2(\partial\bar{u}/\partial x)^2 + 2(\partial\bar{v}/\partial y)^2 \\ + (\partial\bar{u}/\partial y + \partial\bar{v}/\partial x)^2 + 2\bar{v}^2/y\} - \epsilon \dots\dots\dots (4) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial\epsilon}{\partial t} + \frac{\partial(\epsilon\bar{u})}{\partial x} + \frac{\partial(\epsilon\bar{v})}{\partial y} + \epsilon\bar{v}/y \\ = \frac{\partial\{(\nu_t/\sigma_2 + 1/R_e)\partial\epsilon/\partial x\}}{\partial x} \\ + \frac{\partial\{(\nu_t/\sigma_2 + 1/R_e)\partial\epsilon/\partial y\}}{\partial y} \\ + (1/y) \cdot (\nu_t/\sigma_2 + 1/R_e)\partial\epsilon/\partial y \\ + (c_1\epsilon\nu_t/q)\{2(\partial\bar{u}/\partial x)^2 + 2(\partial\bar{v}/\partial y)^2 \\ + (\partial\bar{u}/\partial y + \partial\bar{v}/\partial x)^2 + 2\bar{v}^2/y\} - c_2q\epsilon/\nu_t \dots\dots\dots (5) \end{aligned}$$

なお、 $\nu_t$  は  $q, \epsilon$  より Prandtl-Kolomogorov の仮定を用いて、

$$\nu_t = C_D q^2 / \epsilon \dots\dots\dots (6)$$

より求めることにする。

2.2 計算方法

(1)~(6)を差分方程式群に変換し SMAC法を用いて解く。<sup>9)</sup> SMAC法は圧力を計算するためにポアソン方程式を解くプロセスに緩和係数を用いて、流速と圧力を同時に収束させる方法で、圧力の境界条件を用いていないため、境界の複雑な流れ場に適用しやすい利点をもつ。差分スキームとしては空間的には中心差分スキーム、時間的には Adams-Bashforth 形差分スキームを用いる。計算手順の概略を図2に示す。格子システムはスタッガシステムで、図3のように  $\bar{p}, q, \epsilon$  および  $\nu_t$  は格子中心、 $\bar{u}, \bar{v}$  は辺上中央において定義する。

2.3 境界条件、初期条件およびその他の条件

一例として  $\theta = 15^\circ, D_1/D_0 = 2$  の場合の計算領域を図4に示す。軸対称性より全流れ場の半分を計算領域とする。また本報では助走長さ  $L_1 = D_0$ 、管路全長  $L = 6.25D_0$  としてある。

境界条件はつぎのとおりである。入口断面 A-B では  $\bar{u}, \bar{v}, q, \epsilon$  を固定する。本報では Laufer による発達管内乱流の実測値<sup>10)</sup>を参考にして一様流入を仮定する。

$$\bar{u} = 1.0, \bar{v} = 0, q = 3.2 \times 10^{-3}, \epsilon = 7.1 \times 10^{-4} \dots\dots\dots (7)$$

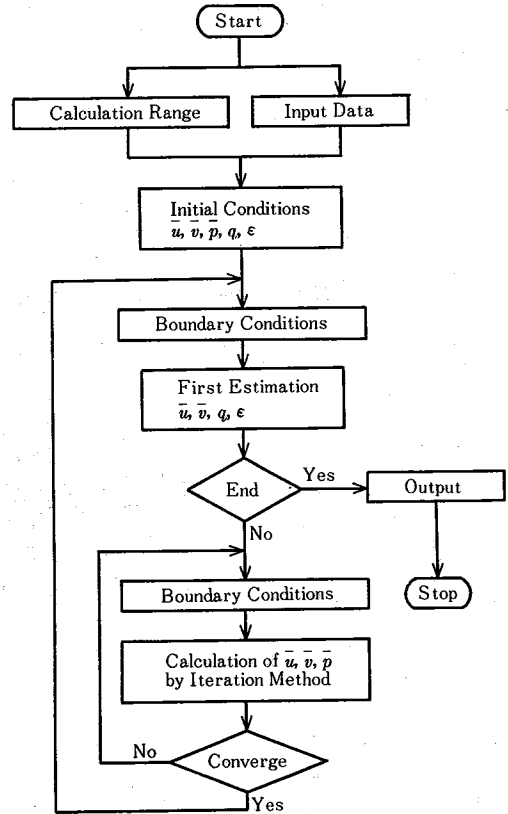


図2 計算手順の概略

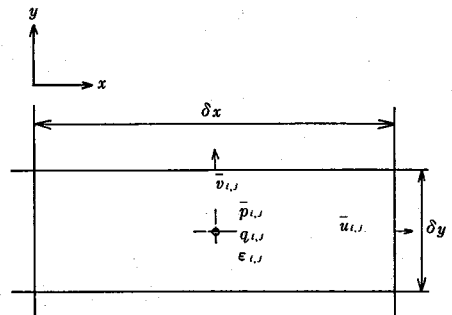


図3 差分格子と定義点

出口断面 C-D では自由流出条件を適用する。すなわち、

$$\frac{\partial\bar{v}}{\partial x} = \frac{\partial q}{\partial x} = \frac{\partial\epsilon}{\partial x} = 0 \dots\dots\dots (8)$$

$\bar{u}$  は連続の式を満たすように与える。対称面 B-C では、

$$\frac{\partial\bar{u}}{\partial y} = \frac{\partial q}{\partial y} = \frac{\partial\epsilon}{\partial y} = 0, \bar{v} = 0 \dots\dots\dots (9)$$

ディフューザ部に相当する固定壁 E-F は階段状多段管で近似する。図5に示すように  $x =$  一定の壁上の  $\bar{u}$  およびすべての  $\bar{v}$  は no-slip, その他の  $\bar{u}$  に対しては 1/7 乗則を適用する。また、 $q$  および  $\epsilon$  については壁面上で 0 を与える。すなわち、

研究速報

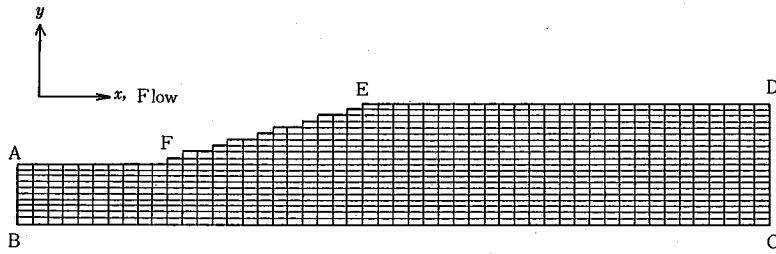


図4 計算領域と格子分割

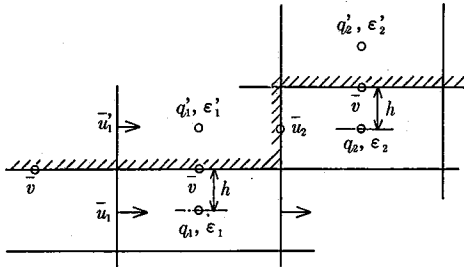


図5 壁面近傍の境界条件

$$\left. \begin{aligned} \bar{u}_1 &= 5/7 \bar{u}_1, \bar{u}_2 = v = 0 \\ q_1' &= -q_1, q_2' = -q_2, \epsilon_1' = -\epsilon_1, \epsilon_2' = -\epsilon_2 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (10)$$

ここに  $\bar{u}_1, q', \epsilon'$  などは境界条件を与えるために、壁面内部に仮想した点での物理量を示している。また壁面に最も近い格子は境界層内層に相当すると考え  $\epsilon$  に対して、  
 $\epsilon = C_B^{3/4} q^{3/2} / (kh) \dots\dots\dots (11)$

の関係を導入する。ここで  $k$  はカルマン定数 ( $=0.4$ )、 $h$  は壁面から格子中心までの距離 ( $=\delta y/2$ ) である。

初期条件は、 $\bar{u}$  として各断面での平均流速、 $\bar{v}=0, \bar{p}$  としてはベルヌイの定理より求まる断面内平均静圧を与え、 $q, \epsilon$  は入口と等しい値を全域に与えた。

本報での差分格子の大きさおよび時間刻みは、 $\delta x = 0.125, \delta y = 0.05, \delta t = 0.001$  である。基礎方程式中の定数としては表1に示す比較により、 $\sigma_1 = 1.0, \sigma_2 = 1.3, c_D = 0.09, c_1 = 1.59, c_2 = 0.18$  とした。

なお繰り返し計算の収束条件は、

$$\text{Max}[\text{dif}(\partial \bar{u} / \partial x + \partial \bar{v} / \partial y + \bar{v} / y)]_N < 0.001 \dots\dots (12)$$

ここに  $\text{dif}$  は差分化した式を示し、 $N$  は  $N$  回目の繰り返しにおける値を意味している。

また本報では、 $Re = 2.0 \times 10^5$  としている。

2.4 抵抗体の数学モデル

流体に働く分子粘性、うず粘性などによる効果を巨視的にとらえ、アクチュエータ・ディスクとしてモデル化するものとする。本報では抵抗体は  $x = x_p$  なる格子点上に存在し、抵抗体前後の格子中心間に  $\Delta \bar{p}$  の圧力差が生じるものとする。すなわち、抵抗体の作用を

$$\partial \bar{u} / \partial t + \partial \bar{u}^2 / \partial x + \partial (\bar{u} \bar{v}) / \partial y + \bar{u} \bar{v} / y = -\Delta \bar{p} / \delta x \dots\dots (13)$$

で代表する。 $\Delta \bar{p}$  は一般に抵抗係数  $K$  を用いて、

$$\Delta \bar{p} = K \bar{u}^2 / 2 \dots\dots\dots (14)$$

と表せる。金網や開口比の大きな多孔板においては、開口比  $\mu$  と  $K$  の間には近似的に、

$$K = c_s (1 - \mu) / \mu^2 \dots\dots\dots (15)$$

が成立する。 $c_s$  はレイノルズ数や抵抗体の形状で変化する実験定数であるが、概略1.5~1.7程度である。<sup>15)</sup> 本報では便宜上  $c_s = 1.54$  としてある。

3. 計算結果と考察

3.1 抵抗体がない場合の数値シミュレーション

$q-\epsilon$  モデルを本研究の流れ場に適用することの是非を判断するために、まず  $\theta = 10^\circ$  で抵抗体のない円錐ディフューザ内の流れの数値シミュレーションを行った。図6に  $\bar{u}$  の分布の主流方向変化を示す。一般に  $\theta = 10^\circ$  程度のディフューザでは片寄り流れの生じる可能性があるが、本モデルでは軸対称を仮定しており片寄り流れは表現できない。しかし、入口速度分布の与え方によっては軸対称流れになる実験結果もある。一例として図7に断面積が2倍になる断面 ( $x = 1.25$ ) における  $\bar{u}$  の分布を示

表1 計算定数の比較

Reference	Flow Field	$C_D$	$C_1$	$C_2$	$\sigma_1$	$\sigma_2$
Ref(11)	Room Air Flow	0.09	1.59	0.18	1.0	1.3
Ref(8)	Pipe Flow, Wall Boundary Layer	0.09	1.45	0.18	1.0	1.3
Ref(12)	A Jet in an Oppositing Stream	0.09	1.43	0.173	1.0	1.09
Ref(13)	Twin Parallel Jets	0.09	1.44	0.173	1.0	1.3
Ref(14)	Wall Boundary Layer	0.09	1.55	0.18	1.0	1.3
Present	Diffuser Flow	0.09	1.59	0.18	1.0	1.3

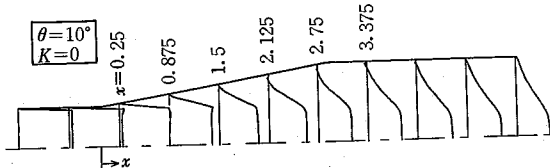


図 6  $\bar{u}$  の分布の主流方向変化(その 1)

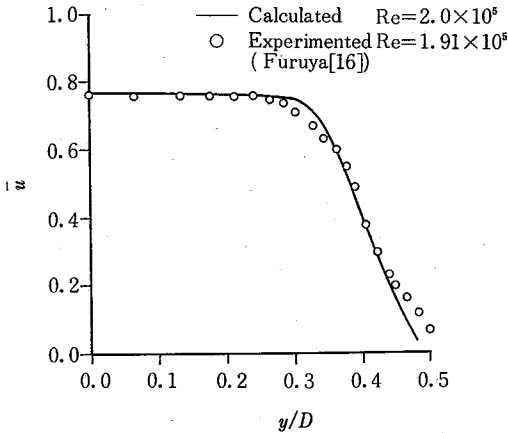


図 7  $\bar{u}$  の分布(計算結果と実験結果の比較)

す。実線は本報の計算プログラムによる予測値、○印は古屋らの実験結果<sup>16)</sup>で、本報と同様に一樣速度分布流入を与えている。図 8 に壁面圧力  $\bar{p}_{wall}$  の主流方向変化に関する、予測値と古屋らの実験結果を比較して示す。ただし予測値としては、壁面に最も近い格子中心での値を壁面圧力としている。図 7, 8 より本シミュレーションは実験結果をよく表現していると思われる。

3.2 抵抗体を挿入した場合の数値シミュレーション

ディフューザ部に抵抗体が挿入されたような流れ場では、抵抗体の整流効果により本シミュレーション方法の適用がより効果的になるとと思われる。すなわち抵抗体の挿入によって、拡がり角のより大きなディフューザにおいて片寄り流れが回避でき、本シミュレーションの適用が可能となる。1 例として図 9 に  $\theta=15^\circ, D_1/D_0=2$  の円錐ディフューザに抵抗係数  $K=1.44(\mu=0.62)$  の抵抗体を、位置  $x_p=0.75$  に挿入した場合の  $\bar{u}$  の分布の主流方向変化を示す。図 6 の抵抗体が存在しない場合に比べて、速度分布の一樣性が向上することが予想される。なお、実測値との比較は次報において試みる。

ま と め

一樣抵抗体をもつ高拡がり角の円錐ディフューザ内乱流を対象として、 $q-\epsilon$  モデルによる数値予測プログラムを構成した。本数値予測法によって、抵抗体が存在しない場合のディフューザ内平均流速分布に関して従来の実

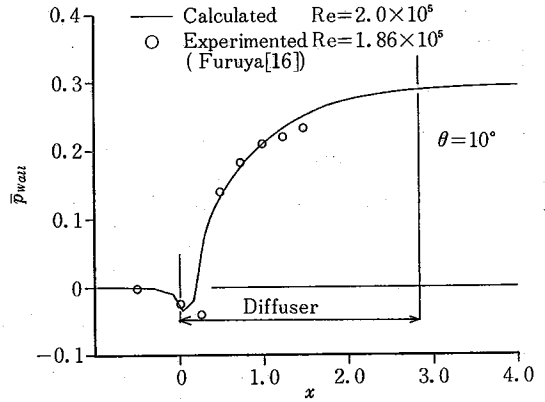


図 8 壁面圧力の分布(計算結果と実験結果の比較)

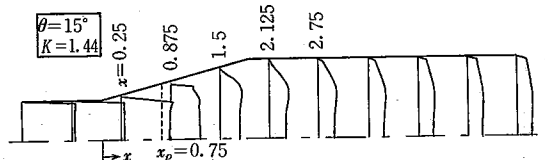


図 9  $\bar{u}$  の分布の主流方向変化(その 2)

験結果をうまく表現した。次報において抵抗体が存在する場合の予測の適否を検討する。なお本報の計算プログラムに関して、三菱化成杉山一久氏より貴重な助言を得た。記して謝意を表す。また本報における計算は本所 FACOM-M180 システムによっている。

(1983 年 11 月 25 日受理)

参 考 文 献

- 1) S. J. Kline, et al: Trans. ASME, 81(1959), 321
- 2) 石川, 中村: ターボ機械, 11-10(1983), 595
- 3) 田代: 東京大学博士論文, (1980)
- 4) H. L. Dryden, et al: J. Aero. Sci., 14(1947), 221
- 5) G. I. Taylor, et al: Quart. J. Mech. Appl. Math., 2-1 (1949), 1
- 6) G. B. Schubauer: NACA, TN1610, (1948)
- 7) 狩野ほか 2 名: 機論, 50-449(1984), 257
- 8) B. E. Launder, et al: Int. J. Heat & Mass Transfer, 16 (1973), 1119
- 9) J. A. Viecelli: Comp. Phys., 8(1971), 119
- 10) J. Laufer: NACA, R1174, (1953)
- 11) 村上, 加藤: 生産研究, 33(1981), 101
- 12) S. E. Elghobashi, et al: Trans. ASME, 103(1981), 127
- 13) M. A. Leshziner, et al: Trans. ASME, 103(1981), 352
- 14) W. Jones, et al: Int. J. Heat & Mass Transfer, 15 (1972), 301
- 15) 田中: 機論, 40-339(1974), 3122
- 16) 古屋, 鈴木: 機論, 23-125(1953), 7